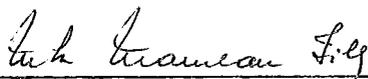


APLICAÇÃO DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO PLANEJAMENTO
DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE GERAÇÃO/TRANSMISSÃO

MÁRIO VEIGA FERRAZ PEREIRA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA-
NEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS (D.Sc.).

Aprovada por:



NELSON MACULAN FILHO
(Presidente)



JOÃO LIZARDO ARAÚJO



LUIZ GONZAGA DE SOUZA FONSECA



RUDERICO FERRAZ PIMENTEL



ARIOVALDO GARCIA

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
JUNHO DE 1985

PEREIRA, MÁRIO VEIGA FERRAZ

Aplicação de Análise de Sensibilidade no Planejamento da
Expansão de Sistemas de Geração/Transmissão
(Rio de Janeiro) 1985.

xi, 195 páginas (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia de Sistemas e
Computação, 1985)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

A MEUS PAIS, MAURO E YEDA
A CLÁUDIA

AGRADECIMENTOS

Aos Professores e amigos Nelson Maculan e Clóvis César Gonzaga da COPPE/UFRJ pelo estímulo e orientação durante os trabalhos de doutoramento.

Aos amigos e colegas Leontina M.V.G. Pinto, Sérgio Henrique F. da Cunha e Gerson Couto de Oliveira, pelas inúmeras contribuições e constante apoio no desenvolvimento da Metodologia e Programas Computacionais.

Aos amigos Alcir Monticelli (UNICAMP/BERKELEY), Marciano Morozowski e Luiz Gonzaga de Souza Fonseca (ELETROSUL), Sérgio Granville (IMPA/STANFORD), Ariovaldo Garcia (UNICAMP), Len Garver (GE), Ongun Alsaç e Brian Stott (Power Computer Applications) pelas incansáveis discussões e valiosas sugestões para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao amigo e colega Frederico B.M. Gomes pela criação desta área de pesquisa, pelo grande incentivo e inúmeras discussões sobre a definição do trabalho.

Aos colegas do DEST/ELETROBRÁS pelo essencial apoio técnico e estimulantes discussões.

A Jerzy Lepecki, Acher Mossé e Alquindar Pedroso, da direção do CEPEL, pelo estímulo e apoio material necessários à realização deste trabalho.

A Robert Iveson (Electric Power Research Institute) pelo constante apoio a nossas atividades de pesquisa durante minha estadia no EPRI.

Um agradecimento especial a Aimer Viana pela eficiência e dedicação na datilografia e preparo deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

APLICAÇÃO DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO PLANEJAMENTO
DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE GERAÇÃO/TRANSMISSÃO

Mário Veiga Ferraz Pereira

Julho de 1985

Orientador : Nelson Maculan Filho

Programa : Engenharia de Sistemas e Computação

Os objetivos principais deste trabalho são:

1. Investigar índices de desempenho compatíveis para um sistema de geração/transmissão.
2. Avaliar a aplicabilidade da análise de sensibilidade do índice de desempenho como parte de diversas ferramentas de planejamento, abrangendo de sistemas computacionais conversacionais a programa de otimização.

Foram investigados os seguintes tópicos:

1. Modelos matemáticos para análise do desempenho de um sistema geração/transmissão
2. Análise de sensibilidade dos índices globais de desempenho
3. Aplicação da análise de sensibilidade no planejamento interativo do sistema de transmissão
4. O problema da coerência de sistemas de geração/transmissão
5. Extensão da análise de sensibilidade para o planejamento probabilístico
6. Relação entre análise de sensibilidade e algoritmos de decomposição
7. Aplicação de técnicas de decomposição a expansão ótima do sistema.

Abstract of thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

APPLICATION OF SENSITIVITY ANALYSIS TO
GENERATION/TRANSMISSION EXPANSION PLANNING

Mario Veiga Ferraz Pereira

July 1985

Chairman : Nelson Maculan Filho
Department : Computation and Systems Engineering

This thesis has the following main objectives:

1. Assess compatible performance indices for generation/transmission systems
2. Assess the applicability of sensitivity analysis of the performance indices as one of the possible planning tools for transmission expansion packages (interactive or optimization codes).

The following topics were investigated:

1. Mathematical models for performance analysis of a generation/transmission system
2. Sensitivity analysis of global performance indices
3. Application of sensitivity analysis to interactive transmission planning
4. Coherency in generation/transmission systems
5. Extension of sensitivity analysis to probabilistic planning
6. Relation between sensitivity analysis and decomposition algorithms
7. Application of decomposition techniques to optimal expansion.

ÍNDICE

	<u>Pág.</u>
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
I.1 - Considerações Gerais	1
I.2 - Objetivo	3
CAPÍTULO II - MODELOS MATEMÁTICOS PARA ANÁLISE DO DESEMPENHO DE UM SISTEMA GERAÇÃO/TRANSMISSÃO	7
II.1 - Introdução	7
II.2 - Modelo de Transportes	8
II.3 - Modelo de Fluxo de Potência Linearizado	10
II.4 - Índices de Desempenho de um Sistema	12
II.4.1 - Mínimo Corte de Carga (MCC)	12
II.4.2 - Máxima Demanda Garantida (MDG)	13
II.4.3 - Relação Entre MCC e MDG	15
II.5 - Algoritmos de Cálculo de Índices de Desempenho	16
II.5.1 - Modelo de Transportes	16
II.5.1.1 - Cálculo do MCC	16
II.5.1.2 - Cálculo da MDG	18
II.5.2 - Modelo de Fluxo de Potência Linearizado	18
II.5.2.1 - Modelo de Despacho Ótimo	18
II.5.2.2 - Cálculo do MCC	24
II.5.2.3 - Cálculo da MDG	25
II.6 - Caso-Exemplo	27
II.7 - Sumário e Conclusões	32

CAPÍTULO III - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS ÍNDICES GLOBAIS DE DESEMPENHO	33
III.1 - Introdução	33
III.2 - Modelo de Transportes	34
III.2.1 - Sensibilidade em Relação ao MCC	34
III.2.1.1 - Análise de Sensibilidade Para Reforço de Geração	35
III.2.1.2 - Análise de Sensibilidade Para Reforço nas Linhas	36
III.2.1.3 - Relação Entre os Índices de Sensibilidade	37
III.2.1.4 - Índices de Sensibilidade e Corte Mínimo Num Grafo	39
III.2.2 - Sensibilidade em Relação à MDG	42
III.3 - Modelo de Fluxo de Potência Linearizado	42
III.3.1 - Sensibilidade em Relação ao MCC	42
III.3.1.1 - Análise de Sensibilidade Para Reforço de Geração	44
III.3.1.2 - Relação Entre os Índices de Sensibilidade	45
III.3.1.3 - Análise de Sensibilidade Para Reforço nas Linhas	46
III.3.2 - Sensibilidade em Relação à MDG	52
III.4 - Caso-Exemplo	53
III.5 - Sumário e Conclusões	59

CAPÍTULO IV - O USO DA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO PLANEJAMENTO INTERATIVO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO ..	61
IV.1 - Introdução	61
IV.2 - O Efeito do Remanejamento de Geração no Planejamento.	62
IV.3 - Ordenação das Alternativas Mais Atraentes	63
IV.4 - Expansão Automática da Rede de Transmissão	69
IV.5 - Expansão Automática por MCC e MDG	70
IV.6 - Expansão Automática por MCC/Custo e MDG/Custo	78
IV.7 - Expansão Automática com Remanejamento de Geração	81
IV.8 - Sumário e Conclusões	92
CAPÍTULO V - O PROBLEMA DA COERÊNCIA DE SISTEMA DE GERAÇÃO/TRANSMISSÃO	94
V.1 - Introdução	94
V.2 - Coerência no Modelo de Transportes	95
V.3 - Coerência no Modelo de Fluxo de Potência Linearizado..	100
V.3.1 - Coerência em Relação à Capacidade de Geração e Limite de Transporte	100
V.3.2 - Não-Coerência em Relação à Demanda	101
V.3.3 - Não-Coerência em Relação à Susceptância das Linhas	111
V.4 - Sumário e Conclusões	118
CAPÍTULO VI - EXTENSÃO DA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE PARA O PLANEJAMENTO PROBABILÍSTICO	120
VI.1 - Introdução	120
VI.2 - Caso-Exemplo	122
VI.3 - Métodos Para Avaliação Probabilística do Desempenho..	131
VI.3.1 - Introdução	131
VI.3.2 - Coerência e Métodos de Partição no Modelo de Transportes	132
VI.3.3 - Coerência e Métodos de Partição no Modelo de Fluxo de Potência Linearizado	138
VI.4 - Sumário e Conclusões	140

CAPÍTULO VII - LIGAÇÃO ENTRE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E ALGORITMOS DE SÍNTESE AUTOMÁTICA DE REDES DE TRANSMISSÃO	141
VII.1 - Introdução	141
VII.2 - O Problema de Expansão Ótima de um Sistema de Geração/Transmissão	143
VII.2.1 - O Problema de Expansão Ótima	143
VII.2.2 - O Princípio de Decomposição de Benders ...	145
VII.3 - Derivação do Princípio de Decomposição de Benders...	148
VII.3.1 - Derivação	148
VII.3.2 - Algoritmo	153
VII.3.3 - Expressão Alternativa para os Cortes de Benders	156
VII.3.4 - Os Cortes de Viabilidade	157
VII.4 - Aplicação da Decomposição de Benders à Expansão Ótima com o Modelo de Transportes	157
VII.4.1 - O Subproblema de Operação	157
VII.4.2 - O Subproblema de Investimento	159
VII.4.3 - Caso-Exemplo	161
VII.4.3.1 - Modelo de Transportes/Variáveis Contínuas	162
VII.4.3.2 - Modelo de Transportes/Variáveis de Investimento Discretas	164

VII.5 - Aplicação da Decomposição de Benders à Expansão Ótima de Sistemas de Geração/Transmissão com o Modelo de Fluxo de Potência Linearizado	166
VII.5.1 - Decomposição de Benders Generalizada	168
VII.5.2 - Aplicação à Expansão Ótima	174
VII.5.3 - Subproblema de Investimento	176
VII.5.4 - Caso-Exemplo	178
VII.5.4.1 - Modelo de Fluxo de Potência Linearizado / Variáveis de Investimento Contínuas	178
VII.5.4.2 - Modelo de Fluxo de Potência Linearizado/Variáveis de Investimento Discretas	180
VII.6 - Expansão Probabilística de Sistemas de Geração / Transmissão	180
VII.7 - Sumário e Conclusões	187
VIII.8 - CONCLUSÕES FINAIS	188
IX - DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	190
IX.1 - Áreas Para Investigação Futura	190
REFERÊNCIAS	192

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

I.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão visa estabelecer quando e onde deverão ser instalados os equipamentos necessários para um atendimento econômico e confiável da demanda prevista. Estes requisitos são conflitantes, uma vez que um melhor desempenho (maior confiabilidade) só pode ser obtido através de investimentos adicionais, o que implica em tarifas mais elevadas. O planejador deve portanto tentar encontrar o melhor compromisso entre as diversas opções de custo/desempenho levando em consideração os recursos disponíveis.

Esta tarefa de síntese tem sido feita tradicionalmente de forma manual pelo planejador, tendo como ferramentas computacionais auxiliares apenas programas de análise como fluxo de potência, estabilidade e curto-circuito¹. Entretanto, o crescimento das dimensões das redes e, portanto, da complexidade da síntese, levou ao desenvolvimento de sistemas conversacionais para expansão de redes de transmissão². Além das ferramentas tradicionais de análise, estes sistemas dispõem tipicamente de algoritmos de ordenação capazes de auxiliar o planejador a identificar adições atraentes a partir de um grande número de alternativas³.

A ordenação das alternativas é geralmente baseada na análise de sensibilidade de um índice global de desempenho do sistema a variações nas capacidades de seus elementos. O benefício de uma adição é então medido em termos da melhoria que sua incorporação ao sistema traria a este índice global de desempenho.

Os índices mais imediatos de desempenho em sistemas de transmissão estão relacionados com sobrecargas nos circuitos ou violações nos limites de tensão, tendo por isto sido bastante utilizados para medir o benefício de uma adição⁴.

Deve-se observar, entretanto, que o nível de sobrecarga num circuito é apenas uma medida indireta do desempenho do sistema, pois o efeito real para o consumidor é em última análise o corte de sua carga. Isto pode ser visto com bastante clareza em estudos de planejamento da expansão da geração, em que índices como LOLP (probabilidade de haver algum corte de carga no sistema) ou demanda garantida (máxima demanda que pode ser atendida associada a um determinado nível de confiabilidade) são utilizados amplamente como medidas de desempenho⁵.

I.2

OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é investigar medidas de desempenho de um sistema de geração/transmissão que possam ser "traduzidas" em termos de corte de carga ou demanda garantida, capazes de serem utilizadas num sistema conversacional para identificação de "pontos de estrangulamento" e escolha de adições atraentes.

No Capítulo 2, identificam-se dois modelos matemáticos que podem ser utilizados na análise de desempenho do sistema : o modelo de transportes⁶, em que apenas a primeira lei de Kirchoff (lei dos nós) é representada, e o modelo de fluxo de potência linearizado⁷, em que também a segunda lei de Kirchoff (lei das malhas), é respeitada.

Foram escolhidos como índices de desempenho do sistema o mínimo corte de carga necessário para eliminar as sobrecargas da rede⁸ (mínimo corte de carga - MCC) e a máxima demanda que pode ser suprida sem sobrecargas, mantidos os fatores de participação de cada barra de carga na composição da carga total⁹ (máxima demanda garantida - MDG).

No caso do modelo de transportes, é possível mostrar que o índice de mínimo corte de carga pode ser calculado por

algoritmos eficientes de fluxo máximo¹⁰. No caso do modelo de fluxo de potência linearizado, isto exige a resolução de um problema de programação linear (PPL). Mostra-se que este problema pode ser resolvido de forma extremamente eficiente através de um algoritmo especialmente adaptado baseado em Dual Simplex¹¹.

No Capítulo 3 investiga-se o problema da análise de sensibilidade, isto é, como calcular a variação do índice global de desempenho (MCC ou MDG) em relação a variações incrementais das capacidades dos elementos (benefício marginal). No caso do modelo de transportes, este benefício marginal é bastante conhecido e está associado à identificação dos cortes mínimos na rede¹⁰. No caso do modelo de fluxo de potência linearizado, os índices de benefício marginal em relação a variações na capacidade de geração e limite de transporte na rede podem ser diretamente obtidos como multiplicadores Simplex associados à solução ótima do PPL. Mostra-se, entretanto, que no modelo de fluxo de potência linearizado é necessária uma análise de sensibilidade adicional, em relação a variações na susceptância das linhas. Demonstra-se então que este índice de benefício marginal pode ser obtido a partir da sensibilidade em relação à capacidade de geração e dos ângulos de tensão nodal.

No Capítulo 4, a análise de sensibilidade é utilizada para definir algoritmos de ordenação das adições mais atraentes. A eficiência destes algoritmos é testada a partir da rede do sistema Sul e do sistema-teste do IEEE¹².

No Capítulo 5, discute-se o problema de coerência de sistemas de potência¹⁵. Mostra-se que, em algumas situações, um reforço na rede pode levar a uma piora do desempenho do sistema ou, alternativamente, que um aumento da demanda pode ser benéfico para este desempenho. Este comportamento não intuitivo está associado à representação da segunda lei de Kirchoff e é analisado através da derivação da região de demandas viáveis do sistema.

O Capítulo 6 passa a tratar do problema probabilístico, isto é, o cálculo do desempenho do sistema e análise de sensibilidade quando as linhas, transformadores e geradores estão sujeitos a falha. Mostra-se que o valor esperado dos índices de benefício marginal pode ser utilizado para definir algoritmos de ordenação das adições mais atraentes. O cálculo deste valor esperado está diretamente ligado ao problema de análise de confiabilidade de sistemas de potência. São analisados os dois métodos principais de cálculo de confiabilidade: partição do espaço de estados¹³ e Monte-Carlo¹⁴. Mostra-se que a aplicação do método de partição do espaço de estados requer que o modelo matemático do sistema de geração/transmissão seja coerente. Através da análise de sensibilidade, demonstra-se que o modelo de transportes, por ser mais simplificado, apresenta esta propriedade, enquanto o modelo de fluxo de potência linearizado não pode ser considerado coerente.

O Capítulo 7 investiga as ligações entre a análise de sensibilidade e algoritmos automáticos para expansão de sistemas de transmissão. Mostra-se que, através da decomposição de Benders¹⁶, é possível separar o problema da expansão ótima em dois subproblemas : um problema de investimento, em que as variáveis de decisão são as capacidades dos componentes a serem adicionados, e um problema de operação que, uma vez decididos os circuitos e geradores a serem adicionados, faz uma análise do desempenho do sistema em termos de mínimo corte de carga. Demonstra-se que a ligação entre o sub-problema de operação e o sub-problema de investimento é feita através de uma análise de sensibilidade semelhante à utilizada para ordenação de adições. A eficiência do algoritmo de decomposição é testada com exemplos da rede do sistema Sul. Finalmente, mostra-se que o problema de expansão ótima probabilística pode ser decomposto em um sub-problema de investimento determinístico e um sub-problema de operação probabilístico, semelhante aos analisados no Capítulo 6.

CAPÍTULO IIMODELOS MATEMÁTICOS PARA ANÁLISE DO DESEMPENHO DE UM
SISTEMA GERAÇÃO/TRANSMISSÃOII.1 INTRODUÇÃO

Um sistema de geração/transmissão pode ser representado topologicamente por uma rede, onde aos nós se associam valores de geração e demanda, e aos ramos circuitos elétricos como linhas e transformadores.

Os geradores, demandas e circuitos constituem os componentes do sistema. O estado de um sistema composto de M componentes é representado por um vetor $x = (x_1, x_2, \dots, x_M)$, onde x_i é o estado do i -ésimo componente. Por exemplo, o estado da demanda em um nó é o valor da carga associada a este nó; o estado de um gerador é a máxima potência que ele pode fornecer; e o estado de uma linha de transmissão é dado pelo par {limite de transporte; admitância}.

Fixado um estado x do sistema, a análise do desempenho tem como objetivo verificar se aquela configuração específica de geradores e circuitos tem capacidade de atender aquele conjunto específico de demandas. O resultado desta análise pode ser representado por uma função $\phi(x)$ que indica, por exemplo, a máxima demanda garantida ou o mínimo corte de carga no sistema.

Neste trabalho, serão utilizados dois modelos para o cálculo de $\phi(x)$: o modelo de transportes e o modelo de fluxo de potência linearizado.

II.2 MODELO DE TRANSPORTES⁶

No modelo de transportes, os fluxos de potência ativa na rede obedecem apenas à primeira lei de Kirchoff (lei dos nós) : a soma algébrica dos fluxos que chegam ou partem de um nó é igual à injeção líquida (geração menos carga) neste nó.

$$\sum_{\ell \in \Omega_k} f_{k\ell} + g_k = d_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, N \quad (\text{II.1})$$

onde:

$f_{k\ell}$ é o fluxo de potência entre os nós k e ℓ

d_k é a demanda em k

g_k é a geração em k

Ω_k é o conjunto de nós diretamente ligados ao nó k

N é o número de nós no sistema

Há duas classes de restrições operativas : limites no carregamento das linhas e limites na geração

$$|f_{k\ell}| \leq \bar{f}_{k\ell} \quad \forall k = 1, 2, \dots, N; \quad \forall \ell \in \Omega_k \quad (\text{II.2})$$

$$0 \leq g_k \leq \bar{g}_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, N$$

Em termos matriciais, as equações (II.1) e (II.2) podem ser representadas como

$$\begin{aligned} Sf + g &= d \\ 0 \leq g &\leq \bar{g} \\ |f| &\leq \bar{f} \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

onde S é a matriz de incidência nó-ramo.

II.3

MODELO DE FLUXO DE POTÊNCIA LINEARIZADO⁷

Neste modelo, os fluxos de potência ativa obedecem às duas leis de Kirchoff (lei dos nós e lei das malhas) :

$$\sum_{\ell \in \Omega_k} b_{k\ell} \theta_\ell + g_k = d_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, N \quad (\text{II.4})$$

onde:

$$b_{k\ell} = \begin{cases} -\gamma_{k\ell} & \text{se } k \neq \ell, \\ \sum_{\ell \in \Omega_k} (+\gamma_{k\ell}) & \text{se } k = \ell, \end{cases}$$

$\gamma_{k\ell}$ é o inverso da reatância (susceptância) do ramo que liga os nós k e ℓ ,

θ_k é o ângulo de tensão associado ao nó k .

O fluxo de potência ativa entre os nós k e ℓ pode ser calculado como

$$f_{k\ell} = (\theta_k - \theta_\ell) \gamma_{k\ell} \quad \forall k = 1, 2, \dots, N; \quad (\text{II.5})$$

$$\forall \ell \in \Omega_k$$

Assim como no modelo de transportes, as restrições operativas correspondem a limites de fluxo nos circuitos e capacidade de geração:

$$|f_{k\ell}| \leq \bar{f}_{k\ell} \quad \forall k = 1, 2, \dots, N; \quad \forall \ell \in \Omega_k \quad (\text{II.6})$$

$$0 \leq g_k \leq \bar{g}_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, N$$

Os limites de fluxo nas linhas podem ser escritos em termos dos ângulos de tensão θ , substituindo-se (II.5) em (II.6):

$$|\theta_k - \theta_\ell| \leq \bar{\psi}_{k\ell} \quad \forall k = 1, 2, \dots, N; \quad \forall \ell \in \Omega_k \quad (\text{II.7})$$

onde: $\bar{\psi}_{k\ell} = \bar{f}_{k\ell} / \gamma_{k\ell}$ é a máxima diferença angular no ramo k- ℓ

Em termos matriciais, tem-se

$$B\theta + g = d$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (\text{II.8})$$

$$|S'\theta| \leq \bar{\psi}$$

onde ' indica a operação de transposição.

II.4 ÍNDICES DE DESEMPENHO DE UM SISTEMA

II.4.1 Mínimo Corte de Carga (MCC)⁸

Se o fluxo de potência $f_{k\ell}$ exceder o limite de transporte $\bar{f}_{k\ell}$, o sistema estará em sobrecarga. A eliminação de sobrecargas requer o remanejamento da geração g e, se necessário, medidas mais severas como o corte de carga em uma ou mais barras do sistema.

O índice de mínimo corte de carga representa a mínima demanda que é necessário desconectar para se eliminar as sobrecargas. O cálculo do MCC resulta no seguinte problema de programação linear (PPL):

MODELO DE TRANSPORTE

$$\text{Min } z = \sum_{k=1}^N r_k$$

$$\text{s/a } Sf + g + r = d$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (\text{II.9})$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$|f| \leq \bar{f}$$

MODELO DE FLUXO DE POTÊNCIA LINEARIZADO

$$\text{Min } z = \sum_{k=1}^N r_k$$

$$\text{s/a } B\theta + g + r = d$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (\text{II.10})$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$|S'\theta| \leq \bar{\psi}$$

onde r_k é um gerador fictício que corresponde a um corte de carga na barra k . Note-se que r_k varia de zero até o valor da demanda própria na barra k .

II.4.2 Máxima Demanda Garantida (MDG)⁹

O MCC é capaz de quantificar o desempenho de sistemas deficientes, isto é, que estejam com sobrecarga. Por outro lado, ele não pode ser utilizado para comparar duas alternativas de expansão que não levem a sobrecargas. Em outras palavras, o MCC mede o grau de inadequação do sistema mas não o seu grau de adequação.

O índice de máxima demanda garantida (MDG) determina a máxima carga que o sistema pode atender sem levar a sobre-

cargas. A MDG, ao "forçar" o sistema de transmissão ao máximo, fornece uma medida interessante do seu grau de adequação.

O cálculo da MDG pode ser expresso pelo seguinte PPL

MODELO DE TRANSPORTES

$$\text{Max } w = \delta$$

$$\text{s/a } Sf + g = \lambda \delta$$

(II.11)

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$|f| \leq \bar{f}$$

MODELO DE FLUXO DE POTÊNCIA LINEARIZADO

$$\text{Max } w = \delta$$

$$\text{s/a } B\theta + g = \lambda \delta$$

(II.12)

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$|S'\theta| \leq \bar{\psi}$$

onde: δ é um escalar que representa a demanda global atendida

λ é um vetor de dimensão N que contém os fatores de participação de cada barra de carga na demanda total.

II.4.3 Relação Entre MCC e MDG

Se a MDG for inferior a d^* , a demanda total no sistema, a diferença $d^* - MDG$ pode ser interpretada como um corte de carga. Como o PPL associado ao problema de máxima demanda é mais restrito do que o associado ao problema de mínimo corte de carga, pode-se afirmar que:

$$d^* - MDG \geq MCC \quad (II.13)$$

ou, analogamente, que a máxima carga "atendível", $d^* - MCC$, excede a MDG:

$$d^* - MCC \geq MDG \quad (II.14)$$

A comparação entre estes valores será feita nos casos-exemplo.

II.5 ALGORITMOS DE CÁLCULO DE ÍNDICES DE DESEMPENHO

II.5.1 Modelo de Transportes

II.5.1.1 Cálculo do MCC

No modelo de transportes, o cálculo do MCC equivale a um problema de fluxo máximo¹⁰. A equivalência entre os dois problemas será ilustrada para um sistema de quatro nós e cinco ramos como o da Figura II-1.

- a) Definem-se dois nós suplementares, NG (nó de geração) e ND (nó de demanda).
- b) Definem-se arcos entre os nós NG e ND e todas as barras do sistema: a capacidade do arco que liga cada nó k ao nó NG é feita igual à capacidade de geração em k , \bar{u}_k ; a capacidade do arco que liga cada nó ℓ ao nó ND é feita igual à demanda em ℓ , d_ℓ . Finalmente a capacidade do arco que interliga dois nós k e ℓ é feita igual ao respectivo limite de transmissão $\bar{f}_{k\ell}$.

A Figura II-2 ilustra este procedimento. Pode-se observar que o fluxo $f_{\ell,ND}$ que chega ao nó terminal ND representa o total de demanda atendida em ℓ . Portanto, maximizar os fluxos que chegam ao nó terminal ND é equivalente a minimizar o total de carga cortada. O problema de fluxo máximo (PFM) pode ser resolvido por algoritmos especializados como o algoritmo de Ford-Fulkerson¹⁰.

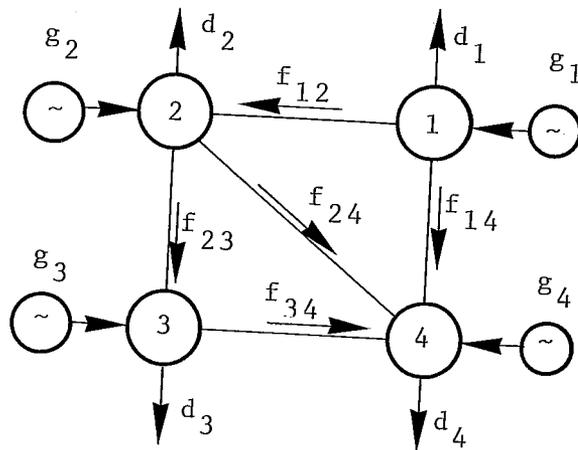


FIGURA II-1 - Sistema Com 4 Barras e 5 Linhas

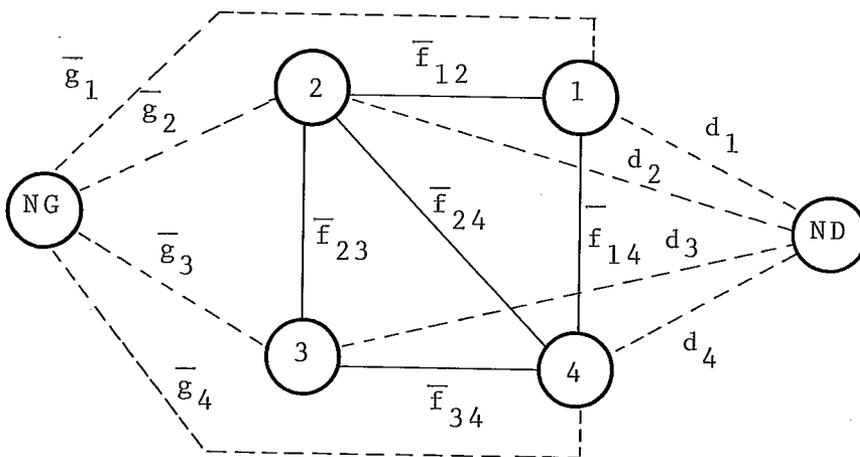


FIGURA II-2 - Grafo Para o Problema de Fluxo Máximo

II.5.1.2 Cálculo da MDG

A equivalência entre o cálculo do mínimo corte de carga e o problema do fluxo máximo no modelo de transportes não pode ser estendida para o cálculo da máxima demanda garantida. Utilizou-se então um algoritmo de programação linear padrão para o cálculo da MDG¹⁷.

II.5.2 Modelo de Fluxo de Potência Linearizado

II.5.2.1 Modelo de Despacho Ótimo

O cálculo do MCC e da MDG podem ser feitos de maneira eficiente através de adaptações de um algoritmo de programação linear especialmente projetado para sistemas elétricos¹¹.

O algoritmo utiliza uma formulação incremental na qual as variáveis de decisão são variações de geração em torno de um ponto de operação g^0 fornecido:

$$\Delta g = B\Delta\theta \quad (\text{II.15})$$

onde: Δg é o vetor de variações de geração

$\Delta\theta$ é o vetor de variações de angulo de tensão

As restrições são agrupadas em três classes:

1) Balanço de Potência

Lembrando que para o ponto de operação g^0 , $\sum_k g_k^0 = \sum_k d_k$, a equação de balanço de potência indica que as variações de geração devem se cancelar e é representada por

$$A^b \cdot \Delta g = 0 \quad (\text{II.16})$$

onde: $A^b = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$

2) Limites na Geração

$$\underline{\Delta g}_k \leq \Delta g_k \leq \overline{\Delta g}_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, N \quad (\text{II.17})$$

onde: $\underline{\Delta g}_k$ e $\overline{\Delta g}_k$ são os limites de geração.

Observe-se que estes limites são expressos como diferenças em relação ao ponto de operação g^0 .

Em notação matricial, a expressão (II-17) se torna

$$\underline{\Delta g} \leq \Delta g \leq \overline{\Delta g} \quad (\text{II.18})$$

onde: I é a matriz identidade.

3) Limites nos Fluxos de Potência

$$\underline{\Delta f}_{k\ell} \leq \Delta f_{k\ell} \leq \overline{\Delta f}_{k\ell} \quad \forall k = 1, 2, \dots, N; \forall \ell \in \Omega_k \quad (\text{II.19})$$

onde $\underline{\Delta f}_{k\ell}$ e $\overline{\Delta f}_{k\ell}$ são os limites de fluxo na linha $k\ell$. Assim como os limites de geração, eles são expressos como diferenças em relação ao fluxo de referência.

A equação (II.19) pode ser escrita em termos da variação angular $\Delta\theta$, pois

$$\Delta f_{k\ell} = (\Delta\theta_k - \Delta\theta_\ell) \cdot \gamma_{k\ell} \quad (\text{II.20})$$

que é igual a

$$\Delta f_{k\ell} = \gamma_{k\ell} e_{k\ell} \Delta\theta \quad (\text{II.21})$$

onde: $e_{k\ell} = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ + \overset{k}{1} \ 0 \ \dots \ -1 \ \dots]$

A expressão (II.21) pode por sua vez ser reescrita em termos de Δg , pois, a partir de (II.15),

$$\Delta\theta = B^{-1} \Delta g = Z \Delta g \quad (\text{II.22})$$

onde: $Z = B^{-1}$

o que resulta em

$$\Delta f_{k\ell} = \gamma_{k\ell} e_{k\ell} Z \Delta g \quad (\text{II.23})$$

O vetor $e_{k\ell}$ Z na Equação (II.23) é a solução "x" do sistema

$$x \cdot B = e_{k\ell} \quad (\text{II.24})$$

que pode ser obtida através dos fatores triangulares de B.

A expressão (II.23) pode portanto ser utilizada para relacionar variações de fluxo nos ramos com variações na geração sem que seja necessário recalcular os fatores triangulares de B; somente o sistema (II.24) precisa ser resolvido.

As restrições de fluxo são então representadas em termos de g como:

$$\underline{\Delta f}_{k\ell} \leq A_{k\ell} \cdot \Delta g \leq \overline{\Delta f}_{k\ell} \quad (\text{II.25})$$

onde $A_{k\ell} = \gamma_{k\ell} e_{k\ell} Z$

É importante observar que o vetor $A_{k\ell}$ na expressão (II.25) é "cheio" enquanto a expressão (II.20) é esparsa. Como o número de restrições de fluxo violadas em cada problema é em geral pequeno, a expressão esparsa é utilizada para monitorar os fluxos nas linhas e a expressão "cheia" somente é utilizada quando a restrição violada é ativada.

A função objetivo é da forma

$$\text{Min } z = \sum_{k=1}^N c_k (\Delta g_k) \quad (\text{II.26})$$

Desta forma, é possível representar vários tipos de função objetivo, como por exemplo os custos de operação de uma unidade térmica ou penalizações por desvio em relação ao ponto de operação g^0 , como ilustrado na Figura II-3.

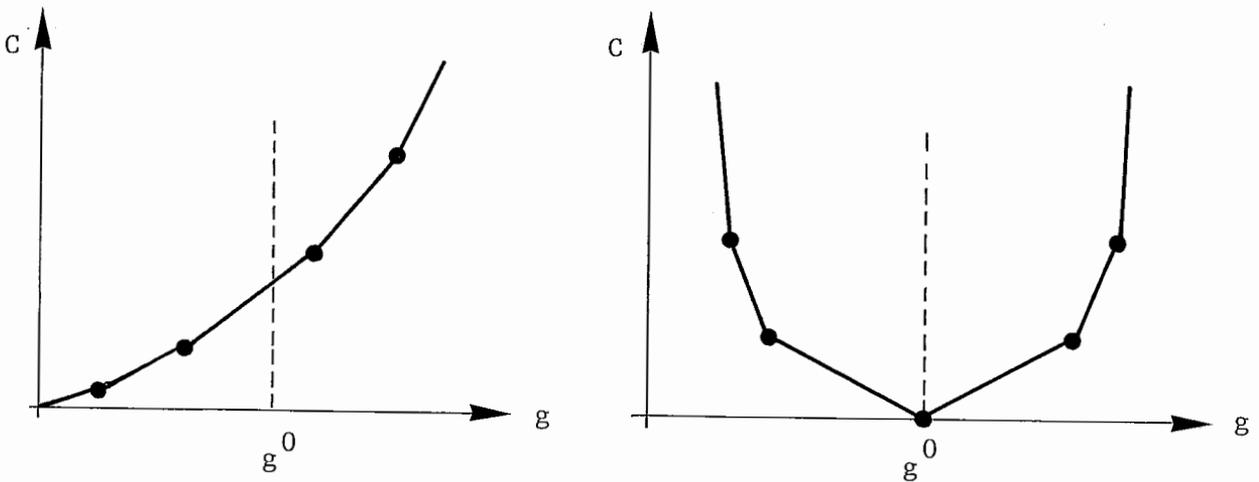


FIGURA II-3 - Exemplos de Função Objetivo Para o Modelo de Despacho Ótimo

O algoritmo de solução é basicamente o Dual Simplex¹¹. As maiores modificações foram nos critérios para entrar ou sair da base, de forma a levar em conta os incrementos negativos de geração, a estrutura da rede e a linearização por partes.

Uma técnica de base reduzida¹⁷ também permitiu uma grande economia em termos de CPU e memória. Para uma dada iteração, seja o quadro da programação linear representado por

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A_B & A_N \\ \hline 0 & I \\ \hline \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta g_B \\ \hline \Delta g_N \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline L_B \\ \hline L_N \\ \hline \end{array}
 \quad (II.27)$$

onde:

Δg_B é o conjunto dos geradores livres (básicos)

Δg_N é o conjunto dos geradores fixados nos seus limites (não básicos)

L_N corresponde aos limites de geração $\overline{\Delta g}$ ou $\underline{\Delta g}$ associados aos geradores não básicos

$[A_B : A_N]$ corresponde a restrições ativas como a equação de balanço (II.14) e as restrições de fluxo (II.23)

L_B corresponde aos limites de fluxo das restrições ativas e a zero na equação de balanço.

Pode-se observar em (II.27) que somente as restrições ativas representadas por $[A_B \vdots A_N]$ precisam ser armazenadas pois o tratamento dos geradores limitados Δg_N é trivial. Conhecidos os valores de Δg_N , Δg_B pode ser calculado como

$$\Delta g_B = A_B^{-1} (L_B - A_N \cdot \Delta g_N) \quad (\text{II.28})$$

Como A_B é muito pequeno^{18,19} (dimensão em geral menor do que 10), a fatoração ou mesmo a inversão explícita de A_B não apresenta problemas. Maiores detalhes computacionais podem ser encontrados em [20].

II.5.2.2 Cálculo do MCC

Foi visto na expressão (II.10) que o corte de carga corresponde a um gerador fictício nas barras de carga cuja capacidade de geração é igual ao valor de demanda respectiva. Este gerador fictício será representado como um segmento linear adicional nas curvas de custo $c_k(\Delta g_k)$ dos geradores "reais". Como a função objetivo é minimizar o corte de carga, os custos da geração "real" serão considerados nulos e os custos do segmento adicional terão custo unitário, como ilustrado na Figura II-4. Isto permite aplicar o algoritmo de despacho ótimo sem maiores modificações.

II.5.2.3 Cálculo da MDG

A maximização da carga total no problema (II.12) pode ser conseguida através das seguintes adaptações do algoritmo de despacho ótimo:

- 1) Defina o ponto de operação g^0 como

$$g^0 = \bar{g} \quad (\text{II.29})$$

A demanda total $\bar{\delta}$ será então igual a

$$\bar{\delta} = \sum_{k=1}^N \bar{g}_k \quad (\text{II.30})$$

Este valor de $\bar{\delta}$ corresponde à máxima demanda garantida teórica da rede.

- 2) Defina um gerador fictício r com uma curva de custo unitário como a da Figura II-5.

- 3) Este gerador adicional é tratado normalmente nas equações de balanço de potência (II.16):

$$A^b \cdot \Delta g + \Delta r = 0 \quad (\text{II.31})$$

e nos limites de geração (II.17):

$$0 \leq \Delta r \leq \bar{\delta} \quad (\text{II.32})$$

Com relação aos limites de fluxo de potência (II.25),

$$\underline{\Delta f}_{k\ell} \leq A_{k\ell} \cdot \Delta g + \alpha_{k\ell} \cdot \Delta r \leq \overline{\Delta f}_{k\ell} \quad (\text{II.33})$$

é necessário calcular a sensibilidade dos fluxos nos ramos em relação às variações em r , representadas pelo escalar $\alpha_{k\ell}$. Observando que diminuir a carga total de r equivale a variar a geração de

$$\Delta g = \lambda \Delta r \quad (\text{II.34})$$

onde: λ é o vetor de fatores de participação de cada barra de carga na carga total.

Pode-se concluir que:

$$\alpha_{k\ell} = A_{k\ell} \cdot \lambda \quad (\text{II.35})$$

As equações (II.31) a (II.35) permitem então a aplicação do algoritmo de despacho ótimo, com função objetivo de minimizar o corte de carga

$$\text{Min } z = r \quad (\text{II.36})$$

A MDG pode ser então calculada como

$$\text{MDG} = \overline{\delta} - z^* \quad (\text{II.37})$$

onde: z^* é a solução ótima de (II.36).

II.6

CASO-EXEMPLO

O cálculo dos índices de desempenho será ilustrado através do sistema-teste do IEEE¹², de 24 barras, e de uma configuração reduzida do sistema Sul do Brasil, com 46 barras²².

A Figura II-6 ilustra a configuração do sistema IEEE, indicando gerações e cargas. Para este sistema, foram calculados o MCC e a MDG, tanto pelo modelo de transportes como pelo modelo de fluxo de potência linearizado. Os resultados podem ser encontrados na Tabela II.1. Pode-se observar que os valores da MCC para os dois modelos foram idênticos, enquanto a demanda garantida calculada pelo modelo de fluxo de potência linearizado é levemente inferior. Uma medida da maior severidade do índice MDG em comparação ao MCC pode ser dada pela comparação entre os valores de d^* - MDG e o próprio MCC na Tabela II.1.

	MODELO	
	TRANSPORTES	FLUXO DE POTÊNCIA LINEARIZADO
MCC	248	248
MDG	2267	2169
d^* - MCC	2602	2602
d^* - MDG	583	681

Obs.: d^* = 2850 MW (carga total)

Tabela II.1 - Cálculo dos Índices de Desempenho
Para o Sistema-Teste do IEEE

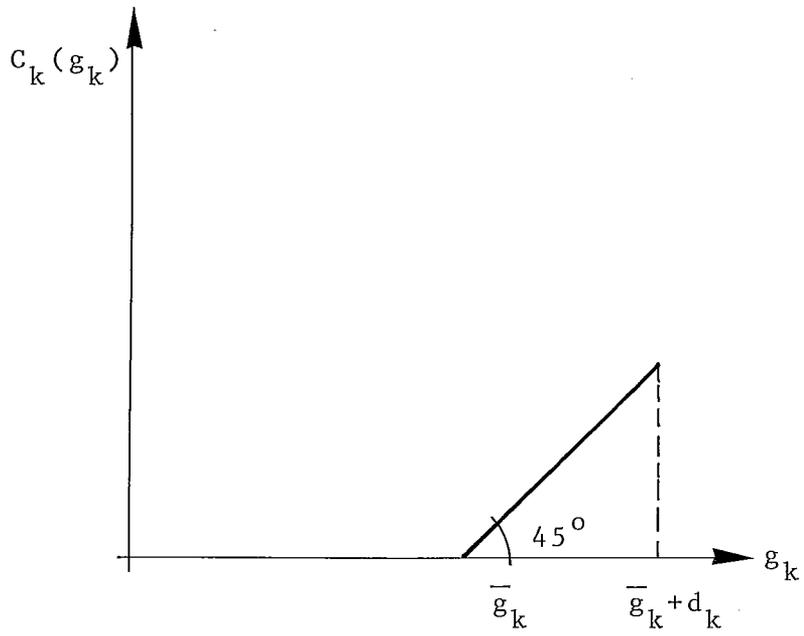


FIGURA II-4 - Função Objetivo Para o Cálculo do MCC

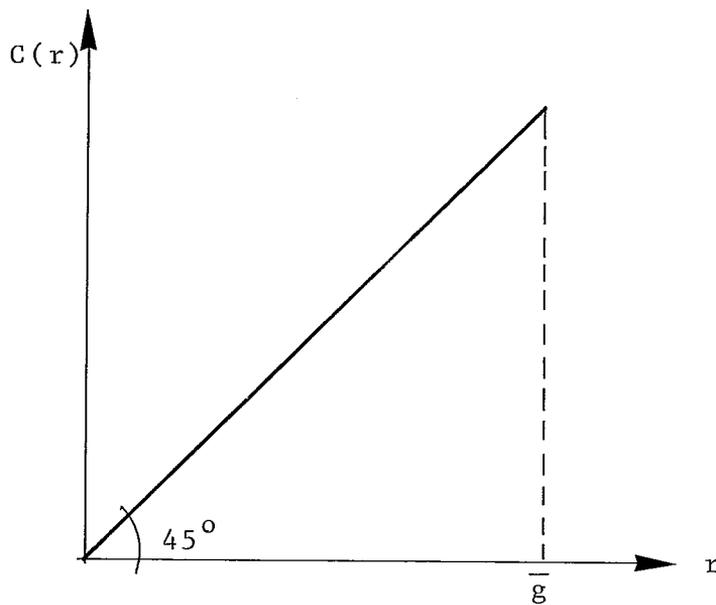


FIGURA II-5 - Função Objetivo Para o Cálculo da MDG

Os mesmos índices foram calculados para o sistema Sul do Brasil, representado na Figura II-7. A Tabela II.2 resume os resultados.

Pode-se observar uma diferença substancial entre os resultados de ambos os modelos. Por exemplo, o MCC calculado pelo fluxo de potência linearizado é cerca de 88% maior do que o calculado pelo modelo de transportes. A diferença entre as MDG pelos dois modelos é menor (cerca de 20%) mas ainda substancial.

ÍNDICE	MODELO	
	TRANSPORTES	FLUXO DE POTÊNCIA LINEARIZADO
MCC	610	1146
MDG	5841	4934
d* - MCC	6270	5734
d* - MDG	1039	1946

Obs.: d* = 6880 MW (carga total)

Tabela II.2 - Cálculo dos Índices de Desempenho
Para o Sistema Sul

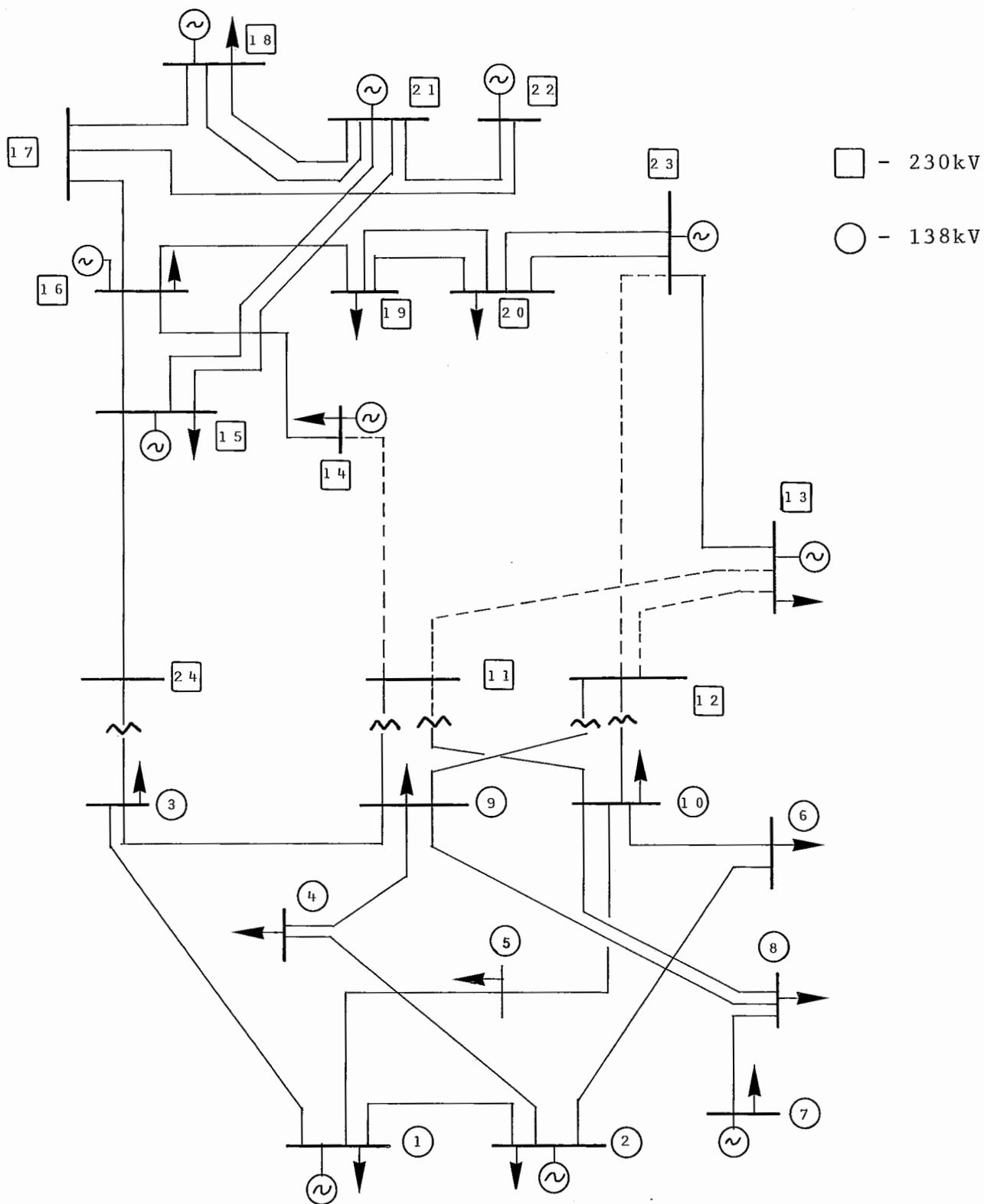


FIGURA II-6 - Sistema-Teste do IEEE

Obs.: As linhas pontilhadas representam faixas de passagem e não circuitos.

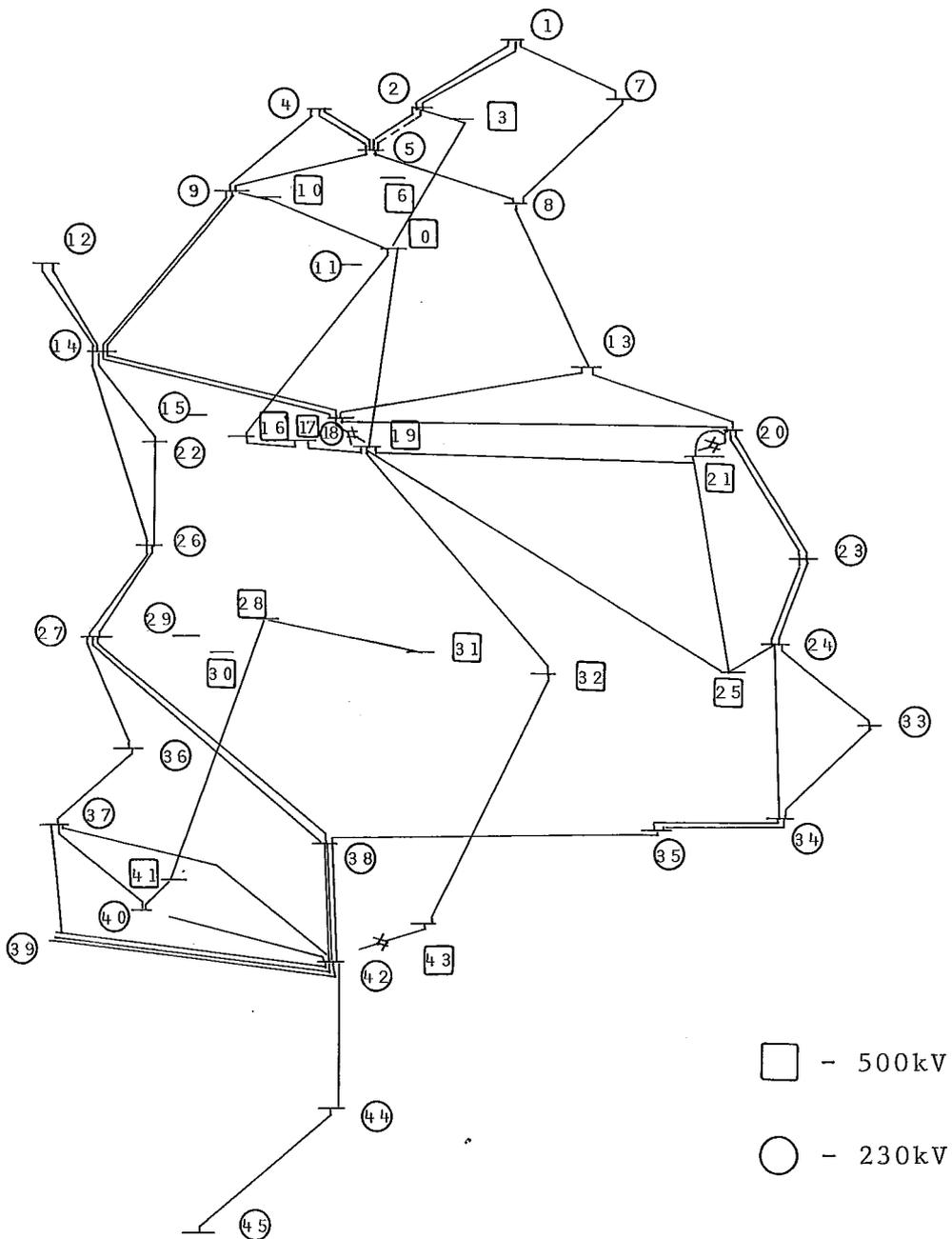


FIGURA II-7 - Sistema Teste Sul

Neste Capítulo, foram identificados dois modelos que podem ser utilizados na análise de desempenho de um sistema geração/transmissão : o modelo de transporte e o modelo de fluxo de potência linearizado. Também foram definidos dois índices de desempenho para o sistema : o mínimo corte de carga (MCC) e a máxima demanda garantida (MDG).

Mostrou-se que o MCC e o MDG podem ser calculados como soluções de problemas de programação linear. No caso do modelo de transportes, o problema de cálculo do MCC pode ser transformado num problema de fluxo máximo e resolvido pelo algoritmo de Ford-Fulkerson. No caso do modelo de fluxo de potência linearizado, tanto o MCC como a MDG podem ser calculados a partir de adaptações de um algoritmo de despacho ótimo para redes elétricas.

Foram utilizados dois sistemas-teste para o cálculo dos índices de desempenho : o sistema-teste do IEEE, de 24 barras, e uma configuração reduzida do sistema Sul do Brasil, de 46 barras. No caso do sistema IEEE, os índices de desempenho calculados pelo modelo de transportes e pelo modelo de fluxo de potência linearizado são muito próximos. O mesmo não acontece com o sistema Sul do Brasil, em que as diferenças são significativas.

CAPÍTULO IIIANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS ÍNDICES GLOBAIS DE DESEMPENHOIII.1 INTRODUÇÃO

Foi mencionado no Capítulo II que a medida de desempenho de um sistema pode ser representada como uma função $\phi(x)$, onde ϕ representa o índice adotado (MCC ou MDG, por exemplo) e x representa o estado do sistema.

O objetivo da análise de sensibilidade é calcular a variação de $\phi(x)$ em relação as variações incrementais na capacidade de seus componentes, isto é, determinar índices de sensibilidade

$$IS_i = \partial\phi(x)/\partial x_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, M \quad (\text{III.1})$$

onde x_i é a capacidade do i -ésimo componente do sistema.

O cálculo destes índices de sensibilidade para os modelos de transporte e fluxo de potência linearizado será examinado em seguida.

III.2 MODELO DE TRANSPORTES

III.2.1 Sensibilidade em Relação ao MCC

Seja o problema de mínimo corte de carga (II.9), reproduzido abaixo na forma padrão

$$\text{Min } z = \sum_{k=1}^N r_k$$

VARIÁVEIS

DUAIS

$$s/a \quad Sf + g + r = d \quad \pi_d \quad (\text{III.2.1})$$

$$0 \leq -g \leq -\bar{g} \quad \pi_g \quad (\text{III.2.2})$$

$$0 \leq -r \leq -d \quad \pi_r \quad (\text{III.2.3})$$

$$-|f| \leq -\bar{f} \quad \pi_f \quad (\text{III.2.4})$$

onde π_d , π_g , π_r e π_f são os vetores de multiplicadores Simplex (Variáveis Duais) associados às restrições (III.2.1) a (III.2.4).

III.2.1.1 Análise de Sensibilidade para Reforço de Geração

O multiplicador $\pi_g(k)$ representa a variação no corte de carga associada a um reforço de geração na barra k , isto é,

$$\pi_g(k) = \partial z^* / \partial \bar{g}_k \quad (\text{III.3})$$

onde z^* é a solução ótima do problema (III.2).

O valor de π_g indica o grau de benefício trazido por um reforço na geração e pode ser utilizado para definir regiões "seguras" e "inseguras" na rede : um valor elevado de $\pi_g(k)$ indica que o nó k pertence a uma região "insegura", onde um reforço na geração traz uma redução substancial no corte de carga. Analogamente, um valor reduzido de $\pi_g(l)$ indica que o nó l pertence a uma região "segura", onde reforços de geração não reduzem o corte de carga no sistema. Será visto posteriormente o que se entende por valores elevados e reduzidos de π_g .

III.2.1.2 Análise de Sensibilidade Para Reforços nas Linhas

As linhas "críticas" de um sistema de transmissão podem ser identificados através do vetor de multiplicadores π_f . Estes multiplicadores representam a variação do corte de carga associada a um reforço na capacidade de transporte da linha, isto é,

$$\pi_f(k, \ell) = \partial z^* / \partial \bar{f}_{k\ell} \quad (\text{III.4})$$

onde $\pi_f(k, \ell)$ é o multiplicador associado à capacidade da linha k- ℓ .

Nos estudos de expansão da rede, é importante poder calcular o benefício da adição de uma linha entre duas barras que não estejam originalmente conectadas. Em princípio, isto poderia ser resolvido colocando-se linhas fictícias de capacidade de transporte nula entre todos os pares de nós em que é permitida a colocação de linhas (faixas de passagem). Será visto, entretanto, que estes índices podem ser calculados diretamente a partir dos multiplicadores $\pi_g(k)$ e $\pi_g(\ell)$ associados aos nós terminais de cada linha k- ℓ .

III.2.1.3 Relação Entre os Índices de Sensibilidade

O Dual do problema (III.2) pode ser representado como

$$\begin{array}{rcll} \text{Max } \xi = \pi_d \cdot d - \pi_g \cdot \bar{g} - \pi_r \cdot d - \pi_f \cdot \bar{f} & & & \text{VARIÁVEIS DUAIS} \\ \\ \text{s/a } \pi_d - \pi_r & \leq & e & r \quad (\text{III.5.1}) \\ \\ \pi_d - \pi_g & \leq & 0 & g \quad (\text{III.5.2}) \\ \\ \pi_d \cdot S & - \pi_f = & 0 & f \quad (\text{III.5.3}) \end{array}$$

onde: $e = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$.

O par de problemas Primal/Dual (III.2) e (III.5) permite estabelecer algumas relações interessantes entre os multiplicadores.

- 1) Como g é a variável Dual associada à restrição (III.5.2), basta que $g > 0$ para que ela esteja ativa (atendida na igualdade). Desta forma,

$$\pi_d = \pi_g \quad \text{para } g > 0 \quad (\text{III.6})$$

A relação (III.6) estabelece a equivalência entre variações na capacidade de geração e variações na demanda.

- 2) Se g está entre o limite inferior e superior na Equação (III.2.2), o multiplicador associado π_g estará igual a zero. A partir da igualdade (III.6), conclui-se que

$$\pi_g = \pi_d = 0 \quad \text{se} \quad 0 < g < \bar{g} \quad (\text{III.7})$$

A interpretação da relação (III.7) é bastante simples : se a capacidade de geração não está sendo usada, não há vantagem em aumentá-la.

- 3) Como r é a variável Dual da restrição (III.5.1), basta que $r > 0$ (corte de carga na barra) para que a restrição esteja ativa. Desta forma,

$$\pi_d - \pi_r = 1 \quad \text{para } r > 0 \quad (\text{III.8})$$

Por outro lado, quando o corte na barra de carga não é total ($0 < r < d$), a restrição (III.2.3) não está ativa. Sua variável dual, π_r , é então igual a zero:

$$\pi_r = 0 \quad \text{para } 0 < r < d \quad (\text{III.9})$$

De (III.8) e (III.9), conclui-se que

$$\pi_d = \pi_g = 1 \quad \text{para } 0 < r < d \quad (\text{III.10})$$

4) A partir da Equação (III.5.3), pode-se observar que

$$\pi_f(k, \ell) = \pi_g(\ell) - \pi_g(k) \quad (\text{III.11})$$

Esta relação pode ser interpretada como a medida da transferência de um incremento de fluxo $\partial f_{k\ell}$ de uma barra "segura" k para uma barra "insegura" ℓ . A diferença $\pi_g(\ell) - \pi_g(k)$ mede este benefício, pois isto equivale a aumentar a geração em ℓ e diminuí-la em k .

Note-se que a relação (III.11) permite calcular o benefício associado à colocação de uma linha entre duas barras que não estavam originalmente conectadas.

III.2.1.4 Índice de Sensibilidade e Corte Mínimo num Grafo

A análise de sensibilidade para o modelo de transportes também pode ser feita através dos cortes mínimos associados à solução do problema de fluxo máximo (PFM).

Um corte num grafo entre os nós NG e ND é um conjunto de ramos que, ao serem removidos, dividem o grafo em dois subgrafos disjuntos, contendo respectivamente os nós terminais NG e ND. A Figura III-1 ilustra alguns cortes no grafo de quatro nós exemplificado no Capítulo anterior.

A capacidade de um corte é a soma das capacidades dos ramos pertencentes a este corte. O corte mínimo de um grafo é o corte de mínima capacidade entre todos os cortes possíveis.

O interesse do corte mínimo vem do teorema do fluxo máximo/corte mínimo¹⁰, no qual se demonstra que o fluxo máximo no grafo é igual à capacidade de seu corte mínimo. Isto também implica em que todos os ramos pertencentes ao corte mínimo estarão "saturados" na solução do problema de fluxo máximo, isto é, o fluxo nos ramos será igual à respectiva capacidade máxima.

Conclui-se então que o corte mínimo pode ser utilizado para identificar os pontos de "estrangulamento" do sistema. Por exemplo, pode-se observar que se uma barra k estiver à esquerda do corte, o "ramo de carga" que a liga ao nó terminal ND pertencerá ao corte mínimo. Isto implica que o fluxo $f_{k,ND}$ será igual à demanda d_k , isto é, que não há corte de carga em k . Em outras palavras, todas as barras à esquerda do corte mínimo estão "seguras", isto é, têm sua carga atendida. Por analogia, define-se que todas as barras à direita do corte estão "inseguras", pois não é possível garantir que suas cargas sejam atendidas. A Figura III-2 ilustra a definição de regiões seguras e inseguras.

O corte mínimo também fornece informações para análise de sensibilidade. Devido ao teorema do fluxo máximo/corte mínimo, pode-se concluir que variar incrementalmente a capacidade dos ramos que não pertencem ao corte mínimo não afeta a capacidade do corte mínimo e, portanto, não afeta o corte de carga

no sistema. Desta forma, sendo K o corte mínimo,

$$\partial\phi(x)/\partial x_i = 0 \quad \text{para } i \notin K \quad (\text{III.12})$$

onde : $\phi(x)$ é o valor da função objetivo ótima do PFM

x_i é a capacidade do i -ésimo ramo do grafo.

Para o exemplo da Figura III-2, a expressão (III-12) indica que variar as capacidades \bar{g}_2 , \bar{g}_3 , \bar{f}_{14} e \bar{f}_{23} não afeta o corte de carga.

Quanto aos ramos pertencentes ao corte mínimo, pode-se concluir que o índice de sensibilidade é unitário : diminuir a capacidade de um ramo de uma unidade implica, pelo teorema do fluxo máximo/corte mínimo, em reduzir o fluxo máximo de uma unidade. Desta forma,

$$\partial\phi(x)/\partial x_i = 1 \quad \forall i \in K \quad (\text{III.13})$$

Em termos do exemplo da Figura III-2, isto implica em que aumentos de capacidade em \bar{g}_1 , \bar{g}_4 , \bar{f}_{12} , \bar{f}_{24} e \bar{f}_{34} reduzem o corte de carga no sistema. Estes ramos constituem portanto "pontos de estrangulamento" da rede.

III.2.2 Sensibilidade em Relação a MDG

A análise de sensibilidade em relação à MDG se baseia nos multiplicadores π_g e π_f , análogos aos discutidos no item anterior. São válidas as relações (III.6), (III.7) e (III.11).

III.3 MODELO DE FLUXO DE POTÊNCIA LINEARIZADO

III.3.1 Sensibilidade em Relação ao MCC

Seja o problema de mínimo corte de carga (III.10) reproduzido abaixo na forma padrão

$$\text{Min } z = \sum_{k=1}^N r_k$$

VARIÁVEIS
DUAIS

$$s/a \quad B\theta + g + r = d \quad \pi_d \quad (\text{III.14.1})$$

$$0 \leq -g \leq -\bar{g} \quad \pi_g \quad (\text{III.14.2})$$

$$0 \leq -r \leq -d \quad \pi_r \quad (\text{III.14.3})$$

$$-|s'\theta| \leq -\bar{\psi} \quad \pi_\psi \quad (\text{III.14.4})$$

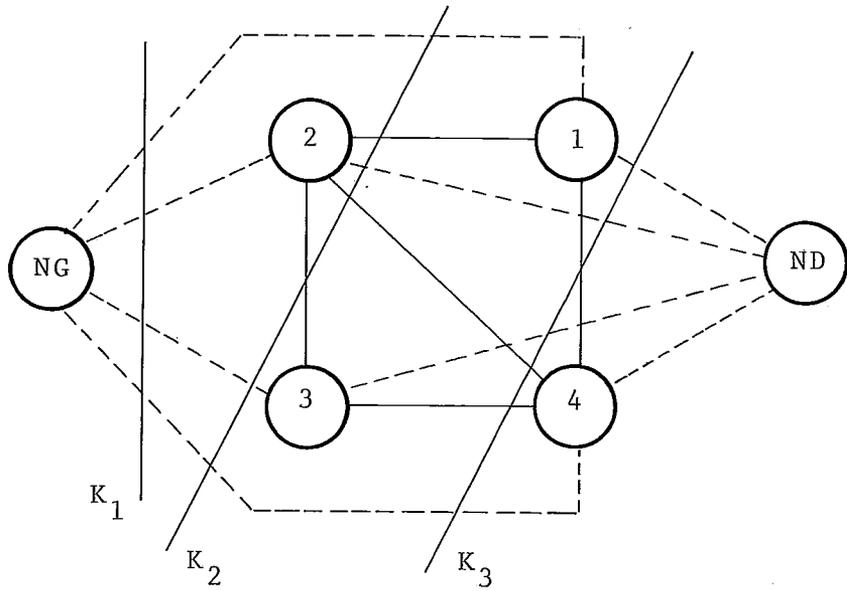


FIGURA III-1 - Exemplos de Corte Num Grafo

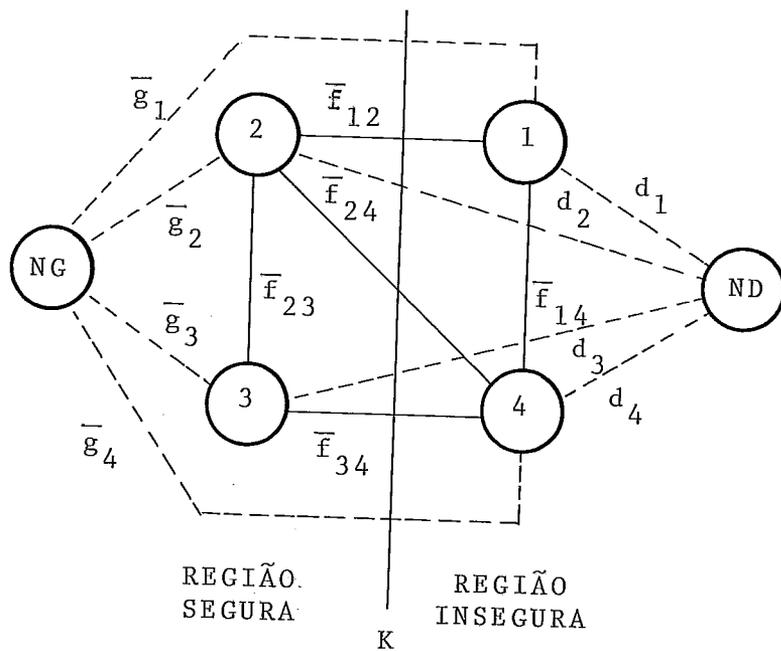


FIGURA III-2 - Corte Mínimo Num Grafo

Sejam π_d , π_g , π_r e π_ψ os multiplicadores Simplex associados às restrições (III.14.1) a (III.14.4). O Dual do problema (III.14) pode ser representado como

$$\text{Max } \xi = \pi_d \cdot d - \pi_g \cdot \bar{g} - \pi_r \cdot d - \pi_\psi \cdot \psi$$

VARIÁVEIS
DUAIS

$$\text{s/a } \pi_d - \pi_r \leq e \quad r \quad (\text{III.15.1})$$

$$\pi_d - \pi_g \leq 0 \quad g \quad (\text{III.15.2})$$

$$\pi_d \cdot B - \pi_\psi \cdot S' = 0 \quad \theta \quad (\text{III.15.3})$$

onde os multiplicadores Simplex associados à restrições (III.15.1) a (III.15.3) são respectivamente r , g e θ .

III.3.1.1 Análise de Sensibilidade para Reforço de Geração

Assim como no modelo de transportes, o valor de $\pi_g(k)$ pode ser usado para definir se a barra k pertence a uma região "segura" ou "insegura". Entretanto, no caso do modelo de fluxo de potência linearizado, o valor de π_g não está restrito aos valores zero e um como no modelo de transporte. No caso exemplo ao final deste capítulo, será ilustrada a aplicação dos multiplicadores na definição de regiões seguras e inseguras.

III.3.1.2 Relações Entre os Índices de Sensibilidade

O par Primal/Dual dos problemas (III.14) e (III.15) permite estabelecer as seguintes relações:

$$\pi_d = \pi_g \quad \text{para} \quad g > 0 \quad (\text{III.16})$$

$$\pi_g = \pi_d = 0 \quad \text{se} \quad 0 < g < \bar{g} \quad (\text{III.17})$$

$$\pi_d - \pi_r = 1 \quad \text{para} \quad r > 0 \quad (\text{III.18})$$

$$\pi_r = 0 \quad \text{para} \quad 0 < r < d \quad (\text{III.19})$$

$$\pi_d = \pi_g = 1 \quad \text{para} \quad 0 < r < d \quad (\text{III.20})$$

As relações (III.16) a (III.20) são análogas às obtidas para o modelo de transportes. É possível também estabelecer as seguintes relações adicionais:

- 1) Quando r está no seu limite superior ($r = d$), a restrição (III.14.3) está ativa. Isto implica que o multiplicador associado π_r é maior do que zero. A partir de (III.16) e (III.18), conclui-se então que

$$\pi_d = \pi_g > 1 \quad \text{quando} \quad r = d \quad (\text{III.21})$$

A interpretação da relação (III.21) é a seguinte : se a demanda foi inteiramente cortada, é porque o benefício marginal

de se aumentar a geração é superior ao custo marginal unitário do corte de carga.

- 2) Quando a geração é nula, o multiplicador associado π_g pode ser negativo. Isto equivale a dizer que seria benéfico reduzir ainda mais a geração, ou, o que é equivalente, aumentar a carga na barra. Este resultado é pouco intuitivo e está associado à chamada incoerência dos sistemas de potência. O problema da incoerência será examinado em maior detalhe no caso-exemplo e nos próximos capítulos.

III.3.1.3 Análise de Sensibilidade Para Reforço nas Linhas

As linhas "críticas" de um sistema de transmissão podem ser identificadas de duas maneiras^{23,24}:

- 1) Sensibilidade em relação ao limite de fluxo \bar{f}
- 2) Sensibilidade em relação à susceptância γ

Mantidas fixas as susceptâncias, a sensibilidade em relação ao limite de fluxo é proporcional ao vetor de multiplicadores π_ψ . Por definição, tem-se

$$\pi_\psi = \partial z^* / \partial \bar{\psi} \quad (\text{III.22})$$

Sendo $\bar{\psi} = \bar{f}/\gamma$, e supondo γ constante, tem-se que

$$\partial \bar{\psi} = \partial \bar{f} / \gamma \quad (\text{III.23})$$

Substituindo (III.23) em (III.22), obtém-se

$$\pi_f = \partial z^* / \partial \bar{f} = \pi_\psi / \gamma \quad (\text{III.24})$$

Este índice de sensibilidade, entretanto, apresenta alguns inconvenientes:

- Apenas um número reduzido de linhas estará no limite na solução ótima do PPL(II.10) (ver III.5.2.1). Isto implica que apenas estas linhas terão multiplicadores π_ψ (e, conseqüentemente, π_f) diferentes de zero, o que contraria a experiência do planejamento, em que um grande número de possíveis adições afeta o desempenho do sistema.
- Não é possível calcular um índice de sensibilidade π_f para colocação de uma linha entre barras que não estavam originalmente conectadas. Note-se que não é possível colocar nem mesmo uma linha fictícia de limites de transmissão nulos, pois qualquer susceptância na linha fictícia perturbaria a solução do problema.

A sensibilidade em relação à susceptância não apresenta estes inconvenientes, e pode ser facilmente calculada. Será demonstrado em seguida que

$$\pi_{\gamma}(k, \ell) = \partial z^* / \partial \gamma_{k\ell} = (\pi_d(k) - \pi_d(\ell)) \cdot (\theta_{\ell}^* - \theta_k^*) \quad (\text{III.25})$$

onde: θ_k^* e θ_{ℓ}^* são os ângulos de tensão nodal na solução ótima do MCC.

O cálculo do índice de sensibilidade π_{γ} em (III.25) é interessante pois não se refere a variações no vetor de restrições (lado direito das equações do problema (II.10)) mas sim a variações na matriz B, que faz parte da matriz de coeficientes do PPL (II.10). Seja então um PPL na forma canônica

$$\text{Min } z = cx \quad (\text{III.26})$$

$$\text{s/a } Ax = b$$

cuja solução ótima, escrita em termos das variáveis básicas x_B (as não básicas são iguais a zero), é representada por

$$z^* = c_B x_B^* \quad (\text{III.27})$$

$$A_B x_B^* = b$$

onde:

z^* é o valor ótimo da função objetivo

A_B é a base ótima

c_B é o vetor de custos básicos

x_B^* é a solução básica ótima

Uma perturbação ∂A_B em coeficientes da matriz A_B leva a variações ∂x_B^* nas variáveis básicas tais que a Equação

$$(A_B + \partial A_B) \cdot (x_B^* + \partial x_B^*) = b \quad (\text{III.28})$$

continue sendo atendida. Expandindo os termos da Equação (III.28), obtém-se

$$A_B x_B^* + A_B \partial x_B^* + \partial A_B x_B^* + \partial A_B \partial x_B^* = b \quad (\text{III.29})$$

Lembrando que $A_B x_B^* = b$ (Equação (III.27)), e desprezando os termos de segunda ordem $\partial A_B \partial x_B^*$, chega-se a

$$A_B \partial x_B^* + \partial A_B x_B^* = 0 \quad (\text{III.30})$$

Colocando a expressão (III.30) em termos de x_B ,
obtem-se

$$\partial x_B^* = -A_B^{-1} \partial A_B x_B^* \quad (\text{III.31})$$

Por sua vez, a variação ∂z^* na função objetivo é
dada por

$$\partial z^* = c_B \partial x_B^* \quad (\text{III.32})$$

Substituindo (III.31) em (III.32), obtém-se

$$\partial z^* = -c_B A_B^{-1} \partial A_B x_B^* \quad (\text{III.33})$$

O termo $c_B A_B^{-1}$ representa o vetor de multiplicadores Simplex π^* associado às restrições $A_B x_B^* = b$. A expressão

$$\partial z^* = -\pi^* \partial A_B x_B^* \quad (\text{III.34})$$

fornece portanto a sensibilidade da função objetivo em relação a variações na matriz de coeficientes. Em termos do problema (III.14), a variação $\partial \gamma_{k\ell}$ afeta a matriz B na Equação (III.14.1), reproduzida abaixo,

$$B\theta^* + g^* + r^* = d \quad (\text{III.35})$$

em quatro elementos, isto é,

$$\partial B = \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} k \\ \downarrow \end{array} & \begin{array}{c} l \\ \downarrow \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc} \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \partial\gamma_{kl} & -\partial\gamma_{kl} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \dots -\partial\gamma_{kl} \dots & \dots + \partial\gamma_{kl} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{array} \right] & \begin{array}{c} \leftarrow k \\ \\ \\ \leftarrow l \end{array} \end{array} \quad (\text{III.36})$$

A expressão (III.36) corresponde à definição da matriz B na Equação (II.4).

Lembrando que o vetor de multiplicadores associado à Equação (III.35) é π_d , a variação ∂z^* é dada, portanto, por

$$\partial z^* = - \pi_d \partial B \theta^* \quad (\text{III.37})$$

Substituindo a expressão (III.36) em (III.37), tem-se

$$\partial z^* = (\pi_d(k) - \pi_d(l)) \partial\gamma_{kl} \theta_k^* - (\pi_d(k) - \pi_d(l)) \partial\gamma_{kl} \theta_l^* \quad (\text{III.38})$$

Colocando os termos em evidência, chega-se a

$$\partial z^* / \partial \gamma_{k\ell} = (\pi_d(k) - \pi_d(\ell)) (\theta_\ell^* - \theta_k^*) \quad (\text{III.39})$$

que é o índice de sensibilidade desejado.

A relação (III.39) pode ser visualizada como o efeito da transferência de um incremento de fluxo $\partial f_{k\ell}$ a partir de uma barra "segura" ℓ para uma barra "insegura" k . A diferença $\partial z = (\pi_d(k) - \pi_d(\ell)) \cdot \partial f_{k\ell}$ mede o benefício desta transferência, pois isto equivale a diminuir a demanda na barra k e aumentá-la na barra ℓ . O valor de $\partial f_{k\ell}$ pode por sua vez ser expresso como $(\theta_\ell - \theta_k) \cdot \partial \gamma_{k\ell}$.

III.3.2 Sensibilidade em Relação à MDG

Devido à equivalência entre os problemas de MCC e MDG, as derivações feitas no item anterior são válidas para o cálculo da MDG. Utiliza-se então os multiplicadores π_g e π_γ , este último como definido na Equação (III.39).

III.4

CASO-EXEMPLO

A análise de sensibilidade será ilustrada com os mesmos casos-exemplo utilizados no Capítulo anterior. A Figura III-3 ilustra o corte mínimo no sistema IEEE e as regiões seguras e inseguras, calculados pelo modelo de transportes.

Pelo teorema do fluxo máximo/corte mínimo, a capacidade do corte deveria ser igual a

$$2850 \text{ (carga total)} - 248 \text{ (carga cortada)} = 2602\text{MW}$$

Isto pode ser facilmente verificado, lembrando-se apenas que os "ramos de demanda" de todas as barras de carga pertencentes à região segura também pertencem ao corte mínimo. Tem-se então (ver Figura III-3):

125	
265	
194	
317	cargas das barras 7,13,14,15,16,18,19 e 20
100	
333	
181	
128	
1643	MW
+	
192	capacidade de geração das barras 1 e 2
192	
2027	MW
+	
175	capacidade dos circuitos 7/8 e 3/24
400	
2602	MW

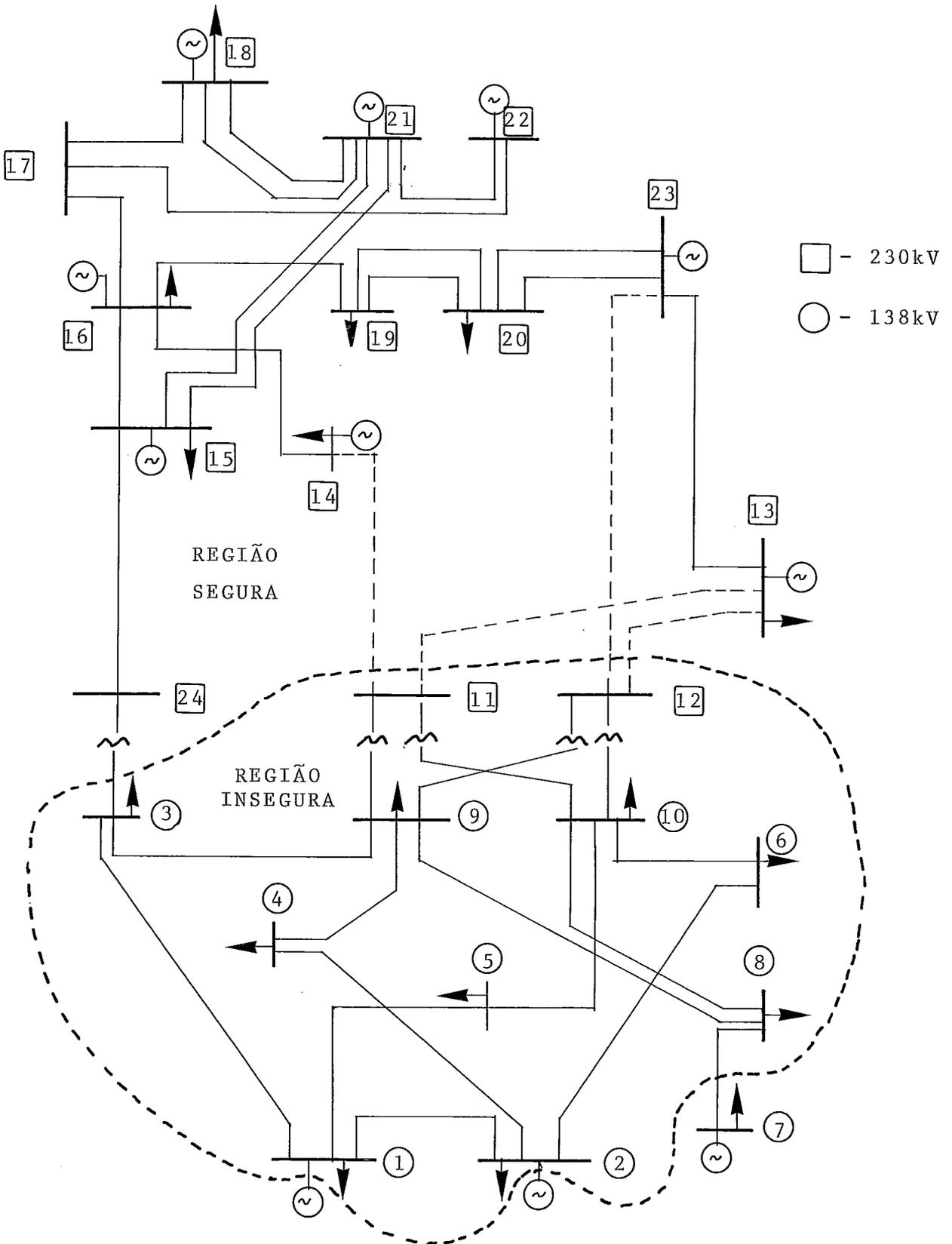


FIGURA III-3 - Sistema Teste do IEEE/Corte Mínimo

Foi aplicado em seguida o modelo de fluxo de potência linearizado para cálculo dos multiplicadores π_g e definição das regiões segura e insegura. Os resultados foram idênticos ao do modelo de transportes : todos os multiplicadores associados à barras na região segura da Figura III-3 foram iguais a zero e vice-versa : todos os multiplicadores associados à barras na região insegura foram iguais a um. Este resultado é de certa forma surpreendente, pois indicaria que a representação da segunda lei de Kirchoff não é relevante para a análise de desempenho do sistema IEEE. De fato, analisando-se os fluxos de potência no sistema, observa-se que o carregamento das linhas é extremamente baixo (da ordem de 30%), com a exceção do transformador 3/24, que interliga os níveis de 138 e 230 KV. Isto indica que os pontos de "estrangulamento" do sistema estão nos geradores, sendo pouco importante a distribuição dos fluxos nas linhas.

Os resultados para o Sistema Sul com o modelo de transportes estão ilustrados na Figura III-4 e os do modelo de fluxo de potência linearizado na Figura III-5 . Neste último caso, foram considerados como pertencentes à região segura todas as barras com $\pi_g \leq 0.1$ e como pertencentes à região insegura todas as barras com $\pi_g > 0.1$. Note-se que a distinção entre barras seguras e inseguras neste caso é bastante nítida, pois existe somente uma barra com valores entre 0.1 e 0.2 (barra 20). Pode-se observar que as regiões delimitadas pelos dois modelos nas Figuras III-4 e III-5 são semelhantes, embora haja algumas diferenças importantes. Por exemplo, o modelo de transportes sugere que um reforço na barra 40 seria benéfico, enquanto o modelo de fluxo de potência linearizado indica que não há vantagem neste reforço. De

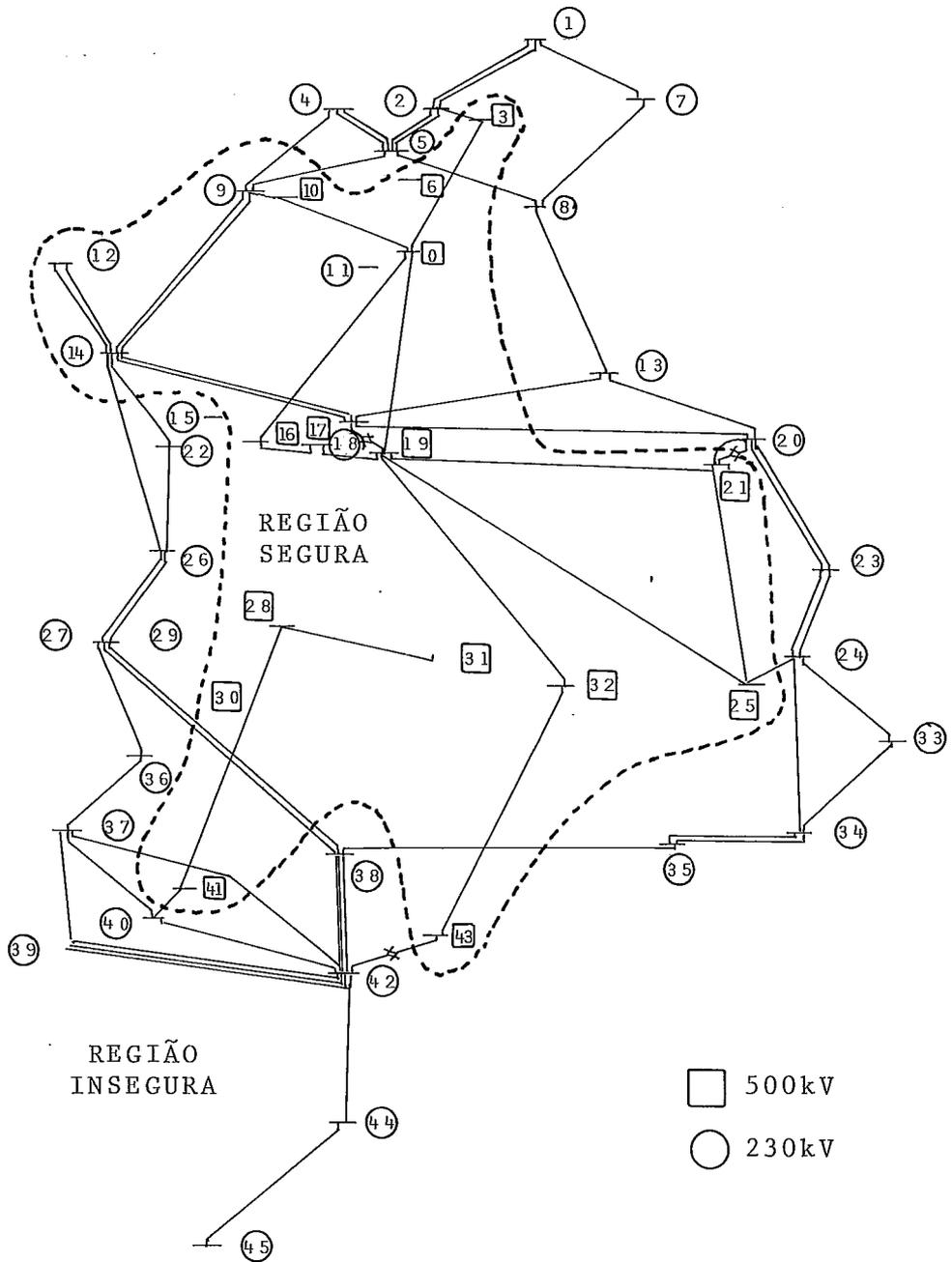


FIGURA III-4 - Sistema Sul
 Definição das Regiões Segura e Insegura
 Modelo de Transportes

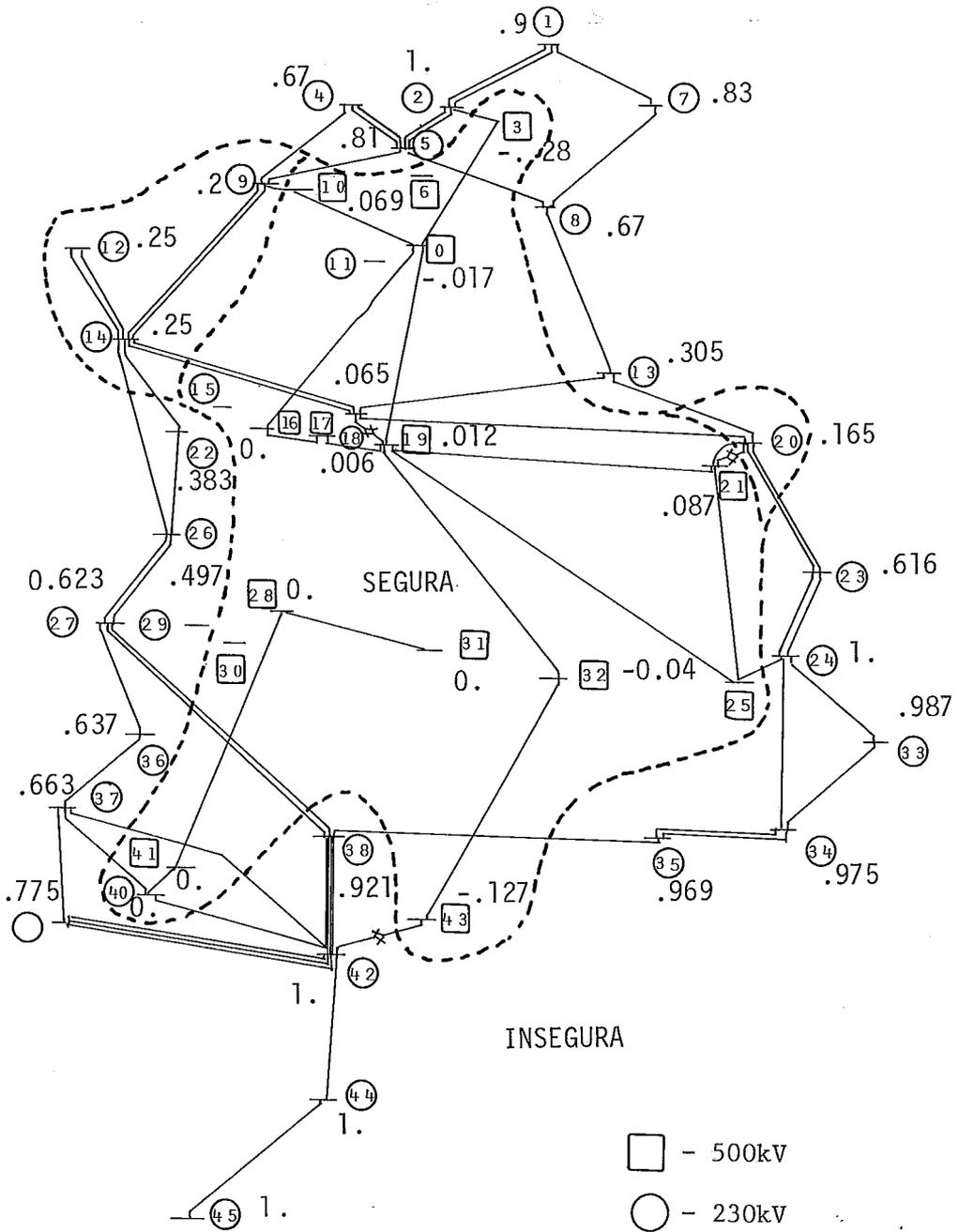


FIGURA III-5 - Sistema Sul
 Definição das Regiões Segura e Insegura
 Modelo de Fluxo de Potência Linearizado

fato, observando-se os fluxos em torno da barra 40, verifica-se que a linha 40/42 está no seu limite de carregamento. Devido à segunda lei de Kirchoff, um aumento de geração em 40 sobrecarregaria a linha 40/42. Por outro lado, sob a representação mais simplificada do modelo de transportes, este fluxo seria desviado para a direção desejada.

Pode-se também observar na Figura III-5 que quatro barras (0, 3, 32 e 43) apresentaram multiplicadores negativos. Como mencionado em III.3.1.2, valores negativos dos multiplicadores indicam que um aumento da demanda nestas barras é benéfico para o sistema. Este resultado será analisado em detalhe no Capítulo V, através da derivação da região de cargas viáveis.

Os resultados acima indicam que a análise de sensibilidade pelo modelo de fluxo de potência linearizado fornece uma informação mais precisa do que pelo modelo de transportes. Como o custo computacional adicional do modelo de fluxo de potência linearizado é relativamente pequeno, decidiu-se utilizar apenas este modelo nos estudos de planejamento da expansão descritos nos próximos capítulos. Decidiu-se também utilizar apenas o sistema Sul nos testes dos próximos capítulos, por ser mais representativo das situações encontradas no planejamento da expansão do sistema brasileiro.

III.5

SUMÁRIO E CONCLUSÕES

Este capítulo abordou o problema da análise de sensibilidade do índice de desempenho (MCC ou MDG) em relação a variações nas capacidades dos elementos do sistema.

No caso do modelo de transportes, mostrou-se que o benefício associado ao reforço de geração pode ser obtido através dos multiplicadores Simplex associados às restrições de geração máxima. Estes índices de sensibilidade permitem dividir o sistema em regiões "seguras", em que o reforço de geração não leva a melhoras, e "inseguras", em que o reforço de geração traz benefícios significativos.

Também foi feita a análise de sensibilidade em relação a variações no limite de transporte das linhas. Mostrou-se que estes índices podem ser calculados a partir dos índices de geração associados aos nós terminais da linha. Estes índices podem ser calculados mesmo que os nós terminais estejam originalmente desconectados, o que é importante para estudos de expansão.

Finalmente, mostrou-se a relação entre os multiplicadores associados à solução do MCC e o conceito de corte mínimo no problema de fluxo máximo. Mostrou-se então que os índices de sensibilidade para variações na capacidade de geração e limites de transporte somente podem ser unitários ou nulos.

A análise foi repetida para o modelo de fluxo de potência linearizado. Mostrou-se que, de maneira análoga ao modelo de transportes, o benefício associado ao reforço de geração pode ser calculado a partir dos multiplicadores Simplex associados aos limites de geração na solução ótima. Os valores dos índices, entretanto, não se restringem a 1 ou 0, podendo variar continuamente de valores negativos a valores superiores a 1.

Mostrou-se também que a análise de sensibilidade em relação ao limite de transporte da linha não leva a resultados muito adequados, sendo preferível a análise de sensibilidade em relação à susceptância. De maneira análoga ao modelo de transportes, este índice pode ser calculado a partir dos índices de geração associados aos nós terminais e dos respectivos ângulos de tensão nodal.

Os índices de sensibilidade para reforço de geração foram calculados para os sistemas IEEE e Sul. Para o sistema IEEE, ambos os modelos (transporte e fluxo de potência linearizado) deram o mesmo resultado, enquanto para o sistema Sul os resultados foram bastante distintos.

Como o sistema Sul é mais representativo das situações encontradas no planejamento da expansão do sistema brasileiro, decidiu-se concentrar os testes de uso de análise de sensibilidade no modelo de fluxo de potência linearizado, aplicado ao sistema Sul.

CAPÍTULO IVO USO DA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO PLANEJAMENTO
INTERATIVO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃOIV.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é ilustrar a aplicação da análise de sensibilidade no planejamento de sistemas de transmissão.

O procedimento adotado é bastante simples : dada uma configuração x , calcula-se o índice de desempenho $\phi(x)$ e os índices de sensibilidade $\partial\phi(x)/\partial x_i$ correspondentes a todas as alternativas x_i de reforço. Estas alternativas são então ordenadas de acordo com o índice de sensibilidade calculado e a melhor, ou melhores, selecionadas como candidatas à adição. A utilidade da análise de sensibilidade dependerá de sua capacidade em identificar adições atraentes para o reforço da rede.

IV.2

O EFEITO DO REMANEJAMENTO DE GERAÇÃO NO PLANEJAMENTO

A aplicação da análise de sensibilidade no planejamento interativo de sistemas de transmissão exige cuidados quanto ao remanejamento da geração para eliminar sobrecargas.

O cálculo dos índices MCC e MDG como definido nos capítulos anteriores pressupõe uma flexibilidade no remanejamento da geração que pode não ser realista. Este problema surge, por exemplo, quando o remanejamento da geração é capaz de eliminar as sobrecargas sem levar a cortes de carga. Neste caso, deve-se decidir o que é preferível : reforçar a rede de modo a não haver sobrecargas para o ponto de operação g^0 especificado originalmente, ou não reforçar a rede e manter o novo ponto da operação calculado pelo modelo.

Nos casos em que o parque gerador é composto de unidade térmicas, é possível quantificar o custo deste remanejamento em termos de gastos adicionais de combustível e compará-lo com a opção de reforçar a rede. No caso de sistemas compostos de unidade hidroelétricas, como o sistema brasileiro, a quantificação deste custo é bem mais complexa, pois o ponto de operação é calculado por uma "cadeia" de modelos que levam em consideração a variabilidade das afluências futuras, a probabilidade de deficits no atendimento à demanda, controle de cheias, etc²¹.

Desta forma, pode ser desejável manter fixo o ponto de operação durante a expansão, mas sem perder as vantagens da "tradução" da sobrecarga em cortes de carga. Em outras palavras, as sobrecargas do sistema só devem ser eliminadas através de cortes de carga e não com remanejamento de geração.

Esta política de remanejamento pode ser implementada fazendo-se os limites de geração \bar{g} iguais a g^0 , o ponto de operação especificado. Como não haverá "folgas" de geração, todo remanejamento implicará na utilização dos geradores fictícios r e, portanto, em cortes de carga.

Como toda a sobrecarga em relação ao ponto original g^0 leva a cortes de carga, o procedimento de planejamento iterativo será aplicado até que elas sejam eliminadas.

A maior parte dos estudos feitos a seguir utiliza esta opção restrita de remanejamento. Os dois estudos finais avaliam o efeito econômico desta restrição.

IV.3

ORDENAÇÃO DAS ALTERNATIVAS MAIS ATRAENTES

O primeiro caso-exemplo tenta avaliar a capacidade da análise de sensibilidade de reforçar uma rede "quase" completa. O procedimento está descrito em seguida.

- 1) Define-se uma rede de referência que corresponde a um bom sistema em termos técnicos e econômicos
- 2) Retira-se arbitrariamente um circuito desta rede e calcula-se um índice de desempenho como MCC ou MDG
- 3) Utiliza-se a análise de sensibilidade para ordenar as possíveis alternativas de reforço desta rede "desfalcada" e verifica-se em que ordem o circuito retirado foi colocado.

Não se espera evidentemente que o circuito retirado seja sempre colocado em primeiro lugar, mesmo porque pode haver entre as alternativas de expansão opções igualmente atraentes. É de se esperar, entretanto, que a análise de sensibilidade identifique o circuito retirado entre as melhores alternativas de expansão.

A rede de referência escolhida corresponde a uma configuração reduzida da região Sul do Brasil. Esta rede está ilustrada da Figura IV-1. As linhas pontilhadas representam alternativas de expansão. Também é considerada como alternativa a duplicação de qualquer circuito existente. Note-se que esta rede de referência é diferente do sistema-teste utilizado no capítulo anterior.

Foram escolhidos para a remoção nove circuitos : 0/3, 2/3, 19/25, 20/21, 24/25, 28/43, 31/41, 40/41 e 42/43. Cada um destes circuitos foi removido da rede de referência. A cada

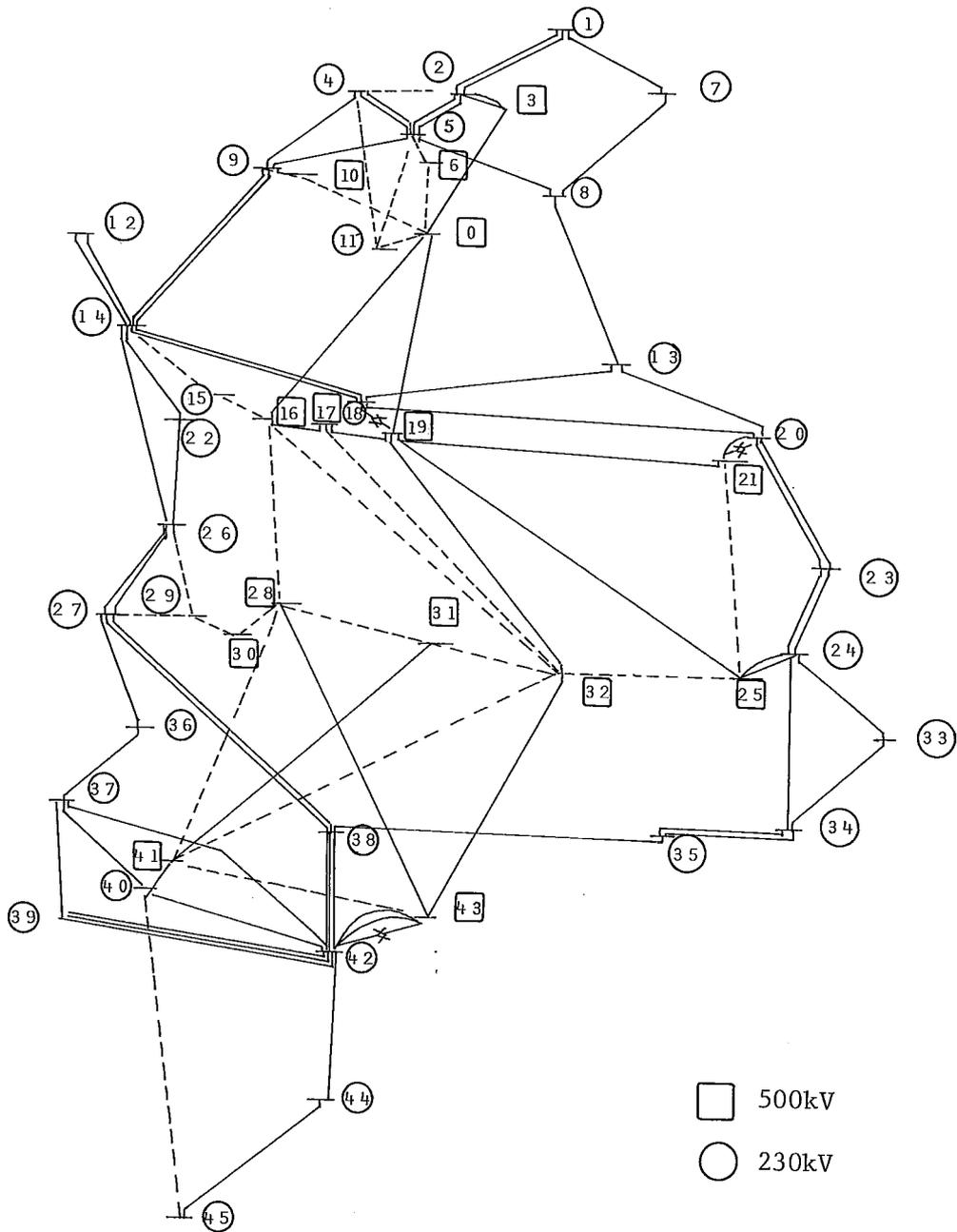


FIGURA IV-1 - Sistema Sul

Rede de Referência

CIRCUITO RETIRADO	MÍNIMO CORTE(MW)	CARGA ATENDIDA (TOTAL-MÍNIMO CORTE)(MW)	ORDEM DE COLOCAÇÃO
0/3	583	6297	1
2/3	392	6448	1
19/25	684	6196	2
20/21	736	6144	1
24/25	444	6436	1
28/43	404	6476	4
31/41	269	6611	3
40/41	264	6616	3
42/43	343	6537	3

TABELA IV.1 - Análise de Sensibilidade Através
do Mínimo Corte de Carga (MCC)
(sem remanejamento de geração)

CIRCUITO RETIRADO	CARGA CORTADA (TOTAL MENOS CARGA GARANTIDA)(MW)	MÁXIMA DEMANDA GARANTIDA (MW)	ORDEM DE COLOCAÇÃO
0/3	2431	4449	1
2/3	1642	5238	1
19/25	2177	4703	1
20/21	2585	4295	1
24/25	1742	5138	1
28/43	405	6475	4
31/41	270	6610	3
40/41	266	6614	3
42/43	630	6250	3

TABELA IV.2 - Análise de Sensibilidade Através
Máxima Demanda Garantida (MDG)
(sem remanejamento de geração)

remoção, foram calculados os índices de desempenho MCC e MDG (com a opção de remanejamento restrito discutida em IV.2) e feita análise de sensibilidade para ordenação das alternativas. Os resultados estão resumidos nas Tabelas IV.1 e IV.2

O primeiro aspecto que se observa é a grande diferença entre a carga garantida propriamente dita (mantendo fixos os fatores de participação) e a carga "atendível" (carga total menos o mínimo corte) quando se permite o corte em qualquer barra de carga. Esta diferença alerta quanto ao perigo de se encarar índices de desempenho como medidas absolutas do comportamento do sistema e não como valores relativos para comparação de alternativas de expansão.

Quando à ordenação dos circuitos removidos, ambos os critérios tiveram um bom desempenho. A remoção dos transformadores 2/3, 20/21, 24/25 e 42/43 levou a sobrecargas "locais", isto é, no circuito em paralelo com o elemento retirado. Nos três primeiros casos, ambos os critérios consideraram a duplicação do respectivo circuito como a melhor alternativa. No caso do circuito 42/43, a duplicação foi colocada em terceiro lugar por ambos os critérios, sendo considerada como melhor alternativa a construção do circuito 31/32. Deve-se observar que a adição deste circuito efetivamente elimina as sobrecargas na rede.

Por sua vez, a remoção dos circuitos 0/3 e 19/25 levou a sobrecargas generalizadas na rede. Ambos os circuitos foram identificados como as melhores opções de reforço pelos dois critérios (19/25 ficou em segundo lugar pelo critério de MCC).

O caso dos circuitos 31/41, 40/41 e 28/43 é especial, pois sua retirada desconecta a rede, tornando a matriz B singular. O problema da desconexão foi resolvido através da superposição de uma rede de transmissão fictícia no sistema de transmissão²². Esta rede é composta de circuitos colocados em todas as faixas de passagem em que é permitido haver adições. Estes circuitos tem uma susceptância muito mais baixa do que os circuitos "reais" correspondentes (10^4 vezes menor). Desta forma, os ramos da rede fictícia só serão utilizados quando não for possível transportar os fluxos de potência na rede "real", isto é, em todas as situações em que houver fluxos entre áreas desconectadas. Em resumo, a rede fictícia impede que a matriz B se torne singular, fornecendo uma solução para o fluxo de potência em qualquer situação.

O conceito de rede fictícia permite tratar o problema de conexão da rede de forma idêntica ao problema de reforço. Arbitra-se que os limites de fluxo nos ramos da rede fictícia correspondem a uma pequena porcentagem (0,1%) da capacidade dos circuitos "reais" correspondentes. Quando há desconexão, os ramos da rede fictícia são obrigatoriamente utilizados. Como a capacidade de transporte dos ramos é reduzida, haverá sobrecargas e o conseqüente corte de carga. Nestes casos, os multiplicadores π_γ indicarão que há um grande benefício em conectar a rede. Por exemplo, as três primeiras alternativas de expansão após a remoção do circuito 31/41 foram os circuitos 31/32, 28/31 e o próprio 31/41, que são justamente os circuitos capazes de reconectar a rede.

Os resultados de IV.3 indicam que a análise de sensibilidade é capaz de identificar alternativas de expansão atraentes. Foi feito então um segundo estudo, em que a rede é automaticamente expandida utilizando-se a análise de sensibilidade para escolher as adições. O procedimento adotado é o seguinte:

FASE I

- a) Define-se uma rede base a ser expandida.
- b) Calcula-se o índice de desempenho e utiliza-se a análise de sensibilidade para ordenar as adições mais atraentes.
- c) Adiciona-se o primeiro elemento da lista à rede; se as sobrecargas foram eliminadas, vá para (d); caso contrário, volte para (b).

FASE II

- d) É possível que durante a expansão tenham sido colocados circuitos que depois se revelaram supérfluos; ordene os circuitos adicionados pelo custo; tente retirá-los um a um; se a retirada do circuito não levar a sobrecarga, elimine-o da expansão e volte a percorrer a lista ordenada.

Foi escolhida como rede base a rede correspondente à retirada dos treze circuitos utilizados no caso-anterior. Esta rede está ilustrada na Figura IV-2, assim como as alternativas de expansão. Deve-se lembrar que a duplicação de circuitos da rede base também é considerada como alternativa de expansão.

IV.5

EXPANSÃO AUTOMÁTICA POR MCC E MDG

A Tabela IV.3 apresenta as adições feitas através do procedimento acima para o índice de MCC. A rede sintetizada está representada na Figura IV-3 .

Um primeiro aspecto de interesse a se observar é o da formação de "caminhos". Muitas vezes é necessário adicionar uma sequência de circuitos, formando um novo caminho elétrico, para que haja benefício para o sistema. Nestes casos, a adição de cada circuito que compõe o caminho é pouco benéfica até que este se complete. Um exemplo típico é a adição de transformadores seguidos de circuitos, como é o caso do caminho 40/41 - 28/41, os dois primeiros circuitos adicionados pelo critério de mínimo corte. Pode-se ver que a adição do transformador não afetou o corte de carga enquanto a adição do circuito 28/41 trouxe um benefício de 15% para o sistema em termos de corte de carga, tendo também eliminado as sobrecargas em 5 dos 26 circuitos sobrecarregados do sistema.

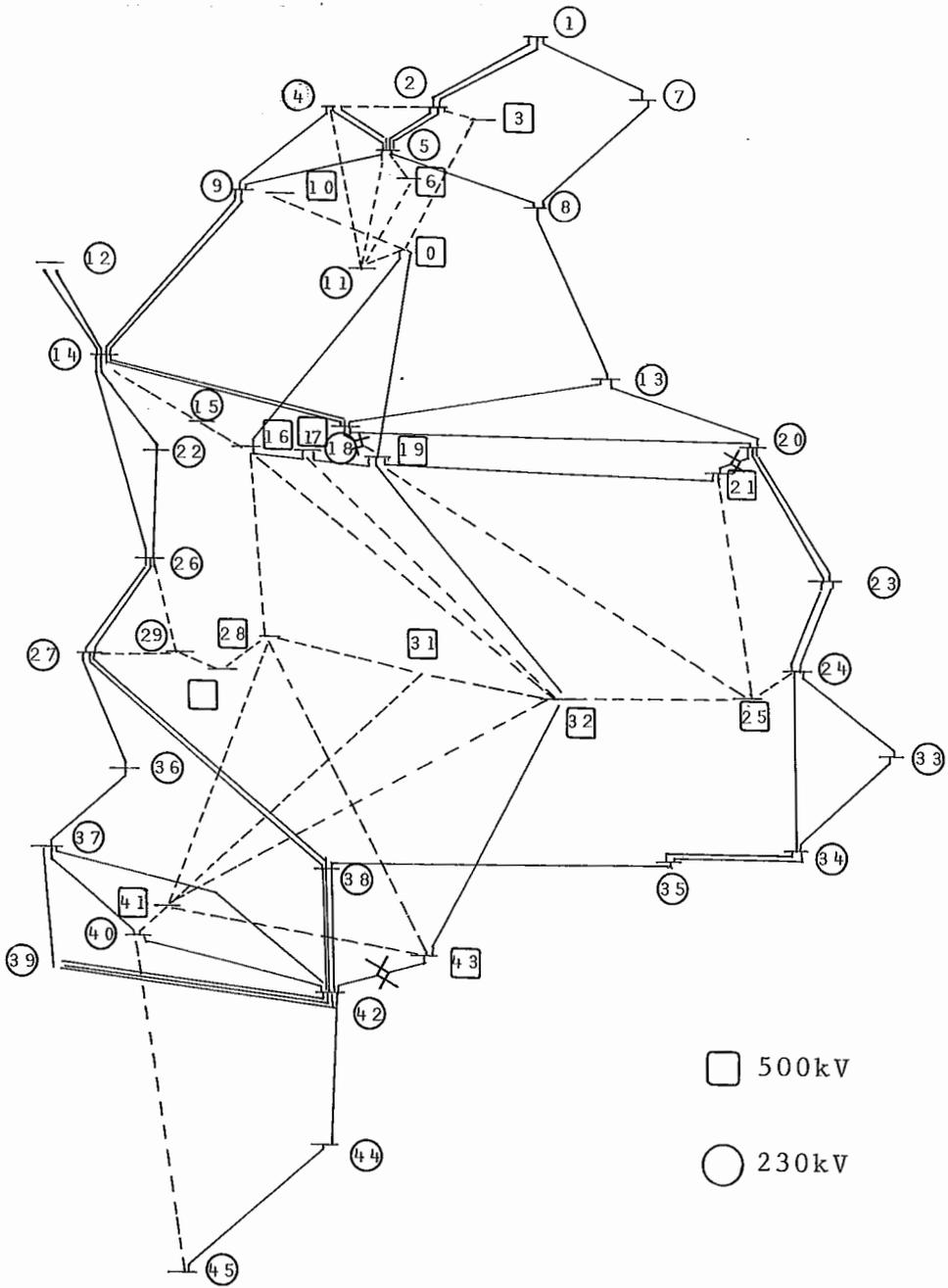


FIGURA IV-2 - Sistema Sul
Rede Base

A necessidade de formar caminhos impõe um requisito adicional à análise de sensibilidade, que deve ser capaz de identificar não somente reforços promissores como também sequências de adições promissoras. Pode-se ver que o índice de mínimo corte atendeu a este requisito, identificando caminhos como 40/41-28/41, 9/10-0/10, 24/24-21/25, 0/3-2/3 e 19/25-24/25.

O problema de formação de caminhos tem grande importância na expansão de sistemas de transmissão. Em estudos anteriores com o sistema Norte-Nordeste, por exemplo, foram encontrados caminhos com mais de cinco componentes .

É interessante observar que uma análise de sensibilidade baseada na variação discreta do índice de desempenho $\Delta\phi(x)/\Delta x_i$ após a adição do elemento de capacidade x_i teria grande dificuldade de identificar caminhos . A situação pode ser ilustrada pelo transformador 40/41, que é muito atraente sob o ponto de vista incremental. (Note-se que o caminho 40/41-28/41 já está implicitamente representado sob a forma de rede fictícia). Entretanto, se a análise de sensibilidade fosse baseada no benefício "real", isto é, na efetiva variação do corte de carga após a adição do circuito, este mesmo transformador teria baixíssima prioridade pois, como pode ser visto na Tabela IV.3 , o benefício de sua adição isolada é praticamente nulo.

Os circuitos supérfluos (removidos na Fase II) também estão assinalados na Tabela IV.3 . Estes circuitos foram

caminhos para os quais se encontrou alternativas mais atraentes numa fase posterior do processo de síntese : 9/10-0/10 foi substituído por 0/3-2/3 e 21/25 por 19/25.

O mesmo procedimento de síntese foi então aplicado com o índice MDG. Os resultados estão resumidos na Tabela IV.4 e na Figura IV-4 . É interessante observar que já na primeira adição a expansão foi diferente da feita pelo MCC. A análise de sensibilidade pela MDG foi também capaz de identificar caminhos atraentes : 24/25-21/25, 40/41-31/41, 9/10-0/10, 0/3-2/3 e 19/25-24/25.

É interessante notar que a adição do circuito 19/25 chegou a prejudicar o sistema : como pode ser visto na Tabela IV.4 , a demanda garantida após a adição sofreu uma redução de 5%. A razão para isto é que a adição do circuito desviou o fluxo para 19/25, eliminando sobrecargas em 19/21 e 18/20, mas causando sobrecargas adicionais em 24/25. Este circuito passou a ser um ponto de estrangulamento e foi reforçado em seguida, possibilitando um aumento de 15% na demanda garantida. A piora do desempenho do sistema após a adição de um circuito é mais um exemplo da incoerência dos sistemas de potência, discutida em III.3.1.2 para o caso de aumentos na demanda. A questão da coerência será examinada em mais detalhe no Capítulo V.

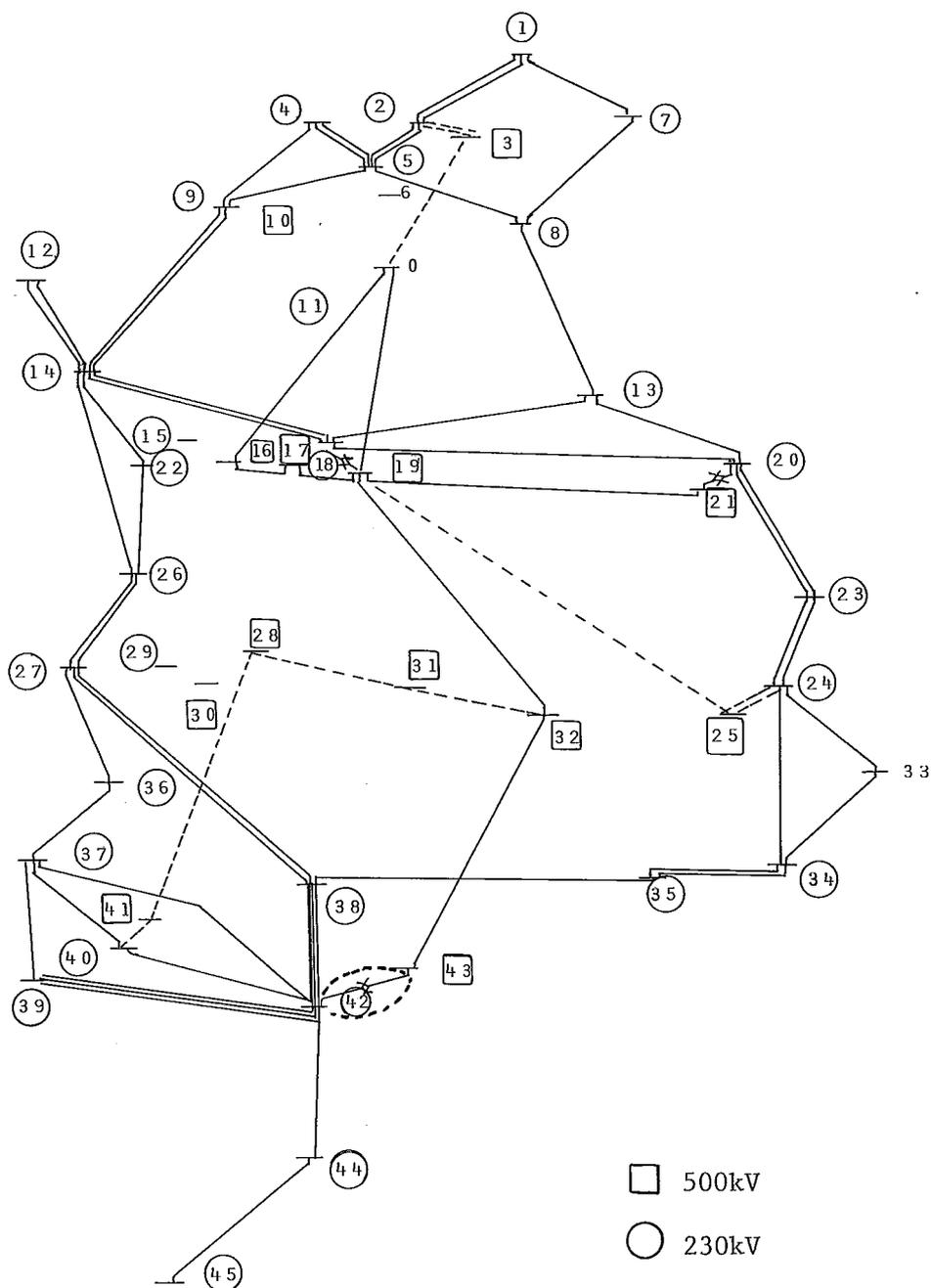


FIGURA IV-3 - Sistema Sul
 Rede Sintetizada Através de Análise
 de Sensibilidade do MCC
 (sem remanejamento de geração)

CIRCUITO ADICIONADO	MCC (MW)	CARGA ATENDIDA (d-MCC) (MW)	Nº DE CIRCUITOS SOBRECARRREGADOS
-	3435	3445	26
40/41	3402	3478	26
28/41	2876	4004	21
28/31	2876	4004	19
9/10*	2875	4005	19
0/10*	2702	4178	14
24/25	2701	4179	14
21/25*	1992	4888	11
0/3	1992	4888	11
2/3	1601	5279	9
20/21	1365	5515	7
19/25	1146	5734	5
24/25	821	6059	4
42/43	470	6410	3
31/32	164	6716	3
42/43	153	6720	1
2/3	0	6880	-

* - Circuitos eliminados após a aplicação da Fase II
(Retirada de Circuitos Supérfluos)

Custo da Expansão - US\$ 77,04 x 10⁶

TABELA IV.3 - Rede Sintetizada Através de
Análise de Sensibilidade de MCC
(sem remanejamento de geração)

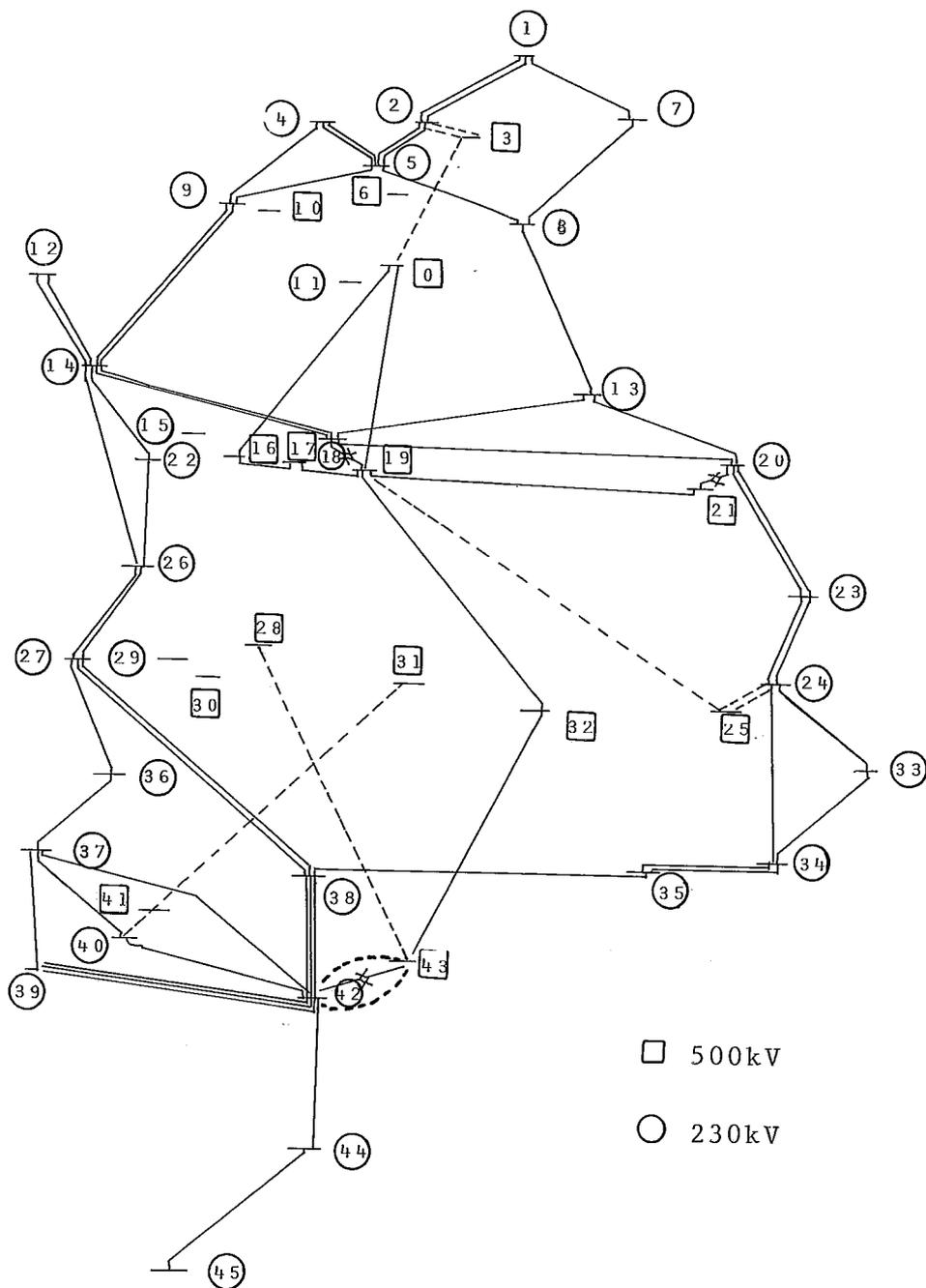


FIGURA IV-4 - Sistema Sul

Rede Sintetizada Pela análise de Sensibilidade da MDG Sem Remanejamento de Geração

CIRCUITO ADICIONADO	DEMANDA DESCONECTADA (d-MDG) (Mw)	MDG (Mw)	Nº DE CIRCUITOS SOBRECARRREGADOS
-	4137	2743	26
28/43	4062	2818	19
28/31*	4062	2818	17
24/25	4061	2819	17
21/25*	3393	3487	15
40/41	3393	3487	15
31/41	3199	3681	15
9/10*	3198	3682	15
0/10*	3228	3652	9
0/3	3227	3653	9
2/3	2809	4071	7
42/43	2593	4287	8
20/21	1150	5730	6
19/25	1444	5436	4
24/25	649	6231	3
2/3	598	6282	2
42/43	-	6880	-

* - Circuitos eliminados após a aplicação da Fase II (retirada de circuitos supérfluos)

Custo da Expansão - US\$ 87,71 x 10⁶

TABELA IV.4 - Rede Sintetizada Através de Análise de Sensibilidade de MDG (sem remanejamento de geração)

A incoerência também se manifestou, em menor escala, na construção do caminho 9/10-0/10, que levou a uma redução de 1% na MDG (de 3681 para 3652 MW). A razão para esta redução está nas sobrecargas causadas nos circuitos 9/4 e 9/5 após as adições. Note-se, entretanto, que a construção do caminho teve efeitos benéficos como a eliminação de sobrecargas em 6 dos 15 circuitos sobrecarregados naquele estágio da expansão. O caminho 9/10 - 0/10 foi eliminado posteriormente pelo algoritmo de síntese (Fase II), tendo sido substituído pelo caminho 0/3 - 2/3. Além destes circuitos, foram eliminados 28/31 e 21/25, como assinalado na Tabela IV.4.

IV.6 EXPANSÃO AUTOMÁTICA POR MCC/CUSTO E MDG/CUSTO

O objetivo deste item é testar critérios de expansão automática baseados em índices benefício/custo.

A Tabela IV.5 e a Figura IV-5 apresentam os resultados do procedimento de síntese para o índice MCC/custo. Pode-se ver na Figura IV-5 que houve uma tendência de adição de linhas mais curtas, como por exemplo o trecho 26/29 - 29/30 - 28/30 ou a duplicação de 19/21 ao invés da adição de 18/25. Houve apenas dois circuitos supérfluos, 9/10 e 0/10, assinalados na Figura IV-5 e na Tabela IV.5.

A sequência de adições "míopes" teve como consequência uma síntese cerca de 12% mais cara do que a síntese com o critério MCC (ver Tabela IV.3).

CIRCUITO ADICIONADO	MCC (Mw)	CARGA ATENDIDA (d-MCC) (Mw)	Nº DE CIRCUITOS SOBRECARRREGADOS
-	3435	3445	26
40/41	3402	3478	26
26/29	3407	3473	25
29/30	3365	3515	21
28/30	3275	3605	20
31/41	2982	3898	17
28/31	2826	4054	17
9/10*	2825	4055	17
0/10*	2571	4309	14
24/25	2570	4310	14
21/25	1824	5056	12
5/6	1823	5057	12
0/6	1487	5393	10
42/43	956	5924	9
20/21	745	6135	7
5/6	482	6398	6
31/32	456	6424	3
19/21	219	6661	3
24/25	39	6841	1
20/21	-	6880	-

* - Circuitos Eliminados na Fase II
(Remoção de Adições Supérfluas)

Custo da Expansão : US\$ 86,13 x 10⁶

TABELA IV.5 - Rede Sintetizada Através da Análise
de Sensibilidade de MCC/Custo

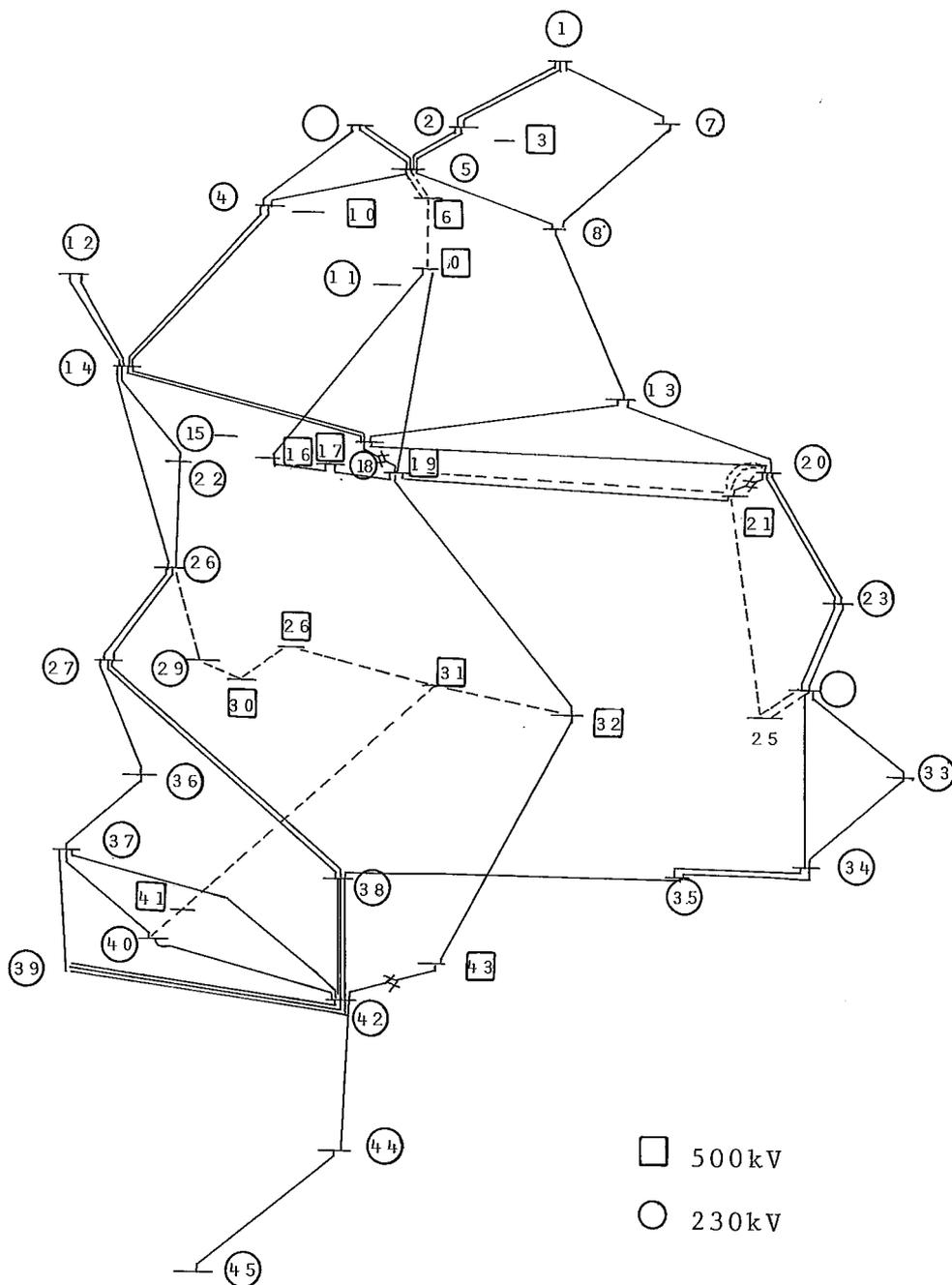


FIGURA IV-5 - Sistema Sul

Rede Sintetizada Através da Análise
de Sensibilidade MCC/Custo

A Tabela IV.6 e a Figura IV-6 ilustram a síntese feita pelo índice MDG/Custo. A rede final é idêntica à anterior, tendo variado apenas a ordem de adição dos circuitos.

IV.7

EXPANSÃO AUTOMÁTICA COM REMANEJAMENTO DE GERAÇÃO

Os testes feitos até o momento restringem o remanejamento de geração, fazendo com que a capacidade máxima de geração seja igual ao ponto de operação fornecido. Com consequência, toda sobrecarga na rede é traduzida em cortes de carga, e a expansão é feita até que não haja sobrecarga para o ponto de operação original.

Os testes que serão feitos em seguida procuram quantificar o efeito do remanejamento no planejamento, permitindo que as sobrecargas sejam eliminadas não só por adições de linhas como também por remanejamento de geração permanente. Em termos de algoritmo, a única mudança consiste em colocar como limites máximos de geração as capacidades reais das usinas.

A Tabela IV.7 apresenta as adições feitas pelo índice de MCC, e a Figura IV-7 a respectiva rede. Pode-se observar que o remanejamento teve neste caso um efeito significativo, reduzindo, por exemplo, o MCC inicial (antes de qualquer adição) em cerca de 35% (de 3435MW - ver Tabela IV.3 - para 2264MW).

CIRCUITO ADICIONADO	DEMANDA DESCONECTADA (d-MDG) (Mw)	MDG (Mw)	Nº DE CIRCUITOS SOBRECARRREGADOS
-	4137	2743	26
26/29	4135	2745	25
29/30	4112	2768	21
28/30	4053	2827	20
40/41	4051	2829	20
31/41	3986	2894	17
24/25	3985	2895	17
20/21	2748	4132	18
28/31	2726	4154	18
9/10*	2724	4156	18
0/10*	3201	3679	15
5/6	3200	3680	15
0/6	2382	4498	12
21/25	1824	5056	8
42/43	1416	5419	7
5/6	1138	5742	6
31/32	1118	5762	3
19/21	800	6080	3
24/25	161	6719	1
20/21	-	6880	-

* - Circuitos Eliminados Após a Fase II
(Remoção de Circuitos Supérfluos)

Custo da Expansão : US\$ 86,13 x 10⁶

TABELA IV.6 - Rede Sintetizada Através da Análise
de Sensibilidade MDG/Custo
(sem remanejamento de geração)

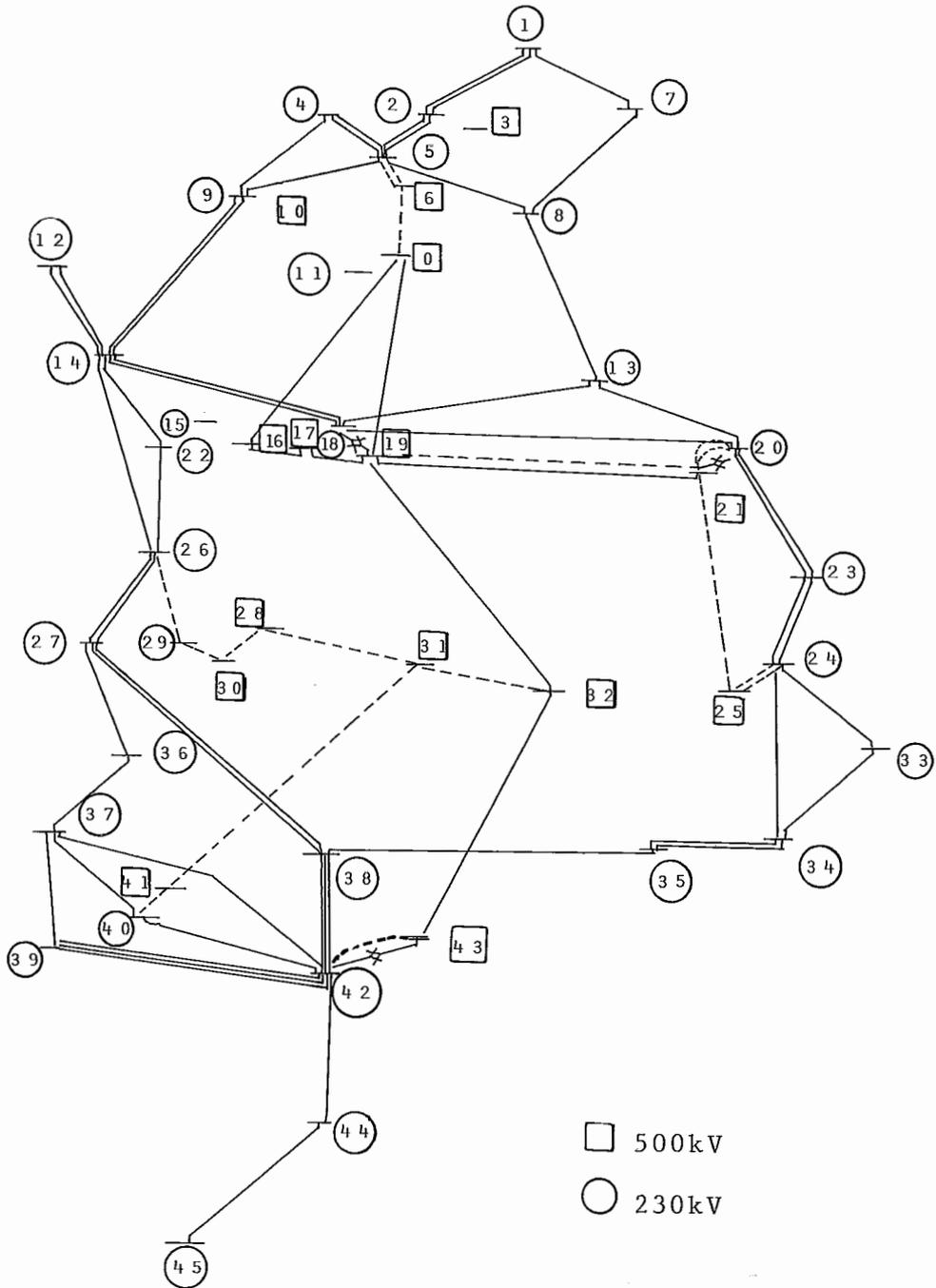


FIGURA IV-6 - Sistema Sul

Rede Sintetizada Através da Análise
de Sensibilidade da MDG/Custo Sem
Remanejamento de Geração

Em termos de expansão, o remanejamento também teve um efeito positivo, reduzindo de 13 para 9 o número de circuitos adicionados após a Fase II. A sequência de expansão é idêntica à do mínimo corte sem remanejamento (Tabela IV.3) até o décimo-primeiro circuito. A partir daí, o remanejamento permitiu economizar a duplicação dos transformadores 24/25 e 42/43, além da linha 31/32.

Para efeito de comparação, a coluna de circuitos sobrecarregados na Tabela IV.7 continuou referida ao ponto de operação original. Pode-se ver que este ponto leva a sobrecargas para a rede sintetizada final.

O remanejamento também possibilitou a eliminação de quatro circuitos supérfluos : 9/10, 0/10, 21/25 e 28/31, assinalados na Tabela IV.7. Os três primeiros circuitos correspondem aos que haviam sido eliminados na expansão do mínimo corte sem remanejamento (Tabela IV.3). Em termos de custo, o remanejamento possibilitou uma economia de US\$ 13 milhões, cerca de 17% dos US\$ 77 milhões gastos na expansão de mínimo corte sem remanejamento.

A Tabela IV.8 compara o ponto original de operação e a geração remanejada. Pode-se ver que a mudança de geração foi bastante significativa, cerca de 30% do total de 6880MW. Deve-se observar que alguns dos remanejamentos corresponderam a operações inviáveis em termos reais. Por exemplo, o nível ótimo de geração encontrado para a usina de F. Areia foi zero, o que é evidentemente impraticável.

CIRCUITO ADICIONADO	MCC (MW)	DEMANDA ATENDIDA (d-MCC) (MW)	Nº DE CIRCUITOS SOBRECARGADOS
-	2264	4616	26
40/41	2231	4649	26
28/41	1833	5047	21
28/31*	1833	5047	19
9/10*	1833	5047	19
0/10*	1686	5194	14
24/25	1686	5194	14
21/25*	1154	5726	11
0/3	1158	5722	11
2/3	690	6190	9
20/21	363	6157	7
19/25	69	6811	5
42/43	7	6873	4
2/3	-	6880	3

* - Circuitos Eliminados Após a Fase II
(Remoção de Circuitos Supérfluos)

Custo da Expansão : US\$ 63,79 x 10⁶

TABELA IV.7 - Rede Sintetizada Através da Análise
de Sensibilidade da MCC
(com remanejamento de geração)

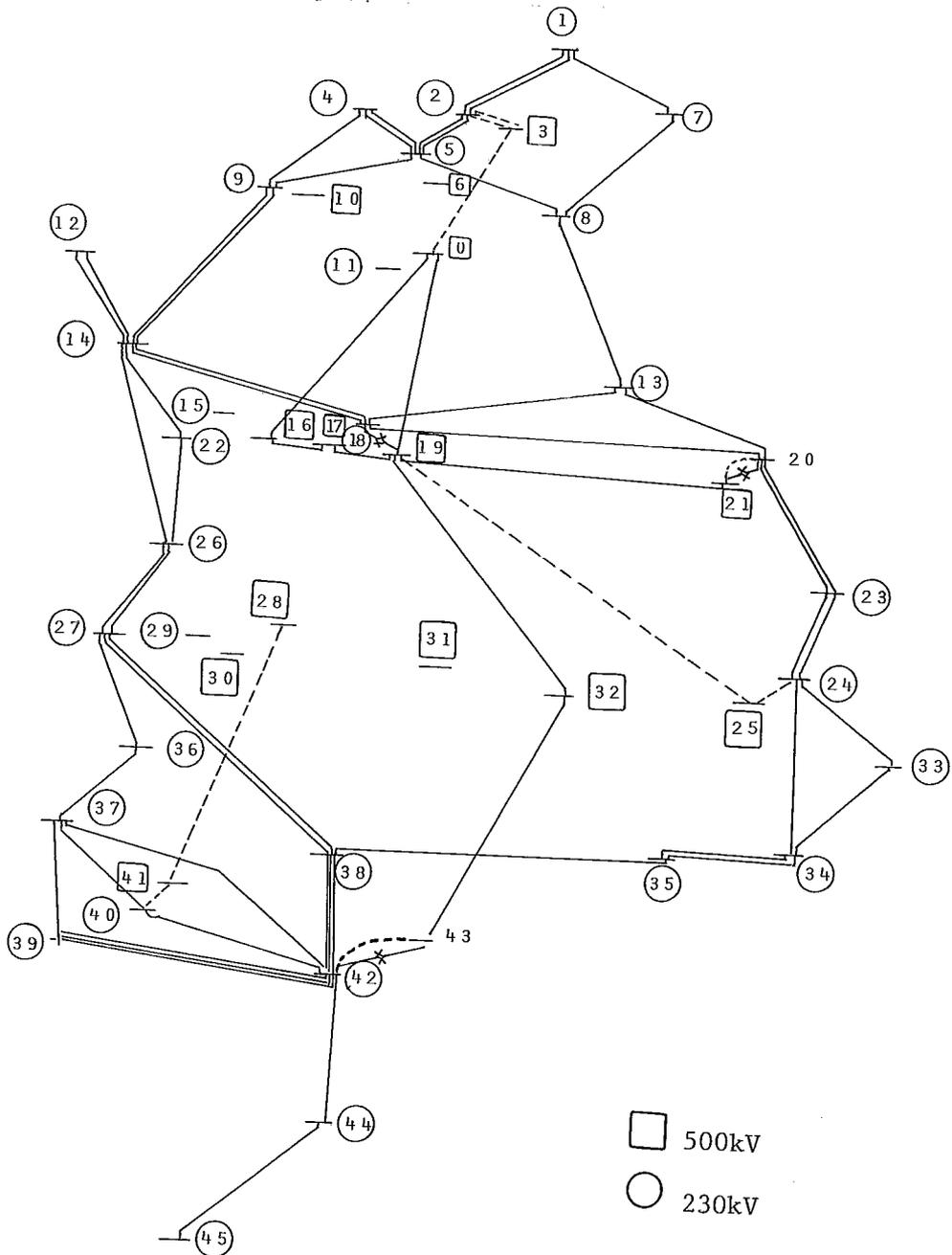


FIGURA IV-7 - Sistema Sul
 Rede Sintetizada Através da Análise
 de Sensibilidade do MCC Com
 Remanejamento de Geração

NÚMERO	BARRA NOME	PONTO INICIAL	DESVIO	PONTO FINAL
14	S. Osório	944	313	1257
16	S. Santiago	1366	634	2000
17	Segredo	1000	-366.5	633.5
19	F. Areia	773	-773	0
27	P. Fundo	54	166	220
28	Pinheiro	730	-287.6	442.4
31	Machadinho	310	-310	0
32	Barracão	450	-450	0
34	J. Lacerda	221	527	748
37	P. Real	212	88	300
39	Itaúba	221	379	600
0	Ivaiporã	599	80.1	679.1
		<u>6880</u>		<u>6880</u>
Total Remanejado : 2187 MW				

TABELA IV.8 - Remanejamento do Ponto de Operação
ao Final da Síntese com Critério de
Mínimo Corte

Obs.: O total remanejado é calculado como 1/2 da soma
dos módulos dos desvios

Como mencionado no item IV.2, o estabelecimento dos limites de remanejamento num sistema hidroelétrico é extremamente complexo, pois a disponibilidade de geração está ligada ao estado hidrológico do sistema e à política de operação de médio prazo e longo prazo, não sendo possível quantificar diretamente o efeito de um remanejamento na geração. Entretanto, o exemplo acima sugere que pode haver um ganho econômico significativo com o remanejamento.

Um estudo semelhante foi feito em seguida para o índice de MDG. Os resultados estão resumidos na Tabela IV.9 e na Figura IV-8. Assim como no caso anterior, o remanejamento de geração teve um grande impacto sobre o corte de carga : a demanda garantida antes das adições aumentou cerca de 20% (de 2734 MW - ver Tabela IV.4 - para 3398MW). O número de circuitos adicionados após a Fase II passou de 12 a 11, e foram eliminados os mesmos circuitos do caso sem redespacho : 28/31, 21/25, 9/10 e 0/10. Em termos de custo, a redução foi de novo significativa : de 87.7 milhões de dólares para US\$ 66.1 milhões, cerca de 25%.

Finalmente, a Tabela IV.10 compara o ponto de operação inicial e o remanejado. Pode-se ver que o ponto final é bastante semelhante ao encontrado pelo mínimo corte, com um remanejamento de 2050MW, cerca de 30% do total.

CIRCUITO ADICIONADO	DEMANDA DESCONECTADA (d-MDG) (MW)	MDG (MW)	Nº DE CIRCUITOS SOBRECARRREGADOS
-	3482	3398	26
9/10*	3482	3398	26
0/10*	3340	3540	22
26/29	3339	3541	21
29/30	3335	3545	18
28/30	3334	3546	20
24/25	3334	3546	20
21/25*	3054	3826	17
0/3	3053	3827	17
2/3	2398	4482	15
28/31*	2398	4482	13
20/21	943	5937	12
40/41	942	5938	12
31/41	479	6401	8
19/25	37	6843	6
2/3	0	6880	5

* - Circuitos Eliminados Após a Fase II
(Remoção de Circuitos Supérfluos)

Custo da Expansão : US\$ 66,16 x 10⁶

TABELA IV.9 - Rede Sintetizada Através da Análise
de Sensibilidade da MDG
(com remanejamento de geração)

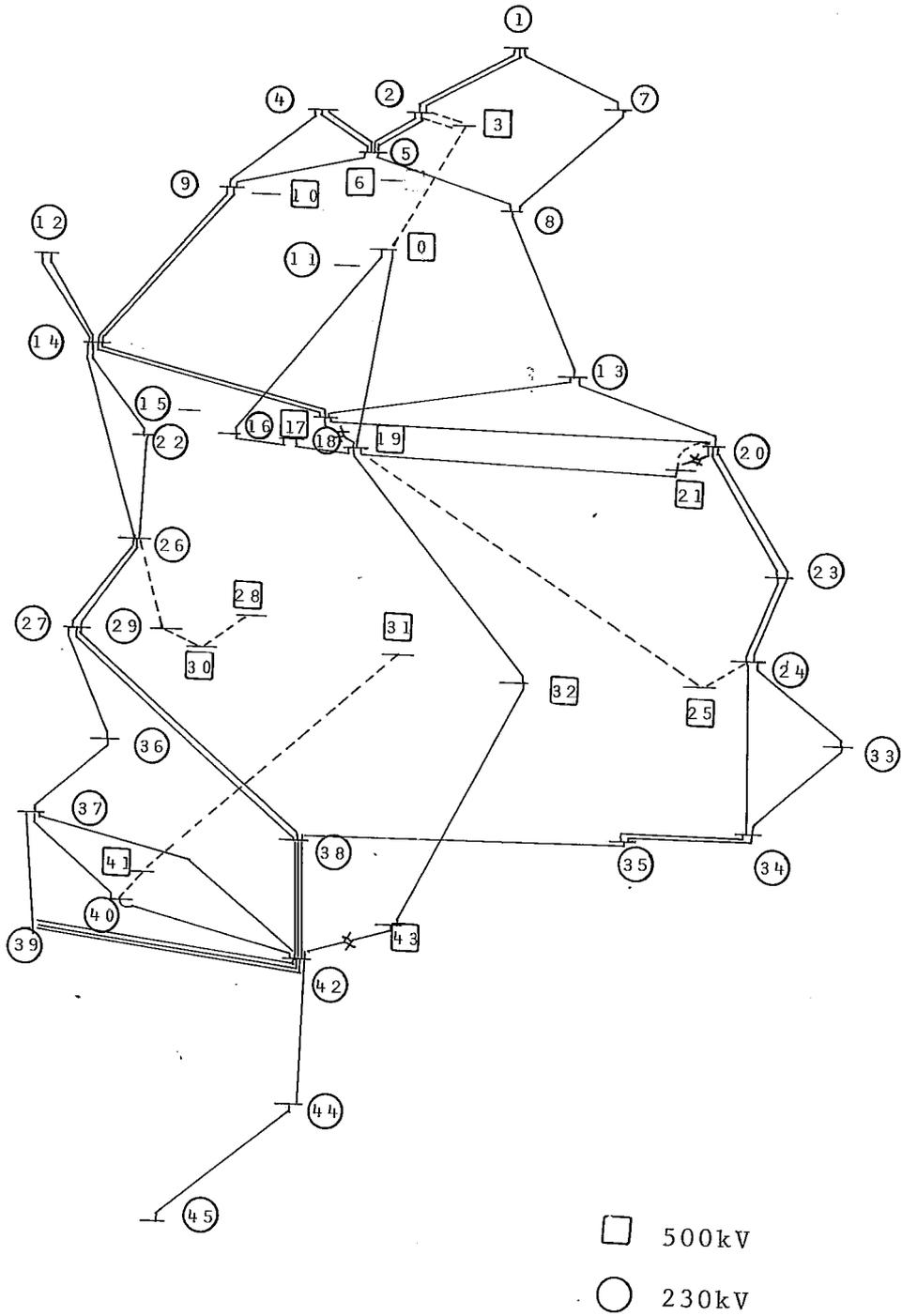


FIGURA IV-8 - Rede Sintetizada Através da Análise de Sensibilidade da MDG Com Remanejamento de Geração

NÚMERO DA BARRA	NOME	GERAÇÃO INICIAL	DESVIO	GERAÇÃO FINAL
14	S. Osório	944	313	1257
16	S. Santiago	1366	634	2000
17	Segredo	1000	-281.6	718.4
19	F. Areia	773	-773	0
27	P. Fundo	54	166	220
28	Pinheiro	730	-183	547
31	Machadinho	310	-310	0
32	Barracão	450	-450	0
34	J. Lacerda	221	470.1	691.1
37	P. Real	212	88	300
39	Itamba	221	379	600
0	Ivaiporã	599	- 52.5	546.5
Remanejamento Total : 2050.13 MW				

TABELA IV.10 - Remanejamento do Ponto de Operação ao Final da Síntese com Critério de MDG

Neste Capítulo, avaliou-se o potencial da análise de sensibilidade como ferramenta para o planejamento de sistemas de transmissão.

Foi discutido inicialmente o problema do ponto de operação das unidades geradoras. Este problema surge quando o re-manejamento de geração é capaz de eliminar as sobrecargas. Neste caso, deve-se decidir o que é preferível : reforçar a rede de forma a não haver sobrecargas para o ponto de operação original, ou não reforçar a rede, passando a utilizar o novo ponto de operação calculado. No caso de sistemas hidroelétricos, este problema é bastante complexo, pois a avaliação do efeito econômico de uma mudança do ponto de operação exige a reavaliação de toda a política de operação do sistema. Decidiu-se então realizar a maior parte dos testes de forma a não alterar o ponto de operação.

O primeiro teste verificou se a análise de sensibilidade é capaz de identificar alternativas de reforço para uma rede "quase" completa (apenas um circuito a ser adicionado). Tanto a ordenação baseada no MCC como na MDG tiveram bom desempenho, escolhendo consistentemente boas opções de reforço.

Passou-se então para um segundo conjunto de testes, onde se utilizou a análise de sensibilidade como parte de um algoritmo para expansão automática da rede. Foram testados quatro índices : MCC, MDG, Custo/MCC e Custo/MDG. Os dois primeiros tiveram um bom desempenho, enquanto os dois últimos apresentaram uma tendência de adicionar linhas mais curtas, levando a uma síntese de custo mais elevado.

Em seguida, verificou-se o efeito da restrição do remanejamento de geração (manter o mesmo ponto de operação) no custo da síntese. Foram feitas duas sínteses, baseadas no MCC e na MDG, em que se permitiu o remanejamento de geração. Isto levou a uma redução de 25% no custo das redes planejadas, sugerindo que pode haver um ganho significativo na mudança do ponto de operação.

Durante a expansão por MDG (sem remanejamento) foram detectados exemplos de incoerência de sistemas de transmissão : dois dos reforços levaram a uma piora no desempenho do sistema, isto é, a uma redução da demanda garantida. Este assunto será analisado em maior profundidade no próximo capítulo.

CAPÍTULO VO PROBLEMA DA COERÊNCIA DE SISTEMAS DE GERAÇÃO/TRANSMISSÃOV.I INTRODUÇÃO

Num determinado estágio da expansão automática por MDG (ver Tabela IV.4), observou-se que a adição da linha 19/25 reduziu a MDG do sistema Sul em 5%. Também foi visto no Capítulo III (Figura III-5) que quatro barras do sistema Sul apresentaram multiplicadores π_g negativos, indicando que um aumento de demanda nestas barras é benéfico para o sistema. Ambos os resultados são exemplos da incoerência de sistemas de transmissão.

Um sistema coerente é tal que o reforço de um componente (geração ou linha) não deteriora o desempenho do sistema e vice-versa, em que a retirada de um componente não melhora seu desempenho. Será visto que a incoerência dos sistemas de potência está relacionada com a segunda lei de Kirchoff, que determina a distribuição dos fluxos na rede em função das admitâncias dos circuitos e não de seus limites de carregamento. Isto também implica que o modelo de transportes, por ser uma representação mais simplificada, constitui um sistema coerente. Este aspecto será examinado em seguida.

V.2

COERÊNCIA NO MODELO DE TRANSPORTES

Seja o problema de cálculo do MCC para o modelo de transportes (II.9), reproduzido por conveniência no PPL (V.1)

$$\text{Min } z = \sum_{k=1}^N r_k$$

$$\text{s/a} \quad Sf + g + r = d$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (V.1)$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$|f| \leq \bar{f}$$

Pode-se observar que o aumento da capacidade de geração \bar{g} ou do limite de fluxo \bar{f} torna o problema (V.1) menos restrito. Isto implica que o valor ótimo da função objetivo z não pode aumentar e, portanto, que o modelo de transportes é coerente em relação a variações na capacidade de geração e limites de fluxo.

Também é possível ver que o modelo de transportes é coerente em relação a variações da demanda. Quando o MCC é zero, isto significa que todos os ramos ligados ao nó ND no problema de fluxo máximo pertencem ao corte mínimo (ver Figura V-1).

A restrição (V.3) tem uma interpretação interessante : o somatório das demandas em uma área deve ser menor ou igual ao somatório das gerações máximas nesta área mais o somatório das capacidades das linhas que interligam a área com o resto do sistema. (No caso acima, a área corresponde aos nós 1, 3, 4 e o resto do sistema ao nó 2). Estas restrições coincidem com as condições de Gale para uma demanda viável no modelo de transportes.

Haverá $2^N - 1$ restrições semelhantes à restrição (V.3), correspondentes a todos os cortes possíveis no sistema. É interessante observar que os coeficientes das restrições serão sempre unitários ou nulos. Isto implica que a região de demandas viáveis terá sempre uma forma semelhante à da Figura V-3.

A coerência do sistema de transportes para variações na demanda é facilmente compreensível a partir do exame da região viável na Figura V-3 : se a demanda d^* é viável, todas as demandas menores ou iguais a d^* (representadas no retângulo sombreado) também serão viáveis.

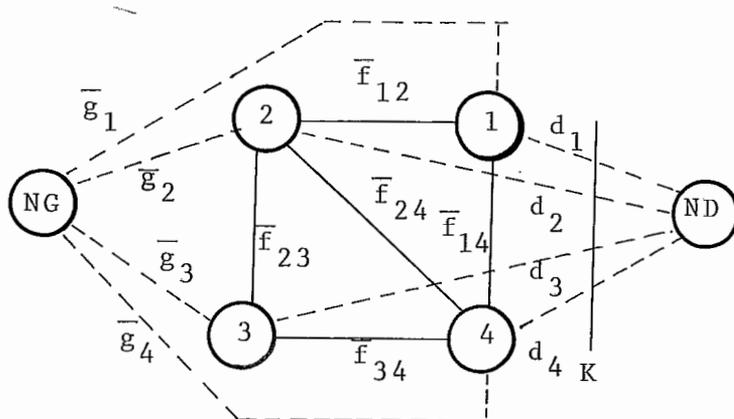


FIGURA V-1 - Corte Mínimo Numa Rede Viável
(Todas as Demandas Atendidas)

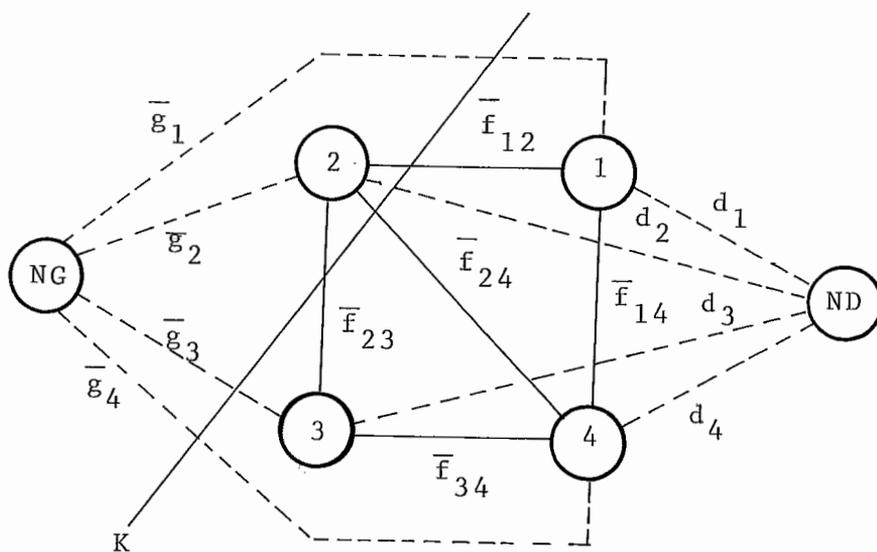


FIGURA V-2 - Exemplo de Restrição de Viabilidade
Numa Rede (Modelo de Transportes)

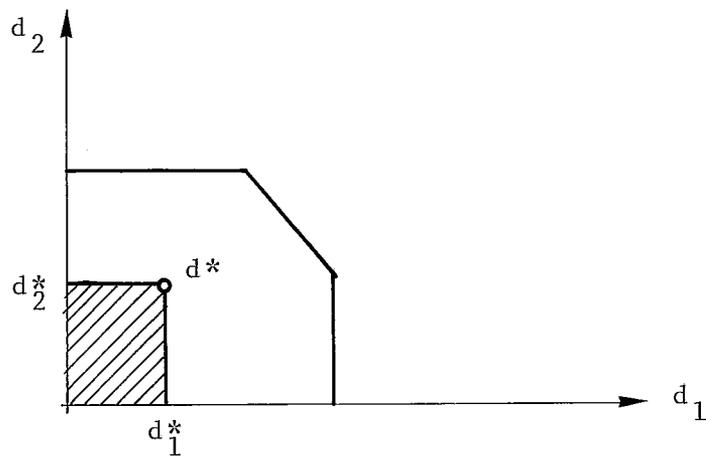


FIGURA V-3 - Exemplo de uma Região de Demandas Viáveis. Como os Coeficientes das Restrições são Unitários ou Nulos, só pode haver (No Caso Bi-Dimensional) Restrições Horizontais, Verticais, ou a 45°

V.3 COERÊNCIA NO MODELO DE FLUXO DE POTÊNCIA
LINEARIZADO

V.3.1 Coerência em Relação à Capacidade de Geração
e Limite de Transporte

Seja o problema de cálculo do MCC para o modelo de fluxo de potência linearizado (V.10), reproduzidos abaixo na forma padrão:

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= \sum_{k=1}^N r_k \\ \text{s/a } & B + g + r = d \quad (V.4) \\ & 0 \leq -g \leq -\bar{g} \\ & 0 \leq -r \leq -d \\ & |s'\theta| \leq -\bar{\psi} \end{aligned}$$

Assim como no modelo de transportes, variações na capacidade de geração \bar{g} , tornam o problema (V.4) mais ou menos restrito e, portanto, tornam o modelo de fluxo de potência linearizado coerente em relação a geração. Analogamente, o modelo é coerente em relação ao aumento do limite de fluxo na linha, \bar{f} , se a susceptância γ for mantida constante. Neste caso, a variação de $\bar{\psi} = \bar{f}/\gamma$ tem efeitos semelhantes à do modelo de transportes.

V.3.2

Não Coerência em Relação à Demanda

A não coerência dos sistemas de potência em relação a variações na demanda foi discutida brevemente no item III.3.1.2 e no caso-exemplo em III.4. Este aspecto será aprofundado através da derivação da região de demandas viáveis para o modelo de fluxo de potência linearizado.

O valor de z^* no problema (V.4) para cada d especificado pode ser representado como uma função $\alpha(d)$, isto é,

$$\alpha(d) = \text{Min} \sum_{k=1}^N r_k$$

$$\text{s/a} \quad B\theta + g + r = d$$

$$0 \leq -g \leq -\bar{g} \quad (V.5)$$

$$0 \leq -r \leq -d$$

$$-|S'\theta| \geq -\bar{\psi}$$

Como $\alpha(d)$ representa o mínimo corte de carga, tem-se que

$$\alpha(d) = 0 \iff d \text{ é um vetor de demandas viável} \quad (V.6)$$

Portanto, a região de demandas viáveis pode ser caracterizada a partir do conhecimento de $\alpha(d)$. Esta região é formada por restrições lineares que podem ser calculadas da seguinte forma:

Seja o problema (V.4) representado sob a forma geral

$$\text{Min } z = cx + py \tag{V.7}$$

$$\text{s/a } Ax + By \geq h$$

onde:

x representa o vetor de demandas d (passados para o lado esquerdo das restrições de V.5)

y representa os vetores de ângulo nodal θ , geração g e corte de carga r

A e B representam as matrizes de coeficientes do Problema (V.5)

h representa o lado direito das restrições (V.5)

c e p vetores de custos

Conhecido x , o valor de y pode ser determinado como

$$\alpha(x) = \text{Min } py$$

$$\text{s/a } By \geq h - Ax$$
(V.8)

Assume-se que x seja viável se e somente se $py = 0$. Deseja-se então determinar a região viável de x .

O Dual do Problema (V.8) pode ser escrito como

$$\text{Max } \pi(h - Ax)$$

$$\text{s/a } \pi B \leq p$$
(V.9)

Sabe-se que o valor da solução ótima dos Problemas Primal e Dual coincidem. Portanto,

$$\alpha(x) = \text{Min } py = \text{Max } \pi(h - Ax)$$

$$\text{s/a } By \geq h - Ax \quad \text{s/a } \pi B \leq p$$
(V.10)

A região viável do Problema Dual (V.10) independe da decisão x . Esta região pode ser caracterizada por seus vértices (soluções básicas viáveis) $\pi = \{\pi^i, i = 1, 2, \dots, q\}$. O problema (V.10) pode ser resolvido por enumeração:

$$\alpha(x) = \text{Max}_{\pi^i \in \Pi} \{h - Ax\} \quad (V.11)$$

O Problema (V.11) pode por sua vez ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \alpha(x) = \text{Min } \alpha \\ \text{s/a } \pi^1 (h - Ax) \leq \alpha \\ \pi^2 (h - Ax) \leq \alpha \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \pi^q (h - Ax) \leq \alpha \end{aligned} \quad (V.12)$$

onde α é uma variável escalar. Como α deve ser maior ou igual do que cada $\pi^i (h - Ax)$, será em particular maior ou igual a $\text{Max} \{ \pi^i (h - Ax) \}$. Como a função objetivo é minimizar α , esta restrição será atendida na igualdade, o que caracteriza a equivalência entre (V.11) e (V.12).

O Problema (V.12) está escrito em termos das variáveis x e da variável escalar α . Como x é viável se e somente se $\alpha(x) = 0$, conclui-se que a região viável de x é definida pelo conjunto de restrições

$$\begin{aligned}
 \pi^1 (h - Ax) &\leq 0 \\
 \pi^2 (h - Ax) &\leq 0 \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 \pi^q (h - Ax) &\leq 0
 \end{aligned}
 \tag{V.13}$$

Passando os termos constantes de (V.13) para o lado direito da equação, obtém-se a expressão geral para as restrições que definem a região viável

$$\pi Ax \geq \pi h
 \tag{V.14}$$

Em termos do Problema (V.5), pode-se observar que

$$x = d; \quad A = \begin{array}{|c|} \hline -I \\ \hline 0 \\ \hline +I \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}; \quad h = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline -\bar{g} \\ \hline 0 \\ \hline -\bar{\psi} \\ \hline \end{array}; \quad \pi = \begin{array}{|c|} \hline + \pi_d \\ \hline + \pi_g \\ \hline + \pi_r \\ \hline + \pi_\psi \\ \hline \end{array}
 \tag{V.15}$$

A restrição geral (V.14) torna-se, portanto, igual a

$$(\pi_d - \pi_r) d \leq \pi_g \cdot \bar{g} + \pi_\psi \cdot \bar{\psi} \quad (V.16)$$

A principal diferença em relação às restrições (V.3) que caracterizam a região viável do modelo de transporte é que $(\pi_d - \pi_r)$ pode ter valores negativos, como observado em III.3.1.2 e no caso exemplo III.4. Como consequência, a região de cargas viáveis pode ter formas como a da Figura V.4. A incoerência do sistema de potência em relação a demandas pode ser observada a partir do fato de que nem todas as demandas inferiores a d^* , representadas pelo retângulo em pontilhado, são viáveis.

Também é possível ver que, dados os mesmos limites de geração e as mesmas capacidades nas linhas, a região viável do modelo de transportes contém a região viável do fluxo DC, pois o problema de transportes é menos restrito, como ilustrado na Figura V.5.

A ocorrência de barras com multiplicadores negativos foi discutida brevemente no caso-exemplo III.4, em que foram identificadas 4 barras deste tipo. Este assunto será aprofundado com a análise do sistema Sul. A Tabela V.1 mostra os valores de π_g para a rede inicial do sistema Sul, esquematizada na Figura V-6. Cinco barras apresentaram multiplicadores negativos : 17, 19, 21, 32 e 43.

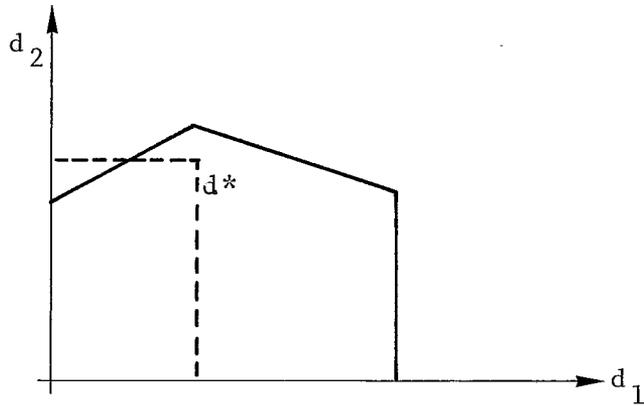


FIGURA V-4 - Exemplo de Região de Demandas Viáveis Para Modelo de Fluxo de Potência Linearizado

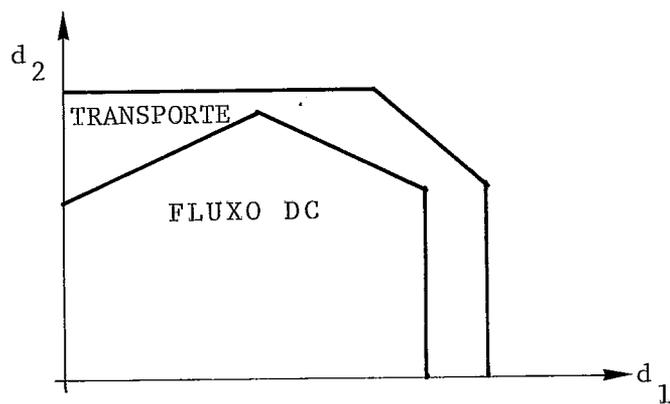


FIGURA V-5 - Região de Demandas Viáveis Para Modelo de Transportes Contém a Região Para Fluxo de Potência Linearizado

Nº DA BARRA	SENSIBILIDADE	Nº DA BARRA	SENSIBILIDADE
1	0.99997	24	1.00000
2	0.99995	25	0.33059
3	0.61891	26	0.60982
4	1.00010	27	0.73700
5	1.00000	28	0.00000
6	0.50598	29	0.22438
7	0.99998	30	0.07111
8	1.00000	31	0.00000
9	1.00048	32*	-0.05633
10	0.39345	33	0.99070
11	0.16135	34	0.98258
12	0.36195	35	0.97840
13	0.68561	36	0.83399
14	0.36195	37	0.94604
15	0.09067	38	0.94475
16	0.00000	39	0.96195
17*	-0.00004	40	0.97697
18	0.31161	41	0.26367
19*	-0.00008	42	1.00000
20	1.01496	43*	-0.14563
21*	-0.21316	44	1.00000
22	0.48969	45	1.00000
23	1.00679	46	0.00010

TABELA V.1 - Valores de Sensibilidade das Barras do Sistema Sul/1990
Critério de Mínimo Corte

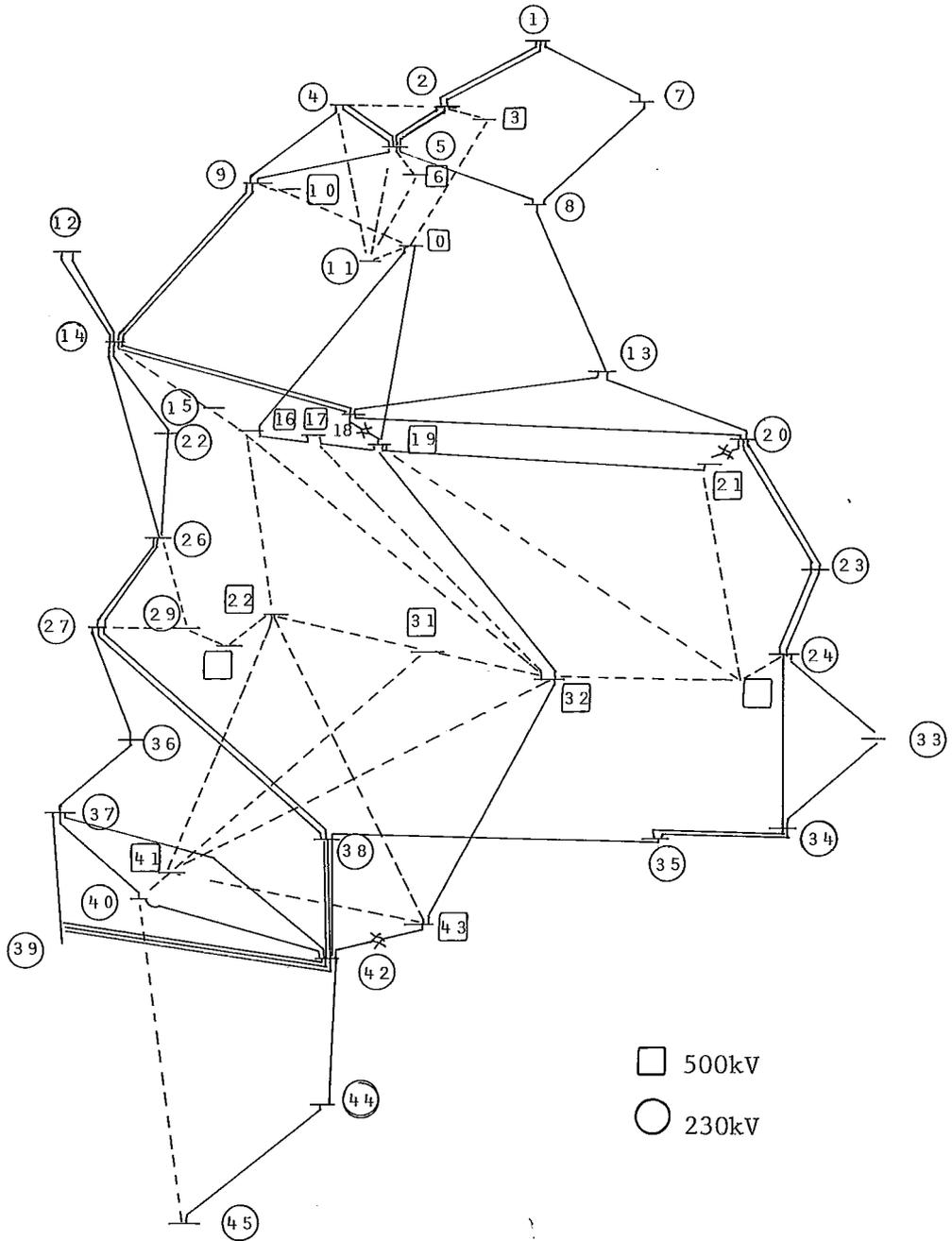


FIGURA V-6 - Sistema Sul - Rede Base
 Valores de π_g

As barras 17 e 19 correspondem a grandes unidades geradoras, Segredo e Foz do Areia, com pontos iniciais de operação respectivamente iguais a 1000 MW e 773 MW. Após a aplicação do algoritmo de mínimo corte, ambas as gerações foram reduzidas para zero, o que é coerente com a expectativa teórica (multiplicadores negativos indicam geração no mínimo). A barra 21 é o terminal em 500 kV do transformador 500/230 ligado à barra 20, Curitiba, que tem uma carga de 1091 MW.

Como este transformador está muito sobrecarregado, o índice negativo na barra 21 indica que uma carga nesta barra diminuiria o fluxo no transformador. É interessante observar que a barra 20 está exatamente na situação oposta : seu multiplicador é 1.01496, o que indica um grande benefício para um reforço de geração. De acordo com a derivação teórica em III.3.1.2, um multiplicador maior do que 1 indica que até o gerador fictício da barra 20 chegou ao limite, isto é, que toda carga na barra foi cortada. Isto é confirmado na solução do problema de mínimo corte.

Finalmente, as barras 32 e 43 fazem parte do sistema em 500 kV que leva geração de Segredo e Foz de Areia para atender a demanda de Porto Alegre (barra 42). A barra 32 corresponde a uma unidade geradora, Barracão, cuja geração na solução do problema de mínimo corte foi, como esperado, reduzida a zero. A barra 43 é o terminal em 500 kV do transformador que liga este sistema a Porto Alegre. De forma análoga à barra 21, o multiplicador negativo em 43 indica que uma carga nesta barra aliviaria o

transformador. Também de maneira semelhante a da barra 20, o multiplicador da barra 42 é elevado (igual a 1) indicando o benefício de um reforço. A diferença neste caso é que um multiplicador unitário denota um corte de carga parcial. De fato, a solução do problema indica um corte de 1411 MW em Porto Alegre, menor portanto que os 1607 MW de carga nesta barra.

V.3.3 Não Coerência em Relação à Susceptância das Linhas

O problema da incoerência em relação a adição de linhas pode afetar em princípio qualquer sistema de transmissão. Será demonstrado em seguida que, mantidas fixas as gerações e demandas, qualquer sistema de transmissão (com exceção de sistemas radiais) pode ser incoerente com relação a adições de circuitos²⁷.

A demonstração se baseia no fato de que ao se adicionar um circuito entre duas barras k e l , os fluxos no restante da rede podem aumentar e portanto levar a sobrecargas.

Seja f^0 o vetor de fluxos na rede antes da adição do circuito, f^1 o vetor de fluxos após a adição; Δf o vetor de variações de fluxo. Suponha, sem perda de generalidade, que $\Delta f_{kl} > 0$, como ilustrado na Figura V-7. Em termos do sistema, o efeito desta adição é equivalente ao de duas injeções de valor Δf_{kl} na rede original, como pode ser visto na Figura V-8.

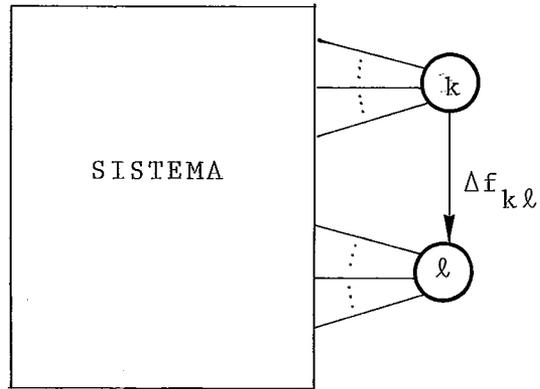


FIGURA V-7

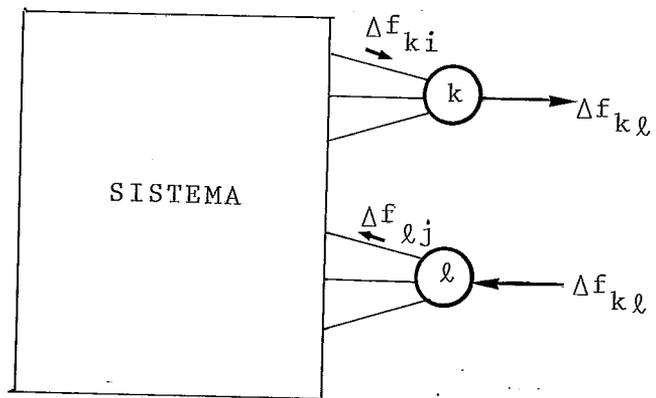


FIGURA V-8

Os fluxos Δf_{ki} e Δf_{lj} podem ser calculados pelo princípio da superposição, supondo que o resto do sistema é composto apenas de elementos passivos. Neste caso, só há injeções nas barras k e l e pode-se afirmar que:

$$\begin{aligned} \Delta f_{ki} &\geq 0 & \forall i \in \Omega_k \\ \Delta f_{lj} &\leq 0 & \forall j \in \Omega_l \end{aligned} \tag{V.17}$$

Se um sistema é coerente, uma adição não pode levar a sobrecargas. Isto implica que todos os fluxos no restante do sistema devem diminuir, pois é sempre possível imaginar que o circuito em que o fluxo aumentou estava perto de seu limite de carregamento. Em outras palavras, é necessário que:

$$|f_{ij}^0| \geq |f_{ij}^1| \quad \forall i = 1, 2, \dots, N, \quad \forall j \in \Omega_i \tag{V.18}$$

Como, por definição,

$$|f^0 + \Delta f| = |f^1| \tag{V.19}$$

conclui-se que o sinal de Δf_{ij} deve ser oposto ao de f_{ij}^0 . Como foi visto nas relações (V.17) que $\Delta f_{lj} \leq 0$ e $\Delta f_{ki} \geq 0$, pode-se afirmar que, para que o sistema seja coerente,

$$\theta_{\ell} = \text{Max} \{ \theta_j, j = 1, 2, \dots, N \}$$

$$e \tag{V.21}$$

$$\theta_k = \text{Min} \{ \theta_j, j = 1, 2, \dots, N \}$$

A demonstração é feita por absurdo : suponha que $\theta_s, s=\ell$, corresponde ao máximo ângulo nodal. Então,

$$f_{sj}^0 \geq 0 \quad \forall j \in \Omega_s \tag{V.22}$$

Como Δf_{sj} tem sinal contrário ao de f_{sj}^0 (ver Equação (V.19)), tem-se que

$$\Delta f_{sj} \leq 0 \quad \forall j \in \Omega_s \tag{V.23}$$

E, em particular, que

$$\sum_{j \in \Omega_s} \Delta f_{sj} \leq 0 \tag{V.24}$$

o que contraria a primeira lei de Kirchoff já que, pelo princípio da superposição, as únicas fontes não-nulas estão em k e l .

Uma demonstração análoga pode ser feita para θ_k , supondo $\theta_s = \text{Min}\{\theta_j\}$, $s \neq k$.

Conclui-se portanto que só se pode garantir o não-aumento dos fluxos em alguma parte do sistema se o ramo adicionado estiver entre os ângulos máximo e mínimo.

A incoerência sugerida acima criaria um certo paradoxo para o planejamento, pois afirma que todos os reforços de um sistema são em princípio prejudiciais. Observando-se a demonstração, é fácil concluir que seu "pessimismo" está em supor que as linhas sujeitas a aumentos de fluxo estão com carregamento de 100%, o que é pouco provável na prática. Como a demonstração também não leva em conta a possibilidade de remanejamento, seria interessante descobrir uma maneira de identificar incoerências que incorporasse explicitamente os limites das linhas e a capacidade de remanejamento da geração. A nível incremental, esta indicação pode ser dada pelo índice de sensibilidade π_γ . Como, por definição, este índice fornece a variação do índice de desempenho do sistema com relação a variações incrementais na susceptância, valores negativos de π_γ indicariam que o corte de carga aumentaria ao ser adicionada a linha, o que caracterizaria uma adição incoerente.

A Tabela V.2 apresenta a proporção de linhas potencialmente incoerentes ($\pi_\gamma < 0$) durante a expansão do sistema Sul pelo índice MCC (ver Tabela IV.3). Pode-se observar que este número é relativamente elevado (de 30 a 45% do total de 94 alternativas de expansão). Deve-se lembrar, porém, que nos procedimentos de expansão, estas alternativas são colocadas nos últimos lugares das listas ordenadas, o que torna improvável que elas sejam utilizadas como candidatos.

De fato, nos estudos feitos, apenas uma adição se revelou incoerente, e mesmo assim como parte de um caminho que no todo é coerente. Conclui-se portanto que a incoerência não deve afetar significativamente os estudos de expansão.

CIRCUITO ADICIONADO	Nº DE ADIÇÕES INCOERENTES	%	MCC (Mw)
-	37	39	3435
40/41	34	36	3402
28/41	38	40	2876
28/31	38	40	2876
9/10	38	40	2875
0/10	28	30	2702
24/24	28	30	2701
21/25	31	33	1992
0/3	31	33	1992
2/3	40	43	1601
20/21	36	38	1365
19/25	41	44	1146
24/25	37	39	821
42/43	37	39	470
31/32	36	38	164
42/43	38	40	153
2/3	-	-	-
Número Total de Alternativas de Adição : 94			

TABELA V.2 - Número de Alternativas de Adição Incoerentes Durante a Expansão do Sistema Sul pelo Índice MCC

Neste capítulo, discutiu-se o problema da coerência de sistemas de geração/transmissão. Um sistema coerente é tal que o reforço de um componente (geração ou circuito) não deteriora o desempenho do sistema e vice-versa, tal que a retirada do componente não melhora seu desempenho. Mostrou-se que sistemas de potência não são em geral coerentes, devido à segunda lei de Kirchoff, que determina univocamente a distribuição dos fluxos na rede em função das susceptâncias dos circuitos e não dos seus limites de carregamento.

Foi visto inicialmente que o modelo de transportes, por não representar a segunda lei de Kirchoff, forma um sistema coerente em relação à capacidade de geração, capacidade de transporte nas linhas e demandas. A coerência em relação a demandas foi demonstrada através da derivação da região de demandas viáveis.

Mostrou-se em seguida que o modelo de fluxo de potência linearizado é coerente em relação à capacidade de geração e limites de transporte nos circuitos. A não coerência em relação à demanda foi demonstrada através da derivação da região de demandas viáveis. Demonstrou-se também que qualquer sistema pode ser incoerente com relação a reforços nas linhas. Através de análise de sensibilidade, mediu-se a proporção de barras incoerentes em relação à demanda e de alternativas de reforço incoerentes pa-

ra o sistema Sul. Mostrou-se que as alternativas de reforço incoerentes tem baixa prioridade na lista ordenada, não chegando a interferir no planejamento da expansão.

CAPÍTULO VIEXTENSÃO DA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE
PARA O PLANEJAMENTO PROBABILÍSTICOVI.1 INTRODUÇÃO

Os índices de desempenho $\phi(x)$ calculados nos capítulos anteriores pressupõem que todos os componentes x_i estão funcionando, o que é bastante improvável mesmo para sistemas de médio porte.

A contribuição de uma adição é portanto melhor estimada como o valor esperado do benefício que ela traz ao sistema, calculado para todos os eventos que podem afetá-lo (quebras de linhas, de geradores, variação na demanda, etc...).

Esta contribuição é estimada da seguinte forma :
suponha que a cada componente x_i do vetor de estados $x = (x_1, x_2, \dots, x_M)$ esteja associado um conjunto de k_i valores $\{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik_i}\}$, correspondentes aos possíveis níveis de funcionamento do componente. Por exemplo, a uma linha podem estar associados dois valores : {quebrado, funcionando}. Se o vetor de estados x tem M componentes, haverá $\prod_{i=1}^M k_i$ combinações possíveis, que corresponderão às possíveis configurações ou estados do sis-

tema. O conjunto de todas as possíveis configurações é conhecido como espaço de estados do sistema e representado por X .

Suponha agora que a cada componente x_i esteja associada uma distribuição de probabilidade correspondente à ocorrência de seus diversos estados: $\{p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{ik_i}\}$. Dada uma configuração x , pode-se então calcular a probabilidade de ocorrência desta configuração, $\text{Pr}(x)$. Por exemplo, se os componentes x_i tem falhas independentes, $\text{Pr}(x)$ é o produtório das probabilidades associadas a cada componente.

O valor esperado do índice de desempenho é então definido como

$$\bar{\Phi}(x) = \sum_{x \in X} \phi(x) \text{Pr}(x) \quad (\text{VI.1})$$

E a análise de sensibilidade probabilística é dada por

$$\overline{\text{IS}}_i = \sum_{x \in X} \partial \phi(x) / \partial x_i \cdot \text{Pr}(x) \quad (\text{VI.2})$$

Mesmo supondo modelos bastante simplificados de falhas de componentes, o número de configurações tende a crescer exponencialmente com o tamanho do sistema, tornando proibitiva uma análise exaustiva de todos os estados. Torna-se então necessário desenvolver métodos capazes de aproximar a análise probabilística com um dispêndio computacional razoável. No próximo ítem, será apresentado um caso-exemplo baseado no critério atualmente adotado no planejamento, que é o de reforço para contingências simples.

VI.2

CASO-EXEMPLO

O critério de planejamento atualmente adotado especifica que o sistema deve ser capaz de resistir à saída de qualquer circuito (contingência simples). A partir deste critério, definiu-se um algoritmo simples para reforço automático do sistema:

- a) Parte-se de uma rede que não leva a sobrecargas no caso-base (todos os circuitos em funcionamento).
- b) Faz-se análise de contingência para cada circuito da rede. Após a retirada de cada elemento, calcula-se o índice de desempenho (MCC ou MDG) e os índices de sensibilidade em relação às adições possíveis.

Se nenhuma contingência leva a sobrecargas, a síntese está terminada; caso contrário, vá para (c).

- c) Calcula-se o valor esperado dos índices de sensibilidade, que são utilizados para ordenar as adições possíveis. Adiciona-se o primeiro da lista; volte para (b).

Escolheu-se como rede inicial a configuração do sistema Sul expandida pelo critério de mínimo corte sem remanejamento de geração (Tabela IV.3 e Figura IV.3). A análise de desempenho após a contingência, entretanto, foi feita pelo mínimo corte de carga com remanejamento. Este procedimento parece ser o

mais adequado, uma vez que a mudança do ponto de operação durante uma contingência temporária não chega a afetar a política de operação energética do sistema (ver discussão em IV.2).

A Tabela VI.1 apresenta o resultado da análise de desempenho para todas as contingências que levaram a corte de carga. Dos 75 circuitos da rede inicial, 12 circuitos (cerca de 16%) levaram a corte de carga quando removidos. Além disto, 20 outras contingências levaram a sobrecargas, que foram eliminadas pelo remanejamento da geração.

A Tabela VI.2 apresenta a expansão do sistema, representado na Figura VI-1. Foram feitas 8 adições, quatro das quais duplicações de circuitos e quatro restantes que "fecham" malhas. Estas últimas adições são particularmente interessantes, pois evidenciam o potencial de se fazer a expansão pelo valor esperado do benefício. Por exemplo, a melhor opção de reforço no caso de falha do circuito 42/44 é a duplicação da linha; o mesmo se aplica à linha 43/45. Entretanto, a melhor opção em média, isto é, supondo que ambas as linhas tem a mesma probabilidade de falha, é a linha 40/45, que aparecia como segunda alternativa em ambos os casos.

Um estudo semelhante foi então realizado para o critério de máxima demanda garantida. Escolheu-se como rede inicial a configuração do sistema Sul expandida pelo critério MDG sem remanejamento de geração (Tabela IV.4 e Figura IV-4). Assim

BARRA INICIAL	BARRA FINAL	NÚMERO DE CIRCUITOS	MCC (MW)
12	14	2	242
19	21	1	836
32	43	1	523
42	44	1	165
44	45	1	876
20	21	2	580
0	3	1	488
2	3	2	120
19	25	1	338
			4280

TABELA VI.1 - Análise de Contingência por MCC
Para Rede Inicial da Figura IV-3

CIRCUITO ADICIONADO	TOTAL DE CORTE DE CARGA	Nº DE CONTINGÊNCIAS QUE LEVAM A CORTE DE CARGA
-	4280	12
40/45	3908	10
0/3	3438	9
41/43	3061	8
21/25	2369	7
25/32	1879	6
20/21	781	4
2/3	483	2
12/14	-	-

TABELA VI.2 - Reforço Automático do Sistema Para
Contingências Simples - Critério MCC

como no caso anterior, a análise de desempenho após as contingências foi feita pelo MDG com remanejamento de geração.

A Tabela VI.3 apresenta o resultado da análise de desempenho para todas as contingências que levaram a corte de carga na rede inicial. Dos 74 circuitos que compõem a rede, 11 contingências (cerca de 15%) levaram a corte de carga. Outras 17 contingências levaram a sobrecarga em relação ao ponto de operação original, e foram eliminadas pelo remanejamento de geração.

Apesar do critério de MDG ser mais restrito do que o MCC, o conjunto de contingências críticas é praticamente o mesmo. Pode-se observar, por outro lado, uma grande diferença em termos do total de redução de carga.

Estas diferenças são consequência de se manterem fixos os fatores de participação no cálculo da máxima demanda garantida. Por exemplo, a remoção do circuito 12/14 faz com que a carga na barra 12 (512 MW) seja atendida com o circuito remanescente, cuja capacidade é 270 MW. Como a barra 12 não tem geração própria, a carga cortada seria no mínimo igual a $512 - 270 = 242$ MW, o que é confirmado no MCC da Tabela VI.1. Sob o ponto de vista da máxima demanda garantida, entretanto, este corte significa uma redução obrigatória de 47,2% na carga da barra 12, que deve ser acompanhada por uma redução proporcional nas demandas do sistema. Como a demanda total é 6880 MW, conclui-se que a MDG será no mínimo $0.472 \times 6880 = 3250$ MW, o que é confirmado na Tabela VI.3.

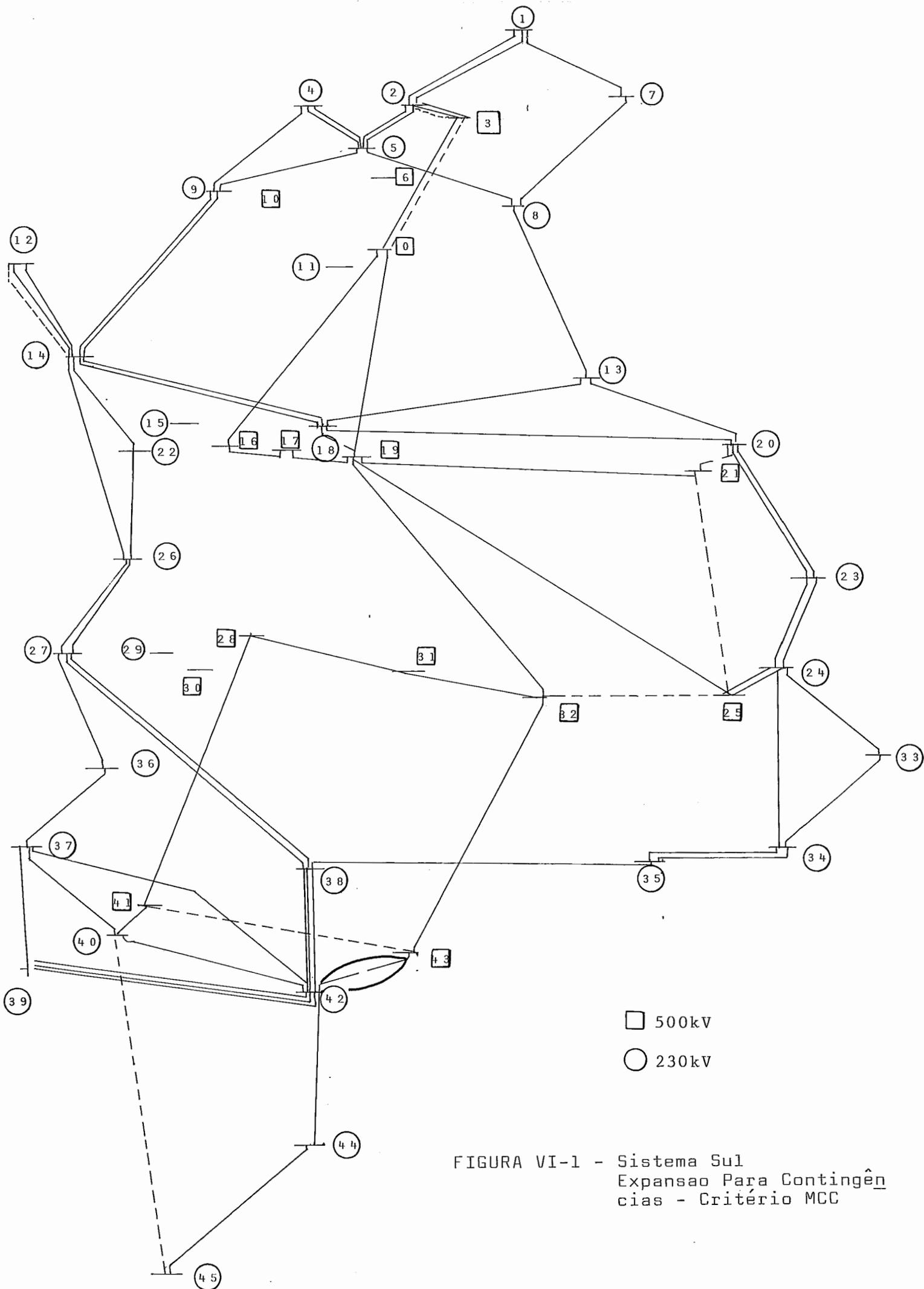


FIGURA VI-1 - Sistema Sul
Expansao Para Contingên-
cias - Critério MCC

Casos semelhantes ocorrem com os circuitos 19/21 e 20/21, fundamentais para o atendimento da barra 20 (Curitiba) e os circuitos 0/3 e 2/3, que transferem geração da barra 0 (Ivaiporã) para a barra 3 (Londrina). O caso dos circuitos 42/44 e 44/45, que atendem a cargas isoladas em 44 e 45, também é de fácil compreensão : como a remoção destes circuitos desconecta as barras do sistema, eles terão suas cargas cortadas em 100%. Em termos da MDG, isto leva a um corte total em todas as cargas da rede (MDG igual a zero).

A Tabela VI.4 apresenta a expansão do sistema, representado na Figura VI-2. Foram feitas 7 adições, quatro das quais duplicações de circuitos e três adições que "fecham" malhas.

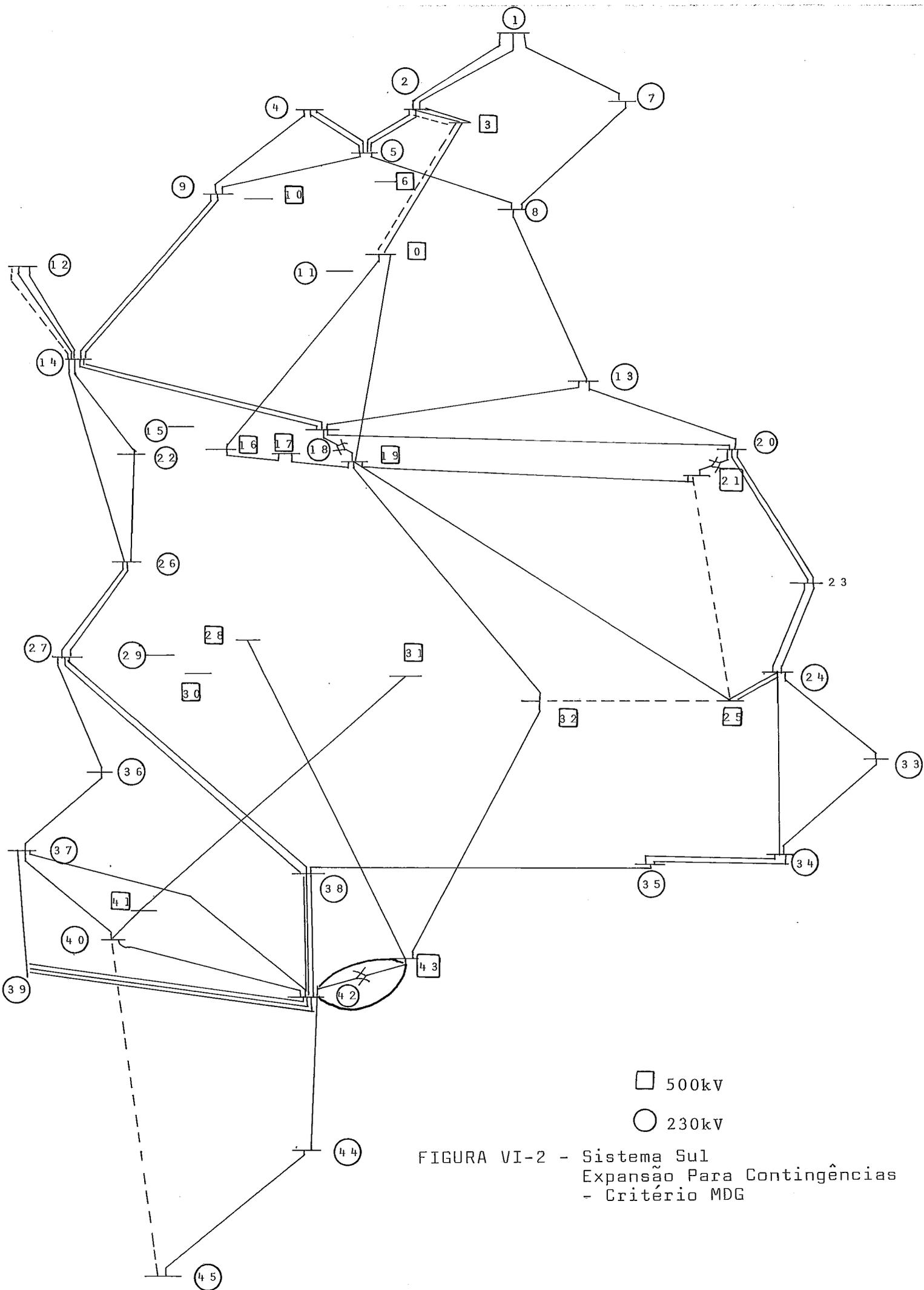
O cálculo do valor esperado dos índices de sensibilidade pode naturalmente levar em conta as taxas de pane de cada circuito, quebras das unidades geradoras, contingências múltiplas, etc., levando a um algoritmo de expansão efetivamente probabilístico. O critério de parada, ao invés de ser a eliminação de todas as sobrecargas, poderia ser o equilíbrio entre o custo marginal de se adicionar mais um reforço (linha ou gerador) e o benefício marginal de se reduzir o valor esperado do corte de carga.

BARRA INICIAL	BARRA FINAL	NÚMERO DE CIRCUITOS	d* - MDG (MW)
12	14	2	3250
19	21	1	3260
42	44	1	6880
44	45	1	6880
20	21	2	2137
0	3	1	2430
2	3	2	4734
19	25	1	981
			29686

TABELA VI.3 - Análise de Contingência por MDG
Para Rede Inicial da Figura IV-4

CIRCUITO ADICIONADO	TOTAL DE CORTE DE CARGA (d* - MDG)	Nº DE CONTINGÊNCIAS QUE LEVAM A CORTE DE CARGA
-	29686	11
40/45	18340	9
0/3	16234	8
25/32	14308	9
20/21	10810	5
21/25	7695	4
12/14	1195	1
2/3	-	-

TABELA VI.4 - Reforço Automático do Sistema Para Contingências - Critério MDG



Somente a experiência de planejamento poderá indicar o compromisso mais adequado entre o esforço computacional da análise probabilística e a qualidade dos critérios de expansão. Serão examinados em seguida os principais métodos de análise probabilística.

Introdução

Existem duas classes principais de métodos para avaliação probabilística de desempenho:

- . Monte Carlo¹⁴

Nesta metodologia, os estados são sorteados a partir da distribuição de probabilidade de cada componente. Cada configuração sorteada é então analisada e o valor esperado do índice de desempenho é estimado como

$$\hat{\phi} = \frac{1}{NS} \sum_{j=1}^{NS} \phi(x^j) \quad (\text{VI.3})$$

onde:

x^j corresponde à j -ésima configuração sorteada

NS é o número de sorteios

De forma análoga, o valor esperado dos índices de sensibilidade é estimado como:

$$\hat{IS}_i = \frac{1}{NS} \sum_{j=1}^{NS} \partial \phi(x^j) / \partial x_i \quad (\text{VI.4})$$

. Partição do Espaço de Estados¹³

Nesta metodologia, tenta-se caracterizar analiticamente os estados "aceitáveis" (configurações que tenham um índice de desempenho aceitável tal como $MCC = 0$ ou $MDG \geq d^*$) e os estados "inaceitáveis" (configurações que levem a algum tipo de corte de carga).

Será visto que a aplicação do método de partição exige que o sistema seja coerente.

VI.3.2 Coerência e Métodos de Partição no Modelo de Transportes

No Item V.2, foi discutido o problema da coerência quando o sistema de transmissão é representado pelo modelo de transportes. Mostrou-se que o corte mínimo poderia ser utilizado para gerar restrições de viabilidade das demandas. Neste Item a interpretação das restrições (V.2) e (V.3) será invertida. Fixados os valores de demanda, é possível caracterizar as capacidades de geradores e linhas que garantam um atendimento viável. Em outras palavras, para que um sistema seja viável é necessário que

$$\bar{g}_1 + \bar{g}_3 + \bar{g}_4 + \bar{f}_{12} + \bar{f}_{24} + \bar{f}_{23} \geq d_1 + d_3 + d_4 \quad (\text{VI.5})$$

e assim por diante.

Como mais uma vez, os coeficientes destas restrições são unitários ou nulos, a região viável das capacidades também é definida por um polítopo como o da Figura VI-3. Nesta figura, C_1 e C_2 representam a capacidade máxima de dois componentes do sistema (um gerador e uma linha, por exemplo).

A partir da Figura VI-3 é possível dar uma interpretação gráfica dos métodos de partição do espaço de estados utilizados para avaliação probabilística dos índices de desempenho:

- a) A partir do estado mais favorável (\bar{C}_1, \bar{C}_2) , determina-se um ponto da região viável, x_0 . Pela coerência, sabe-se que todas as capacidades maiores do que x_0 também serão viáveis; estas capacidades estão representadas pela região A da Figura VI-4. A probabilidade associada a A também é facilmente calculável, porque as variáveis aleatórias C_1 e C_2 são supostas independentes (ver Figura VI-4).
- b) A partir do estado mais favorável (\bar{C}_1, \bar{C}_2) , varia-se a capacidade de C_1 até encontrar um ponto inviável x_1 .

Novamente pela coerência, sabe-se que todas as capacidades inferiores a x_1 são inviáveis; este conjunto é representado por B_1 e, por ser um "retângulo", sua probabilidade é facilmente calculável (ver Figura VI-5).

- c) Repete-se o mesmo procedimento de (b) variando agora a capacidade de C_2 ; a Figura mostra o ponto inviável x_2 e a região inviável B_2 (ver Figura VI-6).

No cálculo das probabilidades, a interseção de B_1 e B_2 deve ser subtraída para que não haja dupla contagem. Na prática, é possível introduzir uma espécie de ordenação lexicográfica e definir B_2 de forma a ter interseção vazia com B_1 (ver Figura VI-7).

- d) A região "não-classificada" é conhecida como C ; pode-se ver que C está bem definida a partir do conhecimento de x_0 , x_1 , x_2 e (\bar{C}_1, \bar{C}_2) . A mesma ordenação aplicada a B_1 e B_2 permite dividir C em "retângulos" C_1 e C_2 (ver Figura VI-8).
- e) O mesmo método de partição (a) - (d) é aplicado agora as novas regiões C_1 e C_2 .

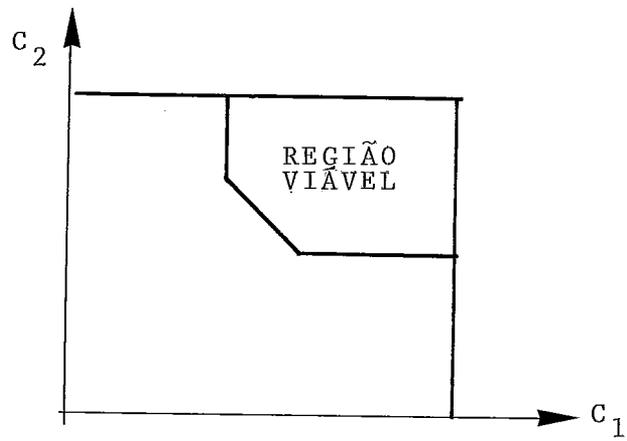


FIGURA VI-3

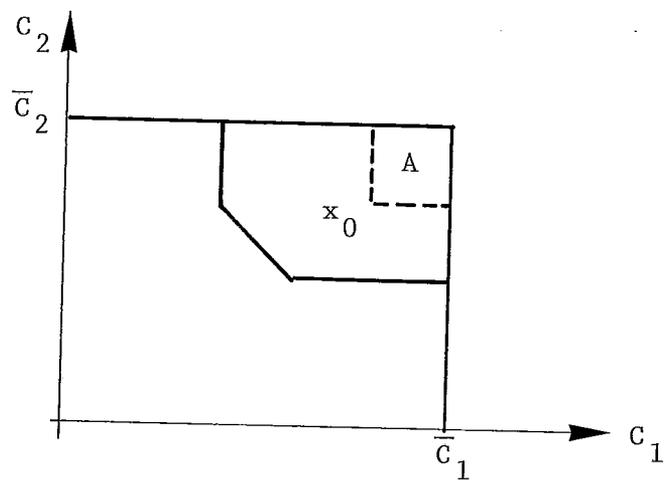


FIGURA VI-4

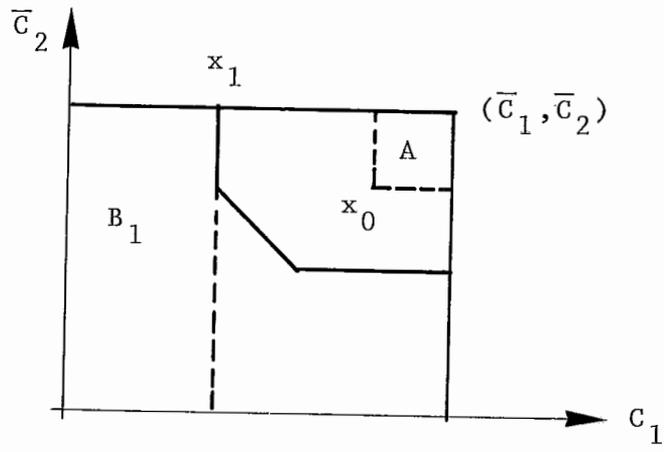


FIGURA VI-5

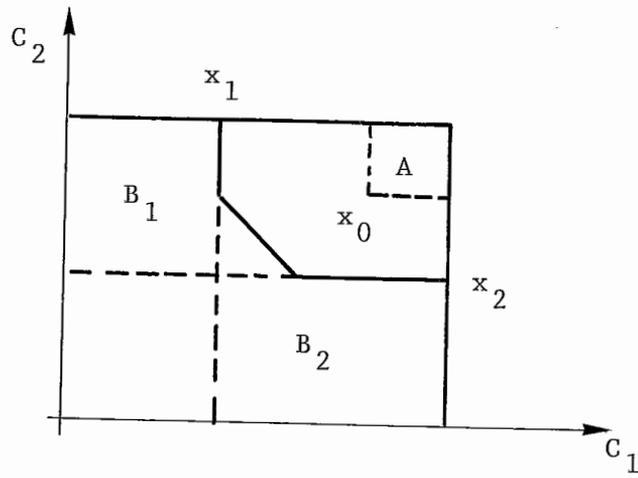


FIGURA VI-6

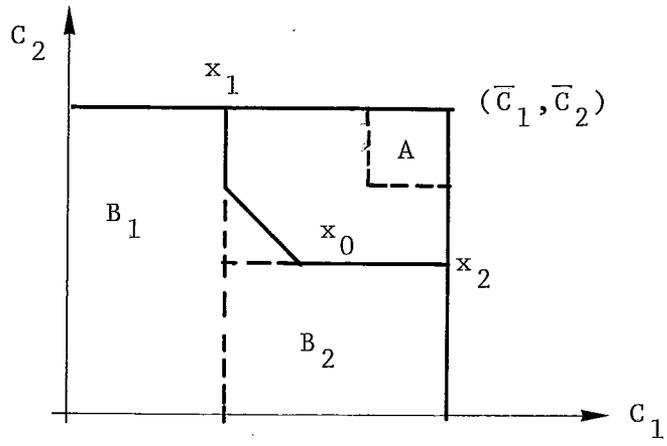


FIGURA VI-7

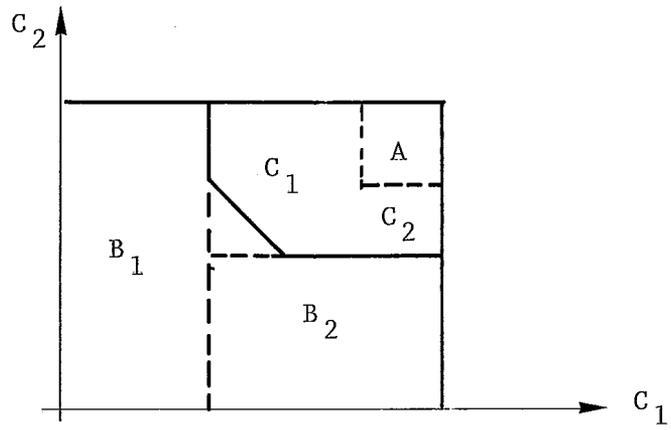


FIGURA VI-8

VI.3.3

Coerência e Métodos de Partição no Modelo de Fluxo de Potência Linearizado

Em contraste com o que ocorreu no modelo de transportes, a inversão da restrição de demandas viáveis (V.16) não é suficiente para definir a região viável de capacidades para o modelo de fluxo de potência linearizado. Isto se deve ao fato da restrição se referir a variável $\bar{\psi}$, que é a razão entre dois parâmetros, \bar{f} e γ . A derivação da região viável de capacidades será feita no Capítulo VII como caso particular do problema de expansão ótima de um sistema de geração/transmissão. Será visto no Item VII.5.2 que as restrições que definem esta região tem a forma geral

$$\pi_g \cdot \bar{g} + \pi_f \cdot \bar{f} + \pi_\gamma \cdot \gamma \geq (\pi_d - \pi_r)d \quad (\text{VI.6})$$

Como foi observado em IV.8, os valores de π_γ podem ser negativos, o que implica que a região viável pode ter formas como a da Figura VI-9.

Neste caso, compreende-se que métodos baseados em partição podem não ser adequados, pois a caracterização das regiões em "aceitáveis" e "inaceitáveis" não é mais garantida ao se atingir a "fronteira" da região (ver Figura VI-9).

Observe-se que esta região de capacidade não se refere às variáveis \bar{f} ou \bar{g} , pois o sistema é coerente em relação a estes valores. O fator crucial na incoerência é a admitância das linhas, o que equivale dizer a segunda lei de Kirchoff.

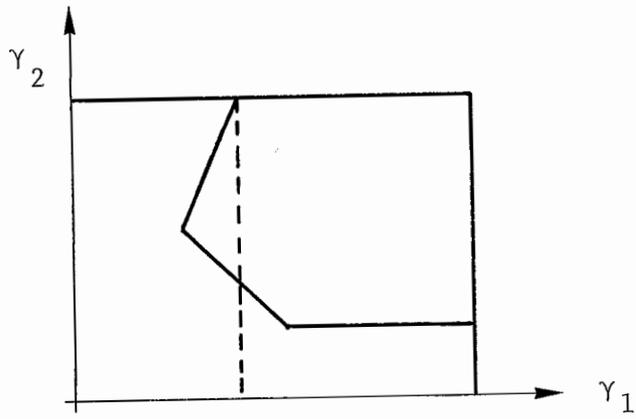


FIGURA VI-9

Neste capítulo, tratou-se do problema da expansão probabilística, isto é, cálculo do desempenho do sistema e análise de sensibilidade quando as linhas, transformadores e geradores estão sujeitas a falha. Mostrou-se que o valor esperado dos índices de sensibilidade pode ser utilizado para definir alternativas de adição atraentes. Foi feito um caso-exemplo de reforço da rede para o critério de contingência simples, isto é, o sistema deve resistir à saída de qualquer circuito.

O problema principal da expansão probabilística é o esforço computacional. Foram discutidas duas classes de métodos de análise : Monte-Carlo e partição do espaço de estados. Através da análise de sensibilidade, mostrou-se que a aplicação dos métodos de partição exige que o sistema de potência seja coerente.

CAPÍTULO VIILIGAÇÃO ENTRE A ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E ALGORITMOS
DE SÍNTESE AUTOMÁTICA DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃOVII.1 INTRODUÇÃO

Como foi visto no Capítulo I, o objetivo do planejamento da expansão a longo prazo de sistemas de transmissão é estabelecer quando e onde construir os equipamentos necessários para um atendimento econômico e confiável da demanda prevista.

Este problema se decompõe naturalmente em duas partes :

- 1) Determinar os investimentos ótimos em capacidade;
- 2) Determinar o custo de operação e confiabilidade de suprimento associados à construção desta capacidade.

Esta decomposição natural pode ser explorada por técnicas de decomposição de programação matemática. Estas técnicas produzem a otimização global dos custos de investimentos e valor esperado do custo de operação através da solução iterativa de problemas de investimentos e operação que podem ser resolvidos separadamente.

Em outras palavras, as técnicas de decomposição permitem que os problemas de investimento e operação sejam modelados separadamente e utilizem algoritmos de solução especializados.

Esta abordagem tem diversos atrativos em termos de flexibilidade, modularidade e consistência. Por exemplo, é possível utilizar diretamente os modelos de análise de desempenho descritos nos capítulos anteriores como componentes de um modelo de expansão ótima. Também será visto neste Capítulo que a coordenação entre os subproblemas de investimento e operação é feita através de análises de sensibilidade dos índices de desempenho semelhantes às descritas nos capítulos anteriores. Por sua vez, os subproblemas de investimento podem se beneficiar de técnicas de solução especializadas se resolvidos separadamente dos problemas de operação.

Em resumo, as técnicas de decomposição fornecem um compromisso adequado entre a necessidade prática de decompor o complexo problema de expansão em subproblemas menores e a necessidade de se atingir uma otimização global dos recursos do sistema.

VII.2 O PROBLEMA DA EXPANSÃO ÓTIMA DE UM SISTEMA DE
GERAÇÃO/TRANSMISSÃO

VII.2.1 O Problema da Expansão Ótima

O problema da expansão ótima de um sistema de geração/transmissão será representado em geral pelo seguinte problema de otimização:

$$\text{Min } z = cx + dy$$

$$\text{s/a } \quad Ex + Fy \geq h \quad (\text{VII.1})$$

$$x \in X$$

Neste problema, as variáveis x representam investimentos em capacidade de geração e transmissão. As restrições nestes investimentos (cronogramas, restrições financeiras, etc..) são representadas genericamente pela condição $x \in X$. As variáveis x podem assumir valores discretos.

Uma vez tomada uma decisão de investimento em capacidade de geração e transmissão, os equipamentos são utilizados para suprir a demanda. As variáveis y representam os níveis de geração e fluxo nas linhas durante a operação do sistema. As restrições nestas variáveis (leis de Kirchoff, limites de geração, limites de fluxo, etc..) são expressas genericamente pelas restrições $Ex + Fy \geq h$. Observe-se que as variáveis de investimento

x participam das equações de operação do sistema, uma vez que elas definem os limites de capacidade dos equipamentos.

A estrutura do Problema (VII.1) é típica de um problema de decisão em dois estágios:

- Inicialmente, toma-se uma decisão $x^* \in X$.
- Uma vez conhecida a decisão de investimento x^* , o sistema é operado da melhor forma possível, isto é, de forma a minimizar o custo de operação dy .

Min dy

(VII.2)

s/a $Fy \geq h - Ex^*$

onde x^* , por ser conhecido, passa para o lado direito da Equação (VII.2).

O objetivo é minimizar a soma dos custos de investimento mais operação, $cx^* + dy^*$. A Figura VII-1 ilustra o processo de decisão.

VII.2.2 O Princípio de Decomposição de Benders

O custo de operação dy^* , solução do Problema (VII.2), pode ser visto como uma função $\alpha(x)$ da decisão de investimento x , isto é

$$\alpha(x) = \text{Min } dy \tag{VII.3}$$

$$\text{s/a } Fy \geq h - Ex$$

O problema da expansão ótima (VII.1) pode então ser reescrito somente em termos das variáveis x como

$$\text{Min } cx + \alpha(x) \tag{VII.4}$$

$$x \in X$$

O princípio de decomposição de Benders pode ser visto como uma técnica para construir a função $\alpha(x)$ com o grau de precisão necessário. O algoritmo de Benders se baseia na solução iterativa de problemas de investimento semelhantes ao Problema (VII.4) e problemas de operação semelhantes ao Problema (VII.3). O algoritmo pode ser resumido nos seguintes passos:

- a) Defina uma aproximação $\hat{\alpha}(x)$ da função (desconhecida) $\alpha(x)$. Será visto que esta aproximação é sempre um limite inferior para $\alpha(x)$

b) Resolva o subproblema de investimento

$$\text{Min } cx + \hat{\alpha}(x)$$

(VII.5)

$$x \in X$$

e calcule a decisão ótima x^*

c) Como $\hat{\alpha}(x)$ é um limite inferior para $\alpha(x)$, é possível mostrar que $cx^* + \hat{\alpha}(x^*)$ é um limite inferior para a verdadeira solução ótima, isto é,

$$\underline{z} = cx^* + \hat{\alpha}(x^*)$$

(VII.6)

d) Conhecido x^* , resolva o subproblema de operação

$$\alpha(x^*) = \text{Min } dy$$

(VII.7)

$$\text{s/a } Fy \geq h - Ex^*$$

e calcule a decisão ótima y^*

e) É possível mostrar que $cx^* + dy^*$ constitui um limite superior para a decisão ótima

$$\bar{z} = cx^* + dy^*$$

(VII.8)

f) Verifique se

$$\bar{z} - \underline{z} \leq \text{TOL} \quad (\text{VII.9})$$

onde TOL é uma tolerância pré-estabelecida. Em caso afirmativo, x^* é a solução ótima; em caso contrário, a solução do problema de operação (VII.7) será utilizada para aperfeiçoar a aproximação $\hat{\alpha}(x)$. Volte para (b).

Os passos (a) - (f) resumem o esquema de decomposição. Pode-se observar que o subproblema de investimento (VII.5) e o subproblema de operação (VII.7) são resolvidos separadamente. Em outras palavras, a decomposição "natural" das decisões de investimento e operação pode ser explorada por modelos matemáticos.

Outra característica importante da decomposição de Benders é a disponibilidade de limites inferiores e superiores para a solução ótima a cada iteração. Estes limites podem ser utilizados como um critério de convergência eficiente, como indicado no passo (f) do esquema acima.

O ponto mais crítico do esquema de decomposição (a)-(f) é a modificação de $\hat{\alpha}(x)$ a partir da solução do subproblema de operação (VII.7). Associado à solução ótima do subproblema de operação existe um conjunto de multiplicadores de Lagrange que medem a variação dos custos de operação do sistema causada por variações marginais nas capacidades dos equipamentos

instalados pelo subproblema (VII.5). Estes multiplicadores serão utilizados para construir uma restrição linear, escrita em termos das variáveis de investimento x . Esta restrição, conhecida como corte de Benders, é adicionada ao problema de investimento (VII.5), que é então novamente resolvido, gerando um novo plano de investimento.

A derivação do algoritmo de Benders será feita em seguida.

VII.3 DERIVAÇÃO DO PRINCÍPIO DE DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS

VII.3.1 Derivação

O Dual do subproblema de operação (VII.7) é dado por

$$\text{Max } \pi(h - Ex^*) \quad (\text{VII.10})$$

$$\text{s/a } \pi F \leq d$$

A região viável do Problema (VII.10) não depende da decisão x^* . Esta região é um poliedro convexo, caracterizado por seus vértices $\Pi = \{\pi^i = 1, 2, \dots, p\}$. Como a solução ótima de um PPL está num dos vértices de sua região viável, o Problema (VII.10) pode em princípio ser resolvido por enumeração:

$$\text{Max } \pi^i (h - Ex^*) \quad (\text{VII.11})$$

$$\pi^i \in \Pi$$

O problema (VII.11) pode ser reescrito como

$$\text{Min } \alpha$$

$$\text{s/a } \pi^1 (h - Ex^*) \leq \alpha$$

$$\pi^2 (h - Ex^*) \leq \alpha$$

$$\vdots$$

$$\pi^P (h - Ex^*) \leq \alpha$$

(VII.12)

onde α é uma variável escalar.

Pode-se ver que α , por ser maior ou igual a cada $\pi^i (h - Ex^*)$, é maior ou igual a $\text{Max}\{\pi^i (h - Ex^*)\}$. Como a função objetivo em (VII.12) é minimizar α , conclui-se que a restrição será atendida na igualdade.

Conclui-se, portanto, que o problema (VII.12) é equivalente ao problema (VII.10). Lembrando agora que o problema Primal (VII.7) e o problema Dual (VII.10) tem o mesmo valor de função objetivo na solução ótima, pode-se substituir (VII.7) por (VII.12) como subproblema de operação, isto é,

$$\alpha(x^*) = \text{Min } \alpha$$

$$\text{s/a } \pi^1(h - Ex^*) \leq \alpha$$

$$\pi^2(h - Ex^*) \leq \alpha$$

$$\vdots$$

$$\pi^P(h - Ex^*) \leq \alpha$$

(VII.13)

A partir de (VII.13), pode-se fazer uma interpretação geométrica da função $\alpha(x)$. Ela representa uma função convexa montada a partir de restrições lineares, como ilustrado na Figura VII-2.

A expressão para $\alpha(x)$ em (VII.13), ao ser substituída no problema de expansão ótima (VII.4), leva a

$$\text{Min } cx + \alpha$$

$$x \in X$$

(VII.14)

$$\text{s/a } \pi^1(h - Ex) \leq \alpha$$

$$\pi^2(h - Ex) \leq \alpha$$

$$\vdots$$

$$\pi^P(h - Ex) \leq \alpha$$

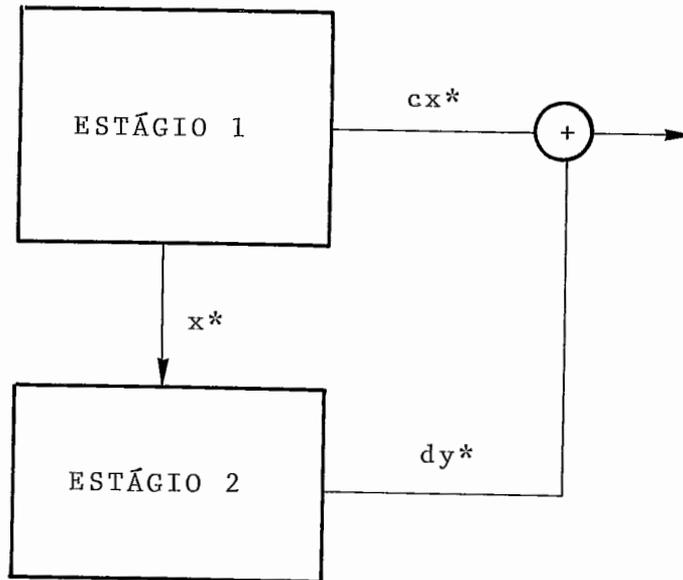


FIGURA VII-1 - Processo de Decisão Para um Problema de Dois Estágios

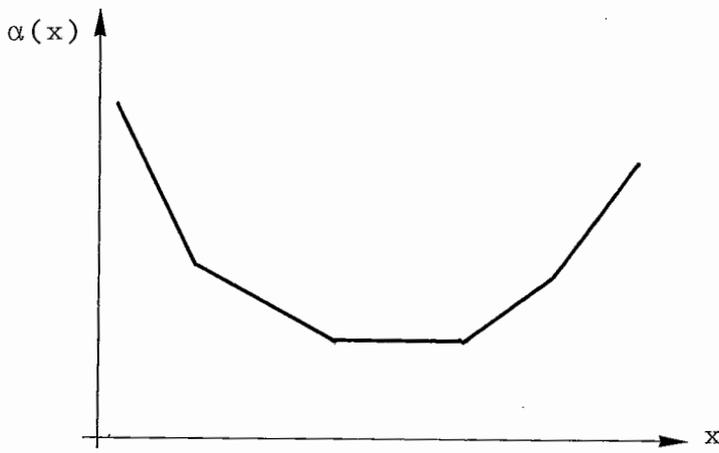


FIGURA VII-2 - Interpretação Geométrica de $\alpha(x)$

O problema (VII.14) é escrito somente em termos das variáveis de investimento x e da variável escalar α . Embora ele tenha um número muito grande de restrições, pode-se ver que poucas estarão ativas, isto é, atendidas na igualdade, na solução do problema. Isto sugere o uso de técnicas de relaxação em sua solução, que formarão a base do algoritmo de Benders.

VII.3.2 Algoritmo

a) Inicialize $J = 0$

Inicialize $\bar{z} = +\infty$

b) Resolva o problema relaxado

$$\text{Min } cx + \alpha$$

$$x \in X$$

(VII.15)

$$\text{s/a } \pi^j(h - Ex) \leq \alpha \quad \forall j = 1, 2, \dots, J$$

Obs.: Se $J = 0$, a variável α não participa do problema, que passa a ser um problema de investimento "puro"

$$\text{Min } cx$$

(VII.16)

$$x \in X$$

- c) Seja $(\hat{x}, \hat{\alpha})$ a solução ótima do problema (VII.15). Pode-se ver que

$$\underline{z} = c\hat{x} + \hat{\alpha} \quad (\text{VII.17})$$

é um limite inferior para a solução do problema de expansão ótima (VII.4), pois o problema (VII.15) é uma versão relaxada de (VII.4).

- d) Resolva o problema de operação, dada a decisão de investimento \hat{x}

$$\begin{aligned} &\text{Min } dy \\ &\text{s/a } Fy \geq h - E\hat{x} \end{aligned} \quad (\text{VII.18})$$

- e) Seja \hat{y} a solução ótima do Problema (VII.18). O par (\hat{x}, \hat{y}) constitui uma solução viável do problema de expansão ótima, mas não necessariamente a solução ótima. Desta forma, pode-se afirmar que

$$\bar{z} = \text{Min} \{ \hat{z}, c\hat{x} + d\hat{y} \} \quad (\text{VII.19})$$

é um limite superior para a solução do problema

f) Verifique se

$$\bar{z} - \underline{z} < \text{TOL} \quad (\text{VII.20})$$

onde TOL é uma tolerância pré-estabelecida. Em caso afirmativo, a solução ótima é o par $(\hat{x}, \hat{\alpha})$ associado ao limite superior \bar{z} . Em caso contrário, vá para (g)

g) Seja $\hat{\pi}$ o vetor de multiplicadores Simplex associado à solução do problema de operação (VII.18). Este vetor é uma solução básica viável do problema Dual

$$\text{Max } \pi(h - E\hat{x}) \quad (\text{VII.21})$$

$$\text{s/a } \pi F \leq d$$

e, portanto, um vértice da região viável $\pi F \leq d$. Este vértice pode ser utilizado para formar uma nova restrição do tipo $\pi(h - Ex) \leq \alpha$, que será adicionada ao conjunto

$$\text{Faça } J = J + 1$$

$$\text{Faça } \pi^J = \hat{\pi}$$

Volte para (b).

VII.3.3 Expressão Alternativa Para o Corte de Benders

O corte de Benders

$$\pi^*(h - Ex) \leq \alpha \quad (\text{VII.22})$$

será reescrito da seguinte forma. Seja w^* a solução do problema de operação (VII.7). Da igualdade entre os valores de solução ótima do Primal e Dual, pode-se observar que

$$w^* = \pi^*(h - Ex^*) \quad (\text{VII.23})$$

Reescrevendo (VII.23) em termos de π^*h , obtém-se

$$\pi^*h = w^* + \pi^*Ex^* \quad (\text{VII.24})$$

Substituindo (VII.24) em (VII.22), obtém-se uma expressão alternativa para o corte de Benders.

$$w^* + \pi^* E(x^* - x) \leq \alpha \quad (\text{VII.25})$$

A expressão (VII.25) pode ser interpretada como uma aproximação linear do custo de operação $\alpha(x)$ em torno do ponto de investimento x^* . Os coeficientes da aproximação linear são os multiplicadores Simplex associados à solução ótima do sub-problema de operação.

VII.3.4 Os Cortes de Viabilidade

A expressão (VII.25) permanece válida mesmo quando a função objetivo do subproblema é minimizar o corte de carga no sistema. Neste caso, ela representa uma aproximação linear do MCC em torno do ponto de investimento x^* .

Se o objetivo da expansão é minimizar os custos de investimento sujeito a não haver cortes de carga na operação, isto equivale à restrição $\alpha(x) \leq 0$. Nestes casos, o corte de Benders passa a ser:

$$w^* + \pi^* E(x^* - x) \leq 0 \quad (\text{VII.26})$$

também conhecido como corte de viabilidade. Um argumento semelhante foi utilizado na derivação da região de demandas viáveis (expressão (V.12)).

VII.4 APLICAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS À EXPANSÃO ÓTIMA COM O MODELO DE TRANSPORTES

VII.4.1 O Subproblema de Operação

No modelo de transportes, as decisões de investimento correspondem às capacidades de geração \bar{g} e aos limites de fluxo \bar{f} . As variáveis de operação y correspondem aos níveis de

geração g , aos cortes de carga r e aos fluxos na rede f . Conhecida uma decisão de investimento $\{\bar{g}^0, \bar{f}^0\}$, o problema de mínimo corte de carga, definido em (II.9) e (III.12), é representado como

$$\begin{array}{llll} \text{Min } w = & \sum_{k=1}^N & r_k & \text{VARIÁVEIS DUAIS} \\ \\ \text{s/a} & Sf + g + r = d & & \pi_d^0 \quad (\text{VII.27.1}) \\ & -g \geq -g^0 & & \pi_g^0 \quad (\text{VII.27.2}) \\ & r \geq -d & & \pi_r^0 \quad (\text{VII.27.3}) \\ & -|f| \geq -\bar{f}^0 & & \pi_f^0 \quad (\text{VII.27.4}) \end{array}$$

A função objetivo é minimizar os custos de investimento sujeito a não haver cortes de carga na operação. Desta forma, o corte de Benders passa a ser um corte de viabilidade da forma (VII.26). Em termos do modelo de transportes, este corte é

$$w^0 + \pi_g^0 (\bar{g}^0 - \bar{g}) + \pi_f^0 (\bar{f}^0 - \bar{f}) \leq 0 \quad (\text{VII.28})$$

onde w^0 é a solução ótima do Problema (VII.27).

A equação (VII.28) é uma expressão linearizada do MCC do sistema em função das variáveis de decisão \bar{g} e \bar{f} (observe que \bar{g}^0 e \bar{f}^0 tem valores conhecidos). Foi visto no item III.2.1.4 que os multiplicadores π_g^0 e π_f^0 tem propriedades especiais devido à estrutura do problema de fluxo máximo e que eles podem ser facilmente derivados a partir do corte mínimo na rede.

VII.4.2 O Subproblema de Investimento

O objetivo do subproblema de investimento é a minimização dos custos de investimento sujeito às restrições de viabilidade (VII.28). Para clareza de notação, as capacidades dos equipamentos existentes não são representadas nas equações a seguir:

$$\text{Min} \quad c_g \cdot x_g \quad + \quad c_f \cdot x_f$$

$$\text{s/a} \quad w^j + \pi_g^j (\bar{g}^j - \bar{g} \cdot x_g) + \pi_f^j (\bar{f}^j - \bar{f} \cdot x_f) \leq 0 \quad \forall j=1,2,\dots,J$$

(VII.29)

$$x_g \leq N_g$$

$$x_f \leq N_f$$

onde:

- C_g e C_f são os vetores de custos de investimento
- x_g e x_f são vetores que representam o número de geradores e linhas a serem instalados
- \bar{g} e \bar{f} representam as capacidades dos geradores e linhas candidatas
- $\bar{g}.x_g$ e $\bar{f}.x_f$ são multiplicados componente a componente e representam a capacidade total a ser instalada
- j indexa as iterações de Benders anteriores
- J é o número da iteração atual
- w^j é o valor da solução do problema de operação (VII.27) na j -ésima iteração
- π_g^j e π_f^j são os vetores de multiplicadores (VII.27.2) e (VII.27.4) na j -ésima iteração
- \bar{g}^j e \bar{f}^j são as capacidades instaladas na j -ésima iteração (iguais a $\bar{g} . x_g^j$ e $\bar{f} . x_f^j$, onde x_g^j e x_f^j são as soluções de (VII.29) na j -ésima iteração)
- N_g e N_f são o número máximo de geradores e linhas permitidos em cada barra e em cada faixa de passagem.

As variáveis x_g e x_f no Problema (VII.28) podem ser contínuas, isto é, podem assumir valores fracionários, ou discretas, isto é, restritas a valores inteiros. No primeiro caso, o Problema (VII.29) se torna um problema de programação linear, no segundo caso, corresponde a um problema de programação inteira. Ambos os problemas serão resolvidos por um sistema de programação matemática padrão¹⁷.

VII.4.3 Caso-Exemplo

O desempenho do algoritmo será avaliado num caso-exemplo com a configuração do sistema Sul do Brasil correspondente a 1984 (ver Figura VII-3). Deve-se notar que esta configuração é levemente diferente da utilizada nos capítulos anteriores. O sistema existente é representado pelas linhas sólidas. As faixas de passagem representam alternativas de expansão.

A duplicação de qualquer circuito existente também é considerada uma alternativa de expansão.

O sistema 1984 tem 46 barras e 73 circuitos. Há 79 faixas de passagem em que se pode construir circuitos. O sistema será expandido para a demanda e capacidade de geração previstas para 1990.

Serão analisadas duas opções : variáveis de investimento contínuas e variáveis discretas.

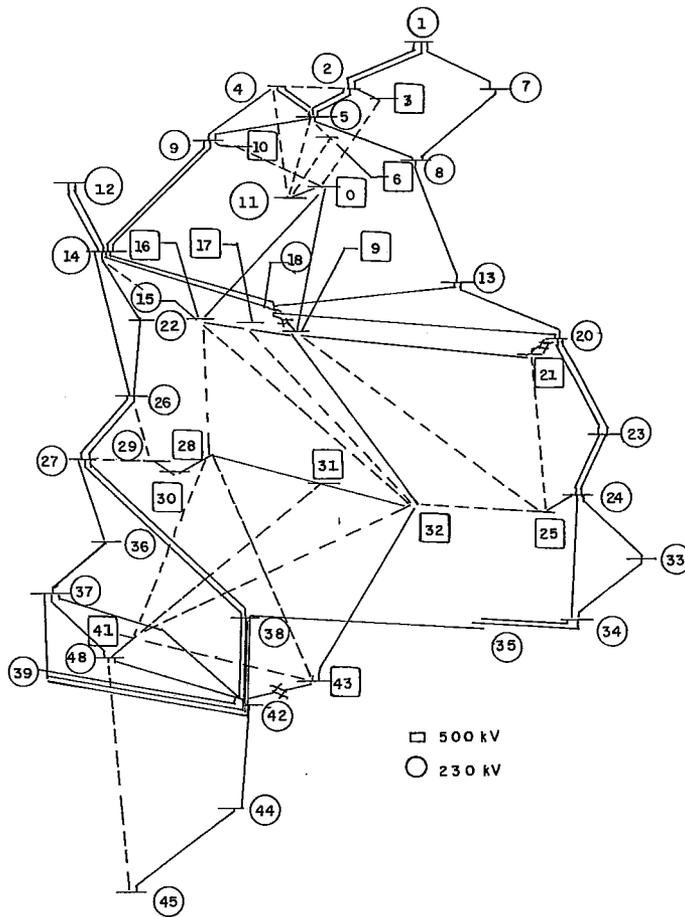


FIGURA VII-3

VII.4.3.1 Modelo de Transportes/Variáveis Contínuas

Nesta opção, o subproblema de operação é modelado como um problema de fluxo máximo e o subproblema de investimento como um problema de programação linear, como visto em (VII.27) e (VII.29).

A solução ótima foi obtida em 16 iterações de Benders. A configuração final pode ser encontrada na Tabela VII.1.

A evolução dos custos de investimento e cortes de carga ao longo das iterações está representada nas Figuras VII-4 e VII-5. Observe-se que os custos de investimento sempre aumentam porque o subproblema de investimento se torna cada vez mais restrito com os cortes de Benders. Por outro lado, o corte de carga pode flutuar ao longo das iterações.

Os resultados também ilustram a dificuldade de se aplicar uma lógica simples de "arredondamento" às capacidades fracionárias das linhas. Nenhuma das capacidades das linhas da Tabela (VII.1) está perto o suficiente de um valor inteiro para justificar uma redução de sua capacidade. Por outro lado, arredondar todas as capacidades para o inteiro imediatamente superior quase triplica o custo de investimento (de US\$ 38 milhões para US\$ 99 milhões). O efeito de se utilizar variáveis discretas para representar decisões de investimento será descrito em seguida.

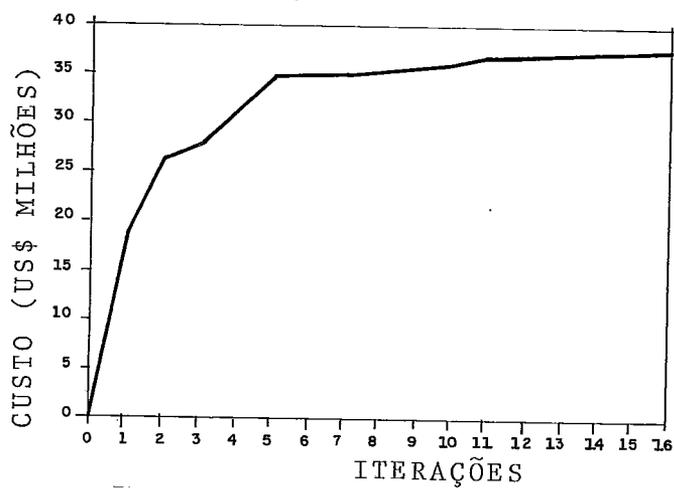


FIGURA VII-4

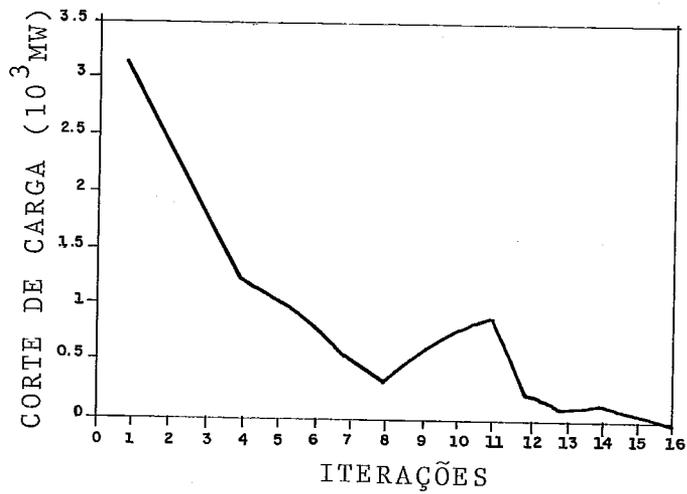


FIGURA VII-5

CIRCUITO ADICIONADO	NÚMERO DE CIRCUITOS
20/21	0.63
42/43	0.39
0/10	0.20
0/6	0.30
21/25	0.26
27/29	0.28
26/29	1.34
41/43	0.28
Custo Total - US\$ 38 milhões	

TABELA VII.1 - Expansão Ótima - Modelo de Transportes/
Variáveis de Investimento Contínuas

VII.4.3.2 Modelo de Transportes/Variáveis de Investimento Discretas

Nesta opção, o subproblema de operação ainda é modelado como um problema de fluxo em redes, mas o subproblema de investimento se torna um problema de programação inteira.

A solução ótima foi obtida em 24 iterações de Benders (note que os cortes de Benders produzidos na solução do caso-exemplo anterior foram retidos porque podem fornecer condições iniciais). A configuração final pode ser encontrada na Tabela VII.2.

Pode ser observado que as soluções produzidas pelas opções contínua e discreta (Tabelas VII.1 e VII.2) são substancialmente diferentes. Pode-se também notar que o custo de investimento de US\$ 81 milhões é cerca de 20% menor do que a rede produzida pelo arredondamento das linhas de capacidade fracionária produzidas no caso-exemplo anterior.

Finalmente, deve-se lembrar que o modelo de transportes é uma representação mais simplificada da rede de transmissão e, portanto, que a configuração produzida pode não ser viável (isto é, levar a sobrecargas), se simulada com o modelo de fluxo de potência linearizado. De fato, isto ocorreu neste caso-exemplo. Passou-se então à aplicação da decomposição de Benders com o modelo de fluxo de potência linearizado.

CIRCUITO ADICIONADO	NÚMERO DE CIRCUITOS
5/11	2
20/21	1
26/29	2
25/32	1
24/25	1
42/43	1

Custo Total - US\$ 81.7 milhões

TABELA VII.2 - Expansão Ótima - Modelo de Transportes/
Variáveis de Investimento Discretas

VII.5 APLICAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS À EXPANSÃO
ÓTIMA DE SISTEMAS DE GERAÇÃO/TRANSMISSÃO COM O
MODELO DE FLUXO DE POTÊNCIA LINEARIZADO

A derivação do algoritmo de Benders feita no item VII.3 não faz restrições quanto ao subproblema de investimento mas requer que as variáveis de operação sejam separáveis das variáveis de investimento, isto é, que o problema seja representado como

$$\text{Min } dy$$

(VII.30)

$$\text{s/a } Fy \geq h - E(x)$$

para que se possa calcular o problema Dual e os multiplicadores.

No modelo de fluxo de potência linearizado, esta condição parece não se verificar, pois o vetor $B\theta$ na equação

$$B\theta + g + r = d$$

contém produtos entre as variáveis de investimento γ (susceptâncias dos ramos) e as variáveis de operação θ (ver II.4).

É possível, entretanto, colocar o problema de forma separável, embora não-linear.

$$\text{Min } w = \sum_{k=1}^N r_k$$

VARIÁVEIS
DUAIS

$$s/a \quad Sf + g + r = d \quad \pi_d \quad (\text{VII.31.1})$$

$$-g \geq -\bar{g} \quad \pi_g \quad (\text{VII.31.2})$$

$$-r \geq -d \quad \pi_r \quad (\text{VII.31.3})$$

$$-|f| \geq -\bar{f} \quad \pi_f \quad (\text{VII.31.4})$$

$$f/\psi = \gamma \quad \pi_\gamma \quad (\text{VII.31.5})$$

onde:

ψ é o vetor de aberturas angulares ($\psi_{k\ell} = \theta_k - \theta_\ell$)

f é o vetor de fluxos na rede

Esta formulação explicita a primeira e a segunda leis de Kirchoff e permite colocar as variáveis de investimentos \bar{g} , \bar{f} e γ de forma separável no lado direito da equação. A não-linearidade vem do termo f/ψ . Será visto que o problema (VII.31) pode ser tratado no contexto da decomposição de Benders generalizada e que é possível produzir cortes de Benders da forma

$$(\pi_d - \pi_r) d - \pi_g \cdot \bar{g} - \pi_f \cdot \bar{f} - \pi_\gamma \cdot \gamma \leq \alpha \quad (\text{VII.32})$$

VII.5.1

Decomposição de Benders Generalizada^{2 8}

Seja o problema de otimização definido por

$$\text{Min } f(x,y)$$

$$\text{s/a } G(x,y) = 0 \quad (\text{VII.33})$$

$$x \in X, \quad y \in Y$$

onde x é um vetor de variáveis ditas complicantes no sentido que é fácil resolver (VII.33) para o vetor de variáveis y se x for fixado. Em termos do problema de expansão ótima, x representa as variáveis de investimento e y representa as variáveis de operação. $G(x,y) = 0$ representa, para x fixado, o problema de mínimo corte de carga. Os conjuntos X e Y representam restrições que afetam respectivamente as variáveis de investimento e as variáveis de operação.

O problema (VII.33) pode ser escrito apenas em termos de x através de uma projeção das variáveis y .

$$\text{Min } v(x)$$

$$x \in X$$

$$(\text{VII.34})$$

onde

$$v(x) = \min_{y \in Y} f(x, y) \quad (\text{VII.35})$$

$$\text{s/a } G(x, y) = 0$$

Para cada decisão de investimento \bar{x} , o subproblema (VII.35) possui multiplicadores ótimos π . O valor ótimo de (VII.35), $\bar{v}(x)$, é igual ao valor do problema

$$\max_{\pi} \{ \min_{y \in Y} \{ f(\bar{x}, y) - \pi G(\bar{x}, y) \} \} \quad (\text{VII.36})$$

para todo $\bar{x} \in X$.

Conseqüentemente, o problema de expansão (VII.33) é equivalente ao seguinte problema

$$\min \beta$$

$$x \in X$$

$$\text{s/a } \beta \geq \min_{y \in Y} \{ f(x, y) - \pi G(x, y) \} \quad \forall \pi \quad (\text{VII.37})$$

Como o número de restrições do problema (VII.37) pode ser muito elevado, utilizou-se uma técnica de relaxação semelhante à discutida em VII.2. Para facilidade de notação, define-se a seguinte função

$$L^*(x, \pi) = \min_{y \in Y} \{f(x, y) - \pi G(x, y)\} \quad (\text{VII.38})$$

A decomposição de Benders generalizada é então realizada da seguinte forma:

- a) Selecione um ponto $\bar{x} \in X$. Resolva o problema (VII.35) e calcule $v(\bar{x})$, o vetor de multiplicadores $\bar{\pi}$ e a função $L^*(x, \bar{\pi})$
- b) O valor $v(\bar{x})$ é um limite superior para a solução ótima, pois \bar{x} é apenas uma solução viável do problema. Faça $\bar{z} = v(\bar{x})$

Inicialize $J = 1$

Inicialize $\pi^J = \bar{\pi}$

Defina uma tolerância TOL

c) Resolva o problema de expansão relaxado

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & \beta \\ x \in X & \end{array} \quad (\text{VII.39})$$

$$\text{s/a } \beta \geq L^*(x, \pi^j) \quad \forall j = 1, 2, \dots, J$$

d) Seja $\hat{\beta}$ o valor da solução ótima do Problema (VII.39). Como este problema é uma versão relaxada do problema (VII.37), $\hat{\beta}$ é um limite inferior para a solução do problema. Faça $\underline{z} = \hat{\beta}$.

Se $\bar{z} - \underline{z} \leq \text{TOL}$, o problema está resolvido. Caso contrário, vá para (e)

e) Seja \hat{x} a solução do Problema (VII.39). Resolva o problema (VII.35) e calcule $v(\hat{x})$, $\hat{\pi}$ e $L^*(x, \hat{\pi})$.

$$\text{Faça } \bar{z} = \text{Min } \{\bar{z}, v(\hat{x})\}$$

Se $\bar{z} - \underline{z} \leq \text{TOL}$, o problema está resolvido. Caso contrário, vá para (f).

f) Faça $J = J + 1$

$$\text{Faça } \pi^J = \hat{\pi}$$

Volte para (c).

Observando os passos do algoritmo, conclui-se que a maior dificuldade está na resolução do problema relaxado (VII.35) e, em particular, no tratamento das restrições

$$\beta \geq L^*(x, \pi^j) \quad \forall j = 1, 2, \dots, J \quad (\text{VII.40})$$

pois $L^*(x, \pi)$, definida em (VII.38), pode não ser fácil de calcular. Devido a este fato, a decomposição de Benders generalizada normalmente é aplicada a problemas que possuem a chamada propriedade P. A propriedade P requer basicamente que $L^*(x, \pi)$ seja calculável sem uma otimização explícita para cada x especificado. É possível ver, por exemplo, que problemas lineares como os discutidos neste capítulo possuem a propriedade P. Fazendo

$$v(x) = \min_{y \in Y} f_1 x + f_2 y \quad (\text{VII.41})$$

$$\text{s/a} \quad G_1 x + G_2 y = 0$$

pode-se calcular $L^*(x, \bar{\pi})$, para $\bar{\pi}$ conhecido, como

$$L^*(x, \bar{\pi}) = \min_{y \in Y} \{f_1 x + f_2 y - \bar{\pi} G_1 x - \bar{\pi} G_2 y\} \quad (\text{VII.42})$$

Reordenando os termos, e colocando as expressões em x fora da minimização, feita apenas em termos da variável y , obtém-se

$$L^*(x, \bar{\pi}) = \min_{y \in Y} \{f_2 y - \bar{\pi} G_2 y\} + f_1 x - \bar{\pi} G_1 x \quad (\text{VII.43})$$

A minimização em y pode ser feita "a priori", pois independe de x . Seja \bar{y} o resultado da otimização. Tem-se então que

$$L^*(x, \bar{\pi}) = f_2 \bar{y} - \bar{\pi} G_2 \bar{y} + f_1 x - \bar{\pi} G_1 x \quad (\text{VII.44})$$

A expressão (VII.44) pode ser simplificada observando-se que, uma vez conhecido o valor de x , o problema (VII.41) fica igual a

$$v(x) = \min_{y \in Y} f_1 x + f_2 y \quad (\text{VII.45})$$

$$\text{s/a} \quad G_2 y = - G_1 x$$

Seja \bar{y} a solução ótima de (VII.45). Sabe-se que

$$G_2 \bar{y} = - G_1 \bar{x} \quad (\text{VII.46})$$

Multiplicando ambos os lados de (VII.46) por $\bar{\pi}$, o vetor de multiplicadores associado, e substituindo em (VII.44), tem-se

$$L^*(x, \bar{\pi}) = f_2 \bar{y} + \bar{\pi} G_1 \bar{x} + f_1 x - \bar{\pi} G_1 x \quad (\text{VII.47})$$

Colocando G_1 em evidência, chega-se a

$$L^*(x, \bar{\pi}) = f_2 \bar{y} + f_1 x + \bar{\pi} G_1 (\bar{x} - x) \quad (\text{VII.48})$$

Pode-se observar que esta expressão é semelhante ao corte de Benders derivado para o caso linear (Equação VII.25).

VII.5.2 Aplicação à Expansão Ótima

Um raciocínio análogo ao do item anterior indica que problemas não lineares mas separáveis da forma

$$f(x, y) = f_1(x) + f_2(y) \quad (\text{VII.49})$$

$$G(x, y) = G_1(x) + G_2(y)$$

também possuem a propriedade P. A função $L^*(x, \bar{\pi})$ pode ser escrita de forma semelhante à Equação (VII.48)

$$L^*(x, \bar{\pi}) = f_2(\bar{y}) + f_1(\bar{x}) + \bar{\pi}(G_1(\bar{x}) - G_1(x)) \quad (\text{VII.50})$$

No caso da expansão ótima, a função $G_1(x)$ corresponde às próprias decisões de investimento x . Desta forma, a expressão (VII.50) passa a ser

$$L^*(x, \bar{\pi}) = f_2(\bar{y}) + f_1(\bar{x}) + \bar{\pi}(\bar{x} - x) \quad (\text{VII.51})$$

Em termos do modelo de fluxo de potência linearizado, as variáveis de decisão correspondem às capacidades de geração g , aos limites de fluxo f e às susceptâncias γ . Conhecida uma decisão x^* , o valor de $L^*(x, \pi^*)$ na Equação (VII.51) é dado por

$$\begin{aligned} L^*(x, \pi^*) = & w^* + f_1(x) + \pi_g^*(\bar{g}^* - \bar{g}) \\ & + \pi_f^*(\bar{f}^* - \bar{f}) \quad (\text{VII.52}) \\ & + \pi_\gamma^*(\gamma^* - \gamma) \end{aligned}$$

onde:

w^* é o valor do MCC para a decisão x^*

π_g^* , π_f^* e π_γ^* são os respectivos multiplicadores.

Foi visto em (III.3.1.3) que π_γ pode ser obtido a partir dos multiplicadores π_d e dos ângulos de tensão nodal na solução ótima do subproblema de operação (equação III.39)). Portanto, o algoritmo de Benders para o modelo de fluxo de potência linearizado é semelhante ao utilizado no item anterior para o modelo de transportes.

Pode-se também observar que o corte de Benders (VII.52) corresponde à expressão (VI.6) utilizada para construir a região de capacidades viáveis.

VII.5.3 O Subproblema de Investimento

No modelo de fluxo de potência linearizado, os investimentos em circuitos são representados por dois parâmetros : capacidades \bar{f} e susceptâncias γ . Investimentos em geração são novamente representados pelas capacidades \bar{g} . O subproblema de investimento é semelhante ao do modelo de transportes (VII.29)

$$\text{Min} \quad c_g \cdot x_g + c_f \cdot x_f$$

$$\text{s/a } w^j + \pi_g^j (\bar{g}^j - \bar{g} \cdot x_g) + \pi_f^j (\bar{f}^j - \bar{f} \cdot x_f) + \pi_\gamma^j (\gamma_\gamma^j - \gamma \cdot x_f) \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, J$$

(VII.53)

$$x_g \leq N_g$$

$$x_f \leq N_f$$

onde:

$c_g, x_g, c_f, x_f, N_g, N_f, \bar{g}, \bar{f}, j$ e J

- são como descritos em (VII.29)

γ - é o vetor de susceptância dos circuitos candidatos

w^j, π_g^j, π_f^j e π_γ^j - são respectivamente o valor da solução ótima do subproblema de operação (VII.3.1) e os vetores de multiplicadores (VII.31.2), (VII.31.4), (VII.31.5) na j -ésima iteração

\bar{g}^j e $\{\bar{f}^j, \gamma^j\}$ - são as capacidades instaladas na j -ésima iteração

O Problema (VII.53) também pode corresponder tanto a um problema de programação linear como a um de programação inteira. Ambas as opções foram testadas nos casos-exemplos apresentados a seguir.

VII.5.4 Caso-Exemplo

O sistema Sul 1984 descrito no caso-exemplo com o modelo de transportes (ver VII.4.3) será também utilizado neste ítem. Assim como no caso anterior, serão analisadas duas opções : variáveis de investimento contínuas e discretas.

VII.5.4.1 Modelo de Fluxo de Potência Linearizado/Variáveis de Investimento Contínuas

Nesta opção, o subproblema de operação é modelado como um problema de despacho ótimo e resolvido pelo algoritmo apresentado na seção (II.5.1). O modelo de investimento corresponde a um problema de programação linear.

A solução ótima foi obtida em 108 iterações de Benders e está representada na Tabela VII.3.

A topologia da configuração final foi encontrada na iteração número 40; somente as capacidades dos circuitos adicionados foram ajustadas nas iterações subsequentes. Deve também ser observado que o corte de carga já é relativamente pequeno (3% da carga) por volta da iteração nº 60.

O número relativamente elevado de iterações de Benders necessário neste caso é provavelmente devido às não-linearidades introduzidas pelas susceptâncias dos circuitos no modelo de fluxo de potência (ver Equação (VII.31.5)). Também não é

CIRCUITO ADICIONADO	NÚMERO DE CIRCUITOS
0/6	0.33
5/11	1.37
20/21	1.25
19/25	0.11
25/32	0.21
26/29	0.92
31/41	0.16
42/43	1.33

Custo Total - US\$ 56.7 milhões

TABELA VII.3 - Expansão Ótima - Fluxo de Potência Linearizado/Variáveis de Investimento Contínuas

possível garantir a convexidade da função $\alpha(x)$ e, portanto, a otimalidade global da solução encontrada. Estes aspectos são discutidos em mais detalhe em (29).

O efeito de variáveis de investimento discretos serão analisado em seguida.

VII.5.4.2 Modelo de Fluxo de Potência Linearizado/Variáveis de Investimento Discretas

Nesta opção, o subproblema de operação é novamente modelado como um problema de despacho ótimo mas o subproblema de investimento corresponde a um problema de programação inteira. Como no caso do modelo de transportes, os cortes produzidos no caso-exemplo anterior foram retidos como condições iniciais. A configuração final está na Tabela VII.4

Novamente, há uma diferença substancial em termos de topologia e custos de investimento entre as opções discreta e contínua.

VII.6 EXPANSÃO PROBABILÍSTICA DE SISTEMAS DE GERAÇÃO/TRANSMISSÃO

A decomposição de Benders é capaz de lidar com problemas de expansão probabilística, isto é, onde os componentes do sistema estão sujeitos a falha. Será mostrado que o problema

CIRCUITO ADICIONADO	NÚMERO DE CIRCUITOS
4/9	1
20/21	1
42/43	2
0/10	1
5/11	2
25/32	1
27/29	2
24/25	1

Custo Total - US\$ 112 milhões

TABELA VII.4 - Expansão Ótima - Modelo de Fluxo Potência
Linearizado/Variáveis Discretas

de expansão pode ser decomposto num problema de investimento determinístico semelhante aos vistos nos itens anteriores e um problema de operação probabilístico em que é calculado o valor esperado do índice de desempenho do sistema. A ligação entre os dois problemas é feita através de cortes de Benders semelhantes aos vistos nos itens anteriores, em que os coeficientes correspondem ao valor esperado dos multiplicadores.

O problema da expansão probabilística pode ser melhor compreendido através do seguinte exemplo

$$\text{Min } cx + p_1 dy_1 + p_2 dy_2$$

$$x \in X$$

$$Ex + F_1 y_1 \geq h_1 \quad (\text{VII.53})$$

$$Ex + F_2 y_2 \geq h_2$$

O problema (VII.53) corresponde ao seguinte processo de decisão : inicialmente, toma-se uma decisão de investimento $x^* \in X$; conhecido x^* , calcula-se o valor esperado do custo de operação como

$$\text{Min } p_1 dy_1 + p_2 dy_2$$

$$\text{s/a } F_1 y_1 \geq h_1 - Ex^* \quad (\text{VII.54})$$

$$F_2 y_2 \geq h_2 - Ex^*$$

Note que o problema (VII.54) pode ser decomposto em duas otimizações independentes

$$\text{Min } dy_1 \quad (\text{VII.55.1})$$

$$\text{s/a } F_1 y_1 \geq h_1 - Ex^*$$

e

$$\text{Min } dy_2 \quad (\text{VII.55.2})$$

$$\text{s/a } F_2 y_2 \geq h_2 - Ex^*$$

onde os valores ótimos associados a (VII.55.1) e (VII.55.2) são ponderados pelas probabilidades p_1 e p_2 .

Assim como no caso determinístico, a solução dos problemas (VII.55.1) e (VII.55.2) pode ser escrita como uma função de x , $\bar{\alpha}(x)$, que exprime o valor esperado do custo de operação. O problema de expansão probabilístico (VII.53) pode então ser escrito como

$$\text{Min } cx + \bar{\alpha}(x) \quad (\text{VII.56})$$

$$x \in X$$

Sejam π_1 e π_2 os multiplicadores associados à solução ótima dos problemas (VII.55.1) e (VII.55.2) e w_1^* e w_2^* as respectivas soluções ótimas. A partir de (VII.25), pode-se ver que o corte de Benders é igual a

$$p_1(w_1^* + \pi_1 E(x^* - x)) + p_2(w_2^* + \pi_2 E(x^* - x)) \leq \alpha \quad (\text{VII.57})$$

Expandindo e reordenando os termos de (VII.57) obtém-se

$$\bar{w}^* + \bar{\pi} E(x^* - x) \leq \alpha \quad (\text{VII.58})$$

onde:

$\bar{w}^* = p_1 w_1^* + p_2 w_2^*$ é o valor esperado da solução dos problemas de operação

$\bar{\pi} = p_1 \pi_1 + p_2 \pi_2$ é o valor esperado dos multiplicadores associados à solução ótima

Esta derivação pode ser estendida para um número qualquer de configurações. O algoritmo de expansão estocástica pode ser escrito como:

a) Inicialize $J = 0$

Inicialize $z = +\infty$

b) Resolva o problema relaxado

$$\begin{aligned} \text{Min } & cx + \bar{\alpha} \\ & x \in X \end{aligned}$$

(VII.59)

$$\bar{\pi}^j (h - Ex) \leq \alpha \quad \forall j = 1, 2, \dots, J$$

observe que para $j=0$ a variável $\bar{\alpha}$ não participa do problema, que passa a ser um problema de investimento "puro"

$$\begin{aligned} \text{Min } & cx \\ & x \in X \end{aligned}$$

(VII.60)

c) Seja $(\hat{x}, \hat{\alpha})$ a solução ótima do problema (VII.59). Pode-se ver que

$$z = c\hat{x} + \hat{\alpha} \quad \text{(VII.61)}$$

é um limite inferior para a solução do problema

- d) Resolva os NS subproblemas de operação, dada a decisão de investimento \hat{x}

$$w_{\ell}^* = \text{Min } dy \quad (\text{VII.62})$$

$$\text{s/a } F_{\ell} y \geq h_{\ell} - E\hat{x} \quad \forall \ell = 1, 2, \dots, \text{NS}$$

- e) Calcule um limite superior para a solução como

$$z = \text{Min } \{\bar{z}, c\hat{x} + \bar{w}\} \quad (\text{VII.63})$$

$$\text{onde } \bar{w} = \sum_{\ell=1}^{\text{NS}} p_{\ell} w_{\ell}^*$$

- f) Verifique se

$$\bar{z} - z \leq \text{TOL}$$

Em caso afirmativo, a solução ótima é o vetor x correspondente ao limite superior. Em caso contrário, vá para (g)

- g) Monte a restrição de Benders

$$\bar{w} + \bar{\pi} E(x^* - x) \leq \alpha$$

Faça $J = J + 1$

$$\pi_J = \bar{\pi}$$

Volte para (b).

Foi visto neste Capítulo que a decomposição natural do problema de expansão em subproblemas de investimento e operação pode ser explorada por técnicas de decomposição de programação matemática. Este enfoque tem muitas vantagens em termos de flexibilidade, modularidade e consistência : por exemplo, é possível utilizar modelos de análise de desempenho existentes como o modelo de despacho ótimo para resolver o subproblema de operação; algoritmos de solução especializados podem ser usados no subproblema de investimento. A metodologia pode ser facilmente estendida para incluir aspectos probabilísticos e múltiplos estágios.

O desempenho do algoritmo e o efeito de diferentes hipóteses de modelagem foram testados em casos-exemplo com o sistema Sul do Brasil. Mostrou-se que as redes produzidas pelas opções de variáveis de investimento contínuas e discretas foram substancialmente diferentes tanto para o modelo de transporte como para o modelo de fluxo de potência linearizado. Foi visto também que o arredondamento das capacidades fracionárias levou a configuração de custo elevado. A alternativa entre precisão de resultados e eficiência de solução foi ilustrada com os modelos de fluxo de potência linearizado e transportes : embora a decomposição de Benders tenha levado muito menos iterações para o modelo de transportes, a rede produzida não foi viável (levou a sobrecargas) quando simulada por um modelo de fluxo de potência linearizado.

CAPÍTULO VIIICONCLUSÕES FINAIS

Foram investigados, neste trabalho, dois índices de desempenho de um sistema de geração/transmissão : o mínimo corte de carga (MCC) e a máxima demanda garantida (MDG). Estes índices são capazes de "traduzir" eventuais sobrecargas nas linhas de transmissão em cortes no suprimento e asseguram compatibilidade entre a expansão da geração e da transmissão.

Foi mostrado que a análise de sensibilidade é uma ferramenta computacional eficiente, podendo ser aplicada como parte de um sistema conversacional, parte de um modelo de expansão heurístico ou mesmo parte de um modelo de expansão ótima.

Foram identificados dois modelos para a representação da rede elétrica : o modelo de transportes e o modelo de fluxo de potência linearizado (modelo DC). O modelo DC mostrou-se mais preciso do que o modelo de transportes. Em ambos os modelos, o cálculo dos índices MCC ou MDG é feito através da utilização de algoritmos de programação linear especializados, conseguindo-se assim uma grande eficiência computacional.

O problema de coerência de sistemas de potência foi discutido. Mostrou-se que estes sistemas não são coerentes em relação as demandas e a susceptâncias, devido à representação da

segunda lei de Kirchoff. Foi mostrado que é possível utilizar a análise de sensibilidade para derivar regiões de demandas ou capacidades viáveis.

A análise de sensibilidade foi então estendida para o caso probabilístico. Experiências computacionais realizadas apontaram adições compatíveis com a prática de planejamento.

Investigaram-se, finalmente, as ligações entre a análise de sensibilidade e algoritmos automáticos para a expansão de sistemas de transmissão. A abordagem por decomposição de Benders revelou-se flexível e computacionalmente atraente, podendo inclusive ser estendida para incluir aspectos probabilísticos, compatíveis com os adotados em sistemas conversacionais. A representação de variáveis discretas parece ser um fator importante na modelagem do sistema de transmissão. Mostrou-se ainda que o modelo de transportes, embora mais eficiente que o fluxo de potência linearizado, produziu redes inviáveis.

CAPÍTULO IXDESENVOLVIMENTOS FUTUROS

IX.1

ÁREAS PARA INVESTIGAÇÃO FUTURA

Dentre os tópicos deixados em aberto para futura investigação, destacam-se os seguintes:

- Extensão dos modelos de expansão para incluir a consideração de múltiplos estágios de tempo, múltiplos níveis de carga, quebras aleatórias, restrições financeiras.
- Extensão dos modelos de expansão para permitir a possibilidade de planejamento de reativos, com a utilização de um fluxo de potência completo.
- Desenvolvimento de métodos de solução eficientes para o subproblema de investimentos do modelo automático de expansão descrito no Capítulo VII.
- Extensão do índice de sensibilidade do sistema à adição de novos circuitos para permitir a inclusão da sensibilidade a variações nas capacidades de fluxo.

- Estudo de formulações alternativas para o modelo de expansão.
- Integração entre o despacho hidroelétrico e a expansão da transmissão.
- Integração entre os métodos de planejamento da expansão da transmissão e métodos de chaveamento de linhas (switching) utilizados na operação.
- Estudos para a determinação da capacidade máxima de fluxo nas linhas.

REFERÊNCIAS

- (1) EPRI, "Long-Range Transmission Expansion Models", prepared by EBASCO Services, EPRI Report EL-1569, October 1980.
- (2) TINNEY, W.F. "Computer Aided Transmission Planning", in Power System Planning and Operations : Future Problems and Research Needs", EPRI Report EL-377-SR, February 1977.
- (3) PEREIRA, M.V.F.; CUNHA, S.H.F.; OLIVEIRA, G.C.; PRAÇA, J.; PARKER, B.J.; MONTICELLI, A. & SANTOS JUNIOR, A., Programa Digital Interativo Para Planejamento de Sistemas de Transmissão - SINTRA", VI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Camboriu, 1981.
- (4) PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G.; CUNHA, S. H. F. & OLIVEIRA, G.C., "Critérios Para Expansão Interativa de Redes de Transmissão", XV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional/CLAPO, Rio de Janeiro, 1982.
- (5) CUNHA, S. H. F.; OLIVEIRA, G. C.; GOMES, F. B. M. & PEREIRA, M.V.F., "Reliability Evaluation in Hydrothermal Generating Systems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, Number 12, pp. 4665-4672, 1982.
- (6) MACULAN, N. & PEREIRA, M.V.F., "Programação Linear", Editora Atlas, 1980.
- (7) MONTICELLI, A., "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica", Editora Edgar Blücher, 1983.
- (8) DECHAMPS, D., VANKELECOM, J. & JAMOULLE, E.; "TRANEX-An Interactive Computer Program For Transmissions Expansion Planning", Paper A 79 476-3, presented at the 1979 IEEE PES Summer Meeting, Vancouver, Canadá.

- (9) GARVER, L.L.; VAN HORNE, P.R. & WIRGAU, K.A., "Load Supplying Capability of Generation-Transmission Systems" IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-98, No. 3, May/June 1979, pp. 957-962.
- (10) FORD, L.R. & FULKERSON, D.R., "Flows in Networks", Princeton University Press, 1962.
- (11) STOTT, B & MARINHO, J.L. , "Linear Programming For Power System Network Applications", IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-98, No. 3, May/June 1979, pp. 837-947.
- (12) IEEE, "IEEE Reliability Test Systems", IEEE Transactions PAS, Vol. PAS-98, No. 6, November/December 1979, pp. 2047-2054.
- (13) OLIVEIRA, G. C.; CUNHA, S. H. F. & PEREIRA, M.V.F. , "Confiabilidade em Sistemas Interligados - O Modelo MULTIAR", VII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Brasília, 1983.
- (14) CUNHA, S. H. F.; PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V.G.; "Confiabilidade de Sistemas de Geração/Transmissão - O Modelo CONFTRA", VII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Brasília, 1983.
- (15) WU, F.F., "Mathematical Theory of Power System Reliability Evaluation", Memorandum No. UCB/ERL M79/67, University of California, Berkeley, November 5, 1979.
- (16) BENDERS, J.F., "Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems", Numerische Mathematik 4, pp. 238-252, 1962.
- (17) LAND, A. & POWELL, S., "Fortran Codes for Mathematical Programs", John Wiley and Sons, 1973.

- (18) STOTT, B.; ALSAÇ, O. & MARINHO, J.L., "The Optimal Power-Flow Problem", SIAM Conference on Electrical Power Problems, Seattle, March 1980.
- (19) STOTT, B.; MARINHO, J.L. & ALSAÇ, O., "Review of Linear Programming for Power System Rescheduling", PICA Conference Proceedings, Cleveland, May 1979.
- (20) PINTO, L.M.V.G. & PEREIRA, M.V.F., "Pré-Despacho Para Sistemas Hidrotérmicos", Relatório Técnico CEPEL No. 274/81.
- (21) PEREIRA, M.V.F. & PINTO, L.M.V.G., "Operation Planning of Large-Scale Hydroelectric Systems", Power System Computation Conference, Helsinki, Finland, July 1984.
- (22) MONTICELLI, A.; SANTOS JUNIOR, A.; PEREIRA, M.V.F., CUNHA, S.H.F., PARKER, B.J. & PRAÇA, J.G., "Interactive Transmission Network Planning Using an Least-Effort Criterion", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 10, pp. 3919-3325, 1982.
- (23) DODU, J.C. & MERLIN, A., "Recent Improvements of the MEXICO Model for Probabilistic Planning Studies", International Journal of Electrical Power and Energy Systems, Vol. 1, No. 1, April 1979.
- (24) DECHAMPS, C. & JAMOULLE, E., "Interactive Computer Program for Planning the Expansion of Meshed Transmission Networks", International Journal of Electric Power and Energy Systems, Vol. 2, No. 2, pp. 103-108, April 1980.
- (25) MONTICELLI, A.; SANTOS JR., A.; GARCIA, A.V. & FRANÇA, A.L.M. "Melhorias na Versão de Síntese Automática do Programa SINTRA", Relatório No. 6 do Convênio CEPEL/UNICAMP, FEC 18/81, Março de 1982.

- (26) DERSIN, P. & LEVIS, A.H., "Feasibility Sets for Steady State Loads in Electric Power Networks", IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-101, No. 1, January 1982.
- (27) MOLESHI, K. & WU, F.F., "A Method for Bulk Power System Reliability Evaluation Based on Local Coherency", Electric Power Systems Research, 7, pp. 307-319, 1984.
- (28) GEOFFRION, A.M., "Generalized Benders Decomposition", Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 10, No. 4, 1972.
- (29) GRANVILLE, S. & PEREIRA, M.V.F., "Analysis of the Linearized Power Flow Model in Benders Decomposition", Technical Report SOL85, Systems Optimization Laboratory, Department of Operations Research, Stanford University, February 1985.