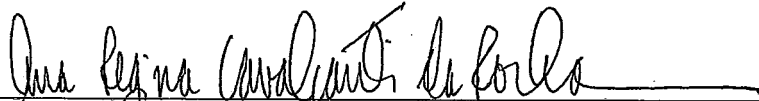


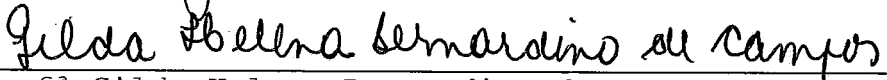
**REPRESENTAÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO
ATRAVÉS DA INFORMÁTICA**

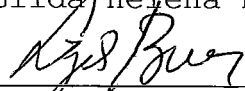
Estela Kaufman Fainguelernt

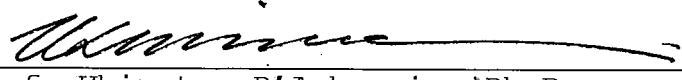
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DE PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS e COMPUTAÇÃO.

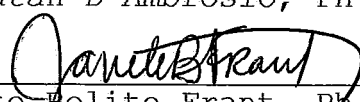
Aprovada por:

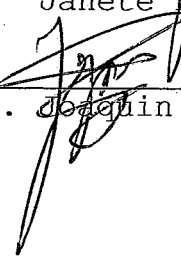

Prof^a Ana Regina Cavalcanti da Rocha, D.Sc.
(Presidente)


Prof^a Gilda Helena Bernardino de Campos, D.Sc.


Prof^a Ligia Alves Barros, D.Sc.


Prof. Ubiratan D'Ambrosio, Ph.D.


Prof^a Janete Bolite Frant, Ph.D.


Prof. Joaquin Gimenez Rodriguez, D.Sc

Rio de Janeiro, RJ - Brasil
Março, 1996

FAINGUELERNT, ESTELA KAUFMAN

Representação do conhecimento geométrico através da informática. [Rio de Janeiro] 1996. 249 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia de Sistemas E Computação, 1996).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Informática na Educação.

I. COPPE/UFRJ

II. Título (série)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que me apoiaram e me ajudaram na realização deste trabalho, em especial:

- Madre Maria de Fátima Maron Ramos, Chanceler da Universidade Santa Úrsula, exemplo de dignidade, inteligência, sabedoria, força, amizade e apoio em todos os momentos.
- Ana Regina, pelas valiosas sugestões, paciência e confiança depositadas na realização deste trabalho.
- Prof^a Maria do Carmo Bettencourt de Faria, pela compreensão e fraternidade.
- Franca e Janete, amigas, colegas e "irmãs", pela ajuda e força em todos os momentos na concretização deste trabalho.
- Irmã Antonieta Amaral Queiroz, amiga de todas as horas, por acreditar em mim e confiar no meu trabalho.
- A equipe pedagógica do Colégio Santa Úrsula, em particular Antonieta, Suely, Renata, Cintia e os alunos de 3^a e 4^a séries do 1^o grau de 1994-1995, pois sem seu apoio este estudo não poderia ter sido realizado.
- Dr. Waldemar Zusman, por ajudar a ultrapassar, com sabedoria, os momentos difíceis.
- Noelir, pela grande ajuda na revisão do texto.
- Anna, Moema, pelo apoio durante a realização deste trabalho.
- Alberto Tornaghi, pela grande ajuda na editoração da tese.
- Rina Hershkovitz e Abrahan Arcavi, pelas valiosas contribuições.
- Prof^a Dina Feigenbaum Cleiman, pelo estímulo e pela confiança em mim depositada.
- Cleuza e Denilson, pela paciência e fidelidade.
- Wilma, pela dedicação na editoração do trabalho.

- Minha saudade para meus pais, responsáveis carinhosos e compreensivos pela minha formação, para Israel, marido e amigo, incentivador sempre presente e para Circe, inesquecível amiga e educadora que me ensinou a apreender.

- Dedico este trabalho a Jacob, Daniel, Haia, Maiana e aos meus netos Ianiv, Tamar, Noga, Yasmin e Níli.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.).

Representação do Conhecimento Geométrico através da Informática.

Estela Kaufman Fainguelernt

Março, 1996

Orientadora: Prof^a Dra. Ana Regina Cavalcanti da Rocha

Programa: Engenharia de Sistemas

Esta tese descreve os resultados de uma investigação sobre o uso do Computador na representação do conhecimento geométrico. O objetivo do trabalho foi compreender melhor o processo de construção de conceitos geométricos através de diferentes representações: oral, escrita, gráfica, informática e outras.

Este estudo foi realizado com alunos de 3^a e 4^a séries do 1^o grau, suas professoras, a coordenadora pedagógica e a professora de Informática, em sala de aula e em laboratório de computação de uma escola particular do Rio de Janeiro, Brasil. Em particular examinou-se qual a influência do uso da linguagem LOGO no processo ensino-aprendizagem de transformações geométricas envolvendo simetria e translação.

A fundamentação teórica pautou-se nas teorias construtivista e interacionista, construcionista, as de representação e as de inteligências múltiplas baseadas nos trabalhos de Piaget, Vygotsky, Papert, Frege, Fischbein, Vergnaud e Gardner. Foi empregada uma metodologia de estudo de casos devido à natureza do problema. As principais técnicas usadas para a coleta de dados foram: observação,

gravação e entrevista. Métodos qualitativos foram usados para analisar esses dados.

Os resultados obtidos sugerem o uso da tecnologia do computador não somente como uma ferramenta para promover ou implementar a aprendizagem da Geometria, mas, também, como um catalizador para mudanças na postura dos professores em seu relacionamento com os alunos, tornando o ambiente de sala de aula um espaço de exploração, descoberta, criação e construção. Em consequência, o uso dos computadores em sala de aula pode acarretar mudanças na Educação Matemática.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Sciences (D.Sc.).

Using Computer Technology to Represent Geometrical Knowledge.

This document reports the findings of a research study with purpose was to better understand the process of constructing geometrical knowledge through different representations: oral, written, graphic and computer technology.

This study took place in a mathematics classroom and computer laboratory in a private school in Rio de Janeiro, Brazil. The subjects were: third and fourth grade students, their teachers, the pedagogical coordinator and the computer teacher.

Specifically, the objective was to examine how the use of LOGO language impact on the process of teaching and learning into the domain of Transformations Geometry involving symmetry and translation.

The conceptual framework combined the theories of constructivism and interactionism, constructionism, the ones of representation and multiple intelligence, based on the works of Piaget, Vygotsky, Gardner, Frege, Fischbein and Vergnaud. A case study was employed due to the nature of the problem stated for this study. Consistent with the idea of triangulation to enhance the validity of research findings, the major techniques used for data collection consisted of observations, video-tapes and interviews. Qualitative methods were used to gather and analyse data.

The results suggest a use of computer technology not only as a tool to promote or improve geometrical learning but also as a catalyst for changes in teachers attitude towards themselves and their students, turning the classroom environment an exploration, discovery, creation and construction space. Consequently, the usage of computers in classroom may introduce changes in Mathematics Education.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - O PROBLEMA	1
1.1 INTRODUÇÃO	1
1.2 FORMULAÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA	5
1.3 OBJETIVOS DESTE ESTUDO	6
1.4 JUSTIFICATIVA	7
1.5 ORGANIZAÇÃO DA TESE	10
CAPÍTULO II - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
2.1 APRESENTAÇÃO	12
2.2 TEORIA CONSTRUTIVISTA E INTERACIONISTA	12
2.2.1 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE PIAGET	13
2.2.2 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE VYGOTSKY	19
2.3 O LOGO E A TEORIA CONSTRUCIONISTA	24
2.4 TEORIAS DE REPRESENTAÇÃO	29
2.4.1 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE FREGE	30
2.4.2 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE FISCHBEIN	34
2.4.3 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE VERGNAUD	41
2.5 TEORIA DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS	45
CAPÍTULO III - ASPECTOS RELEVANTES DO PROCESS O ENSINO- APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA	48
3.1 VISUALIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO	49
3.1.1 VISUALIZAÇÃO	55
3.1.2 REPRESENTAÇÃO DO CONHECIMENTO	58
3.1.3 CONCEITOS GEOMÉTRICOS E RELAÇÕES	61
3.2 A GEOMETRIA E O LOGO	63
3.2.1 LOGO E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	69
3.2.2 A GEOMETRIA DAS TRANSFORMAÇÕES E O LOGO.	74
3.3 GEOMETRIA E ARTES	81
3.3.1 OS MOVIMENTOS DO PLANO, A ARTE E O LOGO.	81
CAPÍTULO IV - METODOLOGIA	86
4.1 ESTUDO PRELIMINAR	87
4.1.1 SUJEITOS E CONTEÚDOS	88

4.1.2	OBSERVAÇÕES SOBRE AS ATIVIDADES REALIZADAS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA.	94
4.2	DESENHO DO PERFIL DA PESQUISA	100
4.3	SUJEITOS E CONTEÚDO DA PESQUISA	102
4.4	COLETA DE DADOS	106
4.4.1	INSTRUMENTOS UTILIZADOS	107
4.5	ANÁLISE DE DADOS	107
CAPÍTULO V - APRESENTAÇÃO DO ESTUDO DE CASOS		111
5.1	TRABALHO COM OS ALUNOS - 1º SEMESTRE	112
5.1.1	ATIVIDADES DOS ALUNOS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA	114
5.2	TRABALHO COM OS ALUNOS - 2º SEMESTRE	143
5.2.1	ATIVIDADES NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA.	144
5.2.2	ATIVIDADES DOS ALUNOS EM SALA DE AULA	162
5.3	TRABALHO COM AS PROFESSORA E COORDENADORA PEDAGÓGICA	171
5.3.1	ATIVIDADES REALIZADAS EM SALA DE AULA	174
5.3.2	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM AS PROFESSORAS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA.	187
CAPÍTULO VI - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS		197
6.1	COMO OS PROFESSORES CONSTRÓEM OS CONCEITOS DE SIMETRIA E TRANSLAÇÃO?	198
6.2	COMO OS PROFESSORES INTERFEREM NAS CONSTRUÇÕES DOS CONCEITOS REALIZADAS PELOS ALUNOS?	200
6.3	COMO LEVAR OS ALUNOS E PROFESSORES A TRABALHAREM SOBRE SUAS PRÓPRIAS REPRESENTAÇÕES DOS CONCEITOS DE SIMETRIA AXIAL E TRANSLAÇÃO E AS INTERRELAÇÕES ENTRE ELAS?	205
6.4	COMO TRABALHAR COM OS PROFESSORES PARA QUE ELES ATUEM COMO DISPARADORES DO PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DO ALUNO?	207
6.5	COMO PODEMOS TRABALHAR COM OS ALUNOS E OS PROFESSORES PARA QUE ELES SOFRAM UM PROCESSO DE TRANSFORMAÇÃO DE MODO A BUSCAREM NOVOS CAMINHOS PARA SEU CONTÍNUO DESENVOLVIMENTO E APERFEIÇOAMENTO?	210

CAPÍTULO VII - SUMÁRIO E RECOMENDAÇÕES	218
7.1 RECOMENDAÇÕES E SUGESTÕES	223
7.2 FUTURAS QUESTÕES E PROBLEMAS DE PESQUISA	226
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	228

ANEXOS:

ANEXO I	- FICHAS DE ATIVIDADES DOS ALUNOS
ANEXO II	- FICHAS DE ATIVIDADES DOS PROFESSORES
ANEXO III	- FICHAS DE OBSERVAÇÃO
ANEXO IV	- UM EXEMPLO DE FOLHA DE DIÁRIO
ANEXO V	- FICHAS DE AVALIAÇÃO DOS ALUNOS
ANEXO VI	- FICHAS DE AVALIAÇÃO DOS PROFESSORES

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1 - SÍNTESE DO MODELO DE FREGE.	33
FIGURA 2.2 - RELAÇÃO ENTRE OS ELEMENTOS DE SIGNIFICAÇÃO REPRESENTATIVA.	34
FIGURA 2.3 - 1ª CLASSIFICAÇÃO DAS INTUIÇÕES (FISCHBEIN, 1994: 64).	40
FIGURA 3.1 - TIPOS DE PROCESSOS COGNITIVOS (DUVAL, 1995).....	50
FIGURA 3.2 - SÍNTESE DO PROCESSO DE REPRESENTAÇÃO (BOLEMA, 1994).....	59
FIGURA 3.3 - INTERRELAÇÕES ENTRE OS ELEMENTOS CONCEITUAIS.....	62
FIGURA 3.4 - ESQUEMA DE ENSINO ATRAVÉS DO COMPUTADOR (VALENTE, 1993).	70
FIGURA 3.5 - ESQUEMA DO CONTEXTO NO QUAL FORAM CONSTRUÍDAS AS ESTRUTURAS CONCEITUAIS (EDWARDS, 1992).....	76
FIGURA 3.6 - FAIXA GREGA E MOSAICOS (MADSEN BARBOSA, 1993).....	82
FIGURA 3.7 - DESENHO DE ESCHER - TRANSLAÇÃO.	83
FIGURA 3.8 - DESENHO DE ESCHER - SIMETRIA.	84
FIGURA 4.1- ESBOÇO FEITO NO QUADRO PELO PROFESSOR.....	95
FIGURA 4.2 - FOGUETE - VANESSA E CAROLINA - 3ª SÉRIE.	96
FIGURA 4.3 - ESPELHO - ANA ROSA E ERIKA - 3ª SÉRIE.	96
FIGURA 4.4 - BONECO - HELDER E HUGO - 4B.....	97
FIGURA 4.5 - CAMPÃO - 4C - ANDRÉ E VICTOR.....	97
FIGURA 4.6 - CRONOGRAMA DE AÇÕES.....	98
FIGURA 4.7 - CAMINHÃO - CARLOS E BRUNO - 3D.....	99
FIGURA 4.8 - ESQUEMA DE AÇÃO.	105
FIGURA 5.1 - PROTOCOLO DA 1ª ENTREVISTA.....	112
FIGURA 5.2 - ESQUEMA DO TIPO DE ATIVIDADE DESENVOLVIDA.	113
FIGURA 5.3 - PISO DO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA.	116
FIGURA 5.4 - TRABALHO DO ALUNO A.....	117
FIGURA 5.5 - TRABALHO DO ALUNO PC.....	117
FIGURA 5.6 - DESEMPENHO DOS ALUNOS NA ATIVIDADE A3.	120
FIGURA 5.7 - DESEMPENHO DOS ALUNOS A, P E PC.	121
FIGURA 5.8 - ESBOÇO DA TV SEGUNDO O ALUNO A.	122
FIGURA 5.9 - ESBOÇO DOS ALUNOS.....	123

FIGURA 5.10	- RELATO DO DESEMPENHO DOS ALUNOS A, P E PC NA ATIVIDADE A4.....	123
FIGURA 5.11	- TRABALHO DE A NO PAPEL QUADRICULADO E PROGRAMA EM LOGO.	124
FIGURA 5.12	- ESBOÇO DO ÔNIBUS.	125
FIGURA 5.13	- ESBOÇO DO ÔNIBUS.	125
FIGURA 5.14	- TRABALHO DE A E PC - APRENDA ÔNIBUS	127
FIGURA 5.15	- DESEMPENHO DOS ALUNOS A, P E PC NA ATIVIDADE A7. ...	129
FIGURA 5.16	- CASA SIMPLIFICADA.....	130
FIGURA 5.17	- RELATO DO DESEMPENHO DOS ALUNOS RI, RA E GA NA ATIVIDADE A9 ...	132
FIGURA 5.18	- PROGRAMA ÔNIBUS	133
FIGURA 5.19	- DESEMPENHO DOS ALUNOS RI, RA E GA NA ATIVIDADE A10.	134
FIGURA 5.20	- DESEMPENHO DOS ALUNOS RI, RA E GA NA ATIVIDADE A11 .	136
FIGURA 5.21	- DESEMPENHO DOS ALUNOS RI, RA E GA NA ATIVIDADE A12.	137
FIGURA 5.22	- DESEMPENHO DOS ALUNOS RI, RA E GA NA ATIVIDADE A16 .	142
FIGURA 5.23	- ALUNO A	145
FIGURA 5.24	- DESEMPENHO DOS ALUNOS DA 3 ^a SÉRIE NA ATIVIDADE TL1 ...	145
FIGURA 5.25	- TRABALHO DA JOANINHA.	146
FIGURA 5.26	- DESEMPENHO DOS ALUNOS DA 4 ^a SÉRIE NA ATIVIDADE TL1.	146
FIGURA 5.27	- ALUNO A	150
FIGURA 5.28	- ALUNO RI.	150
FIGURA 5.29	- PROCEDIMENTOS DO L APRESENTADOS AOS ALUNOS.	151
FIGURA 5.30	- REPRESENTAÇÕES DO L.	151
FIGURA 5.31	- SIMETRIA AXIAL (1)	153
FIGURA 5.32	- ALUNO RI - SIMETRIA.	153
FIGURA 5.33	- ALUNO GA - SIMETRIA.	153
FIGURA 5.34	- TRANSLAÇÃO (1).	154
FIGURA 5.35	- TRANSLAÇÃO (2).	154
FIGURA 5.36	- SIMETRIA (2)	155
FIGURA 5.37	- SIMETRIA AXIAL.	161
FIGURA 5.38	- PROTOCOLO DE ENTREVISTA DOS PROFESSORES.	174
FIGURA 5.39	- DESENHOS USADOS NAS FICHAS DE TRABALHO 3, 4 E 5.	180
FIGURA 5.40	- RESPOSTAS DAS FICHAS 6 E 7.....	184
FIGURA 5.41	- REPRESENTAÇÃO DE SIMETRIA E TRANSLAÇÃO, PROF ^a CY. ...	185
FIGURA 5.42	- IDENTIFICAÇÃO DOS EIXOS DE SIMETRIA, PROF ^a CY.....	186
FIGURA 7.1	- ESQUEMA DE REPRESENTAÇÕES MÚLTIPLAS.	220

ÍNDICE DAS TABELAS

TABELA 2.1 - DEFINIÇÃO DA OPERAÇÃO DO GRUPO DE KLEIN.....	16
TABELA 3.1 - REPRESENTAÇÕES DE SIMETRIA CENTRAL NO PLANO	80
TABELA 3.2 - REPRESENTAÇÕES DE SIMETRIA AXIAL NO PLANO.....	80
TABELA 3.3 - REPRESENTAÇÃO DA TRANSLAÇÃO NO PLANO.....	81
TABELA 4.1 - ATIVIDADES POR SÉRIE.	93
TABELA 4.2 - RELAÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS SUJEITOS DA PESQUISA.	104
TABELA 4.3 - CODIFICAÇÃO DAS ATIVIDADES APLICADAS	108
TABELA 4.4 - TIPO E NÚMERO DE ATIVIDADES REALIZADAS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA.	109
TABELA 4.5 - TIPO E NÚMERO DE ATIVIDADES REALIZADAS EM SALA DE AULA..	109
TABELA 5.1 - ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO 1º SEMESTRE NO AMBIENTE LOGO.	114
TABELA 5.2 - RELAÇÃO DAS ATIVIDADES DO 2º SEMESTRE.....	144
TABELA 5.3 - ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM OS PROFESSORES.....	173
TABELA 5.4 - RESPOSTAS DAS PROFESSORAS DA FICHA DE TRABALHO 1	176
TABELA 5.5 - DESEMPENHO DAS PROFESSORAS.	177
TABELA 5.6 - RESPOSTAS DA ATIVIDADE 5, DAS PROFESSORAS.....	180

No jardim do paraíso Adão viu os animais antes de nomeá-los; no sistema tradicional de ensino, as crianças dão nomes aos animais antes de vê-los.

Whitehead

1.1 INTRODUÇÃO

O uso do computador na escola se tornou uma exigência da atual realidade. Tal fato não pode ser ignorado pelos pesquisadores e educadores que objetivam compreender o caminho de construção do conhecimento e gerar condições a ele favoráveis. Para influir no processo ensino-aprendizagem os educadores devem estar conscientes de que a escola precisa ter qualidade, ser atraente e atualizada a fim de estimular e motivar alunos e professores a desenvolverem a criatividade e o pensamento crítico. Aos pesquisadores caberá buscar novos caminhos e interagir no sentido de estimular a crítica.

Em geral, a seleção de conteúdos do currículo de Matemática obedece a uma decomposição lógica. Os assuntos a serem ministrados são apresentados em ordem crescente de dificuldade, do mais simples ao mais complexo segundo a visão dos elaboradores do planejamento curricular. Em particular, na Geometria apresenta-se primeiro as propriedades dos pontos, das retas e passa-se aos ângulos, triângulos, quadriláteros, polígonos e circunferência sendo, esses assuntos, apresentados de uma forma axiomática e abstrata.

O ensino de Geometria, se comparado ao ensino das outras partes da Matemática, muitas vezes é relegado a segundo

plano. Alunos, professores, educadores e pesquisadores têm-se confrontado com modismos, desde o formalismo impregnado de demonstrações, passando pela algebrização até o empirismo, o que comprovadamente não auxilia no seu aprendizado.

Segundo Lorenzato (1995), no Brasil a Geometria está praticamente ausente de sala de aula. Existem várias causas, mas serão citadas apenas quatro delas que estão diretamente relacionadas com as práticas pedagógicas.

A primeira é que, durante muito tempo, o ensino de Geometria não se renovou, e com isso perdeu o vigor. A Geometria ensinada na maioria das escolas brasileiras é a Geometria Euclidiana. As dificuldades conceituais no ensino dessa Geometria são causadas pelas argumentações lógicas que constituem a sua essência. O grande obstáculo epistemológico que tem de ser superado por professores e alunos está relacionado com a organização do raciocínio e com a construção de argumentações lógicas. A atuação dos alunos é passiva limitando-se, no máximo, a serem simples copiadores e as figuras são apresentadas e descritas como resultados de observação alheia.

A segunda causa é que a maioria dos professores não teve acesso, na sua formação, aos conhecimentos de Geometria. Como não detêm este conhecimento ela é excluída de seu plano de trabalho. O fato de o professor não saber Geometria impossibilita-o de refletir sobre a sua beleza e importância na formação de seus alunos.

A terceira causa é que, tanto a formação falha do professor, quanto a estafante jornada de trabalho a que ele é submetido, provocam-no a dar uma importância excessiva ao livro didático, como determinador dos conteúdos que devem ser desenvolvidos em sala de aula. Os livros textos escolhidos, em sua maioria, apresentam uma Geometria milenar, onde as figuras e seus elementos são definidos, os teoremas e suas

demonstrações são apresentados de forma dedutiva, não deixando margem à exploração e à construção dos conceitos e ao encaminhamento do aluno em busca de suas próprias deduções.

A quarta causa é o currículo, que repercute diretamente na práxis do professor. Tanto no currículo da escola fundamental quanto no das escolas de formação de professores, a Geometria, em geral, tem sido relegada a um plano secundário. Na escola de 1º grau, quando a Geometria chega a estar presente no currículo, não tem papel relevante. Nos cursos de licenciatura em Matemática (3º Grau) e nos cursos de formação de professores (2º Grau) a Geometria ou não consta do currículo, ou tem uma posição muito frágil. Esta é mais uma razão para o abandono do ensino de Geometria já que ninguém pode ensinar o que não conhece.

O ensino da Geometria não pode ser reduzido a aplicações de fórmulas e de resultados estabelecidos por alguns teoremas. Ele se justifica pela preocupação da descoberta de caminhos para a sua demonstração e, também, para a dedução de suas fórmulas.

Esta cultura matemática, imposta nas salas de aula, não leva em consideração a maneira pela qual um determinado conteúdo é percebido pelo aluno e impede muitas pessoas de aprenderem Matemática, embora elas não tenham nenhuma dificuldade em utilizar o conhecimento matemático apreendido em outros contextos (Carragher, 1982). A sucessão de fracassos escolares em Matemática gera desconforto, desgosto e, conseqüentemente, medo e ojeriza à Matemática, que Papert (1985), chama de "matofobia".

Para Papert (1985), o arauto do LOGO, vencer a "matofobia" tem um duplo sentido, vencer o medo da Matemática e o medo de aprender, isto é, o medo de desenvolver o pensamento. Ele argumenta que aprender a comunicar-se com o

computador pode mudar a forma como o aprendizado de Matemática ocorre e, quando esta comunicação acontece, as crianças aprendem a Matemática como uma língua viva, estabelecem uma relação mais humana com a mesma. Segundo Geraldo Ávila (1995), "a razão mais importante para justificar o ensino de Matemática é o relevante papel que essa disciplina desempenha na construção de todo o edifício do conhecimento humano".

Os computadores são parte do nosso dia a dia em casa, no trabalho e na escola. O ambiente interativo faz o ensino, realizado através do computador, diferente e excitante. Gerando um novo envolvimento com a aprendizagem faz com que surjam novos desafios, novas idéias, novos caminhos de desenvolvimento do pensamento, e uma revitalização nos debates educacionais. Podemos dizer que o computador tem sido um catalisador para os educadores questionarem acerca do potencial dos alunos na construção do seu próprio conhecimento (Hoyles e Sutherland, 1989).

Uma nova abordagem no ensino de Matemática através da computação deve reduzir algumas dificuldades de aprendizagem, possibilitar a criação de um espaço para a exploração e construção do conhecimento, romper com o seu isolamento, facilitar a sua conexão com outros domínios de interesse e dar uma dimensão dinâmica a este ensino.

Esta nova abordagem requer, ainda, que os educadores estejam atentos não somente à decomposição lógica dos conteúdos mas, principalmente, ao impacto dos mesmos sobre o aluno. Com isso cria um espaço de discussão que possibilita ao aluno propor problemas e procurar as soluções dos mesmos, legitima os aspectos das atividades matemáticas que não sejam puramente dedutivas e que, na maioria das vezes, não são valorizadas e contempladas no currículo tradicional.

A Geometria é considerada como uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos; é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e real.

O caráter exploratório da Geometria da tartaruga, no LOGO, pode trazer uma nova perspectiva pedagógica para o processo ensino-aprendizagem da Geometria, particularmente para a Geometria das transformações. O uso do computador nesta investigação é visto, não apenas como uma ferramenta para promover este aprendizado, mas como um catalisador para a mudança das relações professor-aluno e, conseqüentemente, introduzir mudanças na Educação Matemática.

1.2 FORMULAÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA

Esta pesquisa busca compreender como se processa a construção do conhecimento geométrico ao serem utilizadas as diferentes representações (oral, escrita, gráfica, do computador e outras). Surgem as seguintes questões que norteiam essa investigação:

- 1) Como os professores constróem os conceitos de simetria e translação?
- 2) Como os professores interferem nas construções dos conceitos realizadas pelos alunos?
- 3) Como levar alunos e professores a trabalharem sobre suas próprias representações dos conceitos de simetria axial e translação, e as interrelações entre elas?
- 4) Como trabalhar com os professores para que eles atuem como disparadores do processo de construção do conhecimento do aluno?

- 5) Como podemos trabalhar com os alunos e os professores para que eles sofram um processo de transformação de modo a buscarmos novos caminhos para seu contínuo desenvolvimento e aperfeiçoamento?

Sintetizando, se o aluno ou qualquer aprendiz compreender as diferenças entre a aquisição de um conceito e as suas diferentes representações, ele tem a possibilidade de realizar a passagem das operações concretas para as operações abstratas através das ações. As operações abstratas são operações que utilizam a lógica, e são realizadas sobre as proposições que descrevem as ações.

1.3 OBJETIVOS DESTE ESTUDO

Este trabalho se destina à elaboração de um modelo aplicável ao processo ensino-aprendizagem da Geometria das transformações do plano envolvendo, fundamentalmente, translações e simetrias, utilizando o computador, especificamente a linguagem LOGO. São seus objetivos:

- 1) Analisar a contribuição da utilização dos computadores em sala de aula de Matemática, na construção dos conceitos de simetria e translação, na 3ª e 4ª séries do 1º grau (com crianças na faixa etária de 8 a 11 anos) e com os professores destas séries e a coordenadora pedagógica deste segmento de ensino.
- 2) Investigar a atuação e o desenvolvimento dos alunos e dos professores das duas séries, bem como a interferência dos professores neste processo de construção.
- 3) Integrar as noções fundamentais de forma e movimento no estudo da Geometria, noções estas que longe de

serem técnicas e privativas dos iniciados em Matemática, são de domínio geral, ao alcance do senso comum.

- 4) Visualizar, perceber e utilizar diferentes representações de um mesmo conceito estabelecendo conexões entre elas.

1.4 JUSTIFICATIVA

Porque um estudo sobre Geometria?

A Geometria é considerada uma ferramenta para a compreensão, descrição e interrelação com o espaço em que vivemos. Por um lado, é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade, por outro lado, a Geometria, como disciplina, se apoia num extensivo processo de formalização durante esses últimos 2.000 anos, em níveis cada vez maiores de rigor, abstração e generalização.

Nos últimos anos, a pesquisa em Geometria tem sido amplamente estimulada por novas idéias da própria Matemática e de outras disciplinas, incluindo a Ciência da Computação. Portanto, é necessário desenvolver uma educação visual adequada, a fim de que possam ser exploradas as possibilidades que emergem da computação e da computação gráfica, que influenciam muitos aspectos de nossas vidas.

Entre os matemáticos e educadores matemáticos, existe um consenso, de que o ensino da Geometria deveria começar desde cedo e continuar, de forma apropriada, através de todo o currículo de Matemática. Entretanto, existe, tradicionalmente, uma divergência de opiniões entre os conteúdos e os métodos de ensino da Geometria nos diferentes níveis, desde a escola primária até a universidade. Uma das razões desta divergência é que a Geometria possui muitos

aspectos e, conseqüentemente, talvez, não exista um caminho simples, linear, claro, hierárquico desde os princípios elementares, até as abstrações e os axiomas. Os conceitos em Geometria devem ser considerados em diferentes estágios e diferentes pontos de vista.

Outra dificuldade é o papel das demonstrações em Geometria, as relações entre intuição, indução e dedução, e em que rigor estes níveis de abstração devem ser trabalhadas e em que idade dos alunos. O ensino de Geometria não é uma tarefa fácil.

Começando desta análise e, especificamente, considerando o hiato entre a importância crescente da Geometria por ela própria, assim como na pesquisa e na sociedade, e o declínio de seu papel no currículo escolar, o International Commission on Mathematical Instruction (Mammana, International Commission for Mathematics Instruction - ICMI, 1995) considera que existe uma necessidade urgente para um estudo internacional cujos objetivos principais são:

1. Discutir as metas do ensino da Geometria nos diferentes níveis escolares, de acordo com as diferentes tradições culturais e ambientes.
2. Identificar os desafios importantes e as tendências emergentes para o futuro, e analisar seu potencial didático.
3. Analisar a influência de novas tecnologias no ensino de Geometria.
4. Explorar e implementar novos métodos de ensino.

Especialmente no que se refere à Geometria, ela é geralmente ensinada, a partir da 7ª e 8ª séries do 1º grau, quando o é, e, de um modo geral, com honrosas exceções, nos livros textos aparece como uma estrutura lógica, de forma puramente axiomatizada e desligada da realidade dos alunos;

se apresenta muito pouco relacionada com a exploração do espaço e com outros componentes da Matemática.

A importância de se investigar a introdução da Geometria desde a pré-escola até o 2º grau, como exploração do espaço e como uma estrutura lógica é justificada pelo papel formativo que desempenha na construção do conhecimento. Esta importância da Geometria na construção do conhecimento matemático é confirmada pelos resultados de pesquisas realizadas no ensino de Geometria no 1º grau, que levam a afirmar que: a Geometria oferece um vasto campo de idéias e métodos de muito valor, quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização. Através do processo ensino-aprendizagem da Geometria, o aprendiz tem a capacidade de ativar suas estruturas mentais, facilitando a passagem do estágio das operações concretas para o de operações formais. A Geometria é, portanto, um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar, porque a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituem a sua essência (Herschkovitz 1987, Fainguelernt 1995).

Nossa própria experiência profissional nos leva a constatar a relevância do tema desse estudo. O fato de trabalhar com professores de Matemática, professores oriundos das escolas de formação de professores, ministrar aulas de Matemática nos três graus de ensino, participar de comissões e bancas de vestibulares, realizar pesquisa e elaborar projetos relacionados ao ensino de Geometria e outras atividades correlatas, e a falta de receptividade ao aperfeiçoamento contínuo por parte desta clientela, permitem constatar a maneira pela qual a Matemática costuma ser ensinada de maneira automatizada e descontextualizada.

Em geral existe uma total falta de integração entre:

1. os conteúdos de Aritmética, Álgebra, Análise e Geometria que são trabalhados como se fossem totalmente independentes;
2. as ações dos professores em sala de aula e os seus próprios objetivos;
3. os resultados do rendimento dos alunos na realização das atividades e o relatório apresentado pelos professores sobre os mesmos.

Aos alunos costuma ser ensinada a Matemática de maneira repetitiva, automática e desligada da realidade. A única preocupação, na 1ª fase do 1º grau, é treiná-los a "fazer conta" e decorar os algoritmos. Os alunos não são estimulados a desenvolver a visão espacial. Por esta razão e pelo fato de não saberem interpretar o que lêem, os alunos apresentam grande dificuldade na resolução de problemas. Um dos fatos que contribui para esta atuação é a má formação dos professores no conteúdo que devem ensinar.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA TESE

A pesquisa descrita neste trabalho focaliza, especialmente, o processo de ensino-aprendizagem da Geometria, sua influência, seus reflexos no contexto geral do ensino da Matemática e o papel da utilização do computador no processo de construção e aquisição de conceitos geométricos.

Este trabalho está dividido em sete capítulos.

O segundo capítulo desta investigação apresenta a fundamentação teórica que se apóia em quatro teorias: a teoria construtivista e interacionista, principalmente nos trabalhos de Piaget e Vygotsky; a teoria construcionista proposta por Papert; as teorias de representação,

principalmente nos trabalhos desenvolvidos por Frege, Fischbein e Vergnaud; e na teoria das inteligências múltiplas proposta por Gardner.

O terceiro capítulo descreve os aspectos relevantes do processo ensino-aprendizagem da Geometria, pautados na fundamentação teórica deste estudo, trabalhados em três vertentes: Visualização e Representação; Geometria e LOGO e Geometria e Artes.

O quarto capítulo descreve a metodologia adotada nesta investigação constando de duas partes: o trabalho preliminar cujos resultados serviram de base para o planejamento metodológico e a descrição da metodologia adotada; o estudo de casos para descrever e analisar as atividades desenvolvidas em dois ambientes.

O quinto capítulo descreve a pesquisa realizada em sala de aula e no laboratório de Informática, com professores e alunos da 3ª e 4ª séries do 1º grau e inicia a análise dos itens relevantes a serem discutidos.

O sexto capítulo apresenta a discussão dos resultados do uso do computador nas diferentes representações do conhecimento geométrico, através de uma análise da ação dos professores e alunos nos dois ambientes trabalhados.

O sétimo capítulo apresenta o sumário, as conclusões e as recomendações quanto às perspectivas futuras e às possibilidades de novos estudos e pesquisas nesta área.

CAPÍTULO II - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Existem dois tipos de espíritos matemáticos: uns lógicos e analistas, os outros intuitivos e geômetras.

Poincaré

2.1 APRESENTAÇÃO

Um regime educacional é difícil de ser conceitualizado, quanto mais de ser realizado. Por um lado existem algumas informações sobre a capacidade das pessoas, estilos, desejos e características individuais, dentro de um determinado contexto, e, por outro lado, existe uma grande quantidade de conhecimentos que o indivíduo precisa e pode querer aprender, desenvolver, ir adiante, criando, explorando e construindo novas formas de conhecimentos ou habilidades.

Partindo desta reflexão, este estudo foi fundamentado nas teorias: Construtivista e Interacionista apresentada nos trabalhos desenvolvidos por Piaget e Vygotsky, na teoria Construcionista proposta por Papert, nas teorias de representação baseadas nos trabalhos de Frege, Fischbein e Vergnaud sobre a intuição, a visualização, a percepção e a representação, e na teoria das inteligências múltiplas proposta por Gardner, descritas a seguir.

2.2 TEORIA CONSTRUTIVISTA E INTERACIONISTA

A teoria construtivista e interacionista surgiu neste século, baseada principalmente nos trabalhos desenvolvidos

por dois teóricos da Psicologia Cognitiva: Piaget (1986) e Vygotsky (1991). Estes estudos consideram como pontos principais que o conhecimento se estrutura através do pensamento, da ação e da linguagem do sujeito em sua interação com o real e que a aprendizagem resulta da interação entre as estruturas de pensamento e o meio. Repousa em um tripé: o sujeito (quem aprende), o objeto (o que se aprende) e o social (o outro ou o meio).

Segundo Grossi (1993), "o construtivismo inaugura a valorização do agir de quem aprende como elemento central para se compreender algo".

2.2.1 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE PIAGET

A Epistemologia Genética, concebida e estabelecida em obra extensa e complexa de Piaget (1950), teve uma função radical: propor uma teoria onde a forma de conhecimento está comprometida com o espaço e o tempo. O espaço no sentido de que o conhecimento resulta da interação entre o sujeito e o objeto, e o tempo, no sentido de que o conhecimento científico adquirido ou não pelo sujeito, é pesquisado na perspectiva de sua psicogênese, ou seja, ao longo do intervalo de tempo entre sua visão infantil, não formalizada, e sua visão adulta, formalizada.

A palavra "construtivismo" foi empregada por Piaget na última parte de sua produção escrita sobre Epistemologia; ele formulou a teoria Epistemologia Construtivista na sua obra *Logique et Connaissance Scientifique* que foi publicada em 1967, em Paris, por Gallimard.

Macedo (1994), especialista na teoria de Piaget aplicada à Psicologia e à Educação, afirma que, "só a ação espontânea do sujeito, ou apenas nele desencadeada, tem

sentido na perspectiva construtivista", sendo essa a essência do método desenvolvido por Piaget.

Piaget acredita que o desenvolvimento intelectual ocorre por meio de invariantes funcionais inatas, as quais chamou de Organização e Adaptação (Fainguelernt, 1981). Entendendo por:

- **Organização:** o aspecto interno na construção de ações simples como ver, tocar, nomear, para a aquisição de estruturas mentais de ordem mais elevadas, através dos diferentes estágios. Estas ações tornam-se coordenadas, transformando-se em operações, inicialmente concretas e finalmente abstratas ou formais. Um indivíduo compõe assim seus sistemas internos de considerar o mundo.
- **Adaptação:** o aspecto externo, onde se processa a mudança contínua que ocorre no indivíduo, como resultado de sua interação com o meio. Consiste de dois processos opostos, mas inseparáveis - assimilação e acomodação. Sendo assimilação o processo pelo qual o indivíduo adapta cada experiência nova às suas estruturas mentais pré-existentes, estruturas essas que não são inatas, já tendo sido adquiridas. Pelo funcionamento dessas estruturas, o indivíduo interpreta as novas experiências a partir das anteriores. Entretanto, a incorporação de novas experiências modifica as estruturas já existentes. Sendo acomodação o processo que assegura a modificação das estruturas mentais, de modo a permitir a inclusão de experiências que ainda não se ajustam às estruturas existentes. Tal processo faz com que as estruturas mentais mudem sob a influência do meio.

Completando o que foi dito acima, Piaget enfocou, ainda, duas formas de ações mentais, às quais chamou de "abstração reflexionante" e "abstração empírica".

A abstração empírica é aquela que se apoia sobre os objetos físicos ou sobre os aspectos materiais da própria ação, tais como deslocamentos. Observa-se que, mesmo sobre suas formas mais elementares, para se abstrair a partir de um determinado objeto, por exemplo uma cadeira, considerando-se uma de suas características, como o seu estilo ou a sua cor, é necessário usar instrumentos de assimilação (estabelecimentos de relações, significações), que vieram de esquemas sensório-motores ou conceituais, fornecidos pelo objeto, já especificamente construídos anteriormente pelo indivíduo. A abstração empírica não se refere a esses esquemas por mais necessários que eles sejam; ela visa um conteúdo em que os esquemas se limitam a enquadrar formas de captar o conteúdo.

A abstração reflexionante apoia-se nas formas de como o indivíduo capta o conteúdo em todas as atividades cognitivas do sujeito, para delas retirar certos caracteres e usá-los para outras finalidades que poderão ser novas adaptações ou novos problemas. Ela é reflexionante em dois sentidos complementares: transpõe a um plano superior o que foi colhido no plano anterior (a este processo de transferência Piaget chamou "reflexionamento"); reconstrói e relaciona os elementos extraídos do plano anterior com os que já estão situados neste novo plano (a este processo de reconstrução Piaget chamou de "reflexão"). A transposição e a reorganização são exigidas pela abstração reflexionante.

Macedo (1994) afirma, baseado na teoria de Piaget, que no construtivismo a construção do conhecimento a respeito de algo só tem sentido, e pode ocorrer, enquanto explicado por uma teoria de ação, em sua perspectiva lógico-matemática. "A lógica expressa o 'fazer bem' da ação, isto é, as regras de

procedimentos, a 'sintaxe', sem a qual algo não se constitui como um objeto ou acontecimento. Matemática porque há uma topologia, uma álgebra, um grupo de deslocamentos desses estados e posições, sem os quais algo não acontece, nem se constitui". Há também uma lei de composição que se repete, que é estruturante do fenômeno que, enquanto tal, só se expressa em suas infinitas versões.

A definição matemática do grupo de Klein (1870), como um grupo comutativo de quatro transformações T_1 , T_2 , T_3 e T_4 com a operação de composição(\bullet) definida pela tabela 2.1, foi considerada por Piaget muito geral:

\bullet	T_1	T_2	T_3	T_4
T_1	T_1	T_2	T_3	T_4
T_2	T_2	T_1	T_4	T_3
T_3	T_3	T_4	T_1	T_2
T_4	T_4	T_3	T_2	T_1

Tabela 2.1 - Definição da operação do grupo de Klein.

Piaget afirma que as ações podem ser analisadas através de uma estrutura de grupo, em que a lei de composição está associada à eterna troca de estados e posições. O grupo de ações, por ele definido, é constituído dos elementos **I**, **N**, **R** e **C** onde **I** = identidade, **N** = negação, **R** = reciprocidade, **C** = correlação, análogo ao que constitui um caso particular do grupo de Klein e com caracteres bem delimitados, apresentando-se, apenas, nas estruturas de "conjuntos de partes" e, especificamente no terreno das operações lógicas das proposições.

O grupo **INRC**, Piaget (1995), descrito acima, do ponto de vista psicológico, mesmo sendo aplicado a proposições que descrevem ações materiais, supõe uma abstração reflexionante e uma generalização ainda não acessível ao nível das

operações concretas. Foram desenvolvidas por Piaget e seus colaboradores (1995), atividades como, por exemplo, a do problema das rotações de 180° cuja solução dava lugar aos níveis mais diferenciados. Foi possível comparar as diferentes situações e constatar que algumas das ações desenvolvidas nestas situações comportavam uma estrutura de grupo e outras não.

Piaget já tinha percebido a importância de se trabalhar a Geometria, visando a construção dos conceitos geométricos, como forma e movimento, no processo de aprendizagem dessa disciplina; no seu estudo mais recente (*Abstração Reflexionante*, 1995), trabalhou translações e rotações para exemplificar a aplicação do grupo de Klein na análise dessas ações. Todo o seu trabalho está centrado na ação do sujeito sobre o objeto, interagindo com o meio.

Segundo Piaget (1993), a construção progressiva das relações espaciais nas crianças se realiza em dois planos bem diferentes e que são interligados:

1. O plano perceptivo ou sensório motor (espaço perceptivo).
2. O plano representativo ou intelectual (espaço de representação).

O espaço perceptivo ou sensório-motor é constituído desde o início da existência e está ligado aos progressos da percepção e da motricidade enquanto que o início do espaço representativo coincide com o da imagem e do pensamento intuitivo que são contemporâneos do aparecimento da linguagem.

A criança desde o início de sua existência, constrói um espaço sensório-motor ligado, simultaneamente, aos progressos da percepção e da motricidade, e seu desenvolvimento adquire uma grande extensão até o momento da aparição simultânea da

linguagem e da representação figurada, isto é, a aparição da função simbólica em geral.

Um fato interessante que cabe destacar é que a criança começa a abstrair, através de exploração tátil e visual, certos aspectos topológicos do espaço para descobrir as relações de medidas.

O conceito de espaço na criança tem origem na consciência de seu próprio corpo. Aos poucos o espaço que cerca seu corpo se torna diferenciado do seu próprio corpo, mas o seu espaço ainda está vinculado ao que ela pode tocar. Progressivamente, através de ações, a criança orienta e dá dimensão a este espaço.

A percepção do espaço comporta uma construção progressiva e não acontece inteiramente desde o início da evolução mental.

A representação reconstrói o espaço a partir das intuições mais elementares como por exemplo o das relações topológicas de vizinhança, entre outras, mas aplicando-as, em parte, a figuras projetivas e métricas, superiores ao nível dessas relações primitivas e que são fornecidas pela percepção. A intuição espacial reconstitui, no plano que lhe é próprio, e que é o da representação por oposição direta e atual, tudo o que essa percepção já conquistou antecipadamente, no domínio limitado dos contatos com os objetos.

Em todos os níveis, a intuição do espaço aparece sob forma de duas espécies bem distintas a saber:

1. Em um momento ligada às figurações estáticas, quando evoca uma figura plana.
2. Em outro momento exprimindo suas características.

Este processo não é puramente perceptivo, já que a percepção é o conhecimento dos objetos resultantes do contato

direto com os mesmos. Ao contrário disto, a representação ou imaginação envolve a evocação dos objetos em sua ausência ou, quando ocorre, paralela à percepção em sua presença. Ela completa o conhecimento perceptivo pela referência a objetos não percebidos realmente, (Piaget & Inhelder, 1967).

Piaget, em sua teoria da concepção do espaço e da Geometria construída pela criança descreve o desenvolvimento da representação como a imagem mental do espaço real em que a criança está atuando.

2.2.2 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE VYGOTSKY

Vygotsky sistematizou o seu trabalho em 1924 e, em psicologia, atuou em conjunto com Luria e Leontiev. Suas pesquisas abrangem psicologia do desenvolvimento, educação e psicopatologia, sendo o tema central de sua teoria a relação entre o pensamento e a linguagem. É uma teoria extremamente original e muito bem fundamentada do desenvolvimento intelectual. Sua concepção sobre este desenvolvimento é também uma teoria de educação, trabalhando uma nova abordagem do que foi designado por ele "zona de desenvolvimento proximal", que dá uma visão mais adequada da interação entre desenvolvimento e aprendizagem.

Os problemas encontrados na análise psicológica do ensino, para serem corretamente resolvidos ou mesmo formulados, devem ser referidos à interação entre o aprendizado e o desenvolvimento mental do indivíduo nos diferentes níveis de escolaridade.

Segundo Vygotsky (1991), todas as concepções correntes da relação entre desenvolvimento mental e aprendizado em crianças, podem ser sintetizadas em três abordagens teóricas.

Note-se que estas concepções podem ser estendidas a qualquer indivíduo.

São elas:

- a) A primeira está centrada no pressuposto de que os processos de desenvolvimento mental da criança são independentes de sua aprendizagem. O aprendizado é considerado um processo puramente externo, que não está envolvido ativamente no desenvolvimento; ele simplesmente utiliza os avanços do desenvolvimento em lugar de fornecer um impulso para modificar o seu caminho, isto é, o aprendizado se realiza em função do desenvolvimento e aprendizado não significa desenvolvimento. Essa posição se baseia em que o aprendizado segue o caminho do desenvolvimento e que o desenvolvimento está sempre adiante do aprendizado.

Sintetizando, os teóricos que mantêm este ponto de vista afirmam que os ciclos de desenvolvimento precedem os ciclos de aprendizagem; a maturação precede o aprendizado e a instrução deve seguir o crescimento mental (Vygotsky, 1991).

- b) A segunda abordagem teórica postula que aprendizado é desenvolvimento. Essa identidade é a essência de teorias completamente diferentes na sua origem. Uma dessas teorias se baseia no conceito de reflexo onde o desenvolvimento é visto como o domínio dos reflexos condicionados, isto é, o processo de aprendizagem e o processos de desenvolvimento estão completamente e inseparavelmente misturados. Essa noção foi elaborada por William (1958) que reduziu o processo de aprendizagem à formação de hábitos: "em resumo não existe melhor maneira de descrever a educação do que considerá-la como a organização dos

hábitos de conduta e tendências comportamentais adquiridas" (Vygotsky, 1991).

Resumindo, o segundo grupo de teóricos afirma que os dois processos, o aprendizado e o desenvolvimento, ocorrem simultaneamente coincidindo em todos os pontos.

- c) A terceira abordagem teórica afirma que a aprendizagem e o desenvolvimento possuem algo de essencial em comum, mas não são coincidentes. Eles interagem e são mutuamente dependentes.

Segundo Vygotsky (1991), a pesquisa realizada pelos teóricos dessa terceira abordagem enfatiza que a mente não é uma rede complexa de capacidades gerais, tais como observação, atenção, memória e outras, ela é um conjunto de capacidades específicas, independentes uma das outras, e também se desenvolvendo independentemente.

Vygotsky (1991) argumenta que o aprendizado da criança começa muito antes dela freqüentar a escola; qualquer que seja a situação escolar com que a criança se defronte, existe sempre uma história anterior. De fato o desenvolvimento e o aprendizado estão inter-relacionados desde que a criança nasce. Ele identifica e desenvolve um conceito novo ao qual chama de "Zonas de Desenvolvimento Proximal", que é um nível intermediário entre o desenvolvimento real e o desenvolvimento potencial. Este novo conceito auxilia a compreensão e possibilita dimensionar os estágios de aprendizagem escolar.

Um fato experimentalmente conhecido e estabelecido é que o aprendizado se relaciona, de alguma forma, com o nível de desenvolvimento mental da criança. Recentemente se tem dado atenção ao fato de que não se deve ficar limitado apenas aos níveis de desenvolvimento mental, se o que se quer é

descobrir as relações entre o processo de desenvolvimento e a capacidade de aprendizado. Em estudos realizados sobre o desenvolvimento mental da criança, só é indicativo da sua capacidade mental a análise de situações que ela sabe resolver sozinha (Mammana, ICMI Study, 1995).

A análise feita por Vygotsky (1991), das três abordagens teóricas descritas acima, apesar de rejeitá-las, possibilitou-lhe uma visão mais adequada das interações entre aprendizado e desenvolvimento. Ele identifica três estágios de desenvolvimento na criança que podem ser estendidos a qualquer aprendiz.

São eles:

- 1) **Nível de desenvolvimento real** que é determinado pela solução independente realizada pela criança, ou por qualquer indivíduo, de atividades que lhe são propostas.
- 2) **Nível de desenvolvimento potencial** que é determinado através da solução de atividades que a criança, ou qualquer indivíduo, realiza sob a orientação de uma outra pessoa mais capaz, ou em colaboração com colegas mais capazes.
- 3) **Zona de desenvolvimento proximal** é um nível intermediário entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial.

"A Zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário" (Vygotsky, 1991).

O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, e a zona de

desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente.

Os educadores e os psicólogos, através da zona proximal, podem entender o que está acontecendo internamente no desenvolvimento mental de qualquer aprendiz, observando o seu desempenho e analisando suas representações. Usando este método podem dar-se conta dos ciclos e processos de maturação que já foram completados, bem como daqueles processos que estão começando a amadurecer e a se desenvolver e que desempenham importante papel na aprendizagem. A zona de desenvolvimento proximal permite aos educadores demarcar o futuro imediato do desenvolvimento do aprendiz e seu estado dinâmico, propiciando o acesso ao que já foi atingido pelo desenvolvimento bem como o que está em processo de maturação.

Para se ter uma compreensão plena do conceito de zona proximal é preciso reavaliar o papel da imitação no aprendizado. Na psicologia clássica o nível de desenvolvimento mental da criança é medido somente em relação às atividades que ela desempenha e conclui independentemente. Sua atividade imitativa não é levada em consideração. Considera-se a imitação e o aprendizado como processos puramente mecânicos. Este ponto de vista está sendo revisto através de pesquisas desenvolvidas recentemente na área de psicologia, que demonstram que uma pessoa só consegue imitar e compreender aquilo que está sendo feito em seu nível de desenvolvimento. Muitas vezes pode-se propiciar o desenvolvimento intelectual utilizando a imitação adequadamente.

Para Vygotsky (1991) "o aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daqueles que as cercam". Ele propõe uma nova fórmula para o "bom aprendizado" através da noção de zona de desenvolvimento proximal,

expressando que o bom aprendizado é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento, e que a aquisição de uma linguagem pode ser o paradigma para o problema da relação entre aprendizado e desenvolvimento mental. Esta linguagem surge inicialmente na criança como meio de comunicação entre ela e as pessoas com quem interage. Só posteriormente esta linguagem se converte em fala interior: então ela organiza o pensamento da criança, isto é, a linguagem se torna uma função mental.

As crianças, interagindo com as pessoas em seu ambiente, ou cooperando com seus companheiros, fazem com que a aprendizagem desperte vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente nessas condições. Portanto, um aspecto essencial do aprendizado é o fato dele criar a zona de desenvolvimento proximal.

Segundo Vygotsky (1991), o aspecto mais essencial de sua hipótese é a noção de que os processos de desenvolvimento e os processos de aprendizagem não coincidem, existe uma unidade e não uma identidade entre eles. A zona de desenvolvimento proximal é o espaço onde a aprendizagem acontece.

Segundo Grossi (1992), a teoria construtivista apresenta três aspectos que influenciam o processo ensino-aprendizagem: o aspecto social, o aspecto desejante e o aspecto das linguagens, aspectos esses que estão implícitos nas teorias descritas acima.

2.3 O LOGO E A TEORIA CONSTRUCIONISTA

LOGO é o nome dado a uma linguagem de programação desenvolvida no Laboratório de Inteligência Artificial do MIT

- Massachusetts Institute of Technology, e que é derivada da família LISP.

As características fundamentais da família de linguagens LOGO, segundo Papert, são as definições de procedimentos com variáveis locais que permitem a recursão, possibilitando a definição de novos comandos e funções que, depois de incorporados, são usados como funções primitivas dessa linguagem. O LOGO é uma linguagem interpretativa significando que ele pode ser usado de uma maneira interativa.

Segundo Papert(1985), "o LOGO, nunca foi concebido como produto final ou como 'a linguagem definitiva' partindo sempre da premissa que pode se fazer algo melhor".

Na filosofia de educação proposta por Papert, desenvolvida concomitantemente ao LOGO, para a utilização da Informática no ensino e aprendizagem de Matemática, particularmente da Geometria, é criado um ambiente diferente para a aprendizagem. Esta filosofia foi influenciada pelas teorias desenvolvidas no campo da Epistemologia Genética de Piaget, com quem Papert trabalhou durante alguns anos. Muito influenciado por estas teorias, Papert (1985) observa que a criança deve ser vista como construtora do seu próprio conhecimento. Ele argumenta que as crianças parecem ser aprendizes inatos, pois, antes de irem para a escola, elas aprendem a falar, aprendem a se comunicar com o mundo que as rodeia, aprendem a Geometria intuitiva para se deslocarem no espaço, aprendem a lógica retórica para conviver com os pais sem ter um ensino formalizado, isto é, o que Papert denominou processo de aprendizado sem ensino. Ele questiona porque alguns tipos de aprendizado ocorrem cedo e espontaneamente e outros ficam mais atrasados, ou jamais acontecem, a não ser quando submetidos a uma instrução formal. A resposta dada por ele, é que devemos olhar a criança ou qualquer aprendiz como construtor do seu conhecimento.

O fato fundamental sobre aprendizagem é que "qualquer coisa é simples se a pessoa consegue incorporá-la ao seu arsenal de modelos; caso contrário tudo pode ser extremamente difícil" (Papert, 1985). Continua ele:

"A compreensão da aprendizagem deve ser genética. Deve referir-se à gênese do conhecimento. O que um indivíduo pode aprender e como ele aprende isso depende dos modelos que tem disponíveis. Isso impõe, recursivamente, a questão de como ele aprendeu esses modelos. Assim as 'leis de aprendizagem' devem estar em como as estruturas intelectuais se desenvolvem a partir de outras e em como, nesse processo, adquirem as formas lógicas e emocional" (Papert, 1985: 13).

O trabalho de Papert está pautado em uma psicologia genética, incluindo a preocupação com o afetivo e aplicado ao ambiente de aprendizagem LOGO, ampliando a ênfase cognitiva dos estudos desenvolvidos por Piaget.

Para Papert, trabalhar com o conhecimento matemático formal, por exemplo transformações geométricas no plano, que geram movimentos de figuras, relaciona-se com o movimento corporal que pode realizar esses mesmos movimentos, trabalhando com o esquema sensorio motor do aprendiz. Esta dupla relação, tanto abstrata quanto sensorial, é que dá às transformações do plano o poder de despertar inúmeras idéias Matemáticas na mente e o poder de representá-las.

Para Papert era importante transformar os computadores em instrumentos flexíveis o bastante para que muitas crianças pudessem criar para si próprias algo que despertasse o desejo de explorar, descobrir, construir e aprender. "A Educação é o desenvolvimento harmônico de todas as faculdades do indivíduo" (Papert, 1985).

Papert (1994), interpretando o construtivismo Piagetiano, gera uma teoria de educação que ele denominou Construcionismo, cujo teor é o seguinte:

"O Construcionismo é uma filosofia de uma família de filosofias educacionais que não coloca em dúvida a instrução como tal, isto é, a via para uma melhor aprendizagem deve ser o aperfeiçoamento da instrução. A meta do Construcionismo é ensinar de forma a produzir maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino" (Papert, 1994).

Papert continua explicando: "O Construcionismo é gerado sobre a suposição de que os indivíduos farão melhor descobrindo por si mesmo o conhecimento específico de que precisam; o tipo de conhecimento que as crianças mais precisam é o que as ajudará a obter mais conhecimento". Para isso ocorrer é importante que elas tenham ferramentas que as auxiliem a construir o seu próprio conhecimento, motivo pelo qual precisam dos computadores para desenvolver em um ambiente, uma variedade de atividades matematicamente férteis.

Como contra-exemplo do Construcionismo pode-se identificar o que se sabe que está acontecendo com o ensino de Matemática. Na maioria dos países do mundo as crianças apresentam um baixo desempenho nesta disciplina, mas também sabe-se que a instrução em relação à Matemática é muito aquém do desejado. Papert acredita, enfatizando a teoria por ele criada, que uma das vias para melhorar o desempenho é o aperfeiçoamento da instrução, mas é fundamental que neste aperfeiçoamento se ofereçam ambientes verdadeiramente interessantes, nos quais as crianças possam usar e brincar com a Matemática, pois, se as crianças realmente desejam aprender algo e têm oportunidade de aprender em uso, elas o fazem mesmo quando o ensino é fraco.

Em uma crítica sobre o tecnocentrismo feita por Papert (1987), em conferência na Bulgária, sobre o pensamento da escola do futuro, ele enfatiza a abordagem teórica do Construcionismo, como acontece em todos os campos da teoria de educação, baseia esta teoria no aspecto histórico social,

para compreender o porquê e o caminho pelo qual as novas tecnologias entram e são apropriadas pela sociedade e pelo indivíduo. A palavra construcionismo compreende duas vertentes teóricas: da teoria da Psicologia Cognitiva de Piaget e da teoria de Vygotsky. Está centrada na construção do conhecimento, que se fundamenta no desenvolvimento do pensamento, da linguagem e na formação social da mente estudando as relações entre desenvolvimento e aprendizagem.

Papert argumenta que o conhecimento não é transmitido como informação em uma linha de montagem, isto é, o conhecimento não é transmitido, ele é construído; cada indivíduo deve construir e reconstruir o seu conhecimento. É claro que não necessariamente sozinho; todos precisam da ajuda de outras pessoas e do apoio material de um ambiente, de uma cultura ou de uma sociedade.

O Construtivismo significa que o indivíduo constrói o conhecimento interiormente na sua mente. O Construcionismo expressa o segundo lado dessa mesma teoria, significando que a melhor maneira de construir o conhecimento é construir algo palpável externamente; isto tem um significado pessoal muito forte. Por exemplo, quando as crianças estão trabalhando no computador, estão criando alguma coisa numa tela e, pelo fato delas estarem fazendo algo, mobilizam toda a sua pessoa no sentido de realizar seus projetos. Isto é demonstrado pelo interesse da criança em aprender o LOGO, significando que ela está realizando na tela parte de um projeto maior. Ela está influenciando seus colegas de turma e expressando para si mesma, através do seu projeto, que ela pode trabalhar longo tempo sobre ele. Uma das propostas do construcionismo diz respeito ao fato de que o conhecimento se constrói com o auxílio da interação externa, através do computador ou com qualquer outro material concreto em que se planeja um projeto, não fragmentando as suas atividades e refletindo sobre cada estágio de sua execução.

Para Piaget, a criança, através das ações, constrói mentalmente o seu conhecimento. Papert completa que é importante que ela construa algo palpável externamente, reflita sobre o que foi construído para então construí-lo na mente, isto é, passa-se do concreto para o abstrato e do abstrato para o concreto, chegando ao desenvolvimento dos estágios de pensamento mais elevados considerados por Piaget. O construcionismo complementa o construtivismo.

A obra de Papert foi centralizada em dois livros, tendo ele também publicado vários artigos. No início de 1980 ele lançou sua obra *LOGO: Computadores e Educação* (Papert, 1985), onde coloca toda uma esperança na linguagem e na filosofia que tinha ajudado a elaborar. Em 1994, quase uma década após, ele escreveu *A Máquina das Crianças. Repensando a Escola na Era da Informática* (Papert, 1994), onde faz uma reflexão sobre todo o trabalho desenvolvido por ele neste período, apresenta uma visão do que aconteceu em função da aplicação da linguagem e da filosofia nas escolas e relata como esta teoria evoluiu. Nestas obras ele explica detalhadamente a sua filosofia de educação e a teoria Construcionista por ele formulada.

2.4 TEORIAS DE REPRESENTAÇÃO

As teorias de representação referidas nesta investigação estão fundamentadas nos trabalhos de Frege, Fischbein e Vergnaud, enfocam a importância da intuição, da visualização, da percepção e da representação na construção de um conceito.

2.4.1 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE FREGE

Frege (1848-1925), verdadeiro fundador da moderna Lógica Matemática, Doutor em Filosofia, apresentou sua dissertação *Sobre uma Representação Geométrica de Figuras Imaginárias no Plano*, em 1873. Frege dedicou-se quase que exclusivamente à Matemática e à Lógica. A teoria desenvolvida por Frege permaneceu praticamente desconhecida durante muito tempo, mas seu estudo foi reconhecido e elogiado por homens da envergadura de Husserl, Peano e Russell. Russell percebeu a importância e as implicações de muitos dos seus princípios (Alcoforado, 1937).

Os estudos desenvolvidos por Frege podem ser classificados segundo quatro períodos:

- 1) O primeiro, marcado pela obra *Conceitografia* (1879), traduz o pensamento puro por uma linguagem de fórmulas, imitando a linguagem aritmética.
- 2) O segundo, marcado pelos estudos sobre *Os Fundamentos da Aritmética* (1884), esboça, através das leis lógicas, a definição de número e a demonstração lógica das leis aritméticas fundamentais.
- 3) O terceiro período, vai de 1884 até 1903, quando Frege completou a publicação das *Leis Fundamentais da Aritmética*. Nesta obra procurou formalizar e completar os fundamentos da Aritmética, por isso alterou alguns aspectos da sua *Conceitografia*, e inseriu, em seu contexto, a distinção entre "sentido" e "significado". Frege criou uma "notação simbólica". Nesse período, ele escreveu importantes artigos sobre "função e conceito", "conceito e objeto" e "sentido e significado".

- 4) O quarto período foi caracterizado por três artigos: *O Pensamento*, *A Negação* e *Conexões de Pensamento*, que ele pretendia reunir sob a designação de *Investigações Lógicas*. Uma quarta investigação, denominada *Generalidade Lógica*, ficou inacabada, devido a sua morte. Frege redigiu, ainda, dois outros pequenos textos, onde reconhecia a impossibilidade de reduzir a Aritmética à Lógica, e propunha um novo projeto, que só foi esboçado, de reduzir a Aritmética à Geometria.

Frege delineou como algo fundamental, para aqueles que fazem Matemática, que os tópicos básicos: conceitos e princípios iniciais, sejam totalmente explicitados e suficientemente esclarecidos, isto é, que tenham significado. Um dos objetivos de sua obra era o desejo de classificar as noções fundamentais da Matemática relacionado-as corretamente (Alcoforado 1937, Fainguelernt 1994).

Toda sua atividade intelectual pautava-se na busca da construção dos conceitos, que Frege chamava de "elementos últimos", e da forma pelas quais se interrelacionavam a fim de se construírem os diversos sistemas ou cálculos da Matemática.

Nas palavras de Frege, quando o indivíduo não constrói os conceitos a serem aprendidos:

"O resultado de todas essas deficiências é que ao estudante só resta memorizar as leis da aritmética e ficar satisfeito com palavras que não entende" (Frege, 1974).

A grande contribuição de Frege à Lógica é o fato dele entendê-la como ponto de partida fundamental de toda a construção matemática. Ele explicitou este fato, em sua obra intitulada *Ideografia, uma Linguagem por Fórmulas do Pensamento Puro Modelada sobre a Aritmética*.

Ele utiliza o termo Ideografia referindo-se:

- a) à sua obra publicada em 1879;
- b) à sua lógica formal ou a sua linguagem simbólica;
- c) a um sistema simbólico e artificial, elementar, não determinado e dotado potencialmente de uma estrutura e de uma descrição rigorosa (linguagem simbólica e artificial).

A Ideografia, sendo uma linguagem simbólica, tem como objetivo "substituir" e "suplementar" a linguagem natural, possibilitando ao aprendiz ativar a estrutura de pensamento através da codificação e decodificação dessas linguagens e mostrando o papel importante que as diferentes linguagens desempenham na construção do conhecimento (Alcoforado, 1937; Fainguelernt, 1994).

Segundo Alcoforado (1937) "A Ideografia foi, portanto, concebida por Frege em 1879 obedecendo a dois pré-requisitos: ser instrumental em sua natureza e limitada em sua aplicação", o que pode ser confirmado por Frege quando afirma que: "Assim, esta Ideografia é um instrumento concebido para determinados fins científicos, e que não pode ser condenada pelo fato de não servir para outros fins"

Frege formulou certos sentidos técnicos para: "pensamento", "pensamento puro", "conceito", "conteúdo" e "referente". Nos seus trabalhos identifica-se preocupação com o desenvolvimento do pensamento, com a construção precisa dos conceitos e com as linguagens artificiais.

A figura 2.1 sintetiza a teoria de Frege:

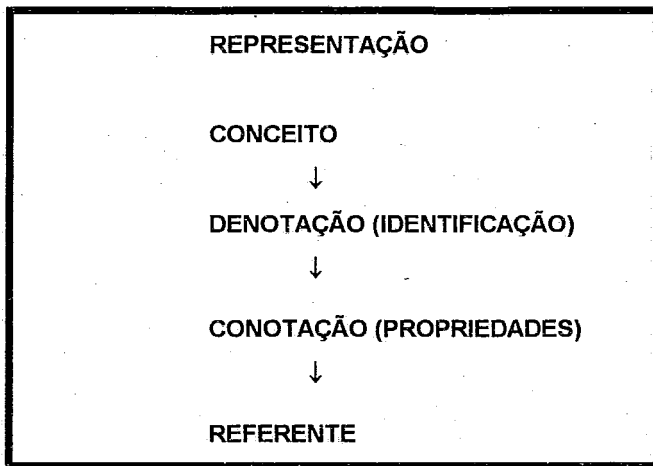


Figura 2.1 - Síntese do modelo de Frege.

Para Frege (1971), o conceito pertence ao nível do conhecimento da idéia e é lógico, tem extensão, denotação e referente, enquanto que a imagem ou representação pertence ao nível da imaginação. Não devemos confundir a imagem ou representação do objeto com as relações que podemos inferir sobre ele. Ele argumenta que os processos mentais de formação do conceito se realizam através da representação deste pela liberdade de imaginar e que a representação referida ao conceito se constrói livremente pela imaginação. Portanto, pensar é objetivo e leva à construção do conceito; imaginar é subjetivo e leva à representação do conceito. O conceito é objetivo e designa um referente extra-lingüístico. A representação prolonga, em certo sentido, a visualização e a percepção, isto é, dá continuidade às mesmas. Mas ela também introduz um elemento novo que é o sistema de significações que comporta uma diferenciação entre o significante e o significado. A percepção já comporta significações, porém, não existe ainda esta discriminação. A significação representativa (Figura 2.2), marca uma diferenciação clara entre os "significantes", constituídos por "signos" (por exemplo, a linguagem matemática) ou "símbolos" (desenhos, imagens) e os "significados", constituídos no caso das representações espaciais pelas transformações do espaço.

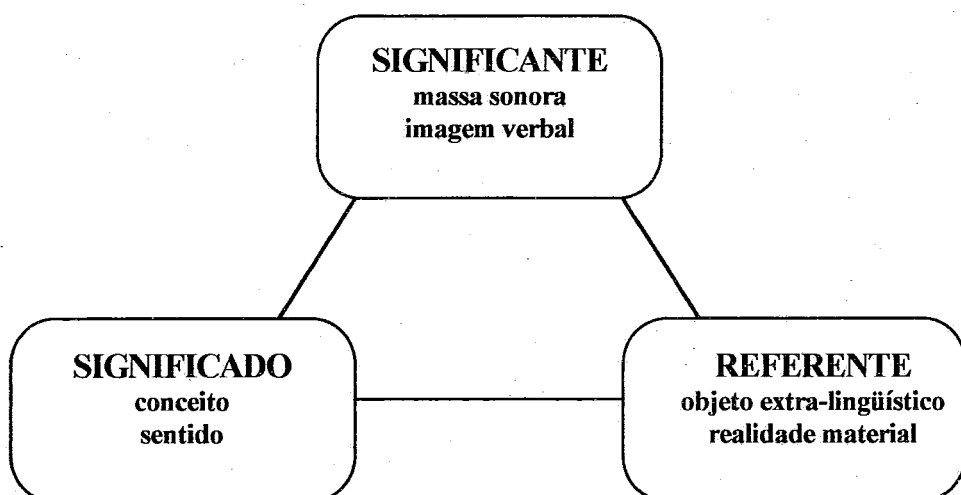


Figura 2.2 - Relação entre os elementos de significação representativa.

Na construção de qualquer conceito e em particular dos conceitos geométricos, temos que levar em conta o sistema de significações.

As relações intelectuais que constituem, inicialmente, o espaço representativo são ligadas à visualização e à imagem como a um suporte do qual dependem estreitamente, mas, à medida que atingem as transformações espaciais, dissociam o elemento motor próprio da imagem de seus elementos figurais e liberam-se destes últimos, a ponto de submetê-los a título de simples símbolos auxiliares.

2.4.2 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE FISCHBEIN

A teoria de Fischbein (1994), trata das cognições se referindo a aspectos cognitivos tanto representativos como criativos, que ele afirma serem essencialmente componentes estruturais de todo comportamento adaptativo.

No mundo que nos rodeia, as informações adquiridas devem ser transformadas em representações da realidade que sejam verdadeiramente bem estruturadas, auto-consistentes e

orientadas para a ação a fim de atender a exigências comportamentais.

Nos seres humanos existem formas diferentes de obter informações que não estão diretamente disponíveis. Isto inclui linguagem, lógica e razão, assim como ferramentas e instrumentos.

O conhecimento através da razão é um tipo de atividade relativamente autônoma, não subordinada diretamente às pressões adaptadoras do comportamento de seres humanos. No caso da Matemática essa autonomia é quase absoluta pois ela lida com objetos, operações e meios de verificação ideais. Definições e regras formalmente estabelecidas - linguagem simbólica - determinam totalmente o significado dos objetos tratados pela Matemática.

Na Matemática não se encontram as qualidades adaptadoras usuais das representações objetivas como o imediatismo, a auto-evidência, a auto-consistência, a credibilidade direta e a necessidade intrínseca, que aparecem nas percepções sensoriais.

O mundo real lida com a credibilidade intrínseca oferecida por objetos reais, com operações realizadas na prática, com objetos concretos, com a verificação empírica, a evidência direta, a coerência das realidades empíricas intrínsecas e dadas.

O mundo da Matemática lida com um tipo de certezas estabelecidas por leis formais, trabalha com entidades abstratas cuja existência é postulada, usa deduções através das provas formais. A evidência provada substitui a evidência direta na criação de conjuntos de sentenças, cujas coerência e consistência são formalmente verificadas.

O mundo da Matemática é um mundo de construções mentais internamente regido por leis formalmente estabelecidas, ele é fundamentalmente diferente do mundo real constituído de

objetos reais e acontecimentos reais. No entanto, o mundo das construções matemáticas parece refletir todas as características que permitem o funcionamento do mundo real.

Segundo Fischbein (1994): "a mente humana parece ter aprendido, a partir de propriedades gerais básicas da realidade empírica, como construir um mundo estruturado imaginário similarmente governado por regras e similarmente capaz de consistência e credibilidade".

No mundo empírico as pressões, as propriedades invariantes e as relações com os objetos reais são implicitamente dadas, enquanto que no mundo formal todas as propriedades e relações são baseadas e justificadas explicitamente. Esta é a diferença fundamental entre esses dois mundos.

Fischbein afirma que a Matemática tem provado a si mesma a impossibilidade de ter uma independência completa como um mundo fechado de entidades postuladas formalmente. Esta impossibilidade apresenta dois aspectos.

1. Impossibilidade formal: um sistema matemático nunca pode possuir em si mesmo todos os pré-requisitos formais necessários para decidir sobre a validade de todos os seus teoremas, isto é, formalmente e logicamente não pode ser absolutamente fechado.
2. Impossibilidade psicológica: existem, hoje em dia, muitas evidências experimentais descritas de que nenhum raciocínio matemático produtivo é possível voltando-se somente para meios formais.

O significado comportamental dos conceitos em Matemática é um instrumento importante e bem controlado pela estrutura conceitual. Por exemplo, as representações gráficas são bons modelos para representar as relações Matemáticas abstratas.

Comumente as interpretações das representações que são produzidas espontaneamente e usadas implicitamente sem se beneficiar do controle sistemático da instância conceitual formal pode levar a distorções e a respostas diferentes.

O comportamento simbólico assim como o comportamento prático das pessoas necessita se basear em fatos inquestionáveis, objetivos de existência aparente.

Segundo Fischbein (1994), "as noções e as afirmações podem parecer ser conceitualmente evidentes e intrinsecamente verdadeiras somente porque elas são realmente em certas circunstâncias comportamentalmente significativas". Por exemplo, a linha reta é um conceito, não um objeto, que tem um significado prático, não se tem dúvida de como desenhar e reconhecer uma linha reta, que é uma imagem geométrica. De fato, o conceito de linha reta não tem significado objetivo absoluto, é uma convenção. O conceito de uma linha reta leva a um significado intuitivo para o indivíduo.

No domínio da Geometria é fácil encontrar uma grande variedade de exemplos, onde associamos a objetos concretos as imagens desses conceitos. Por exemplo, o conceito de ponto pode ser representado por objetos, recebe um significado intuitivo, ligando-o à imagem de uma pequena marca tão pequena quanto se queira, embora se saiba que um ponto, uma reta são conceitos puros e que não existem tais objetos chamados de ponto ou reta no sentido matemático.

Os conceitos de pontos, retas, figuras geométricas são manipulados mentalmente (representações internas), à medida que manipulamos objetos (representações externas). Embora se saiba que esses conceitos não são objetos, eles têm, subjetivamente, um significado intuitivo para os indivíduos.

No aparato intelectual do indivíduo, os conceitos e as operações produzem, de fato, a consistência interna, a

credibilidade empírica, a manipulação prática que caracteriza os objetos concretos e reais.

Para Fischbein, o principal atributo do conhecimento intuitivo é o sentimento direto da certeza, que é produzido primeiramente pela impressão auto-evidente.

A teoria de Fischbein afirma que:

"O comportamento mental do indivíduo (a razão, a resolução, a compreensão, o prognóstico, a interpretação), incluindo a atividade matemática, está sujeito às mesmas pressões fundamentais. Para que o processo da razão seja uma atividade genuinamente produtiva os 'objetos' mentais (conceitos, operações, afirmações) devem conseguir uma espécie de consistência intrínseca e de evidência direta semelhante àquelas dos objetos e acontecimentos reais, externos e materiais" (Fischbein, 1994, p. 21).

Uma intuição é uma idéia que possui duas propriedades fundamentais de uma realidade concreta dada objetivamente: a proximidade, isto é, a evidência intrínseca e a certeza significativa e imanente.

As representações intuitivas permanecem na Matemática porque são uma parte integrante de qualquer atividade intelectual produtiva. Esta afirmação é baseada no postulado de que o pensamento é uma forma de comportamento que tende automaticamente, por sua própria natureza, a preservar aquelas propriedades e mecanismos que garantem a produtividade, a eficiência, a continuidade de qualquer comportamento adaptativo.

A atividade matemática, mesmo lidando com estruturas axiomáticas, volta-se para as formas intuitivas de aceitação e extrapolação que podem assegurar a sua produtividade.

O conhecimento intuitivo é um tipo de conhecimento que não é baseado na evidência empírica ou em argumentos lógicos rigorosos mas, apesar de tudo isso, tende-se a aceitá-lo como

certo e evidente. Frequentemente, em Matemática, se lida com entidades e operações que têm um correspondente prático.

A visualização é o fator principal da produção do efeito de imediação e está associada às cognições intuitivas. Muitas vezes, pela sua importância, a representação visual é identificada com o conhecimento intuitivo.

Em relação às imagens visuais tende-se naturalmente a pensar que não se pode imaginar visualmente o que é difícil de se perceber mentalmente.

Fischbein (1994), no seu trabalho, cita a referência de Poincaré, que identifica os geômetras como matemáticos intuitivos e a referência de Hilbert, que se refere ao papel fundamental desempenhado pelas imagens nas formas de pensamento dos matemáticos.

As imagens visuais são fatores importantes na imediação, mas a imediação não é uma condição suficiente para produzir uma estrutura específica de uma cognição intuitiva. A visualização contida numa atividade cognitiva adequada é um fator essencial para a compreensão intuitiva. As representações visuais, por um lado, contribuem para a organização das informações em representações sinópticas constituindo um fator importante de globalização. Por outro lado, o aspecto concreto das imagens visuais é um fator essencial para a criação de um sentimento de auto-evidência e imediação. Uma imagem visual não somente organiza os dados à mão em estruturas significativas mas é também um importante fator que guia o desenvolvimento da solução. As representações visuais são dispositivos antecipatórios essenciais.

O termo "imediação", que é o fato de ser ou estar imediato, assume uma nova dimensão, significando que a realidade é diretamente percebida e que o indivíduo é

diretamente, pessoalmente e de alguma maneira emocionalmente envolvido na realidade dada.

A intuição implica em um tipo de cognição através da identificação direta e interna com o fenômeno. Uma representação visual serve de imediação com o envolvimento pessoal de forma muito melhor do que um conceito ou uma descrição formal.

Duas classificações foram propostas por Fischbein (1994), para esclarecer a complexidade das cognições intuitivas. A primeira é baseada nas funções representadas pelos diferentes tipos de intuição em relação a outra atividade cognitiva e está esquematizada na figura 2.3. Nela estão distinguidos quatro tipos de intuição ligados às atividades cognitivas, a saber:

- Intuição Afirmativa;
- Intuição Conjectural;
- Intuição Antecipatória;
- Intuição Conclusiva.

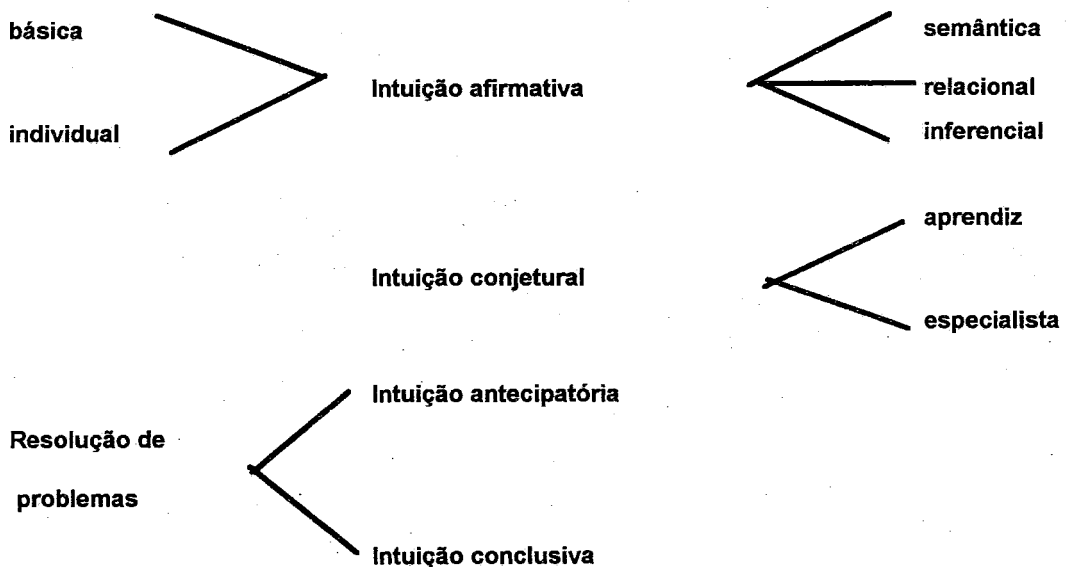


Figura 2.3 - 1ª Classificação das intuições (Fischbein, 1994: 64).

A segunda classificação se refere às origens das intuições. São elas:

- Primária - se desenvolve na experiência do dia a dia.
- Secundária - é adquirida pela influência de intervenções de aprendizagem.

Freqüentemente as origens das intuições secundárias e primárias relativas a um mesmo conceito são contrastantes.

Na construção de conceitos estão fortemente presentes as intuições cognitivas bem como a visualização, a percepção e a representação deste conhecimento.

2.4.3 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE VERGNAUD

Vergnaud (1986), desenvolveu a teoria dos campos conceituais que fornece uma estrutura às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, em especial com referência às aprendizagens científicas e técnicas. Particularmente, ajuda a compreender melhor a complexidade dos processos de ensino-aprendizagem de Geometria.

Esta teoria trata da conceituação do real, e permite situar, compreender e estudar, em crianças e adolescentes, as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista do seu conteúdo conceitual, entendendo-se por conhecimento tanto as habilidades quanto as informações expressas. As idéias de filiação e ruptura também alcançam as aprendizagens dos adultos, mas estas ocorrem sob condições mais ligadas aos hábitos e às formas de pensamento adquiridas do que ao desenvolvimento da estrutura física. Os efeitos da aprendizagem e do desenvolvimento cognitivo ocorrem, na criança e no adolescente, sempre em conjunto.

A teoria dos campos conceituais também possibilita analisar a relação entre os conceitos, enquanto conhecimentos

explícitos, e as invariantes operatórias implícitas nos comportamentos dos sujeitos em determinadas situações. Aprofunda a análise das relações entre significados e significantes. É uma teoria cognitivista. Fornece uma estrutura à aprendizagem, envolve a didática, embora não seja, em si, uma teoria didática.

Existem questões do conhecimento que são específicas da Matemática. Quais são os tipos de objetos tratados pela Matemática? Quais as diferenças entre eles? Quais são as relações da Matemática com as outras ciências e com outros campos da experiência humana? Em que sentido a Matemática é tanto um conjunto de ferramentas como um conjunto de objetos? E qual o papel das representações no processo ensino-aprendizagem de Matemática?

Para Vergnaud (1993), o conceito de representação é essencial para analisar a formação de concepções e competências, conseqüentemente, para analisar a formação de conhecimentos e processos de transmissão de conhecimentos.

Segundo Vergnaud, ainda há, hoje em dia, certas orientações teóricas em Psicologia, que não concedem à representação toda a importância que seria necessária, apesar de se pretenderem cognitivas. É importante reafirmar algumas de suas posições fundamentais:

- A representação não é uma espécie de reflexo da ação adaptativa do sujeito ao meio, é, ao contrário, funcional e indispensável ao tratamento, pelo sujeito, de numerosas situações.
- A representação não diz respeito somente à utilização, pelo sujeito, de sistemas de significantes sociais. Muitas das habilidades motoras implicam em representação; certas escolhas de ações em situações supõem cálculos relacionais complexos sobre os quais é impossível fazer economia.

- A representação deve ser analisada em todos os seus componentes funcionais. As teorias que a reduzem, seja a seus aspectos explicitamente simbólicos, seja a seus aspectos processuais, não permitem captar o conjunto de seu funcionamento.

Em síntese, a representação diz respeito à formação da experiência em seu conjunto, quer essa experiência seja social ou individual, sistematicamente organizada ou aberta, discursiva ou não. É indispensável distinguir entre o plano dos significantes e o dos significados, entre os diferentes sistemas de significantes (linguagem natural, linguagem computacional, desenhos, esquemas, tabelas, álgebra, etc.), e entre os diferentes componentes do significado (invariantes, inferências, regras de ação, etc.).

"A interação do sujeito com o real é essencial, pois é nessa interação que o sujeito forma e põe à prova suas representações e concepções, ao mesmo tempo que estas são responsáveis pela maneira pela qual ele age e regula sua ação" (Verghnaud, 1985).

Ao pesquisar como os professores ensinam, é oportuno procurar clarificar, tanto quanto possível, os principais tópicos epistemológicos que podem ser levantados e apresentados explicitamente, como, também, as suas representações.

Existem três níveis de questões que interagem: as de epistemologia da Matemática, as de epistemologia da Psicologia e as de Epistemologia da Educação Matemática. O conhecimento da Matemática é construído tradicionalmente por meio de algumas abordagens. Uma delas é a reflexão feita pelos matemáticos acerca da natureza do conhecimento matemático e a natureza dos processos de descoberta. Alguns grandes matemáticos se preocuparam em estabelecer o status do pensamento matemático como Poincaré (1913, 1920) e Hadamard

(1949). Outra abordagem é a histórica. Seu objetivo é compreender o ambiente científico e social no qual novos conceitos matemáticos e técnicas emergiram e se desenvolveram. Essa abordagem pode ser encontrada, por exemplo, em Davis e Hersh (1981). Recentemente estes aspectos têm sido privilegiados como temas de pesquisa cujos resultados foram apresentados no encontro de estudos do International Commission on Mathematical Instruction - ICMI (Mammana, ICMI Study, 1995).

O processo de construção do conhecimento matemático tem lugar, em uma certa sociedade, em uma certa instituição, em uma certa sala de aula e apresenta diferentes objetivos para a formação do futuro matemático ou do futuro cidadão comum. As pressões sociais no ensino de Matemática não modificam a natureza do conhecimento matemático por si, mas têm fortes implicações na forma como o professor vê o ensino de Matemática e a Matemática em si mesma. Os pontos de vista que os professores têm acerca da Matemática, da Psicologia e da sociedade influenciam a variedade de representações no trabalho que eles desenvolvem em relação à Matemática e diferem da representação que os alunos têm da mesma.

No desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem de Matemática, em particular de Geometria, os alunos têm muito a ganhar se forem utilizados o estudo individual interativo e os processos históricos do desenvolvimento do conhecimento matemático. O estudo dos obstáculos encontrados pelos matemáticos do passado auxilia na interpretação das dificuldades e dos erros feitos pelos alunos hoje e, analogamente, as dificuldades dos alunos podem fazer os professores compreenderem os obstáculos que devem ser superados na construção deste conhecimento (Vergnaud, 1993; Mammana, 1995).

A influência do ambiente cultural tem um papel relevante no processo ensino-aprendizagem da Matemática, em particular

da Geometria, em função da relação que existe entre o conhecimento e os problemas e situações que necessitam ser resolvidos. O ensino de Geometria desenvolvido em uma sociedade altamente tecnológica deve ser diferente do realizado em uma sociedade tradicionalmente rural. Isto até deve acontecer em diferentes subgrupos de uma mesma sociedade (Mammana, ICMI Study, 1995).

2.5 TEORIA DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS

Gardner (1995), desenvolveu sua pesquisa com base em estudos realizados em neurobiologia obtendo os indícios sobre os possíveis "tipos naturais" de inteligência humana. Ele ressalta a influência da cultura no desenvolvimento dessas inteligências. Diz ele:

"A cultura nos possibilita examinar o desenvolvimento e a implementação de competências intelectuais a partir de uma variedade de perspectivas: os papéis que a sociedade valoriza; as buscas nas quais os indivíduos podem adquirir especialização; a especificação de domínios nos quais prodigiosidade, retardo ou incapacitações de aprendizagem individuais podem ser encontradas; e os tipos de transferência de habilidades que podemos esperar nos cenários educacionais" (Gardner, 1995).

Gardner identifica sete inteligências em cada pessoa, e afirma que o apuramento evolutivo dessas inteligências em cada um depende de um regime educacional que o ajude a atingir o seu potencial máximo através de uma variedade de disciplinas e atividades. São elas: inteligência lingüística, inteligência lógico-matemática, inteligência espacial, inteligência musical, inteligência corporal-cinestésica, inteligência interpessoal e inteligência intrapessoal. Serão enfatizadas, neste relato, as inteligências lógico-matemática

e espacial pois são as que estão mais diretamente ligadas a este estudo.

Segundo Gardner (1995), as competências tanto lingüísticas como musicais se originam na esfera áudio-oral enquanto as competências Lógico-Matemáticas estão na forma de pensamento que pode ser descrita de um confronto com o mundo dos objetos. Para justificar os seus resultados em relação às competências lógico-matemáticas ele se baseou na teoria de Piaget.

Afirma Gardner:

"Ao longo do curso do desenvolvimento das competências lógico-matemática, prossegue-se dos objetos para as afirmativas, das ações para as relações entre as ações, do domínio do sensório-motor para o domínio da pura abstração - enfim, para os ápices da lógica e da ciência. A cadeia é longa e complexa, mas não precisa ser misteriosa: as raízes das regiões mais elevadas do pensamento lógico, matemático e científico podem ser encontradas nas ações simples de crianças pequenas sobre objetos físicos do seu mundo" (Gardner, 1995).

As competências espaciais estão intimamente ligadas e se iniciam a partir das observações que as pessoas fazem do mundo visual. Um outro aspecto desta competência está relacionado com a capacidade das pessoas de perceberem uma forma ou um objeto de diferentes ângulos.

Serão relacionadas, a seguir, algumas das capacidades da inteligência espacial: reconhecer exemplos do mesmo elemento; transformar ou reconhecer uma mudança de um elemento no outro; evocar formas mentais e então transformar estas formas; produzir uma representação gráfica de informações espaciais e similares.

Gardner argumenta que uma outra faceta da inteligência espacial nasce das "semelhanças que podem existir entre duas formas aparentemente incompatíveis ou, no que diz respeito ao

assunto, entre dois domínios de experiência aparentemente remotos, isto é, a capacidade metafórica de discernir similaridade entre os domínios deriva, em muitos casos, de uma manifestação da inteligência espacial”.

Todas essas inteligências operam como uma família, apesar de serem independentes. O ponto importante que Gardner quis ressaltar, com a identificação das sete inteligências, é deixar bem claro a pluralidade do intelecto. E, em sua opinião:

“O propósito da escola deveria ser o de desenvolver as inteligências e ajudar as pessoas a atingirem objetivos de ocupação e passatempo adequados ao seu espectro particular de inteligências. As pessoas que são ajudadas a fazer isso, acredito, se sentem mais engajadas e competentes, e portanto mais inclinadas a servirem à sociedade de uma maneira construtiva” (Gardner, 1995).

Segundo Gardner (1995), o propósito da escola é o de desenvolver as diferentes inteligências. Portanto, neste contexto, cabe ressaltar a necessidade de mudança no ensino de Geometria, dando ao mesmo uma dimensão dinâmica, analisando as contribuições do uso do computador em sala de aula.

No Capítulo III abordaremos os aspectos relevantes do processo ensino-aprendizagem de Geometria, relacionados às pesquisas recentes baseadas nas teorias que dão suporte a esta investigação e que foram descritas no presente capítulo.

CAPÍTULO III - ASPECTOS RELEVANTES DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

A representação mental não é meramente uma consulta aos dados de um arquivo da memória. Ela é uma reconstrução ativa de um objeto no nível simbólico.

J.I. Martin

Neste capítulo são apresentados resultados de pesquisas recentes cujo enfoque é o processo ensino-aprendizagem de Geometria. São também apresentadas algumas inter-relações existentes entre os movimentos do plano e a arte.

O renascimento e reformulação do ensino de Geometria não é apenas uma questão didático-pedagógica, é também epistemológica e social. A Geometria exige do aprendiz uma maneira específica de raciocinar, uma maneira de explorar e descobrir. Não é suficiente conhecer bem aritmética, álgebra ou análise para conseguir resolver situações-problema em Geometria (Vergnaud, 1993; Hershkowitz, 1994; Fischbein, 1994).

O estudo da Geometria é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio visual, necessitando recorrer à intuição, à visualização, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para leitura do mundo, e para que a visão da Matemática não fique distorcida. Estas razões são suficientes para que o seu ensino não seja desenvolvido através de automatismo, memorização e técnicas operatórias. Vivenciando a construção dos conceitos da Geometria através de atividades que possibilitem imaginar, explorar, criar, levantar hipóteses e argumentar, é possível esclarecer idéias abstratas,

facilitando a comunicação das idéias matemáticas (Fischbein, 1994).

Como o objetivo deste estudo é investigar a maneira pela qual professores e alunos constroem os conceitos de simetria e translação e a ação efetiva do uso dos computadores neste processo de construção de conhecimento, as teorias descritas no Capítulo II permitem apresentar os resultados de pesquisas recentes em três vertentes:

- a) Visualização e representação.
- b) Geometria e o LOGO.
- c) Geometria e Artes.

3.1 VISUALIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO

Segundo Duval (1995), o aprendizado de Geometria envolve três tipos de processos cognitivos que estão intimamente conectados:

- processo de visualização com respeito à representação espacial;
- processo de construção através de ferramentas (régua, compasso, esquadros e software);
- processo de raciocínio, o que é básico para ser demonstrado e comprovado (teoremas, axiomas e definições).

Uma relação entre esses processos cognitivos pode ser esquematizada como na figura 3.1:

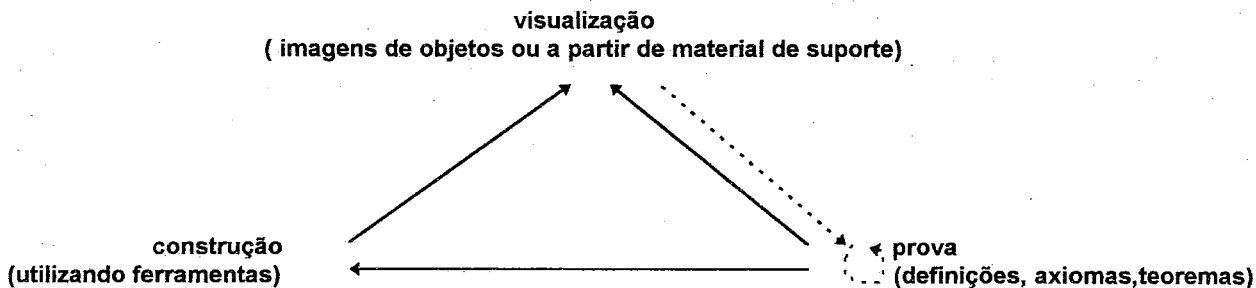


Figura 3.1 - Tipos de Processos Cognitivos (Duval, 1995).

Estes processos podem ser realizados independentemente uns dos outros. Deste modo, a visualização não depende da construção; ela é uma passagem às figuras em qualquer caminho que se esteja construindo. O processo de construção depende da conexão entre as propriedades matemáticas do conceito que se quer construir e de algumas ferramentas que precisam ser utilizadas.

Se a visualização é um apoio intuitivo, algumas vezes necessário para se achar a prova, o desenvolvimento do raciocínio depende também de um corpo qualquer de proposições (definições, teoremas, axiomas) que esteja disponível. Toda atividade de Geometria envolve, no mínimo implicitamente, uma comunicação entre esses três tipos de processos; a visualização, a construção e a prova. Uma integração entre esses diferentes processos é cognitivamente necessária no sucesso do desenvolvimento da aprendizagem de Geometria e da construção do conhecimento. Constata-se a complexidade no processo cognitivo envolvido na construção de um conceito ou prova em Geometria.

Os estudos que vêm sendo desenvolvidos mais recentemente no campo do ensino e aprendizagem de Geometria, liderados por Rina Hershkovitz e Abraham Arcavi no Weizmann Institute (Israel) e na Berkley University (Estados Unidos), demonstram que as interações do aprendiz com o meio desempenham papel ativo no processo ensino aprendizagem da Geometria e estão baseadas na concepção da Geometria da criança, na teoria da

concepção do espaço pela criança, bem como nos aspectos psicológicos destes processos (Hershkowitz, 1994 e Arcavi, 1994).

O ponto de vista que entende as diferentes fases da aprendizagem da Geometria como um processo de desenvolvimento está intrínseco na maior parte do trabalho teórico de pesquisa e de ensino realizado sobre a Geometria, sendo seu fio condutor.

Segundo Faiguelernt (1993) e Hershkowitz (1994) existem dois aspectos importantes no ensino-aprendizagem de Geometria:

- **Visão da Geometria como uma ciência do espaço** - A Geometria desenvolve teorias de idéias e métodos para se poder construir e estudar modelos idealizados do mundo físico como também de outros fenômenos do mundo real. Portanto, a exploração e a descrição do espaço devem ser trabalhadas desde os primeiros anos de escolaridade, possibilitando aos alunos realizarem a passagem do estágio das operações concretas para o estágio das operações abstratas, pois a Geometria desde as suas raízes epistemológicas é uma ferramenta para descrever o espaço e medir figuras.
- **Visão da Geometria como uma estrutura lógica** - Sendo a Geometria um ponto de encontro entre a Matemática como teoria e a Matemática como um recurso, ela é um caminho para desenvolver o pensamento e a compreensão para alcançar o nível mais alto de uma teoria formal. Somente quando esta perspectiva é atingida, a noção de estrutura matemática faz sentido.

É importante ressaltar que estes dois aspectos estão ligados, uma vez que para compreender a Geometria como uma estrutura lógica é necessário ter alcançado alguns níveis da Geometria como ciência do espaço. Inicialmente o ambiente

geométrico possibilita ao aprendiz desenvolver suas impressões sobre a estrutura matemática necessitando basear-se em um ambiente real para interagir. Já em um estágio mais avançado, este ambiente geométrico adquire um significado mais amplo, não precisando de um ambiente real (concreto) que o fundamente.

Segundo Hershkowitz (1994), o ensino de Geometria parte da visão da Geometria como exploração e descrição do espaço, trabalhando concretamente no espaço real e realizando diferentes atividades que desenvolvem a visualização, a intuição, a percepção e a representação e permitem que o aprendiz realize a passagem do espaço real para o espaço teórico, chegando à visão da Geometria como uma estrutura lógica.

"A visão da Geometria como uma estrutura lógica é o meio pelo qual o aprendiz pode dar um sentido para a estrutura matemática" (Freudenthal, 1973).

Hershkowitz (1994), utiliza duas abordagens principais que relacionam as pesquisas cognitivas em Geometria às teorias que envolvem a construção do conhecimento. Estas abordagens foram inicialmente utilizadas por Papert (1980) e por outros membros do MIT que desenvolveram pesquisas sobre estilos cognitivos em programação. A saber:

I. Abordagem top-down - O foco de interesse está na teoria que se supõe que seja confirmada ou rejeitada. O conteúdo geométrico e as tarefas que são selecionadas nestas investigações são escolhidos de modo a se ajustarem ao modelo teórico e não refletem necessariamente os conteúdos comuns e os processos envolvidos na aprendizagem da Geometria. O objetivo principal é a construção da teoria e o desenvolvimento teórico é a base da pesquisa.

II. Abordagem bottom-up - Esta abordagem adota o conteúdo e a estrutura a serem aprendidos como ponto de partida de suas investigações; a compreensão, a explicação das dificuldades, o processo de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo do aluno são os objetivos principais desta pesquisa.

A investigação bottom-up dá ênfase à construção do conhecimento e não apenas à teoria. De acordo com esta abordagem, se a teoria está adequada, ela é usada como instrumento para explicar as situações e os resultados levantados pela pesquisa cognitiva, não sendo a base para o projeto de pesquisa.

Nos últimos anos também vem sendo realizadas pesquisas no Centre Interdisciplinaire de Recherche sur l'Apprentissage et le Développement en Éducation (CIRADE - Canadá), por muitos grupos de pesquisadores interessados em assuntos relativos às habilidades de percepção e representação no espaço a três dimensões e aplicações pedagógicas que podem desenvolver estas habilidades. Estes grupos, particularmente interessados no ensino de Geometria e na informática educativa, destacam que o papel da representação na aprendizagem da Geometria é de grande importância no desenvolvimento do pensamento matemático, na construção de conceitos pelas crianças e nas habilidades fundamentais em Matemática e Ciência, bem como na elaboração de sistemas de representação significativa e operativa ligados a esses conceitos (Pallascio, 1992).

As perspectivas intimamente ligadas e baseadas no movimento construtivista piagetiano e na análise epistemológica do desenvolvimento do pensamento, levaram muitos outros pesquisadores (Denis, 1976; Galifret, 1981; Pallascio, 1992) a trabalharem com a representação, convencidos do papel importante que ela desempenha no presente e no futuro das pesquisas desenvolvidas em Psicologia, na Didática e nos processos ensino-aprendizagem

de Matemática e, em particular, da Geometria (Bishop, 1980; Alsina, 1987; Gutiérrez, 1987; Brousseau, 1988 e Fortuny, 1995). Seu objetivo é desenvolver uma teoria unificada, tornando explícito o papel da representação na aprendizagem e desenvolvimento.

Segundo Pallascio (1992): "o papel principal da representação é a conceituação do real a fim de agir eficientemente". Para ele, a representação tem, por um lado, o significado da organização material de natureza simbólica (por exemplo desenhos, diagramas etc.), que se refere a certas realidades ou modeliza etapas do processo e, por outro lado, ela se refere à imagem mental.

Jaynes (1976), fez uma prova convincente de que não podemos nos conscientizar de alguma coisa que não podemos representar no espaço, denominado por ele de "especialização". Ele argumenta que a espacialização é característica de todo pensamento consciente, que é uma analogia espacial do mundo real, onde as atividades mentais são as analogias dos atos físicos, que explicam a necessidade de procurar a imagem espacial.

Segundo Pallascio (1992), a abordagem dos grupos de pesquisa que trabalham em representação espacial focaliza três tipos:

- **Espaço Geométrico Procedural** - O grupo de pesquisa de Bélanger e La Palme (1992), está interessado na representação do espaço geométrico procedural, onde a interiorização quantitativa do modelo espacial é feita por uma análise e síntese de suas propriedades relativas a razão, proporção, medidas e coordenadas. Um exemplo desse espaço é o trabalhado pela Geometria Analítica.
- **Espaço Geométrico Estrutural** - O grupo de pesquisa de Pallascio, Allaire e Mongeau (1992), está interessado

na percepção e representação do espaço geométrico estrutural, onde a interiorização qualitativa do modelo espacial é feita pela análise e síntese das propriedades topológicas, projetivas, afim e métricas.

- **Espaço Social** - O pesquisador Janvier, desde 1986, está interessado no espaço social onde os problemas de representação são abordados, isto é, na maneira pela qual os profissionais que atuam na sociedade, como por exemplo, o carpinteiro, o pedreiro, o engenheiro e outros representam o espaço e utilizam a Geometria. A análise resultante torna-se função das regras de ação caracterizadas no próprio contexto de cada profissão.

A primeira abordagem está preocupada com a quantidade na Geometria, a segunda com os tipos de Geometria e a terceira com a aplicação da Geometria no mundo do trabalho. Esses três espaços geométricos identificados acima em relação à representação estão centralizados no espaço das Geometrias quantitativas, no espaço das Geometrias qualitativas e no espaço social, sendo que elas influenciam no processo ensino-aprendizagem.

De acordo com esses pontos de vista Pallascio (1992), sintetiza que "a representação espacial é uma ação interiorizada e não simplesmente a imaginação de algum objeto exterior".

Por outro lado a Geometria como disciplina baseia-se em um processo de formalização com crescente nível de rigor, abstração e generalização.

3.1.1 VISUALIZAÇÃO

Recentemente as pesquisas em Geometria vêm sendo amplamente estimuladas por novas idéias procedentes de

dentro da própria Matemática e de outras disciplinas, incluindo a Ciência da Computação, por isso é preciso desenvolver uma educação visual adequada.

Segundo Tall (1995), o desenvolvimento do pensamento matemático desde a pré-escola até a universidade, bem como das pesquisas tanto em Educação Matemática como em Matemática Pura, se realiza pela "percepção de" e pela "ação sobre" os objetos no ambiente.

A percepção de um objeto distintamente da imagem do mesmo, resulta do contato imediato com a parte relevante deste objeto.

Tall (1995), argumenta que a "percepção dos" objetos, visualmente inspirada leva à representação do espaço visual com o apoio verbal que aumenta a possibilidade de se atingir a prova em Geometria. A "ação sobre" os objetos usa representações simbólicas para indicar os processos de fazer e de pensar para a construção dos conceitos em Geometria.

É importante ressaltar separadamente três componentes da atividade humana: a percepção, o pensamento e a ação. Esta simples observação permite refletir sobre as atividades matemáticas como objetos percebidos, pensando sobre eles e realizando ações sobre os mesmos, isto é, percebe-se, constrói-se e age-se sobre as atividades geométricas como objetos percebidos (Tall, 1995).

A Geometria na pré-escola e no 1º grau inicia-se pela "percepção de" e "a ação sobre" os objetos no mundo exterior. Estes objetos são inicialmente percebidos no espaço visual; depois são observados, analisados, muitas propriedades são extraídas e descritas verbalmente, levando a uma classificação e mais tarde à definição.

Observam-se dois diferentes desenvolvimentos que ocorrem ao mesmo tempo. Um deles é o espaço visual que se torna verbal e leva à prova; o outro é o uso dos símbolos para

representar tanto a ação de fazer como a de pensar sobre os objetos. Nota-se que esses desenvolvimentos podem ocorrer independentemente (Tall, 1995).

Observa-se que a percepção resulta do reforço das sensações que decorrem dos estímulos do meio ambiente, de experiências passadas, idéias, imagens, expectativas e atitudes. A aprendizagem depende em grande parte da interpretação que é dada a essas sensações. Portanto, a percepção tem a probabilidade de ser afetada pelas maneiras de pensar, pelas atitudes, expectativas ou desejos em um dado momento, conseqüentemente o mesmo acontecendo com a aprendizagem.

A palavra visualização, geralmente, se refere à habilidade de representar, transformar, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre a informação visual.

Fischbein (1994), ao analisar a visualização, afirmou que, muito freqüentemente, o conhecimento intuitivo é identificado com a representação visual; é uma tendência natural pensar em termos de imagens mentais e aquilo que não se consegue imaginar visualmente torna-se difícil de perceber mentalmente. Ele continua argumentando que a representação visual contribui para a organização da informação em representações sinópticas e, desta forma, constitui um fator importante da globalização; por outro lado, a concretude das imagens visuais é um fator essencial no estabelecimento dos sentimentos de auto-evidência e mediação. Uma imagem visual não apenas organiza os dados disponíveis em estruturas significativas mas é também um fator importante na orientação do desenvolvimento analítico de uma solução.

Para Tartre (1990), capacidades espaciais são "as capacidades mentais relacionadas com a compreensão, manipulação, reconhecimento ou interpretação de relações visualmente".

Frege (1971), argumenta que os processos mentais de formação do conceito se realizam através da representação deste pela liberdade de imaginar.

As habilidades visuais são ensináveis desde que sejam fornecidas experiências apropriadas (Bishop, 1989).

A linha de pensamento expressa por Fischbein (1987), é especialmente relevante para o ensino de Geometria, onde os elementos visuais formam alguns dos blocos de construção e é através desses elementos que o espaço é percebido e construído.

Neste estudo a preocupação com a visualização em relação à aprendizagem de Geometria é, em certo sentido, um processamento visual do próprio domínio visual.

Tem sido muito discutida, nos grupos de Geometria dos encontros do PME (Psychology and Mathematics Education) a distinção entre o conceito que decorre de sua definição matemática e a imagem conceitual que está refletida na mente individual, isto é, o resultado dos processos mentais de formação do conceito (Vinner, 1983) (veja-se para uma discussão mais profunda os anais do PME desde 1983).

O computador veio introduzir uma dimensão dinâmica à investigação sobre visualização pois as representações de figuras planas e espaciais na tela podem ser manipuladas e transformadas de muitas maneiras (Papert, 1987).

3.1.2 REPRESENTAÇÃO DO CONHECIMENTO

A habilidade de pensar em termos de diferentes tipos de sistemas de representação favorece o bom desempenho e a competência no pensar Matemática (Arcavi e Schoenfeld, 1992).

Fundamentados no modelo de Frege (figura 2.1, p. 33) e no fato de que mudar de representação de uma idéia significa,

entre outros fatos, mudar de perspectiva com relação à mesma, isto é, associar e descobrir outras relações e características dessa idéia, parte-se do Saber Fazer (Know-How) para construir o Saber (Knowledge), processo esse esquematizado na figura 3.2.

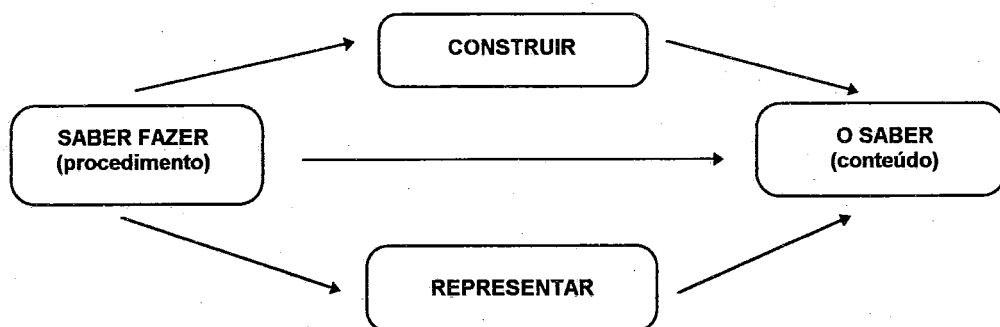


Figura 3.2 - Síntese do Processo de Representação (Bolema, 1994).

Para "aprender Matemática" é preciso "fazer Matemática" progressivamente. Aprender e compreender Matemática significa ter a capacidade de trabalhar com diferentes representações de uma mesma idéia realizando conexões entre elas e sabendo identificar bem as restrições (Arcavi, 1994).

É fundamental, na construção de um conceito, partir da percepção e intuição de dados concretos e experimentais, explorar as representações, as aplicações, desenvolver o raciocínio lógico para, só então, chegar aos processos de abstração e de generalização (Fainguelernt, 1985).

As diferentes atividades são estímulos para que, tanto o aluno como o professor, usem sua criatividade e imaginação, presentes na construção da unidade conceitual. Portanto esta unidade é construída através de uma variedade de atividades que propiciam diferentes representações e imaginações mentais da mesma. As imagens conceituais que originam diferentes representações de um conceito mantém a diversidade das representações na unidade da compreensão e construção do conceito (Vital Brazil, 1994).

A imaginação interna está ligada à mente e pode ser representada pela imaginação externa que está ligada à representação. Por exemplo, para auxiliar as crianças na construção do conceito de simetria trabalham-se diferentes atividades que propiciam diferentes representações ligadas à imaginação externa que, em cada instante, são representações da imaginação interna. Simplificando, podemos dizer que Piaget estava interessado nas transformações do espaço real para a representação do espaço da criança, nos atributos dos objetos reais que são invariantes sobre estas transformações e em como a percepção desses objetos pela criança se modifica com a idade.

De acordo com a teoria de Piaget, as primeiras transformações percebidas pelas crianças são aquelas que conservam os atributos topológicos, por exemplo: vizinhança, proximidade, interior, exterior, fronteira, curva aberta, curva fechada, atributos esses que são trabalhados na pré-escola. Mais tarde, a criança é capaz de transferir para sua representação do espaço os atributos euclidianos começando a trabalhar no espaço métrico. O resultado destas transformações euclidianas é a aquisição dos conceitos de medida de comprimento, área, volume, etc. A criança, desde a primeira série do 1º grau, é também capaz de perceber os deslocamentos e realizá-los através de diferentes atividades podendo trabalhar com a Geometria das transformações.

As teorias piagetianas relacionam fundamentalmente a Geometria com a conscientização do espaço, com as representações do objeto matemático e com a construção deste objeto.

3.1.3 CONCEITOS GEOMÉTRICOS E RELAÇÕES

Vejamos alguns aspectos cognitivos dos processos de aprendizagem dos conceitos geométricos trabalhados nesta investigação. Temos em Geometria conceitos básicos como ângulos, triângulos, quadriláteros, e temos os conceitos de níveis mais elevados como semelhança, translação, simetria e medidas geométricas (Hershkowitz et al, 1990).

Para tentar compreender como os alunos constróem as imagens conceituais geométricas e identificar os fatores que influenciam este desenvolvimento é necessário que se faça uma análise dos conceitos e de sua estrutura matemática. Segundo Vinner (1983), a imagem conceitual e o conceito estão refletidos na mente do indivíduo, bem como os resultados dos processos mentais de formação do conceito e de suas representações.

Um ângulo pode possuir os seguintes atributos: ter dois lados e um vértice; pode ser reto, agudo ou obtuso de acordo com a sua medida ou abertura, podemos defini-lo como a menor porção do plano compreendido entre duas retas concorrentes, etc., portanto a entidade ângulo, que é um conceito básico em Geometria, tem diversos atributos relevantes que comportam diferentes concepções. Para construir o conceito de ângulo temos que entender as interrelações entre seus elementos. Segundo Hershkowitz et al. (1987), as interrelações matemáticas entre os elementos de um conceito matemático podem ser descritas no esquema mostrado na figura 3.3:

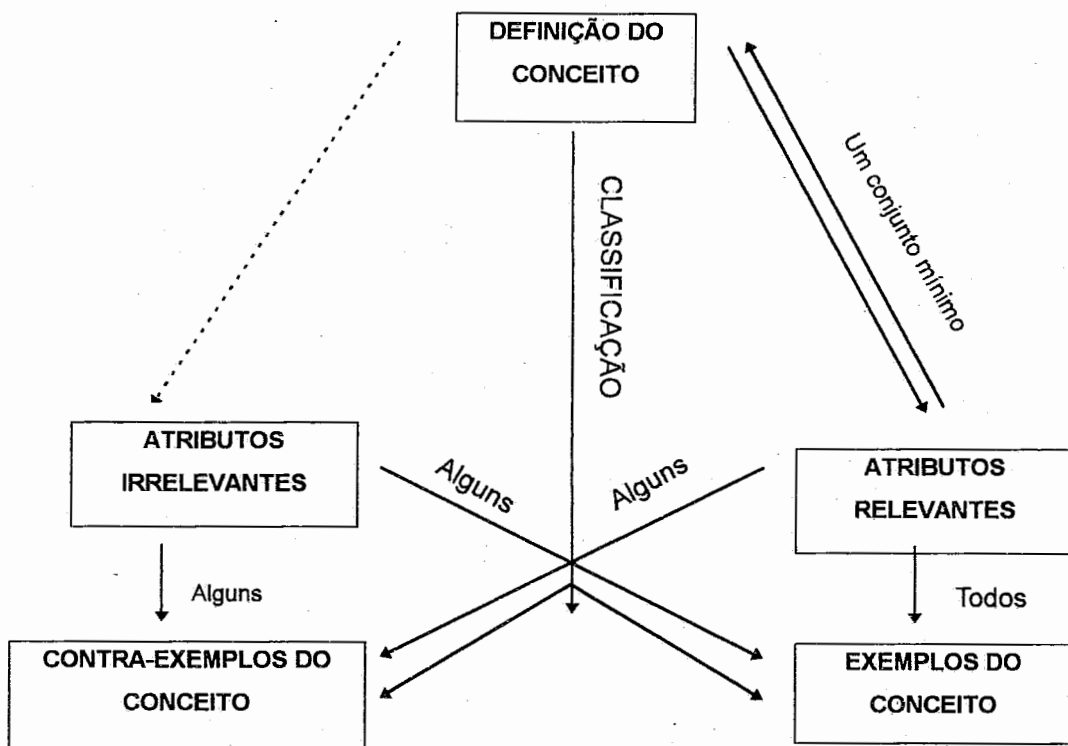


Figura 3.3 - Interrelações entre os elementos conceituais (Hershkowitz, 1990).

O conceito geométrico é ligado a uma definição matemática e por esta razão possui atributos relevantes. Tais atributos devem ser satisfeitos para identificar o conceito em qualquer contexto em que ele esteja inserido. Os atributos irrelevantes ou contra-exemplos do conceito, que possuem alguns daqueles atributos mas não todos, são muito importantes no ensino pois pela comparação entre os exemplos e os contra-exemplos, isto é, classificando por semelhança e diferenças, pode-se chegar à definição matemática precisa do conceito que se quer construir. Por exemplo, um triângulo possui três lados, mas três segmentos quaisquer nem sempre podem construir um triângulo.

A definição verbal do conceito geralmente inclui um subconjunto mínimo de atributos relevantes que são suficientes para defini-lo. Observa-se que a definição de um conceito matemático é uma síntese de vários outros conceitos.

Por exemplo, a definição formal de simetria envolve conceitos de transformação, de deslocamento, de par ordenado, de representação de um ponto no plano, e outros.

De um modo geral os indivíduos se apropriam dos conceitos geométricos de duas maneiras:

- Maneira estruturada - através das experiências de aprendizagem na escola.
- Maneira não estruturada - através de jogos, de experiências do cotidiano etc.

Segundo Hershkowitz et al. (1987), nestas situações as principais deficiências do ensino são:

- Falta de completude, na qual apenas são apresentadas partes dos exemplos e atributos.
- Falta de conhecimento da existência de elementos adicionais por parte do professor, do livro didático ou do material didático.
- Falta de consciência das dificuldades do aluno e dos conceitos errôneos que aparecem na construção dos conceitos geométricos.
- A visão do aluno como mero receptor passivo, sendo a generalização dos atributos do conceito geométrico realizada apenas pelo professor ou pelo material didático.

3.2 A GEOMETRIA E O LOGO

Olson (1985), investigou a integração da linguagem LOGO em uma escola elementar de forma que seu uso complementasse o livro texto. Ele concluiu que a linguagem LOGO efetivamente

contribuiu para a aquisição de conceitos geométricos e aumentou a capacidade de visualização.

Battista e Clements (1988), analisaram as deficiências dos currículos de Geometria que estão centrados unicamente na identificação de figuras e na utilização de termos geométricos, ignorando as relações e oferecendo muito poucas oportunidades para a resolução de problemas geométricos; ocasionando nos alunos um desenvolvimento muito pobre do pensamento espacial. Constata-se que muitos alunos do ensino médio bem como muitos professores não possuem a intuição geométrica necessária a base que é requerida por um curso de Geometria formal.

O computador pode ser um meio para envolver os alunos em atividades exploratórias. Cria-se um ambiente onde se pede aos alunos para construir um procedimento, comprová-lo, encontrar seus erros e corrigi-los, consertar e refazer, fazer adequações e estendê-las a procedimentos mais gerais. Procedendo desta maneira, são oferecidas aos alunos oportunidades para construir redes de conhecimento conceituais.

Clements e Batista (1989), investigaram os efeitos da programação com LOGO sobre certas conceituações geométricas com alunos da 1ª fase do 1ª grau. Foram analisados os conceitos de ângulo, medida de ângulo, figuras geométricas e movimento ao longo de uma trajetória. Depois, comparando os resultados do grupo de alunos que trabalhou essas noções usando o LOGO e que tiveram certos erros conceituais, com os alunos que trabalharam as mesmas noções sem o LOGO, foi constatado que os erros conceituais desses últimos foram muito mais numerosos.

As atividades geométricas com o LOGO ajudam aos alunos a progredir na aquisição dos níveis superiores do pensamento geométrico. Assim por exemplo, nas atividades geométricas sem

computador, quando os alunos são apresentados ao retângulo, eles identificam somente a representação visual do retângulo. Utilizando o LOGO eles constroem uma seqüência de procedimentos que os obriga a ter mais claro o seu conceito de retângulo. Isto quer dizer que eles têm que analisar as características do retângulo e estabelecer relações com as partes que o compõem. Ao construir os procedimentos do retângulo estão preparando as bases para generalização do processo para construção de outras figuras geométricas como quadrados, paralelogramos e outros. Em resumo, aprendem a Geometria estabelecendo relações através de diferentes representações.

Não se pretende afirmar que somente através da utilização do LOGO os alunos podem usar ações físicas sobre figuras concretas para depois, abstrair as correspondentes noções geométricas. No entanto, o LOGO pode facilitar muito este procedimento; através do LOGO as características relevantes do conceito abstrato podem transladar-se a um nível mais explícito de conhecimento, pois o conceito é reformulado em linguagem mais formal dada por uma representação e pode interiorizar de forma mais abstrata (Fuente, 1991).

A utilização do LOGO na Geometria permite abordar a Geometria das transformações - translações, simetrias, rotações e suas composições de forma dinâmica através de procedimentos apresentados na tela. São experiências visuais que podem ajudar os alunos a desenvolver habilidades de manipular imagens mentais que exigem um raciocínio. Utilizando-se corretamente o LOGO pode-se ajudar a superar as deficiências de um ensino de Geometria, na escola de 1º grau. Este resultado foi comprovado pela pesquisa (Fuente, 1991).

Hoyles e Sutherland (1989), desenvolveram uma investigação longitudinal, LOGO Maths Project, sobre o uso do LOGO em aulas de Matemática em uma escola de ensino médio. O

objetivo fundamental da investigação foi o de descobrir se a utilização do LOGO poderia ajudar os alunos a compreenderem melhor a Matemática. O projeto foi desenvolvido com alunos de 11 a 14 anos de idade, com um planejamento muito geral, dentro do qual tratava de explorar: o efeito das interações sociais através das sessões de LOGO, as estratégias usadas pelos alunos na resolução de problemas e o potencial desta linguagem para facilitar a compreensão de alguns conceitos específicos de Matemática (Fuente, 1991).

O computador pode ser um catalisador para mudar a dependência e, em um ambiente interativo, envolver os alunos em atividades matemáticas durante as quais eles podem propor os seus próprios problemas, tomar suas próprias decisões e depurar suas representações baseados no "feedback" proporcionado pelo computador.

A programação LOGO, sem dúvida, fornece um atrativo no contexto da resolução de problemas. A investigação de Fuente (1991), evidencia que ela não só provoca a troca entre os alunos como também faz com que todos eles falem sobre suas tarefas. Apesar das diferenças de opinião entre os pares de alunos que trabalham na atividade, o intercâmbio de idéias pode resultar motivador para o projeto. Em resumo, mesmo que inicialmente as tarefas sejam de ação orientada, se evidenciou por parte dos alunos uma tendência para argumentar e dar explicações mais elaboradas. Também se encontrou nas etapas iniciais do LOGO que os alunos tinham dificuldade para compartilhar com os seus pares as interações, dominando o aluno de personalidade mais forte (Fuente, 1991).

Nos trabalhos de pesquisa apresentados, se reconhece que trabalhar com a linguagem LOGO não é uma atividade trivial. É necessário um grande período de estudo e investigação por parte dos professores e pesquisadores. Hoyles e Noss (1989), fazem uma reflexão em torno do LOGO, extraíndo conseqüências muito interessantes e distanciadas de uma posição ingênua a

respeito deste trabalho e sua aplicação na aprendizagem de Matemática. Como matemáticos, dizem os autores "é difícil não ter sido atraído pela idéia de que, nas atividades realizadas pelos alunos, estão muito claros os efeitos positivos e não aparecem problemas nas relações da Matemática com o LOGO". Sabe-se hoje que há uma grande diferença entre o que é visto como Matemática nas atividades realizadas pelos alunos e o que os próprios alunos vêm.

Dentro do mundo computacional, tanto alunos como qualquer aprendiz podem aprender Matemática construindo seus próprios significados, dando, particularmente aos conceitos de Geometria, uma dimensão dinâmica. Mas é preciso aprofundar mais a maneira como essas compreensões se desenvolvem e a forma pela qual os elementos desse mundo se discriminam. As pessoas não notam a habilidade intelectual que usam até que haja uma ruptura ou desequilíbrio e tenham necessidade dela. Observa-se isto quando se pede ao aluno, de 8 a 11 anos de idade, que construa um triângulo equilátero na tela usando o LOGO. Ele, que já sabe construir o quadrado, percebe que o ângulo de giro deve ser diferente e apesar de ainda não conhecer a unidade de ângulo, começa a utilizar a divisão de ângulo reto. Para a maioria dos alunos o resultado é uma surpresa e o normal é que eles fiquem tentados a refletir para descobrir a causa, ainda que nem sempre se dê esta circunstância. Após dez anos de investigação sobre os efeitos do uso do LOGO pelos alunos, os autores consideram que foram definidas algumas questões, mas que não se tem oferecido respostas definitivas (Fuentes, 1991).

Pode-se constatar que os resultados são muito diversos e contraditórios. Como Leron (1984), aponta: "nenhum projeto complexo se pode esperar que funcione perfeitamente em seus primeiros ensaios". Ele propõe um modelo de aprendizagem que chama de "quasi piagetiano", em que a liberdade do aluno para escolher e realizar seus próprios projetos é acompanhada de

um convite, por parte do professor, para uma reflexão sobre o que foi realizado.

Como é assinalado por Arlegui (1986), tanto o modelo genético-evolutivo, onde o desenvolvimento cognitivo é concebido como o desenvolvimento de um plano interno e a atividade de estruturação está submetida aos limites que traçam o nível evolutivo, assim como o modelo de interação social, no qual as relações do sujeito com o meio são responsáveis por seu desenvolvimento, indicam uma base psicológica em que se pode apoiar o uso do LOGO no ensino, mas estão muito longe de explicar toda a variedade de fenômenos que acontecem nas aulas do dia a dia com o LOGO.

Foram formuladas diversas hipóteses sobre a influência positiva do uso da linguagem LOGO por alunos que Rosells (1987) classificou em várias categorias:

- Aprendizagem de conceitos matemáticos e geométricos.
- Aquisição de capacidades heurísticas de resolução de problemas.
- Melhora nos estilos cognitivos podendo favorecer a precisão, a reflexão frente a impulsividade, e outros.
- Melhora os aspectos sociais e afetivos.

No Brasil, a difusão dos resultados de pesquisa nesta área ainda se dá de forma irregular. Nas universidades encontram-se teses e relatórios internos que estão à disposição dos interessados, no entanto ainda falta uma maior divulgação dos títulos das mesmas entre os centros interessados (Frant, 1995).

O NIED da UNICAMP é um dos centros mais expressivos do uso do LOGO na Educação. Citamos aqui o livro *Computadores e Conhecimento - Repensando a Educação* organizado por José Armando Valente, o coordenador do NIED. Neste livro são descritas várias pesquisas e seus resultados. Em particular,

ressaltamos o trabalho de Rosana Miskulin (1993), que trabalhou a importância da heurística no processo de construção de noções geométricas em ambientes informatizados e para tal utilizou o ambiente LOGO. Nos Simpósios Brasileiros de Informática na Educação e nos Workshop organizados e coordenados pela professora Ana Regina Rocha (COPPE/UFRJ - 1991 a 1994), aparecem contribuições relevantes para o uso do LOGO na Educação.

O LEC (Laboratório de Estudos Cognitivos) da UFRGS, sob a coordenação da Prof^a Lea Fagundes, vem apresentando, ao lado do NIED, grande número de pesquisas e teses nesta área. E a partir de março de 1996, algumas escolas do município passarão a ser observadas, já que terão seus currículos pautados no uso do computador e a linguagem LOGO.

3.2.1 LOGO E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A grande conjectura proposta pela Informática, em todas as suas diversas manifestações está oferecendo novas oportunidades para criar diferentes alternativas para o estilo de conhecer, isto é, significa pensar de uma forma diferente da anterior, olhar o mundo de outra maneira, exigindo uma mudança de paradigma para o acesso e aquisição de conhecimento em diferentes áreas.

Segundo Valente (1993), "a implantação da informática na educação consiste basicamente de quatro ingredientes: o computador, o software educativo, o professor capacitado para usar a ferramenta educacional e o aluno". Continua ele "o ensino pelo computador implica que o aluno, através da máquina, possa adquirir conceitos sobre praticamente qualquer domínio". Entretanto, a abordagem pedagógica de como isso acontece é bastante variada, oscilando entre dois pólos, como mostra a figura 3.4:

ensino-aprendizagem
através do computador

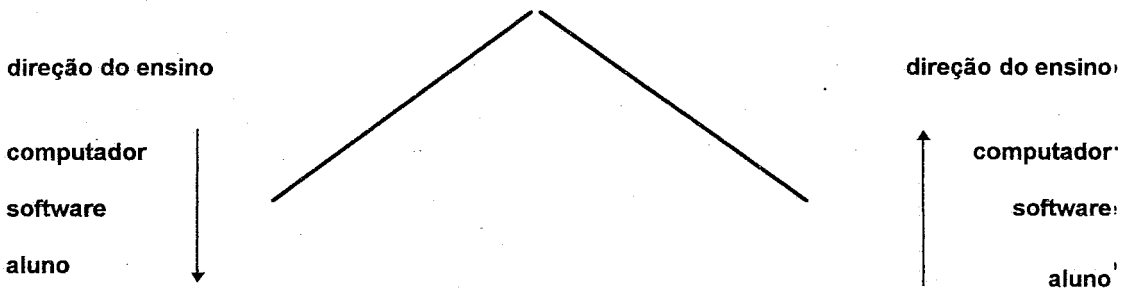


Figura 3.4 - Esquema de ensino através do Computador (Valente, 1993).

Segundo Rocha (1993), "a integração da Informática nas situações de ensino introduz uma nova complexidade no campo da didática, pois permite abordar a modelização computacional dos processos didáticos. Esta modelização é uma nova área de pesquisa, possui características próprias tais como a necessidade de constituição pelo aluno de representações concernentes à organização e ao funcionamento do computador e à interação desta habilidade com o conteúdo a ser trabalhado" (Em Aberto, INPEP, 1993, pág. 37).

Feurzeig (1988), anteviu que a programação no ambiente LOGO poderia ser um meio particular de análise da aprendizagem de Matemática e Ciência. Em 1980, Papert declarou que o LOGO era uma porta aberta para o "PAÍS DA MATEMÁTICA" construindo assim um casamento natural entre o LOGO e a Educação Matemática.

Para Papert (1985), o LOGO não era somente uma linguagem de computação mas também uma filosofia de educação, onde o computador é a ferramenta que possibilita à criança entrar em contato com as Ciências e a Matemática em particular, possibilitando a criação e construção de modelos em diferentes áreas de conhecimento.

Tanto Papert (1985), como Piaget (1987), consideram a aprendizagem como um processo construtivista. Papert considera que os alunos têm todas as condições para fazer inicialmente uma Matemática intuitiva não sendo portanto muito formalizada, desde que os computadores estejam adaptados às necessidades dos alunos e que se crie uma linguagem, no caso o LOGO, que permita construir as condições precisas para atingir os objetivos acima propostos.

Segundo a filosofia LOGO, "o aprendizado acontece através do processo da criança inteligente ensinar ao computador burro, ao invés do computador inteligente ensinar à criança burra" (Papert, 1985).

Segundo Santos (1993), argumentando sobre o trabalho de Papert, diz: "o uso do LOGO enfatiza, em termos de desenvolvimento intelectual, a importância do estímulo ao pensamento procedural e do formalismo requerido pelas linguagens de programação". Santos argumenta, ainda, que o uso do LOGO deve possibilitar a liberdade para o aluno trabalhar sua autonomia na construção e aquisição de conhecimentos possibilitando o seu desenvolvimento cognitivo.

O LOGO pode ser analisado na perspectiva pedagógica e computacional. Do ponto de vista computacional o LOGO é uma linguagem de programação de fácil assimilação propiciando a exploração de atividades espaciais, sua sintaxe possibilita a criação de novos termos e/ou procedimentos. Do ponto de vista pedagógico ele propõe atividades fundamentadas no construtivismo piagetiano, pois a criança desenvolve sua capacidade intelectual interagindo com os objetos do ambiente onde ela vive, utilizando seus mecanismos de aprendizagem. LOGO pretende criar um ambiente de aprendizagem onde a criança construa e desenvolva, por exemplo, conceitos de Geometria, interagindo com os objetos, no caso o computador (Valente 1993).

Com esta proposta inverte-se o uso do computador na escola: de meio de transferir informações e conhecimentos, ele passa a ser uma das ferramentas que a criança pode utilizar para representar e formalizar os seus conhecimentos intuitivos e percebidos.

O ambiente LOGO é um ambiente facilitador da aprendizagem dependendo das estratégias desenvolvidas. Uma delas é explorar diferentes soluções para um mesmo programa. Por exemplo, observemos o programa a seguir para representar na tela o quadrado.

```
APRENDA QUADRADO
FRENTE 100
DIREITA 90
FRENTE 100
DIREITA 90
FRENTE 100
DIREITA 90
FRENTE 100
DIREITA 90
FIM
```

Se usarmos o comando repita podemos simplificar o programa

```
APRENDA QUADRADO
REPITA 4 [ FRENTE 100 DIREITA 90]
FIM
```

Podemos chamar esta Geometria de Geometria da Tartaruga pois através dos passos da tartaruga pode-se explorar os movimentos do plano. Esta Geometria é pontual ou diferencial e é planejada para a exploração e a construção de conceitos.

O caráter exploratório desta Geometria ganha suas dimensões reais quando, a partir de procedimentos simples como os exemplificados acima, o aprendiz, no caso o explorador, passa a construir novos objetos mais interessantes. Por exemplo, usando o quadrado acima e girando-o obtemos um cata-vento, bola dentro de um quadrado, etc. Uma flor, um barco, uma casa são outros exemplos típicos que surgem nestas explorações, sem contar o que as imaginações individuais ou coletivas podem fazer. Em todas estas explorações estão implícitos os movimentos do plano.

As representações através do LOGO indicam novas maneiras de representar os objetos matemáticos derivados do seu

contexto de uso e dos movimentos específicos. Como diz Kaput (1992), uma característica muito importante deste novo sistema de representações simbólicas é sua característica dinâmica e interativa.

Podemos constatar que quando os alunos e professores realizam suas atividades de programação em LOGO, se dá uma completude entre os movimentos geométricos no plano tais como translação, rotação, simetria e o LOGO, pois através de atividades distintas são mantidas as estruturas matemáticas que exploramos neste estudo.

Papert (1985), acreditava que o ambiente LOGO poderia transformar a aprendizagem da Matemática de processos formais utilizados para a memorização de algoritmos para um enfoque construtivista. Ele considerava que o ambiente LOGO poderia ajudar os estudantes a vencer a "matofobia", proporcionando assim uma real aprendizagem da Matemática, "seria tão natural como aprender Francês vivendo na França" (Papert, 1980, pag.6).

Segundo Frant (1995) utilizaremos a palavra "micromundo" significando um ambiente de aprendizagem composto de objetos, das relações entre esses objetos e de operações que transformam os objetos e as relações. Neste ambiente, o aluno explora um determinado conteúdo de forma semelhante a um cientista, levantando hipóteses e testando suas conjecturas. Para nós, além do ambiente computacional que encoraja a exploração, inclui-se uma seqüência de atividades estruturadas desenhadas especialmente para ajudar o aluno a desenvolver um conteúdo ou a construir um conceito.

Nos micromundos, o significativo uso de símbolos, características importantes nas teorias de Piaget e Vygosky como um caminho que promove a abstração e a generalização através do conhecimento das regras que governam os vários

processos, toma a forma de primitiva e combinações de primitivas.

3.2.2 A GEOMETRIA DAS TRANSFORMAÇÕES E O LOGO.

Um número crescente de pesquisadores e educadores vêm construindo e/ou utilizando micromundos para a exploração da Matemática e das Ciências. Uma nova teoria surge a partir da análise de dados acumulados sobre como estes ambientes influem no aprendizado. A programação LOGO tem sido um meio fértil para a criação de tais ambientes como nos revelam os estudos de Hoyles e Noss 1987a, 1987b; Thompson 1985, 1987; Hillel 1985, Di Sessa 1982, 1985; White 1981 e Valente 1993.

Encontramos também um estudo mais detalhado e mais formal da relação entre os movimentos da tartaruga no LOGO e as transformações geométricas. Os movimentos que a tartaruga realiza no plano são executados através de uma série de primitivas definindo uma estrutura de grupo de transformações com os movimentos da tartaruga onde a operação do grupo é a composição de aplicações, o grupo da tartaruga (Leron e Zazkis, 1989).

Zazkis e Leron (1989), mostraram que o LOGO permite reconhecer uma estrutura Matemática em um conjunto de transformações. Por exemplo pode-se estabelecer a seguinte correspondência:

MOVIMENTOS DO PLANO	MOVIMENTOS DA TARTARUGA
1. Dados dois triângulos congruentes, existe uma única isometria plana que transforma um no outro.	1. Dados dois estados da tartaruga existe um único elemento do grupo G que transforma um no outro.

A Geometria da tartaruga pode trazer uma visão intrínseca da Geometria Euclidiana onde estão presentes os

movimentos do plano. Psicologicamente, a Geometria da Tartaruga dá uma nova imagem mental para se visualizar o plano das isometrias. Esta nova visão, mais intuitiva, da Geometria Euclidiana não é apenas uma alternativa, é de fato uma nova forma de visualização e representação.

Iniciou-se com a Geometria da tartaruga o trabalho com a linguagem de programação LOGO. A tartaruga foi considerada por Lawler (1980), um "animal matemático". Analisando os movimentos da tartaruga ressalta-se que quando os comandos do LOGO estão sendo utilizados o aprendiz já vivencia a noção de ângulo, portanto a de giro, quando a tartaruga vira para a direita ou esquerda. Quando a tartaruga anda para frente ou para atrás vivencia a translação. A posição do aprendiz trabalhando em frente ao computador permite que ele intuitivamente trabalhe a simetria.

Esta contextualização da noção do objeto matemático é útil como ferramenta para a análise dos significados dos conceitos geométricos no contexto do LOGO. Com efeito, as tarefas de programação são problemas cuja solução requer práticas específicas nas quais se destacam determinados atributos das figuras geométricas, como por exemplo os ângulos externos na construção de polígonos usando representações especiais para os mesmos.

O estudo das transformações geométricas é geralmente introduzido no currículo de segundo grau. Focaliza-se aqui o micromundo TGeo criado em LOGO para promover o ensino das transformações geométricas (Edwards, 1992).

O Transformation Geometry Microworld (TGeo) pode ser olhado como uma implementação prática, através da programação, da relação entre os comandos LOGO DI; FR e o conjunto das transformações euclidianas. Usando o TGeo os alunos podem usar as transformações como primitivas sem se preocuparem inicialmente com o embasamento teórico

matemático, saber fazer para ir construindo o saber matemático. Os alunos empregam ativamente novos procedimentos numa variedade de contextos de tal modo que eles constróem significado para esses novos objetos conceituais ao invés das definições formais usualmente utilizadas (para maiores detalhes do micromundo TGeo ver no Anexo VII).

Segundo Edwards (1992), embora exista, a priori, um número de estruturas conceituais derivadas tanto do contexto escolar quanto do não escolar (ver figura 3.5), uma compreensão do LOGO parece ter uma influência significativa sobre alguns alunos a medida que eles progridem neste novo contexto.

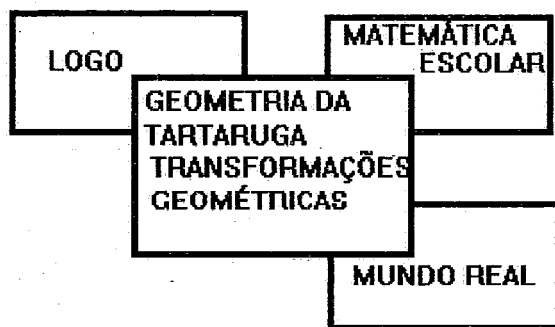


Figura 3.5 - Esquema do contexto no qual foram construídas as estruturas conceituais (Edwards, 1992).

Os movimentos das figuras geométricas no plano constituem um dos campos conceituais mais intimamente relacionado com a linguagem de programação LOGO.

O LOGO torna tão natural o pensamento pontual na construção de uma figura quanto o pensamento global dos movimentos do plano simplifica a compreensão de translações e simetrias.

O desenho no papel de dois quadrados transladados nos dá a visão de que o quadrado se deslocou. Ao programar este

desenho no LOGO observa-se que cada ponto foi deslocado através de um vetor.

Quando se tem uma figura desenhada no plano do papel, tem-se inicialmente a visão do todo e só depois começa-se a analisar as partes (função globalizante). Quando se desenha a mesma figura no LOGO em geral se trabalha inicialmente as partes para obter o todo (função local).

Desta forma são trabalhadas as estruturas de inclusão possibilitando a visualização de um mesmo objeto matemático de duas maneiras distintas. Mais uma vez se verifica a importância da utilização de diferentes representações no processo de construção de um conceito.

A noção matemática de movimento do plano está intimamente ligada ao conceito de grupo de transformações. De fato, o iniciador da teoria dos grupos, E. Galois e, mais tarde, o matemático alemão Felix Klein (1849 - 1925) partiram do estudo da estrutura do conjunto das transformações para ilustrar as grandes e fecundas aplicações do conceito de grupo. A grande importância da teoria dos grupos decorre de sua aplicabilidade em todos os ramos da ciência contemporânea conseqüentemente na ciência da computação. Klein, em 1870, revolucionou o enfoque da Geometria ao afirmar que devemos entender a Geometria como estudo das propriedades dos conjuntos de pontos que permanecem invariantes quando submetidos a transformações de um determinado grupo de transformações.

Para Klein (1872), o conceito de transformação desempenha um papel coordenador e simplificador no estudo da Geometria. O estudo da Geometria através das transformações possibilita dar a esse estudo uma abordagem intuitiva e informal.

Vejam-se algumas características do movimento de translação e simetria no plano.

O movimento que identifica a translação é a realização de deslocamentos que empurram uma figura sem girá-la ou virá-la, obtendo-se uma representação dessa figura.

Inicialmente, através da visualização, percebe-se o movimento que identifica a translação para só então se construir este conceito.

Segundo Frege (1971), o conceito, idéia, tem uma denotação e um referente e no caso da translação denota-se que pares de pontos no plano que podem ser ligados por um paralelogramo aparecem sempre nesta transformação. Esses paralelogramos estão sempre presentes ligando o objeto real às suas diferentes representações quando utilizamos as translações.

Uma outra possibilidade de movimento é colocar os objetos de maneira simétrica utilizando o plano de simetria do próprio corpo ou observando a simetria de objetos na natureza. O uso de espelhos é também um recurso auxiliar nas descobertas para a construção do conceito de simetria.

Numa etapa posterior, através da dobradura de papéis ou recortando figuras previamente dobradas ou utilizando papel fino e carbono se concretiza o conceito de simetria. Inicialmente os alunos percebem, visualizam e vivenciam a simetria para depois construir o seu conceito.

Em cada uma dessas etapas utiliza-se um tipo de representação que possibilita a aquisição gradativa dos conceitos de simetria e de translação. Não se pode esquecer que a aquisição de um conceito depende sempre da experiência pessoal de cada um vivenciando atividades disparadoras e motivadoras, e da reflexão e argumentação sobre estas atividades.

A aprendizagem dos conceitos e suas propriedades geométricas permitem e exigem uma grande variedade de concretizações de um mesmo tema, conseqüentemente diferentes

representações que vão permitir comparações por diferenças e semelhanças que facilitam o processo de abstração.

Os conceitos de simetria ou de translação têm um significante que é a massa sonora cuja imagem escrita é a palavra SIMETRIA e TRANSLAÇÃO. Estão referidos a movimento de objetos (referentes extra-lingüístico) com determinadas características e podem ser representados de diferentes maneiras.

Portanto para se construir o conceito de simetria ou de translação não é só a palavra, nem só a representação, nem só a referência que dão o sentido, mas a interrelação que se pode estabelecer entre elas é que geram o significado, isto é, conceito.

A representação de um conhecimento não está apenas no nível verbal mas decorre também de imagens mentais ou significados que são fornecidos pelas diferentes linguagens.

Para Frege (1971), o objeto só pode ser precisamente discutido quando vinculado ao conceito e à relação. Os conceitos de simetria e de translação devem ser construídos gradativamente respeitando o nível de desenvolvimento da criança, podendo ser representado de diferentes maneiras. As tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 apresentam diferentes níveis de representação de um mesmo conceito:

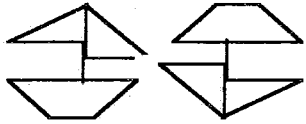
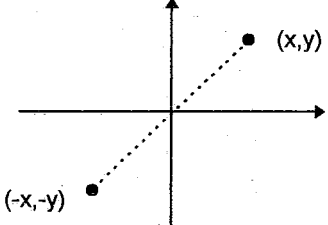
REPRESENTAÇÃO ESCRITA	REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA	REPRESENTAÇÃO MATRICIAL
A SIMETRIA CENTRAL NO PLANO é uma função ou transformação de pontos do plano que associa a cada par ordenado (x, y) o seu simétrico $(-x, -y)$.	$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $(x, y) \longrightarrow (-x, -y)$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$
<p>REPRESENTAÇÃO PICTÓRICA</p> 	<p>REPRESENTAÇÃO GRÁFICA</p> 	

Tabela 3.1 - Representações de Simetria Central no Plano

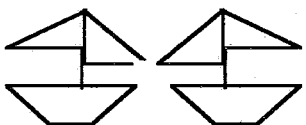
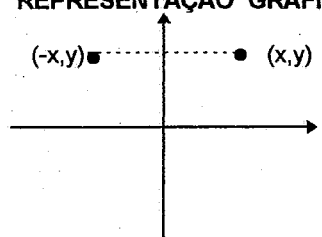
REPRESENTAÇÃO ESCRITA	REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA	REPRESENTAÇÃO MATRICIAL
A SIMETRIA AXIAL em relação ao eixo oy no plano é uma função ou transformação de pontos do plano que associa a cada par (x, y) o par $(-x, y)$.	$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $(x, y) \longrightarrow (-x, y)$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$
<p>REPRESENTAÇÃO PICTÓRICA</p> 	<p>REPRESENTAÇÃO GRÁFICA</p> 	

Tabela 3.2 - Representações de Simetria Axial no Plano.

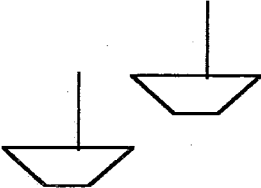
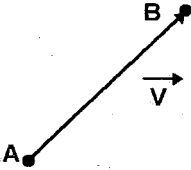
<p style="text-align: center;">REPRESENTAÇÃO ESCRITA</p> <p>A TRANSLAÇÃO é uma função ou transformação de pontos no plano que associa a cada par ordenado (x, y) o par $(x + a, y + b)$ onde a e b são constantes.</p>	<p style="text-align: center;">REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA</p> $f: R \times R \longrightarrow R \times R$ $(x, y) \longrightarrow (x + a, y + b)$
<p style="text-align: center;">REPRESENTAÇÃO PICTÓRICA</p> 	<p style="text-align: center;">REPRESENTAÇÃO GRÁFICA</p> 

Tabela 3.3 - Representação da Translação no Plano.

3.3 GEOMETRIA E ARTES

3.3.1 OS MOVIMENTOS DO PLANO, A ARTE E O LOGO.

Em Matemática, os diferentes tipos de definição que se utilizam descrevem com precisão as características dos objetos aos quais estão referidas; um conceito matemático é caracterizado por seus atributos relevantes e pelas relações existentes entre eles. Porém se estamos preocupados com a construção desses conceitos pelos aprendizes, a psicologia e a didática garantem que no processo ensino-aprendizagem um conceito não pode se reduzir à sua definição e é através da contextualização por meio de diferentes atividades e situações problemas que ele adquire um significado para o aprendiz.

Consideremos alguns dos movimentos geométricos do plano constituídos pelas translações, rotações, simetrias e as

simetrias com deslizamento. Matematicamente esses conceitos estão relacionados entre si através das simetrias, o que dá um sentido unificador.

Ilustraremos este fato com os trabalhos sobre os mosaicos e os de Escher que nos mostram uma belíssima aplicação dos movimentos do plano, sendo uma fonte inspiradora para se desenvolver os trabalhos em sala de aula.

Historicamente vamos nos reportar aos mosaicos conhecidos desde os tempos antigos, presentes nas civilizações assíria, egípcia, grega, chinesa e muitas outras, empregados em padrões muitos deles permanecendo até os nossos dias, e encontrados ocupando diferentes espaços em igrejas, palácios, ou templos, identificando uma íntima relação entre a decoração e determinados padrões.

Segundo Madsen Barbosa (1993), "a construção de mosaicos, ainda que não difícil do ponto de vista artesanal, em certos casos reflete em seus padrões uma interseção curiosa e atraente com a imaginação geométrica, às vezes inconsciente, mas de relacionamento matemático não trivial nem fácil".

As faixas gregas e os mosaicos portugueses e as suas simetrias são exemplos da utilização da simetria e translação também chamada de simetria translacional, que apresentaremos a seguir:

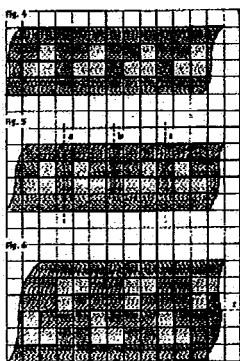


Figura 3.6 - Faixa grega e mosaicos (Madsen Barbosa, 1993).

Observando os desenhos apresentados podemos constatar que o objetivo do artífice era empregar figuras relativamente simples, cuja repetição e interação formasse um todo harmonioso e estético, utilizando muitas vezes intuitivamente, um certo tipo de simetria ornamental.

Os trabalhos do artista holandês Maurits Cornelés Escher inspirados em ornamentos feitos por tribos primitivas, utilizou de modo criativo as isometrias do plano entre elas a translação e a simetria.

ESCHER com o seu trabalho nos presenteou com obras que vieram impressionar o mundo da Matemática e das artes.

Na segunda fase do seu trabalho, posterior a 1937, usando sua imaginação e visão detalhista, buscando uma regularidade produziu composições geométricas utilizando várias Geometrias. Inicialmente era levado por um prazer irresistível em repetir as mesmas formas intuitivamente e posteriormente constatou que seus desenhos eram baseados em regras que poderiam ser cientificamente provadas, tais como grupos das simetrias, cuja representação dava imagens de figuras animadas e que preenchiam toda uma superfície pela repetição de um modelo abstrato ou geométrico simples.

- TRANSLAÇÃO

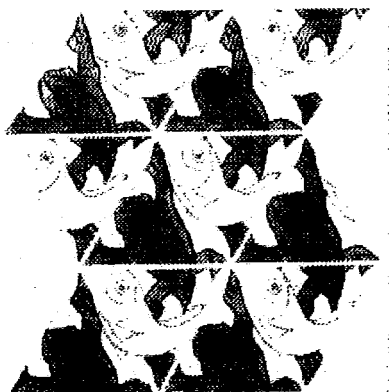


Figura 3.7 - Desenho de Escher - Translação.

O movimento representado na figura 3.7 é o de translação; pode-se observar nesta figura a divisão regular do plano, com os peixes se deslocando na mesma direção, e observa-se também a aplicação de uma pavimentação utilizando paralelogramos. Tanto a conservação da mesma direção como a pavimentação utilizando paralelogramos são atributos relevantes na construção do conceito de translação.

- SIMETRIA

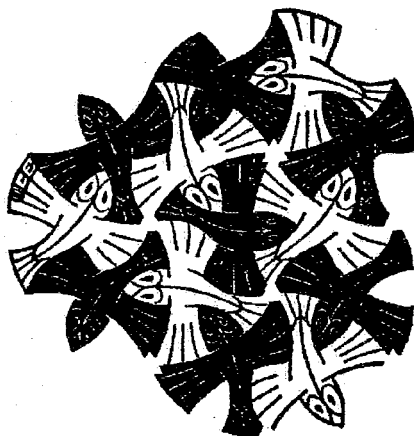


Figura 3.8 - Desenho de Escher - Simetria.

O movimento representado é o de simetria; pode-se observar na figura 3.8 a divisão regular do plano, com os pássaros se deslocando de maneira simétrica; observa-se também a aplicação de uma pavimentação utilizando triângulos equiláteros e a disposição das figuras simétricas em relação ao eixo de simetria desse triângulo.

É oportuno aqui enfatizar como o trabalho de Escher está intimamente ligado à Matemática, à criação de padrões geométricos de pavimentação do plano, com suas simetrias onde podem ser trabalhadas as transformações.

Também deve-se notar a importância da visualização e da percepção do espaço para poder representá-lo. ESCHER percebeu primeiro através da intuição que cada vez que reproduzia a

repetição da figura chave ele obtinha uma nova transformação, e depois ele conseguiu comprovar cientificamente que elas eram representações pictóricas de grupos de transformações.

Parece que Escher descobriu sozinho as 17 maneiras fundamentais de cobrir o plano usando um padrão repetidor; ele considerava a Matemática "um portão aberto". Desse portão, dizia ele, "partem muitos caminhos que se ramificam por um jardim, quando penso já haver percorrido todos eles e retratado todas as vistas desse jardim, acabo encontrando um novo caminho, que permite outras descobertas".

Com esta concepção Escher utilizava a Matemática como uma ferramenta que lhe ampliava a percepção e a exploração enriquecendo seu trabalho gráfico, disso resultando uma obra primorosa onde em cada etapa as representações se fazem presentes. Todo o trabalho de Escher é baseado em visualizações e representações. Podemos observar que Escher não teve dificuldade de utilizar conhecimentos matemáticos para criar a sua obra.

É portanto, pela beleza, pela riqueza de detalhes e pelas isometrias que contém, que o trabalho artístico de ESCHER serviu, com grande vantagem didática e pedagógica, como ilustração para o estudo da Geometria das transformações, em nosso trabalho.

Cabe aqui ressaltar o fato de que a Geometria ensinada a partir do estudo das pavimentações e da obtenção de padrões explorados com sabedoria em variadas atividades, enriquecem o potencial de conhecimentos, tanto dos alunos como dos professores, constituindo-se numa prazerosa fonte de aprendizagem para eles.

CAPÍTULO IV - METODOLOGIA

Não é propósito meu ensinar aqui o método que cada um deveria seguir para bem orientar a sua razão, porém somente demonstrar de que modo procurei conduzir a minha.

René Descartes, 1978

Este estudo está fundamentado na construção dos conceitos geométricos através de diferentes representações, utilizando as teorias citadas no capítulo II para explicar e comprovar as situações e os resultados levantados pela pesquisa. Foi adotada a abordagem bottom-up, que usa o conteúdo e a estrutura a serem aprendidos como ponto de partida de suas investigações. Nela a compreensão, a explicação das dificuldades, o processo de aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo são pontos relevantes.

A presente investigação constitui um estudo de casos com os seguintes objetivos:

1. Analisar a contribuição da utilização dos computadores em sala de aula de Matemática, na construção dos conceitos de simetria e translação, na 3ª e 4ª séries do 1º grau (com crianças na faixa etária de 8 a 11 anos) e com as professoras destas séries e a coordenadora pedagógica deste segmento de ensino.
2. Investigar a atuação e o desenvolvimento dos alunos e das professoras das duas séries, bem como a interferência das professoras neste processo de construção.
3. Integrar as noções fundamentais de forma e movimento no estudo da Geometria, noções estas que longe de

serem técnicas e privativas dos iniciados em Matemática, são de domínio geral, ao alcance do senso comum.

4. Visualizar, perceber e utilizar diferentes representações de um mesmo conceito estabelecendo conexões entre elas.

Descreveremos, a seguir, o estudo preliminar que serviu de base para o planejamento metodológico da atual pesquisa.

4.1 ESTUDO PRELIMINAR

Conforme visto no Capítulo III, resultados de pesquisas nacionais e internacionais em Educação Matemática revelam que, de um modo geral, a maneira pela qual a Matemática vem sendo ensinada é automatizada e descontextualizada. A criança executa atividades rotineiras, onde é quase que totalmente desvalorizado o desenvolvimento do seu raciocínio e da sua intuição matemática.

Quando em oficinas e orientações na escola escolhida foi apresentada alguma atividade matemática diferente e interessante, os professores que delas participavam não percebiam o conteúdo de Matemática envolvido, observavam apenas o aspecto lúdico e, por isso, eles não a aplicavam em sua sala de aula.

Observou-se que havia uma total falta de relação entre:

- as ações que os professores exerciam em sala de aula e as suas intenções;
- os resultados do rendimento dos alunos na realização das atividades e o relatório apresentado pelos professores sobre o tipo de atividade realizada.

A única preocupação era treinar os alunos a fazerem contas e decorar os algoritmos. Por esta razão e pelo fato de não saberem interpretar o que liam, os alunos apresentavam grande dificuldade com a resolução de problemas.

Adotando a concepção construtivista de educação, entendemos que o conhecimento não está pronto e deve de alguma forma, ser transmitido ao aluno, mas que o processo de construção do conhecimento exige situações ou ambientes educacionais que favoreçam ao aluno construir seu próprio conhecimento.

O objetivo deste estudo foi o de investigar a utilização de algumas ferramentas úteis ao processo de ensino-aprendizagem de Geometria.

4.1.1 SUJEITOS E CONTEÚDOS

Desde 1985 foi sendo introduzida a informática na Escola **A**, escola particular da Zona Sul do Rio de Janeiro. Iniciou-se extra-curricularmente com um programa de Informática, com computadores TK-3000 compatíveis com o APPLE-IIe. Em 1987, a escola trocou este equipamento para PC XT. A partir deste ano, introduzia-se a Informática no currículo da escola. Trabalhava-se com o LOGO no laboratório de Informática relacionando este trabalho com as atividades de Geometria realizadas em sala de aula. Iniciou-se na 4ª série do 1º grau e hoje faz parte do currículo da 3ª à 8ª séries do 1º grau e no 2º grau.

Esse estudo foi efetuado nessa Escola, envolvendo seis turmas, três de 3ª série e três de 4ª do 1º grau, perfazendo um total de 185 alunos e três professoras, uma de 3ª série, uma de 4ª série e uma de Informática.

Em março, quando foi iniciado o ano letivo, os alunos da 3ª série estavam muito ansiosos, uma vez que esta seria a primeira vez que teriam aula de Informática. No primeiro encontro apresentou-se o computador, os periféricos foram identificados e mostrou-se como ligar e como se colocar um disquete no drive. Os alunos de 4ª série já tinham tido Informática no ano anterior.

Cada turma, para trabalhar no laboratório de Informática, foi dividida em dois grupos com mais ou menos 15 alunos em cada um. Eram ao todo doze grupos: seis de 3ª série e seis de 4ª série. Todas as aulas no laboratório eram ministradas por uma única professora de Informática¹. A linguagem utilizada foi a linguagem LOGO.

Dos 185 alunos que participavam, apenas 20 possuíam e utilizavam computador em casa e estes foram distribuídos pelos doze grupos. Cada grupo tinha aula de Informática uma vez por semana com duração de 50 minutos. Durante o ano de 1993 os alunos tiveram 16 encontros no 1º semestre e 14 no 2º semestre.

O tipo de estratégia usada para introduzir o computador na 3ª série consistiu em apresentar inicialmente a parte gráfica, ou seja, a tartaruga e seus movimentos representados na tela. Foi utilizada a estratégia do antropomorfismo, no qual o aluno realizava os movimentos da tartaruga com seu próprio corpo.

Os primeiros comandos do LOGO foram apresentados através de um jogo, utilizando o corpo, cuja regra era a seguinte: só se podia falar quatro palavras, cada uma acompanhada do número de passos e do movimento do corpo. As palavras-chaves eram FRENTE mais o número de passos, VOLTE mais o número de

¹ A professora de Informática trabalha no laboratório de informática, com os alunos e professores da 3ª e 4ª série, integrando as atividades ali realizadas com as de sala de aula.

passos, DIREITA mais o número correspondente ao giro, e ESQUERDA mais o número correspondente ao giro. O objetivo deste jogo era ensinar, brincando, a linguagem LOGO. Para realizar esta atividade, foi escolhida uma criança que seria o robozinho (tartaruga) e este robozinho tinha um pedaço de giz no pé. Quando ele andava para executar os comandos ele riscava o chão. O caminho por ele realizado era observado pelas outras crianças. Esta atividade, que durou mais de dois encontros, permitiu que as crianças andando pela sala vivenciassem o movimento da tartaruga e desenhassem figuras planas como quadrado, retângulo, etc.

Ficou evidenciado com estas atividades a falta do domínio da lateralidade na maioria dos alunos. E aqui, mais uma vez, foi adotada a perspectiva teórica de promover situações que auxiliassem o processo de aprendizagem do aluno. Foram planejadas outras atividades que serviram para desenvolver a lateralidade. Por exemplo, foi proposta uma atividade que consistia em comandar a fim de que ela percorresse um labirinto na tela. O movimento corporal ajudou aos alunos a superarem as dificuldades com a DIREITA e a ESQUERDA.

Os outros comandos do LOGO foram introduzidos gradativamente. Por exemplo, se um grupo queria apagar tudo e reiniciar seu desenho ele passava a utilizar o LIMPETELA. Para poder usar o mesmo desenho na aula seguinte eles usavam o APRENDA. Verificou-se que ao final do semestre os alunos utilizavam o LOGO com naturalidade.

Na 4ª série, como os alunos já haviam visto LOGO no ano anterior, inicialmente recordou-se alguns comandos e nos outros encontros propôs-se desenhos mais sofisticados, onde eles além de escrever o programa, identificavam as diferentes formas geométricas utilizadas e as suas características. Outros comandos do LOGO foram sendo introduzidos paulatinamente à medida que eles se tornavam necessários no

trabalho que estava sendo realizado e em função das dificuldades que precisavam ser superadas. Assim como na 3ª série, no momento que eles começaram a desenhar no computador foram ensinados os comandos APAGA, LIMPETELA E BORRACHA e suas funções, sempre que houve necessidade de consertar algum erro feito.

Foi constatado, ao fim do ano, que esta maneira de introduzir os comandos, fazendo com que seu aprendizado surja da necessidade de usá-los, funcionou muito bem já que apenas um número mínimo de alunos esqueceram os comandos aprendidos no ano anterior ou no semestre anterior. A memorização necessária para se trabalhar em LOGO se realizou naturalmente a partir do seu uso e não a partir de decorar uma lista de comandos.

Uma vez familiarizados com a nova tecnologia e com a linguagem a ser empregada, os alunos estavam aptos a explorar a Matemática. Só então começou-se a investigar como o LOGO seria útil para o aprendizado de Geometria.

É importante verificar que a perspectiva construtivista da Educação Matemática implica em considerar o modo como o aluno está pensando e que construtos ele já tem. Com esta visão busca-se desequilibrar alguns esquemas cognitivos dos alunos e propor atividades que venham a desenvolver novos esquemas. Por isso este estudo preliminar foi quasi-antropológico. Foi observada a cultura existente da sala de aula de forma não intruziva.

A primeira proposta de trabalho, para as duas séries, foi a de desenharem um quadrado no computador. O professor sugeriu aos alunos que fossem virando a tartaruga aos poucos até conseguirem chegar à posição desejada. Assim, o conceito de ângulo foi vivenciado pelos alunos, de uma forma dinâmica, através do movimento da tartaruga, e ele viram que o número para "ficar retinho" era 90, ou seja o ângulo reto é o de 90

graus. Depois disso, os alunos saíram da tela do computador para usar o esquadro e ver que ele possuía um ângulo reto. Isto os ajudou a encontrar no canto da sala de aula um ângulo de 90°. Foram realizadas três representações diferentes do ângulo de 90 graus: o movimento da tartaruga ES 90 ou DI 90, o exame do esquadro e a medição do canto da sala.

Como o trabalho no laboratório de Informática era realizado em grupo, pôde-se observar, no final do ano, que alguns alunos com dificuldade de relacionamento e que tinham um desempenho fraco não só melhoraram a sua atuação como também o seu relacionamento, pois foi desenvolvido um trabalho cooperativo. Nesta atividade eles foram incentivados a discutir e trocar idéias sobre as tarefas propostas. Além disso, constatou-se a importância das relações sociais e da linguagem, para aumentar ou diminuir o rendimento do trabalho em grupo no ambiente escolar. Segundo Wallon (1986), é importante: "tirar proveito desta etapa de sociabilização: desenvolver, não o espírito de rivalidade ou de antagonismo, mas o de cooperação". Para uma discussão sobre Aprendizagem Cooperativa ver Davidson e Lambdin, 1991; Dees, 1991; Yackel, Cobb e Wood, 1991 e Tornaghi (1995).

Cabe ressaltar que o interesse dos alunos neste trabalho foi tão grande que praticamente no ambiente do laboratório não houve problemas de disciplina. Os alunos ficavam tão preocupados e ocupados com a sua própria exploração para a realização de atividades, que muitas vezes não ouviam o sinal de finalização da aula e muitos deles, sempre que podiam, voltavam na hora do recreio, em hora vaga ou ao término do turno, para terminar o seu trabalho ou fazer outros.

Nas férias de julho, foram elaboradas as atividades introdutórias sobre os conceitos de simetria e translação levando em conta o que foi observado no primeiro semestre. Estas atividades deveriam permitir investigar:

- Como os alunos constroem o conceito de simetria e como representam uma figura simétrica a outra?
- Como os alunos constroem o conceito de translação e representam uma figura transladada?
- Que tipo de relação existe entre a representação e o conceito construído?

Foram iniciadas atividades descrevendo movimentos com o próprio corpo e movimento de figuras, muito importante no desenvolvimento da noção de espaço. Esse antropomorfismo dava um bom embasamento para o trabalho com a tartaruga no LOGO. Assim, as primeiras atividades de translação faziam com que os alunos empurrassem as figuras sem virar nem dobrar e as de simetria utilizavam espelhos e dobraduras de papel. Só em seguida começou-se a construção no computador dos conceitos de translação e simetria.

A tabela 4.1 representa a organização das atividades realizadas por série.

SUJEITO	SALA DE AULA	LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA
3ª série	<ul style="list-style-type: none"> • Atividades de Translação e Simetria com material concreto e representando no papel 	<ul style="list-style-type: none"> • Introdução dos comandos da tartaruga através de antropomorfismo. • Utilização do papel quadriculado • Modo Direto - Comandos para desenhar • Modo Edição - Gravando os programas
4ª série	<ul style="list-style-type: none"> • Atividades de Translação e Simetria com material concreto e representando no papel 	<ul style="list-style-type: none"> • Recordação dos comandos primitivos • O tipo de atividade foi semelhante ao da 3ª série variando apenas o tema.
Professoras de 3ª e 4ª séries	<ul style="list-style-type: none"> • Reuniões Bimestrais • Reuniões de Planejamento 	
Professora de Informática	<ul style="list-style-type: none"> • Reuniões Bimestrais • Reuniões de Planejamento 	<ul style="list-style-type: none"> • Reuniões Semanais • Observação Participativa².

Tabela 4.1 - Atividades por Série.

As atividades de sala de aula foram as mesmas para as duas séries e não houve o feedback esperado, porque as professoras aplicaram as atividades mecanicamente, sem

² A observação participativa permite ao pesquisador interagir no processo que está sendo desenvolvido.

reflexão nem compromisso. Por exemplo, nas atividades de translação elas próprias não associavam a atividade com a construção do conceito. O empurrar de figuras era apenas uma ação de empurrar sem perceber que estava implícita a noção de direção tão importante na construção do conceito de translação. Nas atividades de simetria axial as professoras não percebiam a característica das distâncias ao espelho, percebiam apenas o "refletido".

Analisando os dados coletados, os fatos abaixo descrevem as diferenças nas posturas das professoras em relação à participação da pesquisadora no trabalho de sala de aula:

- A professora de Informática tem licenciatura em Matemática. A pesquisadora teve livre acesso a observação no laboratório de Informática.
- As professoras de 3^a e 4^a séries tinham dificuldades de aceitar que elas não sabiam a Geometria que deveriam ensinar, e tinham também total desconhecimento da importância do ensino deste conteúdo neste nível de escolaridade, como também não tinham interesse de trabalhar com o computador. A pesquisadora não teve licença de participar das atividades em sala de aula, e sua atuação limitou-se aos encontros de planejamento e elaboração das atividades para aplicação em sala de aula.

4.1.2 OBSERVAÇÕES SOBRE AS ATIVIDADES REALIZADAS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA.

Os alunos da 3^a série já haviam trabalhado em sala de aula com o espelho real. A professora de Informática, utilizando esse tipo de atividade, desenhou, no quadro, o equivalente à tela do computador dividida ao meio, desenhando de um lado a metade de um foguete que teria que ser

completada com auxílio de um espelho (imaginário), como mostra a figura 4.1:

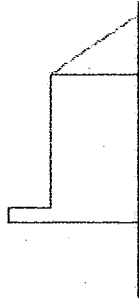


Figura 4.1- Esboço feito no quadro pelo professor.

Foi, então, sugerido pela professora que cada grupo de três alunos desenhasse no papel quadriculado exatamente o que foi feito no quadro. Depois, os alunos, reproduziram na tela do computador a atividade realizada, utilizando inicialmente o modo direto, ou seja, comandando a tartaruga para que desenhasse esta figura na tela.

Um terceiro passo era o de ensinar a tartaruga, isto é, programar. Para tal, enquanto uns teclavam outros copiavam os comandos no caderno para os utilizarem posteriormente ao programar. Depois, verificavam se o programa estava fazendo exatamente o que haviam imaginado. Caso afirmativo, salvavam o programa num disquete e o imprimiam. Caso negativo, eles o depuravam.

A diferença de atitude e perspectiva do desenho com lápis e papel e com o computador consistiu no fato de que no papel eles riscavam quase que imediatamente o desenho, enquanto que desenhar no computador envolvia a relação entre o desenho desejado e os comandos aprendidos. Esses comandos consistiam em andar na mesma direção e realizar giros (FRENTE, TRÁS, DIREITA e ESQUERDA).

ATIVIDADE 1

PROGRAMA.

APRENDA Foguete	FR 10	VO 2	VO 1	CL
FR 300	DI 90	NORMAL	CL	FR 6
CENTRO	FR 80	DI 90	FR 6	ES 90
FR 20	DI 90	FR 58	ES 90	FR 6
ES 90	FR 70	SC	FR 6	ST
FR 40	DI 45	DI 45	ES 90	FIM
DI 180	FR 40	FR 60	FR 6	
FR 80	FR 10	FR 5	SC	
DI 90	FR 10	FR 5	FR 80	
FR 60	APAGA	ES 90	FR 1	

O programa acima corresponde ao seguinte desenho:

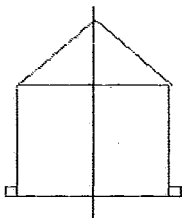


Figura 4.2 - Foguete - Vanessa e Carolina - 3ª Série.

ATIVIDADE 2

Esta é uma atividade de simetria axial em que o eixo de simetria estava afastado da figura.

Aprenda Espelho	DI 90	DI 90	FR 40	DI 90
FR 300	ES 180	CL	DI 90	FR 40
CENTRO	FR 40	FR 40	FR 40	CL
DI 90	ES 90	CENTRO	DI 90	DI 90
SC	FR 40	ES 90	FR 40	ES 180
FR 20	SC	SC	DI 90	FR 40
CL	ES 90	FR 20	FR 40	ST
FR 40	FR 40	CL	SC	FIM

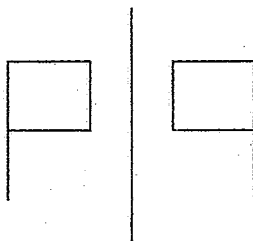


Figura 4.3 - Espelho - Ana Rosa e Erika - 3ª Série.

A mesma estratégia foi usada com os alunos da 4ª série com outro tema. Desenhava-se a metade do rosto de um robô e pedia-se para completar.

A seguir um exemplo do trabalho realizado por dois grupos de alunos da 4ª série no computador:

ATIVIDADE 3

APRENDA ROBÔ

SC	ES 90	FR 20	ES 90	ES 90
VO 60	SC	ES 90	FR 20	FR 30
DI 90	FR 10	FR 10	ES 90	ES 90
VO 90	DI 90	ES 90	FR 10	FR 20
CL	CL	FR 20	ES 90	SC
FR 180	FR 180	ES 90	FR 20	FR 220
VO 200	ES 90	FR 10	SC	CL
FR 220	FR 5	ES 90	VO 85	FR 20
ES 90	ES 90	SC	DI 90	ES 90
FR 100	FR 180	FR 180	CL	FR 30
ES 90	ES 90	ES 90	FR 30	ES 90
FR 220	FR 5	CL	ES 90	FR 20
ES 90	SC	FR 20	SC	ST
FR 100	VO 60	APAGA	FR 105	FIM
ES 90	ES 90	VO 10	CL	
FR 20	CL	NORMAL	FR 20	

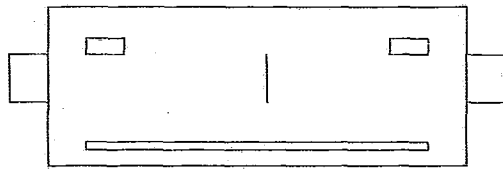


Figura 4.4 - Boneco - Helder e Hugo - 4B

ATIVIDADE 4 - SÉRIE Campo de Futebol.

APRENDA CAMPÃO

SC	DI 90	FR 100	ES 90	ES 90
VO 79	FR 150	DI 90	FR 5	CL
FR 10	DI 90	FR 200	DI 90	REPITA 18 [FR 2 ES 10]
CL	FR 150	DI 90	CL	CENTRO
ES 90	DI 90	FR 100	REPITA 18 [FR 2 DI 10]	SC
FR 150	FR 150	DI 90	FR 2	ES 90
DI 90	CENTRO	FR 100	SC	FR 12
FR 135	VO 50	CENTRO	CENTRO	DI 90
DI 90	ES 90	SC	ES 90	CL
FR 300	CL	DI 90	FR 150	REPITA 36 [FR 2 DI 10]
DI 90	FR 100	FR 150	ES 90	ST
FR 135	DI 90	DI 180	FR 10	FIM

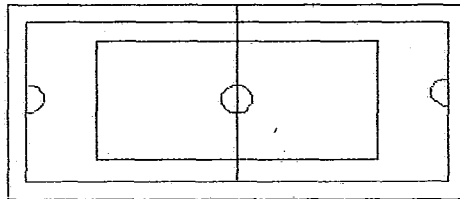


Figura 4.5 - CAMPÃO - 4C - André e Victor

O tempo de duração de cada atividade de simetria no computador foi de aproximadamente quatro aulas, incluindo a programação do desenho e a verificação do mesmo.

É preciso notar que existem várias etapas a serem vencidas no processo ensino-aprendizagem. Ao mesmo tempo que

os alunos estavam construindo o conceito de simetria, aprendiam a trabalhar e dominar as ações no ambiente LOGO.

Este processo de diferentes ações que precisam ser interiorizadas envolvendo a construção de um conceito, que é sugerido por Gardner (1994) e outros, é válido para qualquer ambiente de aprendizagem. Cada ação leva a uma representação que tem um significado e que deve ser compreendida.

Por exemplo, no caso da simetria axial no plano, atividade 1, três ações distintas permitem o aluno produzir um determinado conhecimento esquematizado 4.6:

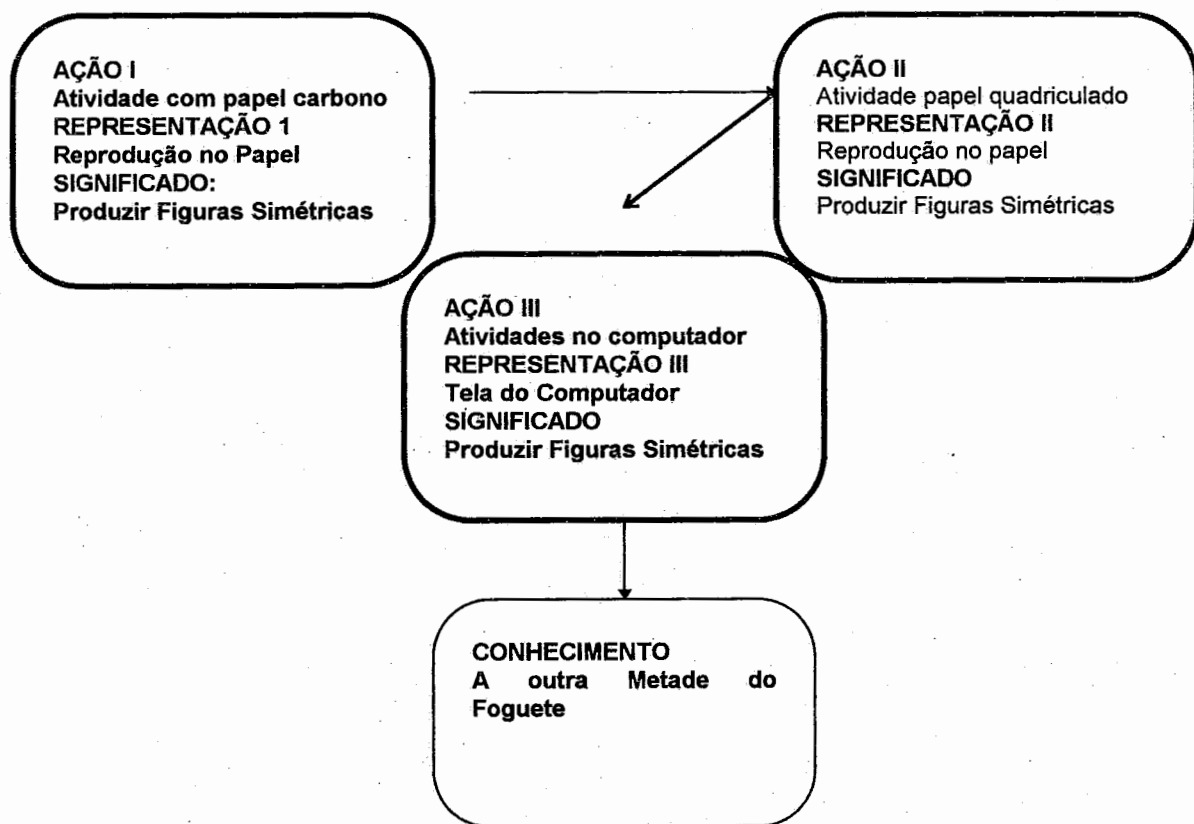


Figura 4. 6 - Cronograma de ações

Atividades de translação

O trabalho de translação no computador foi o último do ano e por esta razão não foi completado em alguns grupos e só se teve tempo de fazer uma atividade. Foi proposta para as 3ª e 4ª séries a mesma atividade de translação. Esta atividade teve a duração de cinco aulas.

A professora desenhou, no quadro, um caminhão e propôs a seguinte situação: um caminhão estava parado numa rua e iria se deslocar até o outro extremo da rua, em uma mesma direção. Como que poderia ser representado no computador esta situação?

Os alunos perceberam que os dois desenhos do caminhão nas respectivas posições tinham que ser iguais portanto eles repetiriam o programa do caminhão e a tartaruga tinha que ser deslocada. Isto foi verificado através das observações orais dos alunos, que foram gravadas em áudio e vídeo cassetes. Os alunos diziam frases como:

"Quem andou foi a tartaruga, por isso o que era para repetir era o caminhão, a gente coloca o mesmo programa" (Aluno PE 1993).

Esta atividade levou mais tempo que a de simetria pois envolvia o domínio de um maior número de comandos em LOGO. Por exemplo, o comando REPITA para desenhar a roda do caminhão já tinha sido usado na atividade 4 de simetria.

A figura 4.7 apresenta o trabalho de dois alunos da 3ª série:

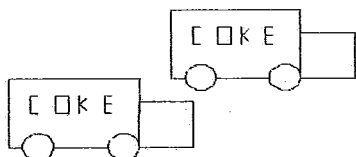


Figura 4.7 - Caminhão - Carlos e Bruno - 3D

As atividades de simetria e translação realizadas com espelhos, papel quadriculado e outros materiais, em sala de aula não constam deste trabalho pois as professoras de sala de aula não permitiram a presença da pesquisadora.

As 3ª e 4ª séries começaram o ano juntas. O número de comandos utilizados pela 4ª série foi maior do que o dos utilizados pela 3ª série, mas em termos de rendimento, as

duas séries apresentaram um bom resultado, respeitando-se o nível de amadurecimento dos alunos de cada série.

Concluimos, observando que:

- As atividades de sala de aula e do laboratório de Informática não ficaram integradas.
- As professoras de sala de aula não se sentiram envolvidas na pesquisa.
- Os alunos observaram que no ambiente do computador eles podiam criar, descobrir e explorar enquanto que em sala de aula eles se sentiam como repetidores do que a professora dizia.

Na seção a seguir descreveremos o desenho do perfil da pesquisa atual.

4.2 DESENHO DO PERFIL DA PESQUISA

Desejando compreender, através da pesquisa, como se processa a construção do conhecimento geométrico ao serem utilizados as diferentes representações, oral, escrita, gráfica, da máquina e outros, surgem as seguintes questões que norteiam essa investigação:

- 1) Como os professores constróem os conceitos de simetria e translação?
- 2) Como os professores interferem nas construções dos conceitos realizadas pelos alunos?
- 3) Como levar alunos e professores a trabalharem sobre suas próprias representações dos conceitos de simetria e translação e as interrelações entre elas?

- 4) Como trabalhar com os professores para que eles atuem como disparadores do processo de construção do conhecimento do aluno?
- 5) Como trabalhar com os alunos e os professores para que eles sofram um processo de transformação de modo a buscarem novos caminhos para seu contínuo desenvolvimento e aperfeiçoamento?

Foi utilizada a metodologia qualitativa, particularmente o Estudo de Casos. Esta escolha foi baseada no tipo de problematização desta pesquisa, já que ele é recomendado na literatura revisada, sempre que o objetivo do pesquisador seja estudar as questões do "como" e do "porquê" ao invés de estudar "o quê, onde, e quantos" (Milles e Huberman, 1984; Yin, 1988 e Merriam, 1988).

A estratégia de Estudo de Caso é também sugerida quando o objetivo da pesquisa é obter uma melhor compreensão da dinâmica de um programa, o que é particularmente útil para o estudo de inovações educacionais (Yin, 1988; Merriam, 1988; Levine, 1990). No nosso caso é a integração da tecnologia e do currículo, em particular no que se refere aos conteúdos geométricos envolvidos nos movimentos do plano, trabalhados em dois espaços diferentes e interagindo.

Recomenda-se, ainda, que o pesquisador utilize a triangulação, que é o método de usar múltiplas fontes de evidências de modo a construir validade para os dados. A partir da análise de dados existem três resultados possíveis da utilização da triangulação: convergência, inconsistência e contradição (Miles e Huberman, 1984; Yin, 1988; Merriam, 1988; Frant, 1995).

A fase de coleta de dados, deste estudo, foi realizada considerando estas sugestões. Foram utilizadas: atividades orais e escritas, atividades no computador, entrevistas, atividades de manipulação e exploração de objetos. Em relação

à confiabilidade, é recomendado, primeiro, desenvolver um estudo de caso protocolar que contenha uma visão geral do projeto, do procedimento de campo, das questões e uma orientação para o relatório do Estudo de Casos. Em seguida deve-se desenvolver uma base de dados para o Estudo de Caso durante a fase de coleta de dados. Miles e Huberman (1988), sugerem o método de se constituir um diário. Um exemplo das páginas do diário constituído nesta pesquisa se encontra no anexo IV.

4.3 SUJEITOS E CONTEÚDO DA PESQUISA

Foi escolhida a escola A, escola particular da Zona Sul do Rio do Janeiro, por se ter fácil acesso à Direção e à equipe pedagógica da mesma. Esta escola abrange desde a pré-escola até o 2º grau. Possui cerca de 1200 alunos e 100 professores, incluindo as Coordenações, Serviço de Orientação Educacional.

Neste estudo trabalhou-se com alunos e professores da 3ª e 4ª série do 1º grau, com a professora de Informática e a Coordenadora Pedagógica dessas séries. As turmas envolvidas na pesquisa eram heterogêneas em nível de conhecimento, na faixa etária de 8 a 10 anos de idade, sendo que a maioria dos alunos estavam no colégio desde a pré-escola.

Foram selecionados dois grupos de 11 alunos cada, um da 3ª e o outro da 4ª séries. De cada um desses grupos três alunos foram acompanhados individualmente. Em relação ao aproveitamento em Matemática existiam no grupo alunos bons, médios e fracos. Os três alunos selecionados em cada série não tinham o mesmo nível de conhecimento.

A escolha dos grupos de alunos foi feita aleatoriamente, em função da disponibilidade de horário de Matemática em sala

de aula e no laboratório de Informática. Essa escolha deveu-se ao fato de que o conteúdo de Matemática específico desta pesquisa, movimentos do plano, é pertinente a este nível de ensino, embora não seja tradicionalmente trabalhado nas 3ª e 4ª séries do 1º grau.

A investigação se pautou na construção de dois conceitos de transformação do plano: simetria axial e translação. Esta é uma forma de abordagem voltada para a aprendizagem da Geometria como forma e movimento, aproveitando-se da dimensão dinâmica que o ensino de LOGO pode oferecer tanto para alunos como para professores e justificada pela necessidade de investir esforços no estudo da evolução dos conceitos geométricos, do pensamento geométrico e na utilização das capacidades visuais e das representações.

Os sujeitos dessa investigação foram:

- Três alunos da 3ª série do 1º grau.
- Três alunos da 4ª série do 1º grau.
- A professora da 3ª série desse grupo de alunos, que é formada em Pedagogia.
- A professora de 4ª série desse grupo de alunos, que é formada em Pedagogia.
- A coordenadora pedagógica da 2ª a 4ª série do 1º grau que tem formação na área de Pedagogia e atua com esses alunos e professores no dia a dia de sala de aula.
- A professora de Informática dessas turmas, que tem licenciatura em Matemática.

A seleção dos alunos foi realizada de acordo com o horário das aulas e a divisão em grupos das turmas no laboratório de Informática. Cabe aqui ressaltar que o horário de aula no laboratório de Informática é parte integrante do período escolar e são trabalhados os mesmos conteúdos de

Matemática no laboratório de Informática e em sala de aula, possibilitando assim aos alunos e professores vivenciarem diferentes abordagens do mesmo³.

A tabela 4.2 representa a organização das atividades realizadas por série:

SUJEITO	SALA DE AULA	LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA
3ª série	<ul style="list-style-type: none"> • Atividades de Translação e Simetria com material concreto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Capacitar aos alunos a trabalhar com a linguagem LOGO. • Realizar atividades de translação e simetria
4ª série	<ul style="list-style-type: none"> • Atividades de Translação e Simetria com material concreto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recordação dos comandos das no ano anterior. • Realizar atividades de translação e simetria.
Professoras de 3ª e 4ª séries	<ul style="list-style-type: none"> • Reuniões de Planejamento. • Encontros semanais. • Curso de Geometria • Elaboração das atividades de translação e simetria. 	<ul style="list-style-type: none"> • Capacitar as professoras a trabalhar com a linguagem LOGO. • Realizar atividades de translação e simetria
coordenadora pedagógica	<ul style="list-style-type: none"> • Reuniões de Planejamento. • Encontros semanais. • Curso de Geometria • Elaboração das atividades de translação e simetria. 	<ul style="list-style-type: none"> • Capacitar a coordenação pedagógica a trabalhar com a linguagem LOGO. • Realizar atividades de translação e simetria
Professora de Informática	<ul style="list-style-type: none"> • Encontros semanais • Reuniões bimestrais de Planejamento 	<ul style="list-style-type: none"> • Reuniões Semanais • Observação Participativa • Realizar atividades de translação e simetria

Tabela 4.2 - Relação das atividades realizadas com os sujeitos da pesquisa.

Sendo a atividade matemática um processo construtivo que necessita de um ambiente que proporcione a alunos e professores oportunidades para desenvolver, entre outras, as suas capacidades cognitivas, este estudo foi realizado em dois ambientes visando proporcionar um espaço para explorar, descobrir, construir o conhecimento e para refletir, a saber:

- O laboratório de Informática equipado com oito micros IBM-PC-XT contendo um drive cada um. As aulas de Informática, para os alunos, foram realizadas uma vez por semana com duração de 50 minutos. Para os professores essas aulas foram realizadas ao final do

3 A Informática é parte do currículo da escola desde 1987. A avaliação desta disciplina é realizada pela professora do laboratório de Informática e é computada como um dos componentes da avaliação de Matemática.

turno da tarde com duração de duas horas. Os alunos tinham a liberdade de escolher se realizariam as atividades sozinhos ou em grupo de dois ou três alunos por computador.

- A sala de aula onde foi criado um espaço:
 - a) para alunos envolvidos na pesquisa, um ambiente de atendimento e aplicação das atividades com a participação da professora e da pesquisadora.
 - b) para as professoras, coordenadora pedagógica e a pesquisadora refletirem sobre a práxis que vinha sendo desenvolvida.

Nestes dois ambientes procurou-se propiciar, através do trabalho livre com materiais diversos incluindo o computador, um espaço de exploração, de construção e de discussão das atividades realizadas.

Na figura 4.8 estão esquematizadas as ações realizadas neste estudo:

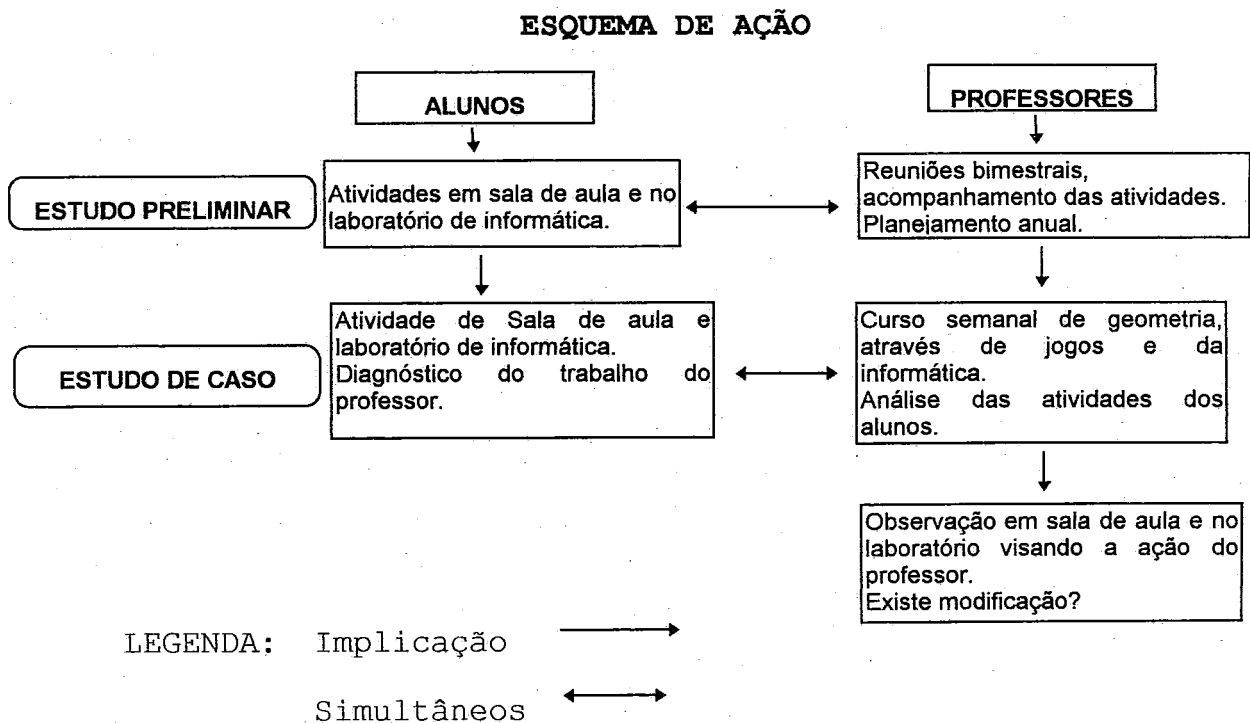


Figura 4.8 - Esquema de Ação.

4.4 COLETA DE DADOS

Consistente com a idéia de triangulação, acima citada, para fortalecer a validade da pesquisa, as principais técnicas utilizadas na coleta de dados consistiram de entrevistas, encontros semanais, participação em sala de aula e no laboratório de Informática, transcrição e análise de fitas de vídeo-tape e áudio cassete. Foi utilizada também a metodologia de observação participativa em sala de aula. A observação participativa, ao contrário da observação não intrusiva, permite ao pesquisador emitir pareceres, influir e modificar o andamento do que está sendo observado e adaptar as atividades à realidade (Thiollent, 1988).

Em congressos PME 1993-1994-1995, nas sessões dedicadas à metodologia da pesquisa, alertou-se para o cuidado com a fidedignidade de entrevistas com crianças; por isso, as entrevistas foram feitas ao longo das situações em sala de aula ou no laboratório de Informática diretamente relacionadas com as atividades desenvolvidas. Os alunos embora apresentassem uma atitude de quem estava com pressa de terminar, escreviam cautelosamente as respostas e se sentiam muito importantes por terem sido os escolhidos.

Nas entrevistas fora do contexto de sala de aula, a fidedignidade das respostas dos alunos fica às vezes comprometida pois nem sempre eles respondem o que acham realmente mas sim o que eles pensam que a professora espera que eles respondam.

A estratégia desenvolvida neste ambiente durante as atividades a de para verificar o desempenho geral do grupo (onze alunos) em cada atividade e a de aprofundar esta observação nos três alunos escolhidos de cada série.

As fichas de observação utilizadas pela professora de Informática foram adaptadas das tabelas utilizadas no projeto

Brookline (Papert, 1978). Além da primeira adaptação, as fichas sofreram novas modificações para poder atender ao trabalho realizado.

4.4.1 INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Foram elaborados e utilizados os seguintes instrumentos:

- Protocolos de trabalho constituídos de fichas de entrevistas e fichas de observação nas atividades desenvolvidas tanto em sala de aula como no laboratório de Informática para os professores e os alunos (Anexo III).
- Entrevistas individuais com os professores selecionados.
- Entrevistas individuais e/ou em grupo com os alunos selecionados.
- Transcrição das fitas e dos vídeos.
- Fichas de atividades de translação e simetria adaptadas do TGEO - Transformações no Plano (veja Capítulo V, atividades **TL₃** e **SL**).

4.5 ANÁLISE DE DADOS

Durante a fase da análise de dados foram utilizados padrões que serviram para a codificação e interpretação dos dados. A tabela 4.3 indica a codificação de padrões das atividades aplicadas:

TIPOS DE ATIVIDADES	CÓDIGOS
1- Introdutória no computador	IC
2- Exploratória dos comandos	EC
3- Fixação dos comandos	FC
4- Utilização do comando REPITA	UR
5- Utilização do comando APRENDA	AP
6- Introdutória de novos comandos	INC
7- Recordação de comandos	RC
8- Expressão oral	EO
9- Expressão escrita	EE
10-Construção do conceito de simetria	CCS
11-Construção do conceito de translação	CCT
12-Verificação de aprendizagem	VA

Tabela 4.3 - Codificação das Atividades Aplicadas

As atividades do tipo 1 a 7 são específicas do laboratório de Informática. As demais foram realizadas tanto no laboratório de Informática como em sala de aula.

Antes de se trabalhar no computador a construção dos conceitos de translação e simetria, foram iniciadas as atividades descrevendo movimentos com o próprio corpo e com figuras. Já tinha sido constatada a importância dos deslocamentos do corpo no desenvolvimento da noção de espaço, posto que o trabalho com a tartaruga no LOGO permitia esse antropomorfismo. Assim, as primeiras atividades de translação faziam com que os alunos empurrassem as figuras e as de simetria utilizavam espelhos e dobraduras de papel. As atividades no computador consistiram das seguintes etapas:

- Imaginar um desenho a ser realizado;
- Escrever o programa para realizar na tela o dito desenho;
- Verificar se o programa fazia o que se esperava;
- Aplicar os movimentos de simetria ou de translação;
- Gravar e imprimir os trabalhos.

É apresentada a tabela 4.4 com o tipo e a quantidade de atividades realizadas no Laboratório de Informática pelos alunos:

	3ª série	4ª série
INTRODUÇÃO DE COMANDOS	3	
FIXAÇÃO DE COMANDOS	4	3
RECORDAÇÃO DE COMANDOS		5
SIMETRIA	5	6
TRANSLAÇÃO	4	4
TOTAL	16	18

Tabela 4.4 - Tipo e número de atividades realizadas no laboratório de informática.

É apresentada a tabela 4.5 com o tipo e a quantidade de atividades realizadas no em sala de aula pelos alunos.

	3ª série	4ª série
TRANSLAÇÃO	7	7
SIMETRIA AXIAL	5	5
TOTAL	12	12

Tabela 4.5 - Tipo e número de atividades realizadas em sala de aula.

Em relação à validade externa deste estudo, usamos a triangulação, isto é, a comparação dos dados obtidos pelas diferentes fontes de evidência, das entrevistas, das observações e da produção. Pudemos, então, confirmar ou verificar contradições no trabalho das professoras, o que iria influir direta ou indiretamente no desenvolvimento das estruturas e da construção de conhecimento pelos alunos.

Para a codificação dos dados obtidos pelos métodos acima citados, foram elaborados episódios e protocolos conforme a tabela 4.1 e construída uma base de dados para o estudo dos casos, estratégia indicada pelos autores Yin (1988) e Merriam (1988), com a finalidade de garantir a credibilidade deste tipo de pesquisa. Entende-se por credibilidade a capacidade de demonstrar que os passos adotados nesse estudo podem ser repetidos por outros pesquisadores.

Estamos conscientes de que mudando o contexto sócio cultural poderemos obter outros resultados, entretanto existem situações que extrapolam estas barreiras. Nestas situações podem ser incluídos os dilemas permanentes da Geometria escolar tais como a formação do professor, os processos e as dificuldades envolvidas na formação de um conceito geométrico. Sabemos que o processo de construção de conceitos geométricos apresenta dificuldades vivenciadas por professores e alunos em todo o mundo (Usiskin Z., 1994; Herskowitz, 1994).

De posse dos protocolos e diários, a análise foi sendo realizada ao longo da investigação fornecendo subsídios para as observações e entrevistas, bem como a correção de rumo. A utilização da metodologia qualitativa possibilita ao pesquisador ir fazendo análises parciais ao longo da investigação.

Visto que esta metodologia permite a correção de rumo ao longo de sua duração, para evitar uma possível contaminação dos resultados é fundamental que a pesquisadora discuta vários desses caminhos com outros pesquisadores.

CAPÍTULO V - APRESENTAÇÃO DO ESTUDO DE CASOS

"O primeiro homem que observou a analogia entre um grupo de sete peixes e um grupo de sete dias fez um notável avanço na história do pensamento. Ele foi o primeiro homem que considerou um conceito pertencente à ciência da matemática pura".

Whitehead.

Neste capítulo será descrita a pesquisa de campo realizada, enfocando a influência do uso do computador nas diferentes representações do conhecimento geométrico.

Conforme descrito no capítulo IV, foram selecionados dois grupos de onze alunos, um da 3ª série e um da 4ª série, de um total de 190 alunos. Foram escolhidos três alunos de cada grupo para entrevistas e para observação em sala de aula e no laboratório de Informática. Estes grupos eram formados por alunos de diferentes níveis de dificuldades acadêmicas. Participaram também desta investigação as professoras de 3ª e 4ª séries, a coordenadora pedagógica e a professora de Informática.

As atividades foram desenvolvidas em dois ambientes, com o objetivo de verificar em que condições elas podem ser utilizadas como auxílio para alunos e professores construírem conceitos de Geometria das Transformações. No ambiente LOGO foi utilizada a Geometria da Tartaruga dando uma dimensão dinâmica à construção dos conceitos geométricos, e no ambiente de sala de aula foram utilizadas diversas atividades com diferentes estratégias.

A pesquisa de campo constou das seguintes atividades:

- Entrevistas com professores e alunos.
- Reuniões de planejamento.

- Curso de Geometria para professores.
- Atividades em sala de aula com alunos e professores.
- Atividades no laboratório de Informática com professores e com alunos.

Focalizaremos, inicialmente o trabalho com os alunos e depois com as professoras, embora na investigação eles tenham ocorrido paralelamente.

5.1 TRABALHO COM OS ALUNOS - 1º SEMESTRE

O primeiro passo foi constituído pelas entrevistas individuais realizadas com os seis alunos escolhidos. Estas entrevistas seguiram sempre o mesmo protocolo, pois se queria obter informações dos seis alunos sobre as mesmas questões.

1. Nome	
2. Série	Turma
3. Ano que entrou para o colégio?	
4. Você gosta de Matemática?	
5. O que você já aprendeu de Matemática?	
6. Você tem computador?	
7. Já usou computador?	
8. Em caso afirmativo, de que forma?	
Observações	

Figura 5.1 - Protocolo da 1ª Entrevista.

Na análise das respostas obtidas nesta entrevista, verificou-se que os seis alunos já freqüentavam essa escola há mais de dois anos. Quanto à Matemática, três disseram que gostavam muito e três disseram que só um pouco, pois achavam a Matemática difícil. Todos referiram-se apenas aos conteúdos envolvendo números e suas operações. Nenhum deles mencionou algum assunto de Geometria.

Para verificar se eles identificavam formas geométricas, foram-lhes apresentados um retângulo, um quadrado e um triângulo recortados de papel. Num primeiro momento foi

pedido aos alunos que identificassem as figuras. Num segundo momento, realizando-se um movimento de translação, isto é, empurrando as figuras sem dobrá-las nem virá-las foi pedido aos alunos que descrevessem este movimento. Com esta entrevista, foi verificado que cinco, dos seis alunos, identificavam as formas geométricas, embora não expressassem as suas características, e não as relacionassem com conteúdos matemáticos. Quanto aos deslocamentos, todos perceberam que a figura mudava de lugar mas não mudava de tamanho. Perceberam um atributo relevante da translação, a isometria.

Todos os seis alunos já haviam lidado com o computador e mencionaram, espontaneamente, que gostavam muito da aula de computador na escola.

O tempo de duração desta entrevista foi, em média, de 15 minutos.

Após esta primeira entrevista, foram iniciadas as atividades de geometria planejadas, utilizando diferentes representações como apresentado na figura 5.2:

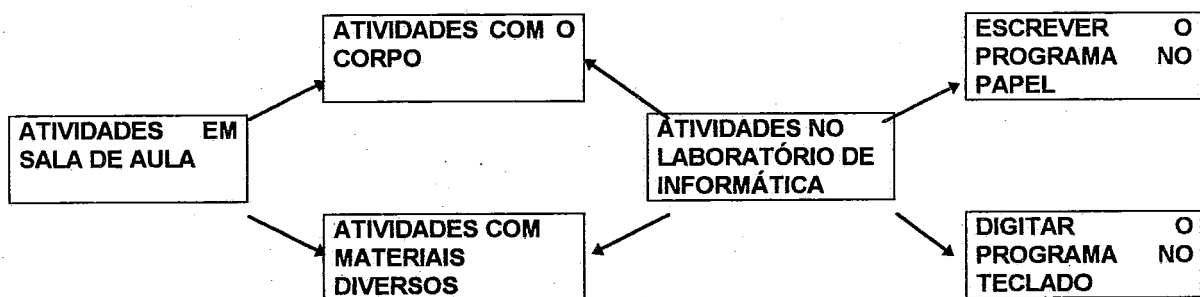


Figura 5.2 - Esquema do tipo de atividade desenvolvida.

No 1º semestre, as atividades que foram desenvolvidas no laboratório de Informática tinham a finalidade de capacitar os alunos a trabalhar com o LOGO, aprender e se apropriar da nova linguagem para desenvolver, neste ambiente, as atividades de translação e simetria. Para as atividades desenvolvidas no ambiente da sala de aula os alunos contavam com a linguagem natural.

5.1.1 ATIVIDADES DOS ALUNOS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA

Na 3ª série, as atividades desenvolvidas no laboratório de Informática partiram da expressão corporal, possibilitando ao aluno vivenciar os movimentos da tartaruga, antropomorfismo. Desenharam, então, no papel, o percurso e os movimentos realizados com o corpo e finalmente representaram a mesma situação no computador.

Na 4ª série, para os alunos que haviam entrado na escola neste ano, foi utilizado o mesmo caminho, para introduzi-los ao LOGO: expressão corporal, expressão escrita e no computador. Estes alunos não tiveram muita dificuldade de aprender o LOGO pois os próprios colegas os instruíam complementando o trabalho de atendimento dado pela professora. Os demais alunos trabalharam as atividades de recordação dos comandos do LOGO diretamente no papel quadriculado e no computador.

Em cada atividade o aluno passou por três momentos, ele utilizou a visualização, a percepção e a representação através de diversos meios de expressão.

A tabela 5.1 apresenta as atividades desenvolvidas no primeiro semestre:

	EPISÓDIOS	ATIVIDADE	Nº de AULAS
3ª Série	1- IC-Introduzir os comandos - do LOGO.	A ₁ Vivenciar os movimentos da tartaruga A ₂ Identificar o quadrado A ₃ Construir o quadrado	6
	2- FC- Fixar os comando do LOGO.	Desenhar: A ₄ -Televisão A ₅ - Ônibus	7
	3-IS - Introduzir simetria. 4-TR- trabalhar com o comando REPITA.	Desenhar: A ₆ Quadrado A ₇ Copa	3
4ª Série	1-RC- Recordar os comandos do LOGO	Desenhar: A ₈ - Casa simplificada A ₉ Ônibus	4
	2-FC- Fixar os comandos do LOGO 3-AP -aprender a gravar	Desenhar: A ₁₀ - Boneco de neve A ₁₁ - Estrela I A ₁₂ - Estrela II	6
	4-IS- Introduzir simetria 5-TR- trabalhar com o comando REPITA	Desenhar: A ₁₃ - Livre A ₁₄ -Letras A ₁₅ - Copa A ₁₆ - Castelo	6

Tabela 5.1 - Atividades desenvolvidas no 1º semestre no ambiente LOGO.

No 1º semestre houve ao todo 16 horas/aula no laboratório de Informática em cada uma das duas séries.

5.1.1.1 RELATO DAS ATIVIDADES DA 3ª SÉRIE.

EPISÓDIO I - Introdução dos comandos do LOGO (IC)

A₁ - Atividade 1: Vivenciar os movimentos da tartaruga.

A professora de Informática contou aos alunos que iriam trabalhar com uma "tartaruga" que seria representada na tela do computador por um triângulo(Δ). Os comandos iniciais apresentados foram: FRENTE (FR), TRÁS (TR), DIREITA (DI) e ESQUERDA (ES). Ela informou aos alunos que a tartaruga era um bichinho que poderia andar para qualquer lugar na tela, mas que não podia fazer isso sozinha.

A professora de Informática mostrou, fazendo o movimento com o corpo, que existe uma diferença: de quando a tartaruga vai para frente ou para trás, e de quando vai para direita ou esquerda. Com a intenção de esclarecer melhor aos alunos, explicou dizendo que a tartaruga tem dois tipos de passos, "um grande" e outro "pequeno", ela usa o "passo grande" quando anda para frente ou para trás, e usa o "passo pequeno" quando anda para direita ou para a esquerda. Para a professora "passo grande" significava "andar" e "passo pequeno" significava "girar". Identifica-se nesta explicação que a professora não transferiu a noção de ângulo para este contexto, pois confundiu passo com giro e virar com andar. Deste modo confunde-se a translação (andar) com a rotação (girar).

Foi então proposta uma brincadeira. A professora pediu um voluntário para ser a tartaruga e ser comandado pelos outros meninos do grupo. Iniciou a atividade analisando o piso do laboratório de Informática (conforme figura 5.3) e ficou estabelecida a regra: cada passo da tartaruga, para

frente ou para trás, corresponderia a uma cerâmica do piso e cada comando teria que vir acompanhado do número correspondente de passos, por exemplo frente 10 ou trás 20. Nessa brincadeira houve um rodízio entre os meninos que faziam o papel da tartaruga.

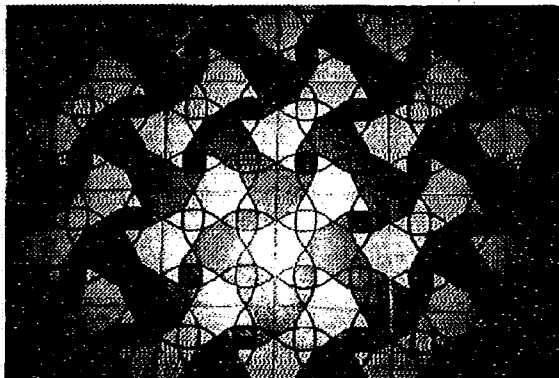


Figura 5.3 - Piso do Laboratório de Informática.

Em relação ao movimento de andar para frente ou para trás os alunos não tiveram dificuldade alguma, mas quando deveriam virar a para direita ou para a esquerda eles tiveram dificuldade de entender que, esquerda 20, significava virar para a esquerda uma abertura de 20 unidades de giro. Os meninos viravam para esquerda o quanto imaginavam e depois andavam vinte passos. Isto pode ter ocorrido devido à explicação ambígua dada pela professora anteriormente.

Quando a professora percebeu a confusão dos alunos ela interferiu na atividade chamando atenção para o movimento que os alunos estavam realizando com o próprio o corpo. Depois que cada um dos alunos fez o papel da tartaruga, eles perceberam a diferença entre andar para frente (ou para trás) e virar para a esquerda (ou para a direita). Mudaram a forma de ditar os comandos: "vire para direita 20" ou "ande para frente 10".

A₂ - Atividade 2: Identificar o quadrado

Esta atividade foi realizada em duas etapas como será descrito a seguir:

- 1) Inicialmente foi proposto um caminho aberto para ser desenhado no papel quadriculado, de acordo com os comandos dados à tartaruga. A professora ia ditando os comandos e os alunos desenhando sobre a folha de papel quadriculado por exemplo, FR 8; ES 90; FR 6. Na figura 5.4 está apresentado o trabalho do aluno **A**:

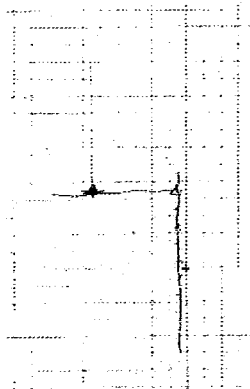


Figura 5.4 - Trabalho do aluno A.

- 2) Depois foi desenhado no quadro, pela professora, um quadrado e pedido aos alunos que o reproduzissem na folha de papel quadriculado. Na figura 5.5 está apresentado o trabalho realizado pelo aluno **PC**:

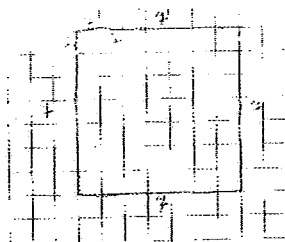


Figura 5.5 - Trabalho do aluno PC.

Observações:

- Na atividade **A₁** os alunos estavam vivenciando no espaço o movimento da tartaruga com o seu próprio corpo.
- Na atividade **A₂** os alunos passaram a trabalhar no plano do papel e o movimento da tartaruga era representado no papel.

A professora comunicou aos alunos que iriam trabalhar no computador, então um aluno perguntou: "*como vamos falar com a tartaruga se ela está dentro do computador?*", os outros alunos responderam "*escrevendo com as teclas*".

A professora reuniu os alunos em volta do computador e foi apresentando a máquina, seus periféricos e como colocar um disquete. Iniciou introduzindo a tartaruga na tela. Depois os alunos iam ditando os comandos e a professora os executava na máquina, permitindo-lhes, assim, visualizar o caminho que ia sendo percorrido em função dos comandos dados. Eles vivenciaram que não aparecia risco na tela quando a tartaruga virava para a direita ou para a esquerda; só aparecia o risco quando ela andava para frente ou para trás.

Em seguida, os alunos foram trabalhar em grupos de três por computador. Iniciaram chamando a tartaruga. Um aluno olhando para a tela disse "*a tartaruga está olhando para cima*" e a professora acrescentou "*direção 90*".

Foi então proposto um ditado dos comandos, por exemplo, FRENTE 30. Este foi obedecido corretamente mas, quando a professora disse DIREITA 90, a tartaruga só virou na tela um ângulo de 90° para direita, enquanto os alunos esperavam que, além de virar, ela andasse 90 passos. Um dos complicadores identificados foi a intervenção feita pela professora, na atividade **A₁**, a respeito do tamanho dos passos da tartaruga.

Observando o desenho que a professora fazia no quadro e comparando com as atividades realizadas anteriormente, os alunos entenderam, finalmente, a diferença entre o andar e o virar da tartaruga. Toda vez que aparecia uma dificuldade de virar com a tartaruga na tela, os alunos repetiam o movimento com o corpo e colocavam-se o mais próximo possível da posição da tartaruga, o que facilitou muito a compreensão e o domínio desse comando. Cabe observar que neste momento estavam sendo trabalhadas: lateralidade, noção de direção e noção de ângulo.

A dificuldade apresentada pelo aluno **A** era saber qual o lado direito e qual o lado esquerdo da tartaruga, no momento em que ela estava "olhando para baixo" (fala do aluno **A**). Pediu-se então que tentasse ficar na posição que a tartaruga estava na tela. Quando este aluno conseguiu imaginar sua posição em relação à tela, imitando a posição questionada da tartaruga, concluiu que a tela era como um espelho. Depois dessa vivência, o aluno **A** percebeu a importância de se verificar a posição da tartaruga após cada movimento e constatou que o lado direito dele correspondia ao lado direito da tartaruga quando ela estava na posição "direção 90 e quando a tartaruga estava na direção 270° o lado direito do aluno correspondia ao lado esquerdo da tartaruga. Neste momento, o aluno **A** percebeu, intuitivamente, a simetria.

A₃ - Atividade 3: Construir o quadrado.

A proposta desta atividade era desenhar um quadrado no computador e explorar as funções dos comandos utilizados.

Inicialmente foi perguntado aos alunos quais as características do quadrado. Eles responderam:

- tem quatro lados iguais
- tem quatro cantos iguais.

Foi observado como alguns alunos, através da visualização, perceberam o tamanho dos lados e outros perceberam os ângulos do quadrado, identificados como cantos. Isto reitera, na construção de um conceito, a importância das interrelações entre os elementos relevantes que o compõem (esquema apresentado no capítulo III por Herskowitz, 1987).

Na figura 5.6 está apresentado o desempenho dos alunos escolhidos:


<p>A - concluiu sozinho e rapidamente que deveria virar a tartaruga 90 para direita ou esquerda, desenhou o quadrado utilizando um número mínimo de comandos possíveis. Trabalhou o tempo todo sozinho. Identificou-se que o aluno tinha noção de: lateralidade, ângulo reto e associatividade.</p>	<p>P - antes de começar a trabalhar no computador já tinha concluído que a tartaruga tinha que virar sempre 90 para a direita ou esquerda para fazer o quadrado. Ele conseguiu fazer corretamente os três lados do quadrado mas no quarto, ele se confundiu virando 90 para o lado contrário como no desenho a seguir:</p>  <p>Ele fez FR 30; DI 90; FR 30; DI 90; FR 30; ES 90 e FR 30. Ele estava trabalhando com um colega o que possibilitou a discussão e a correção.</p>	<p>P.C. - descobriu uma outra maneira de fazer o quadrado e por tentativa e erro virou 100 para direita e depois 10 para esquerda. Repetiu DI 100 e ES 10 para fazer os outros cantos do quadrado. A professora pediu então que ele fizesse um quadrado maior ele discutiu com o seu colega de grupo. Refletindo sobre suas ações percebeu que bastava virar 90 para direita ou esquerda para desenhar os quatro cantos. Trabalhou o tempo todo com um colega trocando idéias a cada momento, e conseguiu fazer o quadrado.</p>
--	--	--

Figura 5.6 - Desempenho dos alunos na atividade A3.

Todos os três alunos observados perceberam que o quadrado tem os quatro lados com a mesma medida e tem os quatro ângulos retos.

Comparando este resultado com o dos outros alunos do grupo constatou-se que a falta de domínio do LOGO fez com que alguns deles desenhassem um retângulo em lugar de um quadrado apesar de saberem identificar as duas formas.

Nesta atividade foram introduzidos os comandos MT (mostre tartaruga), ST (sem tartaruga), SC (sem cor) e CL (colorido), e foi explicada a função de cada um deles, atendendo ao desejo dos alunos de visualizarem o quadrado, na tela, sem a tartaruga.

Sintetizando, as etapas realizadas pelos alunos em cada atividade no computador eram: escrever o programa no papel, digitar, verificar se o desenho correspondia à proposta,

fazer correções e refazer a atividade caso fosse necessário. Muitos digitavam sem escrever o programa no papel e com isto esqueciam alguns comandos o que dificultava um bom desempenho. Eram incentivados a descobrir o caminho refazendo a atividade, o que muito os ajudou a adquirir o domínio da linguagem LOGO e a desenvolver a reflexão.

Foi proposto aos alunos desenharem dois quadrados centralizados com o objetivo de se introduzir os comandos: BORRACHA - apaga o caminho da tartaruga - e NORMAL- coloca a tartaruga no centro da tela, explicando a função de cada um deles.

Os alunos perceberam que o movimento realizado pela tartaruga depende do comando dado e da posição em que ela se encontra.

Na figura 5.7 está apresentado o desempenho de **A**, **P** e **PC**:

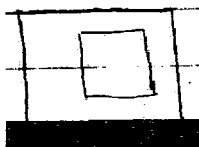
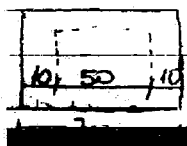
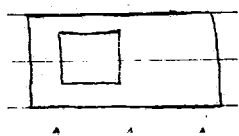
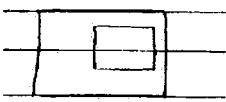
<p>A - Fez rapidamente, mas descentralizado, como mostra o esquema abaixo.</p>  <p>Foi pedido que repetisse a tarefa, com o quadrado de dentro bem no centro. Ele fez perfeitamente, iniciando pelo quadrado de fora, sendo que a sua única dificuldade foi saber onde começar a fazer o quadrado de dentro. Depois de muito questionamento, ele concluiu que deveria fazer o que está mostrado no desenho a seguir:</p>  <p>Ele foi ajudado pela professora a concluir que deveria deixar os 10 passos de cada lado. Mais uma vez, no entanto, ele anotou os comandos errados e isto provocou algumas dificuldades.</p>	<p>P - Demorou um pouco para fazer, e quando terminou tinha feito um quadrado dentro de um retângulo e descentralizado como no desenho a seguir:</p>  <p>Sua maior dificuldade foi, após usar os comandos SC e CL, colocar a tartaruga na posição certa para fazer o outro quadrado (que acabou sendo um retângulo). Anotou os comandos, e apesar de estar trabalhando em dupla, demorou mais tempo que o aluno A e teve que refazer a atividade. Precisou de mais uma hora/aula para realizar a tarefa.</p>	<p>PC - Fez exatamente dois quadrados, mas descentralizados:</p>  <p>Sua dificuldade foi a mesma do aluno P de não saber colocar a tartaruga no lugar certo. Anotou os comandos errados; foi necessário refazer a atividade centralizando o quadrado de dentro. Também trabalhou em dupla. Necessitou de mais de uma hora/aula para realizar a tarefa corretamente.</p>
---	--	--

Figura 5.7 - Desempenho dos alunos A, P e PC.

Os três alunos confundiram os comandos NORMAL e MT e apresentaram dificuldade em centralizar o quadrado interno.

Esta dificuldade, que pode parecer diretamente relacionada ao LOGO é, em geral, camuflada ao desenharmos com lápis e papel. O ambiente LOGO força a reflexão e a construção de um algoritmo para a situação.

Nesta atividade notou-se que os alunos, ao representar quadrado, na maioria das vezes desenharam retângulos. Isto acontece muito freqüentemente na faixa etária dos alunos investigados, pois eles ainda não diferenciam generalizações.

EPISÓDIO 2 - Atividade de fixação de comandos (FC)

A₄ - Atividade 4: Desenhar uma televisão.

Esta atividade foi realizada em três horas/aula:

Primeira aula - Os alunos escolheram desenhar uma televisão. A figura 5.8 ilustra a representação feita no papel quadriculado pelo aluno **A**, repetindo o esboço traçado no quadro pela professora.

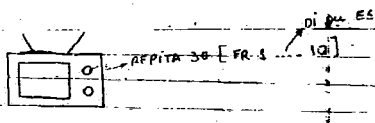


Figura 5.8 - Esboço da TV segundo o aluno A.

Nesta atividade apareceram outras formas geométricas diferentes do quadrado e retângulo com as quais os alunos já estavam familiarizados. Para traçar as circunferências que representavam os botões, foi necessário introduzir o comando REPITA. A professora mostrou o procedimento que desenhava a circunferência, acompanhado de uma explicação, a saber:

"REPITA 36 [FR 3 DI 10] ou REPITA 36 [FR 3 ES 10]"

Explicou a professora: "este programa desenha uma circunferência de tamanho 3, o tamanho é indicado pelo comando FRENTE".

Segunda aula - Os alunos programaram em LOGO anotando os comandos no papel e testando no computador. Na realização

desta atividade a professora interferiu, dando o procedimento dos botões, REPITA 36 [FR 110] DI ou ES, observando que a televisão poderia ser feita de qualquer tamanho, mas os botões eram circunferências de tamanho um e que eles deveriam prestar atenção, também, na posição da tartaruga para realizar esta atividade corretamente. Apareceram dois esboços como mostrados na figura 5.9:

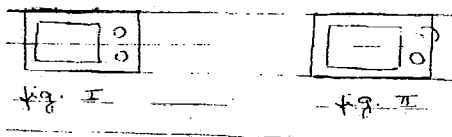


Figura 5.9 - Esboço dos alunos.

A maior dificuldade encontrada por alguns alunos foi a colocação dos botões da televisão no lugar certo (figura II).

Os alunos **PC** e **A**, visualizaram o desenho todo e identificaram as partes, fizeram um planejamento para escrever o programa que representasse a televisão na tela e seu esboço ficou como o da figura I mostrada acima.

Na figura 5.10 tem-se o relato do desempenho dos alunos

A, P e PC:

<p>A - A dificuldade que teve foi para posicionar a tartaruga para desenhar os botões. Conseguiu fazer todo o trabalho rapidamente, conferiu e começou explorar para colocar mais detalhes na televisão (só não anotou). Perguntou à professora como se fazia um semi-círculo. Ela respondeu que quando usamos o REPITA 36 [...] a tartaruga faz um círculo, logo para fazermos um "meio círculo" devemos usar a metade de 36. Sendo assim, ele digitou REPITA 18 [...], e repetiu esse comando várias vezes para poder perceber e depois enriquecer o seu trabalho.</p>	<p>P - Iniciou esta atividade com dificuldade em usar a sintaxe do comando REPITA; ou esquecia os espaços, ou não fechava colchetes ou ainda confundia o significado, dos comandos DI ou ES que são utilizados com o comando REPITA. Estas dificuldades o impedia de prosseguir. Foi então estimulado pela professora a continuar a atividade, só que não deu tempo nessa aula de fazer as antenas e conferir os comandos. A dificuldade em usar o REPITA, permaneceu pois persistiu a dúvida se coloca DI ou ES, sendo então ajudado por um colega. Conhecia os comandos mas não sabia visualizar o desenho todo e fazer um planejamento para a execução, apresentando um estilo de pensamento bottom-up. Queria sempre ser ajudado, mostrando-se muito inseguro.</p>	<p>PC - Apesar de ter faltado à 1ª aula, trabalhou em dupla com seu colega L que o ajudou a fazer "os botões". Confundiu a utilização dos comandos MT e NORMAL. Mas consultando o caderno para recordar a função de cada um dos comando superou esta dificuldade. Convém ressaltar que "os botões" ficaram no lugar certo e na mesma direção conforme a figura I. Fez todo o trabalho, conferiu os comandos anotados. Não teve dificuldade. Visualizou o desenho, e desde o início já sabia o que fazer. Fez o programa.</p>
---	---	---

Figura 5. 10 - Relato do desempenho dos alunos A, P e PC na atividade A4.

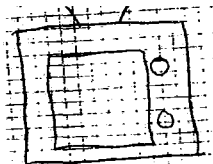
Identifica-se nas intervenções da professora, que apesar de estarem trabalhando num ambiente que facilitaria a

exploração, ela transferia uma postura que leva ao automatismo. Por exemplo, com o aluno **A**, que queria desenhar um semi-círculo, ela considerou trivial que um aluno de 3ª série compreendesse a relação do número de repetições com o ângulo escolhido e a relação destes dois entes com a representação da circunferência. No entanto, como "decorando" este procedimento de dividir por dois o número do REPITA leva a construção na tela de um semi-círculo, o aluno **A** depois de testar esse procedimento várias vezes passou a utilizá-lo.

Identifica-se, também, que a professora subestimava as dificuldades de **P**. Estas dificuldades descritas pela professora como falta de atenção e concentração são, de fato, dificuldades que merecem respeito. Neste caso duas são as causas identificadas: sintaxe e significado do comando REPITA.

Terceira aula - Os alunos conferiram e refizeram, quando necessário, o trabalho e foi ensinado o comando APRENDA.

Na figura 5.11 é apresentado o trabalho do aluno **A** no papel quadriculado e no programa de LOGO:



FR:60;	DI:90;	DI:90;	CL;	VO:15;
DI:90;	DI:90;	FR:5;	REPITA 36 [FR 1 DI 10];	DI:50;
FR:60;	FR:50;	FR:5;	APAGA; 1	??:40;
DI:90;	FR:10;	FR:5;	VO:20;	DI:50;
FR:60;	FR:10;	FR:5;	SC;	FR:15;
DI:90;	FR:5;	FR:2;	FR:10;	SC;
FR:60;	FR:10;	DI:90;	FR:10;	VO:15;
SC;	FR:85;	FR:10;	CL;	DI:90;
FR:30;	FR:10;	SC;	REPITA 36 [FR 1 DI 10];	FR:15;
ES:90;	FR:10;	DI:90;	FR:40;	FR:10
FR:10;	DI:90;	FR:10;	FR:10;	
CL;	FR:85;	ES:90;	FR:10;	

Figura 5.11 - Trabalho de A no papel quadriculado e programa em LOGO.

A₅ - Atividade 5: Desenhar um ônibus.

A proposta geral era desenhar um ônibus de acordo com o esboço feito no quadro e apresentado na figura 5.12:

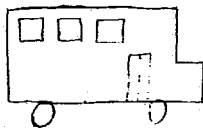


Figura 5.12 - Esboço do ônibus.

O objetivo dessa atividade foi o de verificar se em um novo desenho os alunos saberiam utilizar os comandos do LOGO. Neste trabalho os alunos não apresentaram dificuldade em desenhar a carroceria, a porta e as janelas. A dificuldade apresentada foi na colocação das "rodinhas", apesar do procedimento já ter sido dado pela professora em atividades anteriores e ela ter interferido alertando para as posições da tartaruga e das "rodinhas". Após as discussões foram desenhados os esboços da figura 5.13:

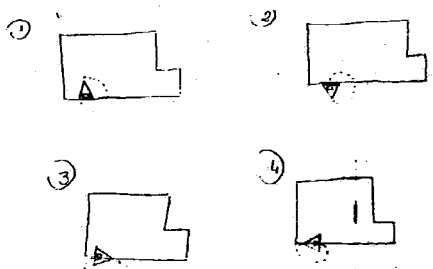


Figura 5.13 - Esboço do ônibus.

Os alunos concluíram que a melhor maneira de colocarem a tartaruga era como nas posições 3 ou 4. Nesta atividade os alunos trabalharam paralelamente no papel e no computador e perceberam a importância do comando REPITA para fazer as "rodinhas" e as janelas do ônibus.

O tempo de duração dessa atividade foi de quatro horas/aulas, assim distribuídas:

- Primeira aula - proposta da atividade, esboço no papel quadriculado.
- Segunda aula - programação em LOGO, anotando os comandos.

- Terceira aula - continuação da programação iniciada na aula anterior.
- Quarta aula - conferir o trabalho e aprender a gravar.

A seguir tem-se o desempenho dos alunos **A**, **P** e **PC**:

Primeira aula

Os alunos **A** e **PC** trabalharam, juntos. Ambos já dominavam os comandos do LOGO. Foi observado que o aluno **A** ficou mais dispersivo trocando DIREITA (DI) com ESQUERDA (ES), sendo corrigido pelo aluno **PC**, o que não ocorria quando trabalhava sozinho.

O aluno **P**, nesta aula, rendeu mais e saiu lucrando, pois realizou trabalho com o colega **L** que conseguia motivá-lo e ele começou a render mais (interação social). **P** conseguiu fazer a carroceria do ônibus sem perguntar nada.

Segunda e terceira aulas

O aluno **A** trabalhou sozinho, conseguiu fazer a programação e o desenho perfeitos, só não deu tempo de conferir os comandos. Mostrou o desenho pronto à professora.

O aluno **PC** trabalhou sozinho. A sua única dificuldade foi em não ter ainda memorizado a função de cada comando. Confundia SC e CL com ST e MT.

O aluno **P**, considerado inseguro nas análises feitas nos encontros semanais, só conseguiu fazer o trabalho sendo orientado, todo o tempo, pela professora ou por um colega. Apesar de conhecer a função de todos os comandos, não sabia usá-los. Por exemplo fez o contorno do ônibus sozinho e depois não sabia o que deveria fazer. Perguntou à professora que sugeriu que fizesse as rodas. Ele fez as rodas e novamente quis saber da professora o que deveria fazer a seguir.

Quarta aula

Os alunos **A** e **PC** trabalharam, juntos conferiram os programas que cada um tinha feito nas aulas anteriores, verificaram todos os comandos anotados errados e corrigiram. A seguir o programa dos alunos **A** e **PC**:

Aprenda Ônibus	REPITA 36 [FR 2 ES 90]	ES 90	DI 90	FR 5
FR 60	VO 30	FR 10	FR 10	FR 10
DI 90	VO 30	ES 90	SC	ES 90
FR 60	REPITA 36 [FR 2 ES 90]	FR 30	FR10	FR 10
DI 90	FR 25	VO 30	ES 90	DI 90
FR 30	DI 90	FR 50	DI 90	ES 90
ES 90	FR 30	ES 90	ES 180	FR 10
FR 30	ES 180	FR 10	FR10	ES 90
DI 90	FR 20	ES 90	ES 90	FR 10
FR 30	ES 90	FR 10	FR 10	SC
DI 90	FR 30	ES 90	SC	ES 90
FR 90	VO 30	DI 180	ES 90	FR 10
VO 20	DI 90	FR 10	FR 10	Fin

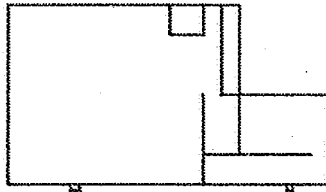


Figura 5.14 - Trabalho de A e PC - Aprenda Ônibus

Os alunos **A** e **PC** trabalharam com muita autonomia, apesar de se confundirem um pouco quando usavam o MT ou NORMAL. Corrigiam logo sem maiores problemas, realizaram sozinhos todas as correções dos comandos anotados errados. Verificou-se nesse trabalho que eles já começavam a associar, economizando a quantidade de comandos utilizados no programa.

O aluno **P** conseguiu fazer o trabalho mas não tinha a autonomia demonstrada pelos outros dois. Precisava de alguém dizendo a cada passo o que ele devia fazer. Ele sabia executar ordens. Ao terminar o trabalho não teve tempo de conferir e corrigir possíveis distorções.

Observou-se que ao passar do modo direto para o modo editor, os alunos que não possuíam um registro, em geral, não chegavam ao resultado esperado e isto os desestimulava. Aos poucos eles iam percebendo a importância de manter um registro.

EPISÓDIOS 3 E 4: Simetria e comando Repita

A₆ - Atividade 6: Desenhar um quadrado utilizando o comando REPITA.

O objetivo dessa atividade era introduzir o significado do comando REPITA e capacitar os alunos para utilizá-lo. Partindo de um procedimento conhecido dos alunos para fazer um quadrado, eles ditaram os comandos deste procedimento e a professora escreveu no quadro, de modo a destacar a lista que se repetia [FR 10 DI 90].

REPITA 4 [FR 10 DI 90] ou REPITA 4 [FR 10 ES 90]

Os alunos, que já haviam trabalhado com o quadrado, constataram que bastava trocar o número referente ao tamanho do lado na lista do REPITA para desenharem quadrados de tamanhos diferentes.

Na Geometria Euclidiana as características do quadrado são quatro ângulos retos e quatro lados congruentes e na geometria da tartaruga os comandos FR n DI 90, FR n DI 90, FR n DI 90 e FR n já traçam um quadrado. Portanto 4 lados de medida n e 3 ângulos retos são suficientes para representar um quadrado na tela em LOGO.

A professora observou que os alunos apresentavam muita dificuldade, ao desenharem um quadrado na tela, em identificar a direção da tartaruga. Mostrou neste momento que existia um comando DEFDIREÇÃO que definia a direção da tartaruga e deu os seguintes exemplos:

DEFDIREÇÃO 0; DEFDIREÇÃO 90; DEFDIREÇÃO 180; DEFDIREÇÃO 270

Observou-se que à posição DEFDIREÇÃO 0 da tartaruga era simétrica da posição DEFDIREÇÃO 180 e analogamente a posição DEFDIREÇÃO 90 era simétrica da posição DEFDIREÇÃO 270. Foi dito aos alunos que o número usado logo depois do comando era o que definia a posição.

A₇ - Atividade 7: Desenhar um tema ligado à Copa do Mundo.

Esta atividade foi a última do primeiro semestre para a 3ª série e teve a duração de duas horas/aula. Os alunos tiveram liberdade de escolher o desenho ligado ao tema COPA 94. Na figura 5.15 tem-se os trabalhos realizados pelos alunos:

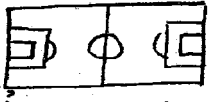
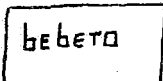
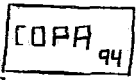
<p>A - Escolheu como desenho o campo de futebol que é um bom desenho para se explorar a simetria. Inicialmente não foi chamada atenção para a simetria do campo. Aguardamos para acompanhar como ele desenvolveria o trabalho. Começou fazendo o esboço no papel quadriculado apresentado a seguir:</p>  <p>Depois foi fazer o programa para o computador. Fez o retângulo indicando a metade do campo depois percebeu que se colocasse o dobro da medida faria o outro lado também, traçou o meio do campo e pediu a professora ajuda para fazer o círculo do centro pois não estava conseguindo posicionar a taratruca no lugar certo. Após essa ajuda A percebeu intuitivamente que tudo o que foi feito de um lado tinha que ser feito simetricamente do outro lado e assim o fez.</p>	<p>P - Escolheu escrever o nome de um jogador conforme o esboço a seguir:</p>  <p>Fez esse trabalho em dupla e não pediu ajuda a professora. Ele fez o "B" minúsculo pois era mais fácil. Para P. essa atividade serviu para ele fixar os comandos.</p>	<p>P.C. - Iniciou fazendo um boneco, que era o símbolo da copa mas teve dificuldade e desistiu. Na aula seguinte fez o que esta esboçado a seguir:</p>  <p>Não teve dificuldade alguma e fez tudo sozinho.</p>
--	---	--

Figura 5.15 - Desempenho dos alunos A, P e PC na atividade A7.

Nas atividades **A₆** e **A₇**, aqui descritas, os alunos tiveram os primeiros contatos com a simetria que seria explorada no segundo semestre.

5.1.1.2 RELATO DAS ATIVIDADES DA 4ª SÉRIE

EPISÓDIO 1 - Recordação de comandos (RC)

A₈ - Atividade 8: Desenhar uma casa simplificada

A professora iniciou esta atividade propondo o desenho feito por ela no quadro negro e pelos alunos no papel quadriculado conforme o esboço da figura 5.16:

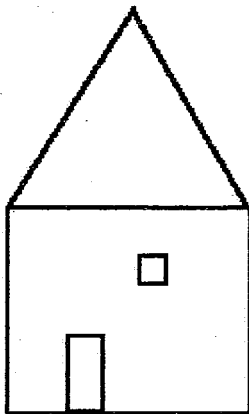


Figura 5.16 - Casa simplificada.

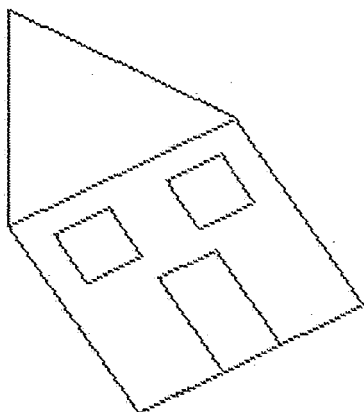
Depois foi proposta a seguinte questão: como desenhar esta casa no computador utilizando os comandos aprendidos no ano anterior?

Foi observado que enquanto os alunos desenhavam no papel, iam se lembrando dos comandos e ensinando para os alunos novos do grupo. Aparentemente parecia que eles se lembravam de tudo e não tiveram nenhuma dificuldade de reproduzir o desenho. Depois de terminada esta tarefa escrita eles foram distribuídos em grupos de três alunos por computador e foram tentar responder à pergunta feita pela professora. Os alunos antigos se lembravam dos comandos para desenhar o corpo da casa (o quadrado) e em relação ao ângulo reto não apresentavam dificuldade. No entanto não foi tão simples decidir quanto deveriam girar para desenhar o telhado (triângulo equilátero). Eles fizeram por tentativa. Os alunos novos fizeram todo o trabalho por tentativa.

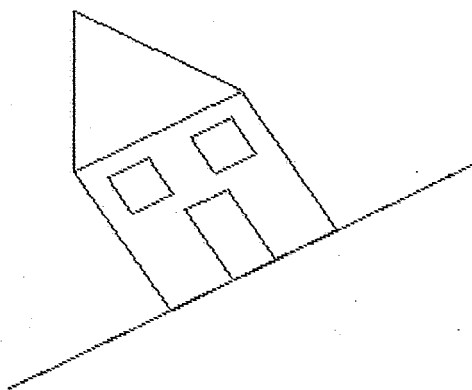
Os alunos observados na 4^a série foram: **RI**, **RA** e **GA** cujo desempenho será apresentado a seguir.

O aluno **RI** fez sozinho a casa. Desenhou o quadrado usando o ângulo reto e o comando **REPITA** corretamente para fazer as janelas e o triângulo foi feito na tentativa. Ao

final a casa ficou completa mas torta, conforme a representação a seguir:



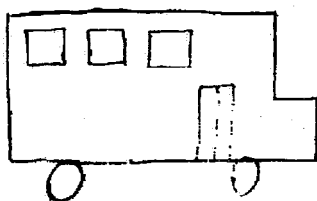
Para consertar, ele disse que a casa estava em cima de um morro e desenhou o chão.



Os aluno **RA** e **GA** não fizeram o desenho.

A₉ - Atividade 9: Desenhar um ônibus

O objetivo desta atividade era verificar se os alunos se lembravam do procedimento para desenhar uma circunferência na tela usando o comando REPITA. Foi proposto desenhar um onibus conforme o esboço a seguir:



O procedimento para realizar a circunferência já tinha sido "dada" anteriormente pela professora. Os alunos a utilizaram como se utiliza uma fórmula da qual ainda não se apropriaram, isto é, com a repetição do seu uso memoriza-se temporariamente e depois esquece-se. Como era de se esperar a maioria dos alunos deu comandos errados para fazer as rodas do onibus. A professora escreveu de novo no quadro

REPITA 36 [FR 2 DI 10 } ou REPITA 36 [FR 2 ES 10]

Ela explicou que dependendo da posição da tartaruga poderia se dar um ou outro comando.

A figura 5.17 apresenta as observações do desempenho dos alunos:

<p>RI - Fez sozinho, conseguiu terminar. Só pediu ajuda depois de ter tentado muitas vezes. Uma vez explicado ele percebeu e absorveu logo. Quando desenhou o quadrado ele não conseguiu usar o REPITA ele preferiu executar os comandos quatro vezes.</p>	<p>RA - Teve muita dificuldade de lembrar os comandos. Era muito inseguro, depende de ajuda. Perguntava tudo à professora que respondia de tal forma a obrigá-lo a redescobrir a função dos comandos. Esteve sempre atrasado.</p>	<p>GA - Muito dispersivo e distraído, fez o trabalho em dupla com um colega mas não conseguiu chegar ao fim. Ainda apresentava dificuldade de lateralidade.</p>
---	--	--

Figura 5.17 - Relato do desempenho dos alunos RI, RA e GA na atividade A₉

Nesta etapa os alunos da 4^a série também estavam trabalhando no modo direto no computador e ainda usavam uma quantidade muito grande de comandos para fazer um desenho.

Por exemplo o programa do aluno **RI** mostrado na figura 5.18:

APRENDA ÔNIBUS:

FR 40	DI 90	CL	CL	ES 90
ES 90	ES 180	DI 90	ES 90	CL
FR 120	CL	FR 20	FR 20	FR 20
ES 90	REPITA 36 [FR 2 DI 10]	ES 90	DI 90	DI 90
FR 80	ES 180	FR 20	FR 20	FR 20
ES 90	FR 80	ES 90	DI 90	DI 90
FR 160	REPITA 36 [FR 2 DI 10]	FR 20	FR 20	FR 20
ES 90	ES 90	ES 90	DI 90	DI 90
FR 40	FR 340	FR 20	FR 20	FR 20
ES 90	VO 50	ES 90	VO 20	FR 20
FR 40	ES 90	FR 20	ES 180	ST
ES 90	SC	SC	SC	FIM
FR 40	FR 60	FR 10	FR 10	

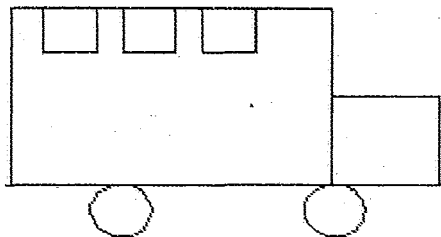
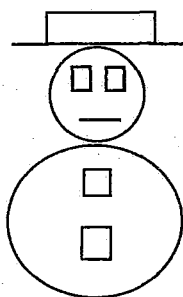


Figura 5.18 - Programa Ônibus

EPISÓDIOS 2 E 3 - Fixação de comandos (FC) e Utilização do comando Aprenda (AP).

A₁₀ - Atividade 10: Desenhar um boneco de neve.

A proposta desta atividade era ensinar os alunos a usar o editor de texto para programar. Foi solicitado que eles desenhassem um boneco de neve conforme o esboço a seguir:



A seguir as observações do desempenho dos alunos:

<p>RI - Fez a atividade sozinho, rápido e certo. O boneco ficou perfeito mas anotou os comandos errados no caderno o que dificultou a programação. Solicitou a ajuda da professora para gravar. Como ele tinha anotado os comandos errados, na hora de conferir o boneco saiu errado o que o obrigou a conferir novamente todos os comandos. Não conseguiu programar de modo a obter o resultado na tela.</p>	<p>RA - Muito inseguro só fazia se houvesse alguém perto. Continuava com dificuldade mas fez esta atividade melhor do que a outra apesar de sentir necessidade da presença da professora mesmo calada. Trabalhou sozinho. Continuou confundindo DI com ES perguntando sempre. A professora ficando do lado dele, mesmo sem intervir, fez com que ele trabalhasse mais rápido. Não tinha noção do tamanho dos passos da tartaruga ao dar o comando para frente ou para trás. Assim mesmo conseguiu terminar o desenho mas não deu tempo de gravar.</p>	<p>GA - Trabalhou em dupla e apresentou dificuldade para fazer as circunferências do boneco (cabeça e corpo), pois ficava em dúvida se fazia a circunferência para a direita ou esquerda. Na realidade o GA praticamente não fazia nada. O seu colega de dupla fazia tudo ele só fingia que trabalhava quando a professora se aproximava. O boneco ficou incompleto sem chapéu e sem programar.</p>
--	--	---

Figura 5.19- Desempenho dos alunos RI, RA e GA na atividade A₁₀.

Foi explicado no quadro, pela professora, como eles teriam que ensinar a tartaruga usando o comando APRENDA - AP, "APRENDA BONECO" e a seguir digitar os comandos do programa que desenhava o boneco e no final escrever "fim". Como era a primeira vez que os alunos iam programar, eles estavam apresentando muita dificuldade de trabalhar com o editor de texto. Eles foram acompanhados e observados de perto para serem ajudados, caso fosse necessário, a ultrapassar as dificuldades. Por exemplo, foram ajudados a descobrir como corrigir um programa, possibilitando assim melhor desempenho na programação das atividades seguintes.

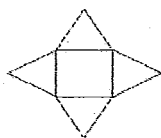
Como os alunos se desinteressavam com muita facilidade, a professora para motivá-los ia mudando o tema dos desenhos de acordo com a escolha feita por eles, levando-os a escrever e a programar para uma posterior gravação do trabalho realizado. Esta estratégia foi usada com muito sucesso.

A₁₁ - Atividade 11: Desenhar Estrela I

Esta atividade tinha os seguintes objetivos:

- recordar e fixar os comandos já aprendidos
- Utilizar corretamente o editor de texto.

A proposta foi fazer um desenho, chamado de estrela I, formado de um quadrado e quatro triângulos equiláteros dispostos conforme o esboço a seguir:



Para atingir os objetivos propostos acima, inicialmente trabalhou-se a construção do triângulo equilátero e do quadrado. Os alunos descobriram o que fazer visualizando o desenho, intuindo, explorando e experimentando. Ao mesmo tempo que iam recordando e fixando as características relevantes do triângulo, do quadrado e das funções dos comandos, como virar a tartaruga para direita ou esquerda de 30° , 45° , 60° , 90° e 120° . Eles construíram o quadrado corretamente, e depois, sobre cada lado do quadrado, construíram o triângulo. Os alunos achavam que para construir o triângulo eles teriam que virar 45° mas quando o fizeram, verificaram que não dava certo. A professora interveio chamando atenção para a posição inicial da tartaruga (direção 90°). Alguns alunos tentaram virar DI 35° e outros ES 35° o que não deu certo. Então tentaram DI 30° e/ou ES 30° deu certo pois a tartaruga estava na posição inicial. A medida do ângulo externo do triângulo foi achada por tentativa.

A professora chamou a atenção para o ângulo interno do quadrado e os alunos concluíram que o ângulo interno do triângulo media 60° , comparando o que eles tinham encontrado por tentativa. Portanto para fazer um dos lados do triângulo eles teriam que virar a tartaruga para a esquerda ou direita de 120° . Feito um triângulo, repetiram o mesmo processo para construir os outros três, o que foi feito rapidamente.

A figura 5.20 apresenta o desempenho dos alunos:

<p>RI - terminou o trabalho e guardou. Na hora de verificar o desenho este deu errado. Começou então a conferir e a descobrir os seus erros. Solicitava a professora quando tinha dúvidas. Concluiu que errou por falta de atenção, pois tinha esquecido de anotar alguns comandos. O importante é que ele conseguiu achar a maioria de seus erros, consertou o programa e guardou certo (reflexão).</p>	<p>RA - fez em dupla e desta vez o seu rendimento foi muito melhor, apesar de não ter dado tempo para terminar o trabalho. O colega que trabalhava com ele teve um rendimento ótimo. Fez todo o trabalho, anotou os comandos corretamente e a gravação saiu certa. Solicitou a professora somente para confirmar se em dado momento a tartaruga tinha que virar 120°. Ensinou para o RA (interação social).</p>	<p>GA - estava trabalhando em dupla. Terminaram o trabalho e gravaram com muitos erros não conseguindo corrigi-los. Eles tinham esquecido de anotar alguns dos comandos e os dois foram socorridos pela professora. Só assim conseguiram terminar o trabalho e gravar o desenho certo. Sózinhos não teriam conseguido.</p>
---	--	---

Figura 5.20 - Desempenho dos alunos RI, RA e GA na atividade A₁₁

Nesta atividade, escrever o programa transformou-se em um exercício escrito onde os alunos não estavam nem explorando, nem descobrindo e o desenho não seria utilizado posteriormente, portanto não houve interesse em guardar o programa. Este desinteresse pela atividade, que já tinha sido observado anteriormente, justificou-se pelo fato de que "escrever o programa" tenha se tornado uma atividade rotineira.

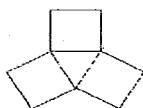
Por outro lado, o fato dos alunos corrigirem os seus comandos para guardar os programas certos, possibilitou a reflexão sobre o tipo de erros que vinham comentando e o que poderia ser feito para que esses erros não se repetissem. Começaram a prestar mais atenção na escrita dos comandos, a verificar se não tinham esquecido de anotar alguns ou se eles foram anotados corretamente.

A₁₂ - Atividade 12: Desenhar a Estrela II

Os objetivos dessa atividade eram:

- Fixar os comandos
- Utilizar corretamente o comando APRENDA.

A proposta era fazer a estrela II formada de um triângulo equilátero e três quadrados, conforme esboço a seguir:



A figura 5.21 apresenta o desempenho dos alunos.

<p>RI - realizou e gravou a tarefa certa. Trabalhou sozinho.</p>	<p>RA - só teve uma dificuldade ao fazer o primeiro quadrado, pois não tinha percebido que o triângulo estava no centro do esboço e que tinha um lado comum com o quadrado. Solicitou a professora, que o mandou olhar o esboço. Ele percebeu onde tinha se enganado. Fez e gravou o trabalho certo.</p>	<p>GA - trabalhou em dupla. Fez e gravou certo o trabalho. Só chamou a professora para mostrar a tarefa pronta</p>
---	---	---

Figura 5.21 - Desempenho dos alunos RI, RA e GA na atividade A₁₂.

Os alunos construíram primeiro o triângulo equilátero levando em conta a posição inicial da tartaruga direção 90°. Viraram ES 30° e/ou DI 30° e depois fizeram a tartaruga andar FRENTE tantos passos para desenhar o primeiro lado. Viraram 90° para direita e/ou para esquerda e depois viraram mais 30° para direita e/ou esquerda e novamente FRENTE tantos passos, construindo assim o triângulo equilátero.

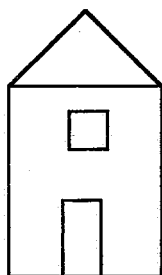
Foi verificado nesta atividade que todos os alunos conseguiram fazer o triângulo equilátero certo e guardaram o desenho corretamente, porém na construção do triângulo não aplicaram a propriedade associativa.

EPISÓDIOS 4 E 5: Utilizar o Comando Repita e Introduzir o Conceito de Simetria.

A₁₃ - Atividade 13: Desenho livre

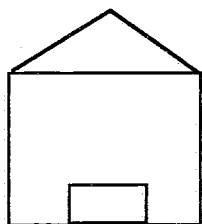
A proposta era fazer um desenho, cujo programa tivesse no máximo 30 comandos, utilizando as formas geométricas: triângulo, quadrado, circunferência.

O aluno **RI** fez o seguinte desenho:



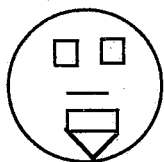
Fez o trabalho sozinho; só pediu ajuda fazer a lua cheia, mas sabia que tinha que usar REPITA 360. Desta vez o erro que ele cometeu foi a falta de espaço entre os colchetes e os comandos dados no programa a ser gravado.

O aluno **RA** fez, em dupla, o seguinte desenho:



Não perguntou nada à professora. Trabalhou com seu colega de parceria, usou o APRENDA, gravou o trabalho com alguns erros por anotação errada ou por esquecimento de alguns comandos, erros esses que foram corrigidos pela dupla. Na correção do programa a dupla contou com a ajuda da professora.

O aluno **GA** também trabalhou em dupla, não teve dificuldade para fazer o desenho. Só pediu a ajuda da professora para gravar e para encontrar os poucos erros que apareceram, fazendo o desenho esboçado a seguir:



Os alunos conseguiram fazer o esboço do desenho na folha de papel. Usaram as formas geométricas pedidas mas não conseguiram fazer o programa com somente 30 comandos. Mais uma vez, verificou-se que os alunos não usaram recursos que os ajudassem associar para obter um número mínimo de comandos.

Cabe ressaltar que os desenhos escolhidos já tinham sido realizados anteriormente: casa e cabeça de boneco; e constata-se que os alunos, nessa atividade, foram pouco criativos.

A₁₄ - Atividade 14 - Desenhar Letras

Ao iniciar essa atividade a professora recordou o trabalho do ano anterior feito com espelhos. Foi, então, proposta a seguinte atividade: dividir a tela ao meio horizontalmente e escrever uma palavra de no mínimo três letras na parte de cima e espelhá-la na parte de baixo.

A professora observou inicialmente que a atividade é parecida com a do ano anterior, só que, nesta atividade seria necessário imaginar o espelho colocado no chão, na posição horizontal e não na vertical. Os alunos perguntaram à professora "como ficariam as letras no espelho colocado no chão?" A professora pediu então que eles imaginassem como seria o reflexo deles em pé à beira de um lago.

Os alunos responderam "que a imagem deles no lago começaria pelo pé que eles ficariam de cabeça para baixo". Concluíram então que as letras da palavra escolhida também ficariam de cabeça para baixo quando espelhadas.

Esta colocação do espelho e a divisão da tela ao meio horizontalmente são complicadores pois os alunos tiveram que fazer a imagem mental de como seria a palavra refletida.

Todos entenderam como a tarefa deveria ser feita. Os alunos nos seus grupos escolheram as palavras LUA e FLA que foram escritas e espelhadas horizontalmente, primeiramente em papel quadriculado. A atividade no papel quadriculado exigia apenas que eles escrevessem e depois refletissem a palavra, conforme o esboço a seguir:

L U A

A U L

Para realizar essa tarefa no computador os alunos tinham que escrever o programa, isto é, anotar corretamente os comandos imaginando como o desenho apareceria. Eles

desempenharam esta tarefa com muita facilidade e sem a interferência da professora.

RI fez o trabalho rapidamente, a tela ficou ótima, mas não teve muita cautela e anotou alguns comandos errados. Isto apareceu na hora de gravar. Como sempre, ele consertou.

RA e GA estavam trabalhando em grupo mas não pertenciam ao mesmo grupo. Fizeram o trabalho com mais cuidado e tiveram poucos erros ao escrever o programa no editor de texto. A tela de cada um deles ficou ótima.

A₁₅ - Atividade 15 - Desenhar um Campo de Futebol.

O tema desta atividade foi a copa do mundo e foi sugerido aos alunos desenhassem um campo de futebol, pois as disposições das marcas no campo são simétricas em relação a linha do meio.

RI fez o desenho rapidamente. Percebeu que tudo que fizesse de um lado teria que fazer espelhado do outro. Fez a gravação corrigindo os erros. Trabalhou sozinho. Psts escrever o "Programa da Copa" começou mandando a tartaruga andar para frente 1000 passos. Então avaliou esse erro, colocou a tartaruga na posição inicial e recomeçou.

FR 1000	FR 100	FR 40	SC	FR20
CENTRO	DI 90	DI 90	FR 6	DI 90
FR 20	CL	FR 40	CL	FR 109
DI 90	FR 20	FR 60	FR 108	SC
REPITA 36 [FR 4 DI 10]	VO 40	DI 90	DI 90	FR 6
ES 90	ES 90	DI 10	FR 28	CL
VO 25	FR 60	ES 90	DI 90	REPITA 18 [FR 2 DI 10]
DI 90	FR 60	REPITA 18 [FR 2 DI 10]	FR 109	
SC	DI 90	FR 2	DI 90	

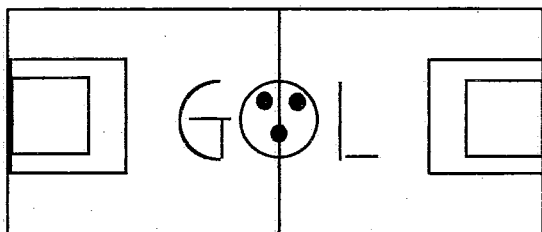
RI, em alguns momentos, não simplificou. Por exemplo, digitou FR 60 FR 60 em lugar de digitar FR 120.

RA teve resultado igual ao do RI.

GA teve dificuldade em posicionar a tartaruga para fazer o circulo no centro. Superada a dificuldade terminou o trabalho sem maiores problemas, gravou e corrigiu os erros que apareceram.

Os alunos conseguiram desenhar um lado do campo avaliando as distâncias das marcas em relação ao meio de campo e depois refletiram o outro lado.

A seguir a representação do campo feito no papel quadriculado pelo aluno GA.



A₁₆ - Atividade 16: Desenhar um castelo.

Esta foi a última atividade do semestre, com os seguintes objetivos:

- Verificar se os alunos tinham superado a dificuldade na utilização do REPITA.
- Fazer um desenho com um número mínimo de comandos, aprendendo a simplificar e diminuir o número de comandos utilizados.

A professora recordou a atividade da Estrela I, a atividade **A₁₁**, desenhou e escreveu no quadro os comandos ditados pelos alunos, para fazer o triângulo equilátero de lado 30.

FR 30
ES 120
FR 30
ES 120
FR 30
ES 120

Neste momento os alunos perceberam que a tartaruga voltava para a posição inicial. A professora marcou com rosa os pares de comandos que se repetiam e pediu para os alunos usarem o comando REPITA, o que foi atendido prontamente.

"REPITA 3 [FR 30 ES 120]", foi tentado no computador e deu certo.

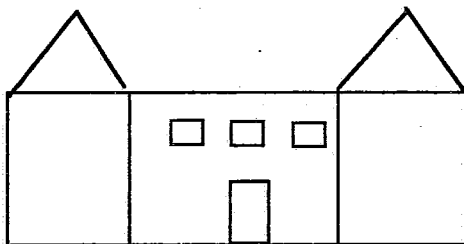
A professora perguntou aos alunos como era o retângulo. Eles responderam: "parece um quadrado, mas é um pouco diferente, ele tem lados iguais um de frente para o outro". Partindo dessa afirmação a professora desenhou no quadro o retângulo e disse que os lados do retângulo mediam 50 e 15 respectivamente e pediu os comandos. Os alunos ditaram os comandos e ela foi escrevendo no quadro com a disposição representada abaixo:

FR 50	FR 50
ES 90	ES 90
FR 15	FR 15
ES 90	ES 90

A disposição dos comandos colocados no quadro induziu os alunos a utilizarem o REPITA, o que foi feito prontamente:

REPITA 2 [FR 50 ES 90 FR 15 ES 90]

Após esta explicação, foi sugerido aos alunos desenharem um castelo utilizando o comando REPITA e escrevendo um programa que tivesse, no máximo, 30 comandos conforme esboço apresentado a seguir:



A figura 5.22 apresenta o desempenho dos alunos:

<p>RI - Fez todos os REPITAS com facilidade e certo. Realizando um bom trabalho com 37 comandos.</p>	<p>RA - faltou a uma aula e na outra em que estava presente teve dificuldade de usar o REPITA e de posicionar a tartaruga para fazer o retângulo. Foi o único do grupo que não terminou o trabalho.</p>	<p>GA - trabalhou com muita segurança. Utilizou os REPITA no lugar certo, usou 29 comandos e gravou certo.</p>
---	--	---

Figura 5.22 - Desempenho dos alunos RI, RA e GA na atividade A16

A professora informou à pesquisadora, que este castelo poderia ser feito com no mínimo 20 passos de programa, mas na sua opinião seria difícil para os alunos, pois só agora eles estavam aprendendo a simplificar os programas.

Os alunos da 4ª série recordaram e fixaram os comandos já vistos anteriormente e também aprenderam a programar.

Inicialmente eles pediam auxílio à professora para aprender a utilizar os comandos APRENDA, EDITE, GRAVE e LEIA.

Todas as atividades levaram mais de uma hora/aula para serem realizadas totalmente, algumas até levaram 3 horas/aula, pois para continuar uma atividade na aula seguinte, era preciso recordar, ao iniciar a aula, o que tinha sido feito na aula anterior. Os alunos que participaram desta investigação estão ainda no nível operatório concreto segundo Piaget.

Os alunos, tanto da 3ª série como da 4ª série, comprovaram a importância de se verificar a cada momento a posição da tartaruga para realizar com sucesso as atividades. Por exemplo, quando eles faziam o quadrado, ao final a tartaruga voltava a posição inicial, direção 90, o que não acontecia com outras figuras geométricas desenhadas. Aprenderam também a identificar a propriedade associativa nas atividades que exigiam número máximo de comandos (**A₁₅**, **A₁₆**).

No final desse semestre, tanto os alunos da 3ª série como da 4ª série, estavam trabalhando no LOGO com muita familiaridade e dominando os comandos que eles tinham utilizado, prontos para trabalhar nas atividades de simetria e translação no segundo semestre.

5.2 TRABALHO COM OS ALUNOS - 2º SEMESTRE

Neste semestre foram utilizadas as atividades estruturadas com a finalidade de desafiar os alunos a construir os conceitos de simetria e translação trabalhando em dois ambientes com uma multiplicidade de atividades.

A tabela 5.2 apresenta os episódios e os protocolos utilizados no 2º semestre:

EPISÓDIOS	ENTREVISTAS	SALA DE AULA	LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA
TRANSLAÇÃO	E ₃ : Lab. de Informática E ₄ : Sala de Aula	T ₁ : Caminhos T ₂ : Lateralidade T ₃ : Barquinho T ₄ : Papel Pontilhado T ₅ : Figuras T ₆ : Descrição, Avaliação T ₇ : Barco Inteiro	TL ₁ : Joanhina TL ₂ : Desenho Livre TL ₃ : "L" TL ₄ : Caminhão
SIMETRIA AXIAL	E ₃ : Lab. de Informática E ₄ : Sala de Aula	S ₁ : Papel Carbono S ₂ : Figuras S ₃ : Descrição, Avaliação S ₄ : Barco inteiro	SL ₁ : "L" SL ₂ : Barco SL ₃ : Caminhão
OUTROS	E ₁ : Entrevista para coleta de dados pessoais E ₂ : Entrevista com os alunos da 3ª e 4ª séries.	Redação analisando as atividades realizadas.	Redação sobre as ações no computador Fichas de observação

Tabela 5.2 - Relação das atividades do 2º semestre.

Esta tabela retrata apenas as atividades aplicadas e não reflete o processo dinâmico e exploratório desenvolvidos nos dois ambientes.

Com os alunos iniciamos as atividades no laboratório de Informática e depois em sala de aula enquanto que com as professoras fizemos o caminho inverso.

5.2.1 ATIVIDADES NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA.

Atividades de Translação e Simetria realizadas com os alunos de 3ª e 4ª séries.

As quatro atividades de translação e as três de simetria propostas no laboratório de Informática, foram as mesmas para as duas séries.

5.2.1.1 ATIVIDADES DE TRANSLAÇÃO

TL₁ - Atividade 1 - Desenhar a joanhina.

Esta atividade foi batizada com esse nome pelos alunos induzidos pela professora que desenhou no quadro um bichinho e chamou de joanhina.

Alguns alunos fizeram antes o desenho no caderno conforme a figura 5.23:

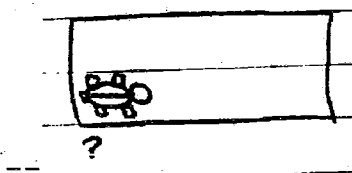


Figura 5.23 - Aluno A

Outros alunos foram direto trabalhar no computador.

A professora disse aos alunos que eles poderiam desenhar a joaninha em qualquer lugar da tela, mas que depois eles teriam que escolher um caminho reto para a joaninha andar.

Os alunos não tiveram dificuldade em perceber o movimento da joaninha; o que eles acharam difícil foi escrever o programa para desenhar a joaninha. A figura 5.24 apresenta o desempenho dos alunos:



<p>A - teve dificuldade de posicionar a tartaruga para desenhar as pernas na primeira joaninha mas quando acabou, disse "agora é só copiar em outro lugar" para fazer a outra. Anotou os comandos certos e as duas joaninhas ficaram idênticas</p>	<p>P - quando terminou o trabalho disse "as duas joaninhas são gêmeas". Anotou os comandos certos e as duas joaninhas ficaram idênticas</p>	<p>PC - anotou alguns comandos errados e as joaninhas não ficaram idênticas, a única diferença entre elas era a distância entre as patinhas como no desenho a seguir:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>1ª JOANINHA</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>2ª JOANINHA</p>  </div> </div>
---	--	--

Figura 5.24 - Desempenho dos alunos da 3ª série na atividade TL₁

Observa-se que na fala dos alunos está implícita a vivência do movimento de translação.

Todos os alunos das duas séries escreveram o programa, conforme ilustrado pelo trabalho do aluno **P** feito em parceria com um colega, na figura 5.25.

APRENDA JOANINHA

*SC; DEF DIREÇÃO 270 FR 110 CL; *REPITA 36 [FR 4 DI 10]; REPITA 4 [FR 6 ES 90];	SC; FR10 REPITA 9 [FR 4 DI 10]; CL; REPITA 4 [FR 6 ES 90]; DI 90 FR 45;	DI 90 REPITA 36 [FR 2 ES 10]; ES180 REPITA 95 [FR 4 ES 10]; REPITA 4 [FR 6 DI 90];	SC; VO 3; DI 90 CL; REPITA 4 [FR 6 DI 90]; DI 90 SC;	FR 150 ES 90 VO 20 CL; ES90*
---	---	--	--	--

Figura 5.25 - Trabalho da Joaquina.

Observou-se na escrita do programa que os alunos da 3ª série, de um modo geral, utilizavam o comando REPITA corretamente para desenhar círculos porém não para reduzir o número de comandos repetidos em outros procedimentos. Isto se deve ao fato de que o círculo foi introduzido como uma fórmula pela professora, mas o significado do comando REPITA ainda não tinha sido bem explorado. Além disso, verificou-se também que alguns alunos ainda não haviam assimilado a propriedade associativa pois escreviam FR 10, FR 20 e FR 30 em vez de utilizar direto o FR 60.

A figura 5.26 apresenta o desempenho dos alunos:

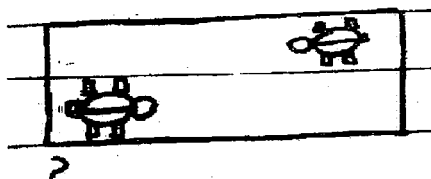
<p>RI (4ª série) - fez a primeira joaninha e se preocupou com a posição da tartaruga para fazer a outra. "Vou colocar a tartaruga na mesma posição", disse ele, achando que para fazer a segunda joaninha repetindo os mesmos comandos, tinha que andar com a tartaruga e ela tinha que ficar na posição inicial.</p>	<p>GA (4ª série) - trabalhou com mais dois colegas. Ele anotou no caderno os comandos da primeira joaninha, os da segunda foi lendo e digitando; a apresentação da tela ficou certa. Apareceram dois desenhos simétricos mas ele não o percebeu. O trabalho dele ficou assim :</p> 	<p>RA (4ª série) - fez o trabalho todo e não teve dificuldade. Apareceram as duas joaninhas idênticas.</p>
--	---	---

Figura 5.26 - Desempenho dos alunos da 4ª Série na Atividade TL1.

Todos os alunos, tanto da 3ª série como da 4ª série perceberam que tinham que aparecer duas joaninhas idênticas na tela, a primeira joaninha indicava de onde ela tinha partido e a outra indicava onde ela tinha chegado.

O tempo de duração do trabalho da joaninha foi de quatro horas/aula nas duas séries sendo que os alunos da 3ª série

utilizaram as quatro aulas para fazer o trabalho e os da 4ª série na quarta aula só gravaram.

O trabalho da joaninha terminou com uma redação onde os alunos davam sua opinião sobre a atividade. A seguir são transcritas algumas redações:

P (3ª série):

A Joaninha.

A minha dupla foi eu, Pedro e Diego.

Nós começamos a fazer o corpo dela. Depois nós fizemos o pé, depois a mão e finalmente a cabeça.

A joaninha andou, em diagonal pra cima e nós fizemos uma outra joaninha igualzinho a 1ª que eu fiz com o Diego.

Realmente esse foi um dos melhores trabalhos.

A (3ª série):

Joaninha.

O que eu achei mais difícil de fazer a cabeça porque era só um repita e a 2ª foi que eu fiz deu uma negócio estranho um rabisco no meio dela.

Ela não se mexeu nem nada e ela tinha uma irmã gêmea que era igualzinha à outra, é a próxima coisa que eu quero fazer é um pião.

PC (3ª série):

A Joaninha.

O trabalho da joaninha foi um dos melhores trabalhos porque aprendemos a fazer os trabalhos que nos deu a coisa boa que a informática tem. No começo, depois de fazer o círculo da barriga a coisa começou a complicar as pernas dela saiu torta e tive que apagar as duas pernas porque estavam muito grudadas. Mais depois dessa aula veio a outra e tudo ficou mais fácil.

RA em parceira com outro colega (4ª série):

Foi difícil fazer porque a joaninha tinha que ser idênticas e a joaninha tinha muitos detalhes. Eu escrevi todos os comando da joaninha, ela foi difícil na hora de fazer suas perninhas, eu quase não fiz o trabalho porque ninguém deixou, eles disseram que eu

erro muito e eu sou muito lento na hora de fazer os comandos da joaninha ou de qualquer outro trabalho de informática. Quem fez o trabalho foi eu outro colega e foi difícil.

GA mais dois colegas (4ª série):

Fiz a minha joaninha assim:

O meu trio era eu mais dois colegas, um foi me falando para eu bater no computador, o outro foi escrevendo.

Copiamos todos os comandos. Acabamos. Fomos conferir, deu certo. Na hora de gravar deu mais de 100 comandos, dividimos. Quando acabamos de gravar deu errado, na 2ª joaninha estava só com uma perna. Chamamos a professora RE, ela demorou para ajeitar, conferimos na folha. Tinha 3 comandos errados. Fomos ajeitar, eu e meus colegas ficamos nervosos, mas estava certo, a RE deu 95 porque ela ajudou, mas tudo bem, eu queria 100 mas 95 também é bom. Gostei muito do trabalho, foi muito emocionante, na hora de gravar eu e meus colegas ficamos nervosos, eu fiquei cansado quando fico escrevendo, aí acabou sobrando para o outro colega, adorei este trabalho, é o melhor da informática, e quando acaba o jogo eu fico jogando GP.

Em todas as redações a preocupação dos alunos era com a dificuldade de escrever o programa e não em perceber o movimento das figuras.

TL₂ - Atividade 2 - Desenho livre.

A proposta desta atividade era a mesma da atividade anterior. A única diferença era que os alunos tiveram a liberdade de escolher os desenhos.

Todos os alunos de ambas as séries, já sabiam que os dois desenhos tinham que ser idênticos somente ocupando lugares diferentes na tela. Por essa razão os comandos eram os mesmos representando o "caminhar" da tartaruga.

Cada grupo escolheu um desenho. Não tiveram dificuldade em realizar a atividade e o tempo de duração foi de 2 horas/aula.

Nesta atividade o aluno **A** (3ª série) disse " **quem anda é a tartaruga não é o desenho**". Ele quiz exprimir que o desenho só representava o caminho da tartaruga.

Os alunos vivenciaram nestas duas atividades o mesmo tipo de processo para perceber o movimento de translação. Mas eles só o terão incorporado quando tiverem transferido o conhecimento que vinha sendo construído para um outro contexto, identificando suas características relevantes.

TL₃ - Atividade 3 - Trabalhando com a letra " L".

Utilizou-se o micromundo desenvolvido por Laurie Edwards (1992), *Clima Microworlds: volume II*, que apresenta atividades estruturadas para trabalhar a geometria das transformações.

A **TL₃** foi realizada em três etapas diretamente no computador.

1ª Etapa - Aprendendo a trabalhar com o L - procedimento "ELE 1 1".

Iniciou-se introduzindo o comando GRADE que pontilha a tela representando o geoplano e o procedimento "**ELE 1 1**" que faz a **letra L** no meio da tela.

Uma vez executado pelos alunos este procedimento, foi proposto que escolhessem outro lugar, em linha reta, para fazer o segundo **L**.

A (3ª série) primeiramente fez o desenho na tela representado na figura 5.27:

```
ELE 1
DI 90
FR 50
ELE 1 1
```

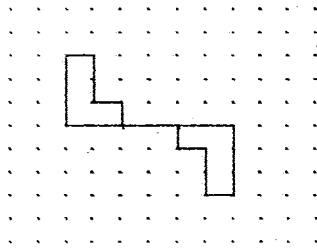


Figura 5.27 - Aluno A

Ele fez o trabalho deixando marcado o rastro da tartaruga. Isto o ajudou a verificar que a atividade precisava ser modificada para atender o que se estava pedindo. Percebeu que estava errado e fez pela segunda vez o desenho que representava uma translação.

Nesta atividade cabe ressaltar que somente repetir o comando ELE 1 1 em dois lugares diferentes não garante que apareçam as duas letras L na mesma direção representando uma translação. Vai depender da posição da tartaruga. Por exemplo no desenho de **A**, acima, a tartaruga, inicialmente, estava na direção 90 e apareceu o primeiro **L** no meio da tela. **A** colocou a tartaruga agora na direção 0 e ela andou para frente. Quando apareceu o segundo **L** ele disse: "o L não apareceu empurrado".

RI (4ª série), foi o único aluno das duas séries que fez os dois **L** sobre a mesma linha horizontal, pois, desde o início, estava preocupado com a posição da tartaruga e o percurso que ela iria realizar.

```
ELE 1 1
DI 90
FR 50
ES 90
ELE 1 1
```

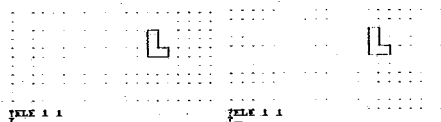


Figura 5.28 - Aluno RI.

2ª Etapa - Explorando os outros comandos do ELE.

Foram ensinados aos alunos os seguintes procedimentos:

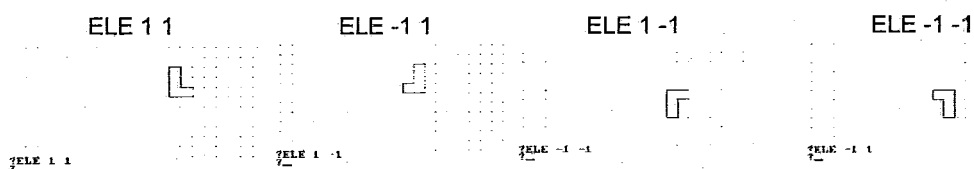


Figura 5.29 - Procedimentos do L apresentados aos alunos.

Foi pedido aos alunos, que usassem o **ELE -1 1** para fazerem um primeiro **L** e um outro na mesma posição em outro lugar.

A (3ª série) e **PC** (3ª série) fizeram levando em conta a posição da tartaruga. Todos dois associaram mentalmente o movimento do **L** à ação de empurrar e perceberam que para representar na tela o **L** transladado, a tartaruga tinha realizado uma composição de movimentos representados no programa escrito. **A** comentou: "empurrei o meu L para baixo" e **PC** disse: "o meu L foi para o lado". Ambos vivenciaram nesta atividade o movimento de translação representado pelas posições do **L**.

RI (4ª série) fez esta atividade do mesmo jeito que o **A** (3ª série) empurrando o **L** para baixo. Os demais alunos, pelo fato de não terem se preocupado com a posição da tartaruga, apresentaram diferentes representações do **L**, colocadas na figura 5.30:

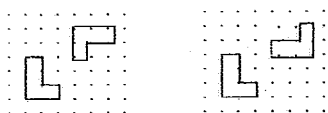


Figura 5.30 - Representações do L.

3ª Etapa - Identificando os movimentos com os comandos do L.

Nesta atividade não havia a preocupação de se trabalhar somente com o movimento de translação mas, também, introduzir diferentes movimentos, possibilitando aos alunos a identificação dos mesmos e de suas características relevantes.

Foi proposto somente aos alunos da 4ª série fazer um **L** utilizando o **ELE 1 -1** e repetir os mesmos comandos para fazer outro **L**, deixando o rastro da tartaruga. Os alunos não tiveram dificuldades na realização desta atividade. Comparando com as atividades já realizadas identificaram as diferenças nos tipos de movimentos.

Para os alunos da 3ª série foram propostas em sala de aula atividades de identificação dos movimentos que serão descritas e analisadas mais tarde.

As atividades de simetria e translação a seguir foram trabalhadas nas duas séries, utilizando os quatro tipos de procedimentos da letra **L** nas diferentes posições já estudadas, possibilitando a identificação de cada movimento. As atividades foram realizadas diretamente no computador. À medida que os alunos dominavam com segurança a linguagem LOGO, desenvolviam as estruturas lógicas de pensamento e libertavam-se de fazer esboços no papel antes de trabalhar no computador.

SL₁ - Atividade 4 - Trabalhando com o L a simetria axial

Esta atividade foi desdobrada em quatro etapas, trabalhando com simetria e translação diretamente no computador. Na atividade **TL₃** eram dados os comandos da letra **L** e o desenho aparecia na posição correspondente. Já nesta atividade, a estratégia usada foi colocar o desenho no quadro

e os alunos trabalhariam, no computador, digitando os comandos correspondentes.

1ª Etapa - Simetria axial (1).

Esta proposta tinha como objetivo identificar a simetria axial com as letras colocadas a uma certa distância do eixo de simetria como na figura 5.31.



Figura 5.31 - Simetria Axial (1)

RI (4ª série) desenhou na primeira tentativa a figura representando a simetria axial com as letras coladas no eixo de simetria, usou os comandos certos mas não deixou espaço entre as letras (figura 5.32). Ele comparou os dois desenhos e depois refez certo.

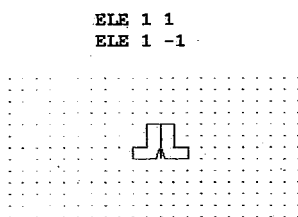


Figura 5.32 - Aluno RI - Simetria.

GA apresentou dificuldades. Tentou várias vezes e não obteve sucesso (figura 5.33). Sabia quais os comandos deveriam ser usados mas não se preocupou com a posição da tartaruga. A professora interveio fazendo-o constatar que para o desenho ser reproduzido de acordo com a proposta, a tartaruga teria que ficar na mesma posição.

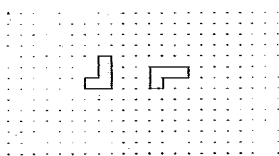


Figura 5.33 - Aluno GA - Simetria.

2ª Etapa - Translação (1).

Esta proposta tinha como objetivo identificar a translação com as letras apoiadas na mesma linha horizontal como na figura 5.34.

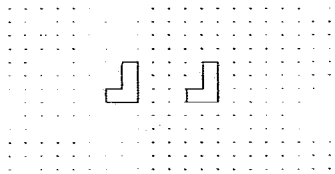


Figura 5.34 - Translação (1).

Os alunos observados não tiveram dificuldades em realizar esta etapa.

3ª Etapa - Translação (2).

Nesta etapa da translação, as letras estavam em uma mesma direção porém em uma linha inclinadas como na figura 5.35.

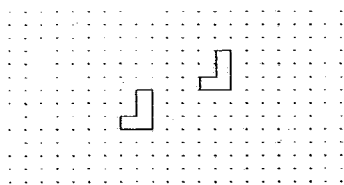


Figura 5.35 - Translação (2).

Nenhum aluno teve dificuldade em realizar esta etapa. Cabe ressaltar que para cada uma das posições das atividades de translação a tartaruga faz um determinado percurso. Por exemplo, na segunda etapa, a tartaruga vira para a direita e depois anda para frente. Aparecerem dois **L** na mesma linha horizontal. Os alunos disseram: "os **L** foram empurrados". Os alunos vivenciaram e compreenderam o movimento de translação no computador e souberam descrevê-lo oralmente, mas não por escrito.

4ª Etapa - Simetria axial (2).

Esta proposta tinha como objetivo identificar a simetria axial com as letras coladas ao eixo de simetria.

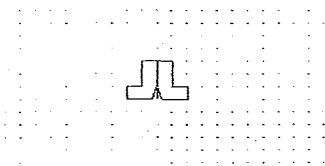


Figura 5.36 - Simetria (2)

Comparando a primeira etapa com esta, eles acharam que na primeira era usado o espelho e que nessa não.

Todos os alunos observados das duas séries identificaram os comandos e reproduziram os desenhos de cada uma das quatro etapas acima, sem dificuldade. Estas etapas serviram para os alunos compararem os desenhos, identificando os movimentos de translação e simetria e indicando as suas diferenças.

Como os alunos da 3ª série necessitavam de mais de uma hora/aula para resolver cada etapa, as três primeiras foram resolvidas pelos alunos das duas séries, enquanto que a quarta etapa só foi resolvida pelos alunos da 4ª série.

SL₁ - Atividade 5 - Redação

Como foi constatado anteriormente que os alunos tinham dificuldade em descrever redigindo as atividades que estavam realizando, foi proposta atividade a seguir:

Descreva o que aconteceu em cada uma das três etapas realizadas anteriormente (alunos de 3ª série), e nas quatro etapas realizadas anteriormente (alunos da 4ª série).

PC (3ª série)

1) "Na primeira vez eu tinha me esquecido de colocar a tartaruga reta, mas depois consegui colocar a tartaruga e o desenho em ordem".

<p style="text-align: center;">ELE 1 - 1 ELE 1 1</p>	<p>ELE 1 - 1 SC DI 90 FR 20 ES 90 CL ELE 1 1</p>
--	--

2) "Neste trabalho deu tudo certo. Eu errei só a posição da tartaruga".

<p style="text-align: center;">ELE 1 - 1 ELE 1 - 1</p>	<p>ELE 1 - 1 DI 90 SC FR 40 ES 90 CL ELE 1 - 1</p>
--	--

3) "Além de ser o mais difícil eu fiz com rapidez. Não tive erros. O L no começo ficou de cabeça para baixo. Mas depois consertei".

<p style="text-align: center;">ELE 1 - 1 ELE 1 - 1</p>	<p>ELE 1 - 1 SC ES 90 FR 60 DI 90 CL SC FR 60 DI 90 FR 20 CL ES 90 CL ELE 1 - 1</p>
--	---

A (3ª série)

1) "A tartaruga desenhou 2 Eles, um do lado esquerdo e outro do lado direito".

<p style="text-align: center;">ELE 1 - 1 ELE 1 1</p>	<p>ELE 1 - 1 DI 90 SC FR 30 ES 90 CL ELE 1 1</p>
--	--

2) "A tartaruga desenhou 2 Eles do lado esquerdo"

<p style="text-align: center;">ELE 1 - 1 ELE 1 - 1</p>	<p>ELE 1 - 1 DI 90 SC FR 30 ES 90 CL ELE 1 - 1</p>
--	--

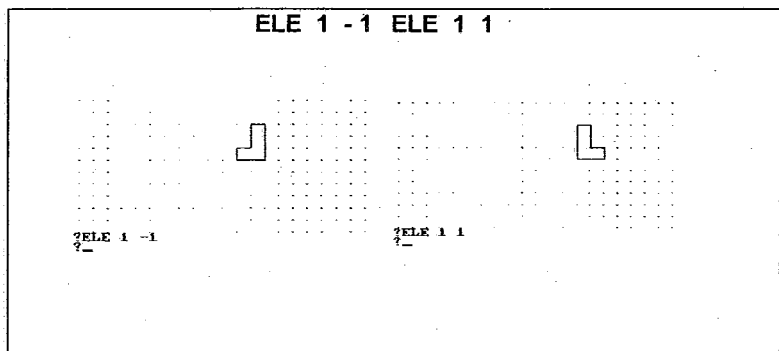
3) "Tem dois Eles do lado esquerdo, um em cima e outro embaixo".

<p style="text-align: center;">ELE 1 - 1 ELE 1 - 1</p>	<p>ELE 1 - 1 SC VO 45 CL DI 90 SC FR 45 ES 90 FR 70 SC VO 70 CL ELE 1 - 1</p>
--	---

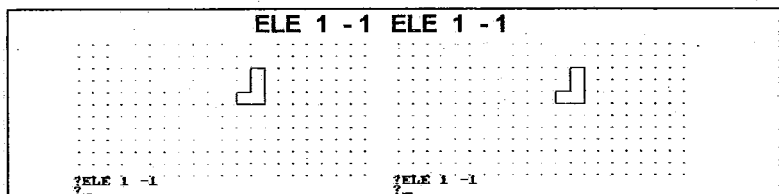
Interpretando o que o **A** descreveu em relação às três atividades, vemos que ele percebeu que no movimento de translação os dois **L** ficavam do mesmo lado, e que no de simetria eles ficavam invertidos. Isto significa que ele já identificou uma diferença em relação a esses dois movimentos.

P (3ª série)

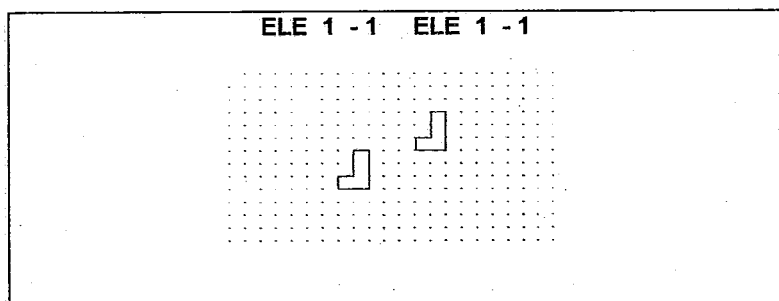
1) "O meu Ele ficou de lado ele virou para um lado e para o outro".

<p style="text-align: center;">ELE 1 - 1 ELE 1 1</p> 	<p>ELE 1 - 1 SC VO 45 CL DI 90 SC FR 45 ES 90 FR 70 SC VO 70 CL ELE 1 1</p>
---	---

2) "Dessa vez meu Ele saiu empezinho e também virei de um lado para o outro".

<p style="text-align: center;">ELE 1 - 1 ELE 1 - 1</p> 	<p>ELE 1 - 1 DI 90 SC FR 45 ES 90 CL ELE 1 - 1</p>
--	--

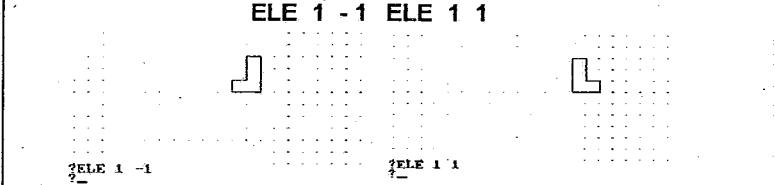
3) "Também ficou empezinho um igualzinho ao outro".

<p style="text-align: center;">ELE 1 - 1 ELE 1 - 1</p> 	<p>ELE 1 - 1 SC VO 35 ES 90 CL ELE 1 - 1 SC VO 50 CL DI 90 ELE 1 - 1</p>
---	--

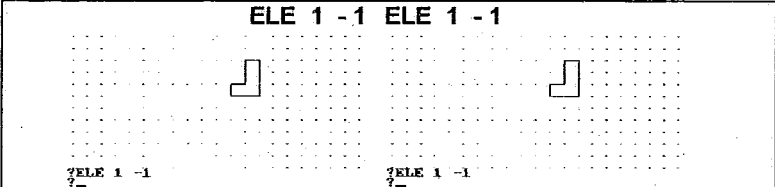
P não entendeu a pergunta, fez os desenhos e os programas certos mas não soube descrever e se expressar com clareza em relação aos movimentos. Examinando somente seu trabalho no computador ele se saiu muito bem. Porém, este fato não garante que ele soubesse identificar os movimentos.

RI (4ª série)

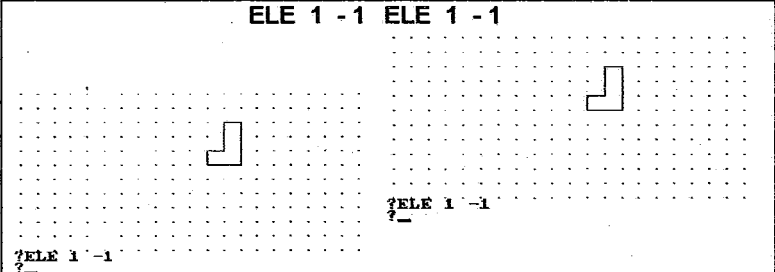
1) "A tartaruga fez um Ele e depois virou para o outro lado e fez outro Ele".

	não registrou
--	---------------

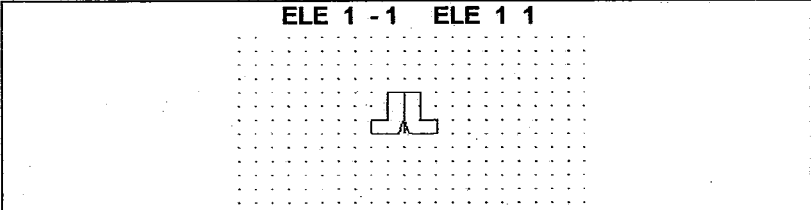
2) "A tartaruga fez um Ele foi um pouco para o lado e fez outro Ele".

	ELE 1-1 SC DI 90 FR 20 ES 90 CL ELE 1-1
--	---

3) "O Ele subiu em diagonal".

	ELE 1-1 SC DI 90 FR 40 ES 90 FR 60 CL ELE 1-1
--	--

4) "A tartaruga virou para o lado direito".

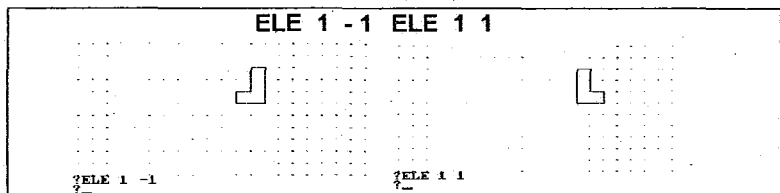
	Não registrou
--	---------------

A resposta de **RI** está coerente com a maneira pela qual resolveu as atividades. Na primeira atividade percebeu o tipo de movimento, mas não levou em conta o espaço entre os dois **L**.

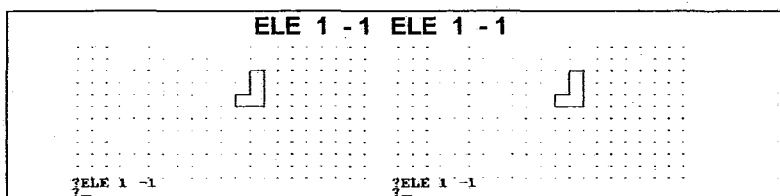
Ele já trabalha com desenvoltura no LOGO, não achando necessário fazer os registros.

GA (4ª série)

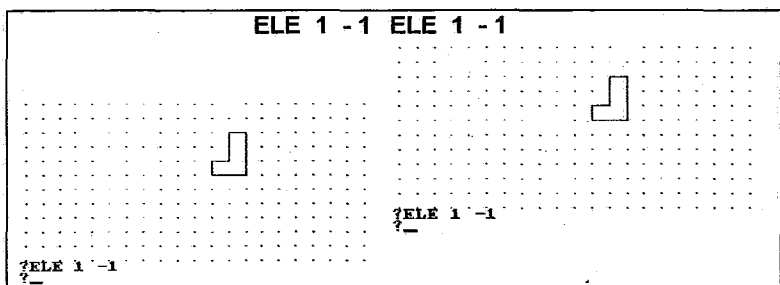
1) "Ele mudou de lugar, primeiro nós fizemos o primeiro Ele 1 -1 aí fez J depois nós botamos atrás a tartaruga em pé igual ao primeiro e batemos Ele 1 1 que deu L".

<p style="text-align: center;">ELE 1 -1 ELE 1 1</p> 	<p>não registrou</p>
--	----------------------

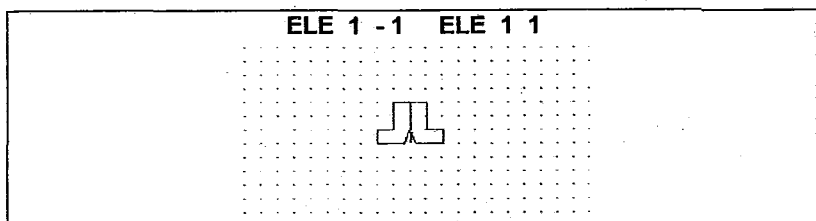
2) "Nós fizemos a tartaruga Ele 1 -1 formou J e atrás botamos um espaço e fizemos Ele 1 -1 aí deu JJ".

<p style="text-align: center;">ELE 1 -1 ELE 1 -1</p> 	<p>ELE 1-1 DI 90 SC FR 30 ES 90 CL ELE 1-1</p>
---	--

3) "Nós fizemos Ele 1 -1 aí fez J depois subimos e fizemos o Ele 1 -1 que deu JJ".

<p style="text-align: center;">ELE 1 -1 ELE 1 -1</p> 	<p>ELE 1-1 DI 90 SC FR 20 ES 90 FR 60 CL ELE 1-1</p>
---	--

4) "Botamos Ele 1 -1 aí fez J e depois fizemos JL que o comando é Ele 1 1".

<p style="text-align: center;">ELE 1 -1 ELE 1 1</p> 	<p>Não registrou</p>
--	----------------------

Todos os alunos observados redigiram misturando as palavras com os desenhos para descrever as atividades e se comunicar.

Os alunos para realizarem essas atividades partiam de um comando escrito que desenhava o **L**. Através da visualização deste, utilizando a percepção e a proposta de trabalho, imaginavam que movimentos a tartaruga precisava realizar para executar a atividade.

SL₂ - Atividade 6 - Simetria Axial

Nesta atividade foi mudado o tema de trabalho. A proposta era trabalhar a simetria axial com o objeto colado ao eixo. Foi apresentado aos alunos, no quadro, um desenho representando a metade de um barco a vela colado em uma reta vertical e eles teriam que reproduzir no computador o desenho apresentado na figura 5.37.

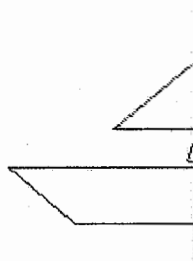


Figura 5.37 - Simetria Axial.

A professora interveio perguntando o que deveria ser feito para completar o barco. Os alunos responderam que teriam que inverter alguns dos comandos para fazer a outra metade, isto é, DI com ES, ES com DI. Neste momento eles entenderam a simetria, e mentalizaram um espelho sem tê-lo concretamente (trabalho do aluno apresentado no Anexo I).

SL₃ - Atividade 7 - Simetria Axial

A proposta desta atividade era trabalhar a simetria axial com o objeto afastado do eixo de simetria.

Os alunos realizaram essa atividade diretamente no computador. Dividiram a tela ao meio verticalmente e desenharam um caminhão em um dos lados e espelharam o

caminhão no outro lado da linha na tela (trabalho do aluno apresentado no Anexo I).

TL₄ - Atividade 8 - Translação

A proposta desta atividade era trabalhar a translação e comparar com a atividade anterior, para verificar se os alunos perceberam a diferença entre os dois movimentos.

Nesta atividade os alunos desenharam o caminhão utilizando o programa da atividade **SL₃** e moveram o caminhão de uma ponta a outra da tela em linha reta (trabalho do aluno apresentado no Anexo I).

Após essas atividades os alunos concluíram que:

- **SL₃** - Para espelhar uma figura, teriam que verificar a posição da tartaruga e os comandos seriam invertidos de forma que resultasse em dois caminhões idênticos, um de frente para o outro.
- **TL₄** - Para andar com o caminhão de uma ponta para outra, os caminhões tinham o mesmo programa. Fizeram o programa de um caminhão, andaram com a tartaruga em uma determinada direção e repetiam o mesmo programa.

Como os alunos da 3ª série necessitavam de mais tempo para resolver as atividades, para evitar a defasagem entre os temas trabalhados nas duas séries, em cada novo tema era proposta aos alunos da 4ª série uma atividade a mais. Este procedimento não prejudicou em nada o andamento da pesquisa.

5.2.2 ATIVIDADES DOS ALUNOS EM SALA DE AULA

Essas atividades foram trabalhadas com os mesmos alunos que participaram das atividades no laboratório de Informática. Esses grupos faziam parte de uma turma de 3ª série e de uma turma de 4ª série, portanto as atividades em

sala de aula foram optativas, dividindo o horário com outra disciplina. Algumas dessas atividades foram gravadas e outras filmadas. Os resultados serão analisados a seguir.

Em sala de aula foram realizadas atividades com o corpo, utilizando materiais diversos, e nove atividades de registro envolvendo os conceitos de translação e simetria. As atividades feitas pelos alunos observados estão colocadas no Anexo I. Cabe ressaltar que foi modificado o espaço da sala de aula para propiciar uma maior interação professor-aluno e aluno-aluno.

T₁ - Atividade 1 - Translação.

A proposta desta atividade era fazer com que os alunos vivenciassem o movimento de translação usando o próprio corpo.

Inicialmente foi pedido aos alunos (**A**, **PC** e **P**, da 3ª série), que caminhassem em linha reta pela sala de aula enquanto o grupo de alunos observavam o movimento realizado por eles. Depois cada aluno teria que escolher, desenhar e descrever um dos caminhos realizados.

Nesta atividade observou-se visualmente o caminho realizado por cada um, representou-se esse caminho através do desenho e da escrita.

A - *"andei de uma forma meio inclinada, de uma cadeira até a mesa do professor na direção sudoeste"*. Para ele ficou claro que andou numa determinada direção.

P - *"eu andei em forma de triângulo em linha reta"*. Achou que tinha andado sempre em linha reta, pelo fato de ter andado em forma de triângulo, não percebendo que ao realizar o movimento, mudava de direção em cada vértice.

PC - *"este é o meu caminho saí da minha mesa só andei em linha reta virei a direita, subi, virei para esquerda, desci e virei para a direita na minha mesa, fiz um quadrado"*. Nota-

se, pela descrição de seu percurso, que ele percebeu que andou em linha reta e ia mudando de direção.

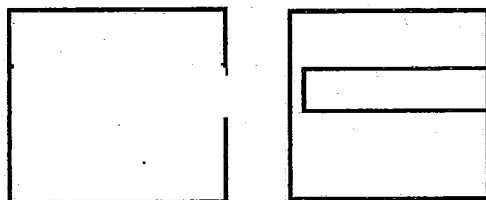
Tanto o **P** como o **PC** repetiram nesta atividade o procedimento que tinham tido no laboratório de informática quando foi introduzido vivenciar os movimentos da tartaruga com o próprio corpo (antropomorfismo).

As atividades que se seguem foram acompanhadas por folhas de registro. Os exemplares de um aluno estão no Anexo I.

T₂ - Atividade 2 - Lateralidade.

Enunciado:

a) Desenhe à esquerda como está à direita.



Responda justificando:

b) As figuras são iguais?

c) Elas ocupam o mesmo espaço?

Um dos objetivos era o aluno perceber a mesma figura em lugares diferentes. O outro era verificar se alguns alunos tinham superado o problema de lateralidade, que apareceu no início das atividades no laboratório de Informática quando iniciou-se o trabalho com o LOGO. O problema foi sendo trabalhado à medida que eles tinham que usar os comandos. Analisando as respostas dadas pelos alunos pode-se garantir que este problema foi superado.

No item b) o **RI** respondeu que "o retângulo da esquerda esta mais grosso que o da direita e que as figuras estão de tamanhos diferentes, portanto elas não são iguais", o **GA** disse que "não são iguais porque não consegui desenhar igual". Pode-se observar o nível de exigência dos dois alunos para o conceito de igual. Todos os outros alunos responderam que as duas figuras eram iguais.

No item c) os alunos confundiram espaço com igualdade ou diferença. **PC** respondeu que as duas figuras ocupavam o mesmo espaço, justificando "porque são completamente iguais". **RI** respondeu que não ocupam o mesmo espaço justificando "porque elas são diferentes". **GA** respondeu que não ocupa o mesmo espaço, pois "uma é mais grossa". Ele confundiu espaço com grossura. **RA** respondeu: "não, porque elas estão em lugares diferentes". **A** respondeu: "não, porque nada no mundo ocupa o mesmo espaço." e a resposta de **P** foi: "não, porque cada matéria se encontra em um só espaço". Todos os alunos deram ao espaço o significado de lugar.

A palavra espaço apareceu referenciada à igualdade, à diferença, à grossura e ao lugar. Cada indivíduo, fazendo a leitura, dá o seu significado às palavras.

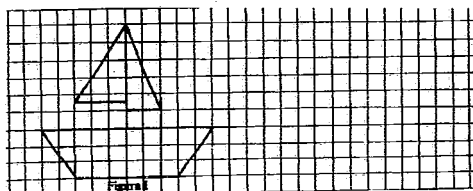
A linguagem natural, que se reflete, muitas vezes, na aquisição de outra linguagem, computacional ou não, ocasiona dificuldade de compreensão e significado das palavras.

T₃ - Atividade 3 - Barquinho

O objetivo dessa atividade era fazer com que os alunos visualizassem e percebessem ao deslizar o papel, o movimento de translação.

Enunciado:

a) Observe a figura 1 abaixo:



b) Decalque em papel transparente a figura 1 e marque os pontos A e B.

c) Deslize o decalque para o lado direito, e reproduza a figura. Indique-a por figura 2.

d) Compare as figuras 1 e 2 e complete:

- como a figura 2 foi obtida _____
- se elas conservam as mesmas medidas _____
- se elas coincidem por superposição _____
- se elas ocupam a mesma posição _____

Nesta atividade os alunos tiveram dificuldade no vocabulário usado. Não sabiam o significado das palavras decalque, deslize e superposição. Foram estimulados a procurar no dicionário e depois resolveram com muita facilidade. Somente o **RA** teve dificuldade em resolver esta atividade pois confundiu virar com deslizar. Decalcou a figura e copiou virada, obteve o simétrico mas não percebeu.

O **A** nesta atividade disse que elas ocupam o mesmo espaço "porque são idênticas". Confundiu espaço com idêntico.

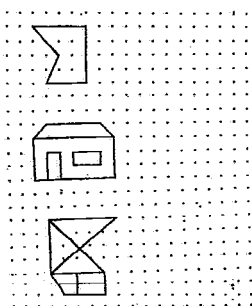
Até esse momento os alunos já tinham trabalhado translação utilizando diferentes representações. Associaram esta atividade ao movimento de translação representado pelas figuras no computador. Construíram o conceito de translação.

T₄ - Atividade 4 - Desenhar no Papel Pontilhado

O objetivo desta atividade era verificar se o aluno faria a imagem mental do movimento de translação, isto é, se a nível de pensamento ele imagina como é a ação de empurrar - movimento de translação.

Enunciado:

- Como você poderia desenhar essas figuras se elas fossem empurradas para direita?



RA novamente espelhou o primeiro desenho. Quando foi perguntado o que era empurrar objetos, se deu conta de seu erro e fez os outros dois certos.

Os alunos não tiveram dificuldade de realizar essa atividade. Foi pedido que procurassem no dicionário o significado da palavra "**translação**" e que depois escrevessem o que era translação com as suas palavras. Copiar o significado da palavra do dicionário foi fácil, difícil foi escrever com as próprias palavras.

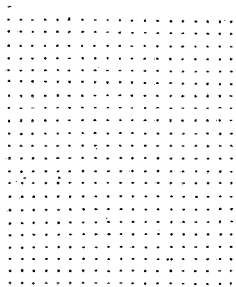
A descrição do **A** foi a seguinte: "um movimento de partículas na mesma velocidade e direção constante". Ele copiou um pedaço do que estava no dicionário.

S₁ - Atividade 5 - Simetria

O objetivo dessa atividade é fazer com que os alunos visualizem e percebam a simetria.

Enunciado:

Usando papel carbono, desenhar as figuras dadas na atividade anterior no papel pontilhado.



Todos perceberam que copiar desenhando com papel carbono é diferente de copiar empurrando a figura.

Foi pedido aos alunos para identificarem a diferença entre as duas atividades, T_4 e S_1 , ao que **A** respondeu: "*a diferença é que em uma atividade T_4 eu deslizei as figuras para o lado e na outra S_1 fiz o espelho da figura*", todos os alunos perceberam que utilizar o papel carbono é uma outra forma de copiar espelhando (trabalho do aluno apresentado no Anexo I).

Como este trabalho em sala de aula só envolvia metade dos alunos da turma e foi optativo, os alunos da 4ª série não fizeram as próximas atividades.

T_5 e S_2 - Atividade 6 - Identificar Simetria Translação




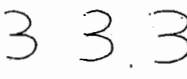

O objetivo desta atividade era fazer com que os alunos identificassem, através de representações pictóricas, a translação e a simetria.

Enunciado:

Observe as figuras abaixo, indique as que representam translações ou simetrias, dizendo porque.

Segue-se, como ilustração desta atividade o trabalho do aluno **P**.

Para mostrar colocaremos a atividade do Pedro respondida

I)		<p>↙ simetria porque são iguais</p>
II)		<p>↙ simetria porque são iguais</p>
III)		<p>↙ translação porque deslocou</p>
IV)		<p>↙ translação porque deslocou</p>
V)		<p>↙ simetria porque são iguais</p>

T₆ e S₃ - Atividade 7 - Translação e Simetria.

O objetivo dessa atividade é identificar pela comparação a simetria e translação utilizando a representação escrita.

Enunciado:

Observe as atividades **T₄** e **S₁** realizadas por você e responda:

- Você utilizou os mesmos desenhos nas duas atividades?
- Como você descreveria o que você fez na atividade 3?
- Como você descreveria o que você fez na atividade 4?
- Comparando as atividades, que conclusões você pode tirar?

Nesta atividade o desempenho dos alunos não foi bom. Foi mais uma vez confirmado que o desempenho nas atividades que utilizam o desenho, o computador, o movimento, os alunos tem melhor desempenho do que nas atividades escritas com a compreensão da linguagem.

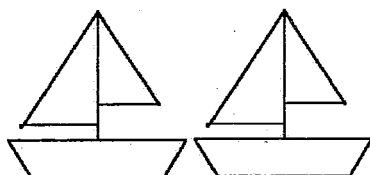
As duas atividades que se seguem tiveram como objetivo a identificação da translação e da simetria usando enunciados semelhantes.

T₇ - Atividade 8 - Translação

Enunciado:

Completar a figura da direita, de modo a ficar igual à figura da esquerda.

A seguir apresentaremos o trabalho do aluno **A**.



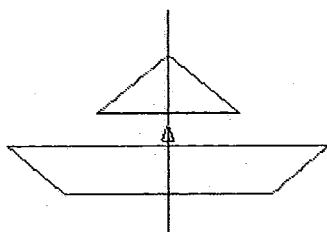
Esta atividade foi identificada como translação, foi muito fácil e todos os alunos acertaram.

S₄ - Atividade 9 - Simetria

Enunciado:

Completar a figura, construindo seu lado direito.

A seguir apresentaremos o trabalho do aluno **P**.



Após a realização dessa atividade foi pedido aos alunos que respondessem à seguinte questão: O que foi feito nas atividades **T₇** e **S₄** e qual a diferença entre elas?

Eis a resposta do **A** que representa a da maioria dos alunos (onze alunos do grupo).

T7 Eu fiz uma translação.

S5 Eu fiz uma simetria.

A diferença é que uma eu transladei e a outra eu fiz espelho"

O **A** é um aluno que só se sente mobilizado se for colocado diante de desafios. Ele fez o seguinte comentário com a professora **CY**: "As atividades do computador estavam sendo feitas de novo".

Ele queria dizer que estava novamente trabalhando a simetria e a translação através das atividades de registros.

Ao finalizar as atividades em sala de aula a professora da turma sugeriu que se fizesse uma redação onde se pedia que os alunos descrevessem o que sentiram ao fazer as atividades propostas pela pesquisadora.

Durante todo o trabalho desenvolvido no laboratório de informática foram preenchidas fichas de observação (FO), para acompanhar, registrar e avaliar o processo de aprendizagem no ambiente LOGO (adaptações de algumas tabelas utilizadas no Projeto Brookline sob a supervisão de Seymour Papert, 1978), que estão apresentadas no Anexo III.

Finalizando será transcrito um trecho de uma das redações (as outras se encontram no Anexo V).

"Eu descobri várias coisas sozinho pensei, comparei e conclui e raciocinei" (3ª Série).

5.3 TRABALHO COM AS PROFESSORA E COORDENADORA PEDAGÓGICA

Como resultado do trabalho preliminar realizado no ano de 1993, as professoras, na avaliação do trabalho do ano,

demonstraram interesse em trabalhar a Geometria em sala de aula. Para isso elas sentiram necessidade de estudar Geometria uma vez que não tinham abordado este conteúdo durante o seu curso de formação. A Geometria que era dada até então, na escola, se restringia a identificar figuras geométricas, cálculo de perímetros e áreas. Na maioria das vezes era tratada de forma axiomática e superficial, ou não era dada. Devido a esta má formação, elas precisavam se conscientizar da necessidade de se trabalhar no espaço real, identificar as formas e estabelecer relações para construir o espaço teórico. Somente a partir dessa conscientização poderia ocorrer uma transformação no ambiente de sala de aula, propondo atividades criativas e exploratórias.

Em fevereiro de 1994 foi feito um planejamento incluindo as etapas que deveriam ser cumpridas para que as professoras participassem da pesquisa.

No primeiro semestre, além do planejamento e acompanhamento das atividades da coordenação de Matemática, foi acordado um encontro semanal fora do horário escolar para se estudar a Geometria que posteriormente seria trabalhada com os alunos em sala de aula.

Foram desenvolvidas com as professoras as mesmas atividades de simetria e translação que foram aplicadas aos alunos que estariam participando da pesquisa. As professoras também foram introduzidas no laboratório de Informática, para desmistificar o trabalho com o computador e possibilitar maior integração destas atividades com a sala de aula.

Desta maneira as professoras trabalharam e vivenciaram uma multiplicidade de atividades em dois ambientes utilizando a visualização, a percepção e as diferentes representações de um mesmo conceito. Aprenderam a utilizar o computador como mais uma ferramenta.

As professoras da terceira e quarta séries, a professora de Informática e a coordenadora pedagógica participaram deste estudo e, no segundo semestre de 1994 e no primeiro semestre de 1995, realizaram as seguintes atividades:

- Sete encontros semanais com duração de duas horas/aula cada, dedicados a trabalhar a simetria e a translação;
- Aulas de Informática no ambiente LOGO, com atividades de construção dos conceitos de translação e simetria;
- Reuniões de planejamento;
- Observação das aulas de seus alunos no laboratório de Informática;
- Aplicação em sala de aula do que foi estudado, não só dos conteúdos de Geometria mas também das diferentes intervenções pedagógicas.

Estas atividades estão sintetizadas na tabela 5.3:

Episódios	Atividades	Duração
Entrevistas acompanhada de fichas de trabalho	<ol style="list-style-type: none"> 1. Entrevista - Dados Pessoais. 2. Definir simetria e Translação. 3. Identificar figuras simétricas e trasladadas. 4. Desenhar figuras congruentes. 5. Desenhar figuras usando papel carbono. 6. Descrever ações realizadas nas atividades 4 e 5. 7. Completar figuras - Translação. 8. Completar figuras - Simetria Axial. 9. Traçar eixos de simetria. 	7 encontros
Aplicação no ambiente de sala de aula - atividades de simetria e translação	Ficha de etrabalho com o grupo de alunos.	10 horas/aula
Reuniões de planejamento	planejar, discutir e avaliar as atividades realizadas	4 encontros
Observar, aprender, realizar atividades no ambiente computacional	Trabalhar com o LOGO com a professora de Informática	5 encontros
	Observar as aulas de Informática de seus alunos.	16 encontros
	Trabalhar com atividades de simetria e translação com a pesquisadora	4 encontros

Tabela 5.3 - Atividades desenvolvidas com os professores.

As entrevistas que se seguiram às atividade com fichas de trabalho foram realizadas para que a pesquisadora tivesse um maior entendimento de como as professoras envolvidas

pensavam, o que elas sabiam de Geometria, como elas representavam o seu conhecimento, quais as estratégias usadas para resolver problemas e como expressavam suas idéias. Estão apresentadas as fichas de trabalho no Anexo II.

Nas atividades relatadas a seguir as professoras puderam vivenciar atividades com uma dimensão estática, em sala de aula, e outras com a dimensão dinâmica, no computador, para a construção dos conceitos geométricos trabalhados.

5.3.1 ATIVIDADES REALIZADAS EM SALA DE AULA

EPISÓDIO I

Atividade 1 - Entrevista - Dados pessoais.

O primeiro passo do trabalho foi constituído pelas entrevistas individuais realizadas com as professoras da 3ª e 4ª séries, com a professora de Informática da 3ª e 4ª séries e com a coordenadora pedagógica. Estas entrevistas seguiram o mesmo protocolo apresentado na figura 5.38 pois se queria obter informações sobre as mesmas questões.

- | | |
|-----|----------------------------------|
| 1. | Nome: |
| 2. | Data: |
| 3. | Formação Acadêmica: |
| 4. | Tempo de Serviço: |
| 5. | Têm conhecimentos de Geometria? |
| 6. | Quais? |
| 7. | Já ensinou Geometria? O que? |
| 8. | Já utilizou o computador? |
| 9. | Em caso afirmativo de que forma? |
| 10. | Observações: |

Figura 5.38 - Protocolo de entrevista dos professores.

Na análise das respostas obtidas neste protocolo, verificou-se que todas as professoras tinham formação acadêmica em nível de 3º grau, sendo que a professora de Informática tinha licenciatura em Matemática. Três professoras tinham mais de 13 anos de tempo de serviço com exceção da professora de Informática que era recém formada.

Quanto aos conhecimentos de Geometria todas responderam que tinham conhecimento de Geometria elementar e que já tinham ensinado: reta, semi-reta, segmento de reta, identificação das figuras planas e dos sólidos de forma tradicional. Todas as professoras já haviam utilizado o computador e três delas fizeram curso de Informática. Somente a professora **CY** utiliza o computador no dia a dia, trabalhando com editor de texto, planilha e jogos. Nas observações ela comenta *"nunca fiz curso de computador, faço uso dele através das minhas descobertas"*.

Após esta entrevista foram iniciados os encontros semanais como havia sido planejado, focalizando o trabalho em Geometria das Transformações, especificamente translações e simetrias. Este tema foi escolhido por sua relevância para o processo ensino-aprendizagem da geometria nas séries iniciais, conforme foi verificado pela pesquisa bibliográfica feita nesta área e que se encontra no Capítulo III deste estudo.

Nos encontros semanais, como o objetivo era capacitar as professoras no conteúdo de Geometria, a professora de Informática não participou por ter licenciatura em Matemática e se supor que ela dominasse os conteúdos que seriam abordados.

Porém, após cada aula com os alunos, a pesquisadora realizava um encontro, com duração de 20 minutos cada, com esta professora para discussão sobre o tema da pesquisa, uma avaliação das atividades desenvolvidas com os alunos e a elaboração das atividades a serem desenvolvidas de acordo com o resultado de cada encontro.

2 - Atividade - Definir simetria e translação.

Esta atividade tinha como objetivo perceber o que elas sabiam acerca do conceito de simetria e translação. A seguir, na Tabela 5.4, são apresentadas as respostas das professoras **MA**, **SU** e **CY** à ficha de trabalho

FICHA DE TRABALHO 1	MA	SU	CY
O que é simetria?	é a projeção do objeto no plano de 180°	simetria é uma certa igualdade em um posicionamento.	é aquela figura que a partir de um eixo central, possui o lado direito e esquerdo rigorosamente iguais.
O que é translação?	a rotação em volta do eixo em um plano de 360°	é um movimento em volta de alguma coisa.	é o movimento que a Terra faz em torno do Sol

Tabela 5.4 - Respostas das professoras da ficha de trabalho 1

Analisando as respostas verifica-se que elas não sabem definir simetria e translação, confundem simetria com igualdade, uma delas confundiu projeção de uma figura no plano com simetria de uma figura no plano. Todas confundiram o movimento de translação com o de rotação. Apenas a **CY** relacionou a translação com o movimento da Terra em volta do Sol - conteúdo dado em Geografia - apresentando uma conceituação imprecisa do seu significado.

Na entrevista que se seguiu foi pedido que elas falassem livremente sobre os dois conceitos que estavam sendo trabalhados. Uma das professoras comentou que tinha ensinado simetria pois tinha visto algumas atividades nos livros texto dos alunos adotados no colégio. Quando porém foram analisadas suas respostas escritas na tabela 5.4 ficou demonstrado que ela não podia ensinar simetria e translação, pois não identificava os atributos mínimos relevantes destes conceitos. Refletindo sobre esse fato chega-se à conclusão que muitas vezes na práxis não se reflete sobre o que se vai ensinar e sobre o fato de se dominar ou não o assunto que se vai ensinar. Muitas vezes as atividades são copiadas do livro texto ou então se entende o que se vai ensinar mas não se é capaz de se expressá-lo.

Em função das respostas obtidas na ficha de trabalho da atividade 2, foi aplicada a ficha de trabalho da atividade 3 com o objetivo de verificar se as professoras, usando a visualização, identificavam a simetria e translação nos desenhos apresentados.

Atividade 3 - Identificar figuras simétricas e figuras transladadas.

Foram apresentadas sete figuras diferentes, umas representando simetrias, outras representando translações e duas não representando nem simetria nem translação, estando invertidas. Todas as figuras simétricas representavam simetria axial (Anexo II).

Esta atividade correspondeu à ficha de trabalho 2.

A seguir, na Tabela 5.5, apresenta-se o desempenho das professoras **MA**, **SU** e **CY**.

Ficha de trabalho 2 Representação das figuras	MA	SU	CY
1. Figuras simétricas	Simetria, porque há uma rotação de 180° em volta do eixo.	Simetria - figuras espelhadas	Simetria há um eixo central e as figuras de cada um dos lados são rigorosamente iguais
2. Figuras	Translação - porque há uma rotação de 360° em volta do eixo.	Escreveu translação. Riscou e respondeu: Simetria - posições inversas	Simetria as figuras estão espelhadas embora estejam separadas
3. Figuras transladadas	Nem simetria e nem translação, porque as figuras apenas estão se deslocando no espaço	Translação - mesma direção	Translação - A figura antes era simétrica, houve uma mudança de direção entre elas.
4. Figuras simétricas	Translação	Nesta atividade ela traçou na figura um eixo de simetria e respondeu - simetria - figuras espelhadas	Translação - Houve uma mudança de posição de um em relação a outra figura.
5. Figuras transladadas	Nem um nem outro	Translação - mesma direção	Não simétrico
6. Figuras	Translação	Simetria - figuras invertidas	Translação - Houve uma mudança de posição de um em relação a outro
7. Figuras simétricas	Simetria	Simetria - figuras espelhadas	Simetria - Há um eixo central e as figuras de cada um dos lados são rigorosamente iguais

Tabela 5.5 - Desempenho das Professoras.

Após à atividade houve comentário sobre a mesma. Nele observamos:

- Oralmente as professoras procuraram termos difíceis para expressar coisas simples.
- A prof^a **MA** deu resposas aleatórias, sem muita reflexão, misturando os conceitos.

Durante a realização da atividade surgiram algumas perguntas:

- **SU:** *Posso fazer alguma coisa no desenho?*
- **PESQUISADORA:** *O papel é seu, só vou olhar depois que você me entregar.*
- **CY:** *Tenho de repetir as mesmas respostas?*
- **PESQUISADORA:** *Não, deve interpretar cada desenho.*

As professoras responderam a esta atividade, muito rápido, sem refletir, mas estavam muito aflitas.

SU identifica as figuras simétricas associando-as ao espelhamento e as figuras transladadas à mesma direção. Ela escreveu que as figuras 2 e 6 estavam invertidas mas escreveu também que elas eram simétricas (Anexo II).

CY continua a fazer confusão entre figuras simétricas e transladadas, associando sempre a simetria a um eixo de simetria insistindo que as figuras são rigorosamente iguais. A confusão entre simétrico e igual persiste.

Após a entrega das fichas respondidas, a pesquisadora deu o gabarito e iniciou uma discussão sobre a atividade levando a uma reflexão sobre o conceito de simetria e translação.

Seguem-se algumas falas das professoras sobre esta atividade:

- *Translação é uma operação em volta e simetria é ligada à igualdade do tipo espelhado.*
- *Translação dá idéia de movimento de figuras soltas no espaço.*
- *Só tem translação no espaço não tem no plano?*

- O movimento de translação mudança de direção, mudança de posição em relação a outra figura com um ponto de referência.
- Translação tem a mesma direção.
- Translação e simetria ligadas à idéia de movimentos opostos ou não.
- **PESQUISADORA:** Observem as suas mãos, e respondam! São iguais? Elas podem coincidir por superposição?
- Resposta: Elas não são iguais porque não podem coincidir por superposição.

As professoras começaram a questionar sobre o que é ser simétrico e o que é ser igual.

Foi então pedido que elas procurassem no dicionário o significado das palavras translação e simetria e trouxessem por escrito para o próximo encontro.

Atividade 4 - Desenhar figuras congruentes.

Atividade 5 - Desenhar figuras usando papel carbono.

Atividade 6 - Descrever sobre as ações realizadas nas atividades 4 e 5.

As atividades 4, 5 e 6 corresponderam às fichas de trabalho 3, 4 e 5 respectivamente: a ficha 3 era desenhar copiando as figuras, a ficha 4 era desenhar usando papel carbono e a ficha 5 era descrever as ações realizadas nas duas fichas anteriores. Os desenhos usados nestas atividades estão indicados na figura nº 5.39. Estas três atividades foram realizadas em um mesmo encontro pois estavam relacionadas a um mesmo objetivo: perceber a diferença entre figuras congruentes e simétricas, identificando as características de simetria e de translação.

A professora **SU**, ao resolver a ficha 3 que se restringia a copiar o desenho, escreveu; "Fiz o desenho e só no final

observei que não obedeci a mesma linhagem do desenho dado. Não podia apagar". Ressalta-se que:

1. A professora **SU** fez toda a atividade certa;
2. Como foi dada total liberdade às professoras para resolverem as fichas de trabalho 3, 4 e 5, elas se sentiram perdidas;
3. Não houve, por parte da pesquisadora, nenhuma restrição ao ato de apagar o desenho.

A tabela 5.6 apresenta as respostas das professoras **MA**, **SU** e **CY** na ficha de trabalho 5

Ficha de trabalho 5	MA	SU	CY
i. Você utilizou nas duas atividades os mesmos desenhos?	Sim	Sim	Sim, utilizei os mesmos desenhos.
ii. Como você descreveria o que você fez na atividade 3? E na atividade 4? Interprete o resultado a que você chegou	Copiei a figura no mesmo plano na atividade 3 e na 4, copiei no plano invertido.	Na atividade 3 fiz os mesmos desenhos procurando obedecer a mesma pontuação. Enganei-me, mas como não podia usar borracha... Na atividade 4, usei o carbono para passar os desenhos para o outro papel pontuado.	Na atividade 3 o desenho foi deslocado para direita nesta atividade houve um translado do desenho, enquanto na atividade 4 houve uma simetria.
iii. Comparando as atividades 3 e 4, que conclusões você pode tirar?	Quando você copia no mesmo plano você tem uma figura em translação e quando você copia de plano invertido você tem simetria.	Os desenhos da coluna da esquerda ficaram espelhados.	Com o mesmo desenho podemos fazer movimentos diferentes no espaço podemos simplesmente andar com o desenho fazendo uma translação ou modificando a posição no espaço encontrando um desenho simétrico.

Tabela 5.6 - Respostas da atividade 5, das professoras.

Nestas atividades foram utilizadas as três figuras mostradas a seguir

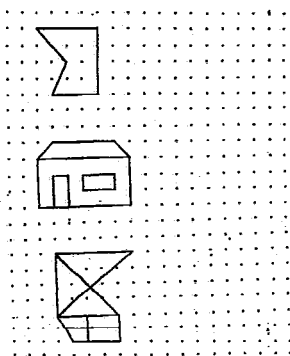


Figura 5.39 - Desenhos usados nas fichas de trabalho 3, 4 e 5.

Em seguida foi iniciada a discussão sobre essas atividades. Foi proposto que elas tentassem imaginar o que

teria acontecido com a solução da ficha de trabalho 3 se: decalcassem em papel vegetal o primeiro desenho, empurrassem o papel vegetal e reproduzissem ao lado o desenho decalcado. Essa ação e a ação de copiar dariam o mesmo resultado? A imagem mental do ato de empurrar sem dobrar nem virar dá uma vivência do que acontece com a translação.

As respostas orais das professoras expressaram corretamente as ações realizadas nas atividades enquanto que as respostas escritas não mostram o que elas fizeram pois se apresentam incompletas ou ambíguas (Tabela 5.6).

Após a atividade abriu-se um espaço para reflexão:

- **PESQUISADORA:** *Qual foi a característica da ficha 3?*
- **MA:** *Achei que foi apenas uma cópia.*
- **PESQUISADORA:** *Quando você copia o que acontece com o desenho?*
- **MA:** *Fica idêntico.*
- **PESQUISADORA:** *Ótimo, MA você quer falar um pouquinho da ficha 3?*
- **MA:** *Antes vou falar do enunciado. A gente, por exemplo, tem aqui a ordem para executar uma tarefa.*
- **PESQUISADORA:** *Foi bom você ter tocado neste assunto, o enunciado está claro ou está ambíguo?*
- **MA:** *Está claro, mas você não determinou o lugar que precisava ser resolvido.*
- **PESQUISADORA:** *Mas foi lhe dada a liberdade de escolher.*
- **MA:** *É, mas estamos acostumadas a sermos diretivas e por isto queremos saber: é uma ordem? E como é para fazer?*
- **PESQUISADORA:** *Não podemos ser diretivos, devemos deixar espaço para a exploração e a criatividade.*

- **MA:** Continuo fazendo os comentários sobre a ficha 3. Eu senti aqui, como já senti no encontro anterior, que você pensou que deveria ser no mesmo plano. Não sei se esta é a palavra certa.
- **PESQUISADORA:** Está na mesma folha, está no mesmo plano.
- **MA:** Então eu fiz translação.
- **PESQUISADORA:** Você escreveu isto?
- **MA:** Não, mas posso escrever agora.
- **PESQUISADORA:** Agora não dá para escrever mais nada. Estou trabalhando com professores e não com alunos. A atuação junto aos alunos, na faixa etária que vocês trabalham, deve ser feita de maneira diferente. Primeiro fazer os alunos vivenciarem os movimentos, depois outras atividades manipulando objetos, desenhando e trabalhando no sentido deles desenvolverem a visualização, a expressão e representação oral, para só então dar as atividades de registro. Na ficha 4 se obteve o mesmo resultado que na ficha 3?
- **MA:** Vê-se, comparando as duas, que na ficha 3 houve uma translação e com o plano invertido uma simetria na ficha 4. Não sei se posso chamar de plano invertido.
- **PESQUISADORA:** Você chama de plano invertido o plano colocado de tal maneira que a figura só coincide por uma rotação. Não se chama plano invertido mas é uma maneira de se expressar que você usou.
- **MA:** Com esta simetria eu vi o eixo e pensei no positivo e negativo, como se fosse uma fotografia que tem o lado positivo e o negativo.
- **CY:** (completando a observação da **MA**) Na verdade com o carbono a figura foi decalcada e abrindo ficou uma coisa simétrica.
- **PESQUISADORA:** No processo de construção de um conceito há um espaço para a criação.

A pesquisadora observou que as professoras ficaram aflitas pelo fato das atividades lhes darem a liberdade de resolver, pois elas queriam que as atividades fossem mais diretivas. Este fato pode ser constatado no registro da fala da professora **MA** descrito acima.

Surgiu, então, a seguinte situação. Pegando uma folha de papel a pesquisadora perguntou: Qual é a sua forma ?

- **SU:** A folha de papel tem a forma retangular.
- **PESQUISADORA:** (Movimentando o papel sobre o tampo da mesa) Quem sabe descrever qual foi o movimento realizado?
- **MA, SU e CY:** É um deslocamento.
- **PESQUISADORA:** A folha foi virada, foi dobrada ?
- **MA, SU e CY:** Não, não. Só mudou de lugar.
- **PESQUISADORA:** A folha ao ser deslocada mudou de direção?
- **MA, SU e CY:** Não, foi deslocada em uma mesma direção.
- **PESQUISADORA:** É uma transferência de lugar, na mesma direção?
- **MA, SU e CY:** Sim.
- **PESQUISADORA:** Temos dois olhos, duas pernas, dois braços e somente um nariz, uma boca, um umbigo, o que você observa?
- **SU:** Se passarmos uma linha, um plano, cortar não é bem a palavra, existe uma simetria em relação a essa linha, a esse plano.
- **PESQUISADORA:** Analise agora a seguinte situação (duas professoras ficaram de pé de frente para outra, cada uma apertando a mão direita da outra, e também a esquerda): sabe explicar o que foi observado nas duas últimas situações?

- **SU:** *Estamos espelhando, não é bem uma inversão no espelho, aparece tudo ao contrário.*

As professoras não perceberam que esta última situação representava a simetria central no espaço e que a anterior representava uma simetria axial. Foi então proposta uma outra atividade, desenhar com papel carbono, o que possibilitou a identificação da simetria e do eixo de simetria, confirmada pela observação da **SU**.

- **SU:** *As distâncias da dobra do papel aos desenhos são iguais de um lado e do outro.*

Nesta atividade **SU** identificou uma característica relevante da simetria axial no plano: as figuras simétricas estão à mesma distância do eixo.

Atividade 7 - Translação - Completar figura.

Atividade 8 - Simetria Axial - Completar figura

Estas atividades foram trabalhadas ao mesmo tempo e foram acompanhadas das fichas de trabalho 6 e 7. Elas tinham um mesmo enunciado mas a ficha de trabalho 6 tinha como objetivo obter duas figuras congruentes e a ficha 7 tinha como objetivo a percepção de simetria.

Após a aplicação foi pedido que comparassem as duas atividades.

A figura 5.40 apresenta as respostas das professoras.

	MA	SU	CY
Ficha de trabalho 6 Completar a figura da direita, de modo a ficar igual à figura da esquerda.	Na ficha 6 a figura desenhada é igual a proposta inicialmente. Se houver superposição elas serão iguais.	São dois desenhos iguais não simétricos.	Fiz a cópia da figura, obedecendo o mesmo traçado.
ficha de trabalho 7 Completar a figura, construindo seu lado direito.	Na ficha 7, ao completar a figura, também completei de modo igual, porém com espelhamento, isto é, parti do eixo de simetria	um desenho só que dividido por um eixo, torna-se simétrico.	Fiz a cópia da figura numa situação de espelho. Então, se o "original" fazia uma reta para esquerda, fiz a reta para a direita. Comparação: As atividades, embora tenham o mesmo enunciado (completar figuras) são completamente diferentes no seu modo de resolver.

Figura 5.40 - Respostas das fichas 6 e 7.

Neste encontro foram observadas pelas professoras as diferentes representações que estavam usando para resolver essas fichas de trabalho. Elas perceberam a importância das diferentes representações na construção dos conceitos de simetria e de translação.

O seguinte esquema apresenta as etapas do processo de construção dos conceitos pelas professoras.



Atividade 9-Traçar o eixo de simetria de figuras planas.

Esta atividade foi realizada em duas etapas:

1ª Etapa: Desenhar uma bandeira conforme o esboço dado, depois desenhar a bandeira transladada em qualquer lugar da folha.

Dividir a folha ao meio, desenhar a bandeira e o simétrico da bandeira em relação à divisão feita .

A figura 5.41 apresenta o trabalho da professora **CY**.

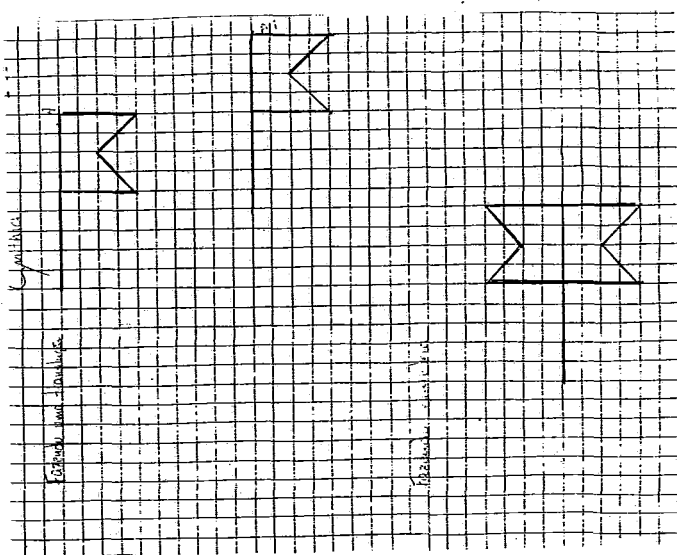


Figura 5.41 - Representação de simetria e translação, profª CY.

Todas as professoras acertaram. A professora **CY** questionou a professora **MA**, quanto à sua solução. A professora **MA** provou que estava certa e justificou, dobrando o seu papel na reta que representava o eixo de simetria e mostrando que a menos de uma rotação os desenhos coincidiam.

2ª Etapa: Trace com lápis vermelho os eixos de simetria de cada um dos cinco desenhos dados. A seguir o trabalho da profª **CY**.

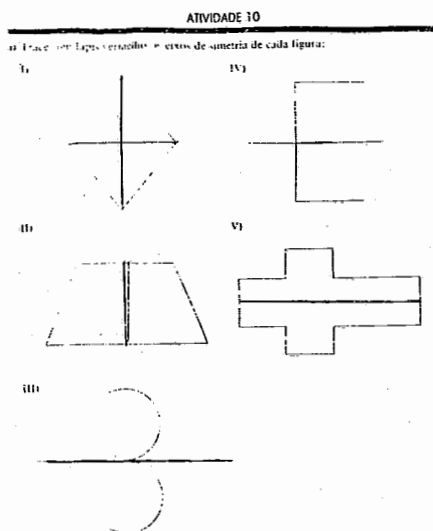


Figura 5.42 - Identificação dos eixos de simetria, profª **CY**.

Episódio II

No semestre seguinte (primeiro semestre de 1995), as professoras aplicaram, em sala de aula, para os alunos, atividades semelhantes às que tinham realizado nos encontros de 1994. As fichas de trabalho 3, 4, 5, 6 e 7 foram iguais para alunos e professoras. As professoras, ao aplicarem essas fichas compreenderam melhor as dificuldades dos alunos. O desempenho dos alunos nessas atividades já foi relatado no item 5.2.2.

Episódio III

Reuniões de Planejamento

As reuniões de planejamento eram realizadas mensalmente com todos os professores da 2ª à 4ª série do 1º grau.

Essas reuniões constaram de dois momentos. No primeiro momento fez-se a avaliação do desempenho dos alunos, a relação do conteúdo já ministrado e o planejamento de atividades futuras, por série, garantindo a verticalidade do processo do ensino de matemática. No segundo momento, era relatado pelas professoras da 3ª e 4ª série envolvidas na pesquisa, o que vinha ocorrendo em relação à proposta da pesquisadora: as estratégias utilizadas, avaliação das atividades, a aplicação dessas atividades nos alunos e a vivência no laboratório de Informática.

5.3.2 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM AS PROFESSORAS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA.

Episódio IV

A professora de Informática **RE** manteve semanalmente reuniões com a pesquisadora, para adequar as atividades que deveriam ser aplicadas aos alunos.

O envolvimento dessa professora com este estudo se deu em três momentos distintos: como professora de Informática dos grupos de alunos envolvidos na pesquisa, ensinando a linguagem LOGO para as professoras **MA**, **SU** e **CY** e participando das atividades de simetria e translação trabalhadas utilizando o LOGO e aplicadas por outra pesquisadora.

As professoras **MA**, **SU** e **CY**, respectivamente coordenadora pedagógica da escola., profª da 3ª série e profª da 4ª série, participaram das seguintes atividades:

1. Observação e acompanhamento das aulas dos alunos no laboratório de Informática. Neste primeiro momento elas se familiarizaram com o ambiente LOGO confortavelmente, porque elas não eram as responsáveis pelas atividades aplicadas neste ambiente. Esta participação possibilitou um outro tipo de relação entre as professoras e os alunos que carinhosamente as convidavam para participar dos seus grupos de trabalho. Elas ouviam frases como estas:

Aluno **A**: "Vem, eu te ensino".

Aluno **RI**: "O LOGO é fácil".

Aluno **RA**: "Não precisa ter medo".

Esta nova relação criou um espaço de troca possibilitando às professoras observarem e aprenderem.

As aulas dos alunos observadas e acompanhadas serviram de subsídios para fortalecer o seu trabalho em sala de aula e ajudou muito para a integração das atividades desenvolvidas nos dois ambientes.

2. Encontros no laboratório de Informática com a professora de Informática, para aprenderem a linguagem LOGO, fazendo o mesmo caminho trilhado pelos alunos.

O encontro para conhecer o LOGO se realizava no horário de permanência na escola. Durante o período de observação as professoras, nos grupos de alunos, anotavam os comando básicos e conseguiam aprender as noções básicas. Nesses encontros elas tiravam suas dúvidas com a professora de Informática.

A professora **SU** não possuía um computador em casa. Fez um caderno de anotações sobre observações, onde colocava as soluções feitas por ela em casa, das atividades LOGO propostas para as crianças e, posteriormente conferia no laboratório de Informática. Esta atividade era realizada mentalmente imaginando que movimentos seriam realizados pela

tartaruga em cada atividade dos alunos. Cabe ressaltar que o desempenho dessa professora superou a expectativa e se refletiu no dia a dia da sala de aula. Ela começou a integrar as atividades do laboratório na sala de aula, explorando as situações com prazer e criatividade.

No aprendizado do LOGO as professoras não apresentaram grandes dificuldades, elas eram atendidas individualmente pela professora de Informática e todas as dúvidas eram sanadas à medida em que apareciam.

3. Trabalho no Laboratório de Informática.

Estas atividades foram aplicadas por um pesquisador convidado, para trabalhar com todas as professoras envolvidas, incluindo a de Informática, liberando a pesquisadora para uma observação não intrusiva.

Atividades de simetria e translação desenvolvidas no Laboratório de Informática.

Atividade 1- Recordação dos comandos e fazer o L.

Participaram desta atividade a coordenadora pedagógica **MA**, as professoras **SU** e **CY** respectivamente da 3ª e 4ª séries e a professora de Informática. Estas atividades foram aplicadas por um professor/pesquisador da área de Informática na Educação.

Este encontro foi iniciado recordando os comandos básicos: FRENTE (FR), TRÁS (TR), DIREITA (DI) e ESQUERDA (ES).

Observou-se que os comandos ESQUERDA e DIREITA pedem uma entrada, pois são os que fazem a tartaruga girar. Esses comandos já haviam sido trabalhados com os alunos e, as professoras perceberam que quando o aluno digitava ES 20, por exemplo, ele ficava esperando a tartaruga andar. Neste momento este aluno percebeu a noção de ângulo e isto pode ser explorado fazendo primeiro o aluno virar para a esquerda ou

direita com o corpo e depois observar na tela a tartaruga girar.

Foi chamada a atenção das professoras para o fato de que os códigos aprendidos pelos alunos, não devem ser muito diferentes dos outros códigos com os quais já estão familiarizados. O importante é, no início, falar as palavras que indicam a ação, por exemplo: quando dizemos ES temos que pensar um minuto em que ação faremos, mas quando dizemos ESQUERDA sabemos qual a ação que estamos fazendo, ou ainda, LIMPETELA (LT), porque os alunos aprendem a decodificá-los.

A postura das professoras nestes encontros foi de muito interesse, elas estavam totalmente disponíveis mostrando muito boa vontade em participar e fazer as atividades.

Cabe observar que esses encontros ocorriam fora do horário de permanência, e elas estavam tão motivadas que ao término da sessão, não queriam ir embora.

A professora da 3ª série e a coordenadora pedagógica estavam trabalhando em dupla e a professora de Informática e a CY estavam trabalhando sozinhas.

A coordenadora verbalizou que tinha muita dificuldade de digitar, então a professora de 3ª série teclava enquanto a coordenadora escrevia no caderno os passos para desenhar o L. Observou-se, que a coordenadora pedagógica apresentou a mesma dificuldade de lateralidade que os alunos. Para fazer a tartaruga andar para a esquerda ou direita ela precisava antes fazer o movimento com o corpo.

As entrevistas que ocorreram paralelamente às atividades no computador estão transcritas abaixo:

- **PESQUISADORA:** *O que acontece se vocês repetirem o desenho? A tartaruga vai repetir no mesmo lugar ?*

A primeira resposta foi "não sei". Com a insistência da pesquisadora as professoras resolveram testar, digitaram novamente o nome do programa e o desenho não se repetiu por cima do outro; elas então digitaram uma terceira e quarta vez e na última, o desenho repetiu-se sobre o primeiro. Observa-se aqui que elas ainda não estavam atentas à posição da tartaruga, isto é, após "ensinar" (usar o APRENDA), o programa torna-se "mágico". O mesmo ocorria com os alunos, uma vez que, ensinado um caminhão, eles não se importavam mais com a posição final da tartaruga.

A entrevista prosseguiu para identificar como as professoras trabalhavam a simetria.

- **PESQUISADORA:** *O que deve ser feito para o desenho sair espelhado? Será que se consegue espelhar o desenho só virando a tartaruga ?*
- **SU:** *É impossível espelhar o L virando a tartaruga. Para espelhar é necessário trocar e escrever ao contrário.*
- **MA:** *Estou indecisa.*

Foi proposto então que fizessem esta atividade na folha de papel.

- **SU:** *Não vai virar, é preciso fazer um programa que vire.*

A professora de Informática teve a mesma dificuldade de desenhar a figura espelhada. Quando conseguiu escrever o programa que espelhava o L, testou-o isoladamente e funcionou. No entanto, quando juntou os dois programas, não funcionou, pois ela também não estava atenta, de imediato, à posição da tartaruga. Mas descobriu, rapidamente, após analisar os programas.

Após a atividade, o grupo passou a discutir e refletir sobre as dificuldades e facilidades encontradas. Constatou-se

que a complexidade das ações envolvidas nessa atividade deve ser um alerta para o professor quando, no processo ensino-aprendizagem, ajuda os alunos a construir um determinado conceito.

Cabe observar que todas utilizaram o modo direto, isto é, fazendo e anotando passo a passo. Vimos portanto, que este estágio inicial é o mesmo pelo que passam os alunos; é o estágio onde ainda não se planeja e não se tem a preocupação com a estrutura. Só que as professoras levam um tempo menor para mudarem de estágio e começarem a planejar.

Ao final desta atividade foi proposto que as professoras fizessem um programa para desenhar na tela o "L", que verificassem se seria possível refletí-lo ou não, e que trouxessem a resposta no próximo encontro.

Ao terminar o encontro as professoras queriam continuar trabalhando e a professora da 3ª série verbalizou dizendo: *"se eu tivesse um computador em casa eu ia continuar até conseguir"*. Esta atividade despertou um grande interesse nas professoras.

Atividade 2 - Simetria Axial

No segundo encontro, antes de defender a possibilidade ou impossibilidade da reflexão, proposta anteriormente, foi dada a seguinte atividade:

Dados os programas ISSO, AQUILO e AQUILOUTRO:

```
ISSO
ES 90
REPITA 2[FR 50 DI 90]
FR 20
DI 90
FR 30
ES 90
FR 30
DI 90
FR 20
END
```

```
AQUILO
Repita 2 [Isso]
End
```

```
AQUILOUTRO
repita 4[Isso]
End
```

1. Escreva ou desenhe no papel o que acontece com ISSO e com AQUILO. Trabalhe individualmente.

2. Troque de papel com as outras e discutam as diferenças.
3. Ligue o computador e execute os três programas dados.

Esta estratégia foi adotada visando identificar a zona de desenvolvimento proximal a partir do trabalho individual, das interações professor-professor e grupo-pesquisador. Em seguida iniciou-se a discussão:

- **SU:** *Ainda não entendi o que devo fazer.*
- **PESQUISADORA:** *Quero que você pense o que será que ISSO faz.*
- **SU:** *Que ISSO tem a ver com AQUILO?*

A professora de Informática descobriu mais rapidamente que as outras o que o programa ISSO faria.

- **SU:** *O REPITA 2, não vi ainda, não sei o que é.*

Cabe observar que o comando já tinha sido dado na ocasião em que as professoras trabalharam com a professora de Informática para aprender o LOGO e enquanto assistiam às aulas dos alunos no computador. A professora de Informática (**RE**) disse: "Você viu os outros REPITA. REPITA 2 é o mesmo".

- **SU:** *REPITA 36, REPITA 4 eu sei, REPITA 2 não sei. Entendi mais ou menos o que é. Sei que virada que ele dá no REPITA 36 e no REPITA 4 mas penso que no REPITA 2 deve ser a metade deste último.*

Temos a impressão que a **SU** tinha decorado a utilização desses comandos sem entendê-los. Por isso teve dificuldade de transferir o conhecimento. Esta impressão é reforçada pela fala da professora. A **RE** se sentiu incomodada e se viu na obrigação de explicar o comando REPITA.

- **PESQUISADORA:** Primeira coisa, quero observar como é forte o que é colocado pelo professor. Como na atividade passada falamos sobre espelho, hoje todas as três pensaram primeiro no espelho.
- **SU:** É verdade, pensamos automaticamente no espelho.

A professora de Informática já tinha traçado o ISSO e marcado a linha do espelho.

- **PESQUISADORA:** Devemos prestar atenção pois as crianças recebem alguma coisa que nós, professores, damos. Trata-se só de uma informação, mas a criança a armazena de qualquer maneira na sua cabeça. Isto não significa que ela construiu o conceito e que ele passou a ter significado para ela. Não significa nada além do fato de que ela simplesmente armazenou aquela informação. Por exemplo, você, **SU**, logo no começo, quando precisava usar o **REPITA**, estava pensando no **REPITA** que você se usava para fazer um círculo.
- **SU:** Como eu não sabia o lance dos comandos e não dominava o **LOGO** (eu sei o **REPITA 4** e o **REPITA 36**) na hora me deu um branco, sem saber se o **REPITA 2** era repetir duas vezes.

Verificamos aqui como o não saber **LOGO** liberou a professora para uma postura mais solta para a aprendizagem.

- **PESQUISADORA:** Porque para você o **REPITA 4** e o **REPITA 36** eram informações isoladas para traçar círculos, fornecidas pela **RE**. Você não tinha entendido o seu significado.

SU e **RE** decodificaram o programa **ISSO**, cada uma no seu estilo. **SU** foi mais rápida, apoiou-se na visualização e desenhou um esboço da figura. Já **RE** se sentia mais pressionada a acertar e por isso demorou um pouco mais (apresentamos no anexo II um exemplo dessa atividade).

Atividade 3 - Simetria Axial

No encontro anterior ficou para ser feita em casa a seguinte atividade:

Se possível vire a tartaruga de modo a fazer um ISSO espelhado, se impossível escreva um novo programa que espelhe o ISSO.

Na aula, **RE** criou um algoritmo que mudava a posição da tartaruga e depois repetia o ISSO, conseguindo, assim, a figura e o seu espelho.

Cabe observar que no encontro anterior foi aceito como verdade que era impossível chegar a uma resposta como a da **RE**. Foi discutido, então, com as professoras, a importância de se respeitar a fala do aluno, de ajudá-lo a modificar um determinado esquema, levando-o de um nível de pensamento para outro mais avançado.

Todas enunciaram que uma figura simétrica a outra através do espelho, mantém as distâncias internas e as figuras são equidistantes do espelho. Verificou-se que elas, agora, eram capazes de identificar a simetria e suas características relevantes. Recordando as respostas dadas na primeira ficha de trabalho de sala de aula, observou-se a evolução no desenvolvimento dessas professoras.

Atividade 4 - Translação

No trabalho em sala de aula, as professoras confundiram o movimento de translação com outros movimentos no plano.

Elas puderam acompanhar o trabalho das crianças e vivenciar as atividades de sala de aula com a pesquisadora. Por isso, foram realizadas mais seções, no Laboratório de Informática, dedicadas à simetria axial e apenas uma para translação.

As professoras imediatamente transferiram para o ambiente LOGO o que tinham construído.

Transcreve-se a seguir a solução encontrada pela professora **SU**. As demais soluções encontram-se no Anexo II.

LILI	ESPELHO	
DEI 90	CENTRO	DI 90
FR 50		ER 50
FR 50	REPITA 2 (FR 50	ES 90)
DI 30	FR 20	
FR 20	ES 90	
DI 90	FR 30	
FR 30	DI 90	
ES 90	FR 30ES 90	
FR 30	FR 20	
DI 90	EIM	
FR 20		
EIM		



Simetria - Tomando por base uma linha central, mantém as mesmas distâncias:

← → ou ↑ ↓

ES 90
FR 80
ES 90
ISSO

Translação:



Você caminha com o desenho para um ponto mais adiante e usa o mesmo processo do anterior. A translação conserva o mesmo desenho.

Durante a execução da atividade foram registradas algumas respostas às intervenções da professora-pesquisadora, as quais ilustram o fato de que elas haviam se apropriado do conteúdo de translação:

- **RE:** *Basta fazer o programa andar.*
- **SU:** *Basta andar e colocar o ISSO novamente.*

E enunciaram suas características:

- **SU:** *Anda e tem a mesma direção.*
- **RE:** *Repetir numa linha horizontal.*

Neste momento a pesquisadora introduziu o comando LEVEPOS, que sintetiza a translação em LOGO.

Como foi dito no início deste capítulo, página 112, as atividades realizadas com professoras e alunos nesta investigação ocorreram paralelamente, mas relatamos primeiro as dos alunos e depois as das professoras. Portanto, finalizamos aqui a apresentação do Estudo de Casos.

CAPÍTULO VI - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Assim as leis de aprendizagem devem estar em como as estruturas intelectuais se desenvolvem a partir de outras e em como, nesse processo, adquirem as formas lógica e emocional.

Papert (1985)

Este trabalho foi realizado durante um ano em sala de aula e no Laboratório de Informática, conforme descrito no Capítulo IV. Foram muito observadas e discutidas, tanto as estratégias de intervenção do professor e da pesquisadora nas atividades desenvolvidas pelos alunos, como também a especificidade do ambiente LOGO.

A observação qualitativa do ambiente de pesquisa permitiu identificar dificuldades dos próprios professores que passariam despercebidas no cotidiano escolar mas que causam grandes danos aos alunos na construção de conceitos, e também no prazer de fazer matemática. Como a educação é um processo de médio e longo prazo, os erros da má formação dos professores que se refletem sobre os alunos não têm conseqüências imediatas como acontece em outros campos.

Este estudo buscou compreender como se processa a construção dos conceitos de simetria axial e de translação no plano, através da utilização do computador em sala de aula. A seguir responderemos às questões que nortearam esta pesquisa.

6.1 COMO OS PROFESSORES CONSTRÓEM OS CONCEITOS DE SIMETRIA E TRANSLAÇÃO?

Como vimos nos Capítulos IV e V, as atividades desde 2 até 9 foram elaboradas para coletar dados sobre este questionamento.

A análise das respostas dadas na **Atividade 2 - Definir Simetria e Translação** (Tabela 5.4, pág. 176, cap. V), demonstrou um total desconhecimento por parte das professoras dos conceitos de simetria e translação, como vemos abaixo:

FICHA DE TRABALHO 1	MA	SU	CY
O que é simetria?	é a projeção do objeto no plano de 180°	simetria é uma certa igualdade em um posicionamento.	é aquela figura que a partir de um eixo central, possui o lado direito e esquerdo rigorosamente iguais.
O que é translação?	a rotação em volta do eixo em um plano de 360°	é um movimento em volta de alguma coisa.	é o movimento que a Terra faz em torno do Sol

Na Atividade **3-Identificar Figuras Simétricas e Figuras Transladadas** (pág. 177, Cap. V)- iniciou-se o processo de construção destes conceitos. Na discussão que encerrou esta atividade as professoras começaram a identificar alguns atributos relevantes da translação - movimento, mesma direção - e da simetria - movimento, espelhamento - (pág. 178 à 179, Cap. V). Esta discussão provocou uma maior reflexão das professoras na interpretação destas questões (representação escrita e representação gráfica) e na análise de suas respostas, possibilitando a identificação dos atributos citados.

Após a realização das **Atividades 4-Desenhar Figuras Congruentes, 5-Desenhar Figuras Simétricas usando Papel Carbono, e 6-Descrever as Ações Realizadas nas Atividades 4 e 5** (pág. 179 à 184, Cap. V), a discussão demonstrou que as professoras acrescentaram outras características importantes e mais precisas aos conceitos em construção, tais como:

- a) ser simétrico é diferente de ser igual;

b) mesma distância ao eixo para figuras simétricas (simetria axial);

c) deslocamento na mesma direção para figuras transladadas.

As **Atividades 7-Completar Figuras (Translação), 8-Completar Figuras (Simetria Axial), e 9-Traçar o Eixo de Simetria de Figuras Planas**, confirmaram que as professoras tinham desenvolvido os conceitos de simetria axial e de translação, sabendo identificar eixos de simetria das figuras planas. Isso foi demonstrado nas atividades de expressão corporal, nas representações gráficas e nas discussões. No entanto, apresentaram dificuldade de expressar corretamente tais conceitos quando se tratava da representação escrita, como vemos na figura 5.40 pag. 184:

	MA	SU	CY
Ficha de trabalho 6 Completar a figura da direita, de modo a ficar igual à figura da esquerda.	Na ficha 6 a figura desenhada é igual a proposta inicialmente. Se houver superposição elas serão iguais.	São dois desenhos iguais não simétricos.	Fiz a cópia da figura, obedecendo o mesmo traçado.
ficha de trabalho 7 Completar a figura, construindo seu lado direito.	Na ficha 7, ao completar a figura, também completei de modo igual, porém com espelhamento, isto é, parti do eixo de simetria	um desenho só que dividido por um eixo, torna-se simétrico.	Fiz a cópia da figura numa situação de espelho. Então, se o "original" fazia uma reta para esquerda, fiz a reta para a direita. Comparação: As atividades, embora tenham o mesmo enunciado (completar figuras) são completamente diferentes no seu modo de resolver.

Complementando o trabalho em sala de aula acima referido, foram realizadas atividades de simetria axial e de translação no ambiente LOGO (pág. 187 à 196, Cap. V). As dificuldades que aí surgiram foram, apenas, quanto à utilização dos comandos da linguagem LOGO e quanto à feitura dos programas; nenhuma dificuldade surgiu quanto aos conceitos que foram perfeitamente transferidos para este ambiente, como indicou a análise do diário.

Ao final desta etapa, no computador, foi pedido às professoras que descrevessem os conceitos de simetria axial e de translação por escrito. Nos resultados elas identificaram, sem dificuldade, o conjunto mínimo de atributos relevantes

para a conceituação pedida. A seguir encontram-se as repostas da prof. **RE**; as outras encontram-se no anexo II.

Simetria - é um "movimento" feito com uma figura, onde as "medidas" são mantidas (ou seja, o tamanho da figura). Um determinado ponto tem, em relação ao espelho, a mesma distância que seu simétrico tem em relação ao mesmo espelho.

Translação - é um deslocamento feito com a figura, onde as medidas são mantidas. A figura é "levada" para qualquer lugar e todos os pontos são deslocados para a mesma direção.

Os encontros com as professoras abriram um espaço de discussão e reflexão, ao qual estas não estavam acostumadas, onde tiveram a possibilidade de trabalhar diferentes representações de um mesmo conceito e, em cada uma dessas representações, descobrirem, pelo menos, um atributo relevante do conceito, levando a um enriquecimento na sua formação e ao fortalecimento de sua auto-estima. Após vivenciarem esta práxis, as professoras tiveram a possibilidade de abrir um espaço de discussão e reflexão com seus alunos, como foi descrito no capítulo anterior.

Os professores, assim como os alunos, constróem os conceitos de translação e de simetria axial através de atividades que os desequilibrem, isto é, através da ação. Diferentes ações sobre um mesmo objeto levam a construção destes conceitos.

6.2 COMO OS PROFESSORES INTERFEREM NAS CONSTRUÇÕES DOS CONCEITOS REALIZADAS PELOS ALUNOS?

O professor interfere e é um dos grandes responsáveis pelas informações apreendidas pelos alunos. De posse de uma informação ou fato, o aluno pode passar a um segundo estágio,

o de operar com esta informação para depois poder criar relações e estabelecer generalizações. Neste estudo observamos algumas intervenções da professora de Informática nas atividades desenvolvidas que tiveram impactos negativos sobre os alunos.

- **Passo Grande e Passo Pequeno**

Em relação aos comandos FRENTE (TRÁS) e DIREITA (ESQUERDA) a professora de Informática (RE) referiu-se aos mesmos como se fossem dois tamanhos de passos. Transcrevemos a fala da RE que ocorreu durante as atividades **A₁-Movimentos da Tartaruga** (Antropomorfismo)-**A₂-Identificar o Quadrado-** e **A₃-Construir o Quadrado-** descritas no capítulo V (pág. 115 à 119).

A tartaruga tem dois tipos de passo. Um passo grande e um passo pequeno, ela usa o passo grande quando anda para frente ou para trás e usa o passo pequeno quando anda para a direita ou para a esquerda.

Identificamos nesta fala um complicador que levou os alunos a utilizarem esta informação obtendo um resultado inadequado. Os alunos esperavam que após o comando ES 20, a tartaruga além de girar 20 graus para a esquerda também andasse 20 passos.

Na dificuldade apresentada pelos alunos de virar para a esquerda ou para a direita estão embutidos dois obstáculos, um com a unidade de giro e o outro com a lateralidade.

Constata-se na fala da professora de Informática que o passo grande significava andar (translação) e o passo pequeno significava girar (rotação). Nota-se também que a professora não transferiu a noção de ângulo para este contexto pois confundiu passo pequeno com o giro e passo grande com o andar. A interferência da professora levou os alunos a

acharem que a ação de andar e virar significava a mesma coisa.

Segundo Piaget (1995), quando os indivíduos agem sobre os objetos desenvolvem diferentes tipos de conhecimento, dependendo do tipo de abstração que eles fazem: a abstração empírica que consiste em isolar as propriedades e as relações com os objetos externamente, enquanto que a abstração reflexiva consiste em isolar as propriedades e as relações das próprias operações mentais. Os alunos encontram-se na fase de abstração empírica pois quando trabalharam com o próprio corpo perceberam a diferença dessas ações, descobrindo então que não eram dois tamanhos de passos mas tratava-se de dois tipos de passos. E eles passaram a comandar a tartaruga da seguinte maneira "andar para a frente 20 passos" e "virar para a esquerda 20".

• **Diferentes Classificações dos Erros.**

Muitas vezes a professora **RE** classificava o aluno **P** como distraído e inseguro, considerando seus erros como distração, quando o que ocorria eram erros ocasionados por desconhecimento ou dificuldade com a sintaxe do comando **REPITA**. Além de **P**, outros alunos apresentaram, na execução das atividades, os seguintes tipos de erro:

SINTAXE - Embora soubessem os comandos que desejavam repetir, esqueciam os espaços entre os comandos da lista, ou esqueciam os colchetes quando trabalhavam no computador.

SIGNIFICADO - A sintaxe estava correta, no entanto, a lista de comandos não correspondia às ações que desejavam repetir.

• **Circunferência e Passos**

No Cap. V, descrevemos a atividade **A₄ - Desenhar uma Televisão** - onde a professora de Informática mostrou aos alunos o procedimento para desenhar um botão (circunferência)

no computador. O procedimento utilizado foi REPITA 36 [FR 1 DI 10].

Os alunos utilizaram-no sem problemas. No entanto o aluno **A** precisou de um semi-círculo para terminar seu desenho; a professora então interveio dizendo que se para um círculo o procedimento era REPITA 36 [FR 1 DI 10] então bastava fazer REPITA 18 [FR 1 DI 10] para se obter um semi-círculo (veja as atividades **A₄-Desenhar uma Televisão**, **A₅-Desenhar um Ônibus** e **A₇-Desenhar um Tema Ligado à Copa do Mundo**, (pág. 122 à 129) e atividade **A₁₀ -Desenhar um Boneco de Neve** (pág.133 e 134, Cap. V).

Constata-se aqui que a professora considerou que era trivial a alunos de 3^a série, com idade de 8 e 9 anos, saber que a circunferência mede 360 graus e portanto o semi-círculo mede 180 graus. Com isso, os alunos se apropriam de um procedimento que dá certo na maioria das vezes sem, no entanto, serem capazes de transferir para outras situações. Neste caso, o poder desenhar rodas de tamanhos diferentes. Observou-se que o mesmo se deu com a professora **SU (Atividade 2 - Simetria Axial -** pág. 192 à 194, Cap. V) que, então, argumentou:

"Se damos informações aos alunos, antes deles construírem o conceito, e achamos que eles estão certos ou errados só pelas informações que trouxeram, estamos nos arriscando a naufragar. Precisamos fazer atividades que nos garantam que aquelas informações têm significado para os alunos. Por exemplo, o aluno pode trazer um círculo prontinho e não saber fazer um outro dentro dele ou um outro que o envolva. O fato que decorou como se faz o primeiro círculo, não nos garante que este procedimento tenha significado para ele".

• O problema do Perímetro

Segundo a professora de Informática, na atividade **A₄**, o "tamanho da circunferência desenhada com o procedimento

REPITA 36 [FR 6 DI 10] ou REPITA 36 [FR 6 ES 10] é 6". Aqui, temos novamente um exemplo da interferência negativa do professor. Uma vez que esses alunos - 3^a e 4^a séries do 1^o Grau - ainda não construíram a noção de perímetro da circunferência, a informação dada pela professora faz com que, para eles, o perímetro seja 6 e não 36 vezes 6. Tamanho é um atributo que pode se referir a diversos elementos da circunferência.

Cabe observar que, quando fazemos a circunferência em LOGO - Geometria da Tartaruga - utilizamos uma visão pontual enquanto que na Geometria Euclidiana utilizamos a visão global. O debate que surge é: o que é mais natural para a criança, a visão global ou a pontual? Não entraremos neste mérito por aqui, mas ressaltamos que o que é considerado natural, muitas vezes é apenas o que vem sendo feito corriqueiramente e portanto não dá margens à criação e à descoberta do novo. Por exemplo, a geometria dos fractais pode ser trabalhada desde cedo, no entanto, por ser considerada não natural é relegada aos cursos avançados de matemática (PEITGEN e outros, 1991).

No nosso caso, podemos fazer a passagem da representação da circunferência segundo a Geometria da Tartaruga para a representação da mesma na Geometria Euclidiana, e vice-versa. Trabalhar com desenvoltura nessas diferentes representações possibilita compreender diferentes aspectos do conceito de circunferência.

6.3 COMO LEVAR OS ALUNOS E PROFESSORES A TRABALHAREM SOBRE SUAS PRÓPRIAS REPRESENTAÇÕES DOS CONCEITOS DE SIMETRIA AXIAL E TRANSLAÇÃO E AS INTERRELAÇÕES ENTRE ELAS?

Cada atividade desenvolvida, tanto no ambiente do laboratório de Informática trabalhando com o LOGO como em sala de aula, para professores e alunos, envolvia uma seqüência de representações: expressão corporal, desenhar no papel, escrever o programa, executá-lo e expressão escrita, não necessariamente nesta ordem.

No ambiente LOGO, relacionando essas diferentes representações os alunos de ambas as séries, perceberam que, no caso da translação, os dois desenhos tinham que ser idênticos e que o primeiro indicava o ponto de partida da tartaruga e o segundo, o ponto de chegada (**TL₁ - Desenhar a Joaninha - TL₂ - Desenho Livre Utilizando a Translação** - pág. 144 à 149, Cap. V)

A Atividade **TL₃ - Trabalhando com a Letra "L"** - (pág. 149 à 152, Cap. V), onde foi apresentado o procedimento **ELE 1 1**, induziu os alunos à descoberta de que a repetição do procedimento em dois lugares diferentes não garantia o aparecimento de uma translação dos "L". Era necessário levar em conta, também, a posição da tartaruga. Nesta atividade foram explorados os outros comandos: **ELE -1 1; ELE 1 -1** e **ELE -1 -1**, que possibilitaram a identificação de cada um dos movimentos do "L". A simetria foi introduzida comparando estes movimentos com o movimento de translação.

A atividade **Sl₁ - Trabalhando com o "L" a Simetria Axial** - (pág. 152 à 160, cap. V), foi desdobrada em quatro etapas para que, através da visualização e dos quatro procedimentos do "L", os alunos pudessem diferenciar as representações dos

movimentos e, comparando-os, chegar à identificação da translação, da simetria ou de movimentos sem estas propriedades.

As atividades propostas foram apresentadas com níveis crescentes de dificuldades. Por exemplo, o eixo horizontal de simetria axial na tela do computador foi introduzido após o eixo vertical, pois a reflexão da figura horizontalmente é menos intuitiva e apresenta mais dificuldade de visualização e de representação (**A₁₄ - Desenhar Letras** - pág.139, cap. V).

De todas as representações utilizadas a forma escrita foi a que apresentou maior dificuldade, ocasionada pela compreensão e significado das palavras. Por exemplo, nas atividades **T₂ - Lateralidade** - e **T₃ - Desenhar o Barquinho** - (pág. 164 à 165, cap. V), a expressão "mesmo espaço" foi confundida com "igualdade", com "diferença", com "idênticos" e com "posição".

As atividades propostas às professoras, tanto em sala de aula como no laboratório, foram semelhantes àquelas realizadas pelos alunos. Trabalhando sobre suas próprias representações elas puderam perceber as dificuldades dos alunos. A fala da professora **CY** clarifica essas ações:

"Achei interessante... Eu senti como se eu fosse meu aluno. Todas aqui temos um certo conhecimento e logo que recebemos o papel [folha de atividades] nos sentimos inseguras. A criança deve sentir também".

6.4 COMO TRABALHAR COM OS PROFESSORES PARA QUE ELES ATUEM COMO DISPARADORES DO PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DO ALUNO?

À medida que as professoras iam se sentindo mais familiarizadas com a máquina e a linguagem LOGO, aumentavam as interações entre a sala de aula e o laboratório de Informática, estabelecendo uma continuidade entre as mesmas. As professoras planejaram um mural na sala de aula sobre simetria para onde os alunos traziam o que tinham feito no laboratório de Informática.

Cabe observar que o fato de não saber o LOGO liberou as professoras para uma postura mais solta em relação ao aprendizado.

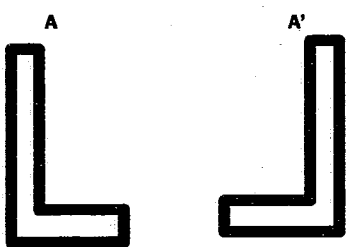
O trabalho realizado com as professoras pautou-se nas teorias construtivistas e, portanto, ao invés de "ditar regras" a pesquisadora levou as professoras a construírem seus caminhos. Como descrito no capítulo cinco, as professoras fizeram atividades dentro e fora do laboratório de Informática. Intervenções pedagógicas foram sendo feitas de modo que se repensasse o processo ensino-aprendizagem face à prática. Assim, por exemplo, em relação ao conceito de translação, ocorreu com a professora **MA** o mesmo que ocorreu ao aluno **PC**, isto é, após ser colocada frente a um conflito cognitivo, ela refez a definição que havia dado anteriormente (**MA** - atividades 4 e 7 das professoras pag. 179 à 180 e pág 184, respectivamente, e **PC**-a atividade T6 no Anexo I).

Cabe aqui observar que, como afirma Vygotsky (1991): "um conceito é mais do que a soma de certas conexões associativas formadas pela memória, é mais que um simples hábito mental, é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento". Por isso, só através de

representações diversas e dinâmicas da simetria e da translação esses conceitos foram sendo construídos.

Quando foi pedido, por exemplo, às professoras que desenhassem um "L" (**Atividade 1 - Recordação dos Comandos do LOGO** e fazer o "L" - pág. 189 à 192, cap. V), cada uma escolheu um caminho diferente e todas desenharam um "L". Quando trocaram as soluções encontradas foi escolhida uma solução mais elaborada do que as tinham sido realizadas individualmente. Foi possível avaliar a mudança dos esquemas cognitivos iniciais do trabalho individual, para o esquema cognitivo que emerge após a discussão no coletivo.

Outro exemplo, é o da professora **SU**. A pesquisadora lhe pediu que escrevesse o que entendia por simetria e translação, em dois momentos, no início da pesquisa e depois das intervenções em sala de aula e no laboratório de Informática. Abaixo transcrevemos suas respostas, encontrando-se as respostas das outras professoras no anexo II.

ANTES	DEPOIS
Simetria - Harmonia das posições opostas num plano	<p>Duas figuras simétricas em relação ao espelho mantêm suas distâncias internas e os pontos correspondentes das figuras são equidistantes do espelho, por exemplo na figura abaixo a distância de A ao espelho é a mesma que a de A' ao espelho</p> <div style="text-align: center;">  </div>

Verificamos, tanto no trabalho preliminar como na pesquisa de campo, que os professores da escola analisada têm por hábito participar de reuniões pedagógicas. Estas reuniões promovem a discussão e o aprendizado de diferentes métodos de ensino e diferentes maneiras de abordar o currículo tradicional de Matemática. Vimos também o quão pouco frutíferos foram cursos, palestras e oficinas sobre este tema

ministrados anteriormente a estas professoras. Cabe em um estudo longitudinal, verificar como estas professoras definirão simetria e translação daqui a algum tempo.

O ambiente computadorizado, aqui utilizado, por ser inovador para as professoras, permitiu e promoveu uma mudança de atitude. Descrevemos, anteriormente, como o fato de não serem "obrigadas" a saber de computador liberou-as para aprender não só a linguagem LOGO como também os conteúdos de Geometria. Esta aprendizagem acontecia de acordo com as diferentes zonas de desenvolvimento proximal descritas por Vygotsky (1991). Ora elas aprendiam diretamente da interação com a professora de Informática, ora da interação entre elas próprias, ora da interação entre elas e os alunos, e ora na interação com a pesquisadora. Constatou-se a importância de se utilizar ferramentas que desequilibrem, que promovam a reflexão e o novo equilíbrio na formação contínua de professores e educadores, construindo um novo espaço para discussão e reflexão. Ressalta-se que a palavra 'ferramenta' aqui utilizada engloba perguntas, atividades, trabalho no computador e/ou uso de diferentes materiais.

A coordenadora pedagógica também foi envolvida na pesquisa para garantir a continuidade deste trabalho junto às professoras das 3^a e 4^a séries e também possibilitar que este enfoque se estendesse às professoras das outras séries.

6.5 COMO PODEMOS TRABALHAR COM OS ALUNOS E OS PROFESSORES PARA QUE ELES SOFRAM UM PROCESSO DE TRANSFORMAÇÃO DE MODO A BUSCAREM NOVOS CAMINHOS PARA SEU CONTÍNUO DESENVOLVIMENTO E APERFEIÇOAMENTO?

A estratégia adotada nas atividades realizadas no ambiente LOGO possibilitou que alunos e professoras vivenciassem através do movimento dinâmico da tartaruga as noções de forma e movimento da geometria. Este fato vai ao encontro do que Papert (1987) chama de construcionismo.

O ambiente LOGO permitiu diagnosticar a cada momento como o aprendiz estava pensando, pois, diretamente ou através das fitas de vídeo, era possível acompanhar cada digitação e discussão; contrastando com o ambiente de sala de aula onde ao responder um problema o aluno pode apresentar apenas a resposta ou a solução final.

Nas observações do laboratório de Informática, por exemplo, foi possível verificar quais os alunos que ainda não haviam compreendido a estrutura associativa, já que alguns deles utilizavam FR 10, FR 20 e FR 30 para desenhar um segmento e, quando precisavam desenhar outro segmento do mesmo tamanho, ao invés de digitarem FR 60, digitavam novamente FR 10, FR 20 e FR 30. No ensino tradicional, muitas vezes este pensar passa despercebido, os alunos são capazes de identificar a associatividade com o uso dos parênteses, por exemplo $2 + (3+5) = (2+3) + 5$, o que não significa que eles tenham compreendido a propriedade.

Cabe ressaltar que não se pode confundir a imagem ou representação do objeto matemático com as relações que podem ser inferidas sobre ele, mas interpretando as diferentes representações desse objeto podemos identificar algumas das

suas características. No ambiente LOGO houve uma possibilidade de se trabalhar com mais de uma representação ao mesmo tempo, por exemplo, o aluno digitava um comando ou uma lista de comandos e o resultado aparecia sob forma de desenho na tela. No caso da translação e da simetria, as características relevantes desses movimentos foram identificadas interpretando essas diferentes representações.

Nesta pesquisa as atividades no ambiente LOGO foram trabalhadas de dois modos: o modo direto e o modo editor. No modo direto, embora existam dois tipos, o gráfico e o de texto, só foi utilizado o modo gráfico. Os alunos desenharam, consertaram e ajustaram diretamente seus desenhos, o que era feito de maneira a proporcionar uma resposta imediata. Contrastando, no modo editor o aluno entrava com uma série de comandos, sem resposta imediata, e somente quando voltava para o modo gráfico ele podia ver o resultado.

As atividades com o computador facilitaram a observação do ritmo individual de cada aprendiz, alunos e professoras. Como descrito no capítulo V, este ritmo se deve ora a uma dificuldade conceitual, ora a uma dificuldade com o programar e ora a uma dificuldade de conceituação e programação. Alguns alunos terminavam uma atividade em uma hora/aula enquanto outros levavam um pouco mais de tempo. O importante foi observar que todos concluíram suas atividades, discutiram com os colegas do grupo, trocaram informações com o grupão, refinaram suas soluções e, quando necessário, questionaram a professora. Ressalta-se a importância da interação social em benefício do crescimento do grupo.

Neste ambiente foi possível, como propõe Gardner (1995), estimular diferentes capacidades nos alunos e professoras. No trabalho em grupo as inteligências interpessoal e intrapessoal foram contempladas; nas redações e entrevistas realizadas paralelamente nas diferentes atividades foi contemplada a inteligência lingüística; no antropomorfismo da

tartaruga foi privilegiada a inteligência espacial e corporal; e a inteligência lógico-matemática foi contemplada quando alunos e professoras escreveram e refinaram seus programas, isto é, usavam o comando APRENDA e o modo editor.

Para trabalhar as transformações no plano, que é um conhecimento matemático formal, que gera movimentos de figuras, o aprendiz deve se relacionar com o conhecimento corporal para realizar esses movimentos, isto é, trabalha-se com o seu esquema sensório-motor. Ele pode se movimentar usando o corpo para perceber que a translação é caminhar sem virar ou dobrar, e que a simetria é espelhar-se. Essa dupla relação, tanto abstrata quanto sensorial, é que dá à simetria e à translação aqui trabalhadas o poder de despertar inúmeras idéias matemáticas na mente e a capacidade de representá-las.

O computador tem um poder de simulação e o de assumir milhares de formas e servir a milhares de finalidades. Conseqüentemente pode despertar milhares de gostos. Para Papert (1985), é importante transformar os computadores em instrumentos flexíveis o bastante para que muitas pessoas possam criar para si próprias algo que desperte o desejo de explorar, descobrir, construir e aprender.

Esse estudo confirmou a mudança da postura do aprendiz, não mais como receptor passivo que se limita a acumular conhecimentos, como bens materiais que são guardados em depósitos, mas como um construtor do seu próprio conhecimento.

No ambiente LOGO, durante as atividades propostas e descritas no Capítulo V, foram trabalhados vários conteúdos do currículo de Matemática como, por exemplo, diferentes formas geométricas e suas características relevantes, frações, divisão, perímetro, áreas, ângulos, direção, e orientação. Estes conteúdos foram trabalhados de uma forma

lúdica, não seqüencial e não linear sempre que cada um deles aparecia implícito nas atividades a serem desenvolvidas.

Algumas mudanças significativas foram observadas ao longo deste estudo.

- Analisando os videotapes e o diário, verificou-se que as professoras de sala de aula passaram a dar mais voz a seus alunos. Isto é, acreditaram mais na possibilidade de partir daquilo que o aluno conhece, de trocar experiências permitindo a construção de um conceito pelos alunos e por elas ao invés de já trazer uma definição pronta e fechada.
- No laboratório de Informática - Quando foi pedido ao grupo de professoras que desenhassem individualmente um "L" duplo no computador, cada uma fez de um modo diferente. Eram todos da forma de um "L" porém uns mais "gordinhos" outros mais "altos", etc. Na discussão, onde cada uma apresentava os passos do programa, elas levantaram os pontos da resposta única, do problema fechado e observaram o quanto se pode explorar com a multiplicidade de respostas de um problema mais aberto e da descoberta de diferentes caminhos de solução.
- No Laboratório de Informática com os alunos, as professoras mudavam aos poucos o paradigma interno do professor. Em geral, os professores se preocupam apenas com problemas técnicos como "cumprir o programa", programa este que é composto de uma lista de conteúdos previamente estabelecida. No laboratório, as professoras assumiam uma atitude de pesquisa, pois, como a professora de Informática estava presente, elas se sentiam mais livres para passear entre os computadores e anotar em seus cadernos as diferentes respostas dos grupos de alunos relacionando conteúdos

matemáticos ensinados e aprendidos de forma nada linear aos conteúdos encontrados nos currículos tradicionais de Matemática. Descobriram que é possível dar o mínimo de informação possibilitando ao aluno um espaço de reflexão para descobrir, explorar e construir o seu próprio conhecimento (avaliação das professoras, no Anexo VI).

- Na primeira entrevista com os alunos, **PC** chamou de quadrado a folha de papel retangular. Depois, quando lhe foi mostrada uma folha quadrada ele chamou-a de balão e quadrado. Olhando novamente para folha retangular disse: *"então essa é um retângulo"*. Ao invés de dizer que o aluno estava errado e que a folha era retangular, criou-se uma situação de conflito cognitivo, onde o aluno foi obrigado a confrontar seus esquemas, reformular sua resposta. A intervenção pode ser classificada como uma zona de desenvolvimento proximal, pois levou o aluno a aprender ou refinar o que já havia aprendido antes dessa troca.
- No início das atividades, quando os alunos se olharam no espelho e disseram *"estou espelhando"*, eles adquiriram a noção de simetria no espaço real. Depois continuando ainda no espaço real, trabalharam com o corpo, fizeram dobraduras de papel, desenharam usando papel carbono e quadriculado, desenharam no vídeo e procuraram no dicionário o significado da palavra simetria. Realizando essas diferentes representações perceberam que elas tinham algo em comum. Estavam assim construindo o conceito de simetria. Os alunos mudaram o estágio de pensamento em que se encontravam no início da experiência e no momento em que associaram mentalmente a simetria à ação de espelhar, iniciava-se o processo de abstração, tendo possibilidade de definir simetria no seu nível de

desenvolvimento. Nesse momento eles passaram para o espaço teórico.

- Os aprendizes inicialmente estavam muito motivados com a utilização da máquina em si mas com o decorrer do projeto, a motivação se transferiu para o problema a ser resolvido e para o domínio sobre a máquina que os ajudaria a resolvê-lo. Segundo Papert (1980), os adultos valorizam muito a máquina mas a criança não. Ele dizia, por exemplo, que se entrássemos num laboratório de computador com professores e perguntássemos o que estão fazendo eles diriam "usando o computador" mas as crianças diriam "fazendo um robô". E foi isto que ocorreu com os alunos aqui envolvidos,
- Mudança de postura por parte de alunos e professores face ao tempo envolvido numa atividade. Verificou-se também que a costumeira atitude dos aprendizes de quererem que a aula acabasse logo, ou de achar Matemática chata foi trocada pela procura do laboratório em qualquer hora vaga, incluindo o recreio, para terminar um determinado projeto. Observou-se, também, que se o programa em que o aluno trabalhava era de seu interesse, ele escrevia, reescrevia, pensava sobre ele, poderia utilizá-lo num futuro projeto. Se, no entanto, o objetivo era somente desenhar, não tendo nada a ver com um projeto maior, ele se desinteressava em guardá-lo. Isto acarretava muitos enganos ao digitarem os comandos.

As avaliações dos alunos no anexo V mostraram que, para eles, o interessante foram as inovações apresentadas: usar o computador para construir coisas, o estar sendo filmado, usar o papel carbono e diferentes materiais. Cabe frisar que para

eles o papel carbono foi considerado tão ou mais novidade que o computador.

Para os alunos foi também inovador o fato de terem autonomia para resolver as atividades que se apresentavam no ambiente LOGO.

A auto-estima, tão importante na formação de um cidadão, foi enormemente fortalecida. Transcreveremos a fala de dois alunos ao avaliar o trabalho realizado

*Descobri que a minha capacidade era maior do que eu pensava, pois sozinho consigo concluir várias coisas. Ao fazer os trabalhos percebi que com a minha capacidade posso fazer e concluir qualquer coisa (fala do aluno **A**).*

*Percebi que posso descobrir as coisas sozinho, aprender técnicas de como copiar uma coisa usando a inteligência (fala do aluno **PC**).*

As ações do professor são função de seu conhecimento e de suas crenças, como também de sua interpretação das ações e da linguagem dos alunos.

Transcreveremos, também, a fala de uma das professoras ao avaliar sua participação neste estudo.

*Compreendemos a importância de saber ler, compreender, refletir e interpretar. As atividades eram reflexivas e comparativas. Era importante compreender o significado de cada palavra... Pensávamos em nossos alunos. Como era difícil fazê-los refletir sobre suas atividades! Mas este era o caminho. Refletir, analisar, descobrir, registrar e aplicar. (fala da Prof^a **CY**).*

Nesta pesquisa, verificamos:

1. Mudanças atitude das professores

- a) Problemas técnicos e problemas de pesquisa.

- b) Planejamento de aula pré-estabelecido e planejamento de aula levando em conta o esquema cognitivo do aluno.
 - c) Vivenciaram os mesmos problemas dos alunos.
 - d) Fortalecimento da auto-estima.
- 2) Mudanças no esquema cognitivo e na atitude dos alunos.
- a) Formas geométricas e suas características relevantes
 - b) Diferentes representações de um mesmo conceito geométrico; representação global e representação pontual, representação pictórica, escrita, oral e no computador.
 - c) Construção dos conceitos de simetria e de translação
 - d) Maior concentração e envolvimento nas atividades.
 - e) Fortalecimento da auto-estima.

Sintetizando, se o aluno ou qualquer aprendiz compreender as diferenças entre a aquisição de um conceito e as suas diferentes representações, ele tem a possibilidade de realizar a passagem das operações concretas para as operações abstratas através das ações. As operações abstratas são operações que utilizam a lógica, e são realizadas sobre as proposições que descrevem as ações.

CAPÍTULO VII - SUMÁRIO E RECOMENDAÇÕES

Uma invenção lingüística neste domínio acha-se de certo modo, situada no ponto de encontro do universo formal, que é a Matemática realizada, e do sistema dos atos concretos que constituem as relações dos homens entre si e com o mundo.

Granger - 1974

O objetivo desta pesquisa foi investigar e analisar o uso do computador no cotidiano da situação escolar, em particular no que se refere à formação de conceitos e à representação em Geometria.

Neste trabalho apresentou-se uma outra abordagem para o ensino de Geometria, com a utilização de diferentes representações, para reduzir algumas dificuldades de aprendizagem, possibilitar a criação de um espaço para exploração e construção do conhecimento, interromper o isolamento e facilitar a conexão com outros domínios de conhecimento. Foi também introduzido no ensino de Geometria, com o auxílio do computador, o aspecto dinâmico da construção dos conceitos de simetria e translação - Transformações do Plano.

Partimos do espaço real, trabalhamos com diferentes representações de um mesmo conceito que possibilitaram aos alunos estabelecer conexões entre elas para construí-lo e chegar ao espaço teórico.

A fundamentação teórica, como vimos no capítulo II, foi baseada na teoria construtivista e interacionista, principalmente nos trabalhos desenvolvidos por Piaget e Vygotsky; na filosofia de educação proposta por Papert, desenvolvida através do LOGO, para a utilização da Informática no ensino da Geometria, criando um ambiente

diferente para a aprendizagem; nas teorias de representação de Frege, Fischbein e Vergnaud e na teoria das inteligências múltiplas de Gardner. Trabalhamos o aspecto epistemológico, o aspecto lingüístico e o aspecto social e as suas interações. Pautamo-nos, também, na aplicação de teorias que vêm sendo desenvolvidas mais recentemente no campo do ensino e aprendizagem da Geometria, lideradas por Rina Herskovitz e Abraham Arcavi no Weizmann Institute (Israel) e Berkley University (USA), como descrito no capítulo III.

Após um estudo preliminar, foi adotada uma metodologia de estudo de casos e a estratégia qualitativa foi aplicada para coletar e analisar os dados encontrados. As principais técnicas utilizadas foram observação das aulas e entrevistas.

Foi produzido neste trabalho um diário acompanhando todas as atividades realizadas, o qual foi codificado e serviu para montar o banco de dados sobre:

- a) observação dos alunos e professores em situação de trabalho no contexto das atividades em dois ambientes: sala de aula e laboratório de Informática;
- b) observação e análise dos vídeos-tapes das aulas;
- c) entrevistas realizadas com os alunos, com os professores e com a coordenação pedagógica.

O propósito foi investigar o que acontece no cenário real do dia a dia de sala de aula no processo de construção do conhecimento geométrico e quais são os obstáculos reais, utilizando diferentes estratégias e ferramentas. Uma dessas ferramentas foi o computador, com o qual professores e alunos puderam explorar e formalizar os seus conhecimentos intuitivos. Trabalhamos com a aplicação de diferentes atividades que possibilitaram variadas representações do conteúdo específico - transformações no plano - focalizando particularmente translações e simetrias.

A construção dos conceitos de simetria e translação foi realizada através de uma multiplicidade de atividades como esquematizadas na Figura 7.1 e descritas no capítulo V.

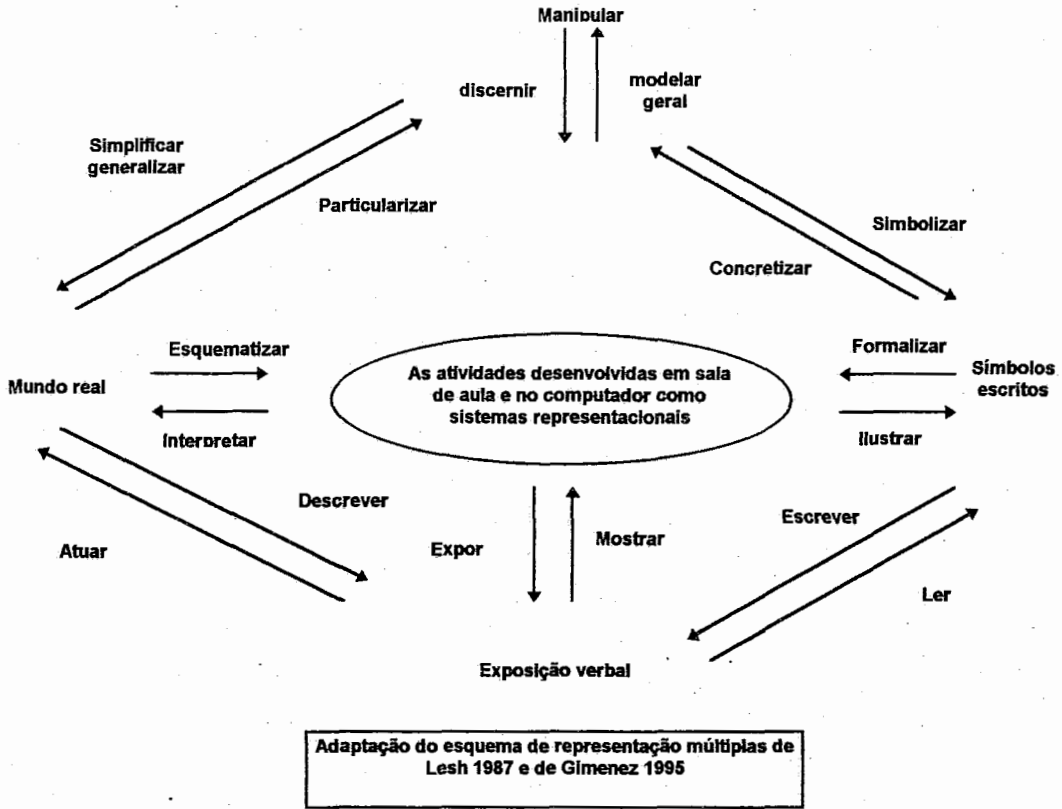


Figura 7.1 - Esquema de representações múltiplas.

Vimos que a introdução da Informática nas 3^a e 4^a séries trazia em si duas inovações: o uso do computador e a mudança didático-pedagógica das aulas de Matemática, isto é, além de introduzirmos a utilização um novo instrumento que devia ser aprendido, foi introduzida a utilização de uma nova metodologia, que também precisava ser aprendida. Com isto em mente, vamos sumarizar os resultados encontrados e propor sugestões.

- A importância dada às diferentes representações na construção de um conceito geométrico. Utilizamos aqui a expressão corporal, oral, escrita, gráfica e, com o

auxílio do computador cada uma dessas representações contemplava um aspecto do conceito.

- Contribuição do uso de computadores na construção dos conceitos de simetria axial e translação. A dinâmica dos movimentos que o computador traz ao ensino da Geometria não pode ser subestimada. Neste estudo utilizamos o ambiente LOGO.
- Integração das noções de forma e movimento no processo ensino-aprendizagem de geometria das séries iniciais. O caráter exploratório da Geometria da Tartaruga, no LOGO, trouxe outra perspectiva pedagógica para se trabalhar a Geometria das Transformações. O aluno deveria ensinar à tartaruga, um ente externo e concreto, a movimentar-se no plano.
- Identificação da diferença entre a aquisição de um conceito e suas diferentes representações, proporcionando ao aprendiz a realização da passagem das operações concretas para as operações abstratas através das ações.
- Subsídios para se trabalhar a Geometria das Transformações na faixa etária de 8 a 10 anos. Embora existam trabalhos com alunos de 7^a e 8^a séries, esta pesquisa serve de base à introdução deste conteúdo na 3^a série do 1^o grau.
- Incorporação de outros conceitos matemáticos, não seqüenciais no currículo, que surgem espontaneamente no decorrer das atividades. Em geral o currículo segue uma orientação lógica pré-estabelecida onde, por exemplo, ângulo é assunto dado na 5^a Série. Introduzindo o programar em LOGO na 3^a e 4^a séries do 1^o grau, este conteúdo passa a fazer parte do currículo das séries iniciais. Por exemplo, quando os

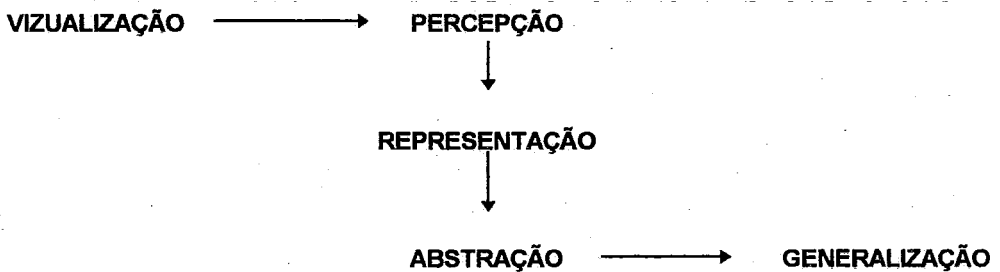
alunos ordenam um giro para a tartaruga -ES 30- é muito tentador dizermos que eles desenvolveram a noção de ângulo; em certo sentido isto é verdade, mas a pergunta que se faz é "que classe de noção de ângulo foi trabalhada pelos alunos?" No caso os alunos trabalharam com uma noção particular de ângulo, a concepção dinâmica. É necessário que eles façam as conexões entre a representação dinâmica vivenciada neste micromundo com as outras representações de ângulo.

Inicialmente, quando os alunos e/ou professores aprendem os comandos do LOGO, o movimento da tartaruga para direita ou esquerda faz com que eles percebam o que é um ângulo e que este movimento não é linear. Um outro exemplo é quando pedimos aos alunos para desenhar um triângulo utilizando o LOGO. Eles descobrem o ângulo externo do triângulo quando mandam a tartaruga se movimentar para direita ou esquerda conforme os lados que eles vão construir, isto é, eles descobrem uma concepção de ângulo como mudança de direção.

- A pesquisa provocou uma mudança de paradigma do professor: atitude de pesquisa versus atitude de cumprir o programa. As professoras começaram a valorizar o pensar dos alunos, isto é, anotaram em seus cadernos como os alunos estavam trabalhando, para elaborarem suas próximas aulas. Logo, o programa a ser cumprido passava a ser mais dinâmico e a antiga postura de seguir uma lista de temas era trocada por uma atitude mais investigadora.
- A epistemologia é necessária em todos os níveis da construção do conhecimento matemático, toda vez que se necessita esclarecer as relações entre o conhecimento

matemático e os problemas propostos. Por exemplo, o conceito de simetria é construído com diferentes propriedades e diferentes relações com outros conceitos matemáticos. Existem propriedades elementares deste conceito que podem ser compreendidas por uma criança de 8-9 anos de idade, utilizando tarefas que envolvam diferentes materiais. Por exemplo, quando uma criança se olha de frente em um espelho ela observa que a sua imagem tem o seu tamanho. Já para alunos do 2º grau pode-se definir simetria como uma função que pode ser representada por uma matriz, diferentes problemas que envolvem diferentes propriedades do mesmo conceito e diferentes conceitos.

- Elaboração de um modelo para o processo de formação e construção de um conceito que, segundo esta pesquisa, obedece à seguinte seqüência:



Este modelo é uma síntese das etapas observadas pela pesquisadora na realização das atividades ao longo de todo processo de investigação deste estudo.

7.1 RECOMENDAÇÕES E SUGESTÕES

Na formação e construção de um conceito é fundamental que os aprendizes vivenciem uma variedade de experiências estimulantes que possibilitem progressivamente as abstrações

e generalizações, desde que essas experiências estejam compatíveis com seu nível de desenvolvimento e desempenho.

O trabalho no ambiente LOGO, longe de diminuir o papel do professor, aumenta-o, pois se apresentam novas concepções acerca do processo ensino-aprendizagem. Primeiro, é necessário uma cuidadosa organização das atividades; segundo, os professores devem estar conscientes das diferentes formas pelas quais os alunos interagem com o programa, buscando uma flexibilidade em eleger entre elas as que atendem às metas impostas pelas atividades.

Recomenda-se, portanto, que os professores estejam atentos aos possíveis erros conceituais dos alunos na execução dos programas, em relação, por exemplo ao modo sequencial ou à maneira como acontecem os procedimentos e sub-procedimentos. O professor deve provocar os alunos a fazerem previsões, simulações e reflexões sobre suas experiências. E abrir novos caminhos de exploração para os alunos.

Na vida o conhecimento é adquirido para ser usado. Porém, a aprendizagem escolar, com maior frequência, encaixa-se na hábil metáfora de Paulo Freire (1995): "O conhecimento é tratado como dinheiro, para ser posto de lado, num banco, para o futuro". A habilidade em computação deve ser aprendida para ser usada, ela não pode ser interpretada apenas, em um sentido estreito, como um conhecimento técnico sobre computadores. O fundamental é poder usar o computador para o que se quer e o que se deseja. De acordo com esta pesquisa é importante que o computador fique dentro da sala de aula, interagindo com o fazer do dia a dia.

Recomenda-se, ainda, questionar as representações mentais implícitas na construção dos conceitos geométricos dos alunos, dos professores e dos pesquisadores, assim como se deve questionar a qualidade e a operacionalidade dos

currículos, dos livros textos, dos materiais de computação de utilização na educação, pois estão em contínua evolução.

É fundamental que se reveja toda a filosofia que permeia o processo ensino-aprendizagem de Geometria nos três níveis de ensino para propor uma reformulação curricular. A Geometria, não é somente uma parte da nossa cultura científica, mas também uma útil ferramenta para uma grande variedade de competências.

Apropriar-se de um conceito é fazer a passagem de uma representação para outra trabalhando com desenvoltura nas diferentes representações. Na faixa etária dos alunos observados nessa pesquisa, a descoberta da circunferência pertence ao estágio intermediário, entre o sensório-motor e as operações concretas, e é realizada de forma intuitiva. Sugerimos, para os alunos de 7^a e 8^a séries, trabalhar as duas representações da circunferência: uma da Geometria Euclidiana, e outra da Geometria da Tartaruga. Na Geometria Euclidiana a visão é global, e temos que o perímetro vale $2\pi R$ e na Geometria da Tartaruga a visão é pontual e o perímetro da circunferência vale $n \times t$, onde n é o número de repetições e t é o tamanho do passo. Assim pode-se descobrir o raio partindo do caminhar da tartaruga ou descobrir o tamanho do passo da tartaruga partindo do comprimento do raio que é dado pela Geometria Euclidiana. Cada uma dessas representações promove um aspecto do conceito da circunferência.

Em geral, os professores de Informática que atuam nas escolas de 1^o e 2^o graus, na sua formação, têm cursos relâmpagos onde aprendem diferentes aplicativos, muitas vezes se apropriando dos comandos, porém sem tempo para refletir sobre sua utilização. Os professores que participaram desta investigação encontram-se no estágio da abstração empírica. Eles não relacionam as diferentes representações de um mesmo conceito. Por exemplo, nessa pesquisa, quando a professora de

Informática realizou a atividade **A₁**, não transferiu para o ambiente LOGO a noção intuitiva de ângulo que é dada pelo comando da tartaruga DIREITA (DI) e ESQUERDA (ES).

Sugerimos promover situações que abram espaços para discussão e reflexão que proporcionem às professoras a oportunidade de saírem do estágio da abstração empírica, que se apóia sobre objetos físicos ou sobre aspectos materiais da própria ação, para atingir a abstração reflexionante que se apóia nas formas de como o indivíduo capta o conteúdo em todas as suas atividades cognitivas.

7.2 FUTURAS QUESTÕES E PROBLEMAS DE PESQUISA

1. Se, ao iniciar o trabalho com a linguagem LOGO, os professores propuserem atividades mais livres, ao invés de atividades estruturadas, os alunos terão mais oportunidades de desenvolver sua criatividade e seu sentido de exploração e descoberta?
2. O que é mais natural para a criança, a visão global da Geometria Euclidiana, ou a visão pontual da Geometria da Tartaruga?
3. É recomendável realizar um estudo longitudinal para verificar o impacto do trabalho realizado com professores e alunos?

Nesta investigação, utilizando diferentes representações, entre elas a do computador, para a construção dos conceitos de translação e simetria, foi possível compreender como se realizavam as diferentes etapas do desenvolvimento dos mesmos. A compreensão de como este desenvolvimento ocorre é mais relevante para a Educação Matemática do que o verificar se uma determinada representação favorece ou não um bom resultado.

Os professores e os alunos têm representações muito diferentes de um mesmo conceito matemático, criando um enorme fosso entre o que o professor espera que o aluno aprenda e o que o aluno realmente compreende e aprende.

Acreditamos que os resultados desta pesquisa sejam de interesse para os professores e os encorajem a tentarem experiências, semelhantes ou diferentes na aplicação dos computadores na educação e no processo ensino-aprendizagem de Geometria.

Pretendemos, ainda, contribuir com estes resultados para a melhoria da qualidade do processo de ensino-aprendizagem da Geometria, e para a pesquisa em Educação Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADLER, I. *A matemática moderna*. Trad. Valdemar J.B. de Passos e Sousa. Lisboa: Publicações Europa-América Lda., 1966. Coleção Biblioteca Universitária.
- ADLER, I. *Iniciação à matemática de hoje*. Trad. Augusto Cesar de Oliveira Morgado. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1972.
- ADLER, I. *Matemática e desenvolvimento mental*. Trad. Anita Rondon Berardinelli. São Paulo: Cultrix, 1970.
- AJURIAGUERRA, J. et alii. *Psicología y epistemología genéticas: temas piagetianos*. Buenos Aires: Editorial Proteo, 1970.
- ALCAINE, F.G. Percepción e intuición espacial. *UNO - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, n. 2, Año I, Octubre 1994.
- ALSINA, C.; BURGUÉS, C. & FORTUNY, J.M. *Invitation a la didactica de la geometria*. Madrid: Editorial Sintesis, 1989. Coleção Matematicas: Cultura y Apredizaje, n. 12.
- ALSINA, C.; BURGUÉS, C. & FORTUNY, J.M. *Materiales para construir la geometria*. Madrid: Editorial Sintesis, 1991. Coleção Matematicas: Cultura y Apredizaje, n. 11.
- ANDRADE, P.F. (org.). *Projeto Educom: Realizações e Produtos*. 1. ed. Brasília: MEC/OEA, 1993.
- ANDRADE, P.F. et al. *Projeto Educom*. 1. ed. Brasília: MEC/OEA, 1993.
- ARCAVI, A. *And in mathematics those of us who instruct, what do we construct?* Israel: Weizmann Institute of Science de Rehovot, *Substratum*, vol. II, no. 6, 77-94(1995).
- ARITA, E. (Project Manager). *The geometric superSUPPOSER*. Scotts Valley, 1992.

- ARTIGUE, M. Ferramenta informática, ensino de matemática e formação dos professores. *Em Aberto*, Brasília, ano 14, n. 62, abr./jun. 1994, p. 9-22.
- AUDIBERG, G. Space in geometry. *Topologie Structurale. Proceedings of the International Symposium. La revue Topologie Structurale*, nº 18, 1991. pag.49-62.
- ÁVILA, G. Objetivos do ensino de matemática. *Revista do Professor de Matemática*, Sociedade Brasileira de Matemática, n. 27, 1º quadrimestre de 1995. p. 1-9.
- BACHELARD, G. *Epistemologia: trechos escolhidos*. 2 ed. Trad. Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1983.
- BACHELARD, G. *O novo espírito científico*. 2 ed. Trad. de Juvenal Hahne Júnior. Rio de Janeiro: Edições Tempo Brasileiro Ltda., 1985.
- BARBOSA, J.L.M. *Geometria euclidiana plana*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura Aplicada - MPA/Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, 1995. Série de Computação Matemática, Coleção do Professor de Matemática, n. 11.
- BASTOS, L.R.; PAIXÃO, L. & FERNANDES, L.M. *Manual para a elaboração de projetos e relatórios de pesquisa, teses e dissertações*. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1980.
- BAULAC, Y.; BELLEMAIN F. & LABORDE, J.M. *Cabri-géomètre: Le cahier de brouillon interactif pour l'apprentissage de la géométrie - manuel de l'utilisateur (version 1.7 pour MS-DOS)*. Grenoble, France: Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique (LSD2), Institut d'Informatique et de Mathématiques Appliquées de Grenoble (IMAG), Université Joseph Fourier (UJF), Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), 1992.
- BECKER, F. *A epistemologia do professor: o cotidiano da escola*. 2. ed. Petrópolis, RJ : Vozes, 1993.

- BROWN, M. et alii. *Educação matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 1992. Colecção Temas de Investigação.
- BRUYNE, P., HERMAN, J. & SCHOUTHEETE, M. *Dinâmica da pesquisa em ciências sociais: os pólos da prática metodológica*. Trad. Ruth Joffily. 2. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1982.
- CARRAHER, T.N., CARRAHER, D.W. & SCHLIEMANN, A.D. Na vida dez; na escola zero: os contextos culturais da Educação Matemática. *Cadernos de Pesquisa*, 1982, 42:79-86.
- CARVALHO, P.C.P. *Introdução à geometria espacial*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura Aplicada - MPA / Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, 1993. Série de Computação Matemática, Coleção do Professor de Matemática, n. 1.
- CATUNDA, O. et alii. *As transformações geométricas e o ensino da geometria*. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1990.
- CHARISCHAK, I. (ed.) *Clima Microworlds*. New York: Council for LOGO in Mathematics Education, 1990. Vol. II.
- CHOMSKY, N. *Reflexões sobre a linguagem*. Trad. Carlos Vogt (et al). São Paulo: Cultrix, 1980.
- CLEMENTS, D.H. & BATTISTA, M.T. Geometry and spatial reasoning. **In:** GROUWS, D.A. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York: Macmillan Publishing Company, n. 8, p. 420-464.
- COCKCROFT, H. *Mathematics counts*. London: HMSO, 1982
- COSTA, M.A. *As idéias fundamentais da matemática e outros ensaios*. 3ª ed. São Paulo: Convívio, 1981.

- COXFORD, A.F. e outros. *Geometry from, multiple perspectives*. Christian R. Hirsch, Séries Editor National Council of Teachers of Mathematics.
- D'AMBROSIO, B. & STEFFE, L.P. O ensino construtivista. *Em Aberto*, Brasília, ano 14, n. 62, abr./jun. 1994, p. 23-32.
- D'AMBROSIO, U. Da realidade a ação. São Paulo: Editora da UNICAMP, Summus Editorial, 1986.
- DAVIS, H.T. *História da computação*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.
- DESCARTES. R. *Discurso sobre o método*. Trad. Márcio Publiesi e Norberto de Paula Lima. São Paulo: Hemus Editora Limitada, 1978.
- DIAZ GODINO, J.; BATANERO BERNABEU, M.C.; LOPEZ MARTINEZ, L.A. y RUIZ CARRASCOSA, J. *LOGO para E.G.B. Ciclo Medio*. Madrid: Edelvives, 1988.
- DIAZ GODINO, J.; BATANERO BERNABEU, M.C.; LOPEZ MARTINEZ, L.A. y RUIZ CARRASCOSA, J. *LOGO para E.G.B. Ciclo Superior (libros para el profesor y el alumno)*. Madrid: Edelvives, 1989.
- DIENES, Z.P. *As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática*. Trad. Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo: Herder, 1972.
- DIENES, Z.P. e GOLDING, E.W. *Exploração do espaço e prática da medição*. Editora Herder, São Paulo, 1969.
- DIENES, Z.P. *O Poder da Matemática: um estudo da transição da fase construtiva para a analítica do pensamento matemático na criança*. Trad. Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Ieda C. Tetzke e Ireneu Bicudo. São Paulo: EPU, 1973.
- DOUADY, R. Evolução da relação com o saber em matemática na escola primária: uma crônica sobre cálculo mental. *Em Aberto*, Brasília, ano 14, n. 62, abr./jun. 1994, p. 33-42

- DUVAL, R. Why to teach geometry? **In:** MAMMANA, C. (ed.). *ICMI Study: Perspectives on the teaching of geometry for the 21st Century*. Pre-proceedings for Catania Conference, 28 september - 2 october 1995. Itália, Catania: Department of Mathematics - University of Catania, 1995. p. 53-58.
- ECO, U. *Como se faz uma tese*. Trad. Gilson Cesar Cardoso de Souza. São Paulo: Editora Perspectiva S.A., 1983. Coleção Estudos, n. 85.
- ECO, U. *O Signo*. Trad. Maria de Fátima Marinho. 3. 3d. Lisboa: Editorial Presença Lda., 1973. Coleção Biblioteca de Textos Universitários, n. 45.
- EDWARDS, L.D. A LOGO microworld for transformation geometria, Englandmetry: learning mathematics and LOGO. **In:** HOYLES, C. & NOSS. R. (ed.) *Learning mathematics and LOGO*. London: England: Massachusetts Institute of Technology, 1992. p. 127-158.
- FAINGUELERNT, E.K. (coord.). *Os caminhos da geometria*. Rio de Janeiro: Sociedade Israelita de Ensino e Cultura, LIESSIN, 1984
- FAINGUELERNT, E.K. A importância da prática de ensino em um curso de formação de professores de matemática. *Temas & Debates*, Ano VIII, ed. n° 7, 1995. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Formação de Professores de Matemática.
- FAINGUELERNT, E.K. e outros. *Trabalhando com geometria*. São Paulo: Ática, 1989. Volumes 1, 2, 3 e 4.
- FAINGUELERNT, E.K. Knowledge representation: linear systems. *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education - July 22-27, 1995*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, Graduate Program in Cognitive Psychology, 1995. p. 244, Vol 1.
- FAINGUELERNT, E.K. O ensino de geometria no 1° e 2° graus. *A Educação Matemática em Revista*. Revista da Sociedade

- Brasileira de Educação Matemática, SBEM, Ano III, 1º Sem. 1995. p. 45-53. SPEC/CAPES/MEC/PADCT. FURB: Universidade Regional de Blumenau.
- FAINGUELERNT, E.K. Representação do conhecimento em matemática: transformações no plano - translação e simetria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Ano 9, Especial 3, 1994. p. 1-14. UNESP, Departamento de Matemática Campus de Rio Claro, São Paulo.
- FAINGUELERNT, E.K. Representation of the knowledge or knowledge of the representation. **In:** MAMMANA, C. (ed.). *ICMI Study: Perspectives on the teaching of geometry for the 21st Century*. Pre-proceedings for Catania Conference, 28 september - 2 october 1995. Itália, Catania: Department of Mathematics - University of Catania, 1995. p. 65.
- FAINGUELERNT, E.K. *Um modelo matemático para o estudo das dificuldades apresentadas pelos alunos do 2º grau na resolução de Sistemas Lineares*. Tese submetida ao Corpo Docente dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro para obtenção do Grau de Mestre em Ciências (M.Sc.), Rio de Janeiro, 1991.
- FÉLIX, L. DUMONT, M. & BROUSSEAU, G. (org.). *Cours de mathématiques pour l'enseignement des premier et second degrés*. Paris: Dunod, 1964. Fascicule 1 e 2.
- FERNANDES, D., BORRALHO, A. & AMARO, G. (org.). *Resolução de problemas: processos cognitivos concepções de professores e desenvolvimento curricular*. 1 ed. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1994. Coleção Temas de Investigação; n. 2.
- FERNANDES, F. e outros. *Henri Wallon*. Editora Ática, 1986.
- FERRARI, M. & SPERANZA, F. (org.). *Tecnologie e innovazioni didattiche: formazione e aggiornamento in matematica degli insegnanti*. Epistemologia della Matematica Seminari 1992-

1993. Itália: Parma: Progetto Strategico del C.N.R. - Dipartimento di Matematica, 1994.
- FISCHBEIN, E. *Intuition in science and mathematics: an educacional approach*. 2 ed. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers, 1994.
- FISCHBEIN, E. Psychology and mathematics **In:** NESHER, P. & KILPATRICK, J. (ed.). *Mathematics and cognition: a research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. p. 1-13. ICMI Study Series.
- FOCUS. *On learning problems in mathematics*, 11(1). Visualization and Mathematics Education, Massachusetts, 1989. Parte One.
- FORTUNY, J.M.; GIMÉNEZ, J. & ALSINA, C. *Integrated assessment on mathematics 12-16*. Educational Studies in Mathematics, 00:1-13, 1994.
- FRANT, J.B. *Educacional computer tecnologia in Brazil: the diffusion and implementation of an educational innovation*. New York: Umi publisher, 1995.
- FRANT, J.B. *Representação Por Tabelas: Mais Que Uma Muleta, Uma Ferramenta*. Rio de Janeiro: RIMEM/USU, 002-95.
- FREGE, G. *Écrits logiques et philosophiques*. Trad. Claude Imbert. Paris: Éditions du Seuil, 1971. Collection L'Ordre Philosophique.
- FREGE, G. *Lógica e filosofia da linguagem*. Seleção, introdução, trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: Cultrix, Ed. da Universidade de São Paulo, 1978.
- FREGE, G. *Sobre a justificação científica de uma conceitografia: Os fundamentos da aritmética*. Seleção e tradução de Luís Henrique dos Santos. *Os Pensadores*, 2 ed. São Paulo: Abril Cultural, 1980.

- FREUDENTHAL, H. *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel, 1973.
- FUENTE, A.C. *Implicaciones del lenguaje LOGO en la comprensión de nociones geométricas elementales*. Memoria de Tercer Ciclo presentada para el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. 1991.
- FUENTE, A.C. Los movimientos del plano y el lenguaje LOGO. *Revista de Didáctica de las matemáticas - Geometría en todos los niveles y según el nivel*, Octubre 2, 1994, p. 81-90.
- FURTER, P. *Educação e reflexão*. 7ª ed. Petrópolis: Vozes, 1973.
- FURTH, H.G. *Piaget na sala de aula*. Trad. Donaldson M. Garschagen. 1ª ed. São Paulo: Forense, 1972.
- GARDNER, H. *Estruturas da mente: a teoria das inteligências múltiplas*. Trad. Sandra Costa, Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1994.
- GARDNER, H. *Inteligências múltiplas: a teoria na prática*. Trad. Maria Adriana Veríssimo Veronese, Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.
- GERDES, P. *Sobre o despertar do pensamento geométrico*. Curitiba: Editora da UFPR, 1992.
- GORDO, M.F.M. *A visualização espacial e a aprendizagem da matemática: um estudo no 1º ciclo do ensino básico*. Dissertação apresentada para a obtenção do Grau de Mestre em Ciências da Educação - Educação e Desenvolvimento, pela Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Secção Autónoma de Ciências Sociais Aplicadas. Lisboa, 1993.
- GORGORIO, N. Spatial processing abilities: Its implications for teaching geometry. **In:** MAMMANA, C. (ed.). *ICMI Study: Perspectives on the teaching of geometry for the 21st*

- Century. Pre-proceedings for Catania Conference, 28 september - 2 october 1995. Itália, Catania: Department of Mathematics - University of Catania, 1995., p. 81-84.
- GRANGER, G.G. *Filosofia do estilo*. Trad. Scarlett Z. Marton. São Paulo: Perspectiva, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974. Coleção Estudos, n. 29.
- GRANGER, G.G. *Pensamento formal e ciências do homem*. Trad. Miguel S. Pereira. Lisboa: Editorial Presença Ltda., Biblioteca de Ciências Humanas, 1975. Vol.I.
- GRANGER, G.G. *Pensamento formal e ciências do homem*. Trad. Miguel S. Pereira. Lisboa: Editorial Presença Ltda., Biblioteca de Ciências Humanas, 1976. Vol.II.
- GROSSI, E.P. & BORDIN, J. (org.). *Construtivismo pós-piagetiano: um novo paradigma sobre aprendizagem*. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1993.
- GROSSI, E.P. & BORDIN, J. (org.). *Paixão de Aprender*. Petrópolis: Editora Vozes, 1993.
- GROSSI, E.P. Aspectos pedagógicos do construtivismo pós-piagetiano - I. **In:** GROSSI, E.P. BORDIN, J. (org.). *Construtivismo pós-piagetiano: um novo paradigma sobre aprendizagem*. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1993. p.156-161.
- GROSSI, E.P. Construtivismo um fenômeno deste século. **In:** GROSSI, E.P. & BORDIN, J. (org.). *Paixão de Aprender*. Petrópolis: Editora Vozes, 1993. pág 42-45.
- GROSSI, E.P. Só ensina quem aprende. **In:** GROSSI, E.P. & BORDIN, J. (org.). *Paixão de Aprender*. Petrópolis: Editora Vozes, 1993. pág 69-75.
- HERSHKOWITZ, R. Atividades com professores baseadas em pesquisas cognitivas. *Boletim GEPEM*. Rio de Janeiro: GEPEM, Ano XVIII, n. 32, p. 62-76, 1994.

- HERSHKOWITZ, R. Psychological aspects of learning geometry.
In: NESHER, P. & KILPATRICK, J. (ed.). *Mathematics and cognition: a research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. p. 70-95. ICMI Study Series.
- HERSHKOWITZ, R. Visualização em geometria - as duas faces da moeda. *Boletim GEPEM*. Rio de Janeiro: GEPEM, Ano XVIII, n. 32, p. 45-61, 1994.
- HOWARD, E. & CARROLL V.N. *An introduction to the foundations and fundamental concepts of mathematics*. G.C. Evans Copyright, 1930.
- HOYLES, C. & NOSS, R. (ed.) *Learning mathematics and LOGO*. London: England: Massachusetts Institute of Technology, 1992.
- HOYLES, C. e SUTHERLAND, R. *LOGO: Mathematics in the Classroom*. 1. ed. London and New York: Routledge, 1989.
- IMENES, L.M. *Geometria dos mosaicos*. São Paulo: Editora Scipione Ltda., 1987. Coleção Vivendo a Matemática.
- JANVIER, C. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematic*. Lawrence Erlbaum Associates, 1986.
- JANVIER, C. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. University of Québec at Montréal, 1987.
- JAYNES, JULIAN. *The origin of consciousness in the breakdown of the bicameral mind*, Univ. of Toronto Press, 1976. p. 467.
- JEUNE EQUIPE CNRS. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*. Grenoble: Institut Fourier, Equipe de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, 1985-1986.

- KAPUT J.J. Technology and mathematics education. **In:** GROUWS, D.A. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York: Macmillan Publishing Company, n. 2, p. 515-556.
- KILPATRICK, J.; RICO, L.; SIERRA, M. *Educación matemática e investigación*. Madrid: Editorial Síntesis, 1994.
- KITCHER, P. *The nature of mathematical knowledge*. New York, Oxford, 1984.
- KOCH, M.C.M. Afinal, pode-se ensinar matemática. **In:** GROSSI, E.P. & BORDIN, J. (org.). *Paixão de Aprender*. Petrópolis: Editora Vozes, 1993. pág 83-86.
- KOCH, M.C.M. O contrato didático numa proposta pós-piageniana para a construção do número. **In:** GROSSI, E.P. BORDIN, J. (org.). *Construtivismo pós-piagetiano: um novo paradigma sobre aprendizagem*. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1993. p.65-81.
- KOTHE, S. *Pensar é Divertido*. Trad. Tomás Johann Burchard. São Paulo: Editora Herder, 1970.
- LABORDE, C. L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3)337-364, 1988.
- LEDERGERBER-RUOF, E.B. *Isometria e ornamentos do Plano Euclidiano*. São Paulo: Atual, 1982.
- LERON, U., ZAZKIS R.(ads). *Proceedings of the Fourth International Conference on LOGO and Mathematics Education*, Haifa, Israel: The LOGO Centre, Technion., 1989.
- LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da Informática*. Trad. Carlos I. da Costa. 1. ed. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

- LINDQUIST, M.M. & SHULTE, P (org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.
- LINS, R.C. Epistemologia e Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Ano 9, Especial 3, 1994. p.35-46.
- LOPES, M.L.L. (coord.). *Binômio professor-aluno na iniciação à educação matemática: uma pesquisa experimental*. Rio de Janeiro: GEPEM-MEC/INEP, 1978.
- LOPES, M.L.M.L. *Guias de Estudo*. Niterói, Rio de Janeiro: Secretaria Municipal de Educação e Cultura, Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro, Imprensa Oficial do Estado do Rio de Janeiro, 1978.
- LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria?. *A Educação Matemática em Revista - Geometria*, Blumenau, SC: SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano III, 1º Sem. 1995. p. 3-13.
- LOVELL, K. *O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança*. Trad. Auriphebo B. Simões. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.
- LURIA, A.R. *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*. Trad. Diana Myrian Lichtenstein e Mário Corso. Porto Alegre: Artes Médicas 1986.
- LURIA, LEONTIEV, VIGOTSKY e outros. *Psicologia e pedagogia: II - Investigações experimentais sobre problemas didáticos específicos*. Trad. Maria Flor Marques Simões. Lisboa: Editorial Estampa Ltda., 1977.
- LYNDON, R.C. *Groups and Geometry*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- LYONS, J. *As idéias de Chomsky*. Trad. Octanny S. da Mota e Leônidas Hegenberg. São Paulo: Editora Cultrix, 1970.

- MACEDO L. *Ensaio construtivistas*. São Paulo: Casa do Psicólogo Livraria e Editora Ltda., 1994.
- MACHADO, N.J. *Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo: Cortez, 1995.
- MACHADO, N.J. *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1990. (Coleção Educação Contemporânea; 59).
- MACHADO, N.J. *Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática*. 2 ed. São Paulo: Cortez, 1989.
- MADSEN BARBOSA, R. *Descobrimo padrões em mosaicos*. São Paulo: Atual, 1993.
- MAGIDSON, S. *Representations to think with: computer tools for making sense of slope*. Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, Il, April 3, 1991. Chicago: National Science Foundation under Grants, 1991.
- MAMMANA, C. (ed.). *ICMI Study: Perspectives on the teaching of geometry for the 21st Century*. Pre-proceedings for Catania Conference, 28 september - 2 october 1995. Itália, Catania: Department of Mathematics - University of Catania, 1995.
- MARCHINI, C.; SPERANXA, F. & VIGHI, P. *La geometria da un glorioso passato a un brillante futuro*. Atti del 3° incontro internuclei matematici dele scuele secondaire superiori, Parma, 26-27-28 novembre 1992. Parma: Centro di Sperimentazione e Documentazione dei Mezzi Didattici della Matematica, Università di Parma, 1992.
- MATTOS, J.F. *LOGO na educação matemática: um estudo sobre as concepções e atitudes dos alunos*. Tese apresentada ao

Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa, 1991.

MELONI, L.H.C. & BRESSAN, C. *MLOGO*. 1 ed. São Paulo., 1983. (Manual).

MESQUITA, A.L. Les types d'appréhension en géométrie spatiale: esquisse d'une recherche. Topologie Structurale. Proceedings of the International Symposium. *La revue Topologie Structurale*, n° 18, 1991. pag.19-30.

MESQUITA, A.M.J.L. *L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie: éléments pour une typologie*. These présentée pour obtenir le grade de Docteur de l'Université Louis Pasteur, 1984.

MICALE, B. & PLUCHINO, S. *Notiziario della Unione Matematica Italiana*. Diciassettesimo Convegno sull'Insegnamento della Matematica: l'Insegnamento della Geometria. Bologna: Edizioni dell'Unione Matematica Italiana, ano XXII, Supplemento al n. 8-9, Agosto-Settembre 1995.

MILES, M.B. & HUBERMAN, A.M. *Qualitative data analysis*. London, New Delhi: Sage Publications Beverly Hills.

MORAES, M.C. Informática educativa no Brasil: um pouco de história. *Em Aberto*, Brasília, ano 12, n. 57, jan./mar. 1993, p. 17-26.

MOREIRA, M.A. & BUCHWITZ, B. *Novas estratégias de ensino e aprendizagem: os mapas conceptuais e o vé epistemológico*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1993.

MOREIRA, M.A. *Instrumentos de pesquisa em ensino e aprendizagem*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1993.

NESHER, P. & KILPATRICK, J. (ed.). *Mathematics and cognition: a research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. ICMI Study Series.

- NISS, M. *Investigations into assessment in mathematics education: an ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1993.
- OLÉRON, P., INHLENDER, B. & GRÉCO, P. *Tratado de Psicologia Experimental*. Trad. Eduardo D. Bezerra de Menezes. Forense, 1969. Volume VII: A Inteligência. Piaget, J.
- OTTE, M. *O formal, o social e o subjetivo: uma introdução à filosofia e à didática da matemática*. Trad. Raul Fernando Neto, São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1993.
- PALLASCIO, R. & ALLAIRE, R. *Représentation de l'espace et habiletés spatiales: topologie structurale*. Proceedings of the International Symposium. *La revue Topologie Structurale*, n° 18, 1991. pág. 5-8.
- PALLASCIO, R., ALLAIRE, R. & MONGEAU, P. *Représentation de l'espace et enseignement de la géométrie: topologie structurale*. Proceedings of the International Symposium. *La revue Topologie Structurale*, n° 19, 1992. p. 71-81.
- PAPERT, S. *A critique of technocentrism in thinking about the school of the future*. Conference: Children in an Information Age: Opportunities for Creativity, Innovation & New Activities, Sofia, Bulgaria, May, 1987. (xerox).
- PAPERT, S. *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.
- PAPERT, S. e outros. *Interim report of the LOGO projet in the Brookline public schools: an assessment and documentation of a children's computer laboratory*. Cambridge: MIT LOGO GROUP, 1978.
- PAPERT, S. *LOGO: computadores e educação*. Trad. José A. Valente, Beatriz Bitelman, Afira V. Ripper. São Paulo: Brasiliense, 1985.

- PASTOR, A.J. *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano - la evaluación del nivel de razonamiento*. Tesis Doctoral presentada a la Universitat de València, Facultat de Matemàtiques, Departament de Didàctica de la Matemàtica, 1993.
- PEA, R.D. *LOGO programming and problem solving*. Paper presented at symposium of the American Educational Research Association, "Chameleon in the Classroom: Developing Roles for Computers", Center for Children and Technology, Bank Stret College of Education, Montreal, Canda, April 1983. (xerox).
- PEITGEN, H.O. e outros. *Fractals for the classroom: strategic activities*. New York: Springer-Verlag New York Inc., 1991.
- PELLEREY, M. Il computer e la matematica: nota ceritica sui nouvi programmi di matematica e informatica per il biennio della scuola scondaria superiore. *Orientamenti Pedagogici*, n° 35, pag. 82 a 96, 1988.
- PIAGET, J. & INHELDER, B. *A representação do espaço na criança*. Trad. Bernardina M. de Albuquerque: Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.
- PIAGET, J. *A linguagem e o pensamento da criança*. 4. ed. Trad. Manuel Campos. São Paulo: Martins Fontes, 1986.
- PIAGET, J. et al. *Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais*. Trad. Fernando Becker e Petronilha Beatriz G. da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.
- PIAGET, J. *Gênese das estruturas lógicas elementares*; Trad. Álvaro Cabral, 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, Brasília, 1975.
- PIAGET, J. *Logique et connaissance scientifique*. Paris: Gallimard, 1967.

- PIAGET, J. *Psicologia e epistemologia: por uma teoria do conhecimento*. Trad. Agnes Cretella. 2. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1978.
- PIAGET, J. y Colaboradores. *La epistemologia del espacio*. Buenos Aires: Libreria "El Ateneo" Editorial, 1971.
- PIAGET, J.; INHELDER, B. & SZEMINSKA, A. *La géometrie spontanée de l'enfant*. Paris: Presses Iniversitaires de France, Bibliothèque de Philosophie Contemporaine, 1973.
- POINCARÉ, H. *O valor da ciência*. Trad. Maria Helena F.Martins. 1 ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.
- PONTE, J.P. (org.). *O Computador na Educação Matemática*. 1 ed. /s.l./: Associação de Professores de Matemática - APM, 1991. Coleção Cadernos de Educação e Matemática, n. 2.
- PONTE, J.P. *Functional reasoning and the interpretation of cartesian graphs*. Dissertation submitted to the Graduate Faculty of the University of Georgia, for the Degree of Doctor of Education. Athens, Georgia, 1984.
- PONTE, J.P., GUIMARÃES, H.M., CANAVARRO, A.P. LEAL, L.C. & SILVA, A. *Viver a inovação: viver a escola - Actividades de um Grupo de Professoras de Matemática*. 1 ed. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Associação de Professores de Matemática. Projecto DIC - Dinâmica de Inovação Curricular e Processos de Fomação, 1993. Coleção Monografias de Investigação.
- PONTE, J.P., NUNES, F. & VELOSO, E. *Computadores no ensino da matemática*. Trad. Fernando Nunes. Lisboa: Edição da Associação de Professores de Matemática e do Pólo do Projecto Minerva do DEFCUL, 1991.
- POWER ON! *New tools for teaching and learning*. United States Congress, Office of Technology Assessment. 1988.
- QUADRANTE. *Revista Teórica e de Investigação*. Associação de Professores de Matemática, Lisboa. Volume 3, N° 2, 1994.

- RÊGO, A.L.G.B. *A importância da representação gráfica na sociedade e sua implicação no ensino de matemática*. Tese de Mestrado em Educação Matemática submetida ao corpo docente da Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1995.
- REZENDE, W.M. *Uma análise histórica-epistêmica da operação de limite*. Tese submetida ao corpo docente do Núcleo de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1994.
- RIPPER, A.V. O ambiente LOGO como mediador instrumental. *Em Aberto*, Brasília, ano 12, n. 57, jan./mar. 1993, p. 51-61.
- ROCHA, A.R. & CAMPOS, G.H.B. Avaliação da qualidade de software educacional. *Em Aberto*, Brasília, ano 12, n. 57, jan./mar. 1993, p. 32-44.
- RODRIGUEZ, J.G. *Innovacion metodologica de la didacica especial del numero racional positivo (diagnosis cognitiva y desarrollo metodológico)*. Tese de Doutorado apresentada na Universitat Autònoma de Barcelona Barcelona: Facultat de Lletres, Departament de Pedagogia i Didàctica, Universitat Autònoma de Barcelona, 1991.
- ROXO, E. *A Matemática na Educação Secundária*. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1973. Série 3ª, Atualidades Pedagógicas, Vol. 25.
- SAIZ, I. Análise de situações didáticas em geometria para alunos entre 4 e 7 anos. **In:** GROSSI, E.P. BORDIN, J. (org.). *Construtivismo pós-piagetiano: um novo paradigma sobre aprendizagem*. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1993. p.82-93.
- SALVADOR, C.C. *Aprendizagem escolar e construção do conhecimento*. Trad. Emília de Oliveira Dihel. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.
- SANCHEZ, L.B. *O desenvolvimento da noção de semelhança na resolução de questões de ampliação e redução de figuras*

- planas. São Paulo: Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, 1991.
- SANTOS, N. Computadores na educação: discutindo alguns pontos críticos. *Em Aberto*, Brasília, ano 12, n. 57, jan./mar. 1993, p. 27-31.
- SAVIANI, N. *Saber escolar, currículo e didática: problemas da unidade conteúdo; método no processo pedagógico*. Campinas, SP: Autores Associados, 1994. (Coleção Educação Contemporânea).
- SCHAFF, A. *Linguagem e conhecimento*. Trad. Manuel Reis. Coimbra: Livraria Almedina, 1964.
- SCHATTSCHEIDER, D. und WALKER, W. M.C. *Escher Kaleidozyklen*. Berlin: Taco, 1987.
- SEABRA, C. O computador na criação de ambientes interativos de aprendizagem. *Em Aberto*, Brasília, ano 12, n. 57, jan./mar. 1993, p. 45-50.
- SERRES, M. *Les origines de la géométrie*. Paris: Flammarion, 1993.
- SHULTE, A.P. *Learning and teaching geometry, K-12*. General Yearbook. Pontiac, Michigan: Editor Oakland Schools, 1987.
- SILVA, A., LOUREIRO, C. & VELOSO, M.G. *Calculadoras na educação matemática*. 2 ed. Lisboa: Actividades Associação de Professores de Matemática, 1989.
- SOLOMON, C. *Entornos de aprendizaje con ordenadores: una reflexión sobre las teorías del aprendizaje y la educación*. Bracelona: Paidós/MEC, 1987.
- SOLOMON, C. Introducing LOGO to children. *Byte*, 7(8):196-208, 1982.
- TAHAN, M. *Didática da matemática*. 1. ed. São Paulo: Edição Saraiva, 1962. Volumes 2.

- TAHAN, M. *Didática da matemática*. 2. ed. São Paulo: Edição Saraiva, 1965. Volumes 1.
- TALL, D. Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education - July 22-27, 1995*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, Graduate Program in Cognitive Psychology, 1995. p. 61-75, Vol 1.
- THE MATHEMATICS TEACHER. Volume 74, Numer 1, January 1981. An Official Journal of the National Council of Teachers of Mathematics. Editorial Panel. New York, 1981.
- THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisa-ação*. 4 ed. São Paulo: Cortez: Auditores Associados, 1988 (Coleção temas básicos de pesquisa-ação).
- TORNAGHI, A. & FRANT, J.B. Transformações possíveis na educação a partir da utilização da informática. *Boletim GEPEM*. Rio de Janeiro: GEPEM, Ano XVII, n. 31, p. 59-66, 1993.
- UNESCO. *Preliminary Report of the Director-General on the Medium-Term plan for 1984-1989*. General Conference Report, Twenty First Session Belgrade, 1980.
- UNIVERSITY OF CATANIA. *ICMI study on geometry*. A selection of works on geometry of the "Nucleo di Ricerca e Sperimentazione Didattica". Department of Mathematics - University of Catania. Catania, 1995.
- VALENTE, J.A. (org.). *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. Campinas, SP: Gráfica Central da UNICAMP, 1993.
- VAN HIELE, P.M. *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Orlando, Florida, 1985.
- VEGA, M.L.C. Representaciones gráficas en la resolución de problemas geométricos. *Revista de Didáctica de las*

- matemáticas - Geometria em todos los niveles y según el nivel, Octubre 2, 1994, p. 91-102.
- VERGNAUD, G. Conceitos e esquemas numa teoria operatória da representação. Trad. Anna Franchi e Dione Luchesi de Carvalho. *Psychologie Française*, n. 30-3/4, nov. 1985, p. 245-252.
- VERGNAUD, G. Epistemology and psychology of mathematics education. **In:** NESHER, P. & KILPATRICK, J. (ed.). *Mathematics and cognition: a research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. p. 14-29. ICMI Study Series.
- VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, pág. 23, 133-170, 1990.
- VYGOTSKY, L.S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. Trad. José Cipolla Neto, Luis Silveira M. Barreto, Solange C. Afeche. 4. ed. São Paulo: Martins Fonte, 1991.
- VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e linguagem*. Trad. Jeferson Luiz Camargo. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.
- WALLON, H. *Psicologia e educação da criança*. Trad. Ana Rabaça e Calado Trindade. Lisboa: Editorial Vega, Vega Universidade, 1979.
- WALLON, H. *Psicologia*. Trad. Elvira Souza Lima. São Paulo: Editora Ática, 1986.
- WARREN, S., WITTGENSTEIN. *Linguagem e filosofia*. Trad. Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. São Paulo: Cultrix, Ed. da Unviersidade de São Paulo, 1974.
- WAZLAWICK, R.S. *Um papel para a lógica intra-posicional de Jean Piaget na representação do conhecimento do senso comum*. Tese de Mestrado apresentada ao Instituto de

Informática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1991.

WEINZWEIG, A.I. & CIRULIS, A. (ed.). *The student confronted by mathematics: l'élève face aux mathématiques*. Proceedings of the 44th International Meeting of ICSIMT. Compte rendus de la 44^a Rencontre Internationale du CIEAEM, August 2-8, 1992, Chicago, Il USA. Chicago, 1992.

WEIR, S. *Cultivating minds: a LOGO casebook*. New York: Harper and Row, 1987.

WILLIAM, J. *Talks to teachers*. New York: Norton, 1958.

WITTGENSTEIN, D.B. *A social theory of knowledge*. London: University of Edinburgh, 1983.

YIN, R.K. *Case study research: design and methods* United States of America: Sage Publication Inc., 1988. (Applied social research methods series; v. 5).

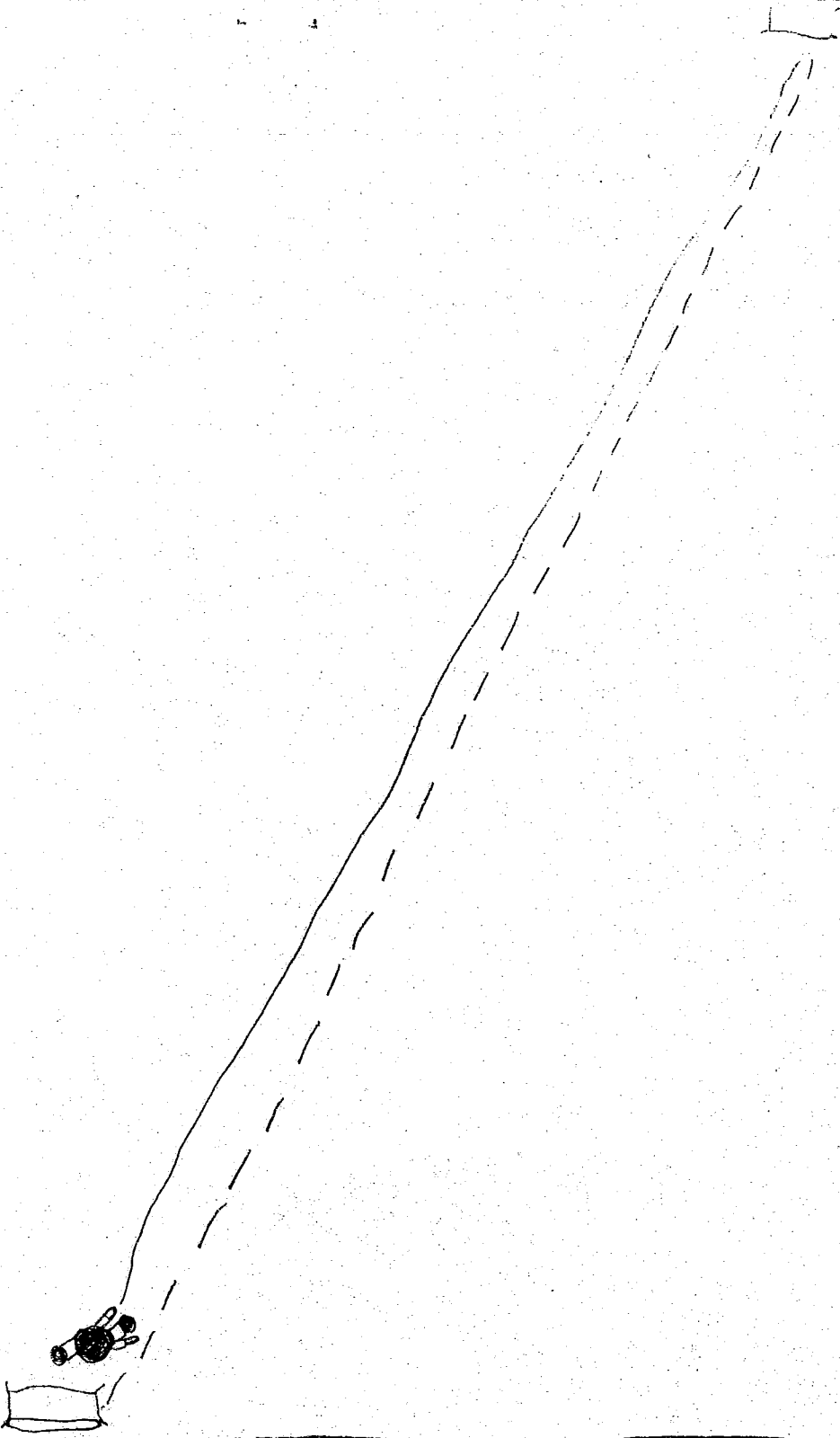
ZARKIS, R. & LERON, U. Images of geometrical Transformations from Euclid to the turtle and back. *Proceedings Thirteenth PME Conference*, London: John Murray, 1989. pág. 261-268.

Fichas de Atividades dos Alunos

- Em sala de aula
- No Computador

-
- Em sala de aula

Phases of the

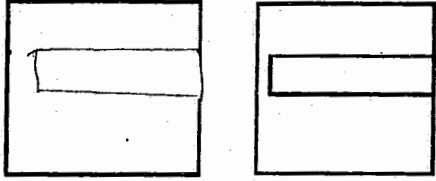


En un lado de la zona
forme un área de
de la zona de
pasos de la zona
SUDOESTE (SO)

Uso

ATIVIDADE 1:

a) Desenhe a esquerda como esta a direita.



Responda justificando:

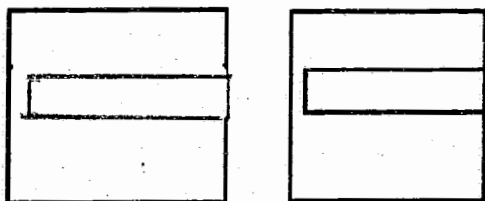
b) As figuras são iguais? *sim*
porque estava pedindo que seja igual

c) Elas ocupam o mesmo espaço? *nao porque nada no mundo ocupa o mesmo espaço*

ulo

ATIVIDADE 1:

a) Desenhe a esquerda como esta a direita.



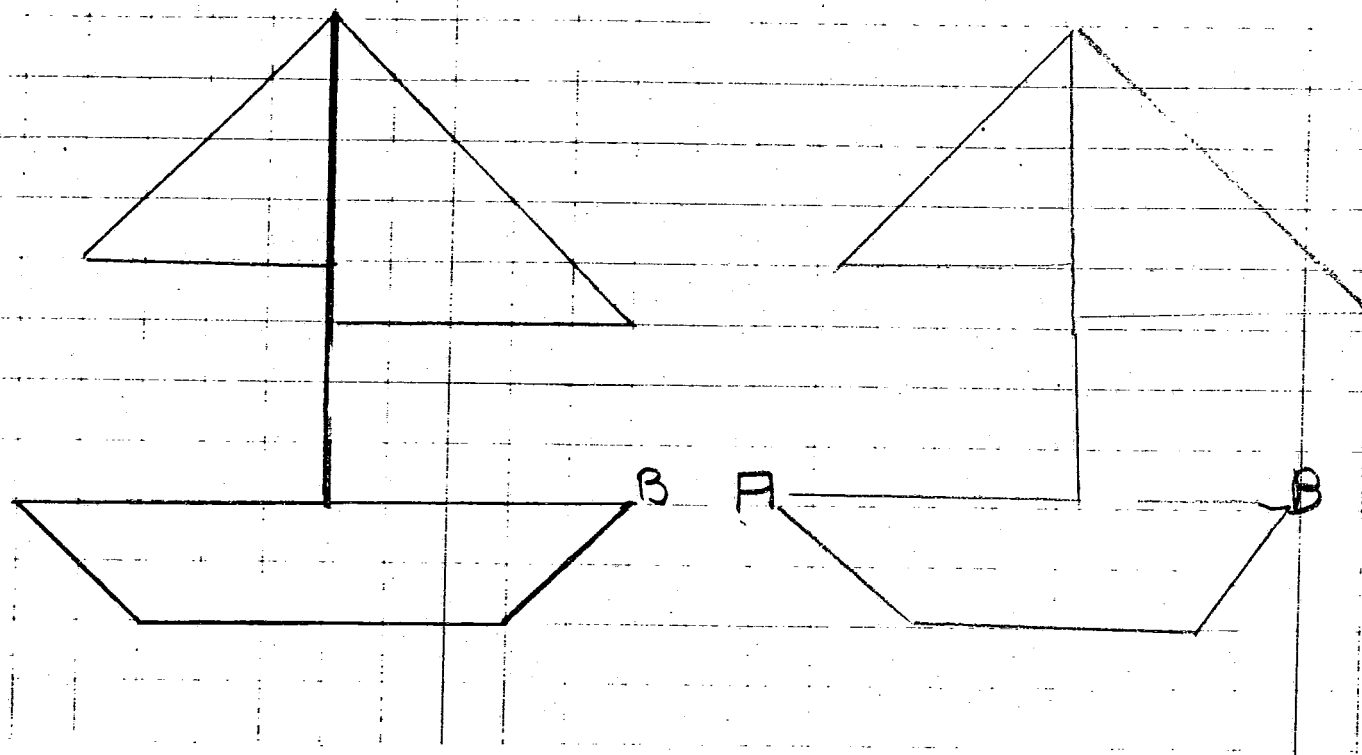
Responda justificando:

b) As figuras são iguais? *São*

c) Elas ocupam o mesmo espaço? *Sim porque são completamente iguais.*

ATIVIDADE 2:

A) Observe a figura 1 abaixo:



b) Decalque em papel transparente a figura 1 e marque os pontos A e B.

c) Deslize o decalque para o lado direito, e reproduza a figura. Chamaremos ela de figura 2.

d) Compare as figuras 1 e 2 e complete:

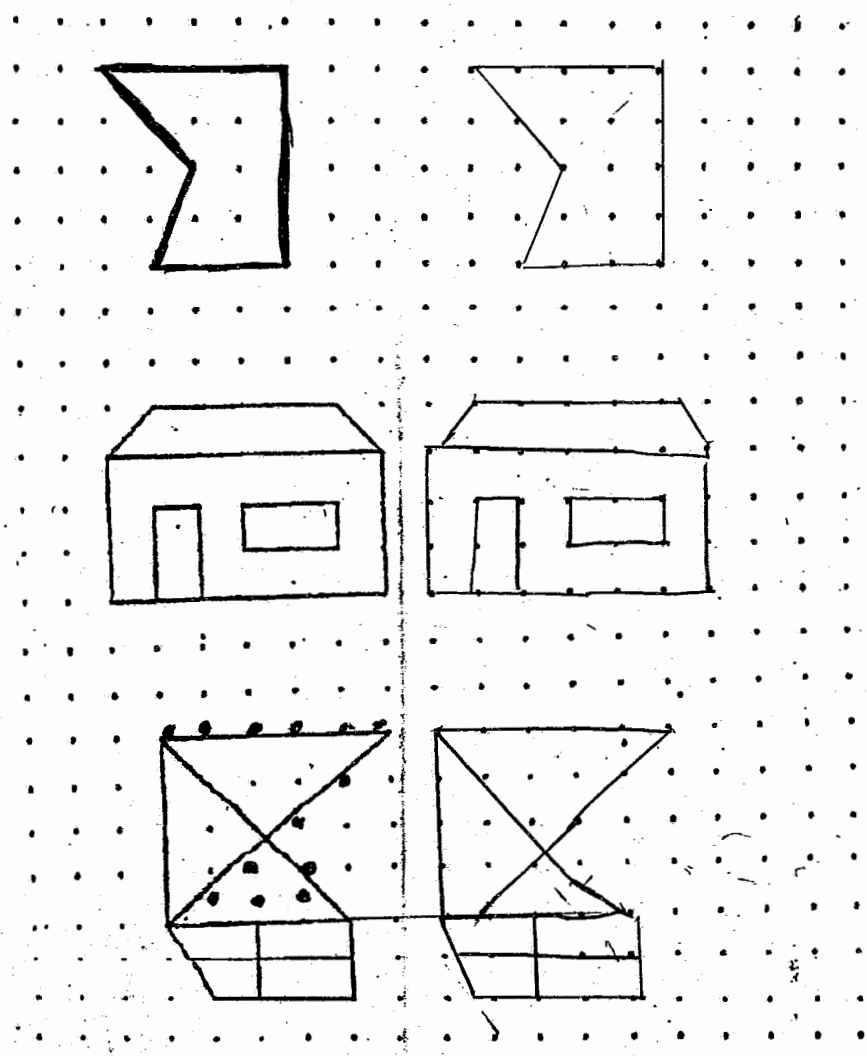
- como a figura 2 foi obtida copiando de papel vegetal
- se elas conservam as mesmas medidas sim
- se elas coincidem por superposição Claro que não
- se elas ocupam a mesma posição Não, depende de quando deslocamos

ATIVIDADE 3.

NOME:

DATA:

COMO VOCE PODERIA DESENHAR ESSAS FIGURAS SE ELAS FOSSEM EMPURRADAS PARA DIREITA.



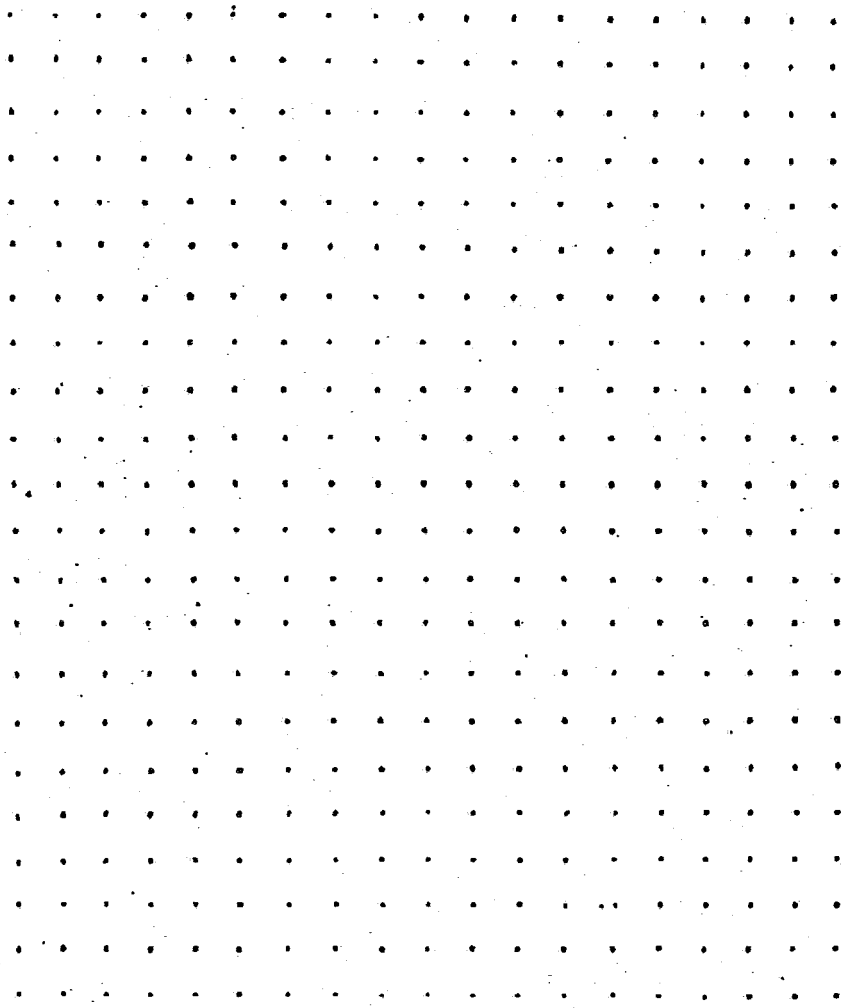
ATIVIDADE 4.

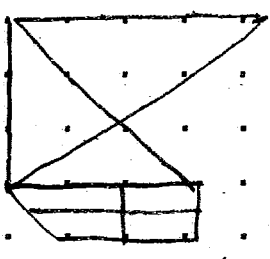
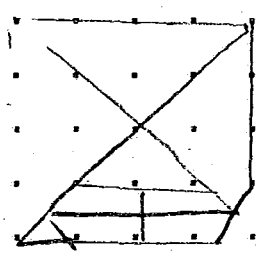
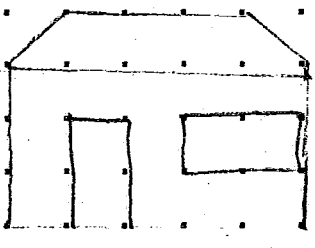
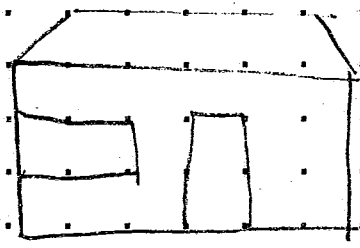
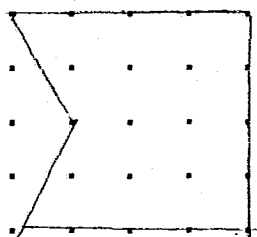
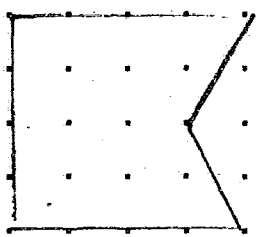
NOME: Paulo Cesar

DATA: 19/6/95

desenhar

USANDO PAPEL CARBONO. DENHAR AS FIGURAS.





Eu achei interessante porque aprendemos a copiar as coisas dritas

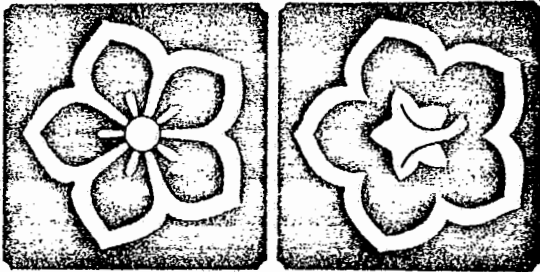
ATIVIDADE 4A.

NOME: Paulo Cesar

DATA: 26/6/95

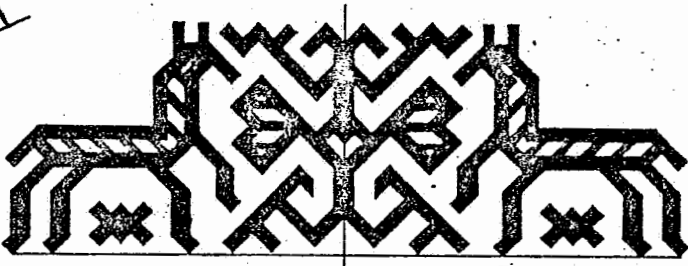
Observe as figuras abaixo, indique as que representam translações e simetrias dizendo porque.

I)



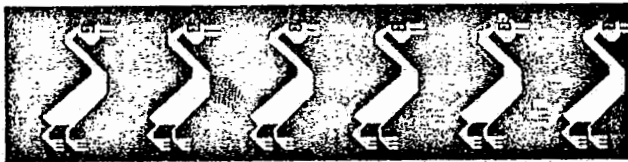
I) Nem é uma coisa nem outra

II)



II) Translação porque é tudo em linha reta

III)



III) Simétrica curva e reta

IV)



IV) Simétrica curva e reta

V)



V) Simétrica curva e reta

ATIVIDADE 5.

NOME: Paula

DATA:

OBSERVE AS ATIVIDADES 3 E 4 REALIZADAS POR VOCE E RESPONDA:

a) Você utilizou os mesmos desenhos nas duas atividades? Sim

b) Como você descreveria o que você fez na atividade 3? Fiz trabalho e tinha uma copiando ou fazendo a metade da figura.

c) Como voce descreveria o que voce fez na atividade 4?

Copiei algumas figurasalhanda no papel carbono.

d) Comparando as atividades 3 e 4, que conclusões você pode tirar? Uma seguiu os pontos e a outra pelo papel carbono.

Translação significa: Ato ou feito de trasladar.

Paulo César

Trasladar significa: Mover de um lugar para o outro.

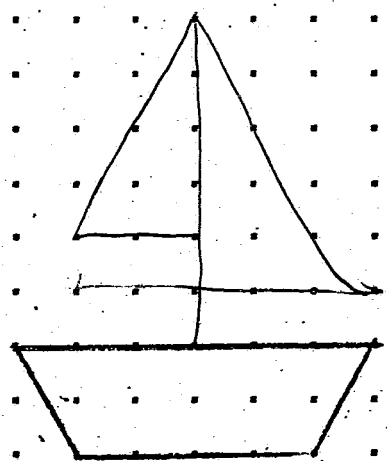
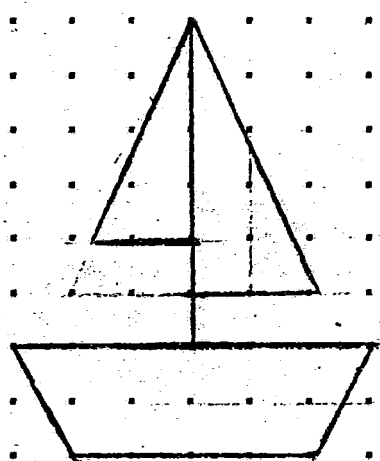
É o movimento de um corpo em que todas as partículas tem a cada momento a velocidade igual

FICHA DE TRABALHO 6

NOME: Paulo

DATA: _____

COMPLETAR A FIGURA DA DIREITA, DE MODO A FICAR IGUAL À FIGURA DA ESQUERDA.



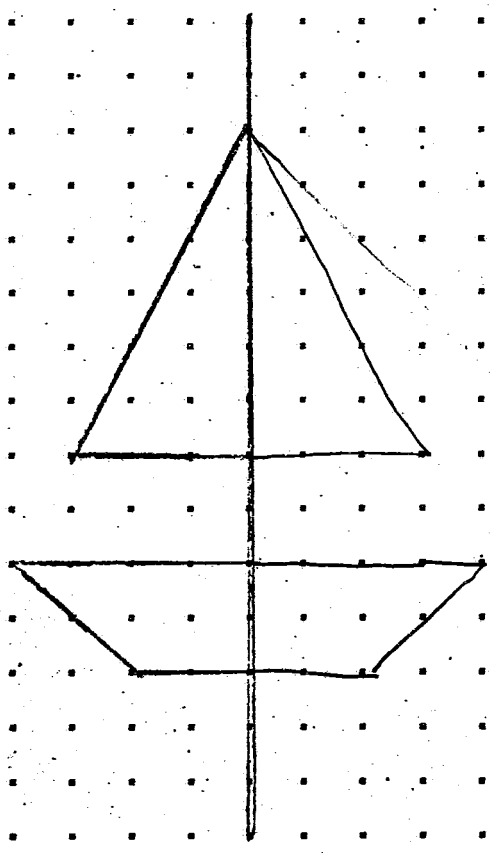
Nessa folha copie uma figura da outra
Uma é copia, e outra fazendo a metade

FICHA DE TRABALHO 7.

NOME: Paulo Cesar

DATA: _____

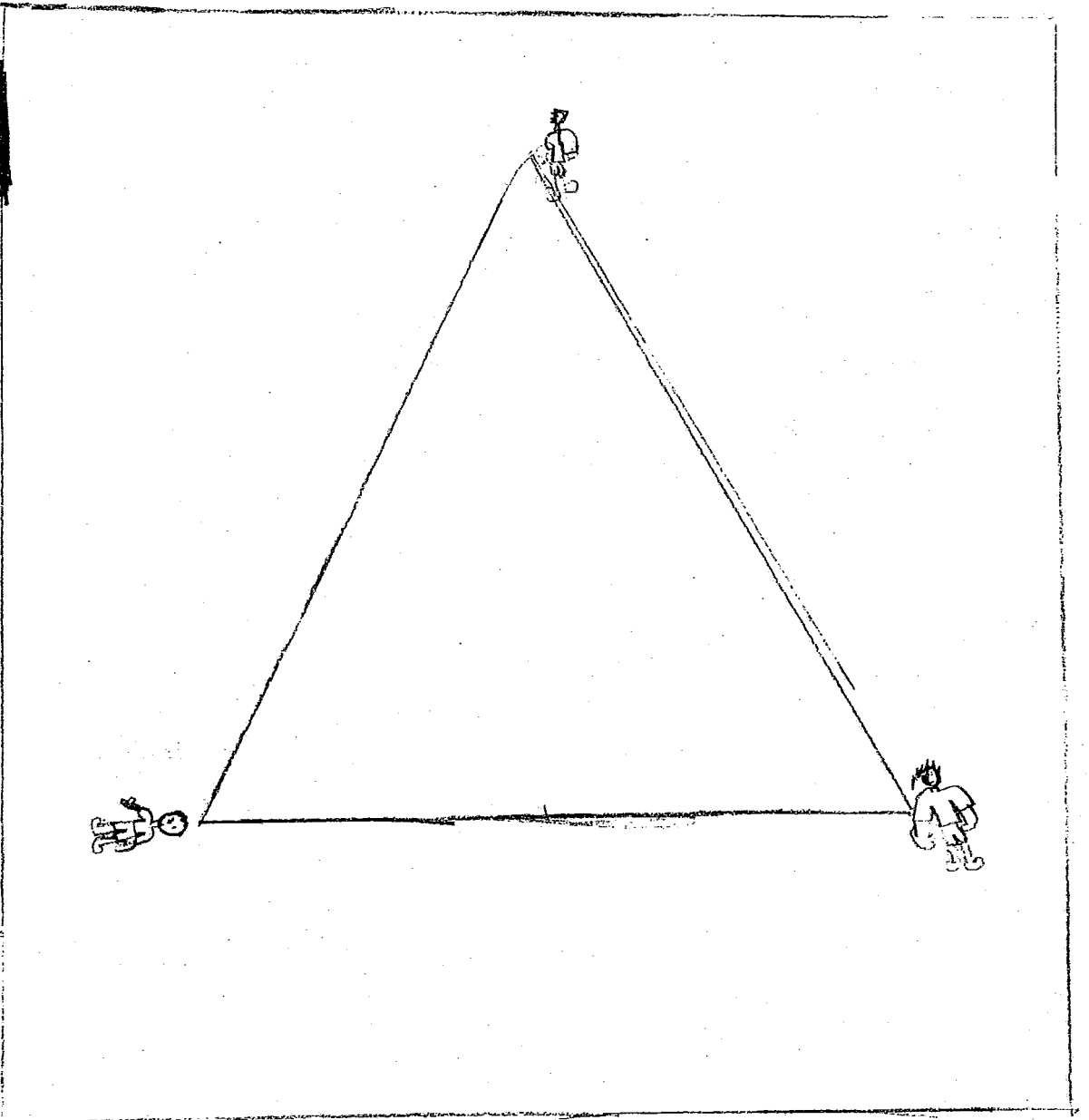
COMPLETAR A FIGURA, CONSTRUINDO SEU LADO DIREITO.



fiz a outra metade

Eu andei em forma de
um triângulo em linha
reta.
Todas as laterais em linha
reta iguais a mim.

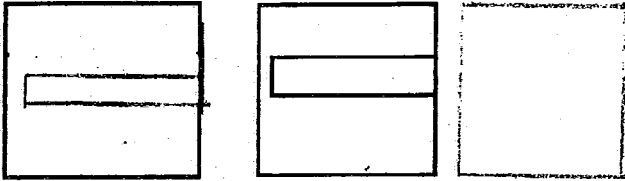
Polígono
lados iguais
30 unidades



Pedro

ATIVIDADE 1:

a) Desenhe a esquerda como esta a direita.



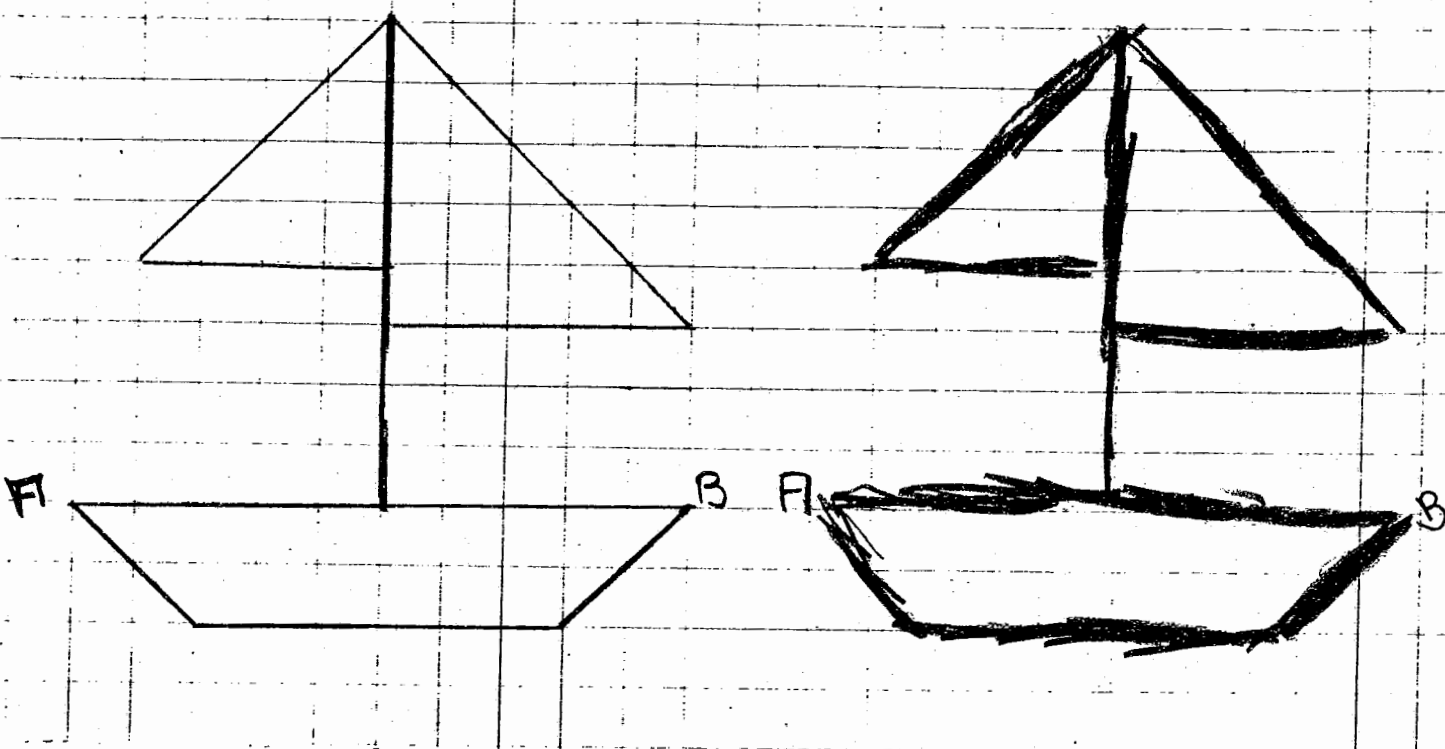
Responda justificando:

b) As figuras são iguais? *sim*. Porque elas são dos mesmos centímetros

c) Elas ocupam o mesmo espaço? *não*. Porque cada matéria se encontra em um só espaço.

ATIVIDADE 2:

A) Observe a figura 1 abaixo:



b) Decalque em papel transparente a figura 1 e marque os pontos A e B.

c) Deslize o decalque para o lado direito, e reproduza a figura. Chamaremos ela de figura 2.

d) Compare as figuras 1 e 2 e complete:

- como a figura 2 foi obtida deslizando o papel para a direita e passar por cima.
- se elas conservam as mesmas medidas sim.
- se elas coincidem por superposição tem
- se elas ocupam a mesma posição não

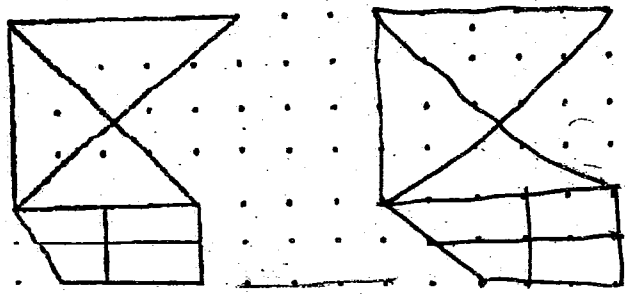
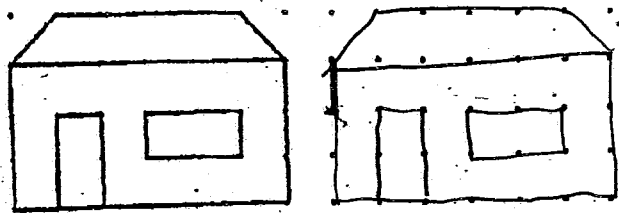
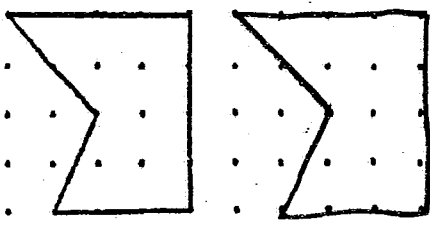
5 minutos

ATIVIDADE 3.

NOME: Pedro Tinoco de Amaral

DATA: 12/06/95

COMO VOCE PODERIA DESENHAR ESSAS FIGURAS SE ELAS FOSSEM EMPURRADAS PARA DIREITA.



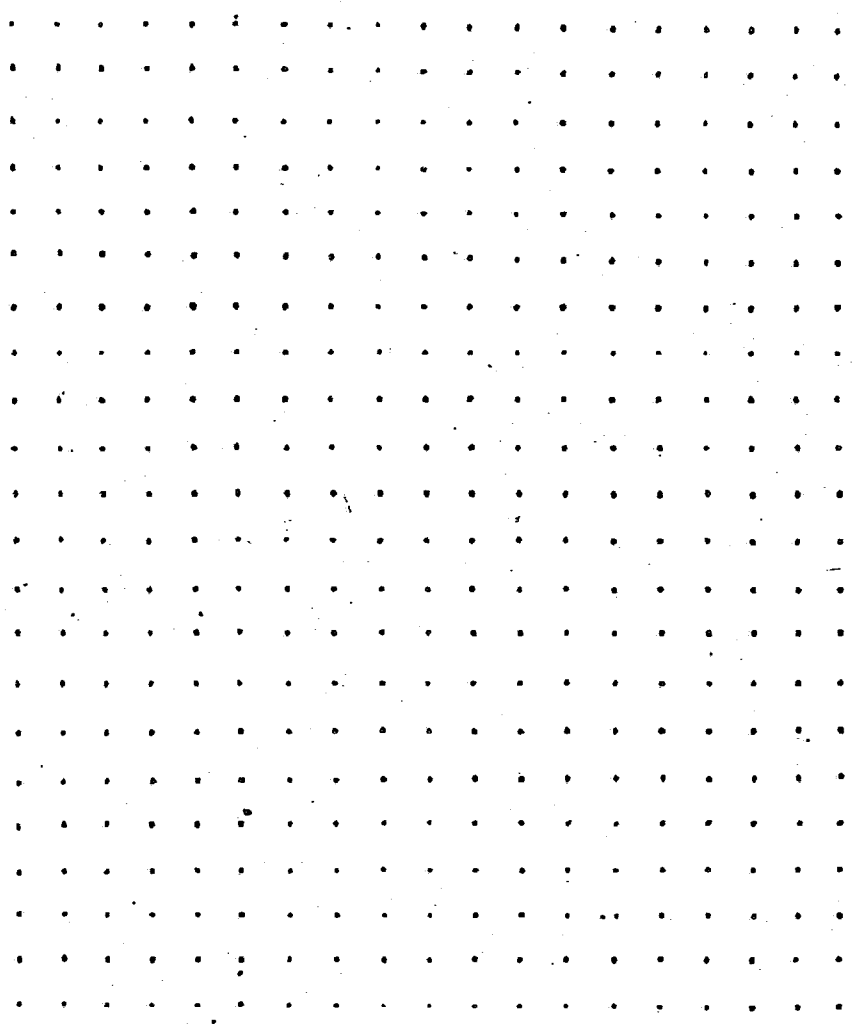
temperatura 17,20

ATIVIDADE 4.

NOME: Pedro Henrique de Jesus

DATA: 20/03/2023

USANDO PAPEL CARBONO, DENHAR AS FIGURAS.

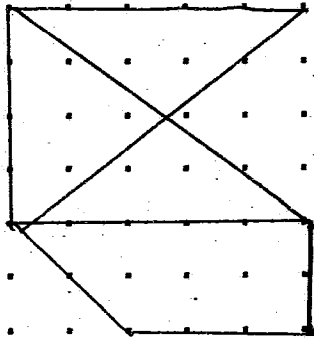
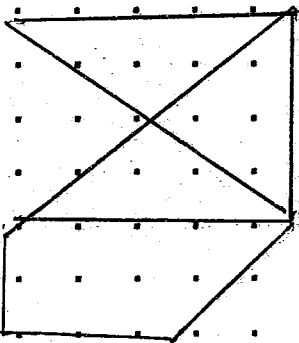
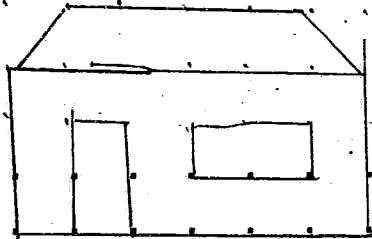
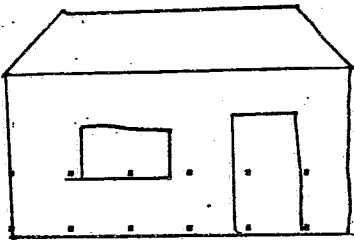
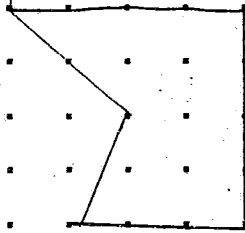
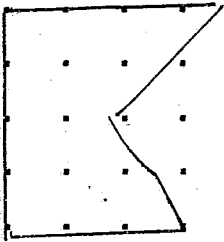


Pedro Simões

105

10/11/20

10/11/20



Eu acho que é uma maneira muito fácil de copiar.

Pedro

Simões de F. Marques

5 minutos

ATIVIDADE 5.

NOME: Pedro Henrique de A. Cruz

DATA: 26/06/95

OBSERVE AS ATIVIDADES 3 E 4 REALIZADAS POR VOCE E RESPONDA:

a) Voce utilizou os mesmos desenhos nas duas atividades? *Sim*

b) Como voce descreveria o que voce fez na atividade 3? *eu deslizei de um lado para o outro*

c) Como voce descreveria o que voce fez na atividade 4? *Seguei o papel carbono, e copiei*

d) Comparando as atividades 3 e 4, que conclusões voce pode tirar? *que as duas me ensinaram a copiar*

25, m/s

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Pedro Timoco do Amaral

Transparência 10 anos

Use os eixos de translação. Movimento de um corpo em que todos pertencem
em um cada instante a mesma velocidade e eles mantêm uma direção
constante.

Com os mesmos referenciais

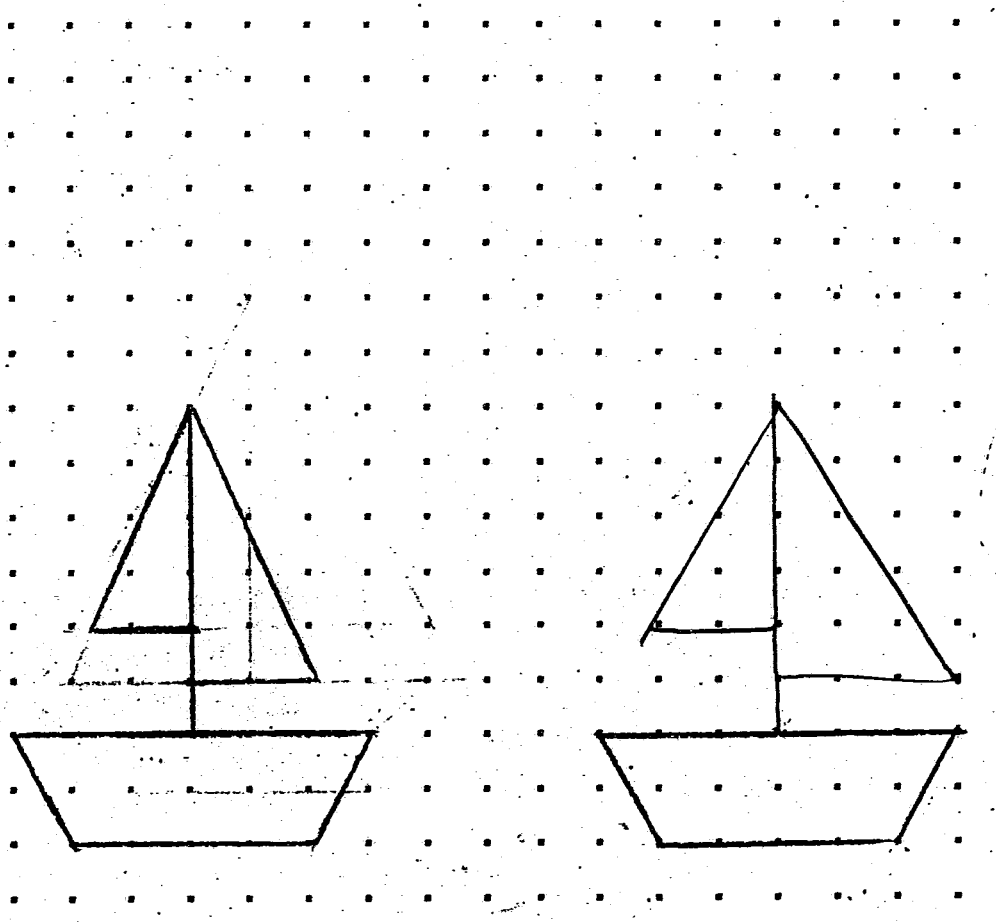
Quando um ou dois corpos estão se movimentando na mesma velocidade

FICHA DE TRABALHO 6

NOME: Rebeca Lima de Jesus

DATA: 20/06/95

COMPLETAR A FIGURA DA DIREITA, DE MODO A FICAR IGUAL À FIGURA DA ESQUERDA.



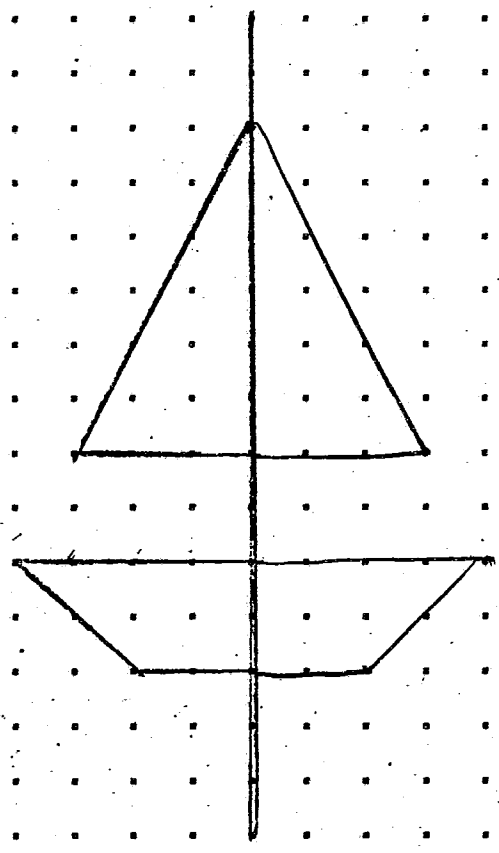
Foi copiar uma igualzinha
a outra ^{ou} e a outra a simétrica

FICHA DE TRABALHO 7.

NOME: Pedro Soares de Jesus

DATA: 20/05

COMPLETAR A FIGURA, CONSTRUINDO SEU LADO DIREITO.



Foi uma simetria de um barco

-
- No computador

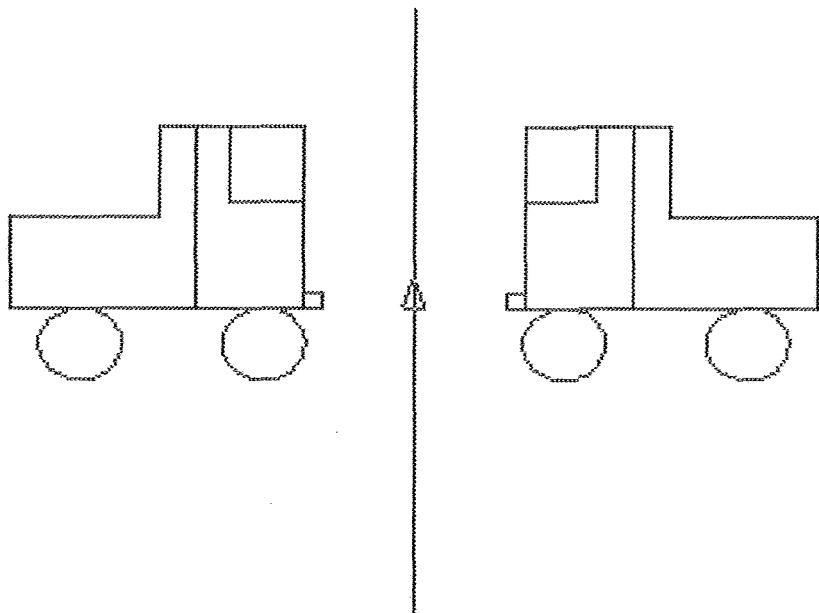


Figura Caninhão do Álvaro

APRENDA
 CAMINHAO
 CL
 MT
 FR 300
 CENTRO
 ES 90
 SC
 FR 30
 CL
 FR 80
 DI 90
 FR 30
 DI 90
 FR 40
 ES 90
 FR 30
 DI 90
 FR 40
 DI 90
 FR 60
 DI 90
 FR 10

REPITA 36 [FR 2 ES
 10]
 FR 50
 REPITA 36 [FR 2 ES
 10]
 VO 65
 DI 90
 FR 5
 ES 90
 FR 5
 DI 90
 FR 30
 ES 90
 FR 20
 DI 90
 FR 25
 ES 90
 FR 5
 FR 5
 ES 90
 FR 60
 SC
 CENTRO

SC
 DI 90
 SC
 FR 30
 CL
 FR 80
 ES 90
 FR 30
 ES 90
 FR 40
 DI 90
 FR 30
 ES 90
 FR 40
 ES 90
 FR 60
 ES 90
 FR 10
 REPITA 36 [FR 2 DI
 10]
 FR 50
 REPITA 36 [FR 2 DI
 10]

VO 65
 ES 90
 FR 5
 DI 90
 FR 5
 ES 90
 FR 30
 DI 90
 FR 20
 ES 90
 FR 25
 DI 90
 FR 10
 DI 90
 FR 60
 SC
 CENTRO
 MT
 ST
 FIM

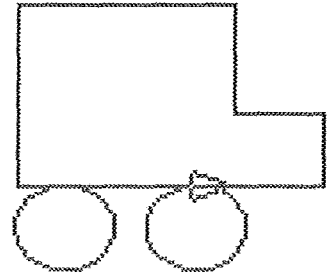
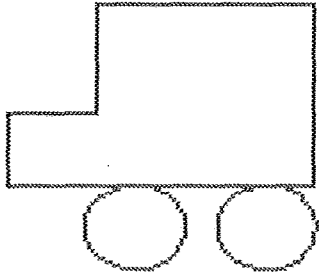


Figura Caminhao do Pedro

APRENDA CAMINHAO	ES 90	CENTRO	ES 90
FR 460	FR 30	DI 90	FR 50
CENTRO	DI 90	SC	ES 90
ES 90	FR 50	FR 50	FR 50
SC	DI 90	CL	ES 90
FR 50	FR 50	FR 60	FR 10
CL	DI 90	ES 90	REPITA 36 [FR 2 DI 10]
FR 60	FR 10	FR 20	FR 30
DI 90	REPITA 36 [FR 2 ES 10]	ES 90	REPITA 36 [FR 2 DI 10]
FR 20	FR 30	FR 20	ST
DI 90	REPITA 36 [FR 2 ES 10]	DI 90	FIM
FR 20	SC	FR 30	

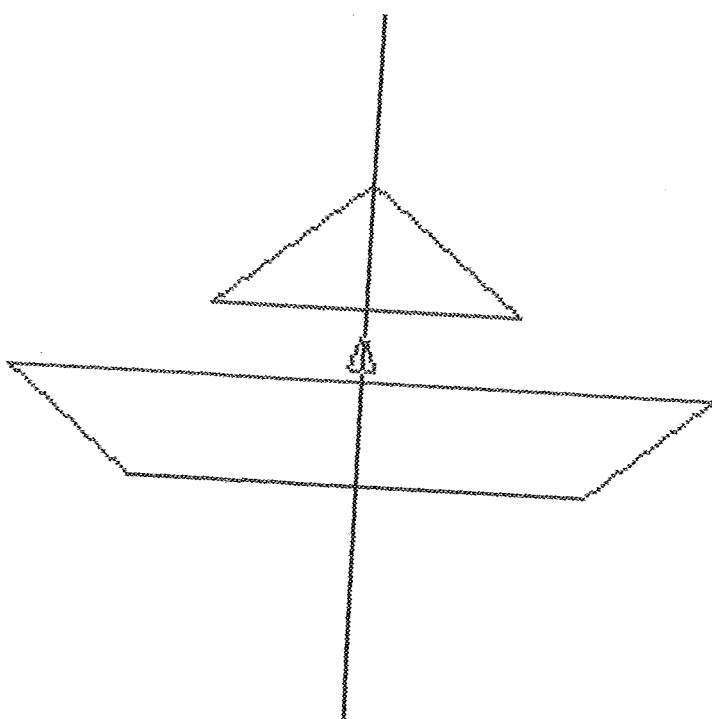


Figura Barco do Paulo

TO BARCO
FR 450
ES 135
FR 50
ES 135
FR 35
SC
DI 90
FR 20

DI 90
CL
FR 80
ES 135
FR 40
ES 45
FR 52
CENTRO
CL

FR 450
DI 135
FR 50
DI 135
FR 35
SC
ES 90
FR 20
ES 90

CL
FR 80
DI 135
FR 40
DI 45
FR 32
CENTRO
ST
END

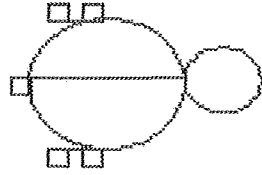
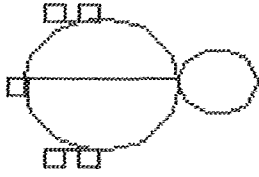


Figura Joaquina do Rafael

APRENDA JOANINHA

sc
 es 90
 fr 90
 cl
 di 90
 repita 36 [fr 4 di 10]
 repita 18 [fr 4 di 10]
 repita 36 [fr 2 es 10]
 di 90
 fr 45
 repita 4 [fr 6 es 90]
 sc
 es 90
 fr 20
 fr 5
 es 90
 fr 5

di 90
 cl
 repita 4 [fr 6 es 90]
 es 90
 fr 10
 di 90
 repita 4 [fr 6 es 90]
 sc
 es 90
 es 90
 fr 45
 cl
 repita 4 [fr 6 di 90]
 es 90
 fr 10
 di 90
 repita 4 [fr 6 di 90]
 di 90

sc
 fr 420
 cl
 repita 36 [fr 4 di 10]
 repita 9 [fr 4 di 10]
 repita 36 [fr 2 es 10]
 di 90
 fr 45
 repita 4 [fr 6 es 90]
 sc
 es 90
 fr 20
 fr 5
 es 90
 fr 5
 di 90
 cl
 repita 4 [fr 6 es 90]

es 90
 fr 10
 di 90
 repita 4 [fr 6 es 90]
 sc
 es 90
 es 90
 fr 45
 cl
 repita 4 [fr 6 di 90]
 es 90
 fr 10
 di 90
 repita 4 [fr 6 di 90]
 di 90
 st
 fim

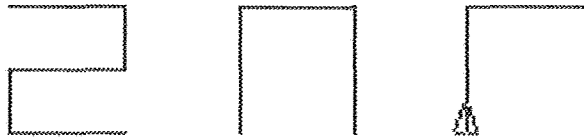
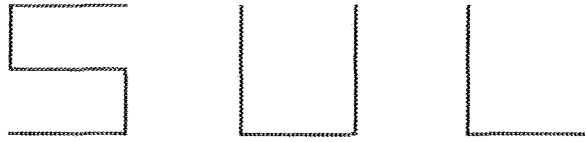


Figura Letras do Gabriel

AP LETRAS
 DI 90
 FR 330
 CENTRO
 SC
 FR 20
 ES 90
 FR 50
 DI 90
 FR 40
 CL
 DI 90
 FR 30
 VO 30
 ES 90
 VO 20
 DI 90
 FR 30
 DI 90
 FR 20
 DI 90
 FR 30
 VO 30

SC
 VO 30
 CL
 DI 90
 FR 40
 VO 40
 ES 90
 VO 30
 ES 90
 VO 40
 FR 40
 SC
 DI 90
 VO 30
 CL
 DI 90
 FR 40
 VO 40
 ES 90
 VO 30
 SC
 CENTRO
 ES 90

FR 20
 ES 90
 FR 20
 DI 90
 FR 30
 CL
 VO 30
 DI 90
 VO 20
 DI 90
 VO 30
 ES 90
 VO 20
 ES 90
 VO 30
 SC
 VO 30
 DI 90
 FR 40
 CL
 DI 90
 FR 30
 DI 90

FR 40
 VO 40
 ES 90
 VO 30
 ES 90
 VO 40
 SC
 DI 90
 FR 40
 FR 20
 ES 90
 FR 40
 DI 90
 FR 30
 CL
 VO 30
 ES 90
 VO 40
 ST
 FIM

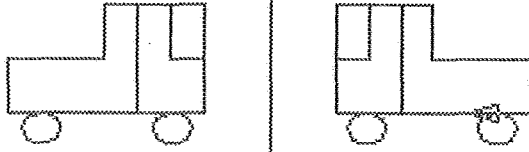


Figura Caminhão do Ricardo

APRENDA CAMINHAO	DI 90	SC	VO 20
FR 5500	FR 40	CENTRO	ES 90
CENTRO	VO 20	DI 90	FR 10
SC	DI 90	FR 20	ES 90
ES 90	FR 10	CL	FR 20
FR 20	DI 90	FR 60	DI 90
CL	FR 20	ES 90	FR 10
FR 60	ES 90	FR 20	DI 90
DI 90	FR 10	ES 90	FR 40
FR 20	ES 90	FR 30	DI 90
DI 90	FR 40	DI 90	FR 10
FR 30	ES 90	FR 20	REPITA 36 [FR 1 ES 10]
ES 90	FR 10	ES 90	VO 40
FR 20	REPITA 36 [FR 1 DI 10]	FR 30	REPITA 36 [FR 1 ES 10]
DI 90	VO 40	ES 90	ST
FR 30	REPITA 36 [FR 1 DI 10]	FR 40	FIM

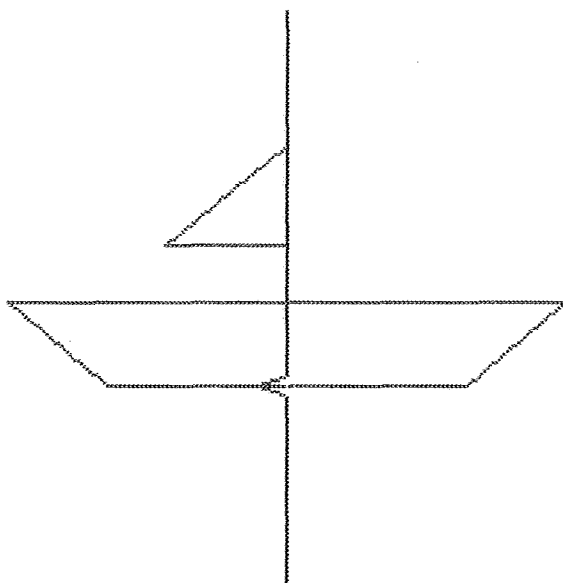


Figura Barco do Ricardo

APRENDA BARCO

ft 450
 ES 135
 FR 50
 ES 135
 FR 35
 SC
 DI 90
 FR 20

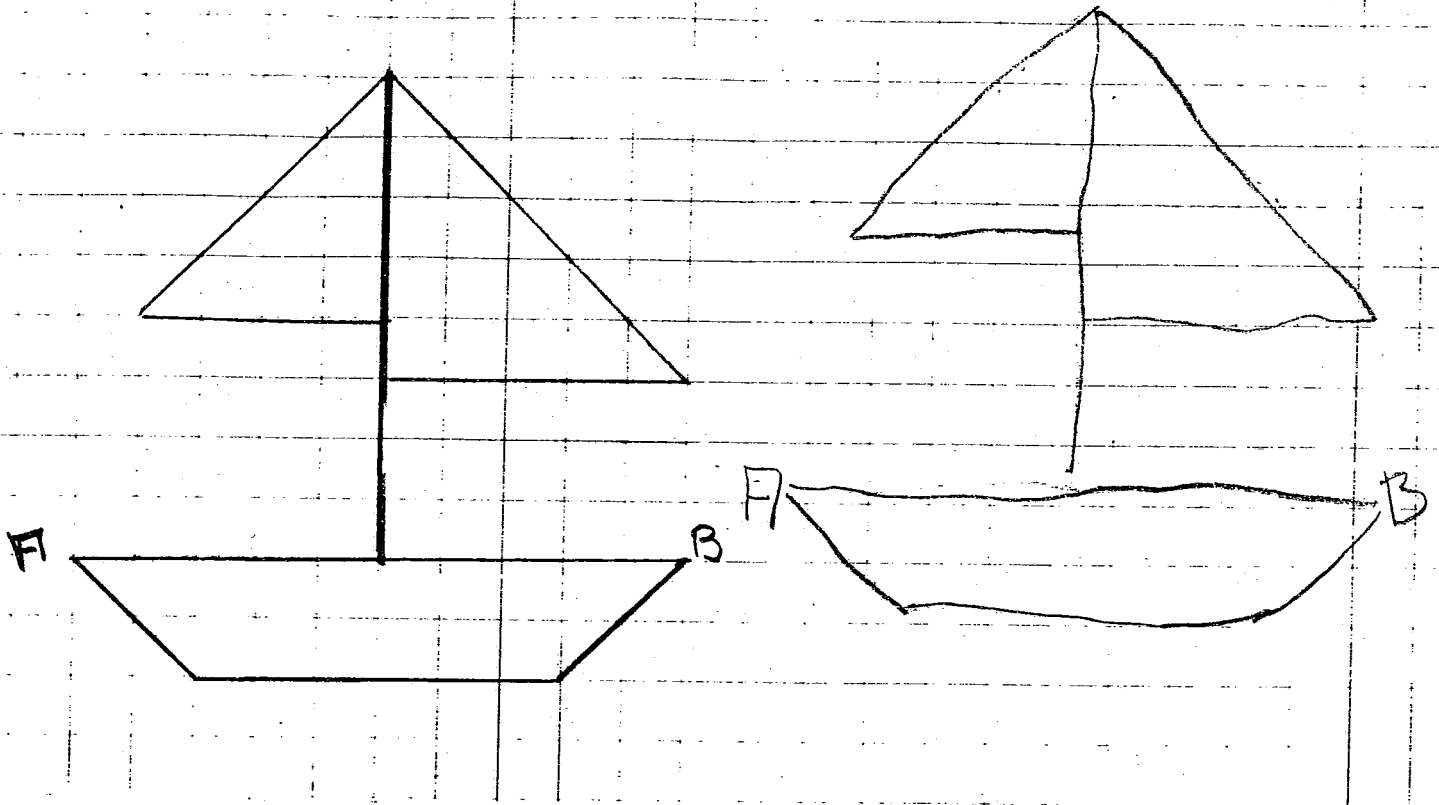
DI 90
 CL
 FR 80
 ES 135
 FR 40
 ES 45
 FR 52
 SC
 CENTRO

FR 450
 DI 135
 FR 50
 DI 135
 FR 35
 SC
 ES 90
 FR 20
 ES 90

CL
 FR 80
 DI 135
 FR 40
 DI 45
 FR 52
 ST
 fim

ATIVIDADE 2:

A) Observe a figura 1 abaixo:



b) Decalque em papel transparente a figura 1 e marque os pontos A e B.

c) Deslize o decalque para o lado direito, e reproduza a figura. Chamaremos ela de figura 2.

d) Compare as figuras 1 e 2 e complete:

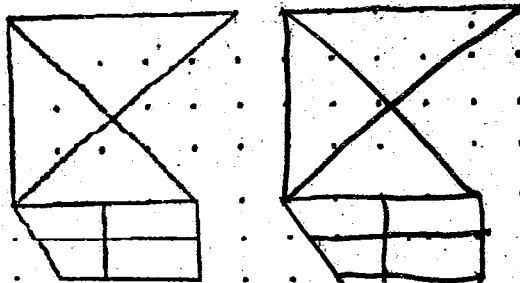
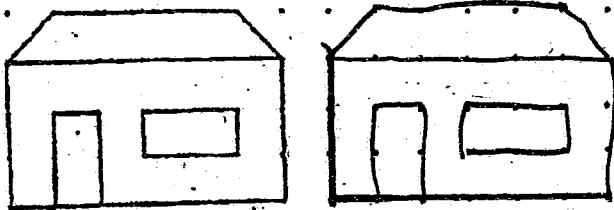
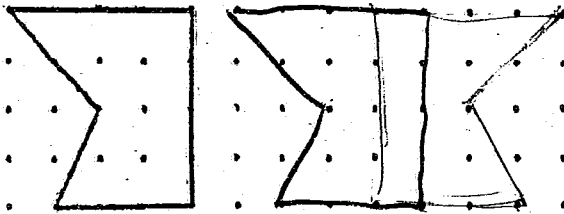
- como a figura 2 foi obtida deslocando para direita
- se elas conservam as mesmas medidas sim
- se elas coincidem por superposição sim, na parte traseira para direita
- se elas ocupam a mesma posição sim porque elas são idênticas

ATIVIDADE 3.

NOME: *Alvaro Gabriel*

DATA: *12/6/95*

COMO VOCE PODERIA DESENHAR ESSAS FIGURAS SE ELAS FOSSEM EMPURRADAS PARA DIREITA.

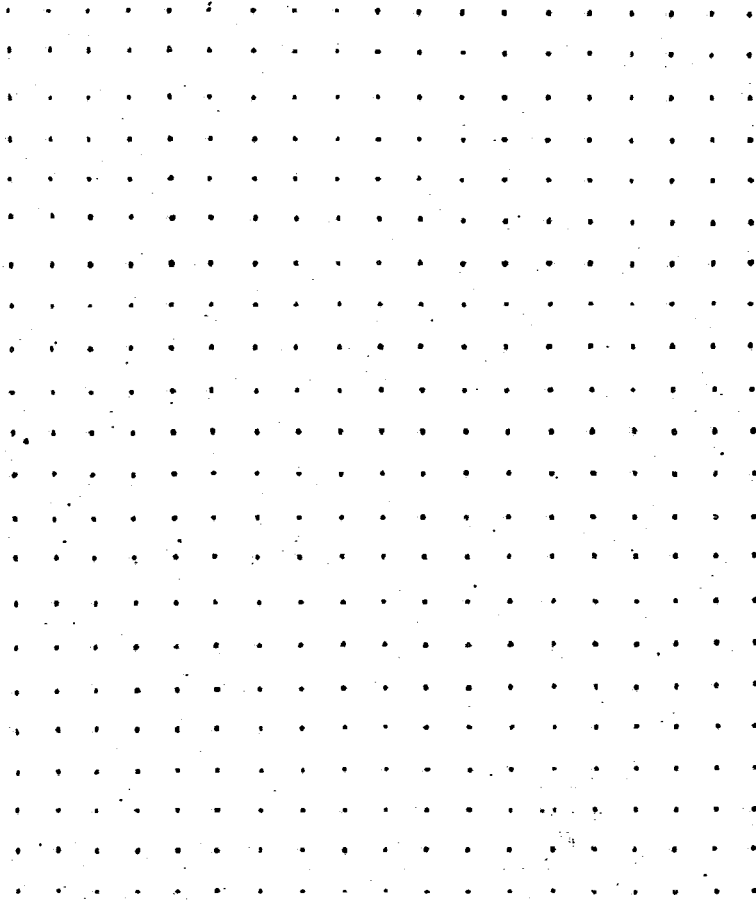


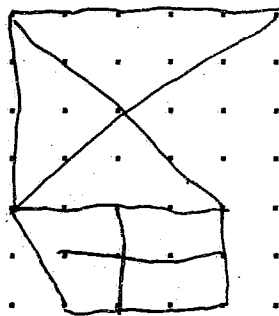
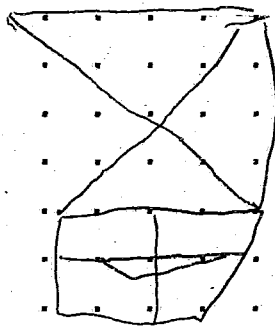
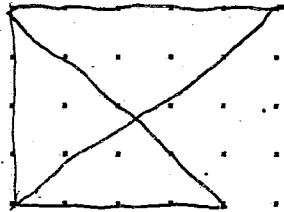
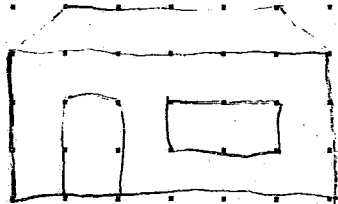
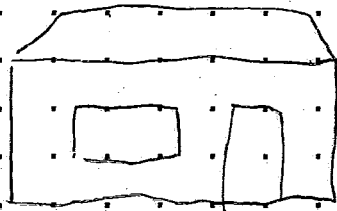
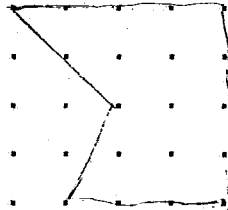
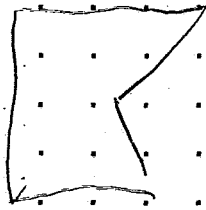
ATIVIDADE 4.

NOME: *Alvaro*

DATA: *19-6-95*

USANDO PAPEL CARBONO. DENHAR AS FIGURAS.

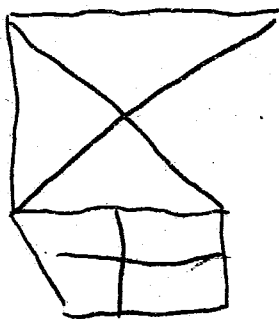
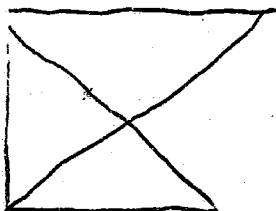
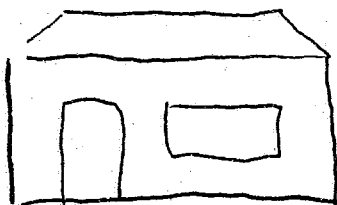
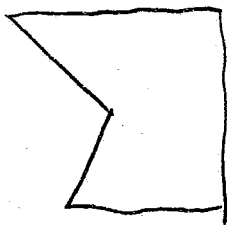




Alvaro

Eu achei que é mais prática
porque sei ~~qual~~ qual a espelhada

Shaver



ATIVIDADE 4A.

NOME:

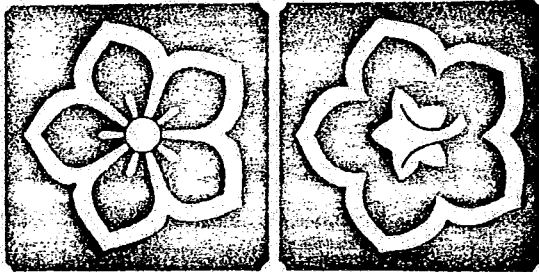
Arara Gabriel Perez Braga

DATA:

26/6/95

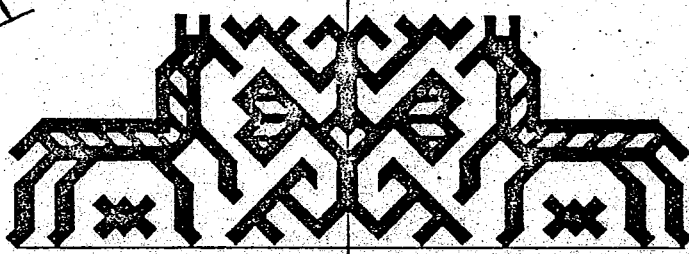
Observe as figuras abaixo, indique as que representam translações e simetrias dizendo porque.

I)



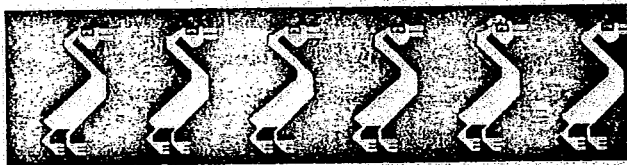
I) Translações porque ela não é uma figura simétrica

II)



II) Translação porque não é simétrica

III)



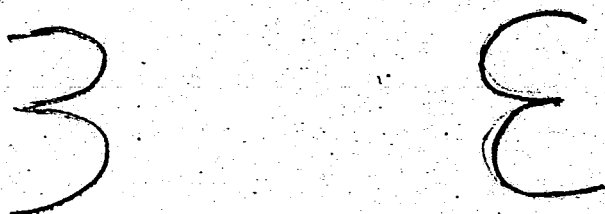
III) Simétrica porque é cada uma igual a outra.

IV)



IV) Simétrica porque é igual a outra

V)



V) Translação porque é tipo espelho.

ATIVIDADE 5.

NOME: Alvaro

DATA: 26/6/95

OBSERVE AS ATIVIDADES 3 E 4 REALIZADAS POR VOCE E RESPONDA:

a) Voce utilizou os mesmos desenhos nas duas atividades?

nao

b) Como voce descreveria o que voce fez na atividade 3?

Eu fiz simetria

c) Como voce descreveria o que voce fez na atividade 4?

Eu usei simetria e
translação

d) Comparando as atividades 3 e 4, que conclusões voce pode tirar?

Eu aprendi esta simetria e
translação

transmissão → O feixe de
transmissão, movimento de um
corpo em que todos as
partículas tem em cada
instante a mesma velocidade
e aceleração e mantém uma di-
reção constante.

Alguns
Exemplos

Um movimento de partículas na
mesma velocidade e direção cons-
tante

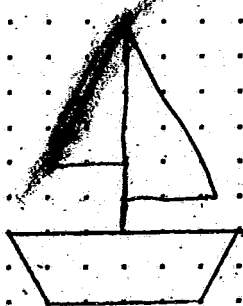
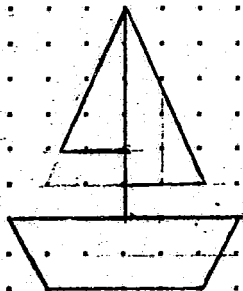
FICHA DE TRABALHO 6

NOME: _____

Quana

DATA: _____

COMPLETAR A FIGURA DA DIREITA, DE MODO A FICAR IGUAL
À FIGURA DA ESQUERDA.



FICHA DE TRABALHO 7.

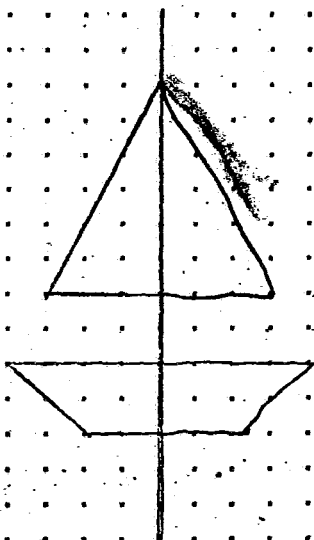
NOME:

Diogo Gabriel

DATA:

26/6/95

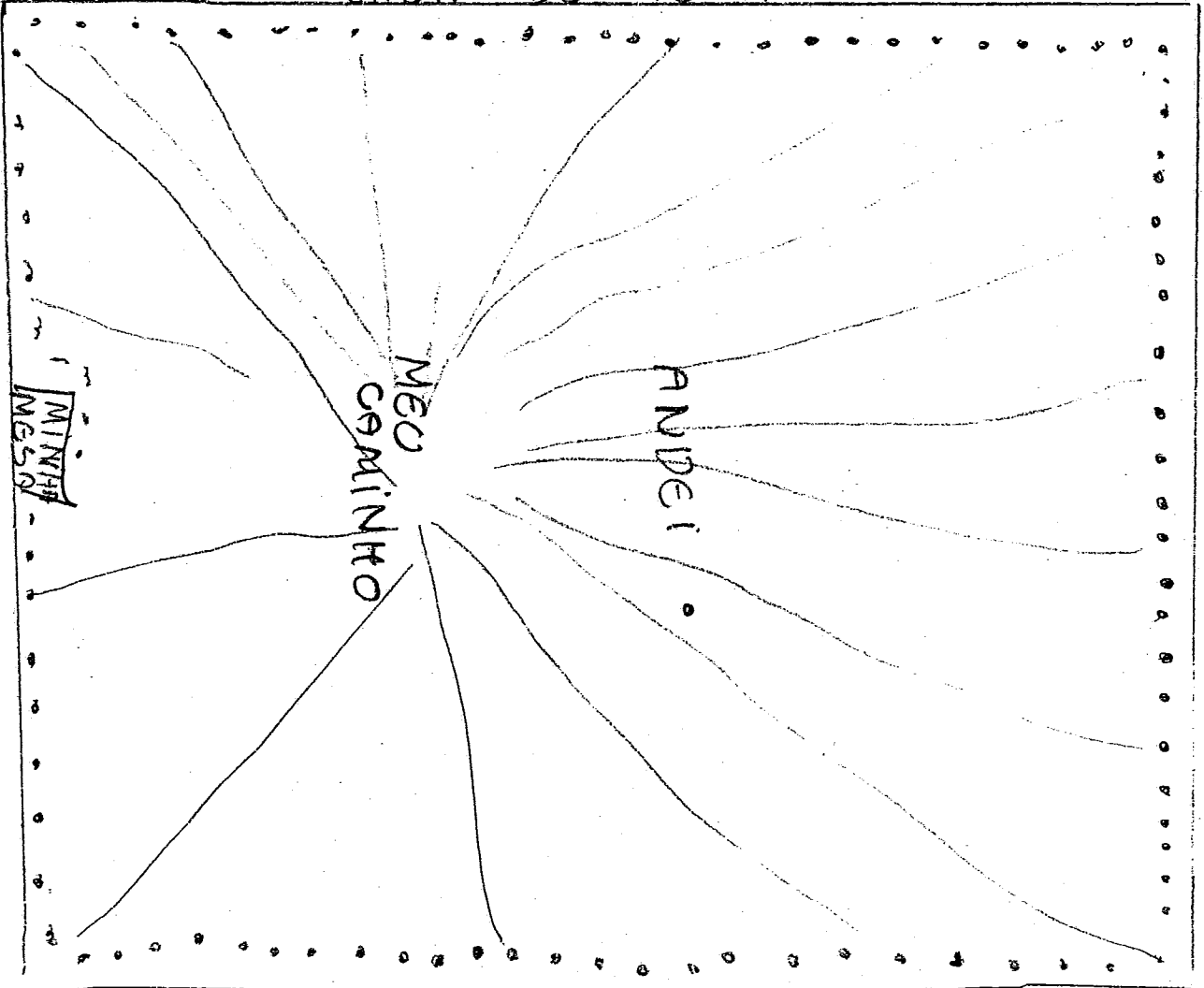
COMPLETAR A FIGURA, CONSTRUINDO SEU LADO DIREITO.



Este é o meu caminho vai da minha
meua ao andar em linha reta vou a
direita vou vir para esquerda
depois e vou para direita na
parada meua fiz um quadrado

Paula

SALA DE AULA



Fichas de Atividades dos Professores

- Em sala de aula
- No Computador

-
- Em sala de aula

FICHA DE TRABALHO 1.

NOME: Mã Antónia V Mendonça

DATA: 21/2

RESPONDA LIVREMENTE AS PERGUNTAS SEM MEDO DE ERRAR.

I) O QUE É SIMETRIA?

É a projeção do objeto no plano de 180° .

II) O QUE É TRANSLAÇÃO?

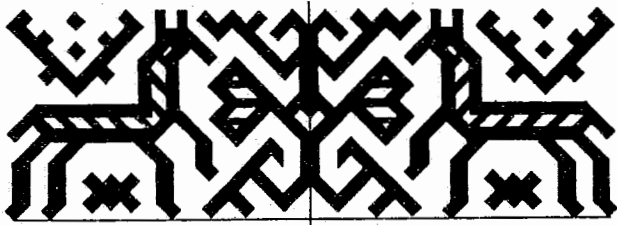
A rotação em volta do eixo em um plano de 360° .

FICHA DE TRABALHO 2.

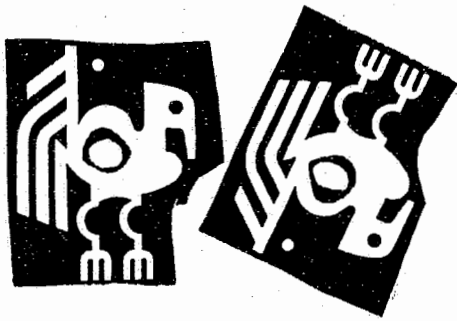
NOME: M^a Anterista P. Mendonça

DATA: 21/2/95

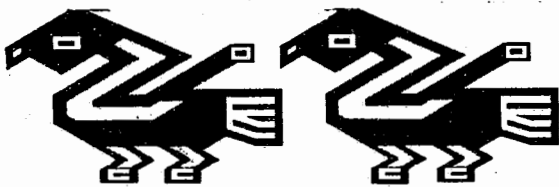
INDIQUE ENTRE AS FIGURAS ABAIXO QUAIS REPRESENTAM SIMETRIAS E QUAIS REPRESENTAM TRANSLAÇÕES. JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.



simetria, porque há uma rotação de 180° em volta do seu eixo.



translação - porque há uma rotação de 360° em volta do eixo.



nem simetria e nem translação, porque as figuras apenas estão se deslocando no espaço.



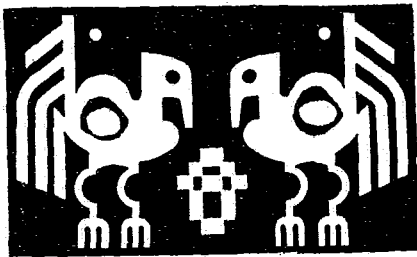
translação



nenhum um nem outro



translação



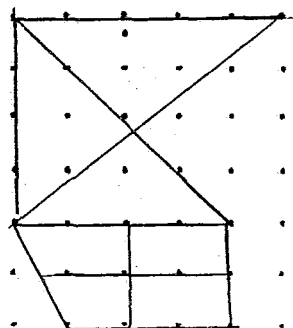
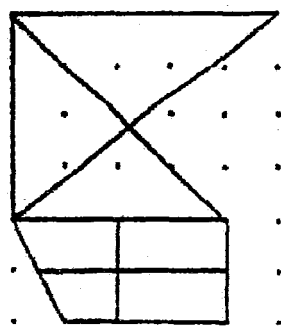
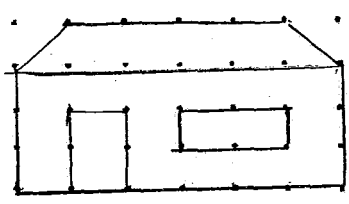
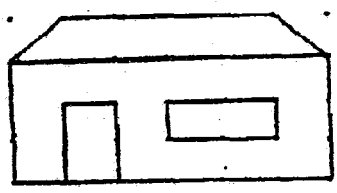
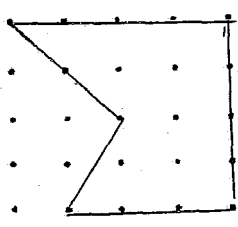
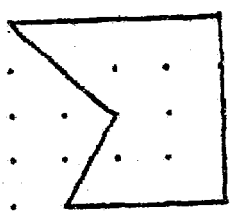
simetria

FICHA DE TRABALHO 3.

NOME: M^a Fernanda

DATA: 15/3/95

D) COPIAR AS FIGURAS DESENHADAS NO PAPEL PONTEADO.

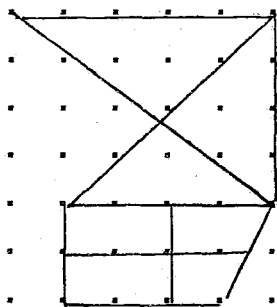
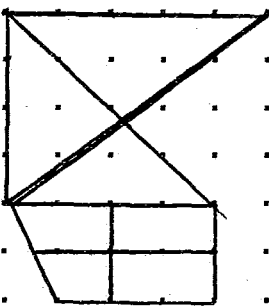
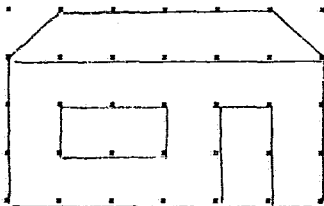
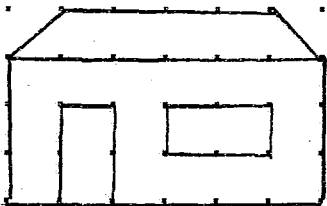
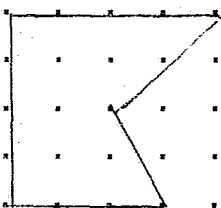
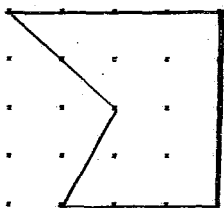


FICHA DE TRABALHO 4.

NOME: -----

DATA: -----

USANDO PAPEL CARBONO, DESENHAR AS FIGURAS.



FICHA DE TRABALHO 5.

NOME: M^{te} Anterietta

DATA: 15/3/95

OBSERVE AS ATIVIDADES 3 E 4, RESPONDA:

D) VOCE UTILIZOU NAS DUAS ATIVIDADES OS MESMOS DESENHOS?

ID) COMO VOCE DESCRIVERIA O QUE VOCE FEZ NA ATIVIDADE 3? E NA ATIVIDADE 4? INTERPRETE O RESULTADO, A QUE VOCE CHEGOU.

IID) COMPARANDO AS ATIVIDADES 3 E 4, QUE CONCLUSÕES VOCE PODE TIRAR?

I - Sim

II - Copiei a figura no mesmo plano na atividade 3 e na 4, copiei de plano invertido

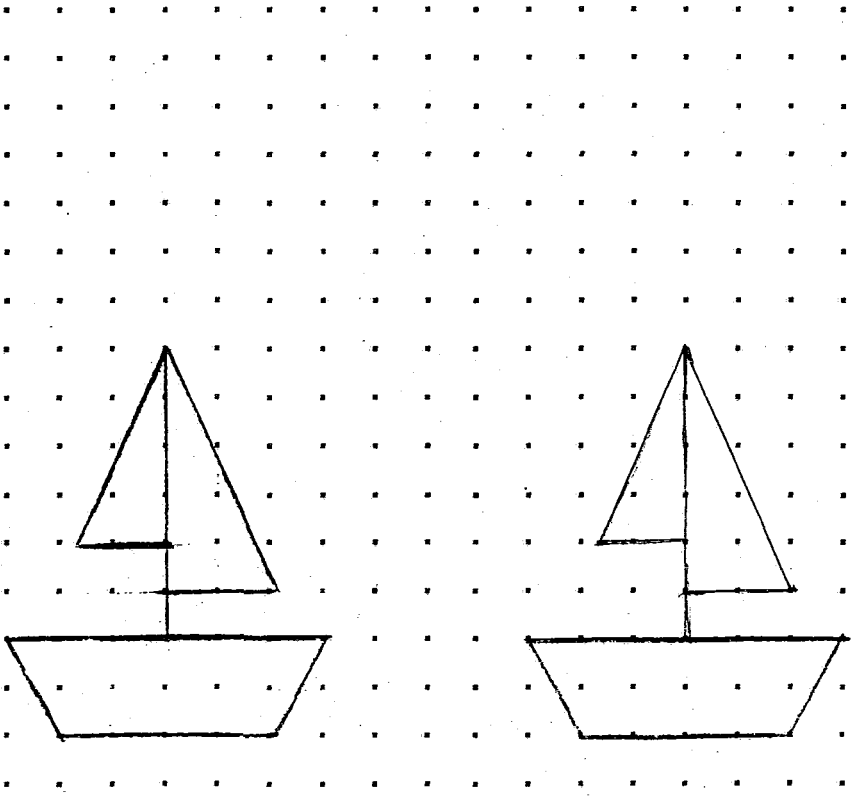
III - Quando você copia no mesmo plano você tem uma figura em translacão e q^{do} você copia de plano invertido você tem simetria.

FICHA DE TRABALHO 6

NOME: ana maria

DATA: 22/3/95

COMPLETAR A FIGURA DA DIREITA, DE MODO A FICAR IGUAL À FIGURA DA ESQUERDA.

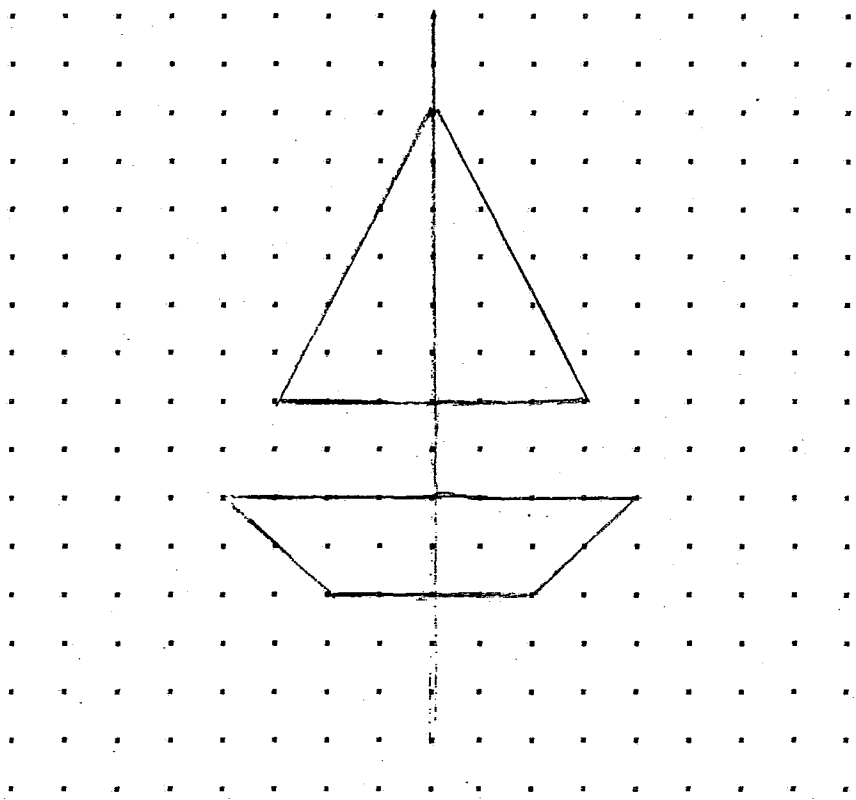


FICHA DE TRABALHO 7.

NOME: 9^a Luísa V. Mendonça

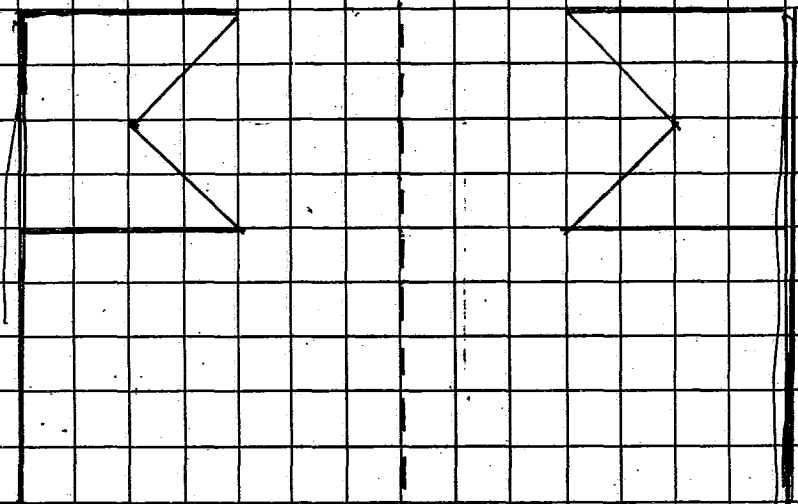
DATA: 29/3 15

COMPLETAR A FIGURA, CONSTRUINDO SEU LADO DIREITO.



na direção x a curva descrita é igual à parábola
inicialmente. Se tiver superabundância não são iguais.

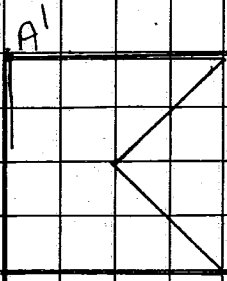
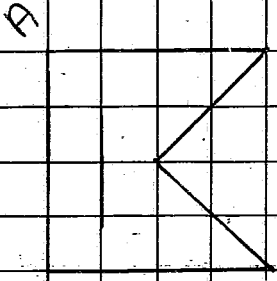
na direção y ao seguir a linha, também não é
de modo igual. Assim, em equilíbrio, isto é partir de
eixo de simetria.



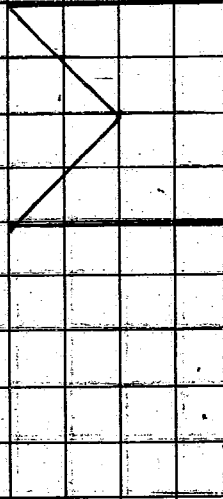
Antes esse para Antônia que
ela não tenha feito senão
Antônia para para que se
deba no caso de se não
muito que a mais de
uma relação & a sua
existência

Fazendo uma translação

M^o Anterior



Fazendo simetria

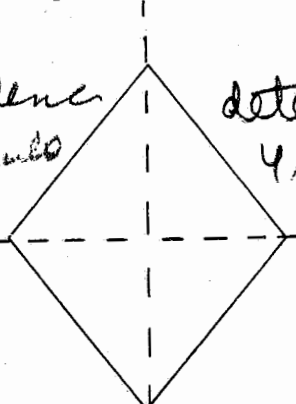


o) Quantos e quais são os eixos de simetria do retângulo PQRS? _____

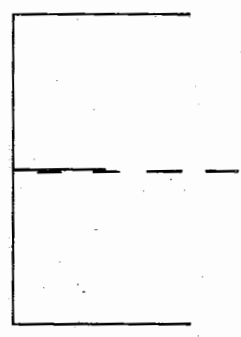
ATIVIDADE 10

a) Trace com lápis vermelho os eixos de simetria de cada figura:

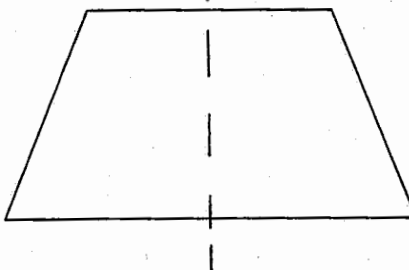
I) *Dentes de leão
é triângulo
equilátero
porquê!*



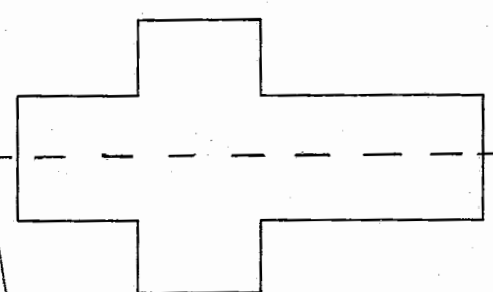
IV) *determinei
4 eixos*



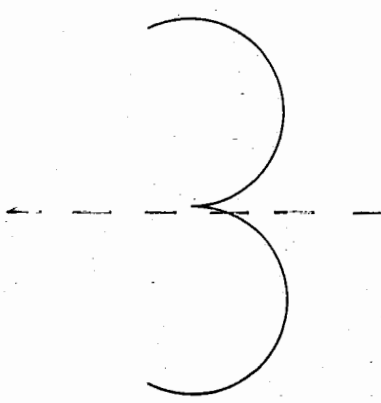
II)



V)



III)



*Antonieta perguntei
se sempre
assim
não
depende de
figura*

FICHA DE TRABALHO 1.

NOME: Cynthia Marassi de Aleucar

DATA: 21/2/95

RESPONDA LIVREMENTE AS PERGUNTAS SEM MEDO DE ERRAR.

I) O QUE É SIMETRIA?

É aquela figura que a partir de um eixo central, possui o lado direito e esquerdo rigorosamente iguais.

II) O QUE É TRANLAÇÃO?

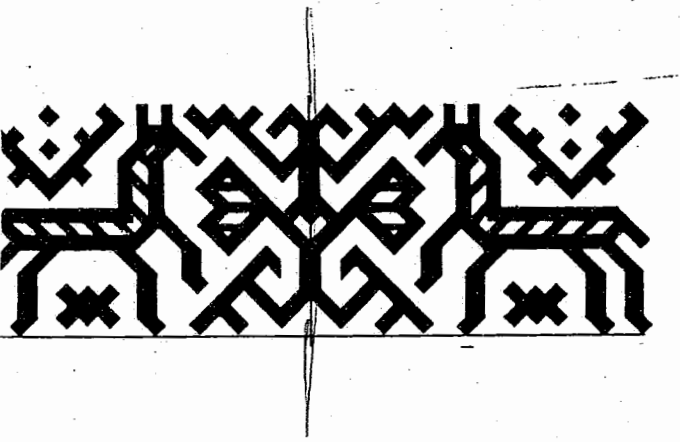
É o movimento que a Terra faz em volta do Sol.

FICHA DE TRABALHO 2.

NOME: Cynthia Marassi de Aleucar

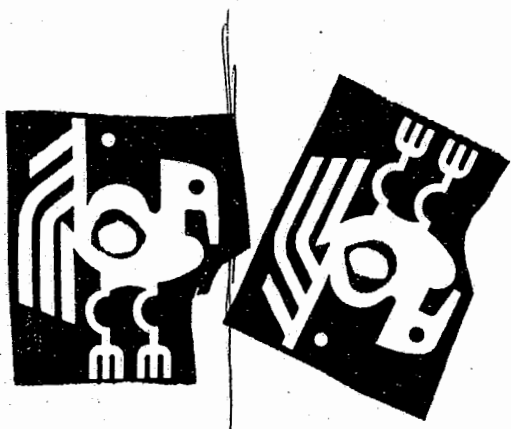
DATA: 21/2/95

INDIQUE ENTRE AS FIGURAS ABAIXO QUAIS REPRESENTAM SIMETRIAS E QUAIS REPRESENTAM TRANSLAÇÕES. JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.



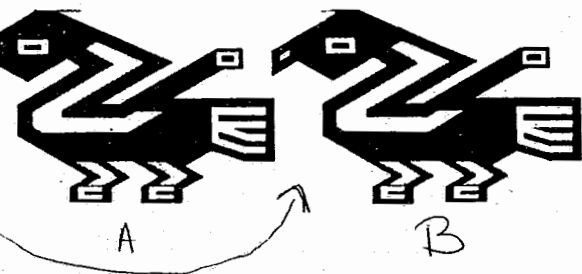
Simetria,

Há um eixo central e as figuras de cada um dos lados são rigorosamente iguais.



Simetria.

As figuras são "espelhadas" embora estejam separadas.



Translação

A figura antes era simétrica, houve uma mudança de direção entre elas.



Translação

Houve uma mudança de posição de um em relação a outra figura.

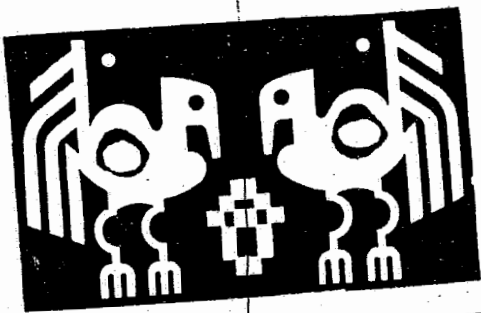


Não Simétrico



Translação

Houve uma mudança de posição de um grupo de figuras em relação a outro.



Simetria

Há um eixo central e as figuras de cada um dos lados são rigorosamente iguais.

Cynthia

Cynthia Marassi de Alencar

Acredito que os encontros me proporcionaram fazer uma grande reflexão sobre o meu trabalho. Confirmei a eficácia de algumas coisas que fazia, reformulei outras tantas e aprendi bastante.

Os encontros de matemática foram importantes, pois me mostraram que esta matéria é muito motivadora através das provocações feitas pelo professor ao aluno. Eu mesma em muitos momentos me senti provocada (desafiada) a descobrir novos caminhos para que as crianças construam sua aprendizagem de uma maneira bastante positiva. (Daí a minha ansiedade inicial).

O encontro com a Lacombe foi também muito proveitoso. Lembrei-me de um trabalho feito anteriormente por mim em outra escola e fiquei

em mensa vontade de continuar. traba-
ndo do mesmo jeito. Gostaria que
meu trabalho na 4^a série fosse
baseado em construções lógicas. Acredi-
que se uma criança "conseguir se
frutar logicamente" vencerá com
muita facilidade todas as etapas
do ensino da matemática.

Por fim a Glória Sadala nos
faz refletir que a aprendizagem e a
parte afetiva andam juntas e são
dissociáveis.



FICHA DE TRABALHO 3.

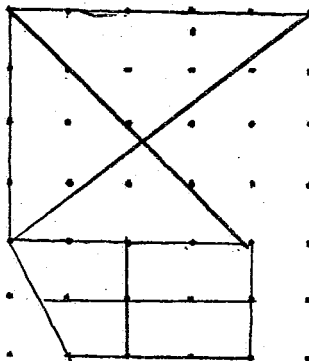
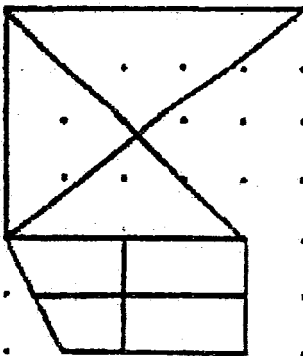
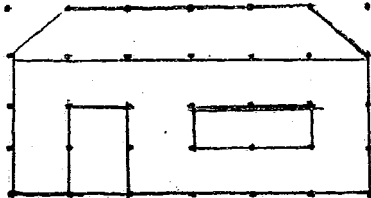
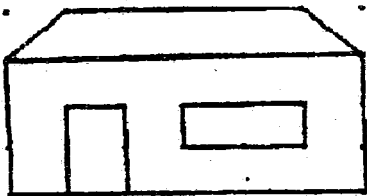
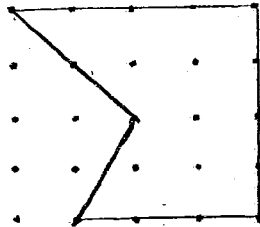
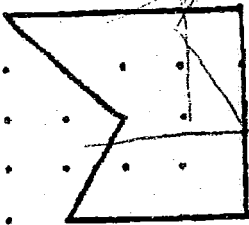
NOME: _____

Cristina

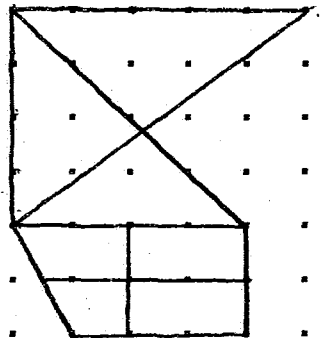
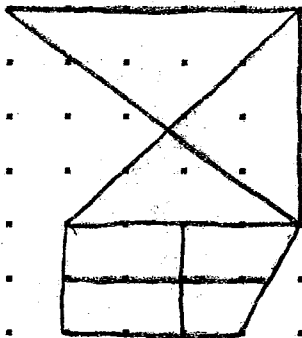
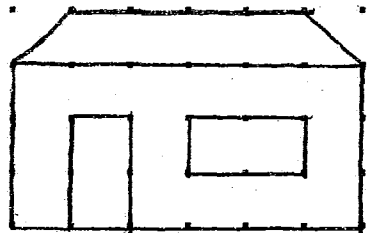
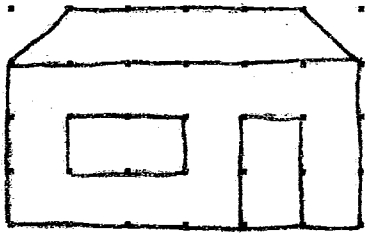
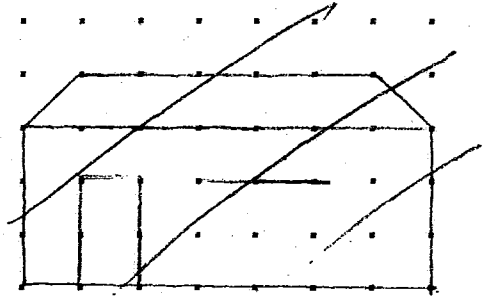
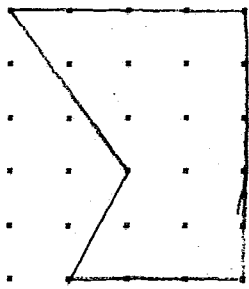
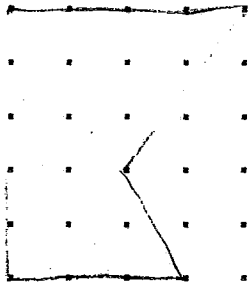
DATA: _____

15/03/

D) COPIAR AS FIGURAS DESENHADAS NO PAPEL PONTEADO.



Cynthia



FICHA DE TRABALHO 4.

NOME: -----

DATA: -----

USANDO PAPEL CARBONO, DESENHAR AS FIGURAS.

FICHA DE TRABALHO 5.

NOME: _____

DATA: _____

OBSERVE AS ATIVIDADES 3 E 4, RESPONDA:

- I) VOCE UTILIZOU NAS DUAS ATIVIDADES OS MESMOS DESENHOS?
- II) COMO VOCE DESCREVERIA O QUE VOCE FEZ NA ATIVIDADE 3? E NA ATIVIDADE 4? INTERPRETE O RESULTADO, A QUE VOCE CHEGOU.
- III) COMPARANDO AS ATIVIDADES 3 E 4, QUE CONCLUSÕES VOCE PODE TIRAR?

I) Sim. Utilizei os mesmos desenhos.

II) Na atividade 3 o desenho foi deslocado para direita conservando as suas mesmas características físicas no espaço, isto é, os traços que estavam no primeiro desenho (modelo) à direita, continuaram no outro desenho na mesma posição. O mesmo aconteceu com os outros traços de acordo com a sua posição.

Já na atividade 4, embora os desenhos continuassem com as mesmas características físicas, houve uma modificação de seus traços

no espaço, portanto, os pontos e as
suas distâncias e posições ficaram
preservadas. diferente do que vimos. Agora se
pegarmos a casa por exemplo, e a casa ao de
sua esquerda, até a esquerda "normal",
o desenho (desenho) ficou à direita.

Assim, na primeira atividade houve
um traslado do desenho, enquanto na
da atividade houve uma simetria.

III) Com um mesmo desenho podemos ter
"movimentos" diferentes no espaço.

Conservando suas características constitu-
tivas podemos simplesmente "andar" com o
desenho para direita ou esquerda, fazendo
movimento de translação, ou modificando
a posição de três elementos no espaço
fazendo-os ficar em posição contrária aos
do modelo, encontramos um desenho simétrico
ao outro.

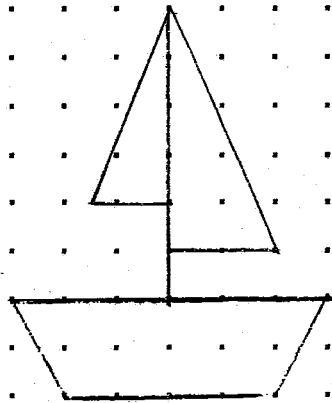
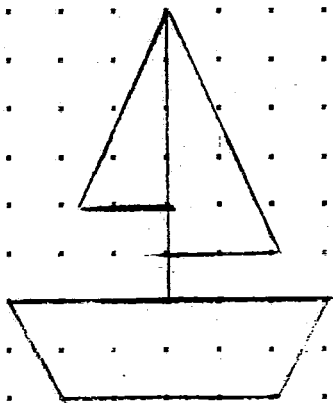
Com toda certeza, se continuarmos "brincar-
do" (ludicamente) com o desenho encontraremos
novos movimentos possíveis no espaço.

FICHA DE TRABALHO 6

NOME: _____

DATA: 23/3/95 _____

COMPLETAR A FIGURA DA DIREITA, DE MODO A FICAR IGUAL À FIGURA DA ESQUERDA.



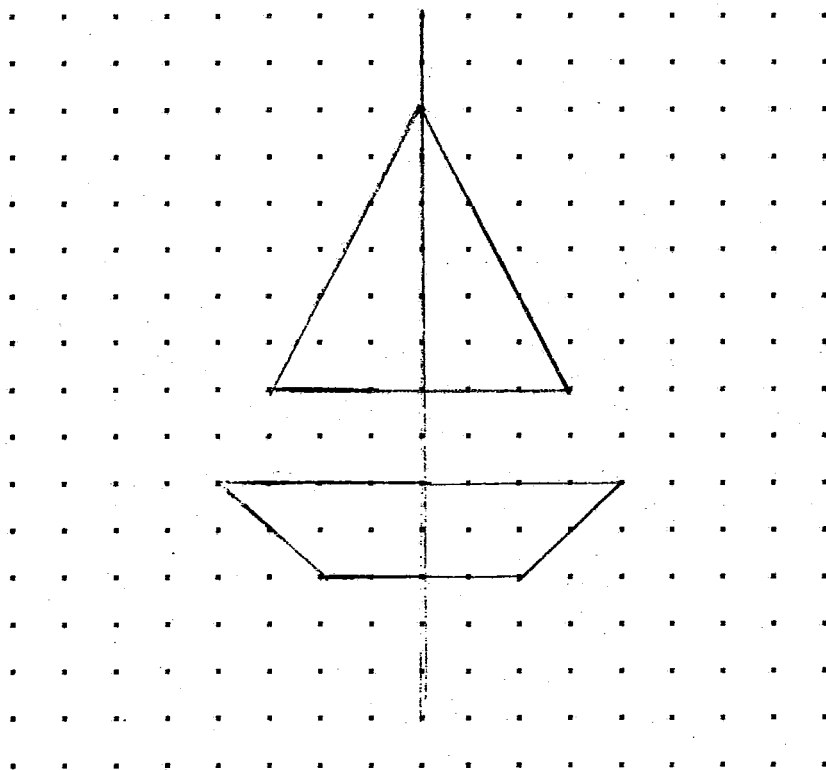
Fiz a cópia da figura, obedecendo o mesmo traçado.

FICHA DE TRABALHO 7.

NOME: _____

DATA: _____

COMPLETAR A FIGURA, CONSTRUINDO SEU LADO DIREITO.



Fiz a cópia da figura numa situação de espelho. Então, se o "original" está a uma reta para esquerda, fiz a reta para a direita.

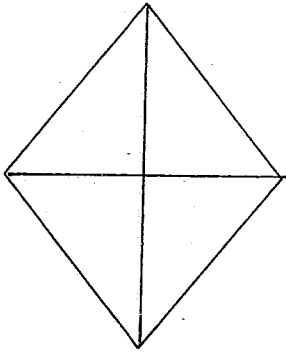
Cynthia

o) Quantos e quais são os eixos de simetria do retângulo PQRS? _____

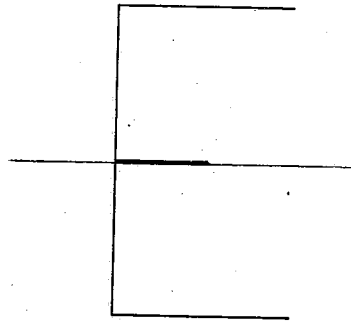
ATIVIDADE 10

a) Trace com lápis vermelho os eixos de simetria de cada figura:

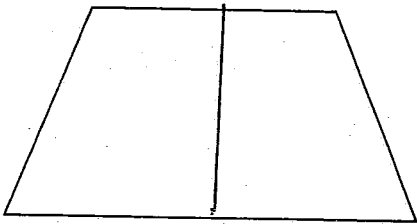
I)



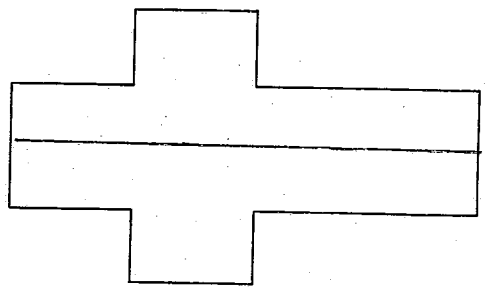
IV)



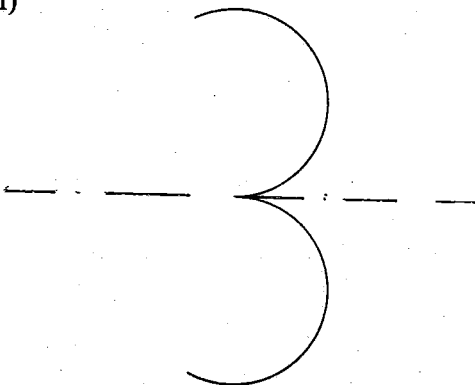
II)



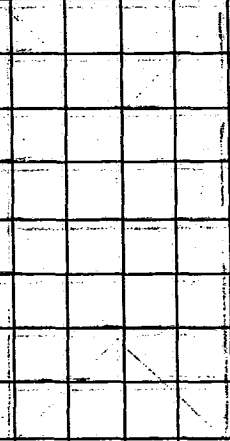
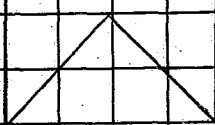
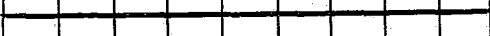
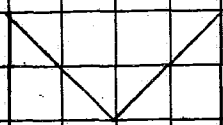
V)



III)

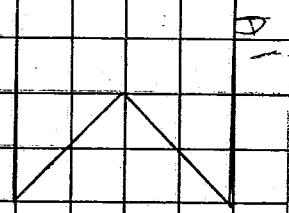
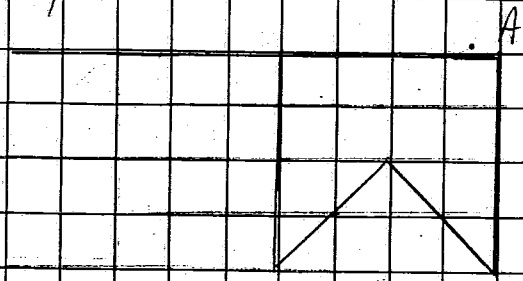


Desenho
afastado de 2 quadrados de
lado de 1 unidade

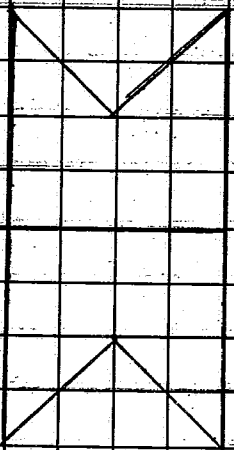


Cynthia

Fazendo uma translação.



Fazendo simetria



Simetria \rightarrow harmonia das posições
opostas num plano

Translação \rightarrow movim. de um corpo na
mesma direção

Aplicações:

simetria - arte de jogar: dama, vôlei,
xadrez; campo de futebol,
basquete; espelhos

translação - (suspeito p/ Estrela)

uma viagem: qdo se viaja
faz-se um translado

$$2 \times 10 = 10 \times 2$$
$$\square + 4 = 4 + \square$$

Suely Galvão
3.º s. A - 20/04/94

FICHA DE TRABALHO 1.

NOME: SUELY GARCIA

DATA: 21/02/05

RESPONDA LIVREMENTE AS PERGUNTAS SEM MEDO DE ERRAR.

I) O QUE É SIMETRIA?

Simetria é uma certa igualdade em um posicionamento.

II) O QUE É TRANSLAÇÃO?

É um movimento em volta de alguma coisa.

FICHA DE TRABALHO 2.

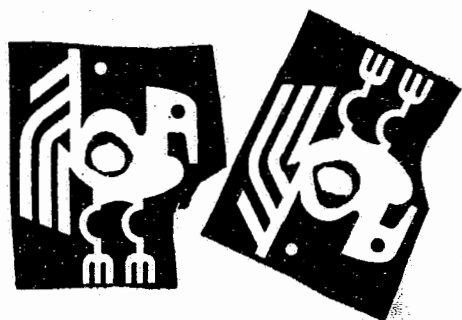
NOME: SUENY GALVÃO

DATA: 21/02/95

INDIQUE ENTRE AS FIGURAS ABAIXO QUAIS REPRESENTAM SIMETRIAS E QUAIS REPRESENTAM TRANSLAÇÕES. JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

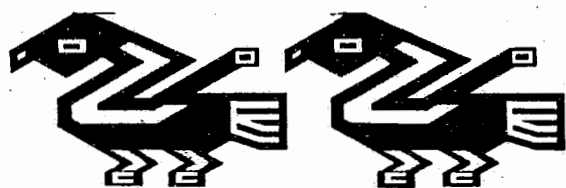


SIMETRIA - figuras espelhadas



~~TRANSLAÇÃO~~

SIMETRIA - posições inversas.



TRANSLAÇÃO - mesma direção

TRANSLAÇÃO - posições em volta na mesma direção.



Suzely

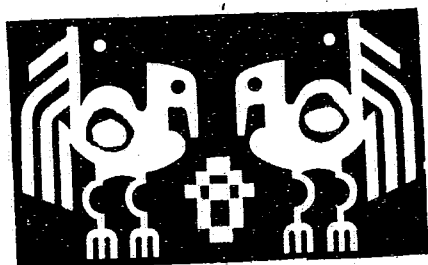
SIMETRIA - figuras espelhadas



TRANSLAÇÃO - mesma direção



SIMETRIA - figuras invertidas



SIMETRIA - figuras espelhadas

A "semana pedagógica" nos proporcionou uma certa revisão interior:

- em relação à nossa avaliação c/ os alunos.
- em relação à busca de criatividade de (c/a caixa lógico-simbólica).
- em relação à afetividade e inteligência.

Foi uma semana de m^{to} proveito e m^{ta} utilidade.

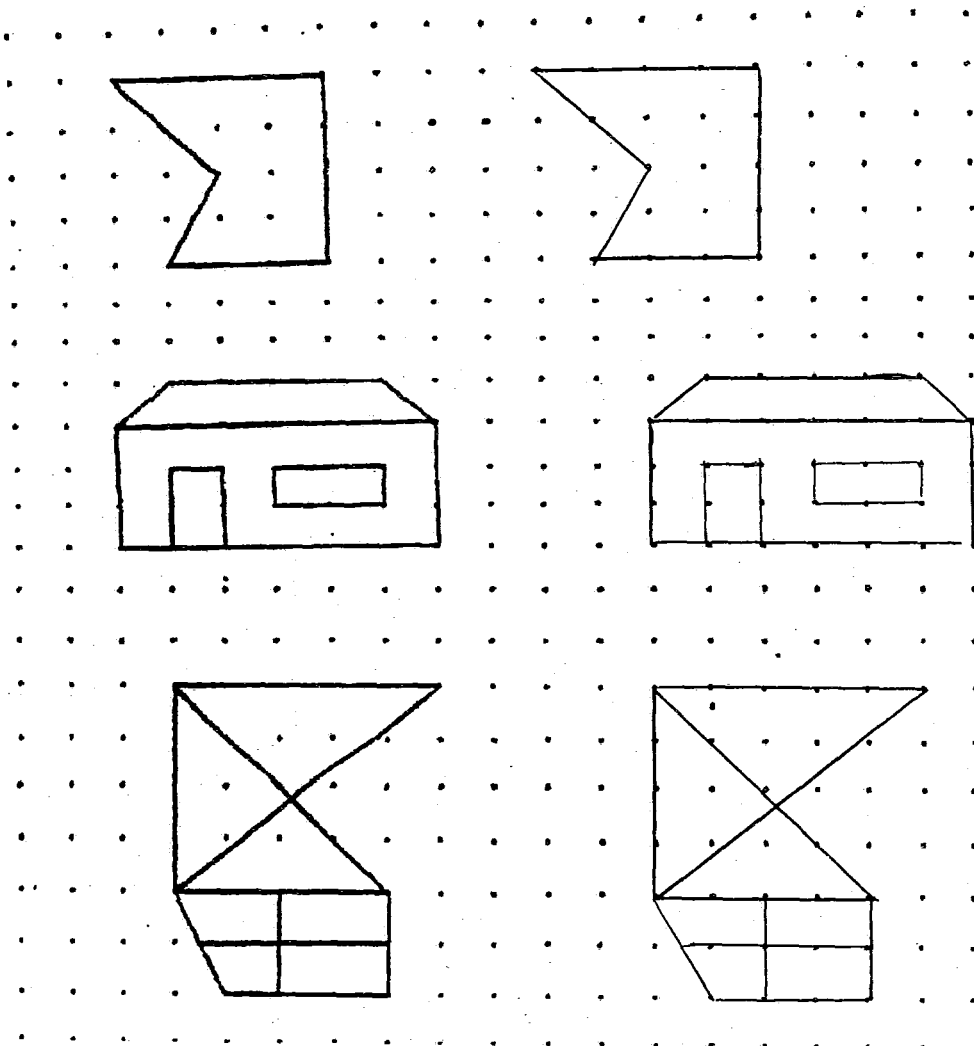
Inchy.

FICHA DE TRABALHO 3.

NOME: _____

DATA: _____

D) COPIAR AS FIGURAS DESENHADAS NO PAPEL PONTEADO.



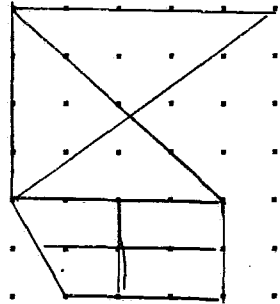
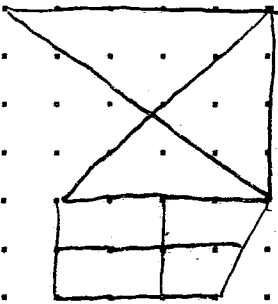
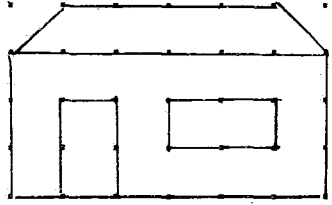
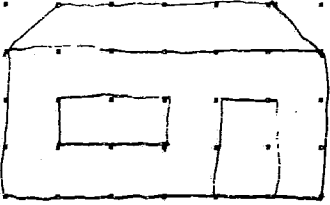
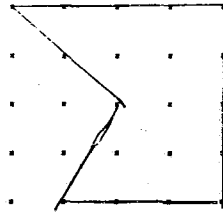
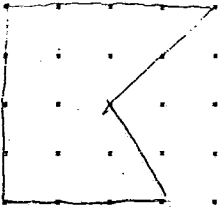
Fiz o desenho e só no final observei que não obedeci a mesma linhaagem do desenho dado. Nas podia e pa far.

FICHA DE TRABALHO 4.

NOME: Luís Gabriel

DATA: 15/03/95

USANDO PAPEL CARBONO, DESENHAR AS FIGURAS.



FICHA DE TRABALHO 5.

NOME: Suely Galvão

DATA: 22/03/95

OBSERVE AS ATIVIDADES 3 E 4, RESPONDA:

D) VOCE UTILIZOU NAS DUAS ATIVIDADES OS MESMOS DESENHOS? *sim*

II) COMO VOCE DESCREVERIA O QUE VOCE FEZ NA ATIVIDADE 3? E NA ATIVIDADE 4? INTERPRETE O RESULTADO, A QUE VOCE CHEGOU.

III) COMPARANDO AS ATIVIDADES 3 E 4, QUE CONCLUSÕES VOCE PODE TIRAR?

II) Na atividade 3 fiz os mesmos desenhos procurando obedecer a mesma pontuação.

Enganei-me, mas como não podia usar borracha...

Na atividade 4, usei o carbono p^a passar os desenhos p^a o outro papel pontuado.

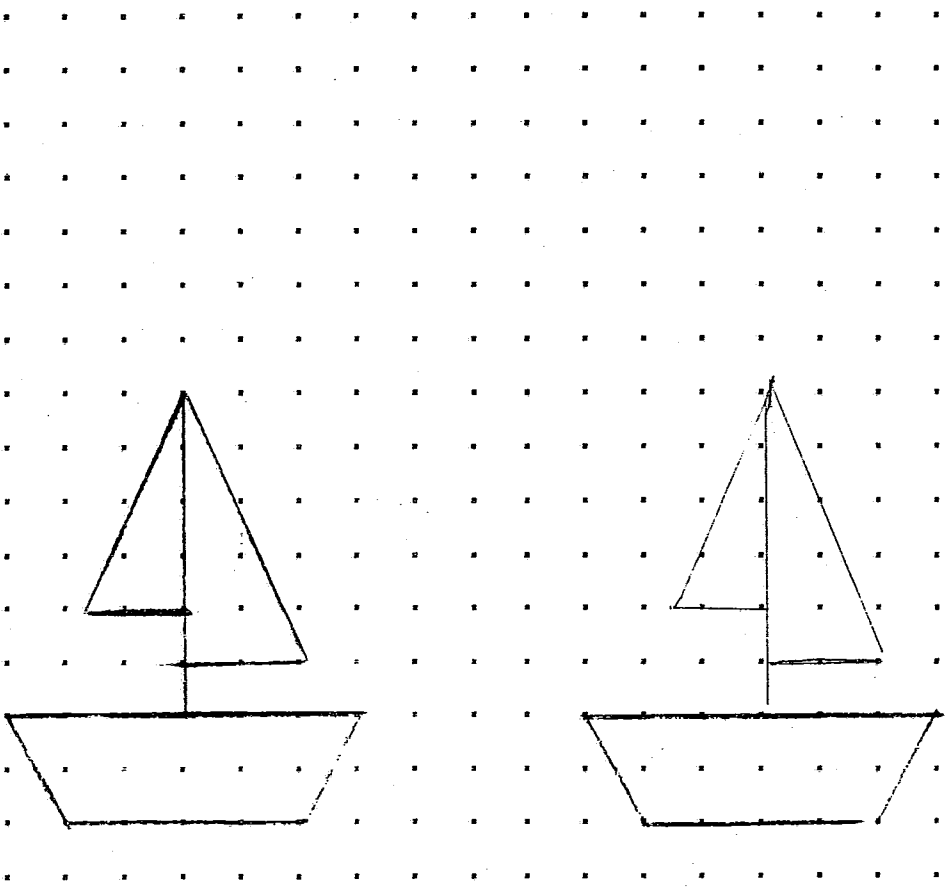
III) Os desenhos da coluna da esquerda ficaram espelhados.

FICHA DE TRABALHO 6

NOME: July Galvão

DATA: 22/03/95

COMPLETAR A FIGURA DA DIREITA, DE MODO A FICAR IGUAL À FIGURA DA ESQUERDA.

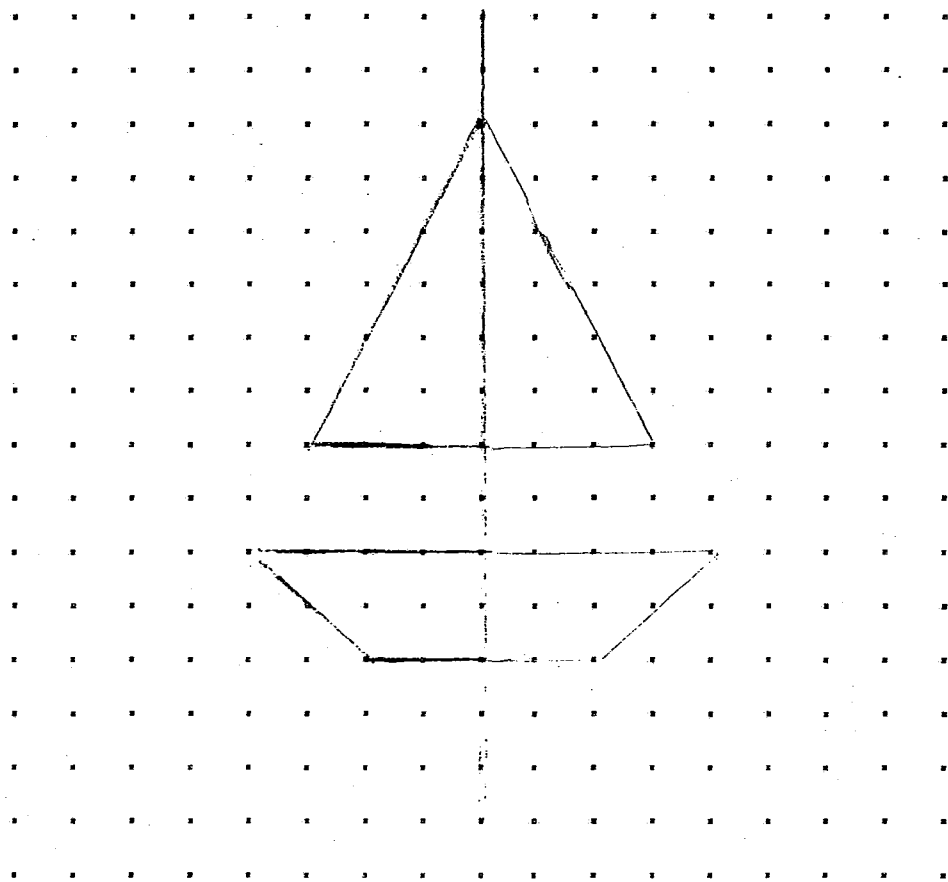


FICHA DE TRABALHO 7.

NOME: Luly Galvão

DATA: 22/03/95

COMPLETAR A FIGURA, CONSTRUINDO SEU LADO DIREITO.



-
- No computador

malá



Atividade 2

No nosso primeiro encontro, pedimos que vocês fizessem um programa para desenhar na tela um L e ficamos de verificar se era possível refleti-lo ou não.

Antes de defender a possibilidade ou impossibilidade da reflexão, gostaria que individualmente, antes de ligar o computador cada uma de vocês:

1. Escreva ou desenhe no papel o que acontece com ISSO e com AQUILO.
2. Troque de papel com as outras e discutam as diferenças
3. Ligue o computador e execute

```

TO ISSO  : N
ES 90  * : N
REPITA 2 [FR 50 DI 90]  * : N
FR 20
DI 90  * : N
FR 30
ES 90  * : N
FR 30
DI 90  * : N
FR 20
END

```

~~DI 180~~
~~REPITA 2 [~~

```

To Aquilo
Repita 2 [Isso]
End

```

```

To Aquiloutro
repita 4 [Isso]
End

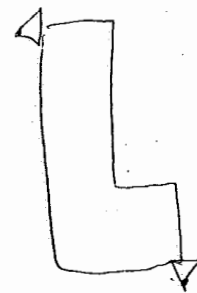
```

Se possível vire a tartaruga de modo a fazer um ISSO espelhado, se impossível escreva um novo programa que espelhe o ISSO.

```

AP RENATA : N
FR 50
DI 90 * : N
FR 20
DI 90 * : N
FR 30
ES 90 * : N
FR 30
DI 90 * : N
FR 20
DI 90 * : N
FR 50

```



```

AP RENATA
SC
DI 90
FR 50
DI 90
FR 50
DI 90
DI 180
CL
ISSO

```

DI 90 * : N → pl terminar na mesma posição

Simetria - é um "movimento" feito com uma figura, onde as medidas são mantidas (ou seja, o tamanho da figura). Um determinado ponto tem, em relação ao espelho, a mesma distância que seu simétrico tem em relação ao mesmo espelho.

AP 2 e 3

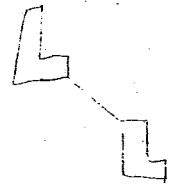
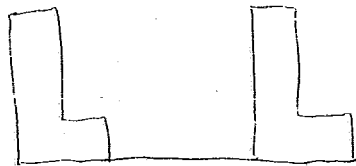
Renata

us 90

FR 90

es 90

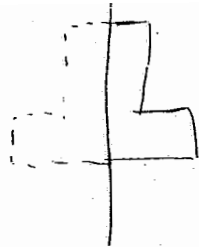
Renata



Translação - é um deslocamento feito com a figura, onde as medidas são mantidas.

A figura é "levada" para qualquer lugar e todos os pontos são deslocados p/ a mesma direção.

renata



Atividade 2

No nosso primeiro encontro, pedimos que vocês fizessem um programa para desenhar na tela um L e ficamos de verificar se era possível refleti-lo ou não.

Antes de defender a possibilidade ou impossibilidade da reflexão, gostaria que individualmente, antes de ligar o computador cada uma de vocês:

1. Escreva ou desenhe no papel o que acontece com ISSO e com AQUILO.
2. Troque de papel com as outras e discutam as diferenças
3. Ligue o computador e execute

```

TO ISSO
ES 90
REPITA 2 [FR 50 DI 90]
FR 20
DI 90
FR 30
ES 90
FR 30
DI 90
FR 20
END

```

```

DI 180
REPITA 2 [

```

```

To Aquilo
Repita 2 [Isso]
End

```

```

To Aquiloutro
repita 4 [Isso]
End

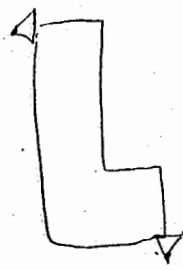
```

Se possível vire a tartaruga de modo a fazer um ISSO espelhado, se impossível escreva um novo programa que espelhe o ISSO.

```

AP RENATA :N
FR 50
DI 90 * :N
FR 20
DI 90 * :N
FR 30
ES 90 * :N
FR 30
DI 90 * :N
FR 20
DI 90 * :N
FR 50
DI 90 * :N → pl terminar na mesma posição

```



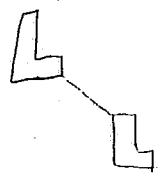
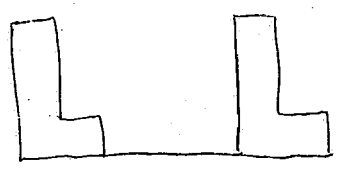
```

AP RENATA
SC
DI 90
FR 50
DI 90
FR 50
DI 90
DI 180
CL
ISSO

```

simetria é um movimento feito com uma figura, onde as medidas são mantidas (ou seja, o tamanho da figura). Um determinado ponto tem, em relação ao espelho, a mesma distância que seu simétrico tem em relação ao mesmo espelho.

AP anda
Renata
es 90
FR 90
es 90
Renata



Translação - é um deslocamento feito com a figura, onde as medidas são mantidas. A figura é "levada" para qualquer lugar e todos os pontos são deslocados p/ a mesma direção.

Suely

Atividade 2

No nosso primeiro encontro, pedimos que vocês fizessem um programa para desenhar na tela um L e ficamos de verificar se era possível refleti-lo ou não.

Antes de defender a possibilidade ou impossibilidade da reflexão, gostaria que individualmente, antes de ligar o computador cada uma de vocês:

1. Escreva ou desenhe no papel o que acontece com ISSO e com AQUILO.
2. Troque de papel com as outras e discutam as diferenças
3. Ligue o computador e execute

```

TO ISSO
ES 90
REPITA 2 [FR 50 DI 90]
FR 20
DI 90
FR 30
ES 90
FR 30
DI 90
FR 20
END

```

```

To Aquilo
Repita 2 [Isso]
End

```

```

To Aquiloutro
repita 4 [Isso]
End

```

Se possível vire a tartaruga de modo a fazer um ISSO espelhado, se impossível escreva um novo programa que espelhe o ISSO.

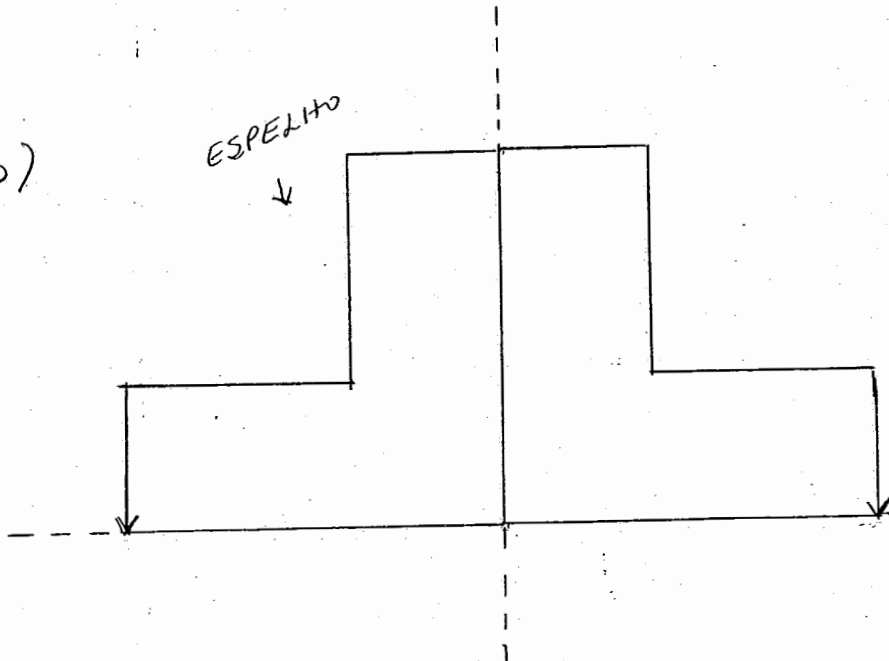
Espeelho

```

CENTRO } DI 90
ES 90 } FR 50
REPITA 2 (FR 50 ES 90)
FR 20
ES 90
FR 30
DI 90
FR 30
ES 90
FR 20
FIM.

```

ESPELHADO
↓



Lieli
DI 90
FR 50
FR 50
DI 90
FR 20
DI 90
FR 30
ES 90
FR 30
DI 90
FR 20

Simétrica →, terminado por base com
linha central, mantendo as mesmas
mesas distâncias ← → em ↑
↓

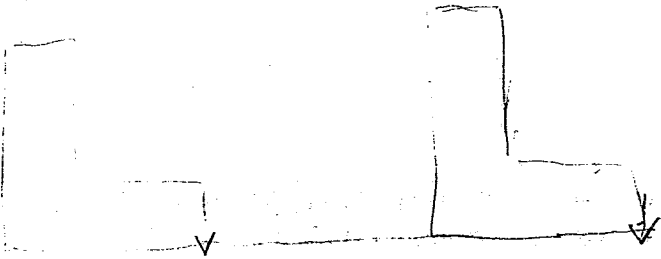
ES 90

FR 80

ES 90

ISSO

Translação →



Você caminha c/ o desenho p^a
um ponto + adiante e usa
o mesmo processo do anterior.
A translação conserva o
mesmo desenho.

Simetria → tomando por base uma
linha central, manter as mes-
mas distâncias ← → ou ↑ ↓

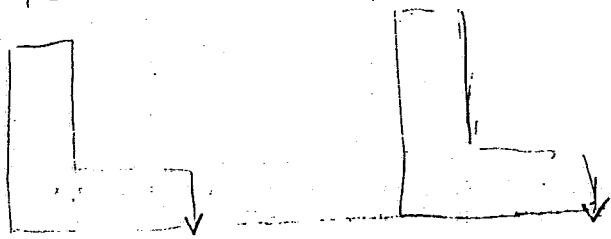
ES 90

FR 80

ES 90

1550

Translação →



Você comincia o desenho por
um ponto + adiante e usa
o mesmo processo do anterior.
A translação conserva o
mesmo desenho.

Sueely

Atividade 2

No nosso primeiro encontro, pedimos que vocês fizessem um programa para desenhar na tela um L e ficamos de verificar se era possível refleti-lo ou não.

Antes de defender a possibilidade ou impossibilidade da reflexão, gostaria que individualmente, antes de ligar o computador cada uma de vocês:

1. Escreva ou desenhe no papel o que acontece com ISSO e com AQUILO.
2. Troque de papel com as outras e discutam as diferenças
3. Ligue o computador e execute

```

TO ISSO
ES 90
REPITA 2 [FR 50 DI 90]
FR 20
DI 90
FR 30
ES 90
FR 30
DI 90
FR 20
END

```

```

To Aquilo
Repita 2 [Isso]
End

```

```

To Aquiloutro
repita 4 [Isso]
End

```

Se possível vire a tartaruga de modo a fazer um ISSO espelhado, se impossível escreva um novo programa que espelhe o ISSO.

Sueely

Espeelho

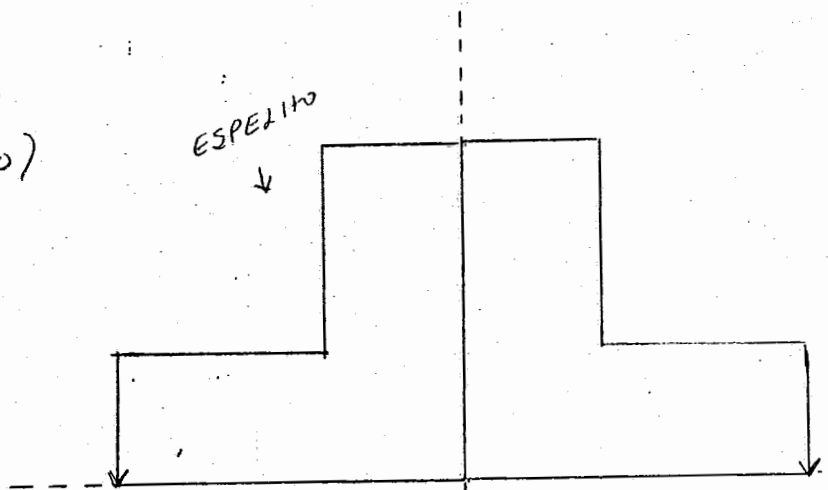
```

Lili
DI 90
FR 50
FR 50
DI 90
FR 20
DI 90
FR 30
ES 90
FR 20
FR 30
ES 90
FR 20
DI 90
FR 20
FIM

```

CENTRO
 ES 90
 REPITA 2 (FR 50 ES 90)
 FR 20
 ES 90
 FR 30
 DI 90
 FR 30
 ES 90
 FR 20
 FIM

DI 90
 FR 50



Atividade 2

No nosso primeiro encontro, pedimos que vocês fizessem um programa para desenhar na tela um L e ficamos de verificar se era possível refleti-lo ou não.

Antes de defender a possibilidade ou impossibilidade da reflexão, gostaria que individualmente, antes de ligar o computador cada uma de vocês:

1. Escreva ou desenhe no papel o que acontece com ISSO e com AQUILO.
2. Troque de papel com as outras e discutam as diferenças
3. Ligue o computador e execute

TO ISSO

```
DI ES 90 =
REPITA 2 [FR 50 DI 90]
FR 20
ES DI 90 =
FR 30
DI ES 90 =
FR 30
ES DI 90 =
FR 20
END
```

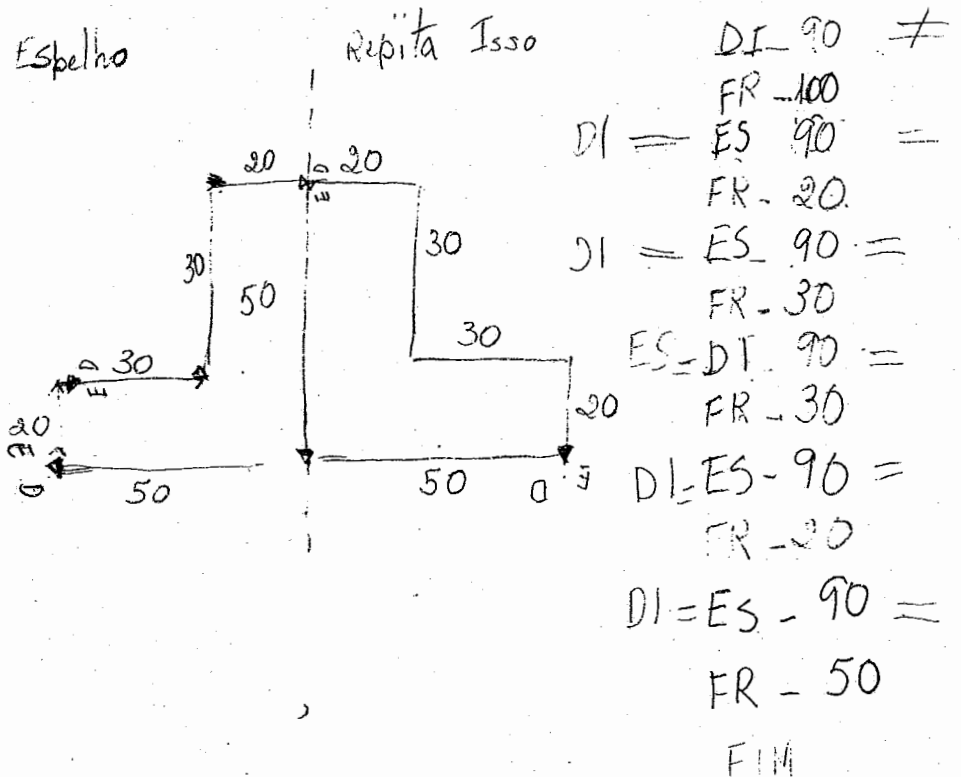
To Aquilo

```
Repita 2 [Isso]
End
```

To Aquiloutro

```
repita 4 [Isso]
End
```

Se possível vire a tartaruga de modo a fazer um ISSO espelhado, se impossível escreva um novo programa que espelhe o ISSO.



1. ... a ... para ...
... o ... a ... a ...
... que ... como ...

2. ... a ...

AP anda.

Ant.

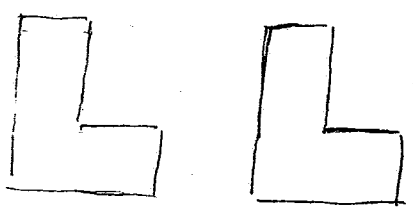
es. 90

fr. 90

es. 90

Ant.

Translação - é covastar a figura.



Atividade 2

No nosso primeiro encontro, pedimos que vocês fizessem um programa para desenhar na tela um L e ficamos de verificar se era possível refleti-lo ou não.

Antes de defender a possibilidade ou impossibilidade da reflexão, gostaria que individualmente, antes de ligar o computador cada uma de vocês:

1. Escreva ou desenhe no papel o que acontece com ISSO e com AQUILO.
2. Troque de papel com as outras e discutam as diferenças.
3. Ligue o computador e execute.

TO ISSO

```

1) ES 90
   REPITA 2 [FR 50 DI 90]
   FR 20
ES DI 90 E
   FR 30
DI ES 90 E
   FR 30
ES DI 90 E
   FR 20
END
    
```

To Aquilo

```

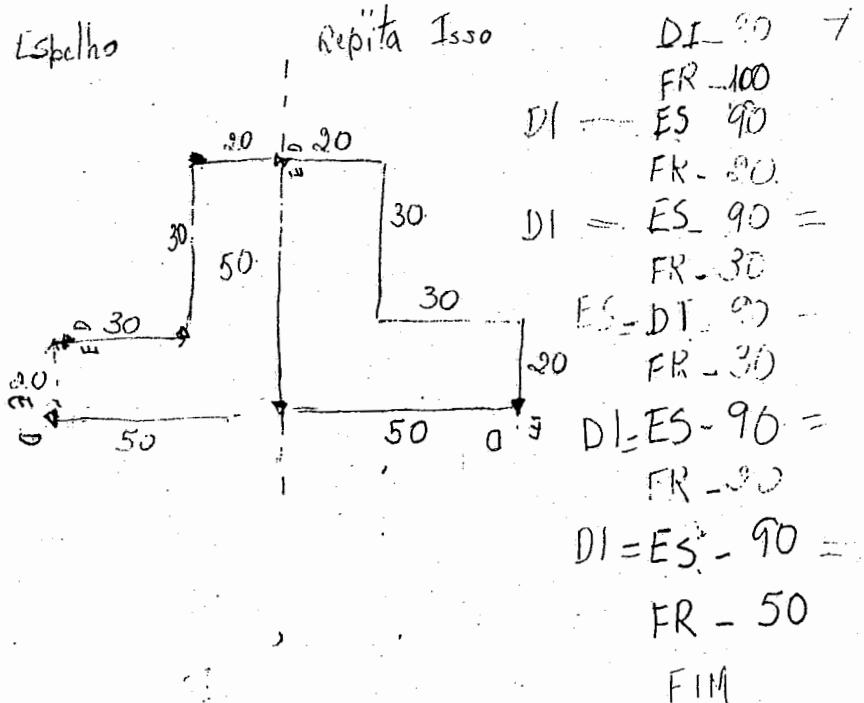
Repita 2 [Isso]
End
    
```

To Aquiloutro

```

repita 4 [Isso]
End
    
```

Se possível vire a tartaruga de modo a fazer um ISSO espelhado, se impossível escreva um novo programa que espelhe o ISSO.



Exercício de simetria

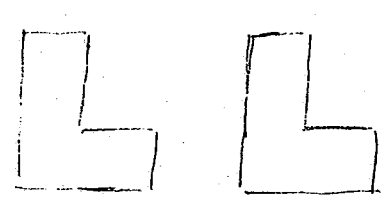
1) Construa a simetria de uma figura em relação a uma linha horizontal ou vertical, de modo que obtenhamos um dos seus lados.

2) Construa a simetria de uma figura em relação a uma linha oblíqua.

3)

- AP anda
- Ant
- es 90
- fr 90
- es 90
- Ant

Translação - é arrastar a figura.



ANEXO III

- Fichas de Observação

FICHA DE OBSERVAÇÃO I

COMANDOS DO LOGO: HABILIDADES INDIVIDUAIS

Período: 1º semestre 1994

Professora de Informática **RE**

Séries: 3ª e 4ª séries

	3ª série		4ª série	
	ua	ui	ua	ui
FRENTE FR		*		*
VOLTA VO ou TRÁS TR		*		*
DIREITA DI		*		*
ESQUERDA ES		*		*
MOSTRA TARTARUGA MT	*			*
ESCONDE TARTARUGA ST	*			*
LIMPETELA LT	*		*	
APRENDA			*	
EDITE			*	
GRAVE			*	
LEIA			*	
SEMCOR SC	*			*
REPITA	*		*	
CENTRO	*			*
COLORTDO	*			*

Legenda:

ua -> usa com ajuda do professor ou colega

ui -> usa independentemente com destreza.

FICHA DE OBSERVAÇÃO II

HABILIDADES E CONCEITOS GEOMÉTRICOS

Período: 1º semestre de 1994.

Professora de Informática **RE**

Série: 3ª e 4ª séries

	3ª série		4ª série	
	UA	UI	UA	UI
ÂNGULOS	*		*	
90 GRAUS		*		*
180 GRAUS		*		*
360 GRAUS		*		*
120 GRAUS	*		*	
30 GRAUS	*		*	
60 GRAUS	--		*	
45 GRAUS	*			*
QUADRADO		*		*
TRIÂNGULO	*			*
RETÂNGULOS		*		*
RECONHECE TAMANHOS		*		*
COMPRIMENTO		*		*
INTRODUÇÃO DE SIMETRIA	*		*	
INTRODUÇÃO DE TRNASLAÇÃO	*		*	

Legenda:

ua-> usa com a ajuda do professor ou de um colega.

ui-> usa independentemente com destreza.

FICHA DE OBSERVAÇÃO III

SIMETRIA AXIAL NO COMPUTADOR

Período: 2º semestre 1994

Professora de Informática **RE**

Série: 3ª e 4ª séries

	3ª série		4ª série	
	ua	ui	ua	ui
SIMETRIA AXIAL		*		*
IDENTIFICAR O EIXO DE SIMETRIA DE UMA FIGURA PLANA		*		*
MARCAR OS PONTOS SIMÉTRICOS		*		*
MARCAR O EIXO DE SIMETRIA	*		*	
DESENHAR UMA FIGURA		*		*
REFLEXÃO DESTA FIGURA, ACHAR O SIMÉTRICO	*			*
IDENTIFICAR FIGURAS SIMÉTRICAS	*			*
FIGURAS SIMÉTRICAS COLADAS NO EIXO DE SIMETRIA		*		*
FIGURAS SIMÉTRICAS AFASTADAS DO EIXO DE SIMETRIA		*		*
DIREITA/ESQUERDA	*			*
FRENTE/TRÁS		*		*

Legenda:

ua -> usa com ajuda do professor ou de um colega.

ui -> usa independentemente com destreza.

FICHA DE OBSERVAÇÃO IV

TRANSLAÇÃO NO COMPUTADOR

Período: 2º semestre 1994

Professora de Informática **RE**

Série: 3ª e 4ª séries.

	3ª série		4ª série	
	ua	ui	ua	ui
TRANSLAÇÃO DESENHAR UMA FIGURA		*		*
DESLOCAMENTO DE UMA FIGURA USANDO O MODO DIRETO		*		*
DESLOCAMENTO DE UMA FIGURA USANDO O COMANDO APRENDA		*		*
IDENTIFICAR FIGURAS TRANSLADADAS		*		*
DESENHAR FIGURAS TRANSLADADAS- DIREÇÃO HORIZONTAL		*		*
DESENHAR FIGURAS TRANSLADADAS- DIREÇÃO VERTICAL		*		*
DESENHAR FIGURAS TRANSLADADAS- DIREÇÃO INCLINADA		*		*

Legenda:

ua -> usa com ajuda do professor ou de um colega.

ui -> usa independentemente com destreza.

A professora deverá deixar o aluno livre para transladar uma figura no computador, ele pode transladar usando o modo direto percebendo o movimento da figura ou a regra do paralelograma feitos anteriormente no papel ou ainda usando o APRENDA, caminhar frente x e reproduzir a figura.

Observe que uma vez "ensinada" a figura ele pode usá-la sem ter que redesenhá-la a cada momento.

ANEXO IV

- Um Exemplo de Folha de Diário

1 **RELATÓRIO - 14/02/94**

2
3 Reunião: Estela e Renata - Planejamento

4
5 3ª Série: Introdução do LOGO

6 4ª Série: Recordar os comandos vistos em 93

7
8 Selecionar os alunos e professores da pesquisa na 3ª e 4ª Série.

9
10 3ª Série : Planejamento

11
12 Dividir os alunos em grupo. Observar o desenho do chão da sala de computação.
13 Fazer com o corpo o movimento frente e trás, esquerda - direita, número de passos, trabalhar
14 com giz colorido o jogo da tartaruga. História da Tartaruga. Na folha de papel desenhar os
15 movimentos: 3cm para a direita, 3cm para a esquerda para introduzir os códigos. Utilizar
16 papel transparente e papel quadriculado.

17 Cada quadrado do papel quadriculado representa o passo da Tartaruga.
18 Ficou decidido 4ª feira o melhor dia para reunião.
19
20 4ª Série : Planejamento

21
22 Recordar os comandos: Frente, trás, direita, esquerda, repita, repita com recorrência
23 especial, ensinar gravar e editar. Ensinar os comandos: CL = colorido, SC = sem a tartaruga.
24 E foi dado o seguinte problema: Desenhar uma casinha no computador. Primeiro fazer em
25 papel quadriculado e depois no computador. Conteúdos: ângulo reto, ângulo externo do
26 triângulo, segmento de reta, proporcionalidade, descobrir os atributos das figuras.

27
28
29 **RELATÓRIO DA 3ª SÉRIE - 28/02/94**

30
31 Colégio A

32 (A) Introdução de comandos do Logo.

33 Foi pedido a professora de informática (Rita) que realizasse essas atividades. Só na
34 sexta feira terei os resultados.

35
36
37 Analisar o piso do laboratório que era um piso formado por desenhos verdes e
38 brancos organizados segundo um determinado critério.

39
40 Atividade corporal: Um aluno é a tartaruga e os outros observam seus movimentos e
41 comandam para que ele ande. Frente Trás Direita Esquerda, quantificação de passos e giros.

42 (2) Código P F P - percepção de figura no plano
43 Atividade no papel quadriculado: O professor faz um desenho e pede ao aluno que
44 reproduza o mesmo alguns centímetros à direita ou à esquerda, pra cima e pra baixo.

45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000

tizer a História da Tartaruga

M
ind

Introdução de códigos
CVM e expressão corporal
Duração prevista: 15 minutos
Duração Real - 20 minutos

história

no plano

PLANEJAMENTO DA REUNIÃO DE 21/02/95
PROFESSORES DE 1ª A 4ª SÉRIES DO 1º GRAU
(Início da pesquisa de tese com professores)

- Preencher a ficha da entrevista de professores feita em 1994 - 1ª ficha de entrevista.
- Pedir que as professoras definam o que é simetria e translação de forma livre.
- Preparar uma ficha que contenha desenhos de deslocamentos para que as professoras identifiquem translações e simetrias.
- Programar grupos de estudos para o ano de 1995 - tema ensino e aprendizagem de Geometria no 1º segmento do 1º grau - horário disponibilidade-
- Programar as reuniões de coordenação para acompanhar e avaliar o desempenho do semestre. (uma vez por mês).
- Reunião de trabalho com professores de 4ª, 5ª e de informática para preparar a passagem de 4º para 5ª série do 1º grau.

DIÁRIO DAS ATIVIDADES COM OS PROFESSORES DE 1ª A 4ª
SÉRIES DO PRIMEIRO GRAU.

11/02/95 e 12/02/95- Reunião com o Prof. GIMENEZ análise do material já realizado e sugestões para iniciar o trabalho com os professores, seleção do material de leitura. Fundamentação Teórica.

16/02/95- Reunião com a Prof. WANIA início da coorientação da minha tese de doutorado. Leitura do material que já foi feito.

Tarefa para a próxima reunião: introdução -fazer a versão com tudo que já foi escrito.

Análise das atividades dos alunos, isto é, organizar o diário de 1994.

20/02/95- Preparação das atividades para serem aplicadas aos professores.

I) Preencher a ficha da primeira entrevista.

II) Realizar a atividade 1.

III) realizar a atividade 2.

ANEXO V

- Fichas de Avaliação dos Alunos



ALUNO: Alvaro Gabriel Peres Braga SÉRIE: 4 TURMA: 1 P
DISCIPLINA: Experimento DATA: 31/7/95
PROFESSOR: Cynthia

BLOCO DE EXERCÍCIOS, REDAÇÕES E TESTES

Descreva o que você sentiu ao fazer as atividades propostas pela Estela?

Eu senti que aprendi muitas coisas: o que é translação e simetria.

Simetria \rightarrow simetria é a mesma coisa que espelho e como agente pega-se um pedaço de zinco e lãtar, uma régua do lado esquerdo e no lãtar do lado direito uma folha de papel branco. Quando você verá a figura no papel branco se olhar do lado esquerdo ou vice e versa se você for o contrário.

Translação \rightarrow Translação é a mesma coisa que você usase papel carbono para copiar.

Eu achei meio chato mas eu no fundo eu achei legal mas esse negocio de papel carbono me ruiu todo. thau

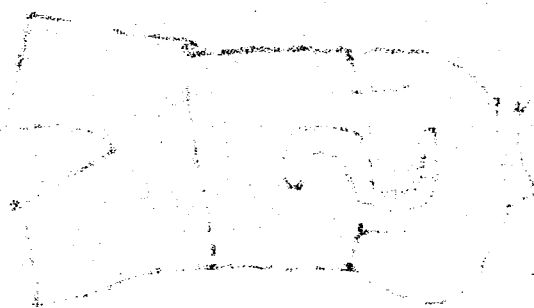
destruiu o que você tentou ao fazer as atividades propostas pela
Estela?

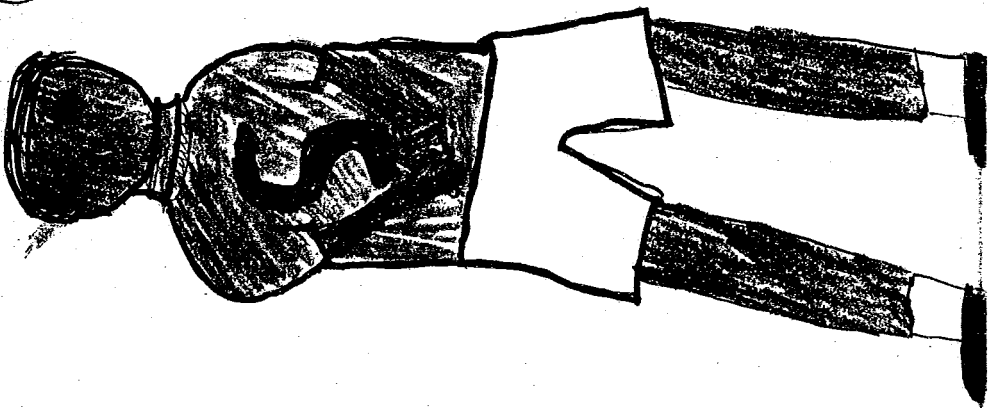
Paula

Não verdade, não gostei muito, achei injuriada, por outro lado ajudou a minha
maneira de trabalhar.

Eu gostaria que esse trabalho não terminasse porque ia ficar com bem melhor
como usar a discussão conhecendo novas palavras. Percebi que preciso descobrir as coisas
novas, aprender técnicas de como copiar uma coisa usando a inteligência.

O bem foi ser filmada





Dados Iniciais do Amarelo 4º mês A

Observar: que não continue as perguntas
das atividades propostas pela Estela?

Notei que tem várias coisas de aprendizagem. Gostei de ter feito essa avaliação porque conclui várias coisas. Foi um ótimo trabalho.

Quem também gostei de ter trabalhado com a Estela.

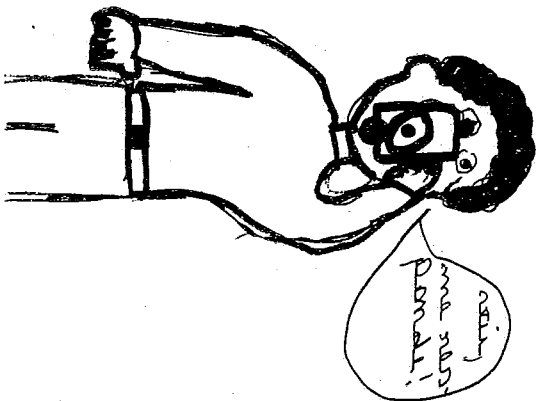
Foi muito bom. Obrigada

Estela

Revisar

Dados Iniciais do Amarelo

10 meses.



Pedro

Descreva o que você sentiu ao
fazer as atividades propostas
pela Estrela?

Gostei de muitas coisas, porque conduzi

novas

ANEXO VI

- Fichas de Avaliação dos Professores

Desenrolado

O ensino nas escolas brasileiras é considerado por muitos educadores como arcaico, ineficiente e desmotivador, criando dessa forma um mal-estar em relação aos sistemas educativos brasileiros.

~~Muitos educadores~~ * (abás)

Essa "inércia educativa" tem incomodado muitos educadores que tentam encontrar formas de fazer com que o ensino ~~seja~~ ^{seja} ~~para~~ subjetivo, motivador e desafiador. É bastante difícil pensar em formas motivadoras para crianças ~~em~~ salas com ± 30 alunos. Ainda mais difícil ainda e pensar numa maneira de estimular o aprendizado ^{subjetivo} ~~em~~ ^{classe} crianças tão diferentes e com experiências tão variadas.

Porém, a ^{maior} tarefa da escola hoje é exatamente fazer com as crianças construam seu aprendizado ^{no seu mundo} a partir das suas experiências anteriores fazendo com que dialeticamente através da ação. "A ação é assim o grande motor do comportamento e o teste da realidade do mundo" (Seminário Cognição - Epistemologia genética - 1985). Dessa forma o sujeito do aprendizado não é um dado estático e atemporal. Ele deve participar de um processo que o permita selecionar, generalizar e representar seu aprendizado através de sua ação.

O 1º desafio, então, é conseguir uma maneira adequada de ~~o~~ estimular os alunos fazendo com que através da interação com ~~o conteúdo~~ um material (conteúdo) específico e ^{posterior} interiorização das

ações consigam concluir o seu aprendizado.
O aprendizado deve ser provocador, ^{deve} instigador
e observação, encorajar todas as relações
possíveis para que depois cada aluno possa
concluir a regra.

Nesta perspectiva o professor não é aquele
que fornece estímulos para elicitação de auto-
matismos. ~~o educador~~ ^{deve ser um} orientador. ^{ter} é aquele
~~o~~ observador atento que faz perguntas adequa-
das aos alunos que por qualquer motivo
~~"se perderam" ou o processo~~
não conseguem ter uma linha de raciocínio
própria para conduzir o seu processo de
aprendizagem.

Falar dessa ~~uma~~ perspectiva educacional
é ~~repetir~~ o mesmo que muitos teóricos já
disseram. Alguém pode dizer: "O difícil é aliar
a teoria à prática." Mas isso será possível?

Neste ano participei de uma experiência
onde alguns professores foram encorajados a
desempenhar o mesmo processo de aprendiza-
do ~~de~~ dos alunos. ~~o~~

Foi uma experiência bastante enriquecedora, pois sair da postura de "~~adquirido~~^{suposto} saber" para se colocar numa perspectiva de aprendiz significava deixar em aberto todas as suas inseguranças, medos, postura educacional etc.

As atividades se desenvolveram ao longo de algumas semanas e se percebia que havia entre elas uma ~~relação~~ relação intrínseca, onde para se chegar a alguma conclusão, precisávamos ter êxito na atividade anterior.

~~Q~~ Ao olharmos alguns desenhos no papel pensávamos estar voltando à infância. Desenhar? Algo bem simples! Copiar? Algo que poderíamos fazer com sucesso! Refletir e discutir? Também fazíamos descontraidamente.

Percebemos que "brincando", poderíamos colher diversas coisas. Coisas importantes de "gente grande". Como nós?
Brincar é descobrir relações e as relações feitas a cada momento estruturam o modo de pensar na outra atividade.
O tempo foi passando e as atividades começaram a perceber

O tempo foi passando e as atividades se complexificavam. Começamos a perceber que já tínhamos tido contato com algum conteúdo que estávamos trabalhando naquele momento. Onde? Na sala de aula! Já tínhamos dado algo semelhante para nossos alunos. Mas... a maneira era diferente. Mais rebuscada, ^{mais} enfim era diferente.

Foi então que percebemos que seríamos também que aprender.

Não ~~me~~ pense que este processo foi fácil. Também o professor ao se deparar com o novo, o inusitado, com a sua insegurança procurava encontrar as respostas no colega ao lado. Não compreendia o valor de sua resposta, não compreendia a evolução do seu saber.

Fazer com que cada um acreditasse em seu potencial foi o primeiro desafio encontrado pela orientadora das atividades.

Compreendemos a importância de saber ler, compreender, refletir e interpretar. As atividades eram ~~com~~ reflexivas e comparativas. Era importante compreender o significado de cada palavra. Então, refletimos! A leitura e escrita nesta perspectiva tornam-se uma atividade cognitiva por excelência. Foi a linguagem que deu sentido e coerência a todo processo matemático.

Pensávamos em nossos alunos. Como era difícil fazê-los refletir sobre suas atividades! Mas este era o caminho. Refletir, analisar, descobrir, ^{registrar} e ... aplicar.

Além da linguagem, outras estruturas cognitivas eram usadas o tempo todo simultaneamente.

Era interessante constatar que ao fazermos relações estávamos tentando arrumar em nossas cabeças os fatos passados encontrando semelhanças e diferenças possíveis para ~~os~~ dominarmos

melhor o assunto.

Nós escolhíamos os critérios de análise a partir de uma solicitação feita. Nada era preestabelecido, escolhíamos os critérios de relação. A estrutura lógica estava

~~de acordo, neste momento, o ex-
estrutura lógica~~

em ação.

~~estrutura lógica~~

Todas as conclusões que chegávamos estavam baseadas nos movimentos que fazíamos com os desenhos. O espaço nos era o ponto inicial e final. Nos dava contornos e limites.

Mas as atividades não acabaram aí. A segunda etapa ~~q~~ estava por vir. Faríamos tudo no computador também.