UM MÉTODO DE DEDUÇÃO NÃO-MONOTÔNICO BASEADO EM ELIMINAÇÃO DE MODELOS

Alexandre Plastino de Carvalho

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:

Marco Antonio Casanova

Prof. Marco Antonio Casanova, Ph.D.
(Presidente)

Sheila Regina Murgel Veloso

Profa. Sheila Regina Murgel Veloso, D.Sc.

Prof. Paulo Augusto Silva Veloso, Ph.D.

Doris Ferraz de Aragon

Profa. Doris Ferraz de Aragon, D.Sc.

Ramiro Affonso de T. Guerreiro

Prof. Ramiro Affonso de Tadeu Guerreiro, M.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
JULHO DE 1990

CARVALHO, ALEXANDRE PLASTINO DE

Um Método de Dedução Não-Monotônico Baseado em Eliminação de Modelos [Rio de Janeiro] 1990

viii, 108 p., 29,7cm. (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia de Sistemas e Computação, 1990)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Programação em Lógica 2. Raciocínio Não-Monotônico 3. Lógica de Defaults 4. Método de Dedução 5. Eliminação de Modelos Fraca

I. COPPE/UFRJ II. Título (série).

À Sylvia

Meus Agradecimentos:

- Ao Prof. Marco A. Casanova e à Profa. Sheila R. M. Veloso, meus orientadores, pelo apoio, dedicação e experiente orientação. A eles, um especial agradecimento por terem confiado em mim e proporcionado a oportunidade de juntos desenvolvermos este trabalho.

- À Andrea e ao Ramiro, pelo incentivo e pelas inúmeras sugestões e dúvidas esclarecidas.

- Aos meus pais, pelo apoio nos momentos, não raros, de dificuldades e tensão.

- Aos meus amigos da COPPE e do Centro Científico Rio, que proporcionaram um ambiente solícito e descontraído.

- À CAPES, pelo suporte financeiro concedido durante todo o curso de metrado.

- À IBM-Brasil pelas excelentes condições de trabalho dentro das quais esta tese foi desenvolvida.

- E a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciência (M.Sc.).

UM MÉTODO DE DEDUÇÃO NÃO-MONOTÔNICO BASEADO EM ELIMINAÇÃO DE MODELOS

Alexandre Plastino de Carvalho

Julho de 1990

Orientador: Marco Antonio Casanova
Co-orientadora: Sheila Regina Murgel Veloso
Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Diante do crescente interesse pela formalização de raciocínio envolvendo senso comum, neste trabalho apresentamos os fundamentos teóricos de uma família de sistemas não-monotônicos para programação em lógica. Propomos um método de dedução, baseado em eliminação de modelos fraca, que singulariza-se por um procedimento de geração de lemas durante o processo de dedução. Neste contexto, um lema L é um literal cuja adição à base de conhecimento requer um teste de consistência e justifica-se por um default da forma $\frac{:L}{L}$. Deste modo, associado a uma base de conhecimento, existe um conjunto de extensões, no sentido da lógica de defaults.

Inicialmente, definimos o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita. Este caracteriza-se pela execução do teste de consistência no momento da geração dos lemas através de um procedimento semelhante à negação por falha finita. Demonstramos que este método é correto e, para o caso proposicional, é completo. Em seguida, a fim de superar algumas limitações do método anterior, propomos o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults. Neste, a forma do teste de consistência dos lemas gerados, bem como o momento ao longo da dedução no qual é realizado, são parametrizados. Para determinada parametrização, provamos que este método é correto e completo. Por fim, examinamos uma parametrização que confere ao método a correção forte, ou seja, o que é deduzido pertence a todas as extensões da base de conhecimento.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.).

A NONMONOTONIC DEDUCTION METHOD BASED ON MODEL ELIMINATION

Alexandre Plastino de Carvalho

July, 1990

Thesis Supervisor: Marco Antonio Casanova
Thesis Co-supervisor: Sheila Regina Murgel Veloso
Department: Systems Engineering and Computing

Motivated by the increasing interest in the formalization of commonsense reasoning, in this work we present the theoretical foundations of a family of nonmonotonic systems with applications to logic programming. We propose a deduction method, based on weak model elimination, incorporating a lemma generation procedure as part of the deduction process. In this context, a lemma L is a literal whose addition to the knowledge base requires a consistency test and is justified by a default of the form $\frac{:L}{L}$. Hence, associated with each knowledge base, there is a set of extensions, in the sense of default logic.

We first define a method called Weak Model Elimination with Lemma Generation by Finite Failure. This method is characterized by consistency tests executed by a procedure similar to the negation as finite failure when the lemmas are generated. We prove that this method is correct and, in the propositional case, complete. Then, in order to overcome some limitations of the proposed method, we present a second method called Weak Model Elimination with Lemma Generation by Default. In this second method, the form of the consistency test and the moment during the deduction in which it is executed are treated as parameters. For a specific parameterization, we show that this method is correct and complete. Finally, we examine a parameterization which leads to the strong correctness of the method, which guarantees that what is deduced belongs to all extensions of the knowledge base.

ÍNDICE

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Programação em Lógica é a área da Ciência da Computação que estuda o uso da Lógica para representação e processamento de conhecimento e dados.

Data do início da década de 1970 o desenvolvimento dos primeiros resultados em programação em lógica. Kowalski e Colmerauer haviam concluído, nesta época, que a lógica de primeira ordem poderia ser utilizada como linguagem de programação. Surgiu então, em 1972, a primeira versão do interpretador PROLOG (PROgramming in LOGic), desenvolvida por Colmerauer e seu grupo de pesquisa na Universidade de Marseille [4,20].

Os primeiros trabalhos na área de programação em lógica surgiram em conseqüência do desenvolvimento, desde 1965, de importantes resultados referentes à prova automática de teoremas. Nesta data, Robinson destacou-se com a definição do Princípio da Resolução [19], no qual seriam baseados os principais métodos de dedução propostos nos anos seguintes. Em 1968, Loveland apresentou o Método da Eliminação de Modelos Fraca [2,10,11,13] e, em 1970, Loveland e Luckham, separadamente, definiram o Método da Resolução Linear [2,12,14]. Com base nestes resultados, Kowalski e Kuehner propuseram, em 1971, o Método da Resolução Linear com Função de Seleção (Resolução-LS) [8]. Logo após, Hill apresentou uma variante deste método para cláusulas de Horn, o Metodo da Resolução LUSH [7], redefinido mais tarde, por Apt e van Enden, como o Método da Resolução Linear com Função de Seleção para Cláusulas Definidas (Resolução-LSD) [1,2,9].

O método da resolução-LSD é a base teórica do Prolog padrão. Portanto, um programa em Prolog é formado por um conjunto de cláusulas definidas, ou seja, cláusulas com um único literal positivo e os outros negativos. Esta restrição confere à linguagem uma implementação eficiente, porém, diminui o seu poder de expressão. Diante desta limitação, Clark definiu, em 1978, a Regra da Negação por Falha Finita [2,3,9]. Esta trata a negação como "impossibilidade de prova", isto é, um literal básico negativo $\neg L$ é inferido na impossibilidade de provar L. Surgiu, então, o Método da Resolução-LSD com Negação por Falha Finita (Resolução-LSDNF) [2,9]. Desta forma, um programa em Prolog poderia ser escrito através de cláusulas pseudo-definidas, ou seja, cláusulas com pelo menos um literal positivo.

Note, entretanto, que uma disjunção de literais negativos não pode ser representada por cláusulas definidas ou mesmo pseudo-definidas. Assim, em situações que exigem um maior poder de expressão, torna-se atraente a adoção de métodos que trabalhem com cláusulas genéricas, ou seja, cláusulas com um número arbitrário de literais positivos e negativos. Utilizam cláusulas genéricas o método da resolução-LS e o método da eliminação de modelos fraca.

No início da década de 1980, face ao crescente interesse pela formalização do raciocínio não-monotônico, surgiram importantes trabalhos com esta finalidade [18]. Reiter apresentou a Lógica de Defaults [17] e McCarthy propôs a Circunscrição [15].

Procurando contribuir com esta linha de pesquisa, propomos neste trabalho um método de dedução não-monotônico baseado em eliminação de modelos fraca.

A forma de representação de conhecimento no método proposto, chamada Teoria com Cadeias, é formada por um conjunto Q de cláusulas, denominadas cadeias elementares, e por dois conjuntos de símbolos predicativos, representados por P_p e P_n e denominados conjuntos de símbolos predicativos positivos e negativos, respectivamente. Os conjuntos P_p e P_n estendem a informação contida em Q.

A semântica associada às teorias com cadeias caracteriza-se por um conjunto de extensões, no sentido da lógica de defaults. Os conjuntos P_p e P_n estendem a informação contida em Q através de defaults da forma $\frac{:L}{L}$, onde L é um literal cujo símbolo predicativo pertence a P_p, se L for positivo, ou a P_n, se L for negativo.

Poderíamos comparar a semântica das teorias com cadeias à Hipótese do Mundo Fechado (HMF) [9,16] aplicada no contexto de cláusulas genéricas. A regra da HMF foi definida por Reiter de modo a permitir que informações negativas fossem deduzidas a partir de um conjunto de cláusulas definidas: se um literal básico positivo L não é conseqüência lógica de um conjunto de cláusulas definidas Q, então deduza $\neg L$ a partir de Q. Em se tratando de cláusulas genéricas, a regra da HMF deve ser desdobrada em duas partes: a primeira permite inferir um literal básico negativo $\neg L$, se L não for conseqüência lógica da base de conhecimento (o que representa a aplicação usual da regra, ou seja, no contexto de cláusulas definidas); a segunda permite inferir um literal básico positivo L, se $\neg L$ não for conseqüência lógica da base de conhecimento (o que complementa a primeira parte de forma a atingir o contexto de cláusulas genéricas, dado que uma informação negativa pode ser implicação lógica de um conjunto de cláusulas genéricas). Perceba, então, que a função dos conjuntos P_p e P_n é indicar os literais, ou melhor, os símbolos predicativos, sobre os quais deseja-se aplicar a regra da hipótese do mundo fechado.

O objetivo inicial do método proposto é determinar, de forma correta e completa, se uma sentença pertence a alguma extensão de uma teoria com cadeias. Este método singulariza-se por um procedimento de geração de lemas e adição destes à base de conhecimento durante o processo de dedução. Neste contexto, um lema L é um literal consistente em relação à base de conhecimento, cujo símbolo predicativo pertence a P_p, se L for positivo, ou a P_n, se L for negativo. A geração de um lema L é justificada, então, por um default da forma $\frac{:L}{L}$, exigindo, portanto, um teste de consistência.

Por exemplo, a partir da teoria com cadeias T formada por $Q=\{p(a) \vee q(b)\}$, $P_p=\emptyset$ e $P_n=\{p,q\}$, concluímos que $\neg p(a)$ e $\neg q(b)$ pertencem, separadamente, a alguma extensão de T. Observe, porém, que não pertencem à mesma extensão, dado que juntos são inconsistentes em relação a Q. Portanto, o método proposto deve viabilizar uma prova de $\neg p(a)$ e $\neg q(b)$ e inibir qualquer prova de $\neg p(a) \wedge \neg q(b)$ a partir de T. Note que, uma vez gerado o lema $\neg p(a)$, o lema $\neg q(b)$ deve ser bloqueado e vice-versa. Logo, o teste de consistência de um lema deve ser feito contra o conjunto Q e os lemas até então gerados.

Escolhemos, como base para esta proposta, o método da eliminação de modelos fraca, pois este utiliza cláusulas genéricas, é linear de entrada, não utiliza fatoração, possui uma estratégia de bloqueio de deduções que não conduzem à cláusula vazia e, apesar destas características, é correto e completo.

Inicialmente, apresentamos o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita, ou EMF/GLFF. Este caracteriza-se pela execução do teste de consistência no momento da geração dos lemas através de um procedimento semelhante à negação por falha finita. O método é correto e, para o caso proposicional, é completo, ou seja, se existe uma prova de uma sentença F a partir de uma teoria com cadeias T, então F pertence a alguma extensão de T e se uma sentença proposicional F_p pertence a alguma extensão de uma teoria com cadeias T_p definida sobre um alfabeto proposicional, então existe uma prova de F_p a partir de T_p.

Em seguida, para superar algumas limitações do método EMF/GLFF e obter resultados mais abrangentes, propomos o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults, ou EMF/GLD. Neste método, a forma do teste de consistência dos lemas gerados, bem como o momento ao longo da dedução no qual é realizado, são parametrizados. Uma parametrização é composta por funções parciais, denominadas teste de aceitação local e final, nas quais são executados os testes de consistência. Para determinadas parametrizações, o método EMF/GLD é correto e completo.

Finalizando, examinamos uma parametrização do método EMF/GLD que lhe confere a correção forte, ou seja, quando adotada esta parametrização, se existe uma prova de uma sentença F a partir de uma teoria com cadeias T, então F pertence a todas as extensões de T. Este resultado assegura conclusões mais fortes a partir do raciocínio não-monotônico, na medida em que a dedução de F garante que F é uma conclusão plausível a partir de todas as extensões de T.

O texto está organizado da seguinte forma.

Iniciando, o Capítulo I introduz o trabalho aos leitores.

O Capítulo II apresenta uma revisão dos conceitos básicos da Lógica de Defaults e do Método da Eliminação de Modelos Fraca.

O Capítulo III define o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita, ou EMF/GLFF, e a forma de representação de conhecimento com a qual o método trabalha. Em seguida, examina uma série de exemplos e demonstra a correção e, para o caso proposicional, a completude do método.

O Capítulo IV introduz o conceito de parametrização e define o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults, ou EMF/GLD. Apresenta ainda diversas parametrizações e ilustra o funcionamento de cada uma através de um conjunto de exemplos.

O Capítulo V examina os principais resultados obtidos acerca do método EMF/GLD. Mostra a correção do método para qualquer parametrização composta por testes de aceitação corretos. Demonstra também a correção e a completude do método para uma determinada parametrização.

O Capítulo VI apresenta a parametrização do método EMF/GLD que lhe confere a correção forte e demonstra este resultado.

Encerrando, o Capítulo VII analisa os resultados obtidos e sugere algumas possíveis direções para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

REVISÃO DA LÓGICA DE DEFAULTS E DO MÉTODO DA ELIMINAÇÃO DE MODELOS FRACA

Este capítulo apresenta uma revisão dos conceitos básicos da Lógica de Defaults na qual está fundamentado o componente não-monotônico do método de dedução a ser proposto. Além disto, examina o Método da Eliminação de Modelos Fraca, abreviadamente EMF, que constitui a base para a definição do novo método.

O texto está organizado da seguinte forma. Inicialmente, a Seção II.1 revisa a Lógica de Defaults. Em seguida, a Seção II.2 aborda o método EMF.

II.1. A LÓGICA DE DEFAULTS

A principal fonte de consulta para o desenvolvimento desta seção foi REITER[17].

A Lógica de Defaults representa uma das alternativas utilizadas para formalizar raciocínio não-monotônico. Permite estender a informação contida em uma teoria de primeira ordem através de regras de inferência especiais, denominadas defaults. Intuitivamente, os defaults expressam regras prevendo exceções, retratando o conhecimento impreciso ou incompleto denotado por expressões como ″Normalmente″ ou ″Tipicamente″.

Definição II.1: Default.

Seja A um alfabeto de primeira ordem.
Um *default* sobre A é uma expressão da forma:

$$\frac{A:B_1, B_2,\ldots,B_n}{C},$$

onde $A,B_1,B_2,\ldots,B_n,C$, $n \geq 1$, são fórmulas sobre A. A fórmula A será chamada *pré-requisito* e a fórmula C, *conseqüente* do default.

Um exemplo clássico da literatura é o default $\frac{Ave(x):Voa(x)}{Voa(x)}$ que representa a sentença: "Se x é uma ave e se é consistente afirmar que x voa, então conclua que x voa", ou simplesmente, "Tipicamente, aves voam".

Note que este tipo de raciocínio caracteriza-se pela não-monotonicidade, ou seja, o surgimento de um novo fato pode inviabilizar conclusões que até então eram consistentes. Por exemplo, suponha que, a partir do default acima e do fato "pingüim é uma ave", concluímos, na ausência de informação ao contrário, que "pingüim voa". O surgimento do fato "pingüim não voa" inviabiliza a conclusão anterior que, de outra forma, seria inconsistente.

Observe que a monotonicidade é uma das característica da Lógica de Primeira Ordem e, portanto, esta se apresenta incapaz de formalizar o raciocínio com defaults.

Segue a definição dos tipos de defaults de maior interesse.

Definição II.2: Default Fechado e Default Normal.

(a) Um default da forma $\frac{A:B_1, B_2,\ldots,B_n}{C}$ é *fechado* se e somente se as fórmulas $A,B_1,B_2,\ldots,B_n,C$ são fechadas.

(b) Um default é *normal* se e somente se é da forma $\frac{A:B}{B}$.

A forma de representação de conhecimento na Lógica de Defaults, denominada Teoria com Defaults, é formada por uma teoria de primeira ordem e um conjunto de defaults. As teorias com defaults são classificadas de acordo com o tipo de defaults envolvidos.

Definição II.3: Teoria com Defaults.

Seja $\mathcal{A}$ um alfabeto de primeira ordem.
Uma *teoria com defaults* sobre $\mathcal{A}$ é um par (D,S), onde D é um conjunto de defaults sobre $\mathcal{A}$ e S é um conjunto de sentenças sobre $\mathcal{A}$.

Definição II.4: Teoria com Defaults Fechada e Teoria com Defaults Normal.

(a) Uma teoria com defaults (D,S) é *fechada* se e somente se todo default em D é fechado.

(b) Uma teoria com defaults (D,S) é *normal* se e somente se todo default em D é normal.

Exemplo II.1: Teoria com Defaults Normal e Fechada.

Seja $D=\{\frac{:p(a)}{p(a)}, \frac{:\neg p(a)}{\neg p(a)}, \frac{p(a):\neg r(b)}{\neg r(b)}, \frac{:\neg s(b)}{\neg s(b)}, \frac{s(b):\exists x\neg q(x)}{\exists x\neg q(x)}\}$.
Seja $S=\{\forall x[p(x)\vee q(x)], \forall x[r(x)\vee s(x)]\}$.
Então $\Delta=(D,S)$ é uma teoria com defaults normal e fechada.

Cabe ressaltar que serão de nosso interesse, em particular, as teorias com defaults normais e fechadas cujos defaults não possuem pré-requisitos e seus conseqüentes são literais básicos, ou seja, da forma $\frac{:B}{B}$, onde B é um literal básico.

A definição a seguir trata das extensões de uma teoria com defaults fechada que, intuitivamente, são os conjuntos de sentenças de primeira ordem que podem, individualmente, ser aceitos como interpretações consistentes desta teoria.

A notação Th(F) representa o conjunto de todos os teoremas do conjunto F de sentenças sobre um alfabeto de primeira ordem $\mathcal{A}$ ou, mais especificamente, $Th(F)=\{w \mid w$ é uma sentença sobre $\mathcal{A}$ e $F \vdash w\}$.

Definição II.5: Extensão de uma Teoria com Defaults Fechada.

Seja $\mathcal{A}$ um alfabeto de primeira ordem.
Seja $\Delta=(D,S)$ uma teoria com defaults fechada sobre $\mathcal{A}$.
Seja F um conjunto de sentenças sobre $\mathcal{A}$.
Seja $\Gamma(F)$ o menor conjunto com as seguintes propriedades:

(i) $S \subseteq \Gamma(F)$;

(ii) $Th(\Gamma(F)) = \Gamma(F)$;

(iii) Se $\frac{A:B_1, B_2,\ldots,B_n}{C} \in D$, $A \in \Gamma(F)$ e se, para todo i, $1 \leq i \leq n$, $\neg B_i \notin F$, então $C \in \Gamma(F)$.

Um conjunto E de sentenças sobre $\mathcal{A}$ é uma *extensão* de Δ se e somente se $\Gamma(E)=E$, ou seja, se e somente se E é um ponto fixo do operador Γ.

Exemplo II.2: Extensão de uma Teoria com Defaults Fechada.

Seja $\Delta=(D,S)$ a teoria com defaults do Exemplo II.1.
Então os seguintes conjuntos são extensões de Δ:

(a) $E_1 = Th(S \cup \{p(a), \neg r(b), \exists x \neg q(x)\})$

(b) $E_2 = Th(S \cup \{p(a), \neg s(b)\})$

(c) $E_3 = Th(S \cup \{\neg p(a), \neg s(b)\})$

Seguem dois resultados, que utilizaremos posteriormente, apresentados em REITER[17].

Proposição II.1:

Seja $\Delta=(D,S)$ uma teoria com defaults fechada.
Δ tem uma extensão insatisfatível se e somente se S é insatisfatível.

Teorema II.1:

Toda teoria com defaults normal e fechada tem uma extensão.

Tendo a definição de extensão, seria interessante haver uma teoria de prova que, dada uma teoria com defaults Δ e uma sentença F, determinasse se existe uma extensão E de Δ tal que $F \in E$. Examinaremos, a seguir, uma teoria de prova para teorias com defaults normais e fechadas.

Definição II.6: Pré-Req e Conseq.

Seja D um conjunto finito de defaults normais e fechados.

(a) Pré-Req(D) é a conjunção dos pré-requisitos de todos os defaults de D.

(b) Conseq(D) $= \{B \mid (\frac{A:B}{B}) \in D\}$.

Definição II.7: Prova com Defaults.

Seja $\mathcal{A}$ um alfabeto de primeira ordem.
Seja $\Delta = (D,S)$ uma teoria com defaults normal e fechada sobre $\mathcal{A}$.
Seja F uma sentença sobre $\mathcal{A}$.
Uma seqüência finita $(D_0, D_1, \ldots, D_k)$, $k \geq 0$, de subconjuntos finitos de D é uma *prova com defaults* de F a partir de Δ se e somente se:

(i) $S \cup \text{Conseq}(D_0) \vdash F$;

(ii) $S \cup \text{Conseq}(D_i) \vdash \text{Pré-Req}(D_{i-1})$, $1 \leq i \leq k$;

(iii) $D_k = \emptyset$;

(iv) $S \cup \bigcup_{i=0}^{k} \text{Conseq}(D_i)$ é satisfatível.

Note que, para as teorias com defaults sem pré-requisitos, a condição (ii) da definição acima não se faz necessária. Por este mesmo motivo, qualquer prova com defaults a partir destas teorias pode ser formada por apenas dois conjuntos, (D_0, D_1), onde $D_1 = \emptyset$. Portanto, neste caso, a condição (iv) se reduz a $S \cup \text{Conseq}(D_0)$ ser satisfatível.

Exemplo II.3: Prova com Defaults.

Seja Δ a teoria com defaults do Exemplo II.1.
Então:

(a) A seqüência $(\{\frac{s(b):\exists x \neg q(x)}{\exists x \neg q(x)}\}, \{\frac{p(a):\neg r(b)}{\neg r(b)}\}, \{\frac{:p(a)}{p(a)}\}, \emptyset)$ é uma prova com defaults de $\exists x \neg q(x)$ a partir de Δ.

(b) A seqüência $(\{\frac{:\neg s(b)}{\neg s(b)}\}, \emptyset)$ é uma prova com defaults de $r(b)$ a partir de Δ.

Teorema II.2: Correção da Prova com Defaults.

Seja Δ uma teoria com defaults normal e fechada.
Seja F uma sentença.
Se existe uma prova com defaults de F a partir de Δ, então existe uma extensão E de Δ tal que $F \in E$.

Definição II.8: Teoria com Defaults Consistente.

Seja Δ uma teoria com defaults fechada.
Δ é *consistente* se e somente se tem uma extensão satisfatível.

Teorema II.3: Completude da Prova com Defaults.

Seja Δ uma teoria com defaults normal, fechada e consistente.
Seja F uma sentença.
Se existe uma extensão E de Δ tal que $F \in E$, então existe uma prova com defaults de F a partir de Δ.

A demonstração destes resultados encontra-se em REITER[17].

Terminaremos esta seção examinando o conceito de extensão para as teorias com defaults não necessariamente fechadas. Utilizaremos, para isto, o conceito do processo de Skolemização apresentado em CASANOVA et alii[2].

Definição II.9: Forma Skolemizada de um Default.

Seja o default $\partial = \dfrac{A:B_1, B_2,\ldots,B_n}{C}$.
A *forma skolemizada* de ∂ é o default da forma $\dfrac{A:B_1, B_2,\ldots,B_n}{Sk(C)}$, onde $Sk(C)$ é a forma skolemizada da sentença $\forall C$.

Exemplo II.4: Forma Skolemizada de um Default.

Seja o default $\partial = \dfrac{\exists x p(x):q(y)}{\exists x \forall z[r(x,y,z)]}$.
Então a forma skolemizada de ∂ é $\dfrac{\exists x p(x):q(y)}{r(f(y),y,z)}$, onde f é uma função de Skolem.

Definição II.10: Forma Skolemizada de uma Teoria com Defaults.

Seja $\Delta = (D,S)$ uma teoria com defaults.
Δ está na *forma skolemizada* se e somente se todos os defaults de D e todas as sentenças de S estão na forma skolemizada.

Cabe ressaltar que o alfabeto sobre o qual é construída uma teoria com defaults na forma skolemizada é acrescido das funções de Skolem utilizadas.

A definição a seguir associa uma teoria com defaults fechada a uma teoria com defaults na forma skolemizada.

Definição II.11: Fecho de uma Teoria com Defaults na Forma Skolemizada.

Seja $\mathcal{A}$ um alfabeto de primeira ordem.
Seja $\Delta = (D,S)$ uma teoria com defaults sobre $\mathcal{A}$ na forma skolemizada.
O *fecho* de Δ, denotado por Fecho(Δ), é a teoria com defaults fechada definida por Fecho(Δ) = (F(D),S), onde
$F(D) = \{\partial(t_1,t_2,...,t_n) | \partial(x_1,x_2,...,x_n) \in D,\ n \geq 0$, onde $x_1,x_2,...,x_n$ são as variáveis livres do default ∂ e $t_1,t_2,...,t_n$ são termos básicos sobre $\mathcal{A}\}$.

Exemplo II.5: Fecho de uma Teoria com Defaults na Forma Skolemizada.

Seja $\Delta = (D,S)$ uma teoria com defaults, onde:
(i) $D = \{\frac{:p(x)}{p(x)}, \frac{:q(x)}{q(x)}, \frac{:\neg q(x)}{\neg q(x)}\}$;
(ii) $S = \{\neg p(x)q(x),\ p(a),\ r(b)\}$.

Então Fecho(Δ) = (F(D),S), onde
$F(D) = \{\frac{:p(a)}{p(a)}, \frac{:p(b)}{p(b)}, \frac{:q(a)}{q(a)}, \frac{:q(b)}{q(b)}, \frac{:\neg q(a)}{\neg q(a)}, \frac{:\neg q(b)}{\neg q(b)}\}$.

Note que só foram consideradas as constantes que apareceram em S. Observe ainda que, se o alfabeto de primeira ordem em questão contiver um símbolo funcional, o conjunto de defaults será infinito.

Definição II.12: Extensão de uma Teoria com Defaults na Forma Skolemizada.

Seja Δ uma teoria com defaults na forma skolemizada.
Seja E um conjunto de sentenças.
E é uma *extensão* de Δ se e somente se E é uma extensão de Fecho(Δ).

Portanto, a teoria de prova para teorias com defaults normais e fechadas funciona, indiretamente, para teorias com defaults normais na forma skolemizada.

II.2. O MÉTODO DA ELIMINAÇÃO DE MODELOS FRACA

A principal fonte de consulta para o desenvolvimento desta seção foi CASANOVA et alii[2].

O Método da Eliminação de Modelos Fraca, ou EMF, foi adotado como base do método proposto neste trabalho devido a algumas características especiais. O método EMF é linear de entrada, não utiliza fatoração e possui uma estratégia de bloqueio de deduções que não contribuem para a obtenção da cláusula vazia. E, apesar destas características, o método é correto e completo.

O método EMF trabalha com seqüências de literais e literais resolvidos, chamadas cadeias. Os literais resolvidos, ou R-literais, são marcados com colchetes. Por este motivo, o alfabeto de primeira ordem em questão deve conter os colchetes esquerdo e direito, "[" e "]".

Definição II.13: Cadeia.

Seja A um alfabeto de primeira ordem.

(a) Um *literal resolvido*, ou um *R-literal*, sobre A é uma expressão da forma [L], onde L é um literal sobre A.

(b) Um *elemento* sobre A é um literal ou um R-literal sobre A.

(c) Uma *cadeia* sobre A é ou uma seqüência não vazia de elementos sobre A ou a *cadeia vazia*, denotada por "$\square$".

(d) Uma cadeia é *elementar* se e somente se é a cadeia vazia ou é uma cadeia sem ocorrências de R-literais.

Definição II.14: Satisfatibilidade de Cadeias.

Seja A um alfabeto de primeira ordem.
Seja C uma cadeia não vazia sobre A.
Uma interpretação I de A *satisfaz* C se e somente se I satisfaz o fecho universal da disjunção dos literais de C.
Por convenção, a cadeia vazia é sempre insatisfatível.

Exemplo II.6: Cadeias.

São cadeias:

(a) p(x) [q(x,a)]¬r(f(a))

(b) p(x)¬r(f(a))

(c) [p(a)] [q(b)]

Observe que a cadeia em (b) é elementar e equivale à cadeia em (a), dado que um R-literal não altera a satisfatibilidade de uma cadeia.

Definição II.15: Concatenação de duas Cadeias.

Sejam $C_1 = L_1L_2...L_n$, $n \geq 0$, e $C_2 = L_1'L_2'...L_m'$, $m \geq 0$, cadeias.
A *concatenação* de C_1 e C_2, denotada por C_1C_2, é a cadeia "$L_1L_2...L_nL_1'L_2'...L_m'$".

Definição II.16: Representação em Cadeias de uma Fórmula.

Seja F uma fórmula.
Uma *representação em cadeias* de F, denotada por CD(F), é um conjunto de cadeias elementares tal que F é satisfatível se e somente se CD(F) é satisfatível.

Note que um conjunto de cadeias elementares pode ser considerado, sem nenhuma restrição, como um conjunto de cláusulas. Desta forma, segundo o

Algoritmo de Representação Clausal apresentado em CASANOVA et alii[2], toda fórmula possui uma representação clausal e, conseqüentemente, uma representação em cadeias.

O sistema formal do método EMF contém duas regras de inferência: a extensão plena e a redução plena. Estas são combinações de outras três: extensão, redução e contração, a seguir definidas.

No que se segue, entendemos por uma renomeação para uma cadeia B em presença de uma cadeia A, uma substituição β tal que A e $B\beta$ não possuem variáveis em comum.

A notação $|L|$, utilizada nas definições seguintes, representa a fórmula atômica F, onde L é o literal F ou o literal $\neg F$. Além disto, a abreviação u.m.g. significa **u**nificador **m**ais **g**eral cuja definição pode ser encontrada em CASANOVA et alii[2].

Definição II.17: Extensão.

Sejam A' e A'' cadeias e β uma renomeação para A'' em presença de A'.
Seja L' o elemento mais à esquerda de A' e suponha que L' seja um literal.
Uma cadeia A é uma *extensão* de A' por A'' se e somente se existe um literal L'' em A'' e uma substituição θ tais que:

(i) L' e L'' têm sinais opostos e θ é um u.m.g. de $\{|L'|,|L''\beta|\}$;

(ii) $A = B''B'$, onde B'' é a cadeia $A''\beta\theta$ com o literal $L''\beta\theta$ removido e B' é a cadeia $A'\theta$ com o literal $L'\theta$ transformado em um R-literal.

Definição II.18: Redução.

Seja A' uma cadeia.
Seja L' o elemento mais à esquerda de A' e suponha que L' seja um literal.
Uma cadeia A é uma *redução* de A' se e somente se existe um R-literal M' em A' e uma substituição θ tais que:

(i) L' e M' têm sinais opostos e θ é um u.m.g. de $\{|L'|,|M'|\}$;

(ii) A é a cadeia $A'\theta$ com o literal $L'\theta$ removido.

Definição II.19: Contração.

Seja A′ uma cadeia.
Uma cadeia A é a *contração* de A′ se e somente se A é obtida removendo-se repetidamente o elemento mais à esquerda de A′ enquanto este for um R-literal.

Exemplo II.7: Extensão, Redução e Contração.

(a) A é a extensão de A′ por A″.

(i) A′: p(x) [¬q(x)]
A″: q(a)¬p(a)
A: q(a) [p(a)] [¬q(a)]

(ii) A′: p(a) [q(a)] [r(a)]
A″: ¬p(x)
A: [p(a)] [q(a)] [r(a)]

(b) A é a redução de A′.

(i) A′: q(a) [p(a)] [¬q(a)]
A: [p(a)] [¬q(a)]

(ii) A′: p(x) [q(x)] r(x) [¬p(a)]
A: [q(a)] r(a) [¬p(a)]

(c) A é a contração de A′.

(i) A′: [p(a)] [q(a)] [r(a)]
A: □

(ii) A′: [q(x)] r(x) [¬p(x)]
A: r(x) [¬p(x)]

A utilização das regras do sistema formal do método EMF é restrita a cadeias de determinada forma, denominadas cadeias admissíveis. Esta condição bloqueia deduções que não conduzem à cadeia vazia.

Definição II.20: Cadeia Admissível.

Uma cadeia é *admissível* se e somente se as seguintes condições são satisfeitas:

(i) O elemento mais à esquerda é um literal;

(ii) Literais complementares estão separados por um R-literal;

(iii) Se um literal é idêntico a um R-literal, então o literal está à direita do R-literal;

(iv) Dois R-literais não são complementares;

(v) Dois R-literais não são iguais.

Exemplo II.8: Cadeias Admissíveis.

(a) São cadeias admissíveis:

(i) $p(x)\ q(x)$

(ii) $p(x)\ [q(x)] \neg p(x)$

(iii) $p(x)\ [q(x)]\ q(x)$

(iv) $\square$

(b) Não são cadeias admissíveis:

(i) $[p(x)]\ q(x)$

(ii) $p(x) \neg p(x)\ [q(x)]$

(iii) $p(x)\ q(x)\ [p(x)]$

(iv) $p(x)\ [q(x)]\ [\neg q(x)]$

(v) $p(x)\ [q(x)]\ r(x)\ [q(x)]$

Definição II.21: Extensão Plena e Redução Plena.

(a) Seja A' uma cadeia admissível e A'' uma cadeia elementar.
Uma cadeia A é uma *extensão plena* de A' por A'' se e somente se A é a contração de uma extensão de A' por A'' e A é admissível.

(b) Seja A′ uma cadeia admissível.

Uma cadeia A é uma *redução plena* de A′ se e somente se A é a contração de uma redução de A′ e A é admissível.

Exemplo II.9: Extensão Plena e Redução Plena.

(a) A é a extensão plena de A′ por A″.

(i) A′: p(a) [q(a)] r(a)
A″: ¬p(a)
A: r(a)

(ii) A′: p(x) [¬q(x)]
A″: q(a)¬p(a)
A: q(a) [p(a)] [¬q(a)]

(b) A é a redução plena de A′.

(i) A′: q(a) [p(a)] [¬q(a)]
A: □

(ii) A′: p(x) [q(x)] r(x) [¬p(a)]
A: r(a) [¬p(a)]

Cabe observar, visando utilização posterior, que, de acordo com o item (a)(i) do exemplo anterior, a extensão plena de uma cadeia A′ admissível, com literal mais à esquerda L, por uma cadeia A″ composta por apenas um literal, ¬L, é a cadeia A′ sem o literal L e sem os R-literais imediatamente após.

Definição II.22: Sistema Formal da Eliminação de Modelos Fraca.

O *Sistema Formal da Eliminação de Modelos Fraca*, ou *S-EMF*, consiste de:

-Classe de Linguagens: Linguagens das Cadeias.

-Axiomas: Nenhum.

-Regras de Inferência:

(i) Extensão Plena (EX):

Seja A′ uma cadeia admissível.

Seja A″ uma cadeia elementar.

Se A é uma extensão plena de A′ por A″, então derive A de A′ e A″;

(ii) Redução Plena (RD):

Seja A′ uma cadeia admissível.

Se A é uma redução plena de A′, então derive A de A′.

Definição II.23: EMF-Dedução.

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.

Seja B uma cadeia em Q e C uma cadeia qualquer.

Uma *EMF-dedução* de C a partir de Q, iniciando-se em B, é uma seqüência $(C_1, C_2, \ldots, C_n)$, $n \geq 1$, de cadeias tal que:

(i) $C_1 = B$ e $C_n = C$;

(ii) para todo i, $1 < i \leq n$, C_i é uma redução plena de C_{i-1} ou uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia em Q.

Exemplo II.10: EMF-Dedução (CASANOVA et alii[2]).

Seja Q o conjunto de cadeias elementares abaixo:

1. p(x) ¬q(a)
2. ¬p(x) r(a,x)
3. ¬p(x) ¬r(x,a)
4. p(a) q(a)

A seguinte seqüência é uma EMF-dedução da cadeia vazia a partir de Q, iniciando-se em "p(a)q(a)".

4.	p(a) q(a)	
5.	¬r(a,a) [p(a)] q(a)	.EX 3a
6.	¬p(a) [¬r(a,a)] [p(a)] q(a)	.EX 2b
7.	q(a)	.RD c
8.	p(x) [q(a)]	.EX 1b
9.	r(a,x) [p(x)] [q(a)]	.EX 2a

10. $\neg$p(a) [r(a,a)] [p(a)] [q(a)] .EX 3b
11. $\square$ .RD c

O significado das anotações ao lado de cada cadeia derivada é o seguinte:

- .RD n - indica que a cadeia em questão foi obtida através da redução plena da cadeia anterior e que o literal escolhido foi o elemento de ordem n ("a" para o primeiro, "b" para o segundo, etc.);
- .EX mn - indica que a cadeia em questão foi obtida através da extensão plena da cadeia anterior pela cadeia de número m e que o literal escolhido foi o de ordem n.

Na EMF-dedução anterior:

- a sétima cadeia foi obtida através da redução plena da sexta cadeia e o literal escolhido foi o terceiro;
- a quinta cadeia foi obtida através da extensão plena da quarta cadeia pela terceira e o literal escolhido foi o primeiro.

Definição II.24: EMF-Refutação.

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.
Seja B uma cadeia em Q.
Uma *EMF-refutação* a partir de Q, iniciando-se em B, é uma EMF-dedução da cadeia vazia a partir de Q, iniciando-se em B.

A EMF-dedução apresentada no exemplo anterior é uma EMF-refutação.

Definição II.25: Método da Eliminação de Modelos Fraca.

O *Método da Eliminação de Modelos Fraca*, ou *EMF*, consiste do par (S-EMF,EMF-D), onde S-EMF é o Sistema Formal da Eliminação de Modelos Fraca e EMF-D é o conjunto das EMF-deduções.

Os teoremas a seguir enunciam a correção e a completude do método EMF. As demonstrações destes teoremas encontram-se em LOVELAND[11].

Teorema II.4: Correção do Método EMF.

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.
Se existe uma EMF-refutação a partir de Q então Q é insatisfatível.

Teorema II.5: Completude do Método EMF.

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.
Se Q é insatisfatível, então existe uma EMF-refutação a partir de Q.

Seguem outros resultados referentes à completude do método EMF.

Teorema II.6: Completude do Método EMF com Conjunto de Suporte Inicial.

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.
Seja S um subconjunto de Q tal que Q-S é satisfatível. S é chamado *conjunto suporte* de Q.
Se Q é insatisfatível, então existe uma EMF-refutação a partir de Q, iniciando-se em alguma cadeia de S.

Em particular, temos o seguinte teorema.

Teorema II.7: Completude do Método EMF com Conjunto de Suporte Inicial Unitário.

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.
Seja B uma cadeia em Q.
Se Q é insatisfatível e Q-{B} é satisfatível, então existe uma EMF-refutação a partir de Q, iniciando-se em B.

Dado um conjunto de cadeias elementares Q, o processo de busca de uma EMF-refutação a partir de Q, denominado Procedimento de Refutação por Eliminação de Modelos Fraca, baseia-se na construção de árvores especiais, chamadas árvores de EMF-refutação. Seguem as definições e um resultado acerca destes conceitos, presentes em CASANOVA et alii[2].

Definição II.26: Árvore de EMF-Refutação.

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.
Seja B uma cadeia em Q.
Uma árvore, com nós rotulados com cadeias, é uma *árvore de EMF-refutação* para Q, iniciando-se em B, se e somente se:

(i) o rótulo da raiz é B;

(ii) para cada nó N, rotulado com uma cadeia A, o nó N′, rotulado com uma cadeia A′, é um filho de N se e somente se:

- A′ é uma redução plena de A ou

- A′ é uma extensão plena de A por uma cadeia em Q.

Uma definição alternativa de árvore de EMF-refutação que evita rótulos redundantes, ou seja, rótulos que diferem entre si apenas por uma renomeação de variáveis, pode ser encontrado em CASANOVA et alii[2].

Definição II.27: Nó de Sucesso e Ramo de Sucesso.

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.
Seja B uma cadeia em Q.
Seja A uma árvore de EMF-refutação para Q, iniciando-se em B.

(a) Uma folha de A é um *nó de sucesso* de A se e somente se é rotulada com a cadeia vazia.

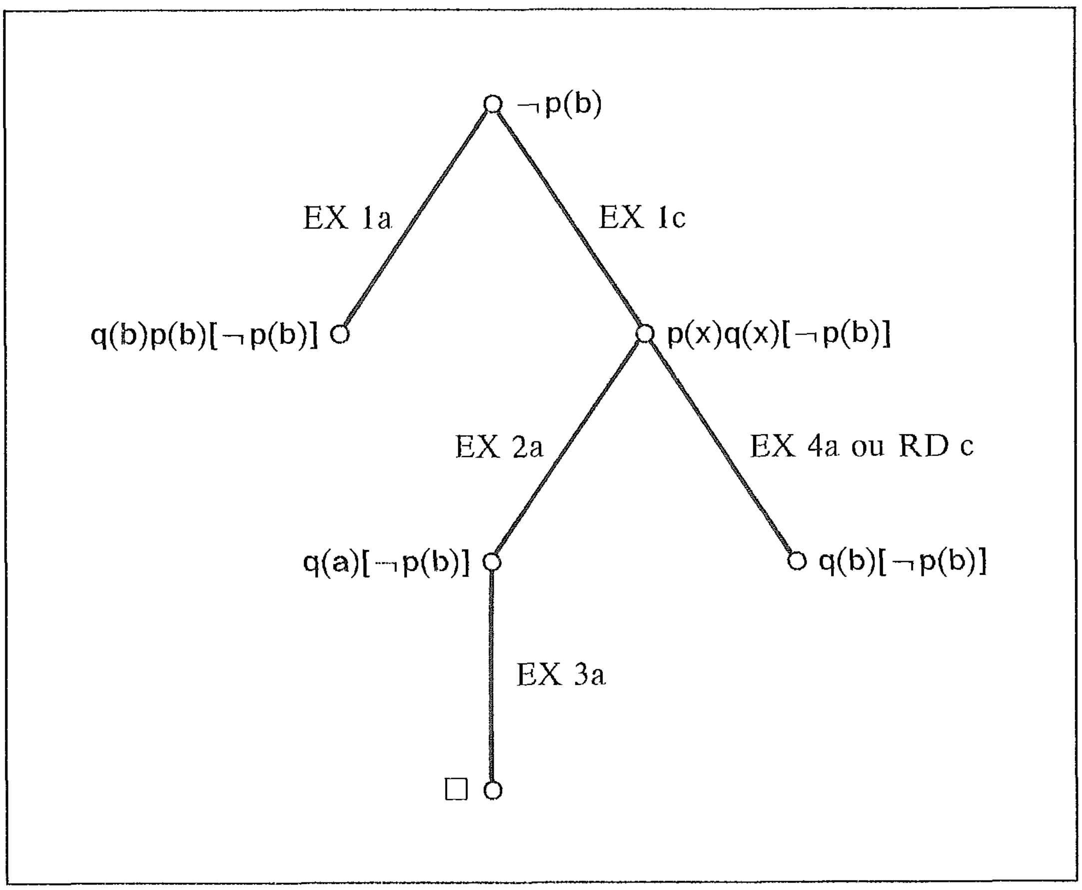
(b) Um *ramo de sucesso* de A é um ramo finito terminado em um nó de sucesso.

Exemplo II.11: Árvore de EMF-Refutação (CASANOVA et alii[2]).

Seja Q o seguinte conjunto de cadeias elementares:

1. p(x) q(x) p(b)
2. ¬p(a)
3. ¬q(a)
4. ¬p(b)

Então a árvore de EMF-refutação para Q, iniciando-se em "¬p(b)", é a seguinte:



Observe que a árvore acima é finita e possui um ramo de sucesso.

Definição II.28: Floresta de EMF-Refutação.

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.

A *floresta de EMF-refutação* para Q é o conjunto de todas as árvores de EMF-refutação para Q, iniciando-se em cada uma das cadeias de Q.

Teorema II.8:

Seja Q um conjunto de cadeias elementares.

Q é insatisfatível se e somente se existe uma árvore A na floresta de EMF-refutação para Q tal que A tem um ramo de sucesso.

CAPÍTULO III

O MÉTODO DA ELIMINAÇÃO DE MODELOS FRACA COM GERAÇÃO DE LEMAS POR FALHA FINITA

Este capítulo define o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita, abreviadamente EMF/GLFF, e mostra os resultados alcançados acerca da correção e completude do método.

O texto está organizado da seguinte forma. A Seção III.1 apresenta a forma de representação de conhecimento com a qual o método trabalha, denominada Teoria com Cadeias. A Seção III.2 define o método EMF/GLFF, enquanto a Seção III.3 apresenta uma série de exemplos. Finalizando, a Seção III.4 examina a correção e a completude do método.

III.1. TEORIA COM CADEIAS

Esta seção define a sintaxe e a semântica da forma de representação de conhecimento no método EMF/GLFF, denominada Teoria com Cadeias.

III.1.1. Sintaxe

O método EMF/GLFF trabalha não somente com um conjunto de cadeias elementares, como o método EMF, mas também utiliza informações embutidas em dois outros conjuntos de símbolos predicativos.

Definição III.1: Teoria com Cadeias.

Seja A um alfabeto de primeira ordem.

Uma *teoria com cadeias* T sobre A é uma tripla, (Q, P_p, P_n), onde:

(i) Q é um conjunto satisfatível de cadeias elementares sobre A, chamado *conjunto de cadeias* de T;

(ii) P_p é um conjunto de símbolos predicativos de A, chamado *conjunto de símbolos predicativos positivos* de T;

(iii) P_n é um conjunto de símbolos predicativos de A, chamado *conjunto de símbolos predicativos negativos* de T.

Exemplo III.1: Teoria com Cadeias.

(Q, P_p, P_n) é uma teoria com cadeias, onde:

(i) $Q = \{\neg p(x)q(x),\ p(a),\ r(b)\}$;

(ii) $P_p = \{p, q\}$;

(iii) $P_n = \{q\}$.

III.1.2. Semântica

Em uma teoria com cadeias (Q, P_p, P_n), os conjuntos P_p e P_n permitem estender a informação contida em Q. A semântica das teorias com cadeias caracteriza-se por um conjunto de extensões, no sentido da lógica de defaults. Estas extensões são definidas por defaults da forma $\frac{:L}{L}$, onde L é um literal cujo símbolo predicativo pertence a P_p, se L for positivo, ou a P_n, se L for negativo. Portanto, existe uma teoria com defaults associada a cada teoria com cadeias. A seguir, apresentaremos a formalização destes conceitos.

Definição III.2: Mapeamento de uma Teoria com Cadeias em uma Teoria com Defaults.

Seja A um alfabeto de primeira ordem.
Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias sobre A.
O *mapeamento de* T *em uma teoria com defaults*, denotado por $\delta(T)$, é definido como $\delta(T)=(D_p \cup D_n, Q)$, onde:

$D_p = \{ \frac{:p(\overline{x})}{p(\overline{x})} \mid p \in P_p$ e $\overline{x}=x_1,x_2,\ldots,x_m$, onde x_i, $1 \leq i \leq m$, são variáveis distintas de A e m é a aridade de p $\}$ e

$D_n = \{ \frac{:\neg q(\overline{x})}{\neg q(\overline{x})} \mid q \in P_n$ e $\overline{x}=x_1,x_2,\ldots,x_m$, onde x_i, $1 \leq i \leq m$, são variáveis distintas de A e m é a aridade de q $\}$.

Conforme definido, uma teoria com defaults é formada por um conjunto de defaults e um conjunto de sentenças. Na definição acima, o conjunto de cadeias Q representa, sem nenhuma restrição, o conjunto de sentenças da teoria com defaults $\delta(T)$, dado que uma cadeia $L_1L_2\ldots L_n$ equivale à sentença $\forall[L_1 \vee L_2 \vee \ldots \vee L_n]$.

Observe que, para qualquer teoria com cadeias T, $\delta(T)$ é normal e está na forma skolemizada.

Exemplo III.2: Mapeamento de uma Teoria com Cadeias em uma Teoria com Defaults.

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ a teoria com cadeias do Exemplo III.1.
Então $\delta(T)=(D,S)$, onde:

(i) $D=\{\frac{:p(x)}{p(x)}, \frac{:q(x)}{q(x)}, \frac{:\neg q(x)}{\neg q(x)}\}$;

(ii) $S=\{\neg p(x)q(x), p(a), r(b)\}$.

Definição III.3: Extensão de uma Teoria com Cadeias.

Seja T uma teoria com cadeias.
Seja E um conjunto de sentenças.
E é uma *extensão* de T se e somente se E é uma extensão de $\delta(T)$.

Note que, segundo a Definição III.2, $\delta(T)$ está na forma skolemizada para qualquer teoria com cadeias T. Portanto, de acordo com a Definição II.12 e a Definição III.3, E é uma extensão de T se e somente se E é uma extensão de Fecho($\delta(T)$). Concluímos, então, que existe uma teoria com defaults normal e fechada associada a cada teorias com cadeias.

Exemplo III.3: Extensões de uma Teoria com Cadeias.

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ a teoria com cadeias do Exemplo III.1.
Então os seguintes conjuntos são extensões de T (considere "a" e "b" as únicas constantes do alfabeto em questão):

(a) $E_1=Th(Q\cup\{p(b)\})$

(b) $E_2=Th(Q\cup\{\neg q(b)\})$

Um novo conceito de conseqüência lógica será definido para relacionar sentenças às teorias com cadeias.

Definição III.4: Conseqüência Lógica Fraca de uma Teoria com Cadeias.

Seja T uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
F é *conseqüência lógica fraca* de T se e somente se F pertence a alguma extensão de T.

III.2. DEFINIÇÃO DO MÉTODO EMF/GLFF

Esta seção define o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita, ou EMF/GLFF. O desenvolvimento deste método de dedução objetiva um procedimento capaz de determinar se uma sentença é conseqüência lógica fraca de uma dada teoria com cadeias.

No que se segue, usaremos $\neg L$ para denotar o complemento de um literal L.

O método EMF/GLFF baseia-se no Sistema Formal da Eliminação de Modelos Fraca acrescido do procedimento de Geração de Lemas por Falha

Finita. Este procedimento é formalizado através de uma nova regra de inferência, a Contração por Falha Finita Plena. Dada uma teoria com cadeias $T=(Q,P_p,P_n)$, esta regra consiste, basicamente, em eliminar o primeiro literal L da cadeia em questão mediante a adição do respectivo lema, $\neg L$, ao conjunto de lemas gerados. O literal L deve ser básico e o seu símbolo predicativo deve pertencer a P_p, se L for negativo, ou a P_n, se L for positivo. Esta operação depende da consistência do lema $\neg L$ em relação ao conjunto de cadeias Q unido ao conjunto de lemas até então gerados. O teste de consistência é executado de forma semelhante à negação por falha finita. A adição do lema ao respectivo conjunto é formalizada na definição de dedução do método.

Definição III.5: Contração por Falha Finita.

Seja R um conjunto satisfatível de cadeias elementares.
Seja (P_p,P_n) um par de conjuntos de símbolos predicativos.
Seja A′ uma cadeia admissível da forma $"L_1L_2...L_n"$, $n \geq 1$.
A cadeia A, da forma $"L_2...L_n"$, é a *contração por falha finita* de A′ em presença de R e (P_p,P_n) se e somente se:

(i) L_1 é básico;

(ii) L_1 é positivo e seu símbolo predicativo pertence a P_n ou é negativo e seu símbolo predicativo pertence a P_p;

(iii) A árvore de EMF-refutação para $R \cup \{\neg L_1\}$, iniciando-se em $"\neg L_1"$, é finita e não possui ramos de sucesso.

O objetivo de testar se esta árvore é finita e não possui ramos de sucesso é verificar a satisfatibilidade de $R \cup \{\neg L_1\}$, ou melhor, se $\{\neg L_1\}$ é consistente em relação a R. De fato, se esta árvore for finita e não possuir ramos de sucesso, então $R \cup \{\neg L_1\}$ é satisfatível, pois se $R \cup \{\neg L_1\}$ fosse insatisfatível, segundo o Teorema da Completude do Método EMF com Conjunto de Suporte Inicial Unitário, haveria uma EMF-refutação, iniciando-se em $"\neg L_1"$, dado que R é satisfatível. A condição da árvore de EMF-refutação falhar finitamente justifica, então, o nome da nova operação.

Note que testar a satisfatibilidade de $R \cup \{\neg L_1\}$, ou melhor, de um conjunto de cadeias, é um problema indecidível, nem mesmo parcialmente decidível.

Observe que, de forma diferente da Negação por Falha Finita (CLARK[3],LLOYD[9]), a operação da contração por falha finita não é recursivamente utilizada na construção da árvore que simula o teste de consistência.

Exemplo III.4: Contração por Falha Finita.

Sejam $P_p = \{q\}$ e $P_n = \{p\}$ conjuntos de símbolos predicativos.

(a) Seja $R = \{p(x)q(x), p(x)r(x), s(x)\}$, um conjunto satisfatível de cadeias elementares.
Então a cadeia "$[\neg s(a)][\neg s(b)]$" é a contração por falha finita da cadeia "$p(a)[\neg s(a)][\neg s(b)]$" em presença de R e (P_p, P_n).

(b) Seja $R = \emptyset$.
Então a cadeia "$p(a)$" é a contração por falha finita da cadeia "$\neg q(a)p(a)$" em presença de R e (P_p, P_n).

Definição III.6: Contração por Falha Finita Plena.

Seja R um conjunto satisfatível de cadeias elementares.
Seja (P_p, P_n) um par de conjuntos de símbolos predicativos.
Seja A' uma cadeia admissível.
Uma cadeia A é a *contração por falha finita plena* de A' em presença de R e (P_p, P_n) se e somente se A é a contração da contração por falha finita de A' em presença de R e (P_p, P_n).

Exemplo III.5: Contração por Falha Finita Plena.

Sejam $P_p = \{q\}$ e $P_n = \{p\}$ conjuntos de símbolos predicativos.

(a) Seja $R = \{p(x)q(x), p(x)r(x), s(x)\}$, um conjunto satisfatível de cadeias elementares.
Então a cadeia "$\square$" é a contração por falha finita plena da cadeia "$p(a)[\neg s(a)][\neg s(b)]$" em presença de R e (P_p, P_n).

(b) Seja $R = \emptyset$.
Então a cadeia "$p(a)$" é a contração por falha finita plena da cadeia "$\neg q(a)p(a)$" em presença de R e (P_p, P_n).

Verifique, através do exemplo anterior, que a cadeia resultante da contração por falha finita plena de uma cadeia A equivale, sintaticamente, à extensão plena de A por "$\neg$L", onde L é o literal mais à esquerda de A.

Definição III.7: Sistema Formal da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita.

O *Sistema Formal da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita*, ou *S-GLFF*, consiste de:

-Classe de Linguagens: Conjunto das Teorias com Cadeias.

-Axiomas: Nenhum.

-Regras de Inferência:

(i) Extensão Plena (EX):
Seja A′ uma cadeia admissível.
Seja A″ uma cadeia elementar.
Se A é uma extensão plena de A′ por A″, então derive A de A′ e A″;

(ii) Redução Plena (RD):
Seja A′ uma cadeia admissível.
Se A é uma redução plena de A′, então derive A de A′;

(iii) Contração por Falha Finita Plena (CFF):
Seja R um conjunto satisfatível de cadeias elementares.
Seja (P_p,P_n) um par de conjuntos de símbolos predicativos.
Seja A′ uma cadeia admissível tal que o elemento mais à esquerda seja um literal básico.
Se A é a contração por falha finita plena de A′ em presença de R e (P_p,P_n), então derive A de A′, R e (P_p,P_n).

O método EMF/GLFF baseia-se neste sistema formal e na noção de dedução introduzida a seguir.

Uma dedução no método EMF/GLFF deve, de alguma forma, guardar os lemas gerados para que possam ser utilizados em derivações posteriores. Proporemos, então, que uma dedução seja uma seqüência de pares formados por cadeias e conjuntos de lemas, de forma que o último par derivado contenha a cadeia derivada e o conjunto de lemas atualizado.

Recorde que CD(F) denota uma representação em cadeias de uma fórmula F.

Definição III.8: EMF/GLFF-Dedução.

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja B uma cadeia em CD(¬F) e C uma cadeia qualquer.
Uma *EMF/GLFF-dedução* de C a partir de T e CD(¬F), iniciando-se em B, é uma seqüência de pares $((C_1,S_1),(C_2,S_2),\dots,(C_n,S_n))$, $n \geq 1$, onde C_i, $1 \leq i \leq n$, são cadeias e S_i, conjuntos de literais básicos, chamados *conjuntos de lemas*, tais que:

(i) $C_1 = B$ e $S_1 = \emptyset$;

(ii) $C_n = C$; S_n é chamado *conjunto final de lemas* da dedução;

(iii) para todo i, $1 < i \leq n$, o par (C_i,S_i) é derivado de (C_{i-1},S_{i-1}) através de uma das regra de inferência do sistema formal S-GLFF conforme indicado a seguir:

- C_i é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia pertencente ao conjunto $Q \cup CD(\neg F) \cup S_{i-1}$ e $S_i = S_{i-1}$, ou
- C_i é uma redução plena de C_{i-1} e $S_i = S_{i-1}$, ou
- C_i é a contração por falha finita plena de C_{i-1} em presença de $Q \cup S_{i-1}$ e (P_p,P_n) e $S_i = S_{i-1} \cup \{\neg L\}$, onde L é o literal mais à esquerda de C_{i-1}.

Observe que as regras da extensão plena e da contração por falha finita plena utilizam o conjunto de lemas do par anterior que acumula todos os lemas gerados na dedução até aquele ponto. Note ainda que, ao contrário da regra da extensão plena, a contração por falha finita plena não utiliza as cadeias em CD(¬F).

Definição III.9: EMF/GLFF-Refutação.

Seja T uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja B uma cadeia em CD(¬F).
Uma *EMF/GLFF-refutação* a partir de T e CD(¬F), iniciando-se em B, é uma EMF/GLFF-dedução da cadeia vazia a partir de T e CD(¬F), iniciando-se em B.

Definição III.10: EMF/GLFF-Prova.

Seja T uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Uma *EMF/GLFF-prova* de F a partir de T é uma EMF/GLFF-refutação a partir de T e CD(¬F), iniciando-se em alguma cadeia em CD(¬F).

Definição III.11: Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita.

O *Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita*, ou *EMF/GLFF*, consiste do par (S-GLFF,GLFF-D), onde S-GLFF é o Sistema Formal da Eliminação de Modelos com Geração de Lemas por Falha Finita e GLFF-D é o conjunto das EMF/GLFF-deduções.

III.3. EXEMPLOS

Esta seção ilustra a definição do método EMF/GLFF através de uma série de exemplos.

Exemplo III.6:

Seja T=({p(x)q(x)}, {p,q}, {p}) uma teoria com cadeias.

(a) Seja $F_a = \neg p(a) \wedge q(a)$.

A seqüência abaixo, a partir do par (2), representa uma EMF/GLFF-prova de F_a a partir de T.

1.	p(x) q(x)	.cadeia de T
2.	(p(a)¬q(a), ∅)	.cadeia de CD(¬F_a)
3.	(¬q(a), {¬p(a)})	.CFF
4.	(p(a) [¬q(a)], {¬p(a)})	.EX 1b
5.	(□, {¬p(a)})	.EX L1

Observe que a regra CFF foi aplicada à cadeia de (2) dado que p pertence ao conjunto de símbolos predicativos negativos de T e a árvore de EMF-refutação para {p(x)q(x),¬p(a)}, iniciando-se em "¬p(a)", é finita e não possui ramos de sucesso. Perceba, ainda, que a regra CFF poderia ter sido aplicada à cadeia de (4). Porém, como o lema que seria gerado já existia, foi possível efetuar a extensão plena pelo lema já existente, economizando assim a execução do mesmo teste de consistência.

Note que duas novas anotações aparecem ao lado das cadeias derivadas:

- .CFF - indica que a cadeia em questão foi obtida através da contração por falha finita plena da cadeia anterior em presença do conjunto de cadeias de T, acrescido do conjunto de lemas anterior, e dos conjuntos de símbolos predicativos positivos e negativos de T;

- .EX Ln - indica que a cadeia em questão foi obtida através da extensão plena da cadeia anterior pelo lema de número n do conjunto de lemas anterior. (Os lemas são numerados e ordenados dentro do conjunto de acordo com a ordem de geração: 1 para o primeiro lema gerado, 2 para o segundo, etc. Além disto, não há necessidade de especificar o literal escolhido dado que um lema só possui um literal.)

Na EMF/GLFF-dedução anterior:

- a terceira cadeia foi obtida através da contração por falha finita plena da segunda cadeia em presença de {p(x)q(x)} e ({p,q},{p});
- a quinta cadeia foi obtida através da extensão plena da quarta cadeia pelo lema 1 do conjunto de lemas do par (4).

(b) Seja $F_b = p(a) \wedge \neg q(a)$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada de se obter uma EMF/GLFF-prova de F_b a partir de T.

1.	p(x) q(x)	.cadeia de T
2.	(¬p(a) q(a), ∅)	.cadeia de CD($\neg F_b$)
3.	(q(a) [¬p(a)] q(a), ∅)	.EX 1a

Observe que, como q não pertence ao conjuntos de símbolos predicativos negativos de T, não é possível aplicar a regra CFF à cadeia de (3). Além disto, nenhuma outra regra se aplica à cadeia de (3).

A seqüência seguinte esgota as tentativas de se obter uma EMF/GLFF-prova de F_b a partir de T. Na realidade, F_b não é conseqüência lógica fraca de T.

2.	(¬p(a) q(a), ∅)	.cadeia de CD($\neg F_b$)
3'.	(q(a), {p(a)})	.CFF

Deixamos ao leitor verificar que, se q pertencesse ao conjunto de símbolos predicativos negativos de T, então haveria uma EMF/GLFF-prova de F_b a partir de T.

(c) Seja $F_c = p(a) \wedge q(a)$.

A seqüência abaixo, a partir do par (2), representa uma EMF/GLFF-prova de F_c a partir de T.

1.	$p(x)\ q(x)$	.cadeia de T
2.	$(\neg p(a) \neg q(a), \emptyset)$	.cadeia de $CD(\neg F_c)$
3.	$(\neg q(a), \{p(a)\})$	.CFF
4.	$(\Box, \{p(a), q(a)\})$	.CFF

Observe que a regra CFF foi aplicada às cadeias de (2) e de (3) dado que p e q pertencem ao conjunto de símbolos predicativos positivos de T e, além disto, as árvores de EMF-refutação, respectivamente, para $\{p(x)q(x), p(a)\}$, iniciando-se em "$p(a)$", e para $\{p(x)q(x), p(a), q(a)\}$, iniciando-se em "$q(a)$", são finitas e não possuem ramos de sucesso.

(d) Seja $F_d = \neg p(a) \wedge \neg q(a)$.
Suponha, agora, $T = (\{p(x)q(x)\}, \{p, q\}, \{p, q\})$.

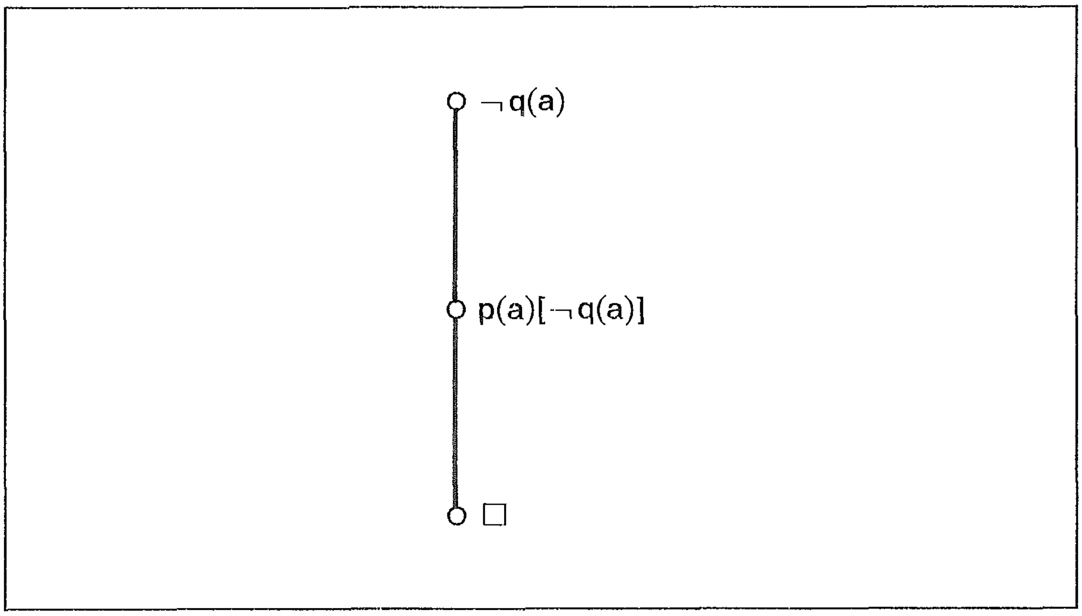
A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLFF-prova de F_d a partir de T. Na realidade, F_d não é conseqüência lógica fraca de T.

1.	$p(x)\ q(x)$	.cadeia de T
2.	$(p(a)\ q(a), \emptyset)$	.cadeia de $CD(\neg F_d)$
3.	$(q(a), \{\neg p(a)\})$	.CFF

Note que a dedução é bloqueada dado que a árvore de EMF-refutação para $\{p(x)q(x), \neg p(a), \neg q(a)\}$, iniciando-se em "$\neg q(a)$", possui um ramo de sucesso (veja árvore de EMF-refutação a seguir) e, portanto, a regra CFF não pode ser aplicada.

Este exemplo evidencia a importância da geração de lemas e do armazenamento destes junto ao conjunto de cadeias, na medida em que a geração do lema "$\neg q(a)$" foi corretamente inibida em função da existência do lema "$\neg p(a)$" e da insatisfatibilidade do conjunto $\{p(x)q(x), \neg p(a), \neg q(a)\}$.

Segue a árvore de EMF-refutação para $\{p(x)q(x), \neg p(a), \neg q(a)\}$, iniciando-se em "$\neg q(a)$".



Exemplo III.7:

Seja $Q = \{p(a)q(a),\ p(x)r(x)\}$ um conjunto de cadeias elementares.
Seja $F = \exists x[q(x) \wedge \neg p(x) \wedge r(x)]$.
Observe que F não é conseqüência lógica de Q, entretanto F é conseqüência lógica fraca de $T = (Q, \emptyset, \{p\})$, pois F pertence a uma das extensões de T.

A seqüência abaixo, a partir do par (3), representa uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.

1.	$p(a)\ q(a)$	.cadeia de Q
2.	$p(x)\ r(x)$	.cadeia de Q
3.	$(\neg q(x)\ p(x) \neg r(x),\ \emptyset)$	.cadeia de CD($\neg F$)
4.	$(p(a)\ [\neg q(a)]\ p(a) \neg r(a),\ \emptyset)$	.EX 1b
5.	$(p(a) \neg r(a),\ \{\neg p(a)\})$	.CFF
6.	$(\neg r(a),\ \{\neg p(a)\})$	.EX L1
7.	$(p(a)\ [\neg r(a)],\ \{\neg p(a)\})$	.EX 2b
8.	$(\square,\ \{\neg p(a)\})$	.EX L1

Verifique que a árvore de EMF-refutação para $\{p(a)q(a),\ p(x)q(x), \neg p(a)\}$, iniciando-se em "$\neg p(a)$", é finita e não possui ramos de sucesso.

Exemplo III.8:

Seja $T=(\{p(a), q(b)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.

Seja $F=\exists x[\neg p(x) \wedge q(x)]$.

Note que $E=Th(\{p(a), q(b), \neg p(b)\})$ é uma extensão de T.

Perceba ainda que $F \in E$ e, portanto, F é conseqüência lógica fraca de T.

Entretanto, não há uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.

Observe, abaixo, que nenhuma regra pode ser aplicada à cadeia de (3), nem mesmo a regra CFF, pois o literal mais à esquerda desta cadeia não é básico.

1.	$p(a)$	.cadeia de T
2.	$q(b)$	.cadeia de T
3.	$(p(x) \neg q(x), \emptyset)$	.cadeia de CD($\neg$F)

No Capítulo IV, proporemos uma extensão do método EMF/GLFF que apresenta algumas alternativas para solucionar este problema.

III.4. CORREÇÃO E COMPLETUDE DO MÉTODO EMF/GLFF

Esta seção contém os principais resultados obtidos a partir do método EMF/GLFF.

Inicialmente, mostraremos que se existe uma EMF/GLFF-prova de uma sentença F a partir de uma teoria com cadeias T, então F é conseqüência lógica fraca de T, ou seja, provaremos a correção do método.

Em seguida, apresentaremos uma prova da completude do método para o caso proposicional, ou seja, provaremos que se uma fórmula F, sobre um alfabeto proposicional $\boldsymbol{B}$, é conseqüência lógica fraca de uma teoria com cadeias T sobre $\boldsymbol{B}$, então existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.

III.4.1. Correção

Lema III.1:

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Se existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S, então existe uma EMF-refutação a partir de $Q \cup CD(\neg F) \cup S$, iniciando-se em uma cadeia de $CD(\neg F)$.

Prova

Suponha que a seqüência $((C_1,S_1),(C_2,S_2),...,(C_n,S_n))$, $n>1$, seja uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.
Logo, segundo as definições de Prova, Refutação e Dedução do Método EMF/GLFF, esta mesma seqüência é uma EMF/GLFF-refutação a partir de T e $CD(\neg F)$, iniciando-se em uma cadeia em $CD(\neg F)$, com conjunto final de lemas S_n.
Então, de acordo com as definições de EMF-Dedução e EMF/GLFF-Dedução, a seqüência $(C_1,C_2,...,C_n)$ é uma EMF-refutação a partir de $Q \cup CD(\neg F) \cup S_n$, iniciando-se em uma cadeia em $CD(\neg F)$, dado que $C_1 \in CD(\neg F)$, $C_n=\Box$ e, para $1<i\leq n$, um dos três casos abaixo ocorre:

(i) C_i é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia em $Q \cup CD(\neg F) \cup S_{i-1}$ e, portanto, como $S_{i-1} \subseteq S_n$, C_i é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia em $Q \cup CD(\neg F) \cup S_n$, ou

(ii) C_i é uma redução plena de C_{i-1}, ou

(iii) C_i é a contração por falha finita plena de C_{i-1} em presença de $Q \cup S_{i-1}$ e (P_p,P_n) e $S_i=S_{i-1} \cup \{\neg L\}$, onde L é o literal mais à esquerda de C_{i-1}. Neste caso, C_i é a cadeia C_{i-1} sem o literal L e sem os R-literais imediatamente após. Podemos considerar, então, que C_i é a extensão plena de C_{i-1} por "$\neg L$" e, como "$\neg L$"$\in S_i$ e $S_i \subseteq S_n$, então C_i é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia em $Q \cup CD(\neg F) \cup S_n$.

Lema III.2:

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja B uma cadeia em $CD(\neg F)$ e C uma cadeia qualquer.
Seja $((C_1,S_1),(C_2,S_2),...,(C_n,S_n))$ uma EMF/GLFF-dedução de C a partir de T e $CD(\neg F)$, iniciando-se em B.
Logo, para todo i, $1 \leq i \leq n$, $Q \cup S_i$ é satisfatível.

Prova

Por indução sobre i.

Base da indução: $i=1$.
$Q \cup S_1$ é satisfatível pois, segundo a definição de Teoria com Cadeias, Q é satisfatível e, de acordo com a definição de EMF/GLFF-Dedução, $S_1=\emptyset$.

Passo da indução.
Suponha que $Q \cup S_i$ seja satisfatível.
Segundo a definição de EMF/GLFF-Dedução, $S_{i+1}=S_i$ ou $S_{i+1}=S_i \cup \{L\}$ tal que $Q \cup S_i \cup \{L\}$ é satisfatível.
Logo, em ambos os casos, $Q \cup S_{i+1}$ é satisfatível.

Lema III.3:

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Se existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S, então a seqüência (D_0,D_1), onde $D_0=\{\frac{:L}{L} | L \in S\}$ e $D_1=\emptyset$, é uma prova com defaults de F a partir de $Fecho(\delta(T))$.

Prova

Suponha que exista uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S.
Sejam $D_0=\{\frac{:L}{L} | L \in S\}$ e $D_1=\emptyset$.
Para mostrar que a seqüência (D_0,D_1) é uma prova com defaults de F a partir de $Fecho(\delta(T))=(D,Q)$, basta, segundo a definição de Prova com Defaults, verificar que as seguintes condições são satisfeitas:

(i) D_0 e D_1 são subconjuntos finitos de D.

De acordo com a definição de EMF/GLD-Dedução, o conjunto final de lemas S é um conjunto finito de literais básicos positivos e negativos formados por símbolos predicativos pertencentes, respectivamente, a P_p e P_n.

Segundo a Definição II.11 e a Definição III.2, D é o conjunto de todas as possíveis instâncias básicas de todos os defaults gerados a partir dos símbolos predicativos pertencentes a P_p e P_n.

Portanto, como $D_0 = \{\frac{:L}{L} | L \in S\}$, então D_0 é um subconjunto finito de D.

D_1 também satisfaz à condição dado que é o conjunto vazio.

(ii) $Q \cup Conseq(D_0) \vdash F$.

Dado que existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S, então, segundo o Lema III.1, existe uma EMF-refutação a partir de $Q \cup S \cup CD(\neg F)$, iniciando-se em uma cadeia de $CD(\neg F)$.

Então, de acordo com a Correção do Método EMF, $Q \cup S \cup CD(\neg F)$ é insatisfatível. Logo $Q \cup S \vdash F$. Como $S = Conseq(D_0)$, concluímos que $Q \cup Conseq(D_0) \vdash F$;

(iii) $Q \cup Conseq(D_1) \vdash$ Pré-Req(D_0).

Esta condição é satisfeita dado que Pré-Req$(D_0) = \emptyset$;

(iv) $D_1 = \emptyset$

Esta condição é satisfeita segundo o próprio enunciado do lema;

(v) $Q \cup Conseq(D_0)$ é satisfatível.

Seja $((C_1,S_1),(C_2,S_2),\ldots,(C_n,S_n))$ a EMF/GLFF-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas $S = S_n$ suposta no enunciado.

De acordo com o Lema III.2, para todo i, $1 \leq i \leq n$, $Q \cup S_i$ é satisfatível.

Logo, em particular, $Q \cup S_n = Q \cup S$ é satisfatível.

Portanto, como $S = Conseq(D_0)$, então $Q \cup Conseq(D_0)$ é satisfatível.

Teorema III.1: Correção do Método EMF/GLFF.

Seja T uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Se existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T, então F é conseqüência lógica fraca de T.

Prova

Suponha que exista uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.
Logo, de acordo com o Lema III.3, existe uma prova com defaults de F a partir de Fecho(δ(T)).
Então, pela Correção da Prova com Defaults, existe uma extensão E de Fecho(δ(T)) tal que F$\in$E.
Pela Definição III.2, δ(T) está na forma skolemizada. Logo, segundo a Definição II.12 e a Definição III.3, E também é uma extensão de T e, desta forma, existe uma extensão E de T tal que F$\in$E.
Portanto, de acordo com a Definição III.4, F é conseqüência lógica fraca de T.

III.4.2. Completude

Conforme visto na Seção III.3, o método não é completo para o caso geral. De fato, o Exemplo III.8 ilustra um caso em que uma sentença F é conseqüência lógica fraca de uma teoria com cadeias T e não existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.

No Capítulo IV, proporemos uma extensão do método EMF/GLFF que, entre outras características, viabiliza a solução deste problema. Entretanto, neste momento, apresentaremos a completude para o caso proposicional. Para tanto, considere a versão proposicional das definições anteriores.

Sabemos que o problema da satisfatibilidade para o caso proposicional é decidível, portanto considere, na definição da Contração por Falha Finita (Definição III.5), a substituição da condição (iii), que simula um procedimento nem mesmo parcialmente decidível para verificar a satisfatibilidade em primeira ordem, por um teste de consistência adequado que verifique se $R \cup \{\neg L_1\}$ é satisfatível no caso proposicional.

A flexibilidade de escolha deste teste de consistência justifica-se pela atestada decidibilidade do problema da satisfatibilidade para o caso proposicional (GALLO e URBANI[5]).

Lema III.4:

Seja B um alfabeto proposicional.
Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias sobre B.
Então $\delta(T)$ é consistente.

Prova

De acordo com a Definição III.2, $\delta(T)$ é uma teoria com defaults normal e, como se trata do caso proposicional, $\delta(T)$ é também fechada. Logo, pelo Teorema II.1, $\delta(T)$ possui pelo menos uma extensão.
Pela definição de Teoria com Cadeias, Q é satisfatível. Então, pela Proposição II.1, $\delta(T)$ não tem extensão insatisfatível.
Logo $\delta(T)$ tem uma extensão satisfatível e, portanto, segundo a Definição II.8, $\delta(T)$ é consistente.

Lema III.5:

Seja B um alfabeto proposicional.
Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias sobre B.
Seja F uma fórmula sobre B.
Seja $\delta(T)=(D,Q)$.
Seja D' um subconjunto de D tal que $Q \cup \mathrm{Conseq}(D')$ seja satisfatível.
Se existe uma EMF-refutação a partir de $Q \cup \mathrm{Conseq}(D') \cup CD(\neg F)$, iniciando-se em uma cadeia de $CD(\neg F)$, então existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.

Prova

Suponha que a seqüência $(C_1,C_2,...,C_n)$, $n>1$, onde $C_1 \in CD(\neg F)$, seja uma EMF-refutação a partir de $Q \cup Conseq(D') \cup CD(\neg F)$.

Construa a seqüência $((C_1,S_1),(C_2,S_2),...,(C_n,S_n))$, onde $S_1=\emptyset$ e, para todo i, $1<i\leq n$:

(i) Se C_i é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia em $Q \cup CD(\neg F) \cup S_{i-1}$ ou se C_i é uma redução plena de C_{i-1}, então $S_i=S_{i-1}$;

(ii) Caso contrário, se C_i é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia L em $Conseq(D')-S_{i-1}$, então $S_i=S_{i-1} \cup \{L\}$.

Então a seqüência $((C_1,S_1),(C_2,S_2),...,(C_n,S_n))$ é uma EMF/GLFF-refutação a partir de T e $CD(\neg F)$, iniciando-se em uma cadeia de $CD(\neg F)$, dado que $C_1 \in CD(\neg F)$, $C_n=\square$ e, para todo i, $1<i\leq n$:

(i) Se C_i é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia em $Q \cup CD(\neg F)$, então, pela definição de EMF/GLFF-Dedução, o par (C_i,S_i) pode ser derivado de (C_{i-1},S_{i-1}), onde $S_i=S_{i-1}$;

(ii) Se C_i é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia A em $Conseq(D')$, então duas possibilidades devem ser consideradas (observe que a cadeia A é formada por apenas um literal que é o complemento do primeiro literal de C_{i-1}):

- Se $A \in S_{i-1}$, então, pela definição de EMF/GLFF-Dedução, o par (C_i,S_i) pode ser derivado de (C_{i-1},S_{i-1}) através da regra da extensão plena, onde $S_i=S_{i-1}$;

- Caso contrário, segundo a definição de EMF/GLFF-Dedução, o par (C_i,S_i) pode ser derivado de (C_{i-1},S_{i-1}) através da regra da contração por falha finita plena, onde C_i é a contração por falha finita plena de C_{i-1} em presença de $Q \cup S_{i-1}$ e (P_p,P_n) e $S_i=S_{i-1} \cup \{\neg L\}$, onde L é o literal mais à esquerda de C_{i-1}, dado que as condições para a aplicação desta regra são satisfeitas (observe que $A=\neg L$):

  - L é básico pois se trata do caso proposicional;

- Como $D' \subseteq D$, então, segundo a Definição III.2, o símbolo proposicional do literal L pertence a P_n, se L for positivo, ou pertence a P_p, se L for negativo;

- Como $A \in$Conseq(D'), C_i é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia formada por apenas um literal, desta forma, C_i é a cadeia C_{i-1} sem o literal L e sem os R-literais imediatamente após, o que caracteriza a contração por falha finita plena;

- Além disso, "$\neg L$" é consistente em relação a $Q \cup S_{i-1}$ dado que "$\neg L$"$\in$Conseq(D'), $S_{i-1} \subseteq$Conseq(D') e $Q \cup$Conseq(D') é satisfatível; portanto, o teste de consistência adotado é satisfeito;

(iii) Se C_i é uma redução plena de C_{i-1}, então, pela definição de EMF/GLFF-Dedução, o par (C_i,S_i) pode ser derivado de (C_{i-1},S_{i-1}), onde $S_i = S_{i-1}$.

Como existe uma EMF/GLFF-refutação a partir de T e CD($\neg F$), iniciando-se em uma cadeia em CD($\neg F$), então, segundo a Definição III.10, existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.

Teorema III.2: Completude Proposicional do Método EMF/GLFF.

Seja $\boldsymbol{B}$ um alfabeto proposicional.
Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias sobre $\boldsymbol{B}$.
Seja F uma fórmula sobre $\boldsymbol{B}$.
Se F é conseqüência lógica fraca de T, então existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.

Prova

Suponha que F seja conseqüência lógica fraca de T.
De acordo com a Definição III.4, existe uma extensão E de T tal que $F \in E$.
Segundo a Definição III.3, E também é uma extensão de $\delta(T)$.
Pela Definição III.2, $\delta(T)$ é normal e, como se trata do caso proposicional, $\delta(T)$ é também fechada. Portanto, segundo o Lema III.4, $\delta(T)$ é consistente. Logo, pela Completude da Prova com Defaults, existe uma prova com defaults de F a partir de $\delta(T)$.
Segundo a Definição III.2, os defaults de $\delta(T) = (D,Q)$ não têm pré-requisito, logo a prova existente pode ser da forma (D_0,D_1), onde $D_0 \subseteq D$ e $D_1 = \emptyset$.
Pela Definição II.7:

(i) $Q \cup Conseq(D_0) \vdash F$ e

(ii) $Q \cup Conseq(D_0)$ é satisfatível.

A partir de (i), $Q \cup Conseq(D_0) \cup CD(\neg F)$ é insatisfatível.
Como $Q \cup Conseq(D_0)$ é satisfatível, então, segundo o Teorema da Completude do Método EMF com Conjunto de Suporte Inicial, existe uma EMF-refutação a partir de $Q \cup Conseq(D_0) \cup CD(\neg F)$, iniciando-se em uma cadeia de $CD(\neg F)$.
Logo, de acordo com o Lema III.5, existe uma EMF/GLFF-prova de F a partir de T.

CAPÍTULO IV

O MÉTODO DA ELIMINAÇÃO DE MODELOS FRACA COM GERAÇÃO DE LEMAS POR DEFAULTS

Este capítulo apresenta o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults, abreviadamente EMF/GLD. Este método, uma versão estendida do método EMF/GLFF com resultados mais abrangentes, caracteriza-se pela parametrização do teste de consistência na definição de dedução. Esta parametrização consiste em definir como e onde serão executados, durante a dedução, os testes de consistência dos lemas gerados. Cabe lembrar que, no método EMF/GLFF, o teste de consistência é executado no momento da geração dos lemas.

Dependendo da parametrização definida, pode-se chegar a resultados bastante satisfatórios, como: a seleção de literais abertos no processo de geração de lemas e a completude para o caso geral. Pode-se inclusive simular o método EMF/GLFF.

O texto está organizado da seguinte forma. A Seção IV.1 define o método EMF/GLD. A Seção IV.2 apresenta diversas parametrizações e ilustra o funcionamento de cada uma com um conjunto de exemplos. A apresentação e demonstração dos resultados acerca deste novo método seguem nos capítulos subseqüentes.

IV.1. DEFINIÇÃO DO MÉTODO EMF/GLD

Esta seção define o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults, ou EMF/GLD.

As teorias com cadeias, com sintaxe e semântica inalteradas, permanecem como forma de representação de conhecimento no método EMF/GLD.

O Sistema Formal da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults, ou S-GLD, baseia-se no sistema formal do método anterior. A diferença reside na substituição da regra da contração por falha finita plena pela contração por defaults plena na qual não existe o teste de consistência que será, então, parametrizado na definição de dedução. Seguem as definições da regra e do sistema formal novos.

Definição IV.1: Contração por Defaults.

Seja (P_p,P_n) um par de conjuntos de símbolos predicativos.
Seja A' uma cadeia admissível da forma "$L_1L_2...L_n$", $n \geq 1$.
A cadeia A, da forma "$L_2...L_n$", é a *contração por defaults* de A' em presença de (P_p,P_n) se e somente se L_1 é positivo e seu símbolo predicativo pertence a P_n ou é negativo e seu símbolo predicativo pertence a P_p.

Exemplo IV.1: Contração por Defaults.

Sejam $P_p=\{q\}$ e $P_n=\{p\}$ conjuntos de símbolos predicativos.

(a) A cadeia "$[\neg s(a)][\neg s(b)]$" é a contração por defaults da cadeia "$p(a)[\neg s(a)][\neg s(b)]$" em presença de (P_p,P_n).

(b) A cadeia "$p(a)$" é a contração por defaults da cadeia "$\neg q(a)p(a)$" em presença de (P_p,P_n).

Definição IV.2: Contração por Defaults Plena.

Seja (P_p,P_n) um par de conjuntos de símbolos predicativos.
Seja A′ uma cadeia admissível.
Uma cadeia A é a *contração por defaults plena* de A′ em presença de (P_p,P_n) se e somente se A é a contração da contração por defaults de A′ em presença de (P_p,P_n).

Exemplo IV.2: Contração por Defaults Plena.

Sejam $P_p=\{q\}$ e $P_n=\{p\}$ conjuntos de símbolos predicativos.

(a) A cadeia "□" é a contração por defaults plena da cadeia "p(a)[¬s(a)][¬s(b)]" em presença de (P_p,P_n).

(b) A cadeia "p(a)" é a contração por defaults plena da cadeia "¬q(a)p(a)" em presença de (P_p,P_n).

Definição IV.3: Sistema Formal da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults.

O *Sistema Formal da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults*, ou *S-GLD*, consiste de:

-Classe de Linguagens: Conjunto das Teorias com Cadeias.

-Axiomas: Nenhum.

-Regras de Inferência:

(i) Extensão Plena (EX):
Seja A′ uma cadeia admissível.
Seja A″ uma cadeia elementar.
Se A é uma extensão plena de A′ por A″, então derive A de A′ e A″;

(ii) Redução Plena (RD):
Seja A′ uma cadeia admissível.
Se A é uma redução plena de A′, então derive A de A′;

(iii) Contração por Defaults Plena (CDP):

Seja (P_p,P_n) um par de conjuntos de símbolos predicativos.

Seja A′ uma cadeia admissível.

Se A é a contração por defaults plena de A′ em presença de (P_p,P_n), então derive A de A′ e (P_p,P_n).

O método EMF/GLD baseia-se neste sistema formal e na noção de dedução parametrizada introduzida a seguir.

Cada passo da dedução parametrizada consiste em utilizar uma das regras de inferência do sistema formal S-GLD e, em seguida, aplicar um teste de aceitação local ao resultado da utilização da regra. Ao término da dedução, a última tupla é submetida a um teste de aceitação final.

Os testes de aceitação local e final referidos são funções parciais que parametrizam a definição de dedução. Estes testes objetivam definir a forma do teste de consistência dos lemas gerados, assim como o momento ao longo da dedução no qual deve ser realizado. Seguem as definições destes testes. Representaremos o conjunto das partes de um conjunto C por $\boldsymbol{P}(C)$.

Definição IV.4: Teste de Aceitação Local.

Seja $\boldsymbol{A}$ um alfabeto de primeira ordem.

Seja $\boldsymbol{C}$ o conjunto das cadeias sobre $\boldsymbol{A}$.

Seja $\boldsymbol{L}$ o conjunto de literais sobre $\boldsymbol{A}$.

Seja $\boldsymbol{Lb}$ o conjunto de literais básicos sobre $\boldsymbol{A}$.

Seja $\boldsymbol{B}$ o conjunto das substituições formadas por variáveis de $\boldsymbol{A}$ e por termos sobre $\boldsymbol{A}$.

Um *teste de aceitação local* é uma função parcial $\varphi_L:\boldsymbol{C}\times \boldsymbol{P}(\boldsymbol{Lb})\times \boldsymbol{P}(\boldsymbol{L})\times \boldsymbol{B}\times \boldsymbol{P}(\boldsymbol{L})\times \boldsymbol{P}(\boldsymbol{C})\rightarrow \boldsymbol{C}\times \boldsymbol{P}(\boldsymbol{Lb})\times \boldsymbol{P}(\boldsymbol{L})$ tal que, se $\varphi_L(C',S',N',\theta,L,Q)=(C,S,N)$, então existe uma substituição $\beta\in\boldsymbol{B}$ tal que:

(i) $C=C'\beta$;

(ii) $S'\subseteq S$;

(iii) $S\cup N=S'\cup N'\theta\beta\cup L\beta$.

Definição IV.5: Teste de Aceitação Final.

Seja A um alfabeto de primeira ordem.
Seja C o conjunto das cadeias sobre A.
Seja L o conjunto de literais sobre A.
Seja Lb o conjunto de literais básicos sobre A.
Seja Bb o conjunto das substituições formadas por variáveis de A e por termos básicos sobre A.
Um *teste de aceitação final* é uma função parcial $\varphi_F: C \times P(Lb) \times P(L) \times P(C) \rightarrow C \times P(Lb)$ tal que, se $\varphi_F(C',S',N,Q)=(C,S)$, então existe uma substituição $\beta \in Bb$ tal que:

(i) $C = C'\beta$;

(ii) $S = S' \cup N\beta$.

Note que estas definições não apresentam os testes de consistência dos lemas gerados, mas contêm apenas as condições necessárias para que uma função parcial seja um teste de aceitação local ou final. Na Seção IV.2, apresentaremos uma série de combinações de diversos testes de aceitação local e final que formam exemplos de parametrizações e definem, então, os testes de consistência.

Nas definições dos testes de aceitação local e final, a substituição β representa a possível instanciação de um conjunto de lemas não básicos para que possam ser submetidos ao teste de consistência. A substituição vazia poderá ser adotada sempre que a parametrização em questão não considerar tais instanciações. Na Seção IV.2, examinaremos com mais detalhes esta questão junto com a noção de "elementos típicos".

A definição de dedução neste novo método deve possuir uma estrutura que mantenha separados os lemas testados e os não testados. Portanto, formalizaremos a dedução como uma seqüência de triplas formadas por cadeias e dois conjuntos de lemas, de modo que a última tripla derivada contenha a cadeia derivada, o conjunto de lemas testados e o conjunto de lemas não testados até o momento. No que se segue, representaremos a substituição vazia por ε.

Definição IV.6: EMF/GLD-Dedução.

Seja $T = (Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.

Seja F uma sentença.

Seja B uma cadeia em $CD(\neg F)$ e C uma cadeia qualquer.

Seja φ_L um teste de aceitação local e φ_F um teste de aceitação final.

Uma *EMF/GLD-dedução* de C a partir de T e $CD(\neg F)$, iniciando-se em B, com testes φ_L e φ_F é uma seqüência de triplas $((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),...,(C_n,S_n,N_n))$, $n \geq 1$, onde C_i, $1 \leq i \leq n$, é uma cadeia, S_i é um conjunto de literais básicos e N_i é um conjunto de literais, chamados, respectivamente, *conjunto de lemas testados* e *conjunto de lemas não testados*, tais que:

(i) $C_1 = B$, $S_1 = \emptyset$ e $N_1 = \emptyset$;

(ii) $(C,S) = \varphi_F(C_n,S_n,N_n,Q)$ tal que S é um conjunto de literais básicos chamado *conjunto final de lemas*;

(iii) para todo i, $1 < i \leq n$, a tripla (C_i,S_i,N_i) é derivada de $(C_{i-1},S_{i-1},N_{i-1})$ através da utilização de uma das regras de inferência do sistema formal S-GLD e da aplicação de φ_L conforme indicado abaixo:

- $(C_i,S_i,N_i) = \varphi_L(C_i',S_{i-1},N_{i-1},\theta_{i-1},\emptyset,Q)$, onde
  C_i' é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia B pertencente ao conjunto $Q \cup CD(\neg F) \cup S_{i-1} \cup N_{i-1}$ com substituição θ_{i-1}, tal que se $B \in N_{i-1}$, então C_{i-1} e B não possuem variáveis em comum (*), ou

- $(C_i,S_i,N_i) = \varphi_L(C_i',S_{i-1},N_{i-1},\theta_{i-1},\emptyset,Q)$, onde
  C_i' é uma redução plena de C_{i-1} com substituição θ_{i-1}, ou

- $(C_i,S_i,N_i) = \varphi_L(C_i',S_{i-1},N_{i-1},\theta_{i-1},\{\neg L\},Q)$, onde
  C_i' é a contração por defaults plena de C_{i-1} em presença de (P_p,P_n), L é o literal mais à esquerda de C_{i-1} e $\theta_{i-1} = \varepsilon$.

(*) Esta restrição torna desnecessário um controle de renomeações das variáveis dos lemas. Note que isto não causará danos ao método dado que, se $B \in (S_{i-1} \cup N_{i-1})$, então existe a opção de obter C_i' através da regra da contração por defaults plena. O resultado é equivalente.

Definição IV.7: EMF/GLD-Refutação.

Seja T uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja B uma cadeia em CD($\neg$F).
Seja φ_L um teste de aceitação local e φ_F um teste de aceitação final.
Uma *EMF/GLD-refutação* a partir de T e CD($\neg$F), iniciando-se em B, com testes φ_L e φ_F é uma EMF/GLD-dedução da cadeia vazia a partir de T e CD($\neg$F), iniciando-se em B, com testes φ_L e φ_F.

Definição IV.8: EMF/GLD-Prova.

Seja T uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja φ_L um teste de aceitação local e φ_F um teste de aceitação final.
Uma *EMF/GLD-prova* de F a partir de T com testes φ_L e φ_F é uma EMF/GLD-refutação a partir de T e CD($\neg$F), iniciando-se em alguma cadeia em CD($\neg$F), com testes φ_L e φ_F.

Perceba que, para determinadas combinações de testes de aceitação local e final, a definição de EMF/GLD-dedução pode não funcionar adequadamente (veja o Exemplo IV.6 na Seção IV.2). A definição a seguir impõe uma condição à qual os testes de aceitação local e final devem satisfazer a fim de funcionarem corretamente.

Definição IV.9: Testes Corretos.

Seja φ_L um teste de aceitação local e φ_F um teste de aceitação final.
Os testes φ_L e φ_F são *corretos* se e somente se, para toda teoria com cadeias $T=(Q,P_p,P_n)$ e toda sentença F, se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F, então $Q \cup S$ é satisfatível.

Definição IV.10: Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults.

O *Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults*, ou *EMF/GLD*, consiste do par (S-GLD,GLD-D), onde S-GLD é o Sistema Formal da Eliminação de Modelos com Geração de Lemas por Defaults e GLD-D é o conjunto das EMF/GLD-deduções.

IV.2. EXEMPLOS

Esta seção ilustra o método EMF/GLD. Cada exemplo apresentado a seguir contém uma parametrização da definição de EMF/GLD-dedução e um conjunto de situações diversas que mostram o funcionamento desta parametrização, procurando compará-las umas com as outras.

Exemplo IV.3:

A combinação de testes de aceitação local e final apresentada neste exemplo constitui uma parametrização que simula o método EMF/GLFF.

Seja φ_{L1} o teste de aceitação local definido por $\varphi_{L1}(C',S',N',\theta,L,Q)=(C,S,N)$ tal que:

(i) $C=C'$;

(ii) $S=S' \cup L$, onde o único literal em L é básico e a árvore de EMF-refutação para $Q \cup S' \cup L$, iniciando-se no literal em L, é finita e não possui ramos de sucesso;

(iii) $N=N'$.

Este teste de aceitação local será chamado Teste Local Básico.

Seja φ_{F1} o teste de aceitação final definido por $\varphi_{F1}(C',S',N,Q)=(C,S)$ tal que:

(i) $C=C'$;

(ii) $S=S' \cup N$.

Este teste de aceitação final será chamado Teste Final Identidade.

Vejamos, então, alguns exemplos de EMF/GLD-dedução com testes φ_{L1} e φ_{F1}:

(a) Seja T = ({p(x)q(x)}, ∅, {p}) uma teoria com cadeias.
Seja F = ¬p(a)∧q(a).

A seqüência abaixo, a partir da tripla (2), representa uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L1} e φ_{F1}.

1.	p(x) q(x)	.cadeia de T
2.	(p(a)¬q(a), ∅, ∅)	.cadeia de CD(¬F)
3.	(¬q(a), {¬p(a)}, ∅)	.CDP
4.	(p(a) [¬q(a)], {¬p(a)}, ∅)	.EX 1b
5.	(□, {¬p(a)}, ∅)	.EX L1

Conjunto Final de Lemas: S = {¬p(a)}.

Observe que a regra CDP foi aplicada à cadeia de (2) dado que p pertence ao conjunto de símbolos predicativos negativos de T. Note ainda que o Teste Local Básico está definido para (¬q(a),∅,∅,ε,{¬p(a)},{p(x)q(x)}) dado que o lema "¬p(a)" é básico e a árvore de EMF-refutação para {p(x)q(x),¬p(a)}, iniciando-se em "¬p(a)", é finita e não possui ramos de sucesso.

Novas anotações são utilizadas neste método:

- .EX Ln - indica que a cadeia em questão foi obtida através da extensão plena da cadeia anterior pelo lema de número n do conjunto de lemas testados anterior.

- .EX Nn - indica que a cadeia em questão foi obtida através da extensão plena da cadeia anterior pelo lema de número n do conjunto de lemas não testados anterior.

- .CDP - indica que a cadeia em questão foi obtida através da contração por defaults plena da cadeia anterior em presença dos conjuntos de símbolos predicativos positivos e negativos de T.

(b) Seja $T = (\{p(a), q(b), r(b)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F = \exists x[\neg p(x) \wedge q(x) \wedge r(x)]$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L1} e φ_{F1}. Entretanto, F é conseqüência lógica fraca de T. Isto demonstra que esta parametrização não é completa.

1.	$p(a)$	.cadeia de T
2.	$q(b)$	.cadeia de T
3.	$r(b)$	.cadeia de T
4.	$(p(x) \neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de $CD(\neg F)$

Observe que a regra CDP pode ser aplicada à cadeia de (4), entretanto, o Teste Local Básico não está definido para $(\neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \emptyset, \varepsilon, \{\neg p(x)\}, \{p(a), q(b), r(b)\})$ dado que o lema gerado não é básico. Portanto, a dedução é bloqueada.

Interrompemos esta seqüência de exemplos a fim de examinarmos a noção de "elementos típicos" utilizada em alguns exemplos de parametrização apresentados a seguir. Os fundamentos desta idéia podem ser encontrados em SILVA[21] e GUERREIRO et alii[6].

O método EMF/GLD, de forma diferente do método EMF/GLFF, permite, dependendo da parametrização, que lemas não básicos sejam gerados e que o teste de consistência não seja feito no momento da geração do lema. Porém, o teste de consistência de um lema só pode ser executado se este for básico dado que, de acordo com a semântica das teorias com cadeias, os defaults que justificam a geração de lemas são da forma $\frac{:B}{B}$, onde B é um literal básico.

Portanto, se em dado momento a consistência de um lema não básico tiver que ser testada, então este lema deve, de alguma forma, ser instanciado. Esta necessidade de instanciação nos fez prever a substituição β nas definições de teste de aceitação local e final.

Esta instanciação consiste em substituir as variáveis do lema por constantes não pertencentes ao alfabeto de primeira ordem adotado, às quais chamaremos constantes de tipicidade, cuja semântica seria "o indivíduo típico tal que...".

Os "elementos típicos" agem como as constantes de Skolem introduzidas pelo processo de Skolemização da fórmula $\exists[L_1 \wedge L_2 \wedge \ldots \wedge L_n]$, onde $L_1, L_2, \ldots, L_n$ são os lemas a serem testados, dado que o teste de consistência a ser feito deve verificar se $\exists[L_1 \wedge L_2 \wedge \ldots \wedge L_n]$ é consistente em relação ao conjunto de cadeias acrescido dos lemas testados.

Devemos, então, considerar o alfabeto de primeira ordem acrescido das constantes de tipicidade.

Exemplo IV.4:

A parametrização apresentada neste exemplo viabiliza a geração de lemas não básicos. Os lemas básicos são testados assim que gerados e os não básicos assim que instanciados por substituições relativas às regras de extensão plena e redução plena utilizadas durante a dedução. O teste de aceitação final, neste exemplo, instancia com constantes de tipicidade e testa os lemas que ainda tenham variáveis livres ao final da dedução.

Seja φ_{L2} o teste de aceitação local definido por $\varphi_{L2}(C',S',N',\theta,L,Q)=(C,S,N)$ tal que:

(i) $C=C'$;

(ii) $S=S' \cup B'$, onde B' é o subconjunto dos literais básicos de $N'\theta \cup L$ e todas as árvores de EMF-refutação para $Q \cup S' \cup B'$, iniciando-se em cada uma das cadeias em B', são finitas e não possuem ramos de sucesso;

(iii) $N=(N'\theta \cup L)-B'$.

Este teste de aceitação local será chamado Teste Local Básico II.

Seja φ_{F2} o teste de aceitação final definido por $\varphi_{F2}(C',S',N,Q)=(C,S)$ tal que:

(i) $\beta = \{x_1/e_1, x_2/e_2, \ldots, x_n/e_n\}$, $n \geq 0$, onde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ são as variáveis dos literais em N e $e_1, e_2, \ldots, e_n$ são constantes de tipicidade incluídas no alfabeto de primeira ordem adotado;

(ii) $C = C'\beta$;

(iii) $S = S' \cup N\beta$, onde $N\beta$ é básico e todas as árvores de EMF-refutação para $Q \cup S' \cup N\beta$, iniciando-se em cada um dos literais em $N\beta$, são finitas e não possuem ramos de sucesso.

Este teste de aceitação final será chamado Teste Final com Instanciação.

Vejamos, então, alguns exemplos de EMF/GLD-dedução com testes φ_{L2} e φ_{F2}:

(a) Seja $T = (\{p(a), q(b), r(b)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F = \exists x[\neg p(x) \wedge q(x) \wedge r(x)]$.

A seqüência abaixo, a partir da tripla (4), representa uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L2} e φ_{F2}.

1.	$p(a)$	.cadeia de T
2.	$q(b)$	.cadeia de T
3.	$r(b)$	.cadeia de T
4.	$(p(x) \neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de CD($\neg$F)
5.	$(\neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.CDP
6.	$(\neg r(b), \{\neg p(b)\}, \emptyset)$	.EX 2a
7.	$(\square, \{\neg p(b)\}, \emptyset)$	.EX 3a

Conjunto Final de Lemas: $S = \{\neg p(b)\}$.

Conforme anunciado anteriormente, o método EMF/GLD, dependendo da parametrização, permite a geração de lemas não básicos.

(b) Seja $T=(\{p(a), q(x), r(x)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F=\exists x[\neg p(x) \wedge q(x) \wedge r(x)]$.

A seqüência abaixo, a partir da tripla (4), representa uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L2} e φ_{F2}.

1.	$p(a)$	.cadeia de T
2.	$q(x)$	.cadeia de T
3.	$r(x)$	.cadeia de T
4.	$(p(x) \neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de CD($\neg$F)
5.	$(\neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.CDP
6.	$(\neg r(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.EX 2a
7.	$(\square, \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.EX 3a

Conjunto Final de Lemas: $S=\{\neg p(e_0)\}$.

(c) Seja $T=(\{p(x), q(x), r(x)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F=\exists x[\neg p(x) \wedge q(x) \wedge r(x)]$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L2} e φ_{F2}. Realmente, F não é conseqüência lógica fraca de T.

1.	$p(x)$	.cadeia de T
2.	$q(x)$	.cadeia de T
3.	$r(x)$	.cadeia de T
4.	$(p(x) \neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de CD($\neg$F)
5.	$(\neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.CDP
6.	$(\neg r(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.EX 2a
7.	$(\square, \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.EX 3a

Observe que o Teste Final com Instanciação não está definido para $(\square,\emptyset,\{\neg p(x)\},\{p(x),q(x),r(x)\})$ dado que a árvore de EMF-refutação para $\{p(x),q(x),r(x),\neg p(e_0)\}$, iniciando-se em "$\neg p(e_0)$", possui um ramo de sucesso. Portanto, a dedução é bloqueada.

(d) Seja T = ({s(a), $\neg$r(x,y)t(x,y), p(z)$\neg$t(x,a)$\neg$q(a)}, {q}, {p}) uma teoria com cadeias.
Seja F = $\exists x \exists y[\neg p(x) \wedge q(y) \wedge \neg r(x,y) \wedge s(y)]$.

A seqüência abaixo, a partir da tripla (4), representa uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L2} e φ_{F2}.

1.	s(a)	.cadeia de T
2.	$\neg$r(x,y) t(x,y)	.cadeia de T
3.	p(z)$\neg$t(x,a)$\neg$q(a)	.cadeia de T
4.	(p(x)$\neg$q(y) r(x,y)$\neg$s(y), $\emptyset$, $\emptyset$)	.cadeia de CD($\neg$F)
5.	($\neg$q(y) r(x,y)$\neg$s(y), $\emptyset$, {$\neg$p(x)})	.CDP
6.	(r(x,y)$\neg$s(y), $\emptyset$, {$\neg$p(x), q(y)})	.CDP
7.	(t(x,y) [r(x,y)]$\neg$s(y), $\emptyset$, {$\neg$p(x), q(y)})	.EX 2a
8.	(p(z)$\neg$q(a) [t(x,a)] [r(x,a)]$\neg$s(a), {q(a)}, {$\neg$p(x)})	.EX 3b
9.	($\neg$q(a) [t(x,a)] [r(x,a)]$\neg$s(a), {q(a)}, {$\neg$p(x)})	.EX N1
10.	($\neg$s(a), {q(a)}, {$\neg$p(x)})	.EX L1
11.	($\square$, {q(a)}, {$\neg$p(x)})	.EX 1a

Conjunto Final de Lemas: S = {$\neg$p(e_0), q(a)}.

(e) Seja T = ({p(a), r(a), $\neg$q(a)$\neg$r(a)}, $\emptyset$, {p}) uma teoria com cadeias.
Seja F = $\exists x[\neg p(x) \wedge \neg q(x)]$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L2} e φ_{F2}. Realmente, F não é conseqüência lógica fraca de T.

1.	p(a)	.cadeia de T
2.	r(a)	.cadeia de T
3.	$\neg$q(a)$\neg$r(a)	.cadeia de T
4.	(p(x) q(x), $\emptyset$, $\emptyset$)	.cadeia de CD($\neg$F)
5.	(q(x), $\emptyset$, {$\neg$p(x)})	.CDP

Observe que a regra EX pode ser aplicada à cadeia de (5), entretanto, o Teste Local Básico II não está definido para ($\square$,$\emptyset$,{$\neg$p(x)},{x/a},$\emptyset$,{p(a),r(a),$\neg$q(a)$\neg$r(a)}) dado que a árvore de EMF-refutação para {p(a),r(a),$\neg$q(a)$\neg$r(a),$\neg$p(a)}, iniciando-se em "$\neg$p(a)", possui um ramo de sucesso. Portanto, a dedução é bloqueada.

(f) Seja $T = (\{\neg q(a)r(a), \neg r(a)s(a)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F = \exists x[\neg p(x) \wedge \neg q(x)]$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L2} e φ_{F2}. Realmente, F não é conseqüência lógica fraca de T.

1.	$\neg q(a)\ r(a)$	.cadeia de T
2.	$\neg r(a)\ s(a)$	.cadeia de T
3.	$(p(x)\ q(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de $CD(\neg F)$
4.	$(q(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.CDP
5.	$(r(a), \{\neg p(a)\}, \emptyset)$	.EX 1a
6.	$(s(a), \{\neg p(a)\}, \emptyset)$	.EX 2a

Note que nenhuma regra pode ser aplicada à cadeia de (6).

No Capítulo V, provaremos que a parametrização apresentada neste exemplo é correta e completa.

Exemplo IV.5:

Neste exemplo, o teste de consistência sempre é feito no momento da geração do lema. Os lemas não básicos são instanciados com constantes de tipicidade antes do teste. Não há teste de consistência ao final da dedução.

Seja φ_{L3} o teste de aceitação local definido por $\varphi_{L3}(C',S',N',\theta,L,Q) = (C,S,N)$ tal que:

(i) $\beta = \{x_1/e_1, x_2/e_2, \ldots, x_n/e_n\}$, $n \geq 0$, onde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ são as variáveis do único literal em L e $e_1, e_2, \ldots, e_n$ são constantes de tipicidade incluídas no alfabeto de primeira ordem adotado;

(ii) $C = C'\beta$;

(iii) $S = S' \cup L\beta$, onde $L\beta$ é básico e a árvore de EMF-refutação para $Q \cup S' \cup L\beta$, iniciando-se no único literal em $L\beta$, é finita e não possui ramos de sucesso;

(iv) $N = N'$.

Este teste de aceitação local será chamado Teste Local com Instanciação.

Seja φ_{F3} o Teste Final Identidade definido no Exemplo IV.3.

Vejamos, então, alguns exemplos de EMF/GLD-dedução com testes φ_{L3} e φ_{F3}:

(a) Seja $T=(\{p(x), q(x), r(x)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F=\exists x[\neg p(x)\wedge q(x)\wedge r(x)]$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L3} e φ_{F3}. Realmente, F não é conseqüência lógica fraca de T.

1.	$p(x)$	.cadeia de T
2.	$q(x)$	.cadeia de T
3.	$r(x)$	.cadeia de T
4.	$(p(x)\neg q(x)\neg r(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de CD($\neg$F)

Observe que a regra CDP pode ser aplicada à cadeia de (4), entretanto, o Teste Local com Instanciação não está definido para $(\neg q(x)\neg r(x),\emptyset,\emptyset,\varepsilon,\{\neg p(x)\},\{p(x),q(x),r(x)\})$ dado que a árvore de EMF-refutação para $\{p(x),q(x),r(x),\neg p(e_0)\}$, iniciando-se em "$\neg p(e_0)$", possui um ramo de sucesso. Portanto, a dedução é bloqueada.

Este mesmo exemplo foi submetido à parametrização com o Teste Local Básico II e o Teste Final com Instanciação no item (c) do Exemplo IV.4. Comparando com esta, verificamos que a parametrização do exemplo corrente viabiliza, através da instanciação imediata dos lemas não básicos gerados, que a inconsistência destes lemas seja constatada mais rapidamente. Entretanto, a seguir veremos que a instanciação imediata não é satisfatória em alguns casos.

(b) Seja $T = (\{q(b)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F = \exists x[\neg p(x) \wedge q(x)]$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L3} e φ_{F3}. Entretanto, F é conseqüência lógica fraca de T. Isto demonstra que esta parametrização não é completa.

1.	$q(b)$	.cadeia de T
2.	$(p(x) \neg q(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de $CD(\neg F)$
3.	$(\neg q(e_0), \{\neg p(e_0)\}, \emptyset)$	.CDP

Note que nenhuma regra pode ser aplicada à cadeia de (3). A instanciação prematura com a constante de tipicidade impediu que a cláusula vazia fosse obtida através da extensão plena da cadeia de (3) pela cadeia (1).

Exemplo IV.6:

Este exemplo apresenta uma combinação de testes de aceitação local e final não corretos. A ausência de testes de consistência justifica o mau funcionamento desta parametrização.

Seja φ_{L4} o teste de aceitação local definido por $\varphi_{L4}(C',S',N',\theta,L,Q) = (C,S,N)$ tal que:

(i) $C = C'$;

(ii) $S = S'$;

(iii) $N = N'\theta \cup L$.

Este teste de aceitação local será chamado Teste Local Identidade.

Seja φ_{F4} o Teste Final Identidade definido no Exemplo IV.3.

Vejamos, então, um exemplo de EMF/GLD-dedução com testes φ_{L4} e φ_{F4}:

(a) Seja $T = (\{p(a)q(a)\}, \emptyset, \{p,q\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F = \neg p(a) \wedge \neg q(a)$.

A seqüência abaixo, a partir da tripla (2), representa uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L4} e φ_{F4}. Entretanto, F não é conseqüência lógica fraca de T. Isto demonstra a incorreção desta combinação de testes de aceitação local e final.

1.	$p(a)\ q(a)$	.cadeia de T
2.	$(p(a)\ q(a), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de $CD(\neg F)$
3.	$(q(a), \emptyset, \{\neg p(a)\})$	.CDP
4.	$(\square, \emptyset, \{\neg p(a), \neg q(a)\})$	.CDP

Conjunto Final de Lemas: $S = \{\neg p(a), \neg q(a)\}$.

Exemplo IV.7:

Este último exemplo caracteriza-se pela semelhança com a noção de prova "top-down" para teorias com defaults apresentada em REITER[17] na qual o teste de consistência é deixado para o final. A parametrização apresentada neste exemplo instancia com constantes de tipicidade os lemas que ao final da dedução permanecem abertos.

Seja φ_{L5} o Teste Local Identidade definido no Exemplo IV.6.

Seja φ_{F5} o Teste Final com Instanciação definido no Exemplo IV.4.

Vejamos, então, alguns exemplos de EMF/GLD-dedução com testes φ_{L5} e φ_{F5}:

(a) Seja $T = (\{q(a)\}, \{r\}, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F = \exists x \exists y[\neg p(x) \wedge q(x) \wedge r(y)]$.

A seqüência abaixo, a partir da tripla (2), representa uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L5} e φ_{F5}.

1.	$q(a)$	.cadeia de T
2.	$(p(x) \neg q(x) \neg r(y), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de CD(¬F)
3.	$(\neg q(x) \neg r(y), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.CDP
4.	$(\neg r(y), \emptyset, \{\neg p(a)\})$	.EX 1a
5.	$(\Box, \emptyset, \{\neg p(a), r(y)\})$	.CDP

Conjunto Final de Lemas: $S = \{\neg p(a), r(e_0)\}$.

(b) Seja $T = (\{p(x), q(x), r(x)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F = \exists x[\neg p(x) \wedge q(x) \wedge r(x)]$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L5} e φ_{F5}. Realmente, F não é conseqüência lógica fraca de T.

1.	$p(x)$	.cadeia de T
2.	$q(x)$	.cadeia de T
3.	$r(x)$	.cadeia de T
4.	$(p(x) \neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de CD(¬F)
5.	$(\neg q(x) \neg r(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.CDP
6.	$(\neg r(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.EX 2a
7.	$(\Box, \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.EX 3a

Observe que o Teste Final com Instanciação não está definido para $(\Box,\emptyset,\{\neg p(x)\},\{p(x),q(x),r(x)\})$ dado que a árvore de EMF-refutação para $\{p(x),q(x),r(x),\neg p(e_0)\}$, iniciando-se em "$\neg p(e_0)$", possui um ramo de sucesso. Portanto, a dedução é bloqueada.

(c) Seja $T=(\{p(a), r(a), \neg q(a) \neg r(a)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F=\exists x[\neg p(x) \wedge \neg q(x)]$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L5} e φ_{F5}. Realmente, F não é conseqüência lógica fraca de T.

1.	$p(a)$	.cadeia de T
2.	$r(a)$	.cadeia de T
3.	$\neg q(a) \neg r(a)$	.cadeia de T
4.	$(p(x)\ q(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de CD($\neg$F)
5.	$(q(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.CDP
6.	$(\neg r(a), \emptyset, \{\neg p(a)\})$	.EX 3a
7.	$(\square, \emptyset, \{\neg p(a)\})$	.EX 2a

Observe que o Teste Final com Instanciação não está definido para $(\square,\emptyset,\{\neg p(a)\},\{p(a),r(a),\neg q(a)\neg r(a)\})$ dado que a árvore de EMF-refutação para $\{p(a),r(a),\neg q(a)\neg r(a),\neg p(a)\}$, iniciando-se em "$\neg p(a)$", possui um ramo de sucesso. Portanto, a dedução é bloqueada.

Este mesmo exemplo foi submetido à parametrização com o Teste Local Básico II e o Teste Final com Instanciação no item (e) do Exemplo IV.4. Comparando com esta, verificamos que a parametrização do exemplo corrente, neste caso, produz passos da dedução desnecessários dado que só vai constatar a inconsistência de um lema gerado básico ou que já tenha sido instanciado ao final da dedução.

(d) Seja $T = (\{\neg q(a)r(a), \neg r(a)s(a)\}, \emptyset, \{p\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F = \exists x[\neg p(x) \wedge \neg q(x)]$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{L5} e φ_{F5}. Realmente, F não é conseqüência lógica fraca de T.

1.	$\neg q(a)\ r(a)$	.cadeia de T
2.	$\neg r(a)\ s(a)$	.cadeia de T
3.	$(p(x)\ q(x), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de CD($\neg$F)
4.	$(q(x), \emptyset, \{\neg p(x)\})$	.CDP
5.	$(r(a), \emptyset, \{\neg p(a)\})$	.EX 1a
6.	$(s(a), \emptyset, \{\neg p(a)\})$	.EX 2a

Note que nenhuma regra pode ser aplicada à cadeia de (6).

Este mesmo exemplo foi submetido à parametrização com o Teste Local Básico II e o Teste Final com Instanciação no item (f) do Exemplo IV.4. Comparando com esta, verificamos que, como a dedução foi bloqueada pela impossibilidade de aplicação das regras de inferência existentes, a parametrização do exemplo corrente, neste caso, é mais econômica pois não houve gastos com o teste de consistência que só seria executado ao final da dedução.

CAPÍTULO V

CORREÇÃO E COMPLETUDE DO MÉTODO EMF/GLD

Este capítulo apresenta os principais resultados obtidos acerca do método EMF/GLD.

Perceba que a correção e a completude deste método dependem da parametrização adotada. Convencionamos dizer que uma parametrização é correta/completa se a adoção desta implica na correção/completude do método.

O texto está organizado da seguinte forma. Inicialmente, a Seção V.1 mostra que este método é correto para quaisquer testes de aceitação local e final corretos adotados. Em seguida, a Seção V.2 apresenta a demonstração da correção e completude da parametrização formada pelo Teste Local Básico II e pelo Teste Final com Instanciação apresentados no Exemplo IV.4.

V.1. CORREÇÃO DO MÉTODO EMF/GLD

Nesta seção, mostraremos que a correção do método EMF/GLD depende apenas da correção dos testes de aceitação adotados, ou melhor, provaremos que se existe uma EMF/GLD-prova de uma sentença F a partir de uma teoria com cadeias T com testes de aceitação local e final corretos, então F é conseqüência lógica fraca de T.

Lema V.1:

Seja T uma teoria com cadeias.

Seja F uma sentença.

Sejam φ_L e φ_F testes corretos.

Seja $((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),...,(C_n,S_n,N_n))$, $n>1$, uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F.

Então, para todo i, $1 \leq i \leq n$, $S_i \subseteq S$.

Prova

Por indução reversa sobre i.

Base da indução: $i=n$.

$S_n \subseteq S$ pois, segundo as definições de EMF/GLD-Dedução e do Teste de Aceitação Final, $S_n \cup N_n\beta = S$, para alguma substituição β.

Passo da indução.

Seja $i \in [2,n]$ e suponha que $S_i \subseteq S$.

Segundo as definições de EMF/GLD-Dedução e do Teste de Aceitação Local, $S_{i-1} \subseteq S_i$.

Logo $S_{i-1} \subseteq S$.

Lema V.2:

Seja T uma teoria com cadeias.

Seja F uma sentença.

Sejam φ_L e φ_F testes corretos.

Seja $((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),...,(C_n,S_n,N_n))$, $n>1$, uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F.

Seja θ_i, $1 \leq i \leq n-1$, o unificador utilizado na obtenção da tripla $(C_{i+1},S_{i+1},N_{i+1})$.

Seja β_i, $1 \leq i \leq n-1$, a substituição do teste de aceitação local executado na obtenção da tripla $(C_{i+1},S_{i+1},N_{i+1})$.

Seja $\gamma_i = \theta_i\beta_i$, para $1 \leq i \leq n-1$.

Seja β a substituição do teste de acèitação final.

Então, para todo i, $1 \leq i \leq n-1$, $N_i\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n-1}\beta \subseteq S$.

Prova

Por indução reversa sobre i.

Base da indução: $i=n-1$.

Basta mostrar que $N_{n-1}\gamma_{n-1}\beta\subseteq S$.

De acordo com as definições de EMF/GLD-Dedução e do Teste de Aceitação Local, $S_n \cup N_n = S_{n-1} \cup N_{n-1}\gamma_{n-1} \cup L\beta_{n-1}$.

Logo $N_{n-1}\gamma_{n-1}\subseteq S_n \cup N_n$.

Então $N_{n-1}\gamma_{n-1}\beta\subseteq(S_n \cup N_n)\beta$.

Segundo a definição de EMF/GLD-Dedução, S_n é um conjunto de literais básicos, então $N_{n-1}\gamma_{n-1}\beta\subseteq S_n \cup N_n\beta$.

De acordo com as definições de EMF/GLD-Dedução e do Teste de Aceitação Final, $S_n \cup N_n\beta = S$.

Logo $N_{n-1}\gamma_{n-1}\beta\subseteq S$.

Passo da indução.

Seja $i\in[2,n-1]$ e suponha que $N_i\gamma_i\gamma_{i+1}\ldots\gamma_{n-1}\beta\subseteq S$.

De acordo com as definições de EMF/GLD-Dedução e do Teste de Aceitação Local, $S_i \cup N_i = S_{i-1} \cup N_{i-1}\gamma_{i-1} \cup L\beta_{i-1}$.

Então $N_{i-1}\gamma_{i-1}\subseteq S_i \cup N_i$.

Logo $N_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i\gamma_{i+1}\ldots\gamma_{n-1}\beta\subseteq(S_i \cup N_i)\gamma_i\gamma_{i+1}\ldots\gamma_{n-1}\beta$.

Segundo a definição de EMF/GLD-Dedução, S_i é um conjunto de literais básicos, então $N_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i\ldots\gamma_{n-1}\beta\subseteq S_i \cup N_i\gamma_i\gamma_{i+1}\ldots\gamma_{n-1}\beta$.

De acordo com a hipótese de indução e o Lema V.1, $N_i\gamma_i\gamma_{i+1}\ldots\gamma_{n-1}\beta\subseteq S$ e $S_i\subseteq S$, respectivamente.

Portanto $N_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i\ldots\gamma_{n-1}\beta\subseteq S$.

Lema V.3:

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.

Seja F uma sentença.

Sejam φ_L e φ_F testes corretos.

Se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F, então $Q \cup \c{C}D(\neg F) \cup S$ é insatisfatível.

A prova a seguir utiliza uma variante das regras extensão plena e redução plena cujo unificador não necessariamente é o mais geral. Chamaremos estas novas regras, respectivamente, de extensão plena irrestrita e redução plena irrestrita.

Prova

Suponha que a seqüência $Z=((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),...,(C_n,S_n,N_n))$, $n>1$, seja uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F.

Seja θ_i, $1\leq i\leq n\text{-}1$, o unificador utilizado na obtenção da tripla $(C_{i+1},S_{i+1},N_{i+1})$.

Seja β_i, $1\leq i\leq n\text{-}1$, a substituição do teste de aceitação local executado na obtenção da tripla $(C_{i+1},S_{i+1},N_{i+1})$.

Seja $\gamma_i=\theta_i\beta_i$, para $1\leq i\leq n\text{-}1$.

Seja β a substituição do teste de aceitação final.

Seja $A_i=C_i\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n\text{-}1}\beta$, para $1\leq i\leq n\text{-}1$, e $A_n=C_n\beta$.

Construa o conjunto Q' tal que $B\delta\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n\text{-}1}\beta\in Q'$ se e somente se a tripla $(C_{i+1},S_{i+1},N_{i+1})$ foi obtida de (C_i,S_i,N_i) através da extensão plena de C_i pela cadeia B e $B\in Q$, onde δ é a renomeação de B em presença de C_i.

Construa o conjunto $CD(\neg F)'$ contendo a cadeia $C_1\gamma_1\gamma_2...\gamma_{n\text{-}1}\beta$ e toda cadeia $B\delta\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n\text{-}1}\beta$ tal que a tripla $(C_{i+1},S_{i+1},N_{i+1})$ foi obtida de (C_i,S_i,N_i) através da extensão plena de C_i pela cadeia B e $B\in CD(\neg F)$, onde δ é a renomeação de B em presença de C_i.

De acordo com as definições de EMF/GLD-Prova e EMF/GLD-Refutação, a seqüência Z é uma EMF/GLD-dedução da cláusula vazia a partir de T e $CD(\neg F)$, iniciando-se em uma cadeia em $CD(\neg F)$, com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F.

Portanto, segundo a definição de EMF/GLD-Dedução e Teste de Aceitação Final, $C_n\beta=\square$.

Então, de acordo com as definições de EMF-Dedução e EMF/GLD-Dedução, a seqüência $(A_1,A_2,...,A_n)$ é uma EMF-refutação a partir de $Q'\cup CD(\neg F)'\cup S$, iniciando-se em uma cadeia em $CD(\neg F)'$, dado que $A_1=C_1\gamma_1\gamma_2...\gamma_{n\text{-}1}\beta\in CD(\neg F)'$, $A_n=C_n\beta=\square$ e, para $1<i\leq n$, um dos três casos a seguir ocorre:

(i) C_i' é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia B em $QUCD(\neg F)US_{i-1}UN_{i-1}$ com u.m.g. θ_{i-1} e $C_i = C_i'\beta_{i-1}$.

Portanto, C_i é uma extensão plena irrestrita de C_{i-1} por B com unificador $\gamma_{i-1} = \theta_{i-1}\beta_{i-1}$.

Seja δ a renomeação de B em presença de C_{i-1}. Lembre-se que se $B \in N_{i-1}$, então $\delta = \varepsilon$ dado que, pela definição de EMF/GLD-Dedução, C_{i-1} e B não possuem variáveis em comum.

Seja L o literal selecionado de B.

Seja B′ a cadeia $B\delta$ sem o literal $L\delta$.

Seja M o literal mais à esquerda de C_{i-1}.

Seja K_{i-1} a cadeia C_{i-1} com o literal M transformado em R-literal.

Segundo a definição de Extensão Plena, C_i é a contração de $B'K_{i-1}\gamma_{i-1}$.

Então a cadeia $A_i = C_i\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n-1}\beta$ pode ser obtida através da extensão plena de $A_{i-1} = C_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ por $B\delta\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ com u.m.g. ε dado que:

- ε unifica $\{|L\delta\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta|, |M\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta|\}$, pois γ_{i-1} unifica $\{|L\delta|, |M|\}$.

- A cadeia resultante da extensão de $A_{i-1} = C_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ por $B\delta\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ com literal selecionado $L\delta\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ e u.m.g. ε é $B'\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta\varepsilon K_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta\varepsilon = B'K_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ cuja contração é $A_i = C_i\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n-1}\beta$.

Observe que a cadeia $B\delta\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta \in Q'UCD(\neg F)'US$ dado que se $B \in QUCD(\neg F)$, então $B\delta\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta \in Q'UCD(\neg F)'$ segundo a própria definição de construção de Q' e $CD(\neg F)'$; se $B \in S_{i-1}$, então $B\delta\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta \in S$, pois, como S_{i-1} é básico, $S_{i-1}\delta\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta = S_{i-1}$ e, de acordo com o Lema V.1, $S_{i-1} \subseteq S$; se $B \in N_{i-1}$, então $\delta = \varepsilon$ e, segundo o Lema V.2, $N_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta \subseteq S$, logo $N_{i-1}\delta\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta \subseteq S$.

Portanto A_i é uma extensão plena de A_{i-1} por uma cadeia em $Q'UCD(\neg F)'US$.

(ii) C_i' é uma redução plena de C_{i-1} com u.m.g. θ_{i-1} e $C_i = C_i'\beta_{i-1}$.

Portanto, C_i é uma redução plena irrestrita de C_{i-1} com unificador $\gamma_{i-1} = \theta_{i-1}\beta_{i-1}$.

Seja $[L]$ o R-literal selecionado de C_{i-1}.

Seja M o literal mais à esquerda de C_{i-1}.

Seja K_{i-1} a cadeia C_{i-1} sem o literal M.

Segundo a definição de Redução Plena, C_i é a contração de $K_{i-1}\gamma_{i-1}$.

Então a cadeia $A_i = C_i\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n-1}\beta$ pode ser obtida através da redução plena de $A_{i-1} = C_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ com u.m.g. ε dado que:

- ε unifica $\{|L\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta|, |M\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta|\}$, pois γ_{i-1} unifica $\{|L|,|M|\}$.

- A cadeia resultante da redução de $A_{i-1} = C_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ com R-literal selecionado $[L\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta]$ e u.m.g. ε é $K_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ cuja contração é $A_i = C_i\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n-1}\beta$.

Portanto A_i é uma redução plena de A_{i-1}.

(iii) C_i' é a contração por defaults plena de C_{i-1} em presença de (P_p, P_n) e $C_i = C_i'\beta_{i-1}$.

Seja L o literal mais à esquerda de C_{i-1}. Neste caso, C_i' é a cadeia C_{i-1} sem o literal L e sem os R-literais imediatamente após. Podemos considerar, então, que C_i' é a extensão plena de C_{i-1} por "$\neg L$" com u.m.g. $\theta_{i-1} = \varepsilon$.

Segundo a definição do Teste de Aceitação Local, "$\neg L\theta_{i-1}\beta_{i-1}$"$\in S_i \cup N_i$.

Portanto, C_i é uma extensão plena irrestrita de C_{i-1} pela cadeia "$\neg L\gamma_{i-1}$" em $S_i \cup N_i$ com unificador $\gamma_{i-1} = \theta_{i-1}\beta_{i-1}$.

Seja K_{i-1} a cadeia C_{i-1} com o literal L transformado em R-literal.

Segundo a definição de Extensão Plena, C_i é a contração de $K_{i-1}\gamma_{i-1}$.

Então a cadeia $A_i = C_i\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n-1}\beta$ pode ser obtida através da extensão plena de $A_{i-1} = C_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ por "$\neg L\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$" com u.m.g. ε dado que:

- ε unifica $\{|L\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta|, |\neg L\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta|\}$, pois γ_{i-1} unifica $\{|L|,|\neg L|\}$.

- A cadeia resultante da extensão de $A_{i-1} = C_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ por "$\neg L\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$" com u.m.g. ε é $K_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta$ cuja contração é $A_i = C_i\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n-1}\beta$.

Observe que $''\neg L\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta''\in S$ pois, como $''\neg L\gamma_{i-1}''\in S_i \cup N_i$, se $''\neg L\gamma_{i-1}''\in S_i$, então $''\neg L\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta''\in S$, pois, como S_i é básico, $S_i\gamma_i\gamma_{i+1}...\gamma_{n-1}\beta = S_i$ e, de acordo com o Lema V.1, $S_i \subseteq S$; além disto, se $''\neg L\gamma_{i-1}''\in N_i$, então $''\neg L\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta''\in S$, pois, segundo o Lema V.2, $N_{i-1}\gamma_{i-1}\gamma_i...\gamma_{n-1}\beta \subseteq S$.

Portanto A_i é uma extensão plena de A_{i-1} por uma cadeia em $Q' \cup CD(\neg F)' \cup S$.

Mostramos, então, que existe uma EMF-refutação a partir de $Q' \cup CD(\neg F)' \cup S$, iniciando-se em uma cadeia de $CD(\neg F)'$. Como Q' e $CD(\neg F)'$ são conjuntos de instâncias de cadeias de Q e $CD(\neg F)$, respectivamente, então, por uma adaptação do Teorema da Correção do Método EMF, temos que $Q \cup CD(\neg F) \cup S$ é insatisfatível.

Lema V.4:

Seja $T = (Q, P_p, P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Sejam φ_L e φ_F testes corretos.
Se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F, então a seqüência (D_0, D_1), onde $D_0 = \{\frac{:L}{L} | L \in S\}$ e $D_1 = \emptyset$, é uma prova com defaults de F a partir de Fecho(δ(T)).

Prova

Suponha que exista uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F.
Sejam $D_0 = \{\frac{:L}{L} | L \in S\}$ e $D_1 = \emptyset$.
Para mostrar que a seqüência (D_0, D_1) é uma prova com defaults de F a partir de Fecho(δ(T)) = (D, Q), basta, segundo a definição de Prova com Defaults, verificar que as seguintes condições são satisfeitas:

(i) D_0 e D_1 são subconjuntos finitos de D.

De acordo com as definições de EMF/GLD-Dedução, Teste de Aceitação Local e Teste de Aceitação Final, o conjunto final de lemas S é um conjunto finito de literais básicos positivos e negativos formados por símbolos predicativos pertencentes, respectivamente, a P_p e P_n.

Segundo a Definição II.11 e a Definição III.2, D é o conjunto de todas as possíveis instâncias básicas de todos os defaults gerados a partir dos símbolos predicativos pertencentes a P_p e P_n.

Portanto, como $D_0 = \{\frac{:L}{L} | L \in S\}$, então D_0 é um subconjunto finito de D.

D_1 também satisfaz à condição dado que é o conjunto vazio.

(ii) $Q \cup Conseq(D_0) \vdash F$.

Dado que existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F, então, segundo o Lema V.3, $Q \cup S \cup CD(\neg F)$ é insatisfatível. Logo $Q \cup S \vdash F$. Como $S = Conseq(D_0)$, concluímos que $Q \cup Conseq(D_0) \vdash F$;

(iii) $Q \cup Conseq(D_1) \vdash$ Pré-Req(D_0).

Esta condição é satisfeita dado que Pré-Req(D_0) $= \emptyset$;

(iv) $D_1 = \emptyset$

Esta condição é satisfeita segundo o próprio enunciado do lema;

(v) $Q \cup Conseq(D_0)$ é satisfatível.

Dado que existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F corretos, então, segundo a Definição IV.9, $Q \cup S$ é satisfatível.

Portanto, como $S = Conseq(D_0)$, então $Q \cup Conseq(D_0)$ é satisfatível.

Teorema V.1: Correção do Método EMF/GLD.

Seja T uma teoria com cadeias.

Seja F uma sentença.

Sejam φ_L e φ_F testes corretos.

Se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_L e φ_F, então F é conseqüência lógica fraca de T.

Prova

Suponha que exista uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F.
Logo, de acordo com o Lema V.4, existe uma prova com defaults de F a partir de Fecho(δ(T)).
Então, pela Correção da Prova com Defaults, existe uma extensão E de Fecho(δ(T)) tal que $F \in E$.
Pela Definição III.2, δ(T) está na forma skolemizada. Logo, segundo a Definição II.12 e a Definição III.3, E também é uma extensão de T e, desta forma, existe uma extensão E de T tal que $F \in E$.
Portanto, de acordo com a Definição III.4, F é conseqüência lógica fraca de T.

V.2. CORREÇÃO E COMPLETUDE DE UMA PARAMETRIZAÇÃO DO MÉTODO EMF/GLD

Nesta seção, mostraremos que o método EMF/GLD é correto e completo quando adotada a parametrização do Exemplo IV.4, composta pelo Teste Local Básico II e pelo Teste Final com Instanciação, redefinidos a seguir.

Seja φ_L o Teste Local Básico II definido por $\varphi_L(C',S',N',\theta,L,Q)=(C,S,N)$ tal que:

(i) $C=C'$;

(ii) $S=S' \cup B'$, onde B' é o subconjunto dos literais básicos de $N'\theta \cup L$ e todas as árvores de EMF-refutação para $Q \cup S' \cup B'$, iniciando-se em cada uma das cadeias em B', são finitas e não possuem ramos de sucesso;

(iii) $N=(N'\theta \cup L)-B'$.

Seja φ_F o Teste Final com Instanciação definido por $\varphi_F(C',S',N,Q)=(C,S)$ tal que:

(i) $\beta=\{x_1/e_1,x_2/e_2,\ldots,x_n/e_n\}$, $n \geq 0$, onde $x_1,x_2,\ldots,x_n$ são as variáveis dos literais em N e $e_1,e_2,\ldots,e_n$ são constantes de tipicidade incluídas no alfabeto de primeira ordem adotado;

(ii) $C = C'\beta$;

(iii) $S = S' \cup N\beta$, onde $N\beta$ é básico e todas as árvores de EMF-refutação para $Q \cup S' \cup N\beta$, iniciando-se em cada um dos literais em $N\beta$, são finitas e não possuem ramos de sucesso.

V.2.1. Correção

Observe que para provar a correção do método EMF/GLD, quando utilizada uma determinada parametrização, basta mostrar que os testes de aceitação que a compõem são corretos segundo a Definição IV.9, pois, na seção anterior, provamos que este método é correto para quaisquer testes de aceitação local e final corretos adotados.

Lema V.5:

Seja $T = (Q, P_p, P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja φ_L o Teste Local Básico II e φ_F o Teste Final com Instanciação.
Seja $((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),\ldots,(C_n,S_n,N_n))$, $n > 1$, uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F.
Então, para todo i, $1 \leq i \leq n$, $Q \cup S_i$ é satisfatível.

Prova

Por indução sobre i.

Base da indução: $i = 1$.
$Q \cup S_1$ é satisfatível, pois, segundo a definição de Teoria com Cadeias, Q é satisfatível e, de acordo com a definição de EMF/GLD-Dedução, $S_1 = \emptyset$.

Passo da indução.
Suponha que $Q \cup S_i$ seja satisfatível.
Segundo as definições de EMF/GLD-Dedução e do Teste Local Básico II, $S_{i+1} = S_i \cup B$, onde B é um conjunto de literais básicos e todas as árvores de EMF-refutação a partir de $Q \cup S_i \cup B$, iniciando-se em cada uma das cadeias em B, são finitas e não possuem ramos de sucesso.

Portanto $Q \cup S_i \cup B$ é satisfatível, pois se fosse insatisfatível, segundo o Teorema da Completude do Método EMF com Conjunto de Suporte Inicial, haveria uma EMF-refutação a partir de $Q \cup S_i \cup B$, iniciando-se em alguma cadeia em B, dado que $Q \cup S_i$ é satisfatível.
Logo, como $S_{i+1} = S_i \cup B$, $Q \cup S_{i+1}$ é satisfatível.

Lema V.6:

Seja φ_L o Teste Local Básico II e φ_F o Teste Final com Instanciação.
Então φ_L e φ_F são testes corretos.

Prova

Seja $T = (Q, P_p, P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja $((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),\ldots,(C_n,S_n,N_n))$, $n > 1$, uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_L e φ_F.
De acordo com o Lema V.5, $Q \cup S_n$ é satisfatível.
Segundo as definições de EMF/GLD-Dedução e do Teste Final com Instanciação, $S = S_n \cup N$, onde N é um conjunto de literais básicos e todas as árvores de EMF-refutação a partir de $Q \cup S_n \cup N$, iniciando-se em cada um dos literais em N, são finitas e não possuem ramos de sucesso.
Portanto $Q \cup S_n \cup N$ é satisfatível, pois se fosse insatisfatível, segundo o Teorema da Completude do Método EMF com Conjunto de Suporte Inicial, haveria uma EMF-refutação a partir de $Q \cup S_n \cup N$, iniciando-se em alguma cadeia em N, dado que $Q \cup S_n$ é satisfatível.
Então, como $S = S_n \cup N$, $Q \cup S$ é satisfatível.
Logo, segundo a Definição IV.9, φ_L e φ_F são testes corretos.

Teorema V.2: Correção de uma Parametrização do Método EMF/GLD.

Seja T uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja φ_L o Teste Local Básico II e φ_F o Teste Final com Instanciação.
Se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_L e φ_F, então F é conseqüência lógica fraca de T.

Prova

Suponha que exista uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_L e φ_F.

De acordo com o Lema V.6, os testes φ_L e φ_F são corretos.

Portanto, segundo o Teorema da Correção do Método EMF/GLD, F é conseqüência lógica fraca de T.

V.2.2. Completude

A completude do método EMF/GLD com a parametrização em questão depende de um procedimento decidível que teste a satisfatibilidade de um conjunto de cadeias. A inexistência de tal procedimento nos leva a uma redefinição dos testes de aceitação envolvidos de forma a possibilitar a demonstração da completude da parametrização adotada, independente do teste de satisfatibilidade.

Seja φ_{LB} o teste de aceitação local, chamado Teste Local Básico III, definido por $\varphi_{LB}(C',S',N',\theta,L,Q)=(C,S,N)$ tal que:

(i) $C=C'$;

(ii) $S=S' \cup B'$, onde B' é o subconjunto dos literais básicos de $N'\theta \cup L$ e $Q \cup S' \cup B'$ é satisfatível;

(iii) $N=(N'\theta \cup L)-B'$.

Seja φ_{FI} o teste de aceitação final, chamado Teste Final com Instanciação II, definido por $\varphi_{FI}(C',S',N,Q)=(C,S)$ tal que:

(i) $\beta=\{x_1/e_1,x_2/e_2,\dots,x_n/e_n\}$, $n \geq 0$, onde $x_1,x_2,\dots,x_n$ são as variáveis dos literais em N e $e_1,e_2,\dots,e_n$ são constantes de tipicidade incluídas no alfabeto de primeira ordem adotado;

(ii) $C=C'\beta$;

(iii) $S=S' \cup N\beta$, onde $N\beta$ é básico e $Q \cup S' \cup N\beta$ é satisfatível.

Teorema V.3: Completude de uma Parametrização do Método EMF/GLD.

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja φ_{LB} o Teste Local Básico III e φ_{FI} o Teste Final com Instanciação II.
Se F é conseqüência lógica fraca de T, então existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LB} e φ_{FI}.

Prova

Suponha que F seja conseqüência lógica fraca de T.
De acordo com a Definição III.4, existe uma extensão E de T tal que $F \in E$.
Segundo a Definição III.3, E também é uma extensão de $\delta(T)=(D,Q)$.

Utilizando resultados acerca do conceito de EMF-Prova com Defaults apresentados em SILVA[21], podemos afirmar, então, que existe uma EMF-prova com defaults P de F a partir de $\delta(T)$.
Este resultado registra, entre outras informações, que:

(a) Existe uma EMF-refutação a partir de $Q \cup \text{Conseq}(D') \cup CD(\neg F)$, iniciando-se em $CD(\neg F)$, onde D' é o subconjunto dos defaults de D utilizados em P.

(b) $Q \cup \text{Conseq}(D')\theta\beta$ é satisfatível, onde $\text{Conseq}(D')\theta$ é o conjunto de instâncias de $\text{Conseq}(D')$ obtidas através das substituições utilizadas na EMF-refutação originada de P, β é a substituição das variáveis dos literais em $\text{Conseq}(D')\theta$ por constantes de tipicidade e $\text{Conseq}(D')\theta\beta$ é básico.

Suponha, então, que a seqüência $(C_1',C_2',\ldots,C_n')$, $n>1$, onde $C_1' \in CD(\neg F)$, seja uma EMF-refutação a partir de $Q \cup \text{Conseq}(D') \cup CD(\neg F)$.
Construa a seqüência $((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),\ldots,(C_n,S_n,N_n))$, onde:

(i) Para todo i, $1 \leq i \leq n$, $C_i = C_i'$;

(ii) $S_1=\emptyset$ e $N_1=\emptyset$;

(iii) Para todo i, $1 < i \leq n$:

- Se C_i' é uma extensão plena de C_{i-1}' por uma cadeia em QUCD($\neg$F) com u.m.g. θ_{i-1} ou se C_i' é uma redução plena de C_{i-1}' com u.m.g. θ_{i-1}, então:
  - $S_i = S_{i-1} \cup B'$, onde B' é o subconjunto dos literais básicos de $N_{i-1}\theta_{i-1}$;
  - $N_i = N_{i-1}\theta_{i-1}\text{-}B'$;
- Se C_i' é uma extensão plena de C_{i-1}' por uma cadeia em Conseq(D′), então:
  - $S_i = S_{i-1} \cup B'$, onde B' é o subconjunto dos literais básicos de $N_{i-1} \cup \{\neg L\}$ e L é o literal mais à esquerda de C_{i-1}';
  - $N_i = (N_{i-1} \cup \{\neg L\})\text{-}B'$.

Logo a seqüência $((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),\ldots,(C_n,S_n,N_n))$ é uma EMF/GLD-dedução de $C = \square$ a partir de T e CD($\neg$F), iniciando-se em uma cadeia em CD($\neg$F), com testes φ_{LB} e φ_{FI}, dado que:

(i) $C_1 \in$ CD($\neg$F), pois $C_1 = C_1'$ e $C_1' \in$ CD($\neg$F);

(ii) $S_1 = \emptyset$ e $N_1 = \emptyset$;

(iii) Segundo a definição de φ_{FI}, $C = C_n\beta$, para alguma substituição β; portanto, como $C_n = C_n' = \square$, então $C = \square$;

(iv) Para todo i, $1 < i \leq n$:

- Se C_i' é uma extensão plena de C_{i-1}' por uma cadeia em QUCD($\neg$F) com substituição θ_{i-1}, então, pela definição de EMF/GLD-Dedução, a tripla (C_i,S_i,N_i) pode ser derivada de $(C_{i-1},S_{i-1},N_{i-1})$ dado que:
  - C_i' é uma extensão plena de C_{i-1}, pois $C_{i-1} = C_{i-1}'$;
  - Segundo a definição do Teste Local Básico III, $(C_i,S_i,N_i) = \varphi_{LB}(C_i',S_{i-1},N_{i-1},\theta_{i-1},\emptyset,Q)$, pois:
    - $C_i = C_i'$;

  - $S_i = S_{i-1} \cup B'$, onde B' é o subconjunto dos literais básicos de $N_{i-1}\theta_{i-1}$ e $Q \cup S_{i-1} \cup B'$ é satisfatível, dado que $Q \cup \mathrm{Conseq}(D')\theta\beta$ é satisfatível e $(S_{i-1} \cup B') \subseteq \mathrm{Conseq}(D')\theta\beta$, pois $S_{i-1} \cup B'$ é formado por conseqüentes básicos dos defaults em D' instanciados por substituições utilizadas na EMF-refutação originada de P;
  - $N_i = N_{i-1}\theta_{i-1} - B'$;

- Se C_i' é uma redução plena de C_{i-1}' com substituição θ_{i-1}, então, pela definição de EMF/GLD-Dedução, a tripla (C_i,S_i,N_i) pode ser derivada de $(C_{i-1},S_{i-1},N_{i-1})$ dado que:
  - C_i' é uma redução plena de C_{i-1}, pois $C_{i-1} = C_{i-1}'$;
  - Segundo a definição do Teste Local Básico III, $(C_i,S_i,N_i) = \varphi_{LB}(C_i',S_{i-1},N_{i-1},\theta_{i-1},\emptyset,Q)$, pois:
    - $C_i = C_i'$;
    - $S_i = S_{i-1} \cup B'$, onde B' é o subconjunto dos literais básicos de $N_{i-1}\theta_{i-1}$ e $Q \cup S_{i-1} \cup B'$ é satisfatível, dado que $Q \cup \mathrm{Conseq}(D')\theta\beta$ é satisfatível e $(S_{i-1} \cup B') \subseteq \mathrm{Conseq}(D')\theta\beta$, pois $S_{i-1} \cup B'$ é formado por conseqüentes básicos dos defaults em D' instanciados por substituições utilizadas na EMF-refutação originada de P;
    - $N_i = N_{i-1}\theta_{i-1} - B'$;

- Se C_i' é uma extensão plena de C_{i-1}' por uma cadeia A em $\mathrm{Conseq}(D')$, então, segundo a definição de EMF/GLD-Dedução, a tripla (C_i,S_i,N_i) pode ser derivada de $(C_{i-1},S_{i-1},N_{i-1})$ dado que:
  - C_i' pode ser considerada a contração por defaults plena de C_{i-1} em presença de (P_p,P_n), pois as condições para a aplicação desta regra são satisfeitas (lembre-se que $C_{i-1} = C_{i-1}'$):

- Seja L o literal mais à esquerda de C_{i-1}. Como L e A são formados pelo mesmo símbolo predicativo e como $D' \subseteq D$, então, segundo a Definição III.2, o símbolo proposicional do literal L pertence a P_n, se L for positivo, ou pertence a P_p, se L for negativo;

- Como $A \in$Conseq(D'), C_i' é uma extensão plena de C_{i-1} por uma cadeia formada por apenas um literal, desta forma, C_i' é a cadeia C_{i-1} sem o literal L e sem os R-literais imediatamente após, o que caracteriza a contração por defaults plena;

- Segundo a definição do Teste Local Básico III, $(C_i,S_i,N_i) = \varphi_{LB}(C_i',S_{i-1},N_{i-1},\varepsilon,\{\neg L\},Q)$, pois:

  - $C_i = C_i'$;

  - $S_{i-1} = S_{i-1} \cup B'$, onde B' é o subconjunto dos literais básicos de $N_{i-1} \cup \{\neg L\}$ e $Q \cup S_{i-1} \cup B'$ é satisfatível, dado que $Q \cup$Conseq(D')$\theta\beta$ é satisfatível e $(S_{i-1} \cup B') \subseteq$Conseq($D'$)$\theta\beta$, pois $S_{i-1} \cup B'$ é formado por conseqüentes básicos dos defaults em D' instanciados por substituições utilizadas na EMF-refutação originada de P;

  - $N_i = (N_{i-1} \cup \{\neg L\}) - B'$;

(v) Além disso, segundo a definição do Teste Final com Instanciação II, $(C,S) = \varphi_{FI}(C_n,S_n,N_n,Q)$, pois:

- $\beta' = \{x_1/e_1,x_2/e_2,\ldots,x_n/e_n\}$, $n \geq 0$, onde $x_1,x_2,\ldots,x_n$ são as variáveis dos literais em N_n e $e_1,e_2,\ldots,e_n$ são constantes de tipicidade incluídas no alfabeto de primeira ordem adotado;

- $C = C_n\beta' = \square$;

- $S = S_n \cup N_n\beta'$, onde $N_n\beta'$ é básico e $Q \cup S_n \cup N_n\beta'$ é satisfatível, dado que $Q \cup$Conseq(D')$\theta\beta$ é satisfatível e $(S_n \cup N_n\beta') \subseteq$Conseq($D'$)$\theta\beta$, pois $S_n \cup N_n\beta'$ é formado por conseqüentes básicos dos defaults em D' instanciados por substituições utilizadas na EMF-refutação originada de P e por substituições por constantes de tipicidade.

Portanto, como existe uma EMF/GLD-dedução da cadeia vazia a partir de T e CD($\neg$F), iniciando-se em uma cadeia em CD($\neg$F), com testes φ_{LB} e φ_{FI}, então, segundo a Definição IV.7 e a Definição IV.8, existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LB} e φ_{FI}.

CAPÍTULO VI

CORREÇÃO FORTE DO MÉTODO EMF/GLD

Entendemos por correção forte do método EMF/GLD, quando adotada uma determinada parametrização, a seguinte propriedade: se existe uma EMF/GLD-prova de uma sentença F a partir de uma teoria com cadeias T com a parametrização definida, então F pertence a todas as extensões de T.

Este capítulo apresenta, então, uma parametrização do método EMF/GLD que lhe confere a correção forte. A idéia desta parametrização consiste em sancionar a geração de um lema L somente após verificar que $\neg$L não pertence a nenhuma extensão de T, o que, neste contexto, garante que L pertence a todas as extensões de T. Desta forma, se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com a parametrização em questão, então todos os lemas gerados e, portanto, F pertencem a todas as extensões de T.

Lembre-se que a parametrização composta pelo Teste Local Básico III (φ_{LB}) e pelo Teste Final com Instanciação II (φ_{FI}), definidos na Subseção V.2.2, é correta e completa. Portanto, a fim de testar se $\neg$L não pertence a nenhuma extensão de T, devemos verificar que não existe uma EMF/GLD-prova de $\neg$L a partir de T com testes φ_{LB} e φ_{FI}. No início deste capítulo, examinaremos uma forma de proceder a este teste.

O texto está organizado da seguinte forma. Inicialmente, a Seção VI.1 define o conceito de árvore de EMF/GLD-refutação através do qual poderemos testar se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LB} e φ_{FI}. Em seguida, a Seção VI.2 define a parametrização que confere ao método EMF/GLD a correção forte. A Seção VI.3 ilustra esta parametrização com alguns exemplos e, finalmente, a Seção VI.4 apresenta a demonstração de que o método EMF/GLD é fortemente correto quando adotada a parametrização em questão.

VI.1. ÁRVORE DE EMF/GLD-REFUTAÇÃO

Esta seção examina os conceitos de árvore e floresta de EMF/GLD-refutação visando utilizá-los, posteriormente, para testar se uma sentença F pertence a alguma extensão de uma teoria com cadeias T ou, mais precisamente, a fim de determinar se F não pertence a nenhuma extensão de T.

Definição VI.1: Árvore de EMF/GLD-Refutação.

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja B uma cadeia em $CD(\neg F)$.
Seja φ_L um teste de aceitação local e φ_F um teste de aceitação final.
Uma árvore, com nós rotulados com triplas contendo uma cadeia, um conjunto de literais básicos e um conjunto de literais, é uma *árvore de EMF/GLD-refutação* para T e $CD(\neg F)$, iniciando-se em B, com testes φ_L e φ_F se e somente se:

(i) o rótulo da raiz é $(B,\emptyset,\emptyset)$;

(ii) para cada nó X, rotulado com uma tripla (C_x,S_x,N_x), o nó Y, rotulado com uma tripla (C_y,S_y,N_y), é um filho de X se e somente se:

- C' é uma extensão plena de C_x por uma cadeia A em $Q \cup CD(\neg F) \cup S_x \cup N_x$ com u.m.g. θ, tal que se $A \in N_x$, então C_x e A não possuem variáveis em comum, e $(C_y,S_y,N_y)=\varphi_L(C',S_x,N_x,\theta,\emptyset,Q)$ ou

- C' é uma redução plena de C_x com u.m.g. θ e $(C_y,S_y,N_y)=\varphi_L(C',S_x,N_x,\theta,\emptyset,Q)$ ou

- C' é uma contração por defaults plena de C_x em presença de (P_p,P_n) e $(C_y,S_y,N_y)=\varphi_L(C',S_x,N_x,\varepsilon,\{\neg L\},Q)$, onde L é o literal mais à esquerda de C_x.

Definição VI.2: EMF/GLD-Nó de Sucesso e EMF/GLD-Ramo de Sucesso.

Seja $T = (Q, P_p, P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja φ_L um teste de aceitação local e φ_F um teste de aceitação final.
Seja A uma árvore de EMF/GLD-refutação para T e $CD(\neg F)$ com testes φ_L e φ_F.

(a) Uma folha de A, com rótulo (C_f, S_f, N_f), é um *EMF/GLD-nó de sucesso* de A se e somente se $(C,S) = \varphi_F(C_f, S_f, N_f, Q)$ e $C = \square$.

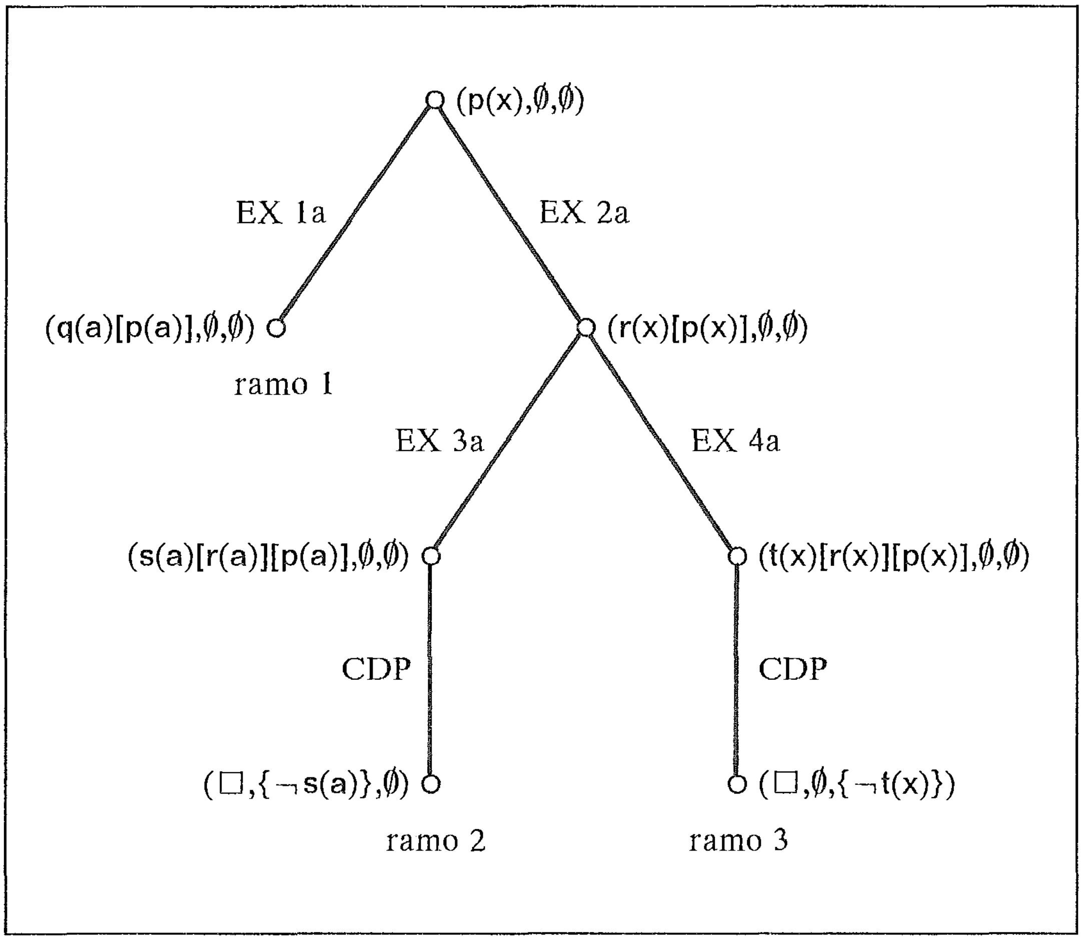
(b) Um *EMF/GLD-ramo de sucesso* de A é um ramo finito de A terminando em um EMF/GLD-nó de sucesso.

Exemplo VI.1: Árvore de EMF/GLD-Refutação.

Seja Q o seguinte conjunto de cadeias elementares:

1. $\neg p(a)\ q(a)$
2. $\neg p(x)\ r(x)$
3. $\neg r(a)\ s(a)$
4. $\neg r(x)\ t(x)$
5. $t(x)$

Seja $T = (Q, \emptyset, \{s,t\})$ uma teoria com cadeias.
Seja $F = \exists x \neg p(x)$.
Seja φ_{LB} o Teste Local Básico III e φ_{FI} o Teste Final com Instanciação II definidos na Subseção V.2.2.
Então a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $CD(\neg F)$, iniciando-se em "p(x)", com testes φ_{LB} e φ_{FI} é a seguinte:



Observe que a folha do ramo 2 é um EMF/GLD-nó de sucesso dado que $(\square,\{\neg s(a)\}) = \varphi_{FI}(\square,\{\neg s(a)\},\emptyset,Q)$. Portanto o ramo 2 é um EMF/GLD-ramo de sucesso. Note ainda que a folha do ramo 3 não é um EMF/GLD-nó de sucesso, pois $Q \cup \{\neg t(e_0)\}$ é insatisfatível, onde e_0 é uma constante de tipicidade.

Definição VI.3: Floresta de EMF/GLD-Refutação.

Seja T uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja φ_L um teste de aceitação local e φ_F um teste de aceitação final.
A *floresta de EMF/GLD-refutação* para T e $CD(\neg F)$ com testes φ_L e φ_F é o conjunto de todas as árvores de EMF/GLD-refutação para T e $CD(\neg F)$, iniciando-se em cada uma das cadeias em $CD(\neg F)$, com testes φ_L e φ_F.

O resultado apresentado a seguir nos garante que se todas as árvores na floresta de EMF/GLD-refutação para T e $CD(\neg F)$ com testes φ_{LB} e φ_{FI} são finitas e não possuem ramos de sucesso, então F não pertence a nenhuma extensão de T.

Observe que se a sentença F for um literal básico, então a floresta em questão será composta por uma única árvore.

Teorema VI.1:

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja φ_{LB} o Teste Local Básico III e φ_{FI} o Teste Final com Instanciação II definidos na Subseção V.2.2.
F é conseqüência lógica fraca de T se e somente se existe uma árvore A na floresta de EMF/GLD-refutação para T e $CD(\neg F)$ com testes φ_{LB} e φ_{FI} tal que A tem um EMF/GLD-ramo de sucesso.

Prova

$(\rightarrow)$
Suponha que F seja conseqüência lógica fraca de T.
Logo, segundo o Teorema V.3, existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LB} e φ_{FI}.
Seja $P=((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),...,(C_n,S_n,N_n))$ esta EMF/GLD-prova.
Então, de acordo com a definição de EMF/GLD-Prova, P é uma EMF/GLD-refutação a partir de T e $CD(\neg F)$ com testes φ_{LB} e φ_{FI} e $C_1 \in CD(\neg F)$.
Seja A a árvore de EMF/GLD-refutaçao para T e $CD(\neg F)$, iniciando-se em C_1, com testes φ_{LB} e φ_{FI}.
Desta forma, segundo as definições de EMF/GLD-Dedução e Árvore de EMF/GLD-Refutação, existe um ramo R em A cujos nós são rotulados com as triplas de P.
Como P é uma EMF/GLD-refutação a partir de T e $CD(\neg F)$ com testes φ_{LB} e φ_{FI}, temos que $(C,S)=\varphi_{FI}(C_n,S_n,N_n,Q)$ e $C=\square$. Logo, por definição, a folha de R, rotulada com a tripla (C_n,S_n,N_n), é um EMF/GLD-nó de sucesso.

Portanto existe uma árvore A na floresta de EMF/GLD-refutação para T e CD($\neg$F) com testes φ_{LB} e φ_{FI} tal que A tem um EMF/GLD-ramo de sucesso.

($\leftarrow$)

Suponha que exista uma árvore A na floresta de EMF/GLD-refutação para T e CD($\neg$F) com testes φ_{LB} e φ_{FI} tal que A tenha um EMF/GLD-ramo de sucesso.

Seja $R=((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),...,(C_n,S_n,N_n))$ a seqüência de rótulos dos nós deste EMF/GLD-ramo de sucesso, iniciando-se pela raiz de A.

Logo, de acordo com as definições de EMF/GLD-Dedução e Árvore de EMF/GLD-Refutação, a seqüência R é uma EMF/GLD-dedução da cadeia C a partir de T e CD($\neg$F) com testes φ_{LB} e φ_{FI}, tal que $(C,S)=\varphi_{FI}(C_n,S_n,N_n,Q)$, e $C_1 \in CD(\neg F)$.

Como (C_n,S_n,N_n) é um EMF/GLD-nó de sucesso, temos que $C=\square$.

Então R é uma EMF/GLD-refutação a partir de T e CD($\neg$F) com testes φ_{LB} e φ_{FI} e, portanto, R é uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LB} e φ_{FI}.

Desta forma, segundo o Teorema V.2, F é conseqüência lógica fraca de T.

VI.2. CONSEQÜÊNCIA LÓGICA FORTE

Esta seção contém o conceito de conseqüência lógica forte e a definição dos testes de aceitação local e final que compõem a parametrização que torna o método EMF/GLD fortemente correto, a qual chamamos, por estes motivo, de parametrização fortemente correta.

Definição VI.4: Conseqüência Lógica Forte de uma Teoria com Cadeias.

Seja T uma teoria com cadeias.

Seja F uma sentença.

F é *conseqüência lógica forte* de T se e somente se F pertence a todas as extensões de T.

Por definição, os testes de aceitação local e final são funções parciais cujo último argumento é um conjunto de cadeias. Entretanto, na parametrização definida a seguir, serão necessários, além do conjunto de cadeias, os conjuntos de símbolos predicativos positivos e negativos relativos à teoria com cadeias em questão. Portanto, considere o último argumento dos testes de aceitação como um elemento de *T*, onde *T* é o conjunto das teorias com cadeias sobre o alfabeto adotado.

Segue a definição dos testes de aceitação local e final da parametrização fortemente correta.

Seja φ_{LF} o teste de aceitação local, chamado Teste Local Forte, definido por $\varphi_{LF}(C',S',N',\theta,L,T)=(C,S,N)$ tal que:

(i) $C=C'$;

(ii) $S=S' \cup B'$, onde B' é o subconjunto dos literais básicos de $N'\theta \cup L$ e, para cada literal L' em B', a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $\{L'\}$, iniciando-se em L', com testes φ_{LB} e φ_{FI} é finita e não possui ramos de sucesso;

(iii) $N=(N'\theta \cup L)-B'$.

Seja φ_{FF} o teste de aceitação final, chamado Teste Final Forte, definido por $\varphi_{FF}(C',S',N,T)=(C,S)$ tal que:

(i) $\beta=\{x_1/e_1,x_2/e_2,\ldots,x_n/e_n\}$, $n \geq 0$, onde $x_1,x_2,\ldots,x_n$ são as variáveis dos literais em N e $e_1,e_2,\ldots,e_n$ são constantes de tipicidade incluídas no alfabeto de primeira ordem adotado;

(ii) $C=C'\beta$;

(iii) $S=S' \cup N\beta$, onde $N\beta$ é básico e, para cada literal L' em $N\beta$, a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $\{L'\}$, iniciando-se em L', com testes φ_{LB} e φ_{FI} é finita e não possui ramos de sucesso.

O teste aplicado a cada lema L' do conjunto B', no Teste Local Forte, e do conjunto $N\beta$, no Teste Final Forte, objetiva verificar se $\neg L'$ não pertence a nenhuma extensão de T. Para tanto, basta que a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $CD(\neg(\neg L'))$ (observe que $\{L'\}=CD(\neg(\neg L'))$), iniciando-se na única cadeia em $CD(\neg(\neg L'))$, com testes φ_{LB} e φ_{FI} seja finita e não possua ramos de sucesso, dado que a parametrização formada pelos testes φ_{LB} e φ_{FI} é correta e completa.

VI.3. EXEMPLOS

Esta seção apresenta alguns exemplos a fim de ilustrar a parametrização formada pelo Teste Local Forte (φ_{LF}) e pelo Teste Final Forte (φ_{FF}). O último exemplo mostra que esta parametrização não induz à completude forte, ou seja, apresenta um caso em que F é conseqüência lógica forte de T e, entretanto, não existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}.

Exemplo VI.2:

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias, onde:

(i) $Q=\{p(a)q(a), q(a)r(a), r(a)s(a), s(a)t(a)\}$;

(ii) $P_p=\emptyset$;

(iii) $P_n=\{q,s,t\}$.

Note que T possui duas extensões (considere "a" a única constante do alfabeto em questão):

(i) $E_1=Th(Q\cup\{\neg q(a),\neg s(a)\})$;

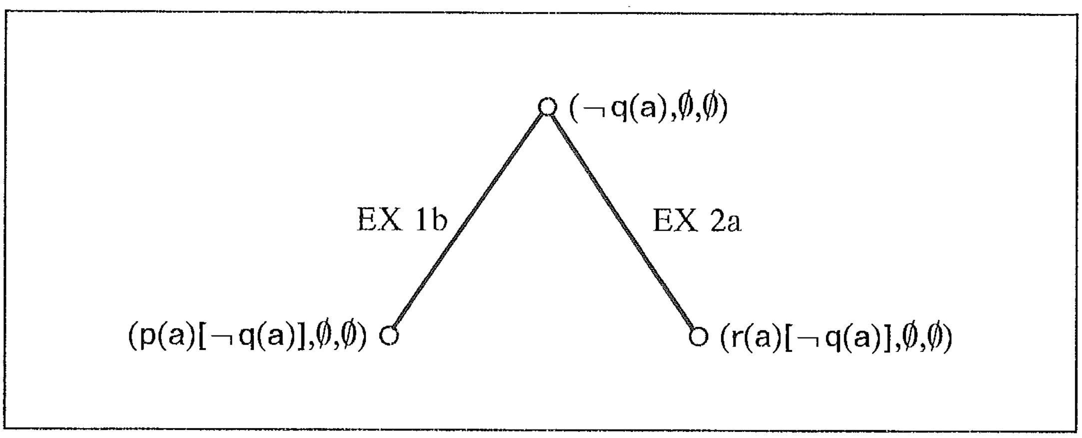
(ii) $E_2=Th(Q\cup\{\neg q(a),\neg t(a)\})$.

(a) Seja $F_a = p(a)$.

A seqüência abaixo, a partir da tripla (5), representa uma EMF/GLD-prova de F_a a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}.

1.	$p(a)\ q(a)$	.cadeia de T
2.	$q(a)\ r(a)$	.cadeia de T
3.	$r(a)\ s(a)$	.cadeia de T
4.	$s(a)\ t(a)$	.cadeia de T
5.	$(\neg p(a), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de $CD(\neg F_a)$
6.	$(q(a)\ [\neg p(a)], \emptyset, \emptyset)$	.EX 1a
7.	$(\square, \{\neg q(a)\}, \emptyset)$	.CDP

Note que, na obtenção da tripla (7), o Teste Local Forte está definido para $(\square,\emptyset,\emptyset,\varepsilon,\{\neg q(a)\},T)$ dado que a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $\{\neg q(a)\}$ com testes φ_{LB} e φ_{FI} é finita e não possui EMF/GLD-ramos de sucesso (verifique a seguir).



(b) Seja $F_b = \neg q(a) \wedge r(a)$.

A seqüência abaixo, a partir da tripla (5), representa uma EMF/GLD-prova de F_b a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}.

1.	p(a) q(a)	.cadeia de T
2.	q(a) r(a)	.cadeia de T
3.	r(a) s(a)	.cadeia de T
4.	s(a) t(a)	.cadeia de T
5.	$(q(a) \neg r(a), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de $CD(\neg F_b)$
6.	$(\neg r(a), \{\neg q(a)\}, \emptyset)$	.CDP
7.	$(q(a)\ [\neg r(a)], \{\neg q(a)\}, \emptyset)$	.EX 2b
8.	$(\square, \{\neg q(a)\}, \emptyset)$	.EX L1

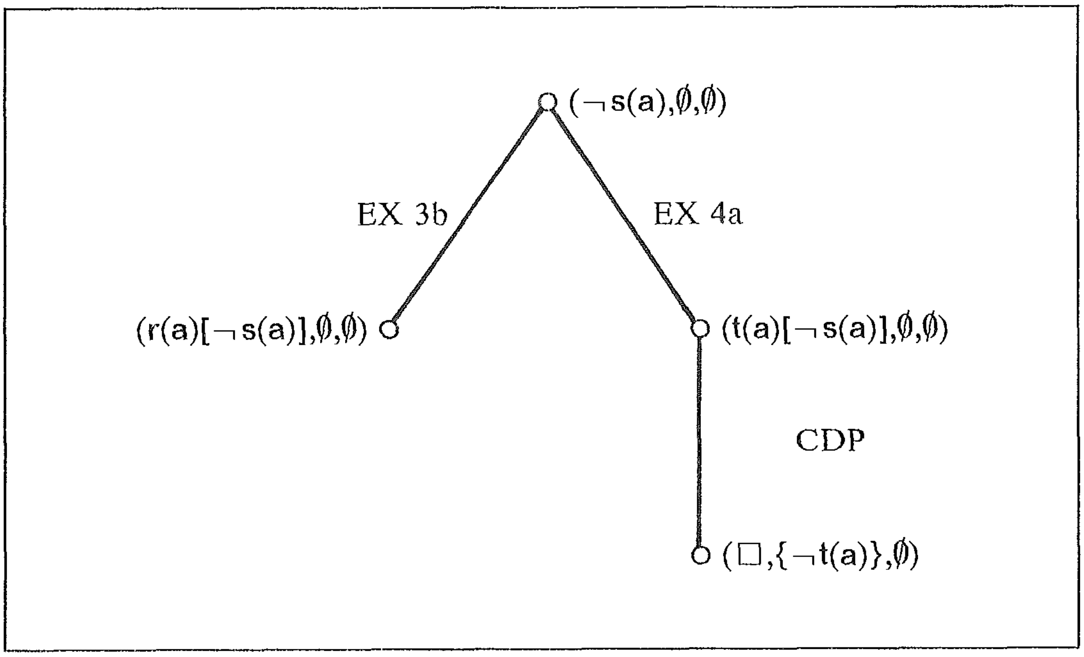
Note que, na obtenção da tripla (6), o Teste Local Forte está definido para $(\neg r(a), \emptyset, \emptyset, \varepsilon, \{\neg q(a)\}, T)$ dado que a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $\{\neg q(a)\}$ com testes φ_{LB} e φ_{FI} é finita e não possui EMF/GLD-ramos de sucesso (veja o item (a)).

(c) Seja $F_c = t(a)$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada e exaustiva de se obter uma EMF/GLD-prova de F_c a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}. Na realidade, F_c não é conseqüência lógica forte de T. F_c é apenas conseqüência lógica fraca de T.

1.	p(a) q(a)	.cadeia de T
2.	q(a) r(a)	.cadeia de T
3.	r(a) s(a)	.cadeia de T
4.	s(a) t(a)	.cadeia de T
5.	$(\neg t(a), \emptyset, \emptyset)$	.cadeia de $CD(\neg F_c)$
6.	$(s(a)\ [\neg t(a)], \emptyset, \emptyset)$	.EX 4b

Observe que a regra CDP pode ser aplicada à cadeia de (6), entretanto, o Teste Local Forte não está definido para $(\square, \emptyset, \emptyset, \varepsilon, \{\neg s(a)\}, T)$ dado que a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $\{\neg s(a)\}$ com testes φ_{LB} e φ_{FI} possui um EMF/GLD-ramo de sucesso (verifique a seguir). Portanto, a dedução é bloqueada.



(d) Seja $F_d = q(a)$.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada de se obter uma EMF/GLD-prova de F_d a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}.

1. $p(a)\ q(a)$ .cadeia de T
2. $q(a)\ r(a)$ .cadeia de T
3. $r(a)\ s(a)$ .cadeia de T
4. $s(a)\ t(a)$ .cadeia de T
5. $(\neg q(a), \emptyset, \emptyset)$ .cadeia de $CD(\neg F_d)$
6. $(p(a)\ [\neg q(a)], \emptyset, \emptyset)$ .EX 1b

Observe que nenhuma regra pode ser aplicada à cadeia de (6).

A seqüência seguinte esgota as tentativas de se obter uma EMF/GLD-prova de F_d a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}. Na realidade, F_d não é conseqüência lógica forte de T, nem mesmo conseqüência lógica fraca.

5. $(\neg q(a), \emptyset, \emptyset)$ .cadeia de $CD(\neg F_d)$

6′. $(r(a)\ [\neg q(a)], \emptyset, \emptyset)$ .EX 2a

Note que nenhuma regra pode ser aplicada à cadeia de (6′).

Exemplo VI.3:

Entendemos por completude forte do método EMF/GLD, quando adotada uma determinada parametrização, a seguinte propriedade: se uma sentença F pertence a todas as extensões de uma teoria com cadeias T, então existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com a parametrização definida.

Este exemplo mostra que a parametrização composta pelo Teste Local Forte (φ_{LF}) e pelo Teste Final Forte (φ_{FF}), apesar de fortemente correta, não é fortemente completa.

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias, onde:

(i) $Q=\{p(a)q(a),\ p(a)r(a),\ q(a)r(a)\}$;

(ii) $P_p=\emptyset$;

(iii) $P_n=\{q,r\}$.

Note que T possui duas extensões (considere "a" a única constante do alfabeto em questão):

(i) $E_1=Th(Q\cup\{\neg q(a)\})$;

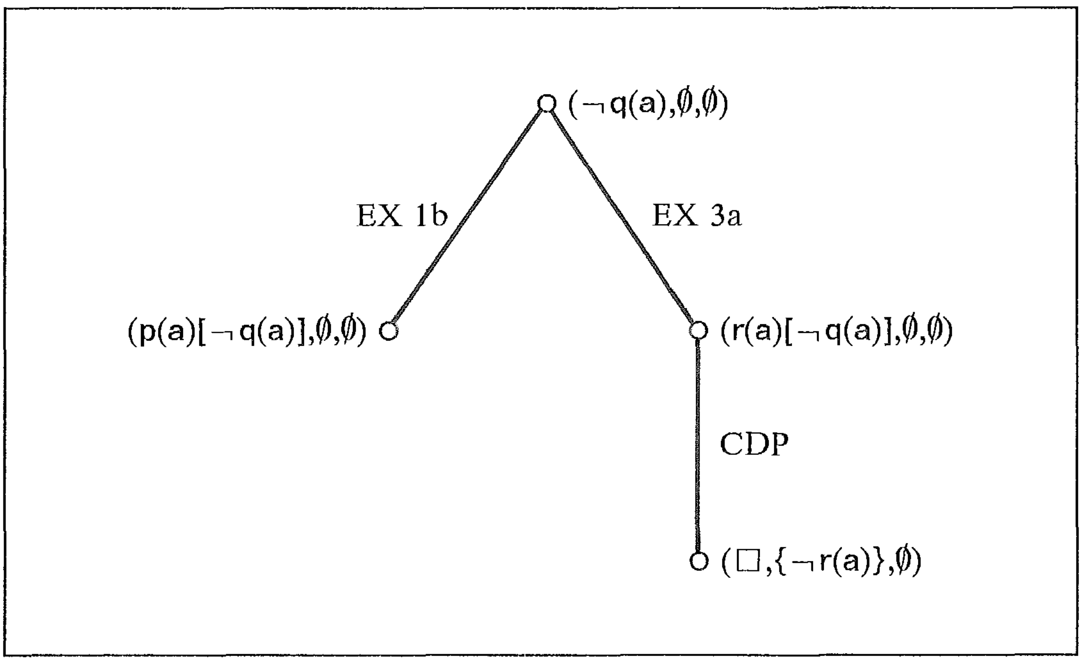
(ii) $E_2=Th(Q\cup\{\neg r(a)\})$.

Seja $F=p(a)$.
Perceba que F pertence a todas as extensões de T e, portanto, F é conseqüência lógica forte de T.
Entretanto, de acordo com o que se segue, não há uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}. Isto demonstra que esta parametrização não é fortemente completa.

A seqüência abaixo representa uma tentativa fracassada de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}.

1. p(a) q(a) .cadeia de T
2. p(a) r(a) .cadeia de T
3. q(a) r(a) .cadeia de T
4. $(\neg p(a), \emptyset, \emptyset)$ .cadeia de CD($\neg$F)
5. $(q(a)\ [\neg p(a)], \emptyset, \emptyset)$ .EX 1a

Observe que a regra CDP pode ser aplicada à cadeia de (5), entretanto, o Teste Local Forte não está definido para $(\square,\emptyset,\emptyset,\varepsilon,\{\neg q(a)\},T)$ dado que a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $\{\neg q(a)\}$ com testes φ_{LB} e φ_{FI} possui um EMF/GLD-ramo de sucesso (verifique a seguir). Portanto, a dedução é bloqueada.

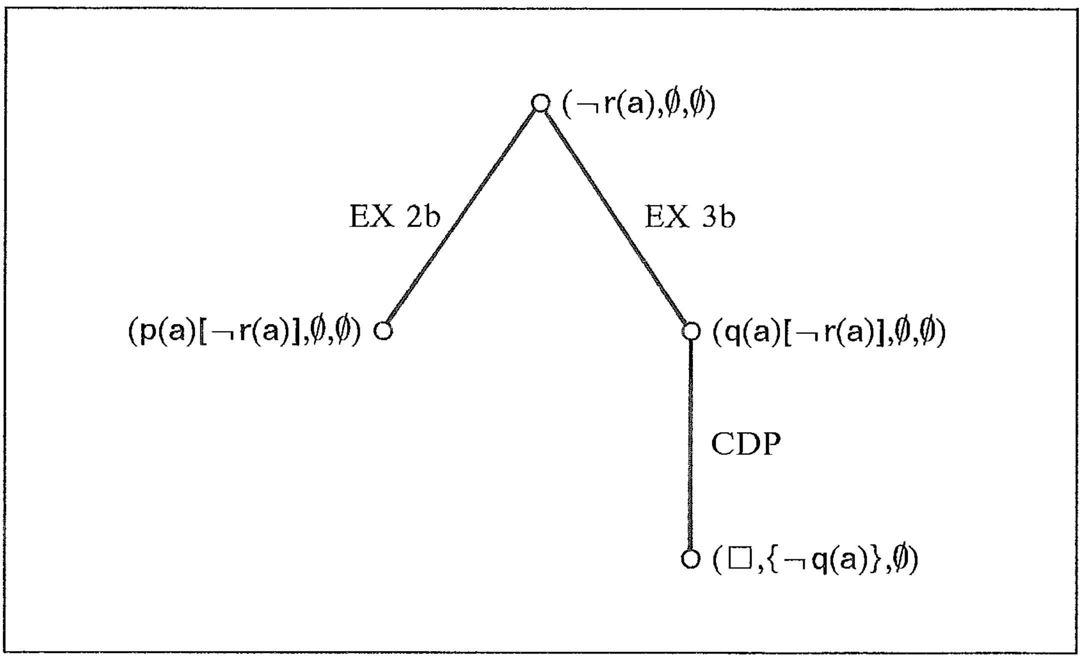


A seqüência seguinte esgota as tentativas de se obter uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}.

4. (¬p(a), ∅, ∅) .cadeia de CD(¬F)

5'. (r(a) [¬p(a)], ∅, ∅) .EX 2a

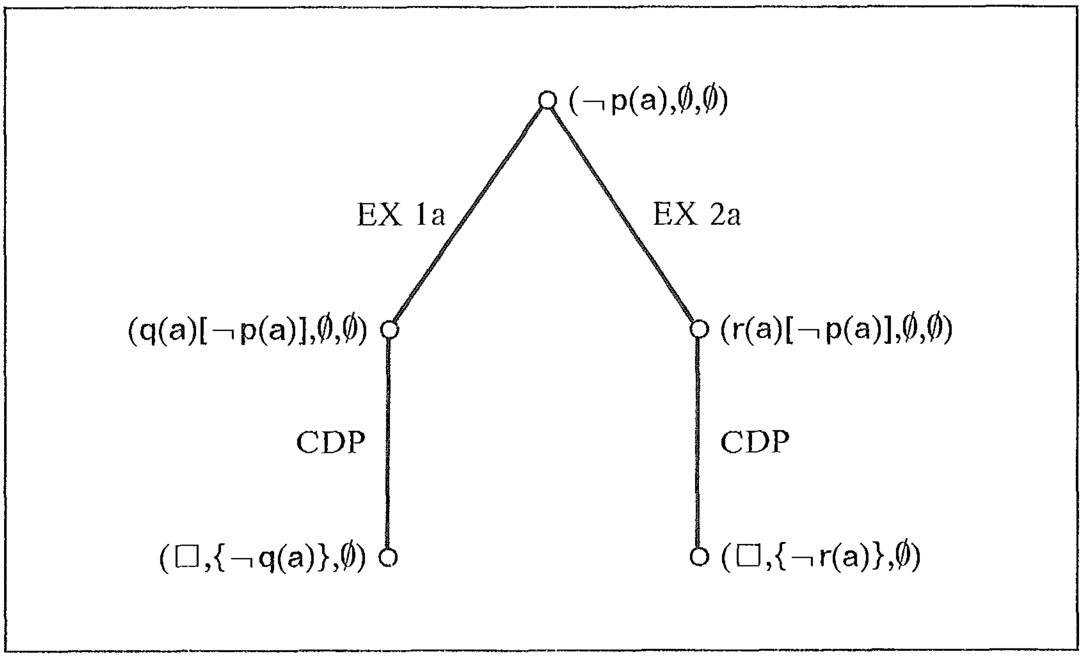
Observe que a regra CDP pode ser aplicada à cadeia de (5'), entretanto, o Teste Local Forte não está definido para (□,∅,∅,ε,{¬r(a)},T) dado que a árvore de EMF/GLD-refutação para T e {¬r(a)} com testes φ_{LB} e φ_{FI} possui um EMF/GLD-ramo de sucesso (verifique a seguir). Portanto, a dedução é bloqueada.



A seguir, examinaremos algumas idéias que podem conduzir à definição de uma parametrização fortemente correta e completa.

Note que as tentativas anteriores de se obter uma EMF/GLD-prova de p(a) a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF} falharam, pois nenhum dos lemas ¬q(a) ou ¬r(a) pertencem a todas as extensões de T. Entretanto, ¬q(a) ou ¬r(a), ou melhor, ¬q(a)∨¬r(a) pertence a todas as extensões de T. Portanto, como os lemas ¬q(a) e ¬r(a), separadamente, implicam p(a), então p(a) também pertence a todas as extensões de T.

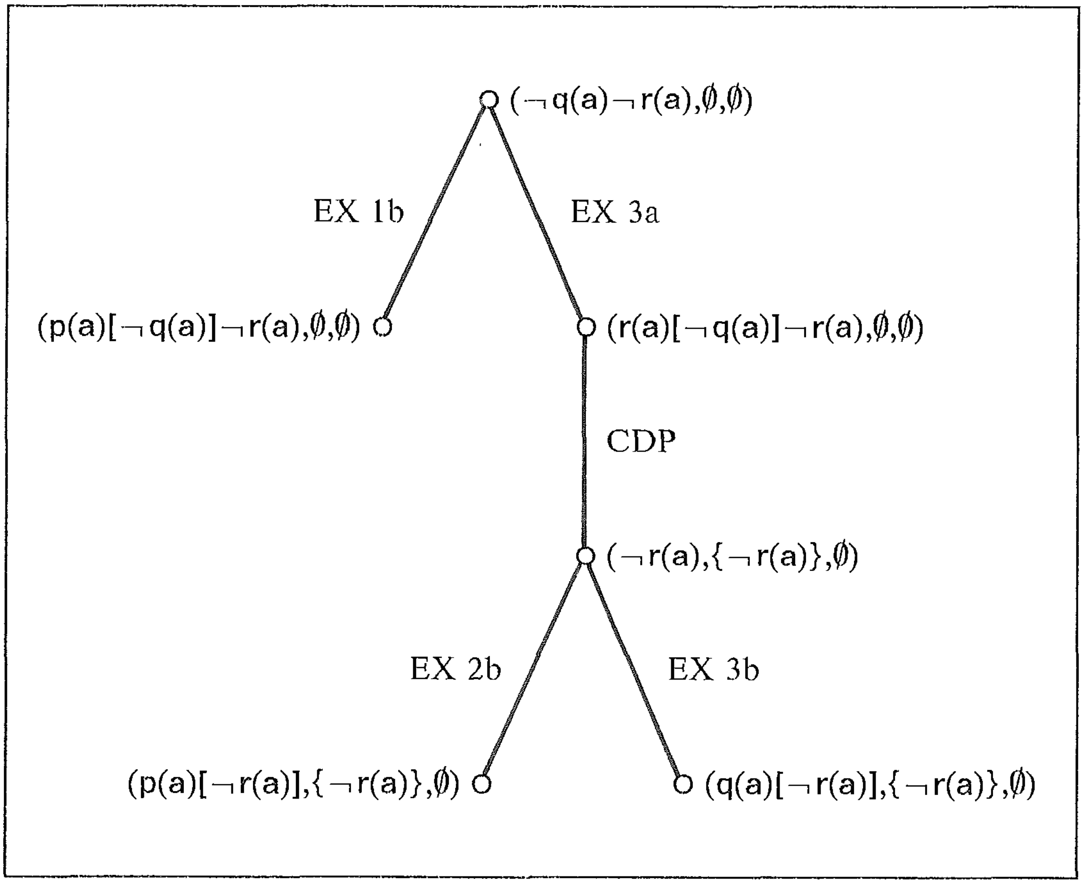
Observe, a seguir, a árvore A de EMF/GLD-refutação para T e $\{\neg p(a)\}$ com testes φ_{LB} e φ_{FI}.



Tudo leva a crer que a cada EMF/GLD-ramo de sucesso de A está associada uma extensão à qual p(a) pertence. Generalizando, acreditamos que cada extensão de uma teoria com cadeias T, à qual uma sentença F pertence, está associada a um EMF/GLD-ramo de sucesso na árvore de EMF/GLD-refutação para T e $CD(\neg F)$ com testes φ_{LB} e φ_{FI}.

Note que a sentença $\neg q(a) \vee \neg r(a)$ equivale a disjunção dos lemas de cada EMF/GLD-ramo de sucesso da árvore A.

Devemos, então, verificar se $\neg q(a) \vee \neg r(a)$ pertence a todas as extensões de T. Para tanto, precisamos ratificar que $q(a) \wedge r(a)$ não pertence a nenhuma extensão de T. Observe, a seguir, que a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $CD(\neg(q(a) \wedge r(a)))$ com testes φ_{LB} e φ_{FI} é finita e não possui ramos de sucesso.



Portanto, poderíamos definir uma parametrização baseada no seguinte procedimento, o qual acreditamos determinar, de forma correta e completa, se uma sentença F pertence a todas as extensões de uma teoria com cadeias T. Construa a árvore de EMF/GLD-refutação para T e CD(¬F) com testes φ_{LB} e φ_{FI}. Ao atingir um EMF/GLD-nó de sucesso, avaliar se a disjunção das conjunções dos lemas de cada EMF/GLD-ramo de sucesso construído até então pertence a todas as extensões de T. Em caso afirmativo, F também pertence a todas as extensões de T. Caso contrário, continue a construção da árvore.

VI.4. PROVA DA CORREÇÃO FORTE DE UMA PARAMETRIZAÇÃO

Nesta seção apresentamos a demostração da correção forte do método EMF/GLD, ou melhor, provamos que se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}, então F é conseqüência lógica forte de T.

Lema VI.1:

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja φ_{LF} o Teste Local Forte e φ_{FF} o Teste Final Forte.
Seja $((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),\ldots,(C_n,S_n,N_n))$, $n>1$, uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_{LF} e φ_{FF}.
Então, para todo i, $1 \leq i \leq n$, S_i está contido em todas as extensões de T.

Prova

Por indução sobre i.

Base da indução: $i=1$.
S_1 está contido em todas as extensões de T, pois, de acordo com a definição de EMF/GLD-Dedução, $S_1=\emptyset$.

Passo da indução.
Suponha que S_i esteja contido em todas as extensões de T.
Segundo as definições de EMF/GLD-Dedução e do Teste Local Forte, $S_{i+1}=S_i \cup B$, onde B é um conjunto de literais básicos e, para cada literal L em B, a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $\{L\}$, iniciando-se em L, com testes φ_{LB} e φ_{FI} é finita e não possui ramos de sucesso.
Desta forma, segundo a contrapositiva do Teorema V.3, $\neg L$ não é conseqüência lógica fraca de T.
Logo, pela definição de Conseqüência Lógica Fraca, $\neg L$ não pertence a nenhuma extensão de T.
Sendo L um lema gerado, o símbolo predicativo de L pertence a P_p, se L for positivo, ou pertence a P_n, se L for negativo.
Então, de acordo com a Definição II.11 e a Definição III.2, $\frac{:L}{L} \in D$, onde $(D,Q)=\text{Fecho}(\delta(T))$.
Portanto, segundo a definição de Extensão de uma Teoria com Defaults Fechada, L pertence a todas as extensões de Fecho(δ(T)), dado que $\neg L$ não pertence a nenhuma destas extensões (lembre-se que E é uma extensão de T se e somente se E é uma extensão de Fecho(δ(T))).
Logo B é um subconjunto de todas as extensões de T.
Por suposição, S_i também é um subconjunto de todas as extensões de T.
Portanto, como $S_{i+1}=S_i \cup B$, S_{i+1} está contido em todas as extensões de T.

Lema VI.2:

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.

Seja F uma sentença.

Seja φ_{LF} o Teste Local Forte e φ_{FF} o Teste Final Forte.

Se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_{LF} e φ_{FF}, então S está contido em todas as extensões de T.

Prova

Seja $((C_1,S_1,N_1),(C_2,S_2,N_2),...,(C_n,S_n,N_n))$, $n>1$, uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_{LF} e φ_{FF}.

Segundo as definições de EMF/GLD-Dedução e do Teste Final Forte, $S=S_n \cup N$, onde N é um conjunto de literais básicos e, para cada literal L em N, a árvore de EMF/GLD-refutação para T e $\{L\}$, iniciando-se em L, com testes φ_{LB} e φ_{FI} é finita e não possui ramos de sucesso.

Desta forma, segundo a contrapositiva do Teorema V.3, $\neg L$ não é conseqüência lógica fraca de T.

Logo, pela definição de Conseqüência Lógica Fraca, $\neg L$ não pertence a nenhuma extensão de T.

Sendo L um lema gerado, o símbolo predicativo de L pertence a P_p, se L for positivo, ou pertence a P_n, se L for negativo.

Então, de acordo com a Definição II.11 e a Definição III.2, $\frac{:L}{L} \in D$, onde $(D,Q)=\text{Fecho}(\delta(T))$.

Portanto, segundo a definição de Extensão de uma Teoria com Defaults Fechada, L pertence a todas as extensões de $\text{Fecho}(\delta(T))$, dado que $\neg L$ não pertence a nenhuma destas extensões (lembre-se que E é uma extensão de T se e somente se E é uma extensão de $\text{Fecho}(\delta(T))$).

Logo N é um subconjunto de todas as extensões de T.

De acordo com o Lema VI.1, S_n também é um subconjunto de todas as extensões de T.

Então, como $S=S_n \cup N$, S está contido em todas as extensões de T.

Lema VI.3:

Seja φ_{LF} o Teste Local Forte e φ_{FF} o Teste Final Forte.
Então φ_{LF} e φ_{FF} são testes corretos.

Prova

Seja $T=(Q,P_p,P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Suponha que exista uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_{LF} e φ_{FF}.
De acordo com o Lema VI.2, S está contido em todas as extensões de T e, por definição, Q também é um subconjunto de todas as extensões de T.
Segundo a Proposição II.1, todas as extensões de Fecho(δ(T)) são satisfatíveis, dado que, por definição, Q é satisfatível.
Então, como E é uma extensão de T se e somente se E é uma extensão de Fecho(δ(T)), todas as extensões de T são satisfatíveis.
Portanto, como $Q \cup S$ é um subconjunto de todas as extensões de T, $Q \cup S$ é satisfatível.
Logo, segundo a Definição IV.9, φ_{LF} e φ_{FF} são testes corretos.

Teorema VI.2: Correção Forte.

Seja $T = (Q, P_p, P_n)$ uma teoria com cadeias.
Seja F uma sentença.
Seja φ_{LF} o Teste Local Forte e φ_{FF} o Teste Final Forte.
Se existe uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com testes φ_{LF} e φ_{FF}, então F é conseqüência lógica forte de T.

Prova

Suponha que exista uma EMF/GLD-prova de F a partir de T com conjunto final de lemas S e testes φ_{LF} e φ_{FF}.
Segundo o Lema VI.3, φ_{LF} e φ_{FF} são testes corretos.
Logo, de acordo com o Lema V.3, $Q \cup CD(\neg F) \cup S$ é insatisfatível.
Portanto $Q \cup S \vdash F$.
Segundo o Lema VI.2, S está contido em todas as extensões de T e, por definição, Q também é um subconjunto de todas as extensões de T.
Então, como toda extensão é fechada por conseqüência lógica, F pertence a todas as extensões de T.
Portanto, pela Definição VI.4, F é conseqüência lógica forte de T.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES

Apresentamos neste trabalho os fundamentos teóricos de uma família de sistemas não-monotônicos para programação em lógica. Definimos um método de dedução, baseado em eliminação de modelos fraca, capaz de determinar, de forma correta e completa, se uma sentença pertence a alguma extensão de uma base de conhecimento, ou seja, se esta sentença é conclusão plausível a partir desta base de conhecimento. O método proposto singulariza-se pelo procedimento de geração de lemas e pela possibilidade de execução local dos testes de consistência.

Inicialmente, definimos o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Falha Finita, ou EMF/GLFF. Este caracteriza-se pela execução local do teste de consistência dos lemas baseado em um procedimento semelhante à negação por falha finita. Demonstramos que o método é correto e, para o caso proposicional, é completo.

Procurando superar as limitações do método EMF/GLFF, propusemos o Método da Eliminação de Modelos Fraca com Geração de Lemas por Defaults, EMF/GLD. Neste, a forma do teste de consistência, assim como o momento ao longo da dedução no qual é executado, são parametrizados. Demonstramos que, para uma determinada parametrização, o método é correto e completo.

Note, porém, que deduções a partir do raciocínio não-monotônico são conclusões plausíveis, mas não infalíveis. Com o objetivo de viabilizar conclusões mais fortes a partir deste tipo de raciocínio, encerramos o trabalho examinando uma parametrização que confere ao metodo EMF/GLD a correção forte. Adotada esta parametrização, a dedução de uma sentença garante que esta é uma conclusão plausível a partir de todas as extensões da base de conhecimento em questão.

A partir destes resultados, indicamos a seguir possíveis direções para trabalhos futuros. Antes de qualquer iniciativa no sentido de implementar um sistema de programação em lógica baseado nos conceitos apresentados neste trabalho, sugerimos amarrar ao método proposto um procedimento de computação de respostas. A fim de obter conclusões mais fortes a partir do raciocínio não-monotônico, seria interessante atingir a completude forte, ou seja, garantir que exista uma dedução de uma sentença caso esta pertença a todas as extensões da base de conhecimento. Poderíamos pensar ainda em estender os resultados acerca da correção forte e o conceito de geração de lemas com execução local do teste de consistência para a lógica de defaults.

Por fim, dentre as contribuições mais significativas deste trabalho para a área de programação em lógica, apontamos a criação de um método de dedução não-monotônico, correto e completo, baseado em uma nova noção de dedução que incorpora o procedimento de geração de lemas, e a investigação da correção forte, de grande importância para a formalização de raciocínios que capturam o senso comum.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] **APT, K.R. e van EMDEN, M.H.**, "Contributions to the Theory of Logic Programming", *Journal of the ACM*, vol. 29, num. 3, pp. 841-862, 1982.

[2] **CASANOVA, M.A., GIORNO, F.A.C. e FURTADO, A.L.**, *Programação em Lógica e a Linguagem Prolog*, Rio de Janeiro, Editora Blücher, Primeira Edição, 1987.

[3] **CLARK, K.L.**, "Negation as Failure", *Logic and Databases*, H. Gallaire e J. Minker (eds.), Plenum Press, New York, pp. 293-322, 1978.

[4] **COLMERAUER, A., KANOUI, H., ROUSSEL, P. e PASERO, R.**, *Un Systeme de Communication Homme-Machine en Francais*, Groupe d'Intelligence Artificielle, Université d'Aix-Marseille, Marseille, France, 1973.

[5] **GALLO, G. e URBANI, G.**, "Algorithms for Testing the Satisfiability of Propositional Formulae", *The Journal of Logic Programming*, vol. 7, num. 1, pp. 45-61, 1989.

[6] **GUERREIRO, R.A.T., SILVA, A. e CASANOVA, M.A.**, "Computing Answers in Default Logic", Annals of the IEEE International Workshop on Tools for Artificial Intelligence, USA, 1989.

[7] **HILL, R.**, "LUSH-Resolution and its Completeness", DCL Memo 78, Department of Artificial Intelligence, University of Edinburg, Edinburg, Scotland, 1974.

[8] **KOWALSKI, R.A. e KUEHNER, D.**, "Linear Resolution with Selection Function", *Artificial Intelligence*, vol. 2, num. 1, pp. 227-260, 1971.

[9] **LLOYD, J.W.**, *Foundations of Logic Programming*, Springer-Verlag, Germany, Second Extended Edition, 1987.

[10] **LOVELAND, D.W.**, "Mechanical theorem-proving by model elimination", *Journal of the ACM*, vol. 15, num. 2, pp. 236-251, 1968.

[11] **LOVELAND, D.W.**, "A Simplified Format for the Model Elimination Theorem-Proving Procedure", *Journal of the ACM*, vol. 16, num. 3, pp. 349-363, 1969.

[12] **LOVELAND, D.W.**, "A Linear Format for Resolution", Symposium on Automatic Demonstration, Lecture Notes in Mathematics 125, Springer-Verlag, pp. 147-162, 1970.

[13] **LOVELAND, D.W.**, *Automated Theorem Proving: a Logical Basis*, North-Holland Publishing Company, 1978.

[14] **LUCKHAM, D.**, "Refinement Theorems in Resolution Theory", Symposium on Automatic Demonstration, Lecture Notes in Mathematics 125, Springer-Verlag, pp. 163-191, 1970.

[15] **McCARTHY, J.**, "Circumscription - A Form of Non-Monotonic Reasoning", *Artificial Intelligence*, vol. 13, nums. 1-2, pp. 27-39, 1980.

[16] **REITER, R.**, "On Closed World Databases", *Logic and Databases*, H. Gallaire and J. Minker (eds.), Plenum Press, New York, pp. 55-76, 1978.

[17] **REITER, R.**, "A Logic for Default Reasoning", *Artificial Intelligence*, vol. 13, nums. 1-2, pp. 81-132, 1980.

[18] **REITER, R.**, "Nonmonotonic Reasoning", *Exploring Artificial Intelligence: Survey Talks from the National Conferences on Artificial Intelligence*, San Mateo: Morgan Kaufmann Publishers, California, pp. 439-481, 1988.

[19] **ROBINSON, J.A.**, "A Machine-Oriented Logic Based on the Resolution Principle" in *Journal of the ACM*, vol. 12, num. 1, pp. 23-41, 1965.

[20] **ROUSSEL, P.**, *PROLOG: Manuel de Reference et d'Utilization*, Groupe d'Intelligence Artificielle, Université d'Aix-Marseille, Marseille, France, 1975.

[21] **SILVA, A.**, "Fundamentos de Programação em Cláusulas Genéricas e Defaults por Eliminação de Modelos", Tese de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil, 1988.