

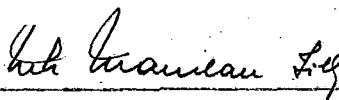
OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DE RESERVATÓRIOS

HIDRÁULICOS EM CASCATA

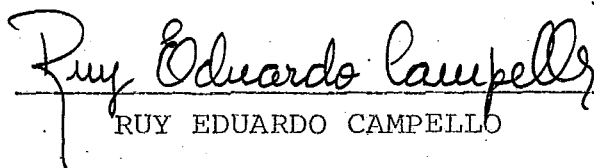
Patricia Lemos Basto de Vasconcellos

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

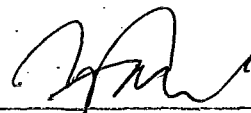
Aprovada por:



NELSON MACULAN FILHO
Presidente



RUY EDUARDO CAMPELLO



JOÃO LAURO D. FACÓ

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL DE 1981

VASCONCELLOS, PATRICIA LEMOS BASTO DE

Otimização da Operação de Reservatórios Hidráulicos em
Cascata [Rio de Janeiro] 1981.

VIII, 87p. 29,7cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia de
Sistemas e Computação, 1981)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro. Facul-
dade de Engenharia.

1. Programação Matemática I. COPPE/UFRJ II. Título
(série)

(iii)

Ao César

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Nelson Maculan Filho, pelo estímulo e confiança depositada.

A Ruy Eduardo Campello, pela orientação e apoio no desenvolvimento do projeto.

A Roberto Pereira d'Araujo, pela amizade e contribuições na elaboração deste trabalho.

A Carl Göran Lundqvist, pelas opiniões e interesse demonstrado.

A Raquel Mellman, pela datilografia e a Zarranz, pelos desenhos.

RESUMO

Uma das funções do planejamento energético é avaliar a capacidade de um sistema gerador de energia para atender ao mercado consumidor. Apresentamos, neste trabalho, um modelo de otimização de reservatórios hidráulicos que vem a ser uma ferramenta para esta avaliação. A sua aplicação é ampla:-com afluições históricas, podem ser estudadas características individuais de usinas e de operação dos reservatórios;-com previsão de afluições, podem ser detalhadas regras para a operação dos reservatórios.

Devido às características de geração das usinas, a função objetivo do modelo é uma função não-linear. As restrições são na maior parte lineares e podem ser divididas em dois grupos: fortes e fracas. As do primeiro grupo não podem ser violadas em nenhuma circunstância e são consideradas explicitamente; as do segundo grupo são introduzidas na função objetivo como termos penalizados.

Para a solução, utilizamos um algoritmo que gera direções conjugadas, segundo o critério de Fletcher-and-Reeves. Estas direções, a cada iteração, são projetadas no espaço das restrições fortes.

ABSTRACT

One of the aspects of energy planning is the evaluation of the capability of an energy generating system to meet consumer demand. In this study, an optimization model of hydraulic reservoirs, a useful tool for this evaluation, is presented. The model can be applied to many problems: with record inflows, individual plant characteristics can be studied; with inflow forecasts reservoir operation rules can be drawn in detail.

Due to the characteristics of plant generation, the objective function of the model is non-linear. The constraints are mainly linear and can be divided into two groups: soft and hard. The former cannot be violated and are considered explicitly by the model, while the latter are introduced in the objective function as penalty items.

To obtain a solution, we have used an algorithm that generates conjugate directions by the Fletcher-and-Reeves criteria. These directions, at each iteration, are projected into the space of the strong constraints

ÍNDICE

CAPÍTULO I	-	<u>INTRODUÇÃO</u>	
CAPÍTULO II	-	<u>FONTES GERADORAS DE ENERGIA E MODELOS DE SIMULAÇÃO</u>	
II.1	-	As Usinas Hidráulicas	6
II.2	-	As Usinas Térmicas	11
II.3	-	O Modelo Composto	13
II.4	-	Simulação a Usinas Individualizadas	20
CAPÍTULO III	-	<u>A OPERAÇÃO DE USINAS HIDRÁULICAS</u>	
III.1	-	Descarga das Usinas Hidráulicas	25
III.2	-	Vazão Turbinada e Vazão Vertida	28
III.3	-	Altura de Queda	29
III.4	-	Engolimento das Turbinas	33
III.5	-	Capacidade de Ponta	35
III.6	-	Perdas por Evaporação	36
CAPÍTULO IV	-	<u>O MODELO PROPOSTO</u>	
IV.1	-	Formalização do Modelo	41
IV.2	-	O Método de Solução	43

CAPÍTULO V - APLICAÇÃO E COMENTÁRIOS

V.1 - Cálculo Analítico do Gradiente 61
V.2 - Aplicação Reduzida 68
V.3 - Aplicação Prática 73

CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

REFERÊNCIAS 83

ANEXO 1 - DADOS DA CONFIGURAÇÃO DAS APLICAÇÕES 85
ANEXO 2 - GRÁFICOS COM OS RESULTADOS DA APLICAÇÃO PRÁTICA 87

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O planejamento energético tem como objetivo estabelecer um programa de desenvolvimento para o setor elétrico de modo que seja garantido o suprimento de energia ao longo de um período futuro, a um mínimo custo global. Para atingir tal objetivo, vários itens devem ser estudados e analisados, compreendendo: previsão de mercado; inventário de recursos energéticos; estudos de suprimento; estudos econômicos; projetos preliminares e orçamento de obras; estudos de transmissão; e estudos hidrológicos.

Os estudos de suprimento ou estudos energéticos visam avaliar a capacidade de um sistema gerador para atendimento do mercado consumidor. No atual estágio de desenvolvimento, apenas duas formas de geração de energia elétrica têm, em escala industrial, relevância econômica: hidrelétrica e termelétrica. Desta forma, nos estudos de planejamento, o parque gerador será composto por usinas hidráulicas e térmicas, estando estas usinas ligadas às áreas de consumo por linhas de transmissão. Em particular, o Sistema Brasileiro é constituído predominantemente por usinas hidráulicas. A geração térmica seja com combustíveis fósseis (carvão, óleo ou diesel) ou nuclear, complementa o atendimento do mercado nas horas de demanda máxima (ponta) ou em épocas secas, quando as reservas hidráulicas estão no seu limite mínimo.

A geração térmica é completamente definida pela capacidade instalada, considerando que sempre exista combustível disponível. Entretanto, a geração hidráulica não fica definida pelas características físicas das usinas, depende, ainda, das vazões afluentes aos reservatórios.

A vazão futura, evidentemente, não pode ser determinada com certeza, constituindo-se em uma variável aleatória cujo comportamento só pode, a rigor, ser descrito por uma função de distribuição de probabilidade.

Atualmente, apesar da característica aleatória das afluições, o planejamento do setor elétrico no Brasil é feito tomando-se como base conceitos determinísticos. A solução determinística parte do princípio de que a quantidade máxima de energia que um dado sistema poderia produzir nas piores condições hidrológicas observadas no passado, fornece uma boa estimativa para sua capacidade energética no futuro. A energia assim determinada é denominada Energia Firme. Consiste, assim, o enfoque determinístico, em atribuir a cada sistema a capacidade de energia que ele, numa eventual repetição das vazões históricas, poderia fornecer a qualquer tempo [4].

A probabilidade, embora desconhecida, de ocorrência no futuro de uma sequência de vazões piores do que as já registradas é aceitável como risco inerente ao planejamento.

Os principais modelos desenvolvidos segundo critérios determinísticos são de simulação. Podem ser classificados

em dois grupos: modelos de simulação com reservatório equivalente e modelos de simulação com usinas individualizadas [2]. Em cada uma das classes, os modelos podem diferir, dependendo do nível de aproximação da realidade e das considerações quanto às regras de operação e restrições operativas das usinas.

Na área probabilística, tem sido grande o desenvolvimento de modelos para a aplicação no ciclo de planejamento. Nesta área existem duas correntes principais: a técnica de simulação com séries sintéticas de vazões, onde a probabilidade é obtida através da frequência relativa; e métodos diretos, que obtêm as probabilidades por cálculos baseados em propriedades específicas das distribuições [8]. Com estes modelos, é possível estimar qual é a probabilidade de não suprimento.

A grande parte dos modelos de otimização até agora desenvolvidos para o planejamento energético utiliza-se de técnicas de programação linear e dinâmica. O emprego de ambas as técnicas, entretanto, tem restrições no que diz respeito à dimensão da aplicação. A programação dinâmica é, sem dúvida, a técnica mais adequada ao tratamento dos problemas estocásticos e tem suficiente flexibilidade de modo que, a partir da tomada de certas decisões, é possível alterar a estratégia ótima de operação. No emprego da programação dinâmica, as usinas hidráulicas são sempre representadas pelo modelo de reservatório equivalente.

Apresentamos, neste trabalho, um modelo de otimização para servir de ferramenta para o planejamento energético.

Dependendo se usado com o histórico ou previsão de afluências, pode servir de apoio aos atuais modelos de simulação no planejamento da expansão do sistema ou como instrumento no estudo de regras de operação de reservatórios. O modelo tem como objetivo maximizar a geração ao longo de um período, mantendo uniforme as gerações mensais. O objetivo é atingido otimizando a operação individual dos reservatórios da configuração em estudo.

No modelo que desenvolvemos, as usinas são tratadas individualmente, de forma que o número de variáveis do problema é grande. Adotamos como técnica de solução a programação não-linear, que tem a grande vantagem de trabalhar com problemas de grande porte com pequeno requisito de memória de computador. Além disto, com a programação linear, as variáveis associadas aos volumes dos reservatórios são contínuas, apresentando vantagem sobre a programação dinâmica, onde os reservatórios são discretizados em níveis.

Apesar das vantagens no emprego da programação não-linear para o tratamento de problemas de otimização de operação de usinas hidráulicas, somente de alguns anos para cá têm sido apresentados trabalhos que se utilizam dessas técnicas. Em paralelo com o avanço crescente da tecnologia dos computadores, novos algoritmos vêm sendo desenvolvidos visando aumentar as facilidades já mencionadas, o que nos faz acreditar que cada vez mais tornar-se-á comum a solução de problemas com algoritmos não-lineares.

Utilizando o método Fletcher-and-Reeves, foi de-

desenvolvido em 1974, na B.P.A. (Bonneville Power Administration) em convênio com a Boeing Computer Services, Inc., por Gagnon, Kowalick, Hicks e Jacoby [6], um modelo para a otimização da operação dos aproveitamentos hidráulicos do rio Columbia. O trabalho desenvolvido por Hanscon [3], para a TREQ (Hydro-Quebec), publicado em 1980, utiliza o método do gradiente reduzido, como formulado no artigo "Large Scale Linearly Constrained Optimization" de Murtagh e Saunders (1978) [9]. Esse trabalho foi desenvolvido para uma formulação de redes para operação de reservatórios. Com esta formulação, são contornados problemas numéricos, constantes na aplicação do algoritmo do gradiente reduzido. Experiência também já existe na aplicação do gradiente projetado de Rosen, assim como com outros algoritmos de direções conjugadas. No trabalho de Hanscon [3], encontra-se relacionado o que já foi feito e o que vem sendo desenvolvido nesta área e todas as dificuldades encontradas e as soluções adotadas para contorná-las.

CAPÍTULO II

FONTES GERADORAS DE ENERGIA E MODELOS DE SIMULAÇÃO

O sistema brasileiro de geração de energia elétrica é predominantemente hidráulico com complementação térmica. Neste capítulo, apresentaremos as principais características físicas e de geração das usinas hidráulicas e térmicas, além de descrever os dois principais modelos de simulação utilizados no planejamento energético.

II.1 - As Usinas Hidráulicas

Um aproveitamento hidráulico é composto por: uma barragem formadora de um reservatório, uma casa de força, onde se encontram instalados os grupos turbina-gerador, uma subestação elevadora de tensão, de onde partem as linhas de transmissão para os centros consumidores e um vertedouro por onde são liberadas as vazões excedentes.

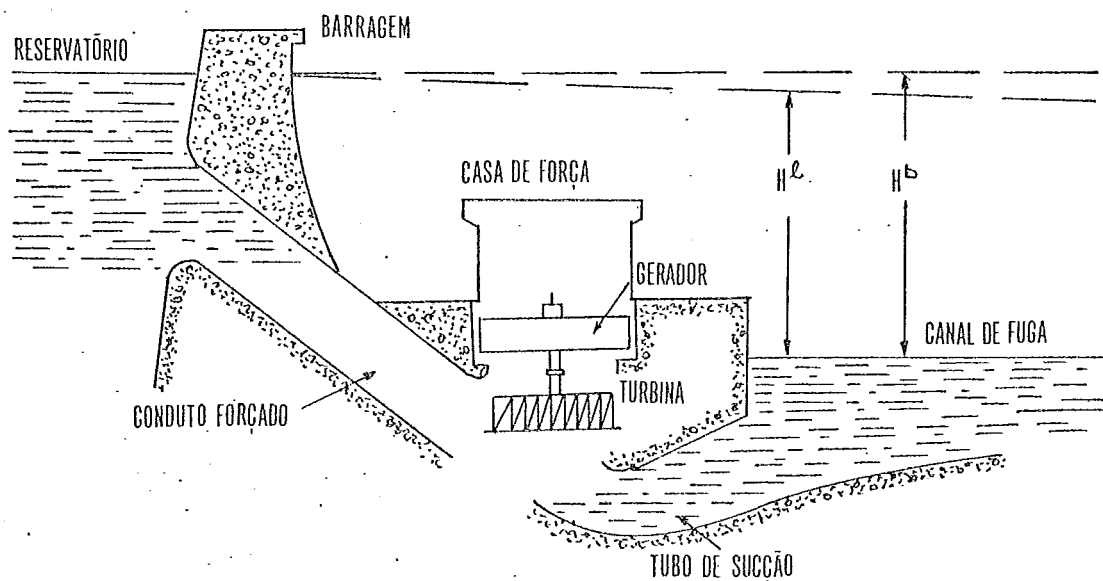


Figura II.1 - PERFIL DE UMA USINA HIDRELÉTRICA

A água captada do reservatório penetra nos condutos forçados, transformando gradativamente a sua energia potencial em energia cinética e energia de pressão dinâmica. Ao atingir a turbina, estas duas parcelas são convertidas em energia mecânica, que é transmitida ao gerador, onde se processa a sua transformação em energia elétrica.

Após ser utilizada, a água é encaminhada para o tubo de sucção, que a lança no canal de fuga da usina.

A potência instantânea produzida pelo gerador e disponível para a transmissão é igual a:

$$P = 10^{-3} \cdot g \cdot \eta_t \cdot \eta_g \cdot \eta_e \cdot Q \cdot H^l$$

onde:

- P potência produzida em MW
g aceleração da gravidade em m/s^2
 η_t rendimento da turbina
 η_g rendimento do gerador
 η_e rendimento do transformador elevador de tensão
Q vazão turbinada em m^3/s
 H^l queda líquida em m

A queda líquida é o desnível efetivamente disponível para a produção de energia. É obtida por:

$$H^l = H^b - H^p$$

onde:

H^b queda bruta em m, que é a diferença entre o nível do reservatório e o do canal de fuga

H^p altura equivalente em m, correspondente às diversas perdas de carga devidas ao atrito de escoamento e à energia cinética residual da água na saída do tubo de sucção

Define-se a produtividade da usina como sendo a potência que seria gerada pela turbinagem de $1 \text{ m}^3/\text{s}$ de água.

Então:

$$r = 10^{-3} \cdot g \cdot \eta_t \cdot \eta_g \cdot \eta_e \cdot H^{\ell}$$

onde:

r produtividade da usina em $\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}$

É interessante notar que a produtividade assim definida varia com a altura de queda (H^{ℓ}).

Para evitar esta dependência, define-se a produtividade específica da usina por metro de queda líquida. Então:

$$\rho = 10^{-3} \cdot g \cdot \eta_t \cdot \eta_g \cdot \eta_e$$

onde:

ρ produtividade específica da usina em $\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$

Utilizando as definições de produtividade, a potência instantânea gerada por uma usina é definida como:

$$P = r \cdot Q \quad \text{ou} \quad P = \rho \cdot Q \cdot H^{\lambda}$$

A vazão turbinada está limitada, principalmente, pelas restrições físicas da unidade geradora (grupo turbina-gerador). Logo:

$$Q^{\min} \leq Q \leq Q^{\max}$$

onde:

Q^{\min} vazão mínima turbinável em m^3/s

Q^{\max} engolimento da turbina em m^3/s

A barragem é a responsável pela manutenção do desnível entre montante e jusante. Ela forma um reservatório cuja água, constantemente renovada pela vazão afluente do mesmo, é captada para a produção de energia elétrica.

Os reservatórios, dependendo do seu tamanho, podem ser classificados em dois grupos: de compensação e de acumulação. Os do primeiro grupo têm volume suficiente somente para a regularização de descargas semanais ou diárias. Os do segundo grupo são maiores em tamanho e têm capacidade para regularizar as vazões de um mês, de um ano ou de alguns anos. Isto quer dizer que, estando completamente cheios, estes reservatórios demorariam um mês, um ano ou alguns anos para esvaziar. Os

reservatórios classificados nos dois últimos casos (anuais ou plurianuais) atenuam bastante o efeito da aleatoriedade das afluências naturais, pelo armazenamento em períodos chuvosos e deplecionamento em períodos secos.

As usinas de aproveitamentos com reservatórios de compensação são chamadas de 'usinas a fio d'água'. Como consideraremos sempre intervalos mensais, as vazões afluentes (médias mensais), sempre que superiores ao engolimento das turbinas, fluirão pelo vertedouro.

Nos reservatórios de acumulação, vazões superiores ao engolimento das turbinas poderão sempre ser armazenadas até a capacidade máxima do reservatório ser atingida. Existe também um volume mínimo operativo que deve ser respeitado em épocas de deplecionamento. Assim:

$$v^{\min} \leq v \leq v^{\max}$$

onde:

v volume de água armazenado (km^3)
 v^{\min} volume mínimo operativo (km^3)
 v^{\max} volume máximo (km^3)

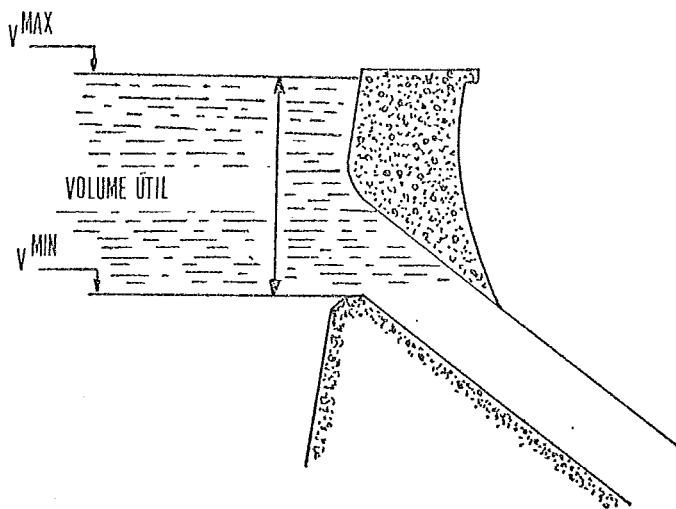


Figura II.2 - ESQUEMA DE APROVEITAMENTO DE UM RESERVATÓRIO

No sistema brasileiro, os reservatórios de acumulação são plurianuais. Doravante, sempre que mencionado reservatório, estará implícito reservatório de acumulação plurianual.

Mesmo com a existência de reservatórios, a produção de energia média de uma usina hidrelétrica durante certo período acha-se limitada pela vazão do rio. Esse não é o caso da potência máxima de uma usina, que só é limitada por características das máquinas e queda disponível. Mesmo nas usinas a fio d'água sempre é possível manter uma regularização diária ($V = Q \times 86400$) para atender à demanda de ponta.

II.2 - As Usinas Térmicas

Para a produção de energia elétrica, as usinas térmicas podem utilizar combustíveis fósseis (carvão, óleo ou gás) ou físséis (urânio natural ou enriquecido), definindo as térmi-

cas convencionais e as nucleares. Em ambos os casos, os recursos naturais transformados são do tipo não renovável, de alto custo, e não estão sujeitos às aleatoriedades dos recursos hidráulicos (a menos de interferências de ordem político-econômicas).

Em qualquer tipo, o funcionamento é análogo. A queima do combustível produz calor, aquece a caldeira, formando vapor superaquecido e sob alta pressão. Este penetra na turbina, convertendo parte de sua energia térmica em mecânica, para acionar o gerador. Após ser utilizado, o vapor é resfriado no condensador, transformando-se novamente em água. Esta é bombeada para a caldeira, fechando assim o ciclo do vapor.

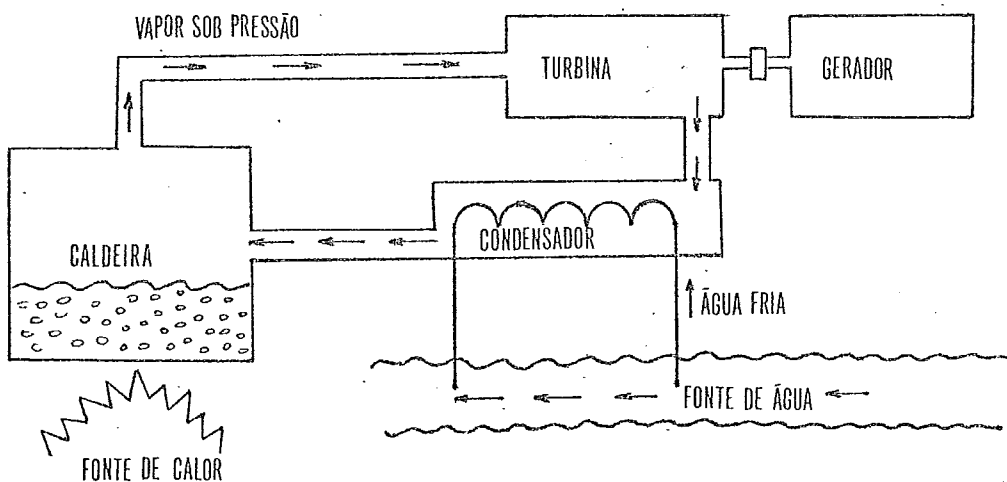


Figura II.3 - ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO DE USINA TÉRMICA

Considerando o suprimento de combustível adequado, a produção de energia elétrica em uma unidade térmica só é limitada pela capacidade instalada e pelo tempo de parada para manutenção e imprevistos. Desta maneira:

$$0 \leq P^{\min} \leq P \leq P^{\max}$$

onde:

- P potência gerada em MW
 P^{\min} potência mínima operativa da unidade geradora em MW
 P^{\max} potência máxima operativa da unidade geradora em MW

Normalmente, o suprimento de combustível não é problemático, de modo que uma central termelétrica pode ter sua capacidade energética definida, a menos de paradas por quebras, de forma determinística. Definida a capacidade instalada da usina para o atendimento de ponta (demanda máxima), a energia (demanda média) é automaticamente atendida, uma vez que unidades térmicas podem operar a fatores de capacidade superiores a qualquer mercado consumidor.

II.3 - O Modelo Composto

O modelo composto ou método de energia natural apresenta um enfoque bastante simplificado para a simulação de um sistema hidrelétrico, mas conduz a excelentes resultados globais, principalmente se as várias usinas que compõem o sistema são dotadas de boa regularização a montante ou são totalmente desprovidas de regularização, como é o caso do sistema brasileiro.

Deve-se ter em mente que a operação de um sistema gerador de energia elétrica requer a regularização de energia e

não de vazões. Apesar de parecer que essas duas regularizações ocorrem conjuntamente, este não é necessariamente o caso para sistemas maiores.

Duas componentes básicas entram na simulação de um sistema hidrelétrico: as vazões naturais e a capacidade de regularização dos reservatórios. Essas duas componentes podem ser postas sob a forma de energia e, assim, conduzir a uma regularização de energia.

- As vazões naturais dos rios podem, para cada usina, ser convertidas em energia não regularizada ou energia natural, multiplicando-se essas vazões pela queda líquida e pelo rendimento das máquinas. Assim, para cada mês, temos:

$$(II.1) \quad \xi_{k,j} = \int_{t_{j-1}}^{t_j} \rho_k H_k^l(t) \cdot Q_k(t) dt$$

onde:

$\xi_{k,j}$ energia natural da usina k no mês j (MW-mês)

t_{j-1} instante de tempo correspondente ao início do mês j

t_j instante de tempo correspondente ao final do mês j

Entretanto, tendo em vista que trabalhamos sempre com médias mensais de vazões naturais, podemos simplificar o cálculo, admitindo uma produtividade média para cada usina, calculada como:

$$(II.2) \quad \bar{\rho}_k = \frac{1}{H_k^{\max} - H_k^{\min}} \int_{H_k^{\min}}^{H_k^{\max}} \rho_k \cdot H_k^{\ell} \cdot d H_k^{\ell}$$

onde:

$\bar{\rho}_k$ produtividade média da usina k em MW/m³/s

H_k^{\max} máxima altura de queda líquida da usina k (m)

H_k^{\min} mínima altura de queda líquida da usina k (m)

Com isto, chegamos à seguinte expressão para a energia natural mensal de uma hidrelétrica:

$$(II.3) \quad \xi_{k,j} = \bar{\rho}_k \cdot Q_{k,j}$$

sendo $Q_{k,j}$ a vazão afluente ao aproveitamento k no mês j

Somando essas energias das várias usinas, obtemos a energia natural do sistema:

$$(II.4) \quad EN_j = \sum_{k \in S} \xi_{k,j}$$

onde: EN_j energia natural de um sistema de usinas hidráulicas no mês j (MW-mês)

S conjunto de usinas que compõem o sistema

- Os volumes úteis dos reservatórios podem ser expressos em termos de energia, calculando-se a geração possível com a água ar-

mazenada através de todas as usinas a jusante e da própria. Utilizando o rendimento médio, temos:

$$(II.5) \quad \alpha_k = \bar{\rho}_k (V_k^{\max} - V_k^{\min}) + \sum_{l \in J_k} \bar{\rho}_l (V_k^{\max} - V_k^{\min})$$

onde: α_k energia máxima armazenada no reservatório k (MW-mês)
 J_k conjunto dos índices dos aproveitamentos hidráulicos a jusante da usina k

A soma da capacidade energética de todos os reservatórios constitui a armazenagem (reservatório equivalente de energia) total, que pode ser usada para regularizar a energia natural do sistema, para atender uma dada carga.

$$(II.6) \quad ARM = \sum_{k \in R} \alpha_k$$

onde: ARM armazenagem máxima do sistema (MW-mês)
R conjunto dos reservatórios do sistema

Para cada mês, podemos obter, de maneira análoga, a energia armazenada nos reservatórios, bastando substituir na fórmula (II.5), V_k^{\max} pelo volume armazenado no mês, $v_{k,j}$.

Para a aplicação do método de energia natural, é necessário que exista integração elétrica e hidráulica no sistema e deve-se ter em mente que hipóteses simplificadoras, enumeradas a seguir, são admitidas. É óbvio que, se essas hipóteses não forem razoáveis para um dado sistema, o método não é apli-

cável.

- As vazões naturais devem ser corrigidas pela evaporação dos reservatórios.

- Está implícito no método que toda a energia natural e armazenada é usável, isto é, enquanto aquela for menor que a carga, e/ou esta for menor que a armazenagem máxima, não haverá vertimento.

- Nas usinas a fio d'água, a energia natural afluente deve ser limitada pela sua capacidade efetiva, vertendo eventuais excessos. Entretanto, em relação aos demais aproveitamentos, o modelo só acusa vertimento se a armazenagem em algum mês for superior à armazenagem máxima. Para que esta condição seja válida, é admitido que todos os reservatórios do sistema atinjam o seu volume máximo no mesmo instante de tempo.

- Na simulação da operação do sistema, a energia natural em cada período é comparada com a carga, para decidir se o reservatório será deplecionado ou enchido. A distribuição da armazenagem sobre os diversos reservatórios do sistema (prioridades) e restrições à sua operação (vazões mínimas, curvas de controle, etc.) são ignoradas. Admite o método que a operação do sistema é suficientemente flexível para utilizar de alguma forma a armazenagem disponível na geração de energia.

- Usinas submotorizadas não devem ser simuladas, podem ser consideradas como fonte externa de energia, assim como usinas hi-

dráulicas de pequeno porte.

Para completar tudo o que já foi explicado sobre o modelo equivalente, falta somente escrever matematicamente a equação de evolução da armazenagem.

$$\hat{EA}_{j+1} = EA_j + EN_j + GT_j - CARGA_j$$

$$(II.7) \quad EA_{j+1} = \begin{cases} \text{ARM} & \text{se } \hat{EA}_{j+1} \geq \text{ARM} \\ \hat{EA}_{j+1} & \text{se } 0 \leq \hat{EA}_{j+1} < \text{ARM} \\ 0 & \text{se } \hat{EA}_{j+1} < 0 \end{cases}$$

onde:

EA_{j+1}	armazenagem no final do mês j (MW-mês)
\hat{EA}_{j+1}	armazenagem virtual do final do mês j (MW-mês)
GT_j	geração térmica durante o mês j (MW-mês)
$CARGA_j$	requisito de mercado do mês j somada às perdas elétricas (MW-mês)

Na figura II-4, está representado, de maneira esquemática, o modelo composto.

Uma das aplicações mais freqüentes da simulação com o modelo equivalente é para a determinação da Energia Firme de uma configuração. Simula-se o sistema, as usinas hidráulicas representadas pelo reservatório equivalente e as usinas térmicas com regra de operação pré-definida, ao longo do período histórico de vazões, variando-se a carga até que a armazenagem

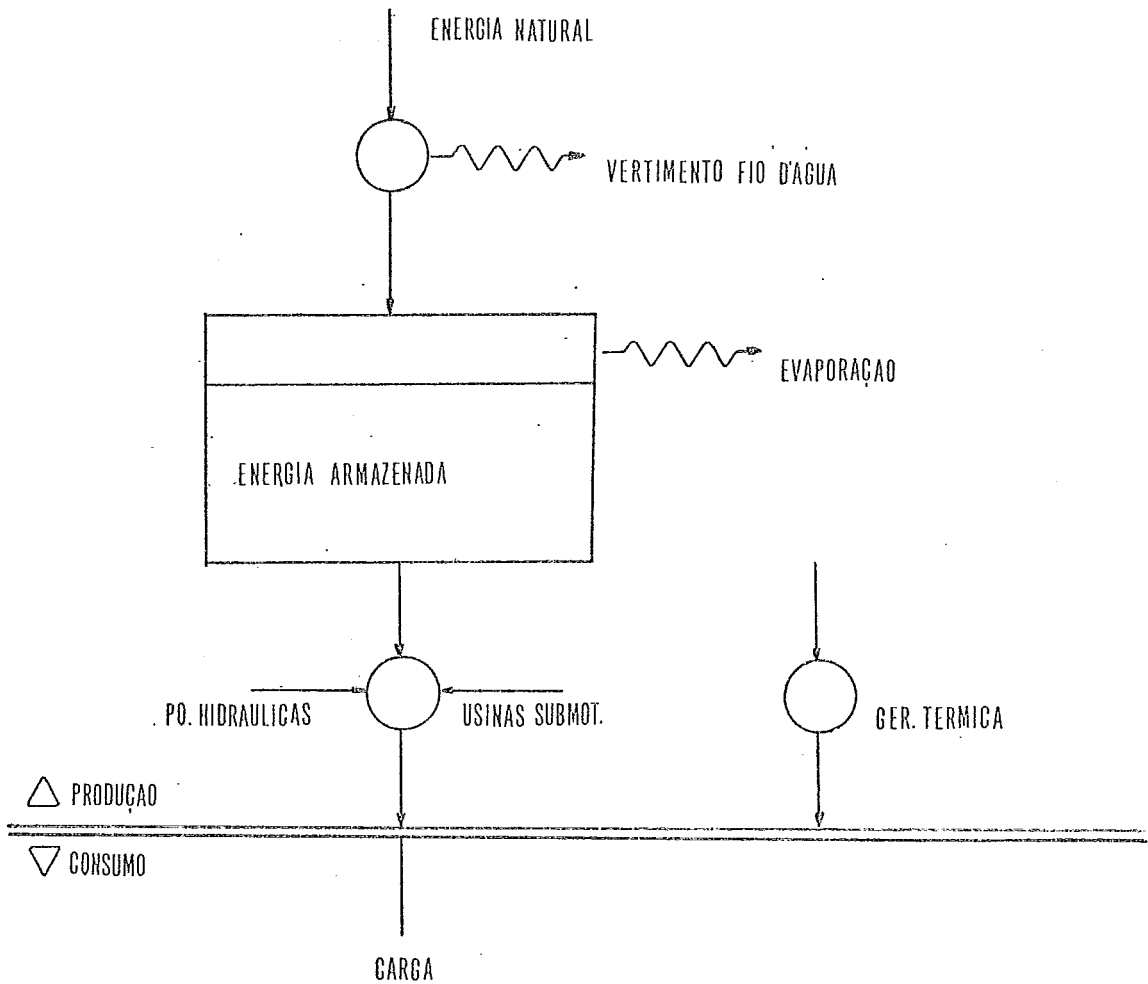


Figura II.4

ESQUEMA DO MODELO EQUIVALENTE DE UM SISTEMA HIDROTÉRMICO

do sistema chegue ao seu nível mínimo. O período de tempo durante o qual, nessa simulação, os reservatórios passam da condição de cheios à condição de vazios, é chamado de Período Crítico. A carga correspondente é a Carga Crítica, ou seja, a Energia Firme do sistema.

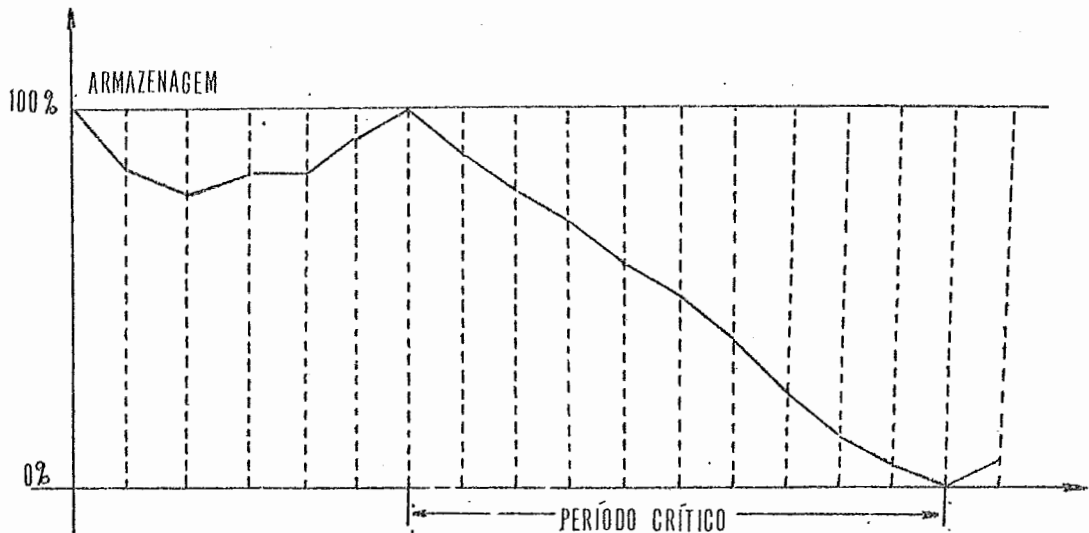


Figura II.5

EXEMPLO DE CURVA DE DEPLECIONAMENTO DO RESERVATÓRIO EQUIVALENTE

II.4 - Simulação a Usinas Individualizadas

O método de simulação a usinas individualizadas, ao contrário do modelo composto, não agrega as energias naturais das várias usinas componentes do sistema, mas as mantém separadas, operando um a um os reservatórios do sistema, dentro de regras e restrições operativas bem definidas. Esse método calcula inicialmente as possíveis gerações em cada usina, soma e compara-as com a carga dada e decide sobre o deplecionamento ou enchimento da armazenagem. Tomada essa decisão, efetua o enchimento ou deplecionamento local por local, seguindo prioridades e atendendo às limitações necessárias (curvas de controle, geração mínima para ponta, vazão mínima, etc.).

Havendo térmicas no sistema, uma vez decidida a sua operação, subtrai-se a sua geração da carga, aplicando-se então o procedimento acima. Da mesma forma, pode-se levar

em conta a geração de pequenas hidráulicas cujo porte não justifica a simulação detalhada do seu funcionamento e cuja contribuição pode ser considerada como constante.

Em vista deste método, ao simular o sistema, conservar a individualidade de cada usina, uma série de refinamentos podem ser introduzidos no modelo de simulação. Assim, além de atender a limitações específicas e regras operativas para cada usina e reservatório, pode-se aqui, em vez de converter água em energia com parâmetros médios, usar nessa conversão os valores mês a mês; o nível do canal de fuga é calculado em função da vazão; as limitações de atendimento por falta de ponta podem ser consideradas; o rendimento pode variar com a carga; os vertimentos localizados são considerados adequadamente; e assim por diante.

Como na nossa proposta as usinas são tratadas individualmente, dedicaremos um capítulo para detalhar o cálculo da energia gerada na usina. No próximo item, descrevemos as regras de operação que são atualmente usadas no modelo de simulação a usinas individualizadas - SIMUS | 2 |. No Capítulo IV, onde é descrito detalhadamente o objetivo do modelo proposto, tornaremos a mencionar estas regras de operação.

II.4.1 - Regras de Operação do Modelo SIMUS

A premissa básica deste modelo é que todos os reservatórios em um mesmo instante devem estar na mesma faixa do aproveitamento útil de seu reservatório. Cada reservatório é

dividido em 4 faixas, que são determinadas empiricamente, através de ajustes sucessivos que tendem a exprimir a maneira ótima e a individualidade de operação dos reservatórios.

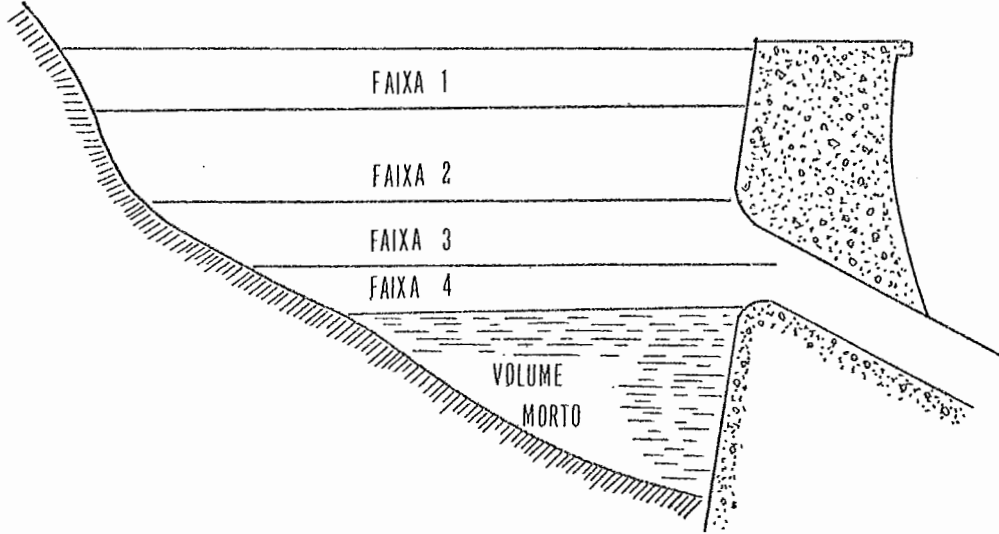


Figura II.6

ESQUEMA DO APROVEITAMENTO EM FAIXAS DE UM RESERVATÓRIO

Estas faixas associam um ritmo próprio de esvaziamento e enchimento a cada reservatório, em função de suas características. A adoção destas faixas permite um enfoque mais realista quanto à maneira de se deplecionar os reservatórios. Assim, da hipótese básica de deplecionamento em paralelo (utilizado nos primeiros modelos compostos) em que se admitia que o percentual de energia em cada reservatório fosse o mesmo, evoluiu-se para a hipótese de depleção de acordo com as faixas, em que se supõe que todos os reservatórios se situam com o mesmo percentual de armazenagem dentro de uma mesma faixa.

Além das faixas, existem definidas, para cada reservatório, curvas de controle. Uma curva de controle superior, definida para cada mês do ano, que limita a utilização má

xima do reservatório, para evitar vertimentos durante uma eventual onda de cheia, sem contudo prejudicar a geração de energia firme, assegurando que, no início do período crítico, o reservatório esteja cheio. Uma curva de controle inferior, também definida para cada mês do ano, que impede, a menos de casos extremos de estiagens (final do período crítico), seja prejudicada a capacidade de ponta da usina.

Como regra geral, deve ser dada prioridade ao esvaziamento dos reservatórios de montante para jusante em um mesmo rio e, ainda, dando preferência a usinas de alta queda, onde a redução de queda com a variação do nível do reservatório é pequena ou até desprezível.

Neste modelo de simulação, sempre os reservatórios no início do processo devem estar na situação de cheios. Definindo-se também faixas para o reservatório equivalente, determina-se pelo modelo composto, para uma dada carga, o nível de armazenamento do sistema. Todos os reservatórios devem ser mantidos no mesmo nível de armazenamento: - no mesmo percentual dentro da mesma faixa. Caso tenha sido necessário deplecionar para atender à carga, as regras acima mencionadas devem ser obedecidas. Na situação oposta, quando existe excedente, a parcela excedente deve ser armazenada objetivando atender às mesmas regras

CAPÍTULO III

A OPERAÇÃO DE USINAS HIDRÁULICAS

O modelo que desenvolvemos, como dito anteriormente, pretende ser uma ferramenta para o planejamento a longo prazo. Assim sendo, é suficiente que o intervalo de discretização do horizonte de estudo seja mensal. Calcularemos, neste capítulo, a energia gerada mensalmente em cada usina.

Antes de passarmos ao detalhamento do cálculo, definamos os seguintes conjuntos:

- F conjunto de índices associados a aproveitamentos a fio d'água
- R conjunto de índices associados a aproveitamentos com reservatórios de acumulação
- $\bar{R} \subseteq R$ conjunto de índices associados a aproveitamentos com reservatório com produção de energia
- J(i) conjunto de índices associados a aproveitamentos situados imediatamente a jusante de $i \in R \cup F$. Este índice é nulo se não existir aproveitamento imediatamente a jusante.
- M(i) conjunto de índices associados a aproveitamentos situados imediatamente a montante de $i \in R \cup F$
- $\bar{M}(i)$ conjunto de índices associados aos reservatórios situados imediatamente a montante de $i \in R$

Se $M(i) = \phi$, então $i \in R \cup F$ será um aproveitamento de cabeceira de rio.

Seja, ainda, N o número de meses do horizonte de estudo e $x_{k,j}$ a afluência incremental (m^3/s) ao aproveitamento $k \in R \cup F$ no mês j do horizonte de estudo ($0 < j \leq N$).

III.1 - Descarga das Usinas Hidráulicas

A vazão afluyente a um aproveitamento é a soma da afluência incremental natural com a descarga dos aproveitamentos imediatamente a montante.

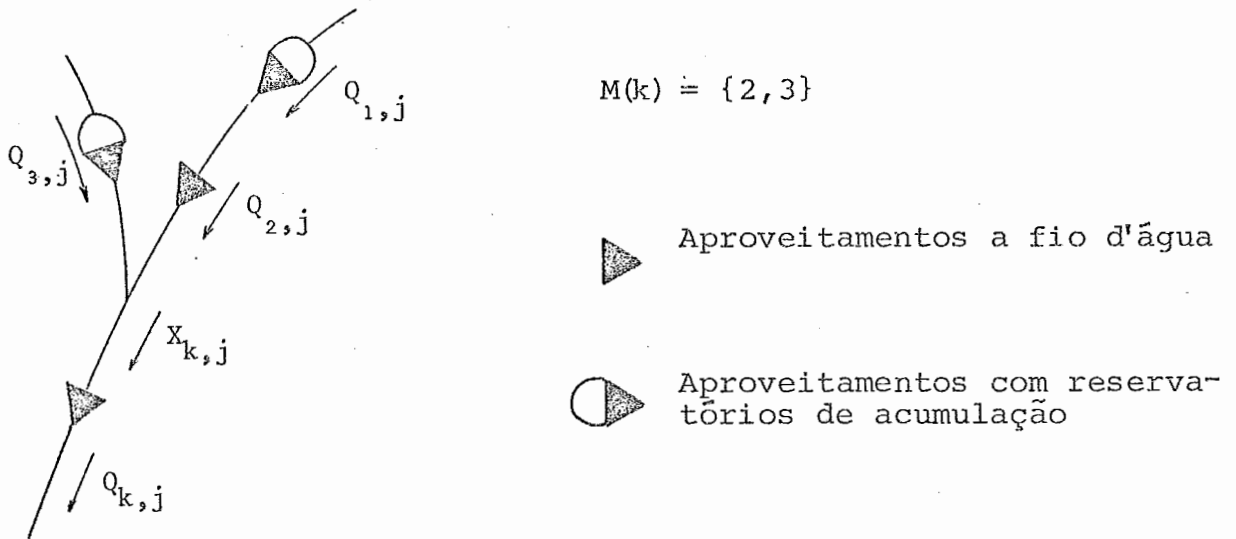


Figura III.1 - VAZÃO AFLUENTE A UM APROVEITAMENTO

Para usinas a fio d'água que não têm capacidade de regularizar a vazão afluyente, a descarga será o próprio fluxo afluyente, isto é:

$$(III.1) \quad Q_{k,j} = x_{k,j} + \sum_{\ell \in M(k)} Q_{\ell,j} - Q_{k,j}^E, \quad k \in F, \quad 0 < j \leq N$$

onde:

- $Q_{k,j}$ descarga do aproveitamento k no mês j (m^3/s)
- $Q_{k,j}^E$ perdas por evaporação no reservatório do aproveitamento k no mês j (m^3/s)

Definiremos as perdas por evaporação ao final deste capítulo.

Para as usinas com reservatórios de acumulação que são capazes de controlar as vazões afluentes, a expressão para a descarga é dada por:

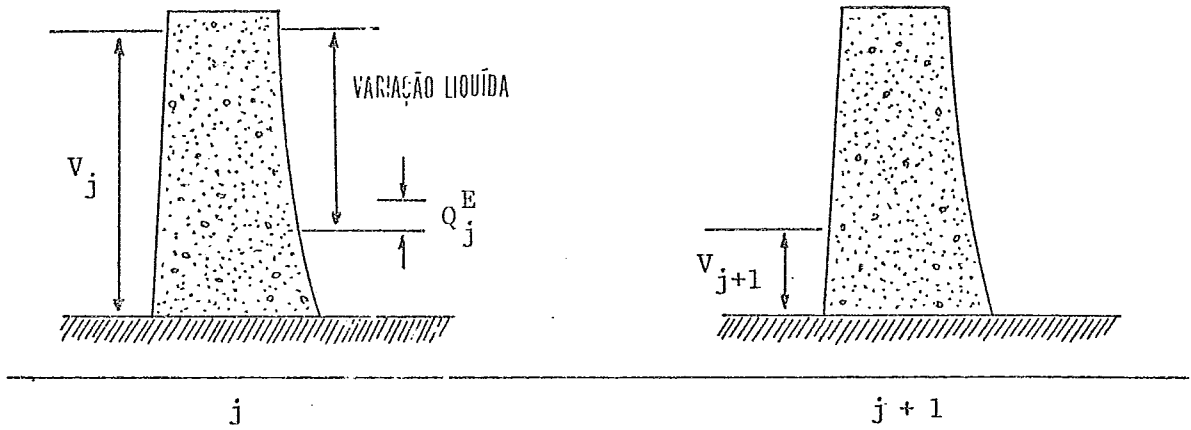
$$(III.2) \quad Q_{k,j} = x_{k,j} + \sum_{\ell \in M(k)} Q_{\ell,j} + c_j (V_{k,j-1} - V_{k,j}) - Q_{k,j}^E$$

$$k \in R, \quad 0 < j \leq N$$

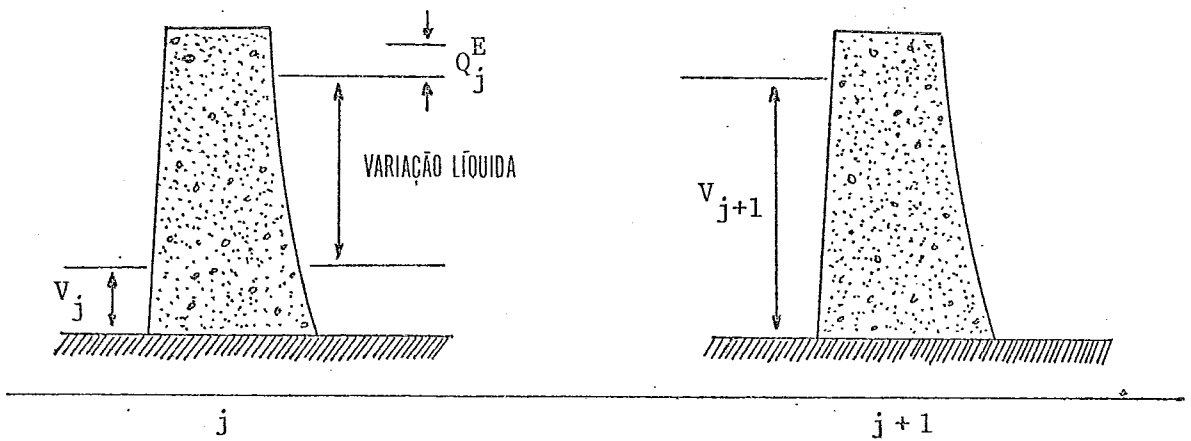
onde:

- $V_{k,j}$ volume armazenado no reservatório k no mês j (km^3)
- c_j constante de transformação de km^3 para m^3/s

Na figura III.2, estão representadas as duas situações possíveis de controle da descarga de um reservatório.



DIMINUIÇÃO DO VOLUME ARMAZENADO - AUMENTO DA DESCARGA



AUMENTO DO VOLUME ARMAZENADO - DESCARGA PARA JUSANTE RETIDA

Figura III.2 - CONTROLE DA DESCARGA EM UM RESERVATÓRIO

Conhecida a descarga de cada usina, podemos passar para o cálculo da energia gerada.

III.2 - Vazão Turbinada e Vazão Vertida

Sabemos que em cada usina o grupo turbina-gerador constitui um limite físico para a turbinagem. Quando a descarga é superior a este limite, a parcela excedente deverá escoar pelo vertedouro.

O engolimento (máxima descarga possível pelas turbinas) varia com a altura de queda e com o tipo de turbina. Por ora, como ainda não definimos o cálculo da altura de queda, suporemos apenas que existe um limite para cada mês, e mais adiante, definiremos o cálculo deste limite.

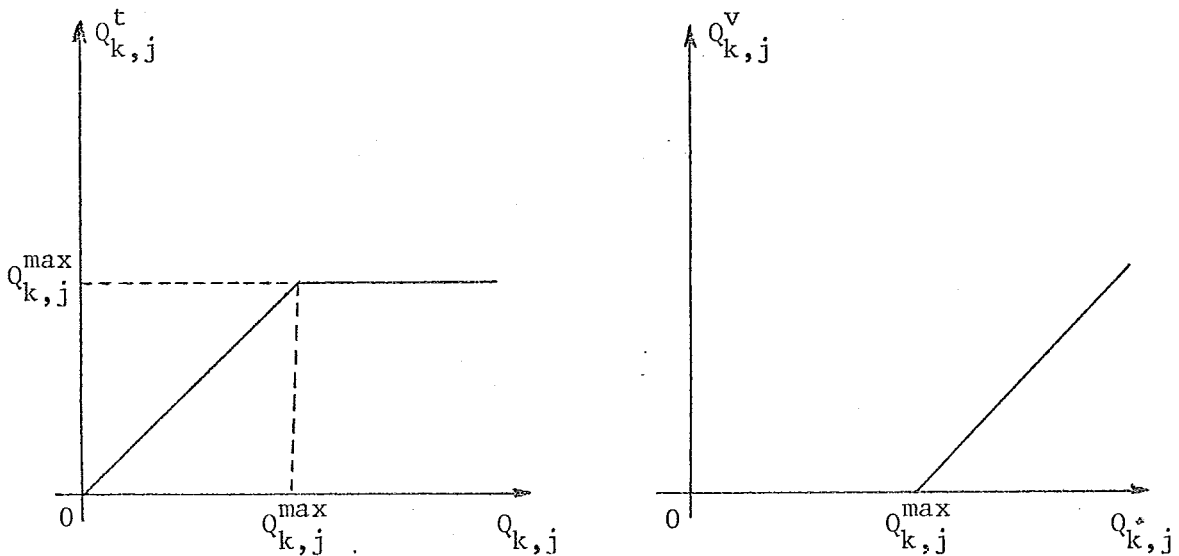


Figura III.3 - GRÁFICO DAS VAZÕES TURBINADA E VERTIDA

Temos, então, para a vazão turbinada:

$$(III.3) \quad Q_{k,j}^t = \underset{k \in R \cup F}{\text{mínimo}} \{Q_{k,j}, Q_{k,j}^{\text{max}}\}, \quad 0 < j \leq N$$

e para a vazão vertida:

$$(III.4) \quad Q_{k,j}^V = \underset{k \in R \cup F}{\text{m\u00e1ximo}} \{ (Q_{k,j} - Q_{k,j}^{\text{max}}), 0 \}, \quad 0 < j \leq N$$

III.3 - Altura de Queda

A altura de queda líquida é dada pela diferença entre o nível do reservatório e do canal de fuga, descontando perdas hidráulicas.

$$(III.5) \quad H_{k,j} = Y_{k,j} - h_{k,j} - H_k^P \quad k \in R \cup F, \quad 0 < j \leq N$$

onde:

- H_k^P altura de perdas do aproveitamento k (m)
- $H_{k,j}$ altura de queda líquida no aproveitamento k no mês j (m)
- $Y_{k,j}$ nível do reservatório no aproveitamento k no mês j (m)
- $h_{k,j}$ nível do canal de fuga do aproveitamento k no mês j (m)

III.3.1 - Nível do Reservatório

Para as usinas a fio d'água, a cota do reservatório é constante. Nas usinas com reservatório de acumulação, o nível depende do volume de água armazenado.

Esta dependência é definida por um polinômio de grau não superior a 4, conhecido para todos os aproveitamentos. Como o volume de água armazenado varia durante o mês, usaremos

o valor médio entre o início e o fim do mês, para termos a cota média do reservatório. Assim:

$$(III.6) \quad Y_{k,j} = f_k \left[(V_{k,j-1} - V_{k,j})/2 \right], \quad k \in R, \quad 0 < j \leq N$$

onde:

f_k função polinomial de grau menor ou igual a 4, para o aproveitamento k . Este polinômio expressa o nível do reservatório em função do volume de água armazenado.

III.3.2 - Nível do Canal de Fuga

O nível do canal de fuga é função da quantidade de água liberada, ou seja, é função da descarga da usina. Esta função, como para a cota do reservatório, também é um polinômio de grau não superior a 4.

Para o cálculo do nível do canal de fuga em função da descarga, devemos levar em consideração que a geração de uma usina acompanha a curva de carga do sistema, ou seja, nas horas de demanda máxima (horas de ponta), turbina toda a sua capacidade de engolimento. Assim sendo, para dar maior aderência ao modelo, consideraremos um nível médio para o canal de fuga em função das descargas na hora da ponta e fora da hora da ponta.

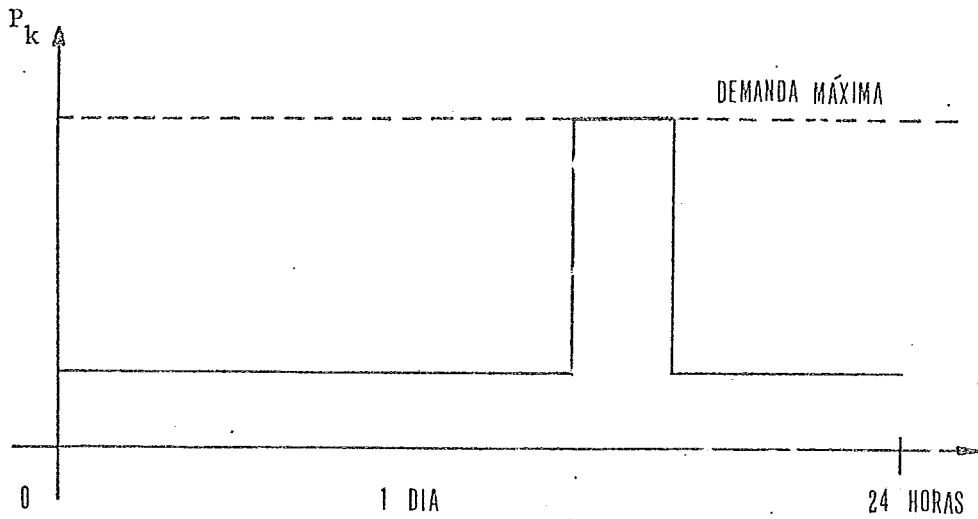


Figura III.4 - ESQUEMA DA GERAÇÃO DIÁRIA DE UMA USINA

Podemos então expressar a descarga turbinada como:

$$(III.7) \quad Q_{k,j}^t = f_k^C \cdot Q_{k,j}^{\max} + (1-f_k^C) Q_{k,j}^{\prime}, \quad k \in R \cup F \quad 0 < j \leq N$$

onde:

f_k^C fator de capacidade de ponta (energia gerada nas horas de ponta dividida pela capacidade instalada) do aproveitamento k

$Q_{k,j}^{\prime}$ vazão turbinada fora das horas de ponta no aproveitamento k no mês j

Assim, para os casos em que toda descarga é turbinada (descarga menor que o engolimento), devemos calcular o nível do canal de fuga como uma média ponderada das vazões turbinadas na ponta e fora da hora da ponta.

(III.8)

$$h'_{k,j} = \frac{g_k(Q_{k,j}^{\max}) \cdot Q_{k,j}^{\max} \cdot f_k^C + g_k(Q'_{k,j}) \cdot Q'_{k,j} \cdot (1-f_k^C)}{Q_{k,j}} ; \quad \begin{array}{l} k \in R \cup F \\ 0 < j \leq N \end{array}$$

onde:

g_k função polinomial de grau menor ou igual a 4, para o aproveitamento k . Este polinômio expressa o nível do canal de fuga em função da descarga.

$h'_{k,j}$ nível médio do canal de fuga do aproveitamento k no mês j , caso não haja afogamento pelo reservatório de jusante

Nos casos em que ocorrem vertimentos (descarga superior à vazão turbinada), o nível do canal de fuga é obtido diretamente pela aplicação de $g_k(\cdot)$ a $Q_{k,j}$.

Acontecem situações em que o nível do canal de fuga calculado é inferior à cota do reservatório de jusante. Nestes casos, o nível do canal de fuga será obviamente igual à cota do reservatório de jusante.

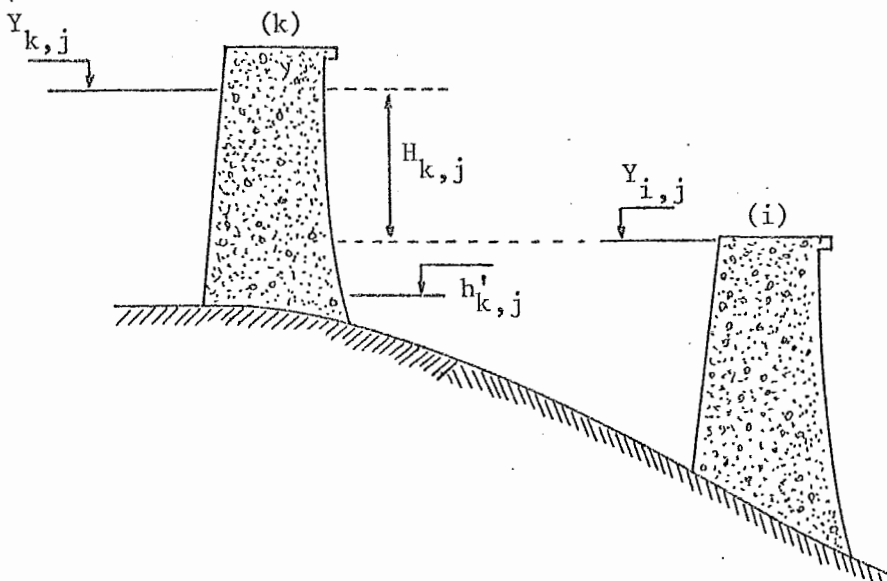


Figura III.5 - AFOGAMENTO DAS TURBINAS DO APROVEITAMENTO k

Resumindo todas as situações, obtemos a seguinte expressão para o nível do canal de fuga:

(III.9)

$$h_{k,j} = \begin{cases} \max_{i \in J(k)} \{h'_{k,j}, y_{i,j}\} & \text{se } Q_{k,j} < Q_{k,j}^{\max} \\ \max_{i \in J(k)} \{g_k(Q_{k,j}), y_{i,j}\} & \text{se } Q_{k,j} \geq Q_{k,j}^{\max} \end{cases} \quad \begin{matrix} k \in R \cup F \\ 0 < j \leq N \end{matrix}$$

III.4 - Engolimento das Turbinas

Um primeiro limite ao engolimento das turbinas é imposto pelo limite térmico do gerador, isto é, pela máxima capacidade de geração (potência nominal da usina). Portanto:

(III.10)

$$Q_{k,j}^{\max} \leq \frac{P_k^{\text{nom}}}{\rho_k H_{k,j}}, \quad k \in R \cup F, \quad 0 < j \leq N$$

sendo P_k^{nom} a potência nominal da usina k , especificada em placa, como sendo a potência gerada para uma altura e vazão turbinada também nominais.

$$P_k^{\text{nom}} = \rho_k \cdot H_k^{\text{nom}} \cdot Q_k^{\text{nom}}, \quad k \in R \cup F$$

Caso $H_{k,j} \geq H_k^{\text{nom}}$, então teremos:

(III.11)

$$Q_{k,j}^{\max} = \frac{Q_k^{\text{nom}} \cdot H_k^{\text{nom}}}{H_{k,j}}, \quad k \in R \cup F, \quad 0 < j \leq N$$

Para $H_{k,j} < H_k^{\text{nom}}$, o engolimento, dependendo do tipo da turbina da usina, pode ser função da altura de queda líquida. É o que acontece para as turbinas do tipo Francis e rodas Pelton. Para estes dois tipos, é suposto movimento de queda livre para o fluxo de água, implicando numa proporcionalidade entre o engolimento e a raiz quadrada da altura. Temos, então:

$$(III.12) \quad Q_{k,j}^{\text{max}} = Q_k^{\text{nom}} \cdot \sqrt{\frac{H_{k,j}}{H_k^{\text{nom}}}}, \quad k \in R \cup F, \quad 0 < j \leq N$$

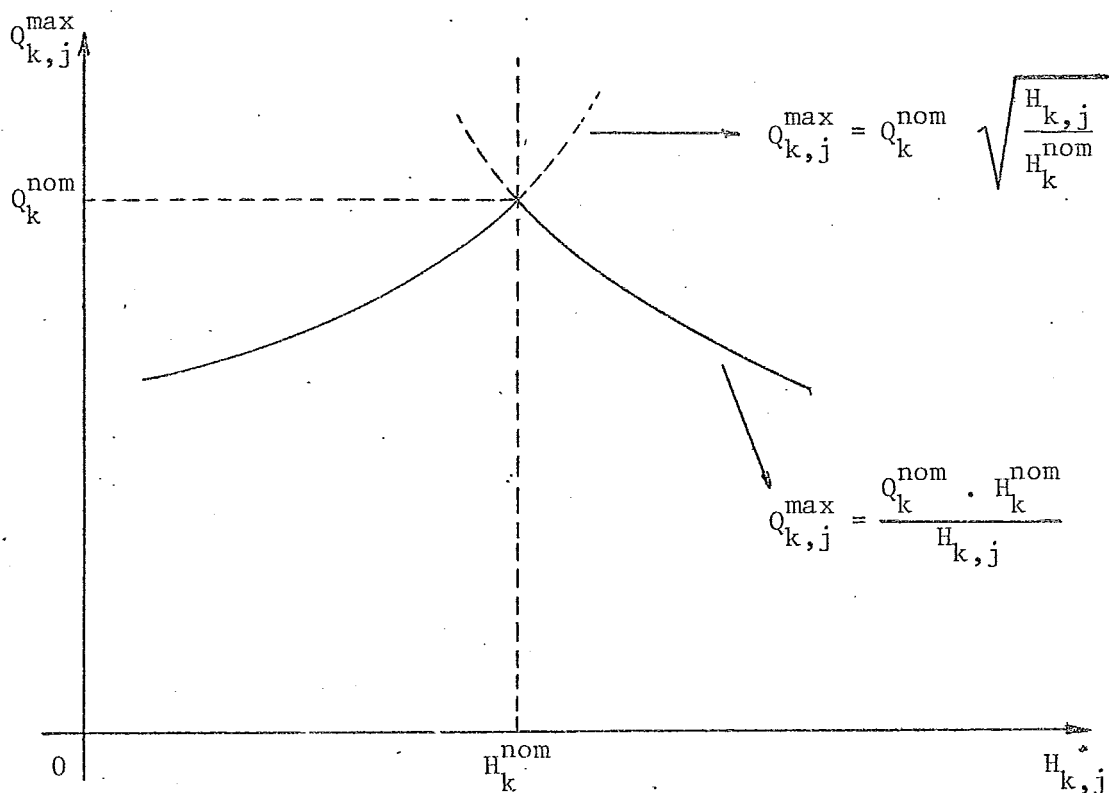


Figura III.6 - GRÁFICO DO ENGOLIMENTO PARA USINAS
COM TURBINAS FRANCIS OU RODAS PELTON

Para turbinas a hélice (Kaplan e Propeller), o cálculo do engolimento é complexo; consideraremos simplesmente a vazão turbinada nominal como limite.

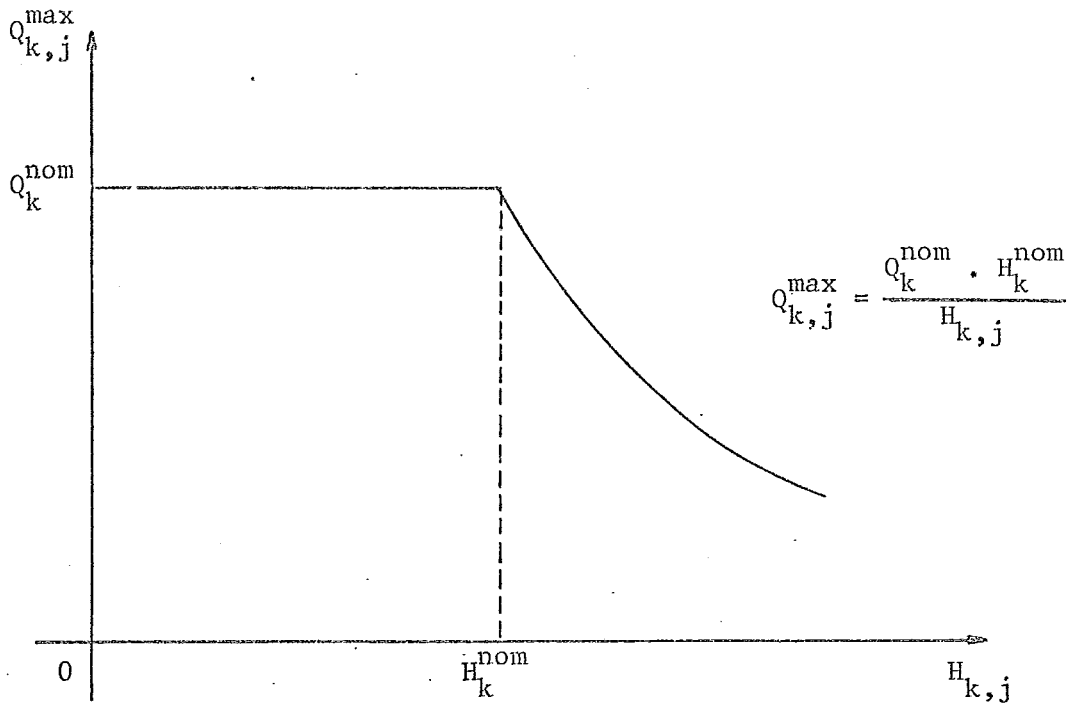


Figura III.7 - GRÁFICO DO ENGOLIMENTO PARA USINAS COM TURBINAS A HÉLICE

No cálculo do engolimento, é considerado como nível do canal de fuga o máximo entre o calculado em (III.9) e o nível para a vazão turbinada nominal.

III.5 - Capacidade de Ponta

É chamada de capacidade de ponta a geração máxima da usina. Obviamente, este limite depende da altura de queda e é dado por:

$$\text{(III.13)} \quad P_{k,j}^{\max} = \begin{cases} P_k^{\text{nom}} \left(\frac{H_{k,j}}{H_k^{\text{nom}}} \right)^{3/2}, & \text{se } H_{k,j} < H_k^{\text{nom}} \\ P_k^{\text{nom}}, & \text{se } H_{k,j} \geq H_k^{\text{nom}} \end{cases} \quad \begin{array}{l} k \in R \cup F \\ 0 < j \leq N \end{array}$$

A capacidade máxima total do sistema deve ser suficiente para atender à demanda nas horas de ponta. Assim sendo, na operação dos reservatórios, deve-se ficar atento ao fato de que deplecionamentos implicam em perdas de ponta.

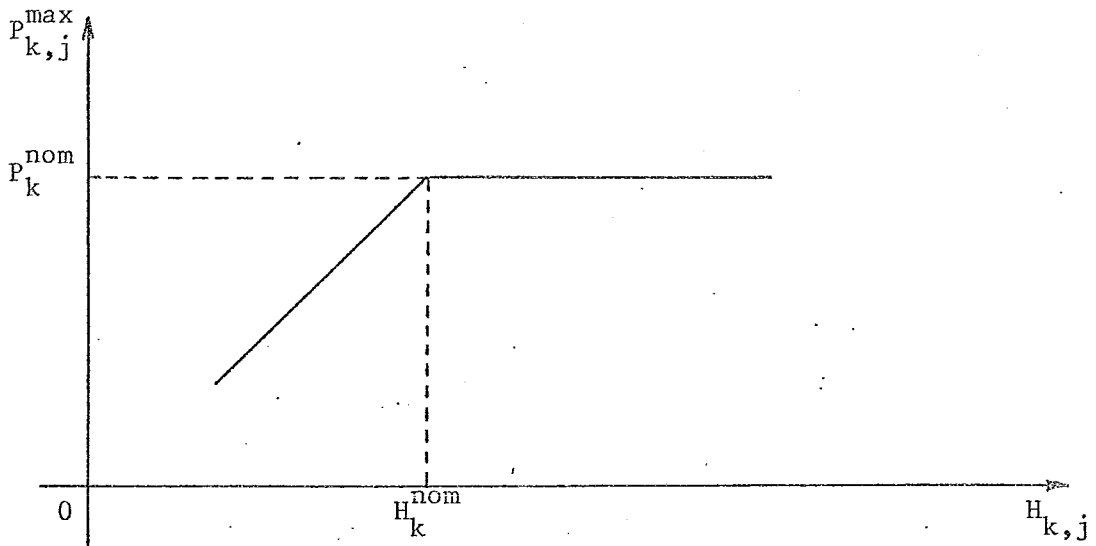


Figura III.8 - GRÁFICO DA CAPACIDADE MÁXIMA DE PONTA DE UMA USINA

III.6 - Perdas por Evaporação

As perdas por evaporação são calculadas por:

(III.14)

$$Q_{k,j}^E = \frac{10^{-6} \cdot \sigma_{k,j} \cdot S_{k,j}}{d_j}, \quad k \in R U F, \quad 0 < j \leq N$$

sendo:

$$S_{k,j} = S_k(y_{k,j})$$

onde:

- d_j número de segundos do mês
- $\sigma_{k,j}$ coeficiente médio de evaporação do reservatório (para cada mês do ano), medido em milímetros
- $s_{k,j}$ área média (km^2) do espelho do reservatório
- ξ_k função polinomial de grau menor ou igual a 4

Para as usinas a fio d'água, as perdas são constantes para cada mês do ano, uma vez que a área do espelho do reservatório não varia.

CAPÍTULO IV

O MODELO PROPOSTO

A idéia de desenvolver este modelo surgiu da necessidade prática de otimizar a operação dos reservatórios hidráulicos, visando criar regras para os modelos de simulação | 2 | e atender problemas da operação do sistema.

Da experiência adquirida em estudos com os modelos de simulação a usinas individualizadas, notou-se que, à medida que foram melhoradas e ajustadas as faixas de prioridade de utilização dos reservatórios, melhores foram os resultados, ou seja, maiores ganhos energéticos foram obtidos.

Atualmente, estas faixas são determinadas por ajustes sucessivos, tomando como base a experiência prática dos planejadores e resultados de simulações anteriores. Este processo é muito lento e, quando deseja-se estudar características específicas de algumas usinas, como por exemplo vazão mínima, o número de combinações possíveis para variação do item que está sendo estudado e as faixas é muito grande, tornando o processo de estudo extremamente demorado e algumas vezes inviável.

Desenvolvemos um modelo que, tendo como objetivo maximizar a energia gerada ao longo de um período através da otimização da operação dos reservatório, possibilita que tais estudos sejam realizados com menor interferência dos analistas de planejamento e menor número de iterações. Assim sendo, preten-

demos, com este modelo, criar mais uma ferramenta para o planejamento energético, no que diz respeito a estudos de operação.

Uma das aplicações do modelo será na obtenção de faixas mensais de prioridade de utilização dos reservatórios, objetivando substituir as atuais faixas, que são discretas (ver Figura II.6), nos modelos de simulação a usinas individualizadas. Estas faixas devem ser determinadas de forma que a energia firme do sistema seja garantida com a repetição das vazões do histórico de afluições naturais. Assim sendo, neste caso, o horizonte para o modelo de otimização será o Período Crítico determinado para a configuração estudada pelo modelo equivalente.

Suponhamos que, para uma dada configuração, o período crítico se alongue por cinco anos, como é o caso da região Sudeste. Para cada reservatório, obteremos uma curva de deplecionamento ótima para o período, a partir da qual serão construídas as faixas. Seccionando a curva ao final de cada ano crítico, ficarão definidas 4 faixas.

Assim, a Faixa 1 é definida pelos trechos da curva do primeiro e segundo ano crítico; a Faixa 2, pelo segundo e terceiro ano; a Faixa 3, pelo terceiro e quarto ano; e a Faixa 4 pelo quarto e quinto ano. Na Figura IV-1, está exemplificado como podem ser obtidas estas faixas.

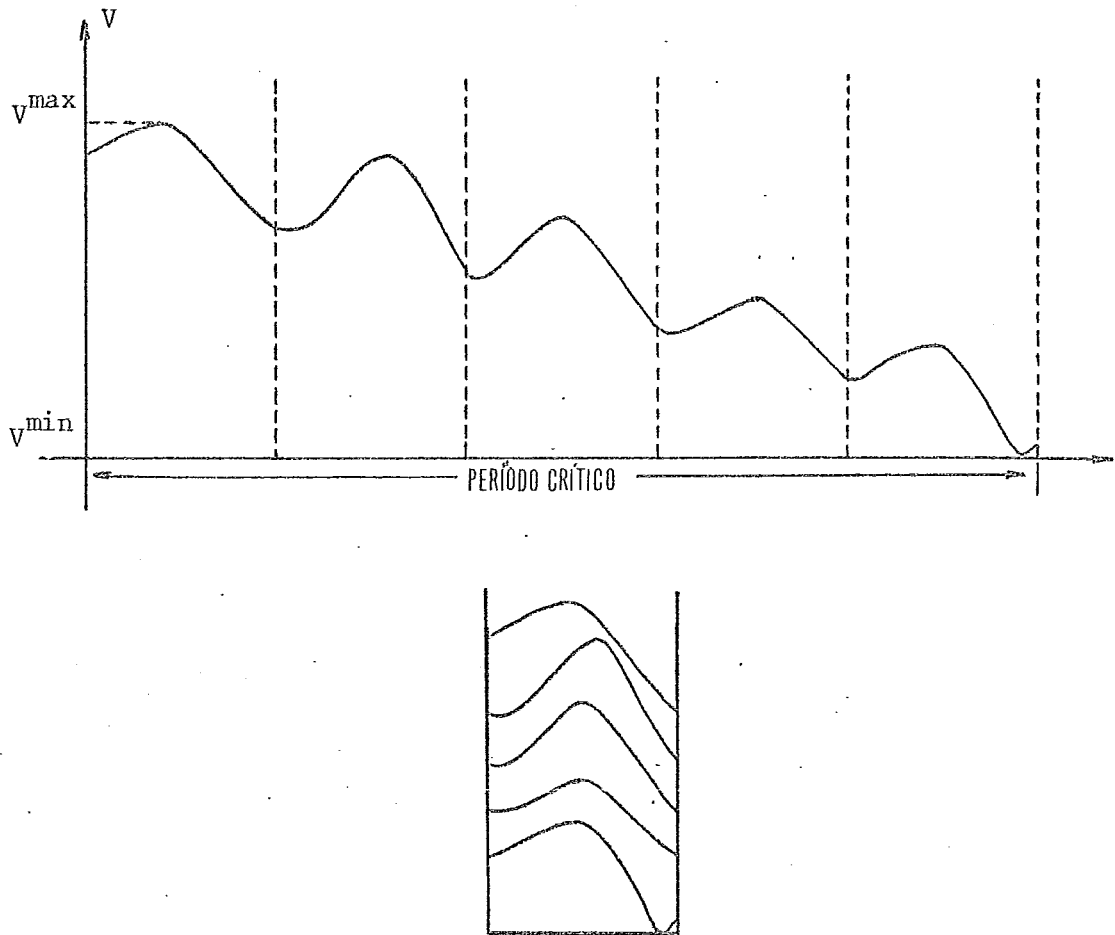


Figura IV.1 - DEFINIÇÃO DAS FAIXAS MENCIAIS PARA UM RESERVATÓRIO

A mesma curva utilizada para obtenção das faixas pode servir como guia para o planejamento da operação. Entretanto, o mais útil para esta finalidade seria trabalhar com previsões de afluências ou com séries sintéticas. Um problema prático da operação é estudar a utilização dos reservatórios em épocas chuvosas visando obviamente maximizar a geração e, além disso, chegar ao início da estação seca com os reservatórios cheios. Isto significa acrescentar ao modelo mais uma restrição de alvo ao final do período.

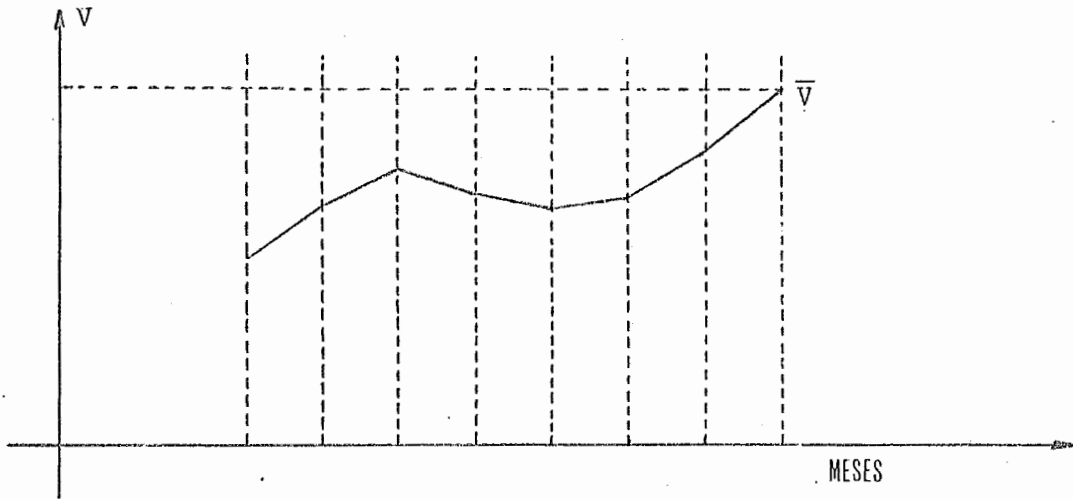


Figura IV.2 - EXEMPLO DE CURVA DE UTILIZAÇÃO DE UM RESERVATÓRIO COM ALVO

Para qualquer uma das aplicações, deve-se ter sempre em mente o problema de perda de capacidade de ponta quando estamos deplecionando os reservatórios para maximizar a energia gerada.

Pela equação (III.13), vemos que a capacidade de ponta de uma usina decresce com a altura de queda. Assim, o mais correto seria levar em consideração este problema; entretanto, optou-se por uma formulação mais simples para facilitar a avaliação da eficiência do método utilizado na solução do modelo.

IV.1 - Formalização do Modelo

Vamos formalizar o problema para a aplicação descrita anteriormente de otimização da operação dos reservatórios em Período Crítico. Utilizando o equacionamento da geração individual das usinas, descrito no capítulo III, temos o seguinte problema:

$$\text{Maximizar } \sum_{j=1}^N E_j - \omega \sum_{j=1}^N (E_j - \bar{E})^2$$

Sujeito a:

$$Q_{k,j} = x_{k,j} + \sum_{\ell \in M(k)} Q_{\ell,j} + c_j (V_{k,j-1} - V_{k,j}) - Q_{k,j}^E ; \quad k \in R, 0 < j \leq N$$

$$Q_{k,j} = x_{k,j} + \sum_{\ell \in M(k)} Q_{\ell,j} - Q_{k,j}^E ; \quad k \in F, 0 < j \leq N$$

$$V_k^{\min} \leq V_{k,j} \leq V_{k,j}^E \leq V_k^{\max} ; \quad k \in R, 0 < j \leq N$$

$$Q_k^{\min} \leq Q_{k,j}^J \leq Q_{k,j} ; \quad k \in R \cup F, 0 < j \leq N$$

$$Q_{k,j}^t = \begin{cases} Q_{k,j} & \text{se } Q_{k,j} < Q_k^{\max} \\ Q_k^{\max} & \text{se } Q_{k,j} \geq Q_k^{\max} \end{cases} ; \quad k \in R \cup F, 0 < j \leq N$$

onde:

$$E_j = \sum_{k \in R \cup F} \rho_k \cdot H_{k,j} \cdot Q_{k,j}^t \quad \text{é a energia gerada no mês } j \text{ (MW-mês)}$$

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E_j \quad \text{é a energia média gerada ao longo do período } (\overline{MW})$$

$\omega > 0$ penalidade para gerações fora da média

$V_{k,j}^E$ limite superior para o volume do reservatório k no mês j para controle de enchentes (km^3)

$Q_{k,j}^J$ limite mínimo da descarga para garantir vazão a jusante do aproveitamento k no mês j para fins não energéticos (m^3/seg)

N número de meses do período crítico

Os volumes dos reservatórios no mês anterior ao início do estudo são conhecidos para todos os elementos do conjunto R.

Para aplicações que necessitem que seja garantido um volume mínimo para os reservatórios ao final do período, deve-se acrescentar a restrição:

$$V_{k,N} \geq \bar{V}_k \quad ; \quad k \in R \cup F, \quad 0 < j \leq N$$

Assim como inserimos na formulação principal controles de enchente e vazão garantida para jusante, outras restrições também podem ser colocadas.

IV.2 - O Método de Solução

Tendo em vista o trabalho desenvolvido pela "Bon-neville Power Administration - BPA", em convênio com a "Boeing Computer Services Inc." | 6 | para a otimização da bacia do rio Columbia, optamos pelo mesmo método, uma vez que ambos os modelos têm características semelhantes e os resultados foram excelentes | 5 |.

O método é o algoritmo de Fletcher and Reeves |11|, apesar de estamos diante de um problema não-linear com restrições lineares e não-lineares. As restrições são classificadas em dois grupos: fortes e fracas. As restrições fracas são introduzidas na função objetivo como termos penalizados e uma pequena modificação é adaptada ao algoritmo para que o espaço de-

finido pelas restrições fortes não seja violado.

Sendo a maior parte das restrições lineares, poderíamos trabalhar com algoritmos baseados no método simplex, gradiente reduzido ou projetado, inserindo na função objetivo, como termos penalizados, as restrições não-lineares (limitação para o engolimento e capacidade de ponta). Entretanto, esta classe de algoritmos envolve inversões de matrizes que, na aplicação a problemas de grande porte, fazem surgir dificuldades numéricas.

O método de Fletcher-and-Reeves é um algoritmo para problemas não-lineares irrestritos. É uma adaptação do método de direções conjugadas para problemas não-quadráticos, introduzindo, a cada iteração, um problema de minimização na reta. As direções de minimização são conjugadas, obtidas como combinação linear do gradiente e da direção determinada na iteração anterior. A seguir, descreveremos resumidamente o algoritmo (destacando as adaptações a partir do algoritmo do gradiente conjugado), seguido de exemplos para funções quadráticas e não-quadráticas.

IV.2.1.- Algoritmo de Fletcher-and-Reeves

Seja o problema:

$$\text{Minimizar } 1/2 \underline{x}' \underline{Q} \underline{x} + \underline{b}' \underline{x} + c$$

$$\underline{x} \in E^n$$

onde:

\underline{Q} matriz $n \times n$ simétrica definida positiva
 \underline{x} vetor coluna
 \underline{x}' vetor linha

Podemos resolvê-lo pelo algoritmo de direções conjugadas em n iterações [7]:

Passo 0: Dado \underline{x}_1 , calcule $\nabla f(\underline{x}_1)$; faça $k=1$; e $\underline{d}_1 = -\nabla f(\underline{x}_1)$

Passo 1: Calcule $\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_k + \alpha_k \underline{d}_k$, com $\alpha_k = \frac{\nabla f(\underline{x}_k)' \underline{d}_k}{\underline{d}_k' \underline{Q} \underline{d}_k}$

Passo 2: Se $k=n$, então pare.

Senão, faça: $\underline{d}_{k+1} = -\nabla f(\underline{x}_{k+1}) + \beta_k \underline{d}_k$

onde:

$$\underline{d}_{k+1} = \frac{\nabla f(\underline{x}_{k+1})' \underline{Q} \underline{d}_k}{\underline{d}_k' \underline{Q} \underline{d}_k}; \quad e \quad k = k+1$$

Calcule $f(\underline{x}_k)$ e volte para o Passo 1.

As direções \underline{d}_k calculadas são \underline{Q} -conjugadas, isto é, $\underline{d}_k' \underline{Q} \underline{d}_{k+1} = 0$, para $k = 1, 2, \dots, n$.

Para exemplificar, suponhamos o problema:

$$(IV.1) \quad \text{Minimizar } f(\underline{x}) = (x_1 - 2)^2 + (x_1 - 2x_2)^2$$

$$\underline{x} \in E^2$$

Como $\underline{x} \in E^2$, são necessárias somente duas iterações do algoritmo, independente do ponto \underline{x}_1 . A solução ótima para o problema é o ponto $\underline{x}^* = (2.0, 1.0)$ onde $\|\nabla f(\underline{x}^*)\| = 0$. Os resultados dos cálculos de cada passo estão resumidos no quadro IV.1, com o ponto inicial $\underline{x}_1 = (0.0, 3.0)$.

k	\underline{x}'_k $f(\underline{x}'_k)$	$\nabla f(\underline{x}'_k)'$ $\ \nabla f(\underline{x}'_k)\ $	\underline{d}'_k	α_k	\underline{x}'_{k+1}
1	(0.000, 3.000) 40.0	(-16.000, 24.000) 28.844	(16.000, -24.000)	0.096	(1.529, 0.706)
2	(1.529, 0.706) 0.236	(-0.705, 0.471) 0.848	(0.719, 0.449)	0.654	(1.999, 1.000)
1	(1.999, 1.000) 0.000	(0.000, 0.000) 0.000			

Quadro IV.1

O algoritmo de Fletcher-and-Reeves é uma adaptação do algoritmo de direções conjugadas, que possibilita o emprego do método para a solução de problemas com funções não-quadráticas.

- Algoritmo de Fletcher-and-Reeves | 7, 11 |

Passo 0: Inicialização

Dado \underline{x}_1 e $\epsilon > 0$, calcule $\nabla f(\underline{x}_1)$; faça $k=1$ e $\underline{d}_1 = \nabla f(\underline{x}_1)$

Passo 1: Teste de Parada

Se $\|\nabla f(\underline{x}'_k)\| < \epsilon$, então pare; senão, prossiga para o Passo 2.

Passo 2: Iterações dentro de um ciclo

(i) Faça $\tilde{x}_{k+1} = \tilde{x}_k + \alpha_k d_{k-k}$, onde α_k minimiza $f(\tilde{x}_k + \alpha d_{k-k})$, $\alpha \geq 0$ e calcule $\nabla f(\tilde{x}_{k+1})$.

(ii) Se $k=n$, então vá para o Passo 3, senão faça:

$$d_{k+1} = -\nabla f(\tilde{x}_{k+1}) + \beta_k d_{k-k}$$

$$\text{onde: } \beta_k = \frac{\|\nabla f(\tilde{x}_{k+1})\|^2}{\|\nabla f(\tilde{x}_k)\|^2}; \quad k = k+1$$

e volte para (i).

Passo 3: Novo ciclo

Faça $k=1$; $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_{n+1}$; $\nabla f(\tilde{x}_1) = \nabla f(\tilde{x}_{n+1})$ e vá para o Passo 0.

Para funções quadráticas, o algoritmo converge em n iterações. Para outro tipo de função também é garantida a convergência, uma vez que, a cada n iterações (novo ciclo), é resolvido um problema de máximo declive (minimização na direção oposta ao gradiente) e nas outras iterações, o valor da função objetivo não cresce e, na verdade, é esperado que decresça [7].

Resolvemos o problema (IV.1) com este algoritmo, usando no Passo 1 o algoritmo de Golden Search [11], com precisão de 0.0001 e como regra de parada, uma tolerância de 0.02 para a norma do gradiente. Observando os cálculos resumidos no quadro IV.2, vemos que, ao final do primeiro ciclo, a norma do gradiente do novo ponto calculado é 0.021 e que só foi necessário mais uma iteração devido a erros de arredondamento e precisão.

k	\tilde{x}_k $f(\tilde{x}_k)$	$\nabla f(\tilde{x}_k)$ $\ \nabla f(\tilde{x}_k)\ $	d_k	α_k	\tilde{x}_{k+1}
1	(0.000, 3.000) 40.000	(-16.000, 24.000) 28.844	(16.000, -24.000)	0.096	(1.529, 0.706)
2	(1.529, 0.706) 0.235	(-0.708, -0.468) 0.848	(0.722, 0.447)	0.654	(2.001, 0.998)
1	(2.001, 0.998) 0.000	(0.011, -0.018) 0.021	(-0.011, 0.018)	0.095	(2.000, 1.000)
2	(2.000, 1.000) 0.000	(0.000, -0.000) 0.000			

Quadro IV.2

Para exemplificar a aplicação do algoritmo para funções não-quadráticas, resolvemos o seguinte problema:

$$\text{Minimizar } f(\underline{x}) = (x_1 - 2)^2 + (x_1 - 2x_2)^4$$

(IV.2)

$$\underline{x} \in E^2$$

com o mesmo método de minimização e a mesma regra de parada. Os cálculos intermediários estão resumidos no quadro IV.3, a seguir:

k	\tilde{x}'_k $f(\tilde{x}'_k)$	$\nabla f(\tilde{x}'_k)'$ $\ \nabla f(\tilde{x}'_k)\ $	\tilde{d}'_k	α_k	\tilde{x}'_{k+1}
1	(0.000, 3.000) 40.000	(-44.000, 24.000) 50.119	(44.000, -24.000)	0.060	(2.645, 1.557)
2	(2.645, 1.557) 0.394	(1.131, 1.881) 1.886	(-0.068, -1.915)	0.127	(2.636, 1.315)
1	(2.636, 1.315) 0.164	(1.043, -0.028) 1.043	(-1.043, 0.028)	0.171	(2.458, 1.319)
2	(2.458, 1.319) 0.076	(0.022, 0.723) 0.723	(-0.524, -0.710)	0.247	(2.328, 1.144)
1	(2.328, 1.144) 0.013	(0.223, -0.162) 0.276	(-0.223, 0.162)	0.115	(2.303, 1.162)
2	(2.303, 1.162) 0.008	(0.067, 0.088) 0.111	(-0.103, -0.062)	1.496	(2.149, 1.069)
1	(2.149, 1.069) 0.000	(0.034, -0.043) 0.055	(-0.034, 0.043)	0.104	(2.145, 1.074)
2	(2.145, 1.074) 0.000	(0.008, 0.007) 0.011			

Quadro IV.3

IV.2.2. - Métodos de Minimização na Reta

Nos exemplos acima, escolhemos o método de Golden Search para a minimização a cada iteração na direção \tilde{d}'_k . O algoritmo de Golden Search é um método preciso para funções convexas, porém exige para cada busca de mínimo vários cálculos do valor da função. Quando, no problema, o valor da função é facilmente averiguado, o método não tem restrições de ordem prática para ser aplicado. No entanto, para aplicações em que o cálculo da função objetivo consome tempo, como é o caso do modelo proposto, o método torna-se inviável. Nestes casos, deve-se usar

métodos não tão precisos, mas que forneçam pelo menos um novo ponto com valor de função inferior ao inicial e que exijam menos cálculos da função objetivo. Na aplicação prática que apresentaremos no próximo capítulo, utilizamos o método de Armijo [10], que nos parece bastante eficiente, pois a cada busca de mínimo, só exige um cálculo da função.

IV.2.2.1 - Algoritmo de Golden Search [11]

A seguir, apresentamos um resumo do método de Golden Search para minimizar uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ estritamente quase convexas no intervalo $[a_0, b_0]$.

Passo 0: Inicialização

Dado o intervalo inicial de pesquisa $[a_0, b_0]$ e $\epsilon > 0$, a tolerância para o tamanho do intervalo mínimo que determina a regra de parada; faça $l_0 = b_0 - a_0$ e $k = 0$.

Passo 1: Regra de Parada

Se $l_k < \epsilon$ pare, senão siga para o Passo 2.

Passo 2: Iteração

(i) Faça $w_k = a_k + \alpha l_k$, e

$$v_k = a_k + (1-\alpha)l_k$$

onde $\alpha = 0,618$

(ii) Calcule $f(v_k)$ e $f(w_k)$

(iii) Se $f(v_k) \leq f(w_k)$, então faça $a_{k+1} = a_k$ e $b_{k+1} = w_k$
senão faça $a_{k+1} = v_k$ e $b_{k+1} = b_k$

(iv) Faça $k = k+1$ e vã para o Passo 1.

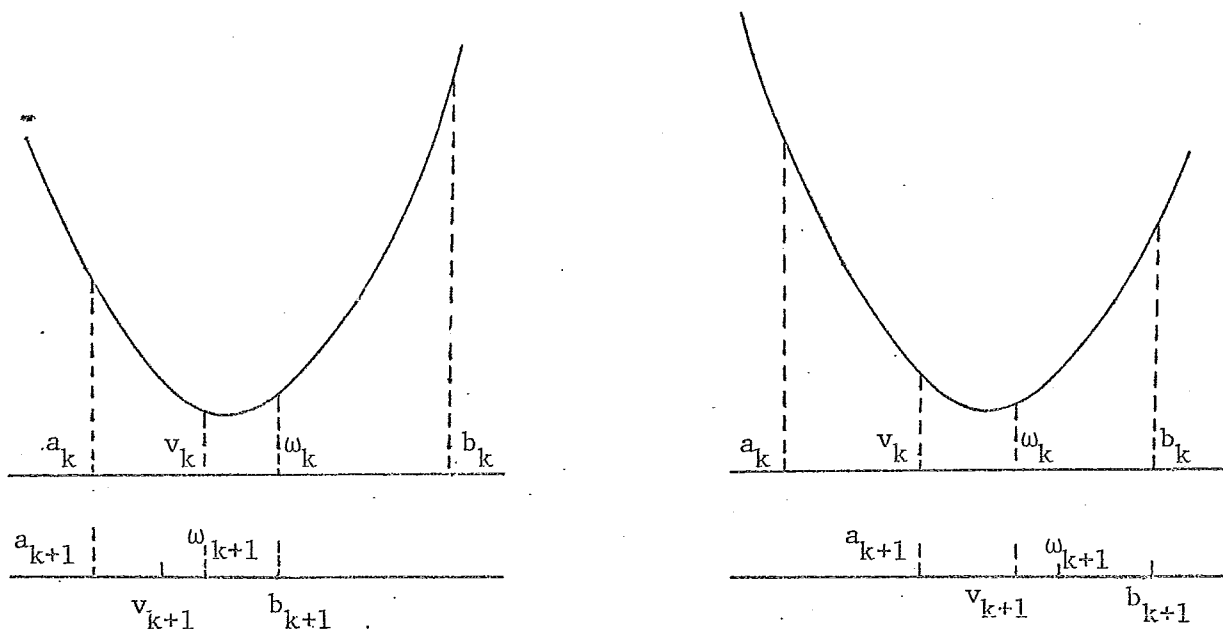


Figura IV.3 - ILUSTRAÇÃO DO ALGORITMO DE GOLDEN SEARCH

Com $\alpha = 0.618$, somente um novo valor da função é calculado a cada nova iteração. Teoricamente, qualquer $0 < \alpha < 1$ pode ser usado.

IV.2.2.2 - Algoritmo de Armijo |10|

Este algoritmo, como dito anteriormente, não determina o mínimo de uma função, tem como objetivo somente achar um novo ponto a partir de um ponto inicial com valor da função inferior ao inicial. A seguir, descreveremos os passos do algoritmo.

Passo 0: Inicialização

Dados o ponto inicial x ; o intervalo de pesquisa ρ ;
 $\alpha \in (0,1)$ e $\beta \in (0,1)$; faça $k=0$ e $x_k = x + \rho$.

Passo 1: Regra de Parada

- (i) Calcule $f(x_k)$ e $\bar{f}(x_k) = f(x) + \alpha f'(x)(x_k - x)$
- (ii) Se $f(x_k) \leq \bar{f}(x_k)$, então x_k é o ponto procurado. Pare.
 senão, vá para o Passo 2.

Passo 2: Iteração

Faça $x_{k+1} = (x + x_k) \cdot \beta$; $k=k+1$ e vá para o Passo 1.

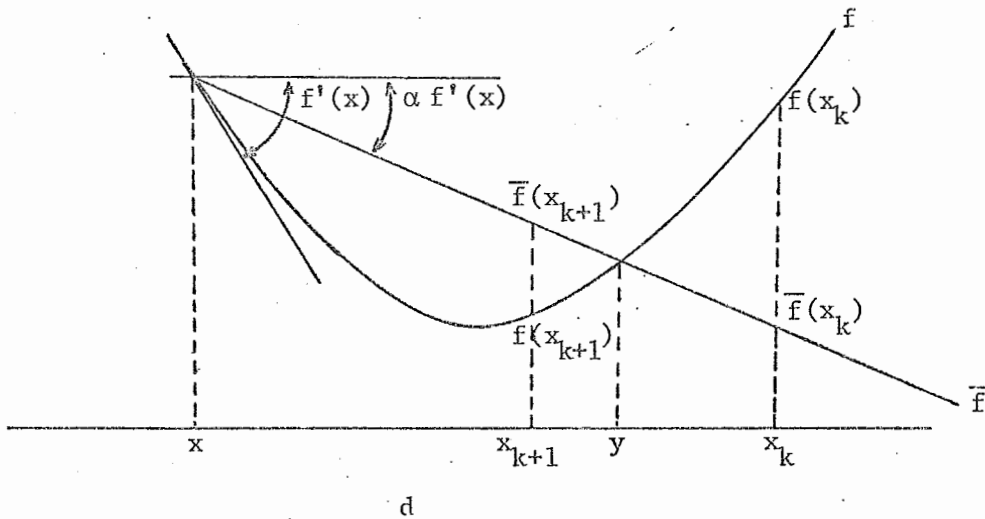


Figura IV.4 - ILUSTRAÇÃO DO ALGORITMO DE ARMIJO

No esquema representado na figura IV.4, o intervalo definido por (x,y) constitui o conjunto dos pontos viáveis para a solução do algoritmo.

IV.2.3 - O Algoritmo Utilizado

Como dito anteriormente, no item IV.2, as restrições do modelo proposto podem ser separadas em dois grupos: fracas e fortes. No primeiro grupo, estão incluídas as restrições de regra de operação: volume do final do estudo, limite superior do volume para controle de vazões e descarga mínima de jusante. As restrições que definem a geração dos aproveitamentos são classificadas como fortes e não podem ser violadas. As restrições do primeiro grupo, introduzimos na função objetivo como termos penalizados e ficamos com a seguinte função objetivo aumentada:

$$(IV.3) \quad F(\underline{V}, \underline{Q}) = \sum_{j=1}^N E_j - \omega \sum_{j=1}^N (E_j - \bar{E})^2 - \omega_1 \sum_{j=1}^N \sum_{i \in R} \max(0, V_{i,j} - V_{i,j}^E)^2 - \\ - \omega_2 \sum_{i \in R} (V_{i,N} - \bar{V}_i)^2 - \omega_3 \sum_{j=1}^N \sum_{i \in R \cup F} \min(0, Q_{i,j} - Q_{i,j}^J)^2$$

Lembrando que a energia gerada em cada aproveitamento é função da vazão turbinada, fica claro que as restrições de engolimento podem levar a variações bruscas no valor da função objetivo. Para evitar esta situação, simplificamos o cálculo da energia gerada para:

$$E_{k,j} = \rho_k \cdot H_{k,j} \cdot Q_{k,j}$$

e inserimos na função objetivo um termo penalizando as vazões vertidas, de modo a anular a parcela de energia gerada calculada com a água vertida.

O espaço definido pelas restrições fortes pode ser reduzido se observarmos, a partir de (III.1) e (III.2), que as vazões em todos os aproveitamentos para qualquer mês podem ser obtidas diretamente dos volumes mensais nos reservatórios. Assim sendo, ficamos com o modelo proposto adaptado para:

$$\text{Maximizar } F(\underline{V}, \underline{Q}(\underline{V}))$$

Sujeito a:

$$V_i^{\min} \leq V_{i,j} \leq V_i^{\max}, \quad i \in R, \quad 0 < j \leq N$$

onde:

$\underline{Q}(\underline{V})$ é definido como em (III.1) e (III.2)

$$\begin{aligned} F(\underline{V}, \underline{Q}(\underline{V})) = & \sum_{j=1}^N E_j - \omega \sum_{j=1}^N (E_j - \bar{E})^2 - \omega_1 \sum_{j=1}^N \sum_{i \in R} \max(0, V_{i,j} - V_{i,j}^E)^2 - \\ & - \omega_2 \sum_{i \in R} (V_{i,N} - \bar{V}_i)^2 - \omega_3 \sum_{j=1}^N \sum_{i \in R \cup F} \min(0, Q_{i,j} - Q_{i,j}^J)^2 - \end{aligned}$$

(IV.4)

$$- \omega_4 \sum_{j=1}^N \sum_{i \in R \cup F} (Q_{i,j}^V)^2 -$$

$$- \omega_5 \sum_{j=1}^N \sum_{i \in R \cup F} \min(0, Q_{i,j} - Q_i^{\min})^2$$

Passaremos, agora, a descrever as adaptações no algoritmo de Fletcher-and-Reeves, para que o espaço definido pelo volume dos reservatórios não seja violado em nenhuma circunstância. Estas adaptações são as mesmas feitas em | 5 |.

A primeira modificação foi introduzida no cálculo da direção de minimização. Determinada a direção conjugada como:

$$\tilde{d}_{k+1} = -\nabla f(\tilde{x}_{k+1}) + \beta_k \tilde{d}_k$$

a direção real de minimização será modificada de modo que um deslocamento infinitesimal na direção de qualquer componente não nos leve a um ponto inviável. Assim sendo, temos para a direção de minimização alterada:

$$\hat{d}_{k+1}^i = \begin{cases} 0 & \text{se } (V_i^{\max} - V_{k+1}^i) \leq \varepsilon \quad \text{e} \quad d_{k+1}^i > 0 \\ 0 & \text{se } (V_{k+1}^i - V_i^{\min}) \leq \varepsilon \quad \text{e} \quad d_{k+1}^i < 0 \\ d_{k+1}^i & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde:

\hat{d}_{k+1}^i é a i -ésima componente de \tilde{d}_{k+1} e $i=1,2,\dots,N.r$, com r igual ao cardinal do conjunto R e $\varepsilon > 0$.

A minimização na direção \hat{d} deve ser restrita, ou seja, devemos ter $0 \leq \alpha_k \leq \alpha_k^*$ e α_k^* deve ser o menor passo viável que pode ser dado na direção de qualquer componente de \hat{d} de forma a não violar os limites para os volumes mensais. Assim, temos para α_k^* :

$$\alpha_k^* = \min_i \left\{ \begin{array}{l} \min_{\hat{d}_{k+1}^i > 0} \left\{ \frac{V_i^{\max} - V_{k+1}^i}{\hat{d}_{k+1}^i} \right\}; \\ \min_{\hat{d}_{k+1}^i < 0} \left\{ \frac{V_i^{\min} - V_{k+1}^i}{\hat{d}_{k+1}^i} \right\} \end{array} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, N.r$$

Descritas as modificações no modelo e no método de Fletcher-and-Reeves, apresentamos o algoritmo utilizado:

Passo 0: Dado \underline{V}_0 viável, faça $k=0$ e calcule:

(i) \underline{Q}_0 segundo (III.1) e (III.2)

(ii) $\underline{g}_0 = \nabla F(\underline{V}, \underline{Q}(\underline{V}))$

Faça $\underline{d}_0 = -\underline{g}$

Passo 1: Projete a direção \underline{d}_k nos limites de \underline{V} :

$$\hat{d}_k^i = \begin{cases} 0 & \text{se } (V_i^{\max} - V_k^i) \leq \epsilon \quad \text{e} \quad d_k^i > 0 \\ 0 & \text{se } (V_k^i - V_i^{\min}) \leq \epsilon \quad \text{e} \quad d_k^i < 0 \\ d_k^i & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$i = 1, 2, \dots, N.r$

Passo 2: Calcule o deslocamento máximo α_k^* permitido na direção \hat{d}_k que não viole os limites de \underline{V} :

$$\alpha_k^* = \min_i \left\{ \min_{\hat{d}_k^i > 0} \left\{ \frac{V_i^{\max} - V_k^i}{\hat{d}_k^i} \right\}; \min_{\hat{d}_k^i < 0} \left\{ \frac{V_i^{\min} - V_k^i}{\hat{d}_k^i} \right\} \right\}$$

Passo 3: Calcule $\underline{V}_{k+1} = \underline{V}_k + \alpha_k \hat{\underline{d}}_k$ onde α_k minimiza:

$$F(\underline{V}_k + \alpha_k \hat{\underline{d}}_k, Q(\underline{V}_k + \alpha_k \hat{\underline{d}}_k)), \quad 0 \leq \alpha_k \leq \alpha_k^*$$

Passo 4: Se $k = N.r - 1$

então comece novo ciclo, fazendo:

$$\underline{V}_0 = \underline{V}_{k+1}; \quad \underline{g}_0 = \nabla F(\underline{V}_{k+1}, Q(\underline{V}_{k+1})); \quad \underline{d}_0 = -\underline{g}_0; \quad e \quad k=0$$

senão, faça:

$$\hat{\underline{d}}_{k+1} = -\underline{g}_{k+1} + \beta_k \hat{\underline{d}}_k$$

onde:

$$\beta_k = \frac{\underline{g}'_{k+1} \cdot \underline{g}_{k+1}}{\underline{g}'_k \cdot \underline{g}_k}, \quad e \quad k = k+1$$

Para fechar a especificação do algoritmo, fica faltando definir a regra de parada. Como estamos diante de um problema com vínculos, o correto, teoricamente, seria verificar, a cada ponto, as condições de ótimo de Kuhn-Tucker [7], definidas pelo seguinte teorema:

Teorema: Se \underline{x}^* é um ponto de mínimo local para o problema:

Minimizar $f(\underline{x})$

Sujeito a:

$$g_j(\underline{x}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, p$$

$$h_i(\underline{x}) = 0, \quad i = 1, \dots, m$$

e \underline{x}^* é um ponto regular para as restrições, então existe um vetor $\underline{\lambda} \in E^m$ e um vetor $\underline{\mu} \in E^p$ com $\underline{\mu} \geq \underline{0}$, tais que:

$$\nabla f(\underline{x}^*) + \lambda \nabla h(\underline{x}^*) + \mu \nabla g(\underline{x}^*) = 0$$

$$\mu g(\underline{x}^*) = 0$$

O ponto \underline{x}^* é definido regular, se satisfaz às restrições:

$$g_i(\underline{x}^*) \leq 0, \quad i=1, \dots, p$$

$$h_i(\underline{x}^*) = 0, \quad i=1, \dots, m$$

e $\nabla h_i(\underline{x}^*)$, $\nabla g_j(\underline{x}^*) = 0$ são linearmente independentes para $i=1, \dots, m$ e $j \in J$, sendo J o conjunto dos índices das restrições de desigualdade ativas $g_j(\underline{x}^*) = 0$.

No entanto, a verificação, a cada iteração, da validade deste teorema, é inviável quando pensamos em tempo de computação. Substituindo este conceito, adotamos os seguintes critérios como regra de parada:

- O número de iterações não deve ultrapassar um limite superior definido; ou
- Se em cinco iterações consecutivas

$$\frac{F(\underline{V}_{k+1}, \underline{Q}(\underline{V}_{k+1})) - F(\underline{V}_k, \underline{Q}(\underline{V}_k))}{F(\underline{V}_k, \underline{Q}(\underline{V}_k))} < \epsilon$$

um novo ciclo deve ser começado e, persistindo a mesma condição, o ponto $(\underline{V}_{k+1}, \underline{Q}(\underline{V}_{k+1}))$ é considerado um ótimo local; ou

- Se em cinco iterações consecutivas

$$F(\underline{V}_{k+1}, \underline{Q}(\underline{V}_{k+1})) = F(\underline{V}_k, \underline{Q}(\underline{V}_k))$$

um novo ciclo deve ser recommçado e, persistindo a ocorrência da mesma condição, o ponto $(\underline{V}_{k+1}, \underline{Q}(\underline{V}_{k+1}))$ é considerado ótimo local.

Na primeira regra de parada, o limite superior deve ser definido de forma a limitar o tempo de processamento. Na segunda condição, o valor de ϵ deve ser escolhido de maneira a definir o limite de variação da função objetivo que não tenha mais significado físico. Finalmente, a definição da terceira regra torna-se necessária por não estarmos trabalhando com métodos precisos de minimização na reta.

CAPÍTULO V

APLICAÇÃO DO ALGORITMO

Apresentamos neste capítulo duas aplicações do modelo, ambas com a mesma configuração de usinas variando somente o número de meses do horizonte. A primeira aplicação, na verdade, é uma exemplificação do funcionamento do algoritmo. A segunda aplicação, onde é maximizada a energia gerada ao longo do período crítico, já está bem próxima de um caso prático, a menos do número de reservatórios considerados.

Escolhemos para as aplicações a configuração representada na figura V.1. São quatro reservatórios e duas usinas a fio d'água. No rio Grande, os reservatórios de Furnas, Peixoto e Marimbondo, e a usina a fio d'água de Estreito. No rio Paranaíba, o reservatório de Itumbiara e a usina a fio d'água de Cachoeira Dourada. Os dados relativos a estas usinas, obtidos do SIPE [1], estão resumidos no Anexo 1. Nas usinas escolhidas, os efeitos de evaporação são desprezíveis e assim, qualquer consideração relativa a evaporação foi abandonada.

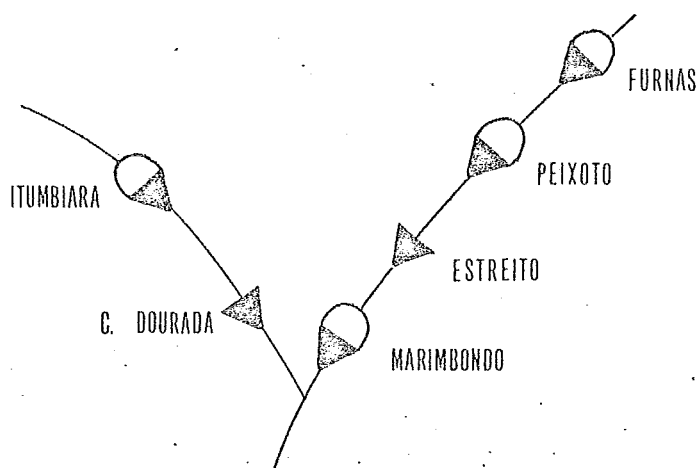


Figura V.1 - ESQUEMA DA CONFIGURAÇÃO ESTUDADA

Desenvolvemos um programa FORTRAN na versão H otimizada e testamos em computador IBM 370/158. O programa está estruturado em rotinas, de tal forma que pode-se, atualmente, optar pelo método de Golden Search ou Armijo para a minimização na reta. O gradiente pode ser calculado numericamente ou analiticamente; entretanto, o cálculo numérico só deve ser usado para testar o cálculo analítico caso seja alterada a função objetivo. Ao final de cada otimização, os resultados, volumes mensais dos reservatórios, são gravados em arquivo, de modo que possam ser usados em outra execução com alteração nas penalidades.

Antes de fazermos os comentários sobre as duas aplicações, descreveremos as deduções para o cálculo analítico do gradiente.

V.1 - Cálculo Analítico do Gradiente

A função objetivo do modelo depende do volume dos reservatórios e das vazões que também são função dos volumes; assim sendo, temos para a expressão do gradiente:

$$(V.1) \quad \nabla F(\underline{V}, \underline{Q}(\underline{V})) = \frac{\partial F}{\partial \underline{V}} + \left(\frac{\partial \underline{Q}}{\partial \underline{V}} \right)' \cdot \frac{\partial F}{\partial \underline{Q}}$$

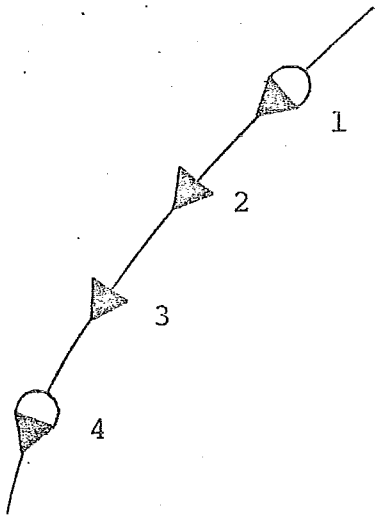
De início, veremos o cálculo da matriz $\partial \underline{Q} / \partial \underline{V}$, para depois detalhar $\partial F / \partial \underline{V}$ e $\partial F / \partial \underline{Q}$.

v.1.1 - Cálculo de $\partial Q/\partial V$

Chamando de $\bar{x}_{k,j}$ a afluência natural incremental entre dois reservatórios, podemos escrever a equação (III.2) como:

$$(V.2) \quad Q_{k,j} = \bar{x}_{k,j} + \sum_{\ell \in \bar{M}(k)} Q_{\ell,j} + c_j (V_{k,j-1} - V_{k,j}), \quad 0 < j \leq N$$

eliminando as variáveis associadas às usinas a fio d'água e abandonando as perdas por evaporação ($Q_{k,j}^E$).



$$\bar{M}(4) = \{1\}$$

$$\bar{x}_{4,j} = x_{4,j} + x_{3,j} + x_{2,j}$$

Figura V.2 - ESQUEMA DA FÓRMULA (V.2)

A partir desta fórmula, podemos deduzir a expressão de cada elemento da matriz:

$$\frac{\partial \underline{Q}}{\partial \underline{V}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_{11}}{\partial V_{11}} & \frac{\partial Q_{11}}{\partial V_{21}} & \dots & \frac{\partial Q_{11}}{\partial V_{r1}} & \dots & \frac{\partial Q_{11}}{\partial V_{1N}} & \dots & \frac{\partial Q_{11}}{\partial V_{rN}} \\ \frac{\partial Q_{21}}{\partial V_{11}} & \frac{\partial Q_{21}}{\partial V_{21}} & \dots & \frac{\partial Q_{21}}{\partial V_{r1}} & \dots & \frac{\partial Q_{21}}{\partial V_{1N}} & \dots & \frac{\partial Q_{21}}{\partial V_{rN}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_{rN}}{\partial V_{11}} & \frac{\partial Q_{rN}}{\partial V_{21}} & \dots & \frac{\partial Q_{rN}}{\partial V_{r1}} & \dots & \frac{\partial Q_{rN}}{\partial V_{1N}} & \dots & \frac{\partial Q_{rN}}{\partial V_{rN}} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\frac{\partial Q_{i,j}}{\partial V_{\ell,s}} = \begin{cases} c_j & \text{se } j=s-1 \text{ e } (\ell=i \text{ ou } \ell \in \bar{M}(i)) \\ -c_j & \text{se } j=s \text{ e } (\ell=i \text{ ou } \ell \in \bar{M}(i)) \\ 0 & \text{nas outras situações} \end{cases}$$

V.1.2 - Cálculo de $\partial F/\partial \underline{V}$ e $\partial F/\partial \underline{Q}$

A função objetivo é a soma das gerações mensais com termos penalizados. Dividiremos as deduções em duas etapas associadas a estas parcelas. Chamamos de:

$$g_1 = \sum_{j=1}^N E_j \quad \text{e} \quad g_2 = \sum \text{penalidades}$$

V.1.2.1 - Cálculo de $\partial g_1 / \partial \underline{V}$ e $\partial g_1 / \partial \underline{Q}$

$$(V.3) \quad g_1(\underline{V}, \underline{Q}(\underline{V})) = \sum_{j=1}^N E_j = \sum_{j=1}^N \sum_{k \in R \cup F} \rho_k \cdot (y_{k,j} - h_{k,j} - H_k^P) \cdot Q_{k,j}$$

Para as situações onde não existe afogamento, somente a cota do reservatório é função dos volumes. Assim sendo, temos:

(V.4)

$$\frac{\partial E_s}{\partial V_{k,j}} = \begin{cases} 0 & \text{para } s \neq j, j+1 \\ 0.5 \rho_k f'_k \left[(V_{k,s-1} - V_{k,s}) / 2 \right] \cdot Q_{k,s} & \text{para } s = j, s = j+1 \end{cases}$$

A expressão para a derivada em relação às vazões já envolve todas as parcelas; porém antes, devemos lembrar que, para as usinas a fio d'água, temos:

$$(V.5) \quad \frac{\partial Q_{l,s}}{\partial Q_{k,j}} = \begin{cases} 1, & k \in \bar{M}(i) \cap R \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Assim:

(V.6)

$$\frac{\partial E_s}{\partial Q_{k,j}} = \begin{cases} \rho_k \cdot y_{k,j} - \rho_k \cdot \frac{dh_{k,j}}{dQ_{k,j}} \cdot Q_{k,j} - \rho_k \cdot h_{k,j} & ; \quad \text{se } s = j \text{ e } \\ & J(k) \notin F \\ \\ (\rho_k \cdot y_{k,j} - \rho_k \cdot \frac{dh_{k,j}}{dQ_{k,j}} \cdot Q_{k,j} - \rho_k \cdot h_{k,j}) + \\ + (\rho_i \cdot y_{i,j} - \rho_i \cdot \frac{dh_{i,j}}{dQ_{i,j}} \cdot Q_{i,j} - \rho_i \cdot h_{i,j}) & ; \quad \text{se } s = j \text{ e } \\ & i \in F \cap J(k) \\ \\ 0 & ; \quad \text{nas outras situações} \end{cases}$$

Para completar a expressão de $\partial E_s / \partial Q_{k,j}$, falta de duzir $dh_{k,j} / dQ_{k,j}$. Duas situações podem ocorrer, de acordo com o item III.3.2, quando não acontece afogamento pelo remanso do reservatório de jusante:

$$h_{k,j} = \begin{cases} h'_{k,j} & \text{se } Q_{k,j} < Q_k^{\max} \\ g_k(Q_{k,j}) & \text{se } Q_{k,j} \geq Q_k^{\max} \end{cases}$$

o que nos leva a duas expressões para $dh_{k,j} / dQ_{k,j}$:

(V.7)

$$\frac{dh_{k,j}}{dQ_{k,j}} = \begin{cases} \left[g'_k(Q'_{k,j}) \cdot Q'_{k,j} + g_k(Q'_{k,j}) \right] \cdot Q_{k,j} - \\ - \left[g'_k(Q_k^{\max}) \cdot Q_k^{\max} \cdot f_k^C + g_k(Q'_{k,j}) (1 - f_k^C) \cdot Q'_{k,j} \right] ; \\ \text{para } Q_{k,j} < Q_k^{\max} \\ \\ g'_k(Q_{k,j}) ; \text{ para } Q_{k,j} \geq Q_k^{\max} \end{cases}$$

onde $Q'_{k,j}$ é a vazão estimada fora das horas de ponta.

Para as situações onde ocorre vertimento, o nível do canal de fuga independe da descarga da usina e é função do volume do reservatório de jusante. Assim, na expressão (V.6), devemos lembrar que para esta situação $dh_{k,j}/dQ_{k,j} = 0$, e na expressão (V.4), acrescentar:

$$\frac{\partial E_s}{\partial V_{k,j}} = -0.5 \cdot \rho_i \cdot f'_k \left[(V_{k,s-1} - V_{k,s})/2 \right] Q_{i,j} ; \text{ para } s=j \text{ e } s=j+1,$$

se $i \in M(k)$ e

$$h_{i,j} = y_{k,j}$$

V.1.2.2 - Cálculo de $\partial g_2/\partial V$ e $\partial g_2/\partial Q$

De início, veremos a derivada do termo que penaliza as gerações fora da média.

$$p_1 = \omega \sum_{j=1}^N (E_j - \bar{E})^2$$

$$\text{sendo } \bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E_j$$

$$\text{Logo, } \frac{\partial p_1}{\partial \underline{z}} = \omega \sum_{j=1}^N \left[2(E_j - \bar{E}) \cdot \left(\frac{\partial E_j}{\partial \underline{z}} - \frac{\partial \bar{E}}{\partial \underline{z}} \right) \right] = 2 \omega \sum_{j=1}^N (E_j - \bar{E}) \frac{\partial E_j}{\partial \underline{z}}$$

$$\text{pois } \sum_{j=1}^N (E_j - \bar{E}) = 0$$

onde \underline{z} representa o vetor de vazões ou vetor de volumes.

Os demais termos penalizados podem ser representados de uma forma genérica, como:

$$p = \omega_i \sum_{j=1}^N \sum_{k \in R \cup F} \max(0, T_{k,j} - \bar{T})^2 \quad \text{ou}$$

$$p = \omega_i \sum_{j=1}^N \sum_{k \in R \cup F} \min(0, T_{k,j} - \bar{T})^2$$

onde $T_{k,j}$ pode ser $V_{k,j}$ ou $Q_{k,j}$ com \bar{T} representando o limite superior ou inferior da restrição ($V_{k,j}^E$, \bar{V}_k , $Q_{k,j}^J$, Q_k^{\min} , Q_k^{\max}).

As derivadas podem ser representadas por:

$$\frac{\partial p}{\partial \underline{z}} = \omega_i \sum_{j=1}^N \sum_{k \in R \cup F} 2(T_{k,j} - \bar{T}) \frac{\partial T_{k,j}}{\partial \underline{z}}$$

onde novamente \underline{z} representa o vetor de vazões ou volumes.

Quando $T_{k,j}$ substitui $V_{k,j}$:

$$\frac{\partial T_{k,j}}{\partial V_{\ell,s}} = \begin{cases} 1, & \text{se } k = \ell \text{ e } s = j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\frac{\partial T_{k,j}}{\partial Q} = 0$$

Quando $T_{k,j}$ substitui $Q_{k,j}$:

$$\frac{\partial T_{k,j}}{\partial Q_{\ell,s}} = \begin{cases} 1, & \text{se } k = \ell \text{ e } j = s \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\frac{\partial T_{k,j}}{\partial V} = 0$$

V.2 - Aplicação Reduzida

Como foi dito na introdução deste capítulo, pretendemos, com esta primeira aplicação, apresentar características da implementação prática do algoritmo. Escolhemos o período de vazões de junho a novembro de 1955, que corresponde a um intervalo do período crítico da configuração, calculado no programa do modelo SIMUS, como o período de julho de 1952 a novembro de 1956.

Como ponto inicial (V_0), usamos o trecho, correspondente ao período de vazões, da curva de deplecionamento de cada reservatório determinado pelo modelo SIMUS para o período crítico. Para o período escolhido com os volumes iniciais assim determinados, a energia média gerada é de 2 798 \overline{MW} .

Fizemos experiências alternando o Método de Golden Search com o método de Armijo, e cálculo numérico com o cálculo analítico do gradiente. A solução ótima encontrada para todas as situações foi idêntica, variando apenas o número de iterações e o tempo de processamento (CPU). No quadro V.1 estão resumidos os princípios dados para cada teste.

Cálculo do Gradiente	Minimização na Reta	Nº de Ciclos	Nº Total de Iterações	Tempo de CPU	Energia Média (\overline{E})
Numérico	Armijo	4	60	26.72 seg	3 123.175
Analítico	Armijo	4	60	7.34 seg	3 123.021
Analítico	Golden Search	3	65	25.61 seg	3 123.005
Numérico	Golden Search	3	65	1.32 min	3 123.657

Quadro V.1

Observando os resultados, podemos concluir que a melhor combinação é o cálculo analítico do gradiente com o método de minimização de Armijo. Isto já era o esperado pois, para o cálculo analítico, não é necessário calcular o valor da função objetivo, enquanto que para o cálculo numérico, a função objetivo deve ser computada tantas vezes quantas são as variáveis (24 nesta aplicação). Da mesma forma, no método de Armijo, a

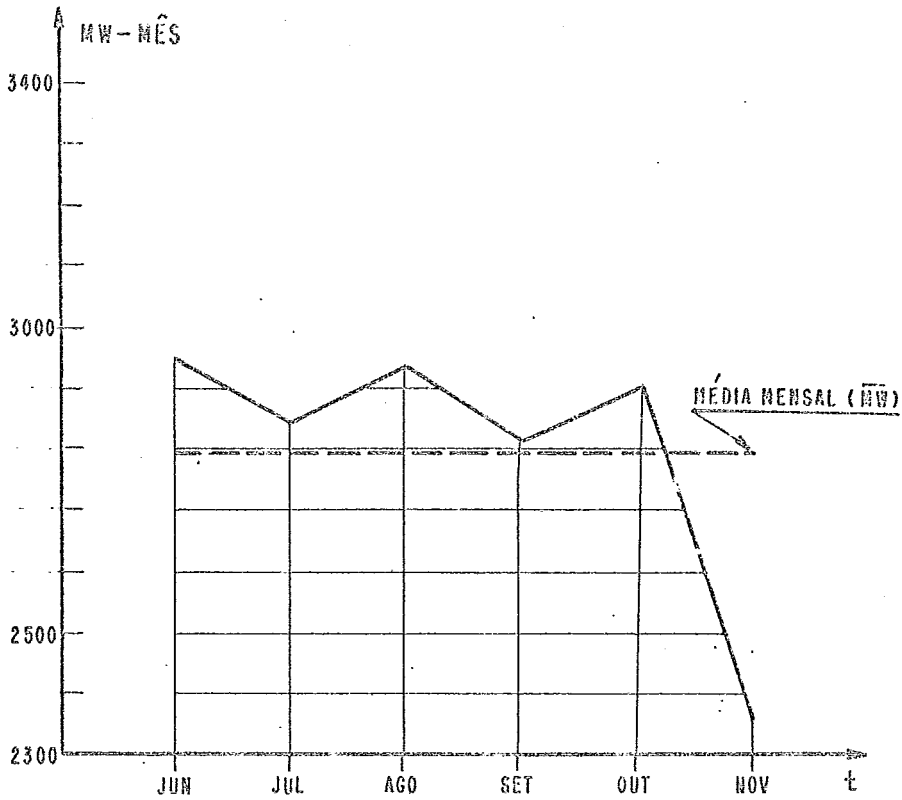
função objetivo só é calculada uma vez, enquanto que para o método de Golden Search, são necessárias várias avaliações.

A evolução do algoritmo, tanto para o cálculo numérico quanto para o analítico, usando sempre Armijo foi idêntica. O primeiro ciclo foi completo com 24 iterações, o segundo ciclo foi menor com apenas 6 iterações, o terceiro ciclo também foi completo, sendo a solução ótima encontrada na sexta iteração do quarto ciclo.

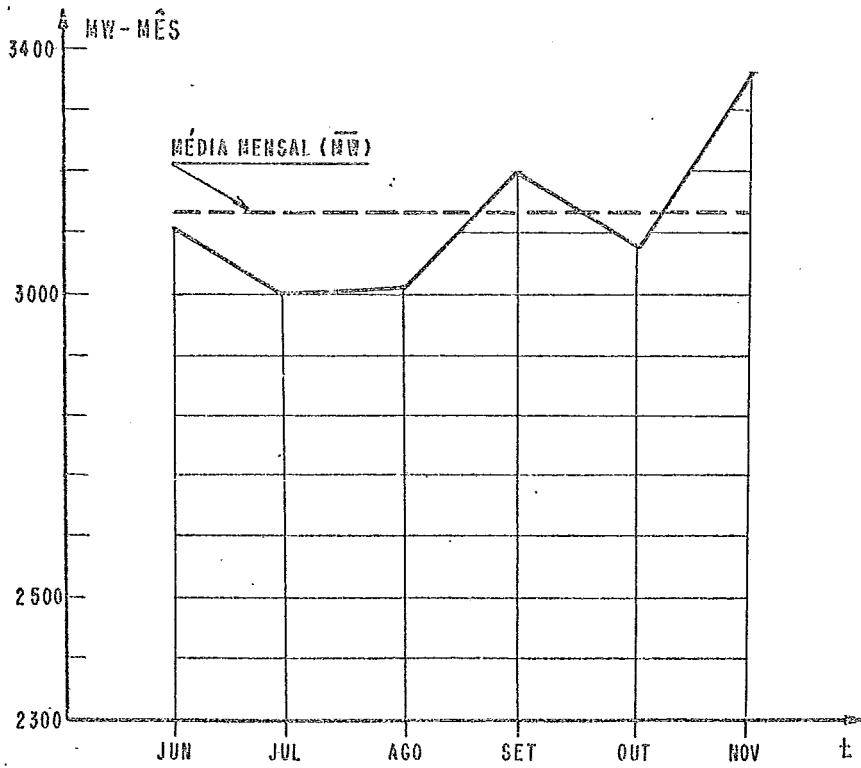
A ocorrência de ciclos com menos iterações que o número de variáveis do problema pode ser justificada pela projeção da direção conjugada no espaço das restrições. Com esta adaptação no algoritmo de Fletcher-and-Reeves, pode acontecer da direção \hat{d}_k não ser de minimização. Nesta situação, um novo ciclo deve ser iniciado, utilizando como direção de minimização (\underline{d}_0) o oposto do gradiente.

No teste com o método de Golden Search, a evolução do algoritmo foi diferente. Foram realizados dois ciclos completos e a convergência ocorreu na 17a. iteração do terceiro ciclo.

Como esta aplicação não visava uma utilização prática, em razão do período escolhido, não nos preocupamos com os pesos. Para penalizar gerações mensais fora da média, usamos $\omega = 0.0001$, que é bastante fraco, como veremos na próxima aplicação. Entretanto, assim mesmo já pode-se notar a ação desta penalidade quando observamos os gráficos da Figura V.3. Para

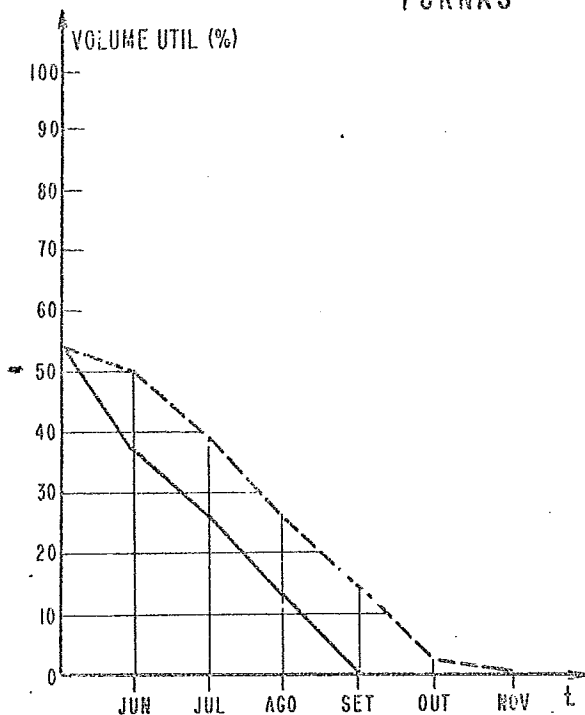


CURVA DA ENERGIA MENSAL GERADA
PONTO INICIAL - APLICAÇÃO I

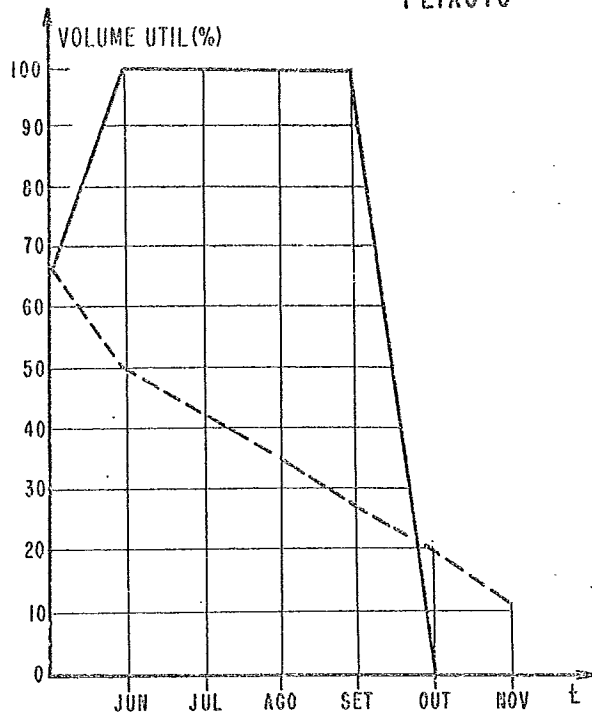


CURVA DA ENERGIA MENSAL GERADA
PONTO ÓTIMO - APLICAÇÃO I

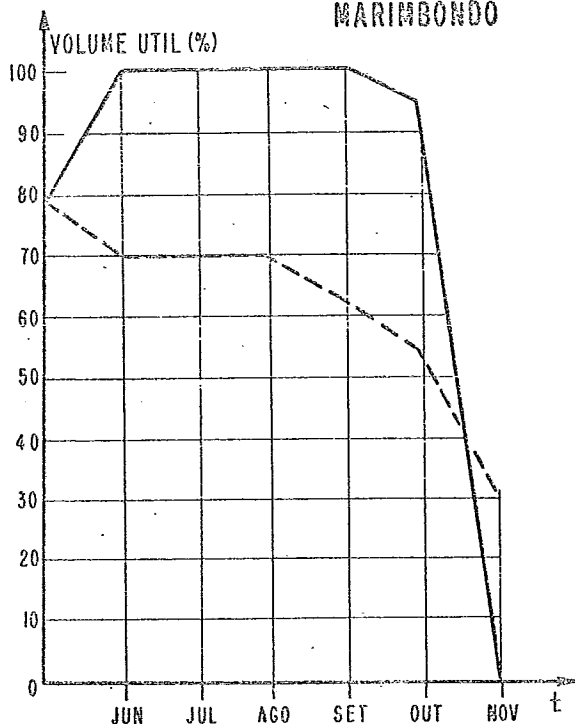
FURNAS



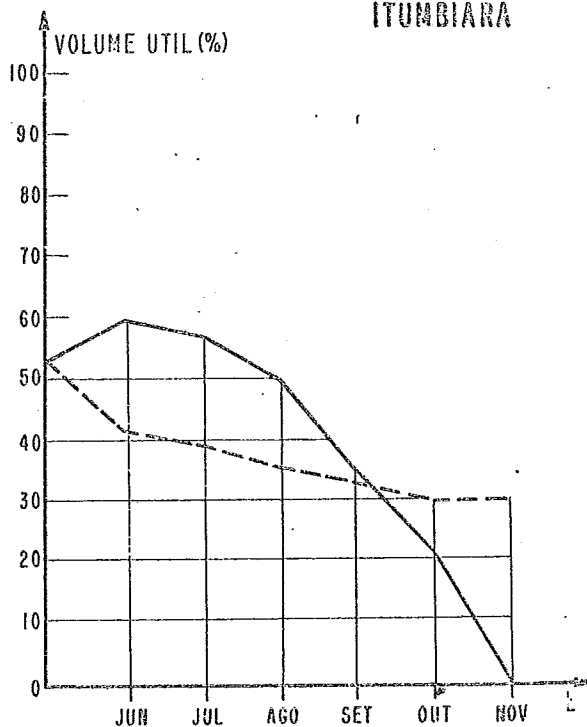
PEIXOTO



MARIMBONDO



ITUMBIARA



CURVAS DE DEPLECIONAMENTO DOS
RESERVATÓRIOS DA APLICAÇÃO I
PERÍODO ESTUDADO JUN/55-NOV/55

----- CURVA DE DEPLECIONAMENTO INICIAL
————— CURVA DE DEPLECIONAMENTO ÓTIMA

vertimentos e descargas inferiores a Q^{\min} , usamos $\omega_4 = \omega_5 = 0.01$. Não foram utilizadas curvas de controle de enchente e para nenhuma das usinas da configuração existe uma descarga obrigatória para jusante.

Na figura V.4, estão representadas as curvas inicial e ótima de deplecionamento de cada reservatório. Os aproveitamentos de Peixoto e Marimbondo tiveram uma operação característica de usinas a fio d'água, mantendo nível constante ao longo do período. O deplecionamento no último mês é óbvio, uma vez que estamos maximizando a energia gerada ao longo do período. Este mesmo comportamento será observado na próxima aplicação.

V.3 - Aplicação Prática

Neste item, teceremos comentários sobre a aplicação que realizamos com a configuração representada na figura V.1, visando maximizar a energia gerada em período crítico.

Os dados iniciais foram obtidos do modelo SIMUS, executado para a mesma configuração. O período crítico encontrado pelo modelo de simulação foi de julho de 1952 a novembro de 1956, associado à carga crítica de $2865 \overline{MW}$. As curvas de deplecionamento de cada reservatório correspondentes a esta energia firme estão traçadas nos gráficos do Anexo 2.

Executamos o programa várias vezes, variando a penalidade da energia média, sempre calculando o gradiente anali-

ticamente e usando o método de Armijo.

De início, usamos $\omega = 0.0001$. A energia média na solução ótima foi de 2976 MW, acusando um ganho de 3,7%. No entanto, como pode ser observado no gráfico 1 do Anexo 2, a geração mensal variou muito em torno da média, o que nos levou a realizar uma série de testes variando ω e mantendo constantes as outras penalidades; $\omega_4 = \omega_5 = 0.001$. Nos quadros V.2, V.3 e V.4, estão resumidos os principais resultados destes testes.

Teste	ω	V_0	Energia Média	Tempo CPU	Ciclos	Nº de Iterações
1	0.0001	SIMUS	2 976.3	3.20 min	4	240
2	0.0005	Teste 1	2 964.8	2.40 min	4	136
3	0.001	Teste 2	2 948.0	3.46 min	4	258
4	0.005	Teste 3	2 935.4	5.23 min	12	337
5	0.005	SIMUS	2 933.9	8.37 min	16	560
6	0.01	Teste 4	2 933,9	3.42 min	5	304

Quadro V.2

Os testes foram realizados, usando como volumes iniciais (V_0) os resultados do teste anterior. Do ponto de vista teórico, a melhor solução encontrada foi a do teste 10, no que diz respeito à uniformidade da geração mensal (gráfico 2, anexo 2). Entretanto, na prática, a solução encontrada no teste 4 já é boa. As variações observadas em torno da média não são graves na realidade (gráfico 2, anexo 2) e a diferença entre a energia média nos dois casos é insignificante. Nos testes 6, 7 e 8, o valor de ω foi sempre maior que no teste 4 e não

houve alteração no valor da energia média.

Teste	Penalidade (meses x ω)	V_0	Energia Média	Tempo de CPU	Ciclos	Total de Iterações
7	7 x 0.01 34 x 0.005 12 x 0.01	Teste 4	2 934.0	2.07 min	4	102
8	7 x 0.05 46 x 0.01	Teste 7	2 933.5	2.13 min	4	107

Quadro V.3

Em todos os testes, a tendência da operação dos reservatórios é armazenar água no início do período para garantir suprimento nas épocas secas. Ao final do período, a tendência é oposta, os reservatórios esvaziam, aumentando a geração com o maior volume das descargas, apesar da perda de rendimento. Nos testes 7 e 8, variamos o valor de ω ao longo dos meses. Adotamos valores maiores no início e no final do período, quando ocorrem os maiores desvios da média.

Teste	ω	V_0	Energia Média	Tempo de CPU	Ciclos	Total de Iterações
9	0.1	SIMUS	-	25.00 min	10	1 294
10	0.1	Teste 7	2 930	8.59 min	7	471

Quadro V.4

Para os testes 5 e 9, usamos como dados iniciais os volu

mes originais do SIMUS. O teste 9 não convergiu com 25 minutos de CPU, o teste 5 tomou 8.37 min e o primeiro teste, 3.20 minutos. Quanto maior a penalidade, mais demorada é a otimização. Como já vimos, uma solução boa na prática nem sempre exige penalidades muito altas; deste modo, não se deve iniciar os estudos com pesos grandes, evitando tempos elevados de processamento.

Passaremos agora à análise das estratégias ótimas de operação dos reservatórios nos diversos testes. No anexo 2, nos gráficos 3, 4, 5 e 6, estão traçadas as curvas, original do SIMUS e a estratégia ótima do Teste 1. Podemos observar que os reservatórios de Peixoto e Marimondo são operados como usinas a fio d'água; isto é, com nível constante ao longo do período. O reservatório de Furnas tem o tipo de operação que define um reservatório de regularização: armazena água em períodos chuvosos e libera em períodos secos. Na estratégia ótima, o nível do reservatório permaneceu sempre mais elevado do que na estratégia original. O reservatório de Itumbiara, como só tem a jusante a usina de fio d'água de Cachoeira Dourada, que atualmente é uma usina sub-dimensionada, opera visando principalmente evitar vertimentos nesta usina. Sempre antes da ocorrência de afluições elevadas, o reservatório deve deplecionar para poder armazenar parcela destas afluições e controlar a vazão em Cachoeira Dourada.

Nos gráficos 7, 8, 9 e 10 do anexo 2, estão traçadas as curvas ótimas de deplecionamento dos reservatórios para o Teste 4 e novamente as curvas originais do SIMUS. A partir

deste teste, não existe diferença acentuada na estratégia ótima de operação de cada reservatório. Sendo assim, analisamos este caso como a solução final.

Os reservatórios de Peixoto e Marimbondo permanecem a maior parte do período cheios, deplecionando somente ao final do ano de 1955. Este deplecionamento é decorrente de vazões extremamente pequenas ao final do ano de 1955, sendo necessário aumentar a geração nestas usinas para manter a média mensal. Neste mesmo período, o reservatório de Furnas está vazio, e a geração nesta usina é pequena, acompanhando as afluências naturais. Na verdade, o ano de 1955 é o mais seco do período crítico e o ano de 1956 é o que tem as maiores afluências. Sendo assim, o reservatório de Peixoto consegue passar de vazio a cheio somente com as afluências naturais no início de 1956, quando a usina volta a operar com rendimento máximo. Ao final do período, torna a esvaziar. O reservatório de Furnas aumenta ligeiramente o nível de armazenamento durante o ano de 1956, para aproveitar as afluências favoráveis e aumentar o rendimento.

A operação do reservatório de Itumbiara tem o mesmo comportamento descrito anteriormente, apenas mais acentuado. Os deplecionamentos são maiores, dando maior contribuição para a geração mensal do sistema nos meses mais secos, além de evitar o vertimento e Cachoeira Dourada nos meses seguintes, mais chuvosos.

Também no anexo 2, estão traçadas as curvas de de

plecionamento encontradas no Teste 10. Pode-se observar que realmente não há diferenças acentuadas entre essas curvas e as do Teste 4.

Em todos os testes, no início do ano de 1953, nos meses de março e abril, a descarga na usina de Furnas foi menor que a mínima permitida e nos mesmos meses verteu na usina de Cachoeira Dourada. Os números relativos a esta ocorrência para o Teste 10 estão no quadro V.5.

Mês/Ano	Descarga em Furnas	Vertimento em Cachoeira Dourada
Março/1953	186.2	0.7
Abril/1953	172.4	34.2

Quadro V.5

Fizemos mais três testes. Primeiro, aumentamos somente a penalidade da vazão mínima para 0.01 (dez vezes maior que a original). Com os resultados do Teste 10 e com este novo peso não houve alteração na solução ótima. Num segundo teste, aumentamos a penalidade no vertimento para 0.005 (cinco vezes maior que a original), mantendo os demais pesos inalterados. Usando como dados iniciais novamente os resultados do Teste 10, na solução encontrada não houve mais vertimento em março, o de abril diminuiu para $6.0 \text{ m}^3/\text{s}$ e com isto a descarga na usina de Furnas aumentou para 195.5 e $180.1 \text{ m}^3/\text{s}$, respectivamente, nos meses de março e abril. No terceiro e último teste, usamos pa-

ra os volumes iniciais os resultados do Teste 7, $\omega_4 = 0.008$ e $\omega_5 = 0.01$ (vertimento e vazão mínima) e $\omega = 0.1$ para a energia média. A energia média encontrada foi igual à do Teste 10, 2 930 \overline{MW} , a descarga na usina de Furnas subiu para 189.8 m^3/s em março e 188.9 m^3/s em abril; no entanto, o vertimento aumentou para 3.2 m^3/s no mês de março em Cachoeira Dourada, diminuindo o volume vertido em abril para 10.3 m^3/s .

No último teste, o tempo de processamento foi de 1.09 minutos. Comparando este tempo com o do Teste 10, vemos que é bem menor. Acreditamos, baseados no que foi observado durante os testes, que os critérios de regra de parada estão extremamente rigorosos. Usamos $\epsilon = 10^{-7}$ para tolerância na regra 2, descrita no item IV.2.3. Aliado ao conhecimento de que, na prática, uma boa solução não é necessariamente a ótima teórica, diminuindo esta tolerância, o algoritmo ficará mais rápido, tornando-se uma ferramenta mais eficiente para o planejamento.

Finalmente, para concluir, falta mencionar que obtivemos um ganho de 2% em relação à estratégia do modelo SIMUS, considerada hoje em dia como ótima. Mais importante que o valor deste ganho é o conhecimento adquirido sobre o tipo de operação de cada reservatório.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Baseados na experiência adquirida com as aplicações práticas do algoritmo, podemos tirar uma série de conclusões e idéias para novas aplicações e outros trabalhos na área de planejamento energético com técnicas não-lineares.

Vimos que a solução ótima para a prática ocorre antes da ótima teórica. Sendo assim, não é recomendável trabalhar com pesos altos que acarretam tempos elevados de processamento. Com este cuidado, o modelo torna-se mais eficiente e flexível. Ainda com relação às penalidades, uma modificação pode ser experimentada no algoritmo, no sentido de alterar os pesos à medida que os ciclos evoluem. Os pesos poderiam ser aumentados cada vez que a diferença entre os valores da função objetivo em um número determinado de iterações consecutivas fosse inferior a um dado ϵ . Com esta adaptação, seriam evitadas ou amenizadas as interferências do analista.

Para estudos com afluições históricas, vários períodos devem ser analisados antes de se tirar qualquer conclusão sobre regras de operação para os reservatórios, uma vez que não é conhecida a probabilidade da repetição de afluições já registradas. Por exemplo, as usinas de Peixoto e Marimbondo, no período estudado, operam como usinas a fio d'água, com seus reservatórios cheios, a menos de um período muito pequeno ao final de 1955. Como, na prática, não sabemos quando ocorrerão va

zões como as de 1955, ficamos sem saber quando deplecionar estes reservatórios. Assim, para definir regras de operação, o melhor é trabalhar com períodos menores e previsões de afluências. Sugerimos que, neste sentido, sejam realizadas experiências com o modelo.

Com este modelo e com vazões do histórico, passa a ser viável a realização de trabalhos que visam estudar impactos de modificações em regras de operação de usinas, como, por exemplo, curvas de controle de enchentes ou descarga mínima de jusante, na operação de todo o sistema. Com os atuais modelos de simulação, cada vez que um parâmetro é alterado em uma usina as faixas de seu reservatório devem ser novamente ajustadas. Assim, concluir sobre os benefícios introduzidos por uma alteração de política fica muito dependente do ajuste das faixas. Com o modelo que desenvolvemos, podemos concluir simplesmente comparando valores da função objetivo. Como este tipo de estudo, para algumas regiões, é extremamente importante, acreditamos que este modelo venha a ser uma ferramenta muito útil.

Do ponto de vista teórico, ainda com este algoritmo, o critério de parada pode ser mais apurado e outros métodos de minimização na reta podem ser testados. Por exemplo, métodos que aproximam a função por uma quadrática.

Outros algoritmos não-lineares devem também ser experimentados, tendo em vista a facilidade de implementação destes métodos. A formulação de fluxo em rede, desenvolvida por Hanscom | 3 | para problemas de operação de reservatórios, deve

ser examinada, no sentido de tentar adaptá-la e testá-la com o sistema brasileiro.

REFERÊNCIAS

- |1| COORDENAÇÃO DE PLANEJAMENTO, FURNAS - CENTRAIS ELÉTRICAS S.A. - Sistema de Informações para Planejamento Energético.
- |2| DEPARTAMENTO DE PLANEJAMENTO DO SISTEMA, FURNAS - CENTRAIS ELÉTRICAS S.A. - Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas, SIMUS.
- |3| HANSCOM, MELVILLE - The Operation of Large-Scale Hydro-Thermal Power Systems: The Medium-Term and Short-Term Scheduling Problem, Hydro-Quebec, Curso Avançado de Operação de Sistemas Hidrotérmicos, UFRJ, 1980.
- |4| HEINZ, DIETER FILL - Estudos Energéticos, Revista Paranaense de Desenvolvimento, pp. 29-60, 1979.
- |5| HICKS, R.H.; GAGNON, C.R.; JACOBY, S.L.S. E KOWALIK, J. S. - A Mathematical Model and a Digital Computer Problem for Automatic Hydroelectric Power System Critical Period Analysis, Rept. BCS-G0216, Boeing Computer Services, Inc., 1973.
- |6| HICKS, R.H.; GAGNON, C.R.; JACOBY, S.L.S. E KOWALIK, J. S. - Large Scale Nonlinear Optimization of Energy Capability for the Pacific Northwest Hydroelectric System, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93,

nº 5, pp. 1604-1612, Sept./Oct. 1974.

- | 7 | LUENBERGER, D.G. - Introduction to Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley Publishing Company, 1973.
- | 8 | MENDES LIMA, W. - Operação Ótima de um Sistema Hidrotérmico pelo Método das Esperanças Marginais, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, março 1976.
- | 9 | MURTAGH, B.A. E M.A. SAUNDERS - Large-Scale Linearly Constrained Optimization, Mathematical Programming, 14 (1978), pp. 14-72.
- | 10 | SOUZA, ORLANDO CARLOS GOMES - Sobre Alguns Métodos em Programação Não-Linear I, Revista Brasileira de Pesquisa Operacional, Vol. IV, nº 2, dezembro 1980.
- | 11 | SHETTY, C.M. E BAZARAA, M.S. - Nonlinear Programming and an Algorithmic Approach, John Wiley, 1979.

ANEXO 1

DADOS CARACTERÍSTICOS DAS USINAS DA CONFIGURAÇÃO ESTUDADA

USINA	VOLUME MÁXIMO km ³	VOLUME MÍNIMO km ³	ENGOLIMENTO m ³ /s	VAZÃO MÍNIMA m ³ /s	PRODUTIVIDADE ESPECÍFICA MW/m ³ /s/m	PERDAS HIDRÁULICAS m	FATOR DE CAPACIDADE NA PONTA
Furnas	22.99	5.733	1 680	196	0.00862	1.0	0.10
Peixoto	4.04	1.54	4 102	410	0.00834	0.6	0.10
Estreito	0.0	0.0	2 045	252	0.00882	0.8	0.10
Marimbondo	6.15	0.89	2 998	339	0.00850	0.7	0.10
Itumbiara	17.027	4.6	3 272	323	0.00824	1.0	0.10
C.Dourada	0.325	0.325	2 568	257	0.00819	0.5	0.10

ANEXO 1
(Continuação)

COEFICIENTES DO POLINÔMIO COTA X VOLUME

$$f(v) = av^4 + bv^3 + cv^2 + dv + e$$

Usina	a	b	c	d	e
Furnas	0.0	0.18195×10^{-2}	-0.10589×10^1	0.28232×10^1	0.73695×10^3
Peixoto	0.0	0.0	-0.54828	0.82594×10^1	0.64198×10^3
Estreito	0.0	0.0	0.0	0.0	0.6208×10^3
Marimbondo	-0.2368×10^{-1}	0.43499	-0.31053×10^1	0.1298×10^2	0.41661×10^3
Itumbiara	0.0	0.81873×10^{-2}	-0.34633	0.6318×10^1	0.47241×10^3
C.Dourada	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4283×10^3

COEFICIENTES DO POLINÔMIO COTA CANAL DE FUGA X DESCARGA

$$g(q) = aq^4 + bq^3 + cq^2 + dq + e$$

Usina	a	b	c	d	e
Furnas	0.0	0.0	-0.14129×10^{-5}	0.46248×10^{-2}	0.67056×10^3
Peixoto	0.0	0.0	0.0	0.0	0.6216×10^3
Estreito	0.0	0.51527×10^{-11}	-0.13913×10^{-6}	0.16134×10^{-2}	0.55596×10^3
Marimbondo	0.0	0.13432×10^{-9}	-0.83386×10^{-6}	0.3604×10^{-2}	0.37904×10^3
Itumbiara	0.0	0.1737×10^{-11}	-0.85339×10^{-7}	0.18256×10^{-2}	0.43228×10^3
C.Dourada	0.0	0.0	0.0	0.0	0.398×10^3

ANEXO 2

GRÁFICOS - APLICAÇÃO PRÁTICA

GRÁFICO I
GERAÇÃO MÉDIA MENSAL
TESTE I

(MÉDIAS)

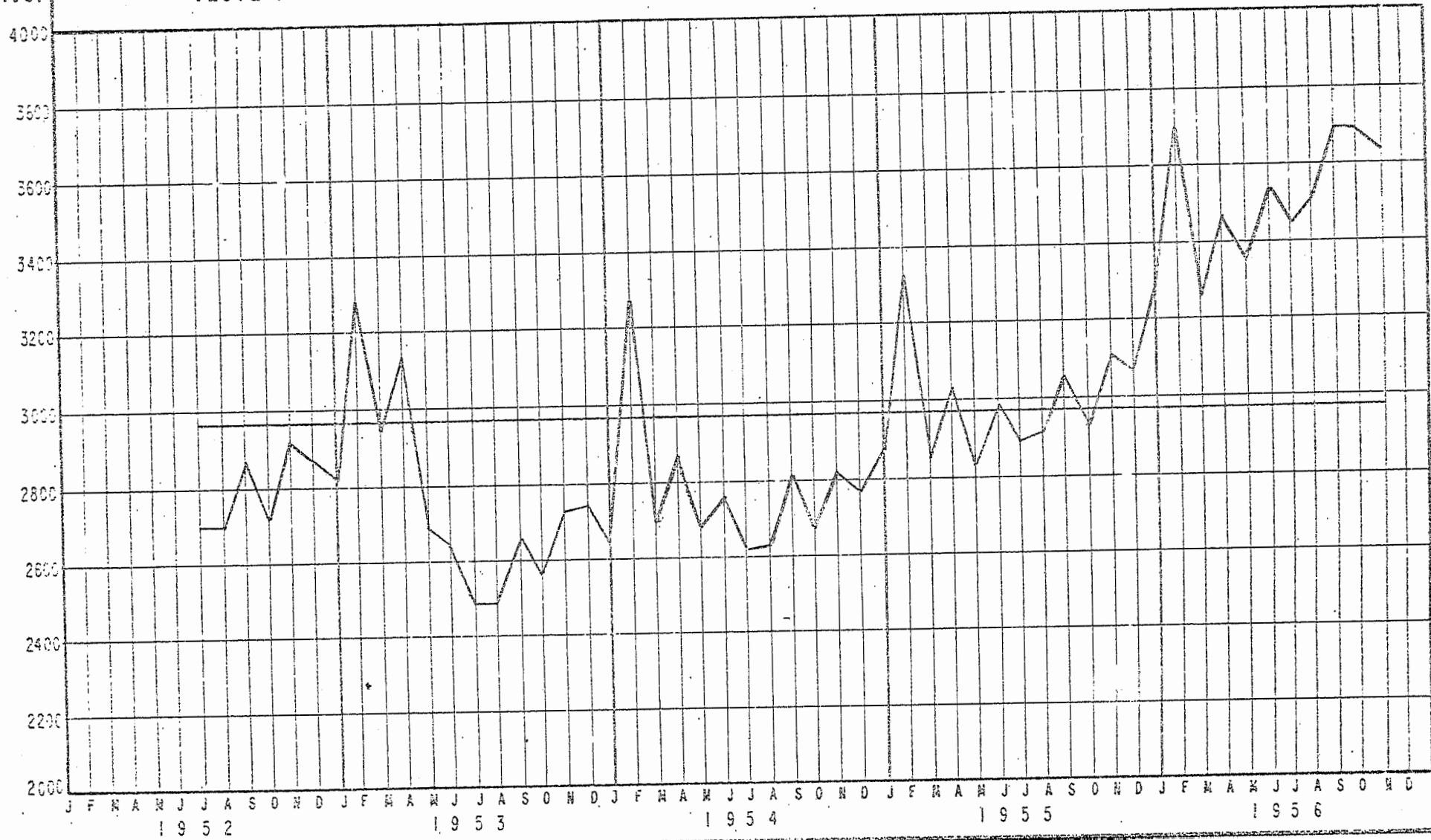


GRÁFICO 3

FURNAS

----- PONTO INICIAL (SINUS)
===== PONTO ÓTIMO (TESTE I)

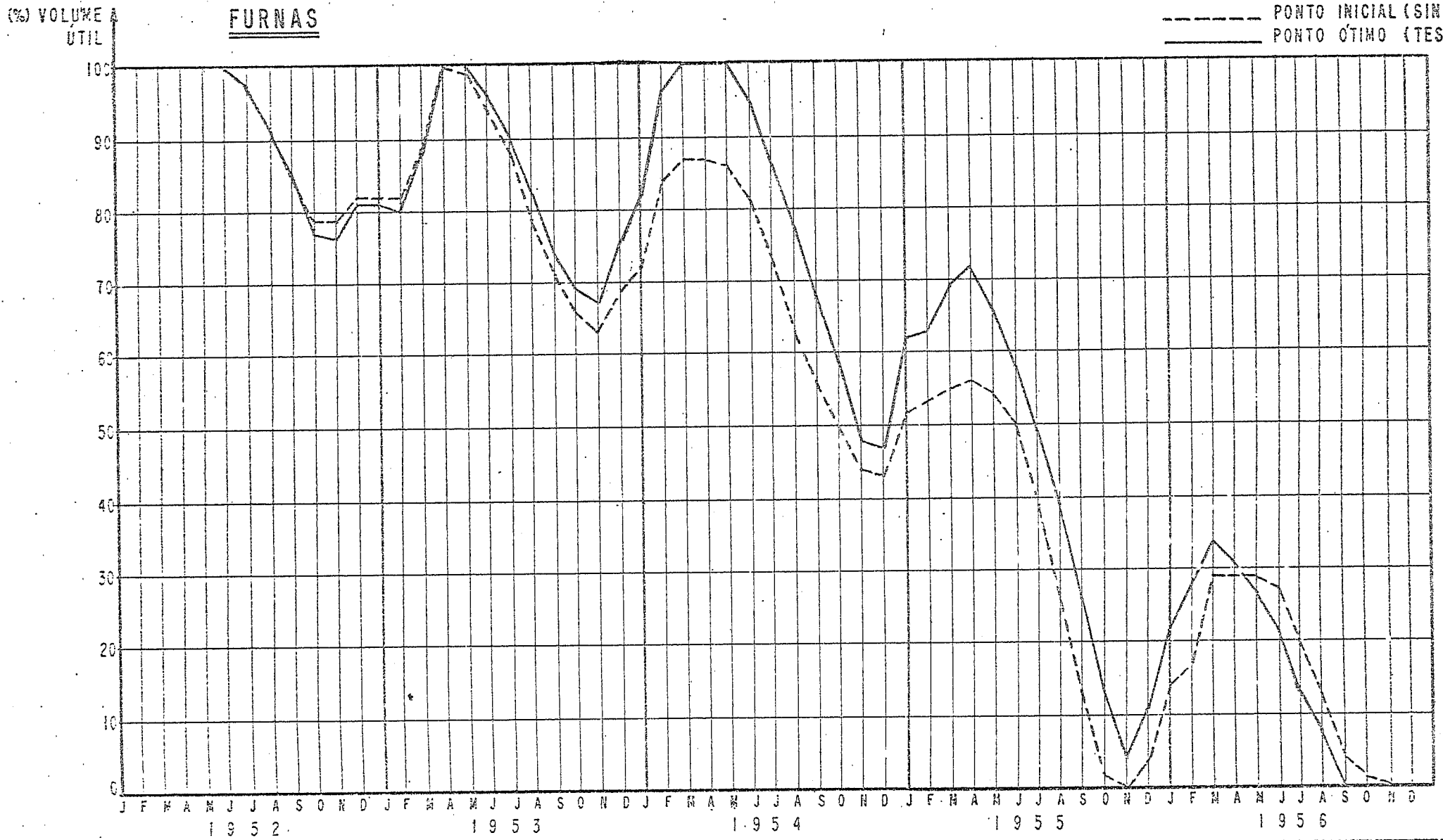


GRÁFICO 4

PEIXOTO

(%) VOLUME A
UTIL

----- PONTO INICIAL (SINUS)
———— PONTO ÓTIMO (TESTE I)

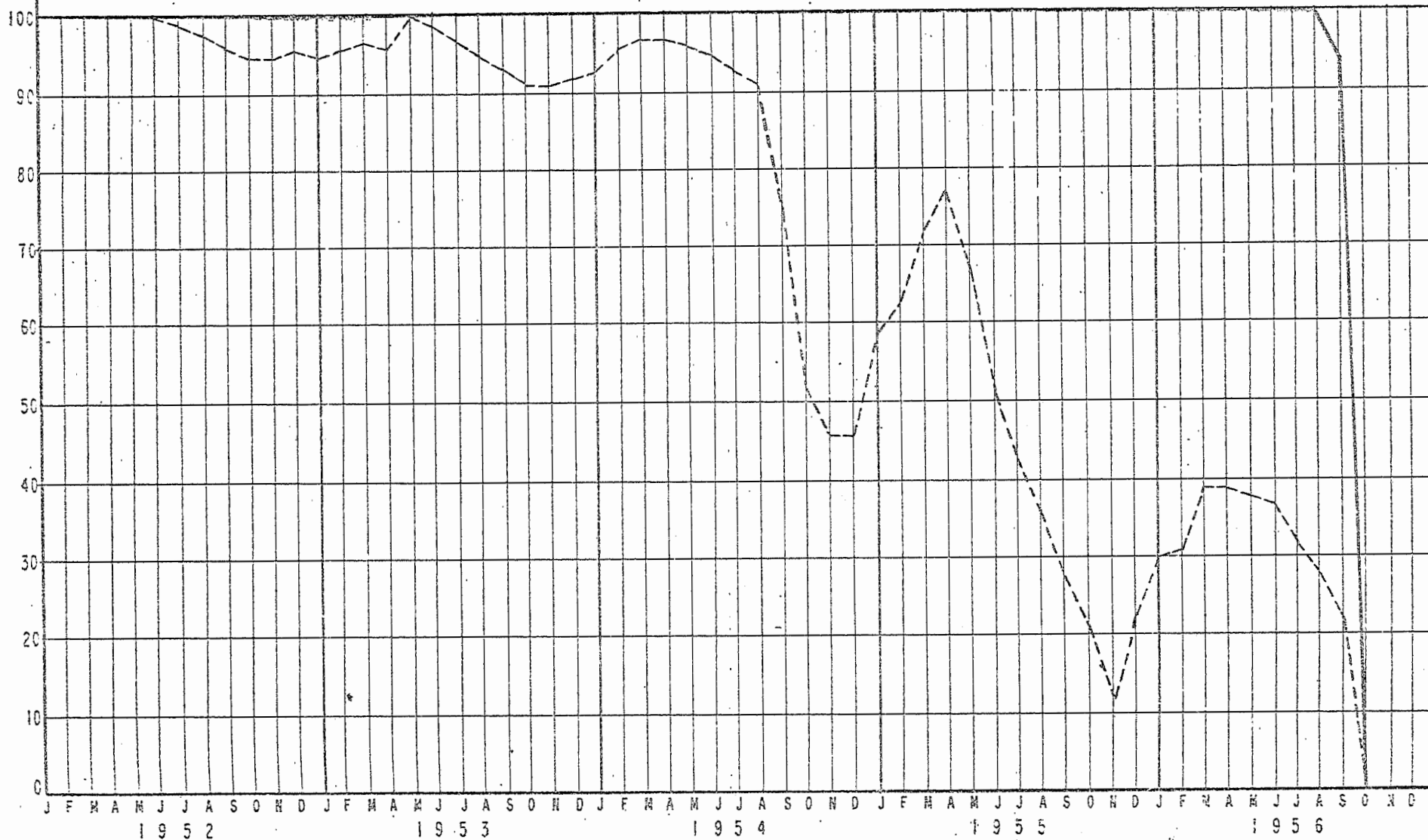


GRÁFICO 5
MARIMBONDO

(%) VOLUME A
UTIL

----- PONTO INICIAL (SINUS)
———— PONTO ÓTIMO (TESTE I)

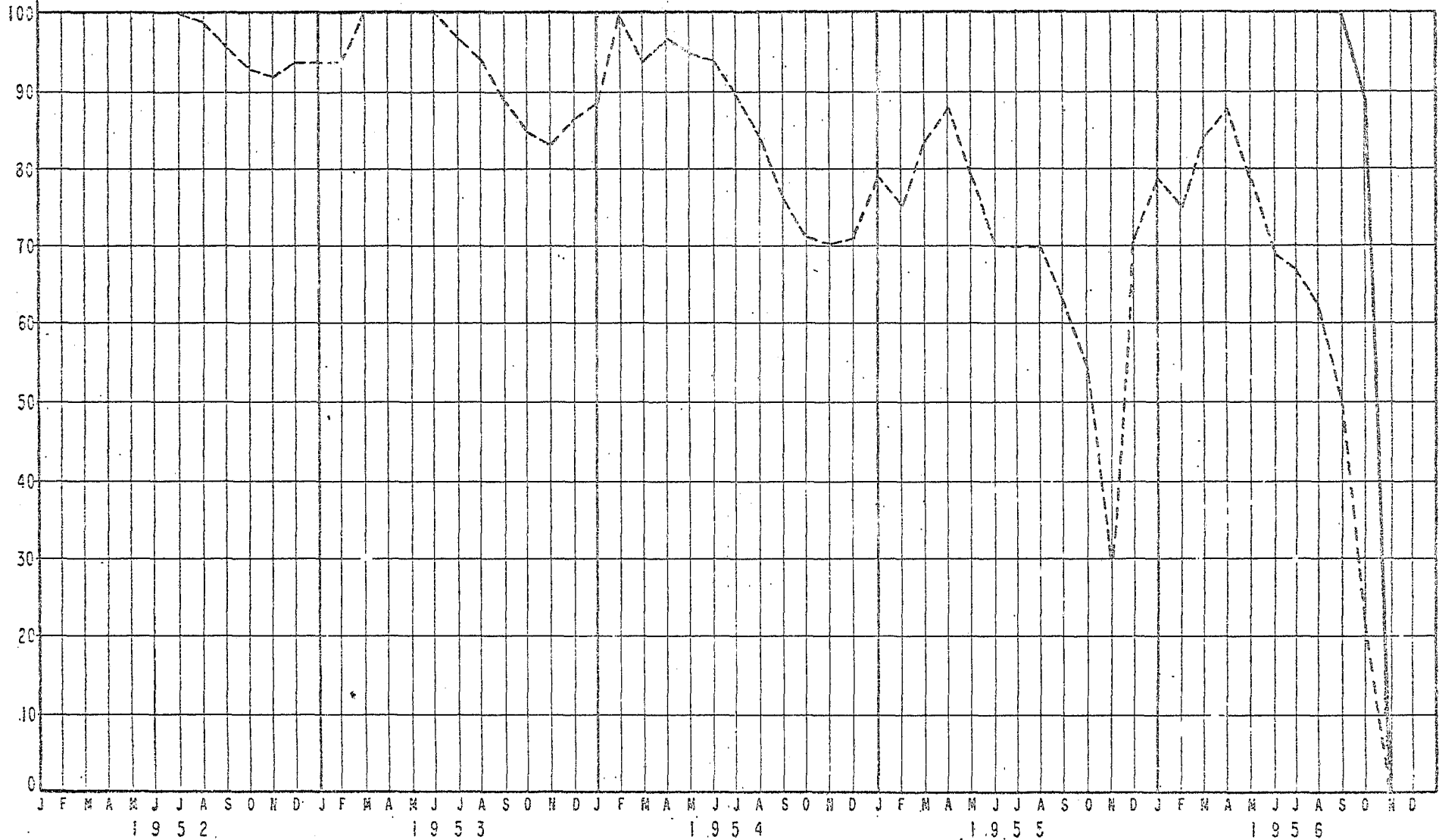


GRÁFICO 6
ITUMBIARA

(%) VOLUME ÚTIL

----- PONTO INICIAL (SINUS)
===== PONTO ÓTIMO (TESTE I)

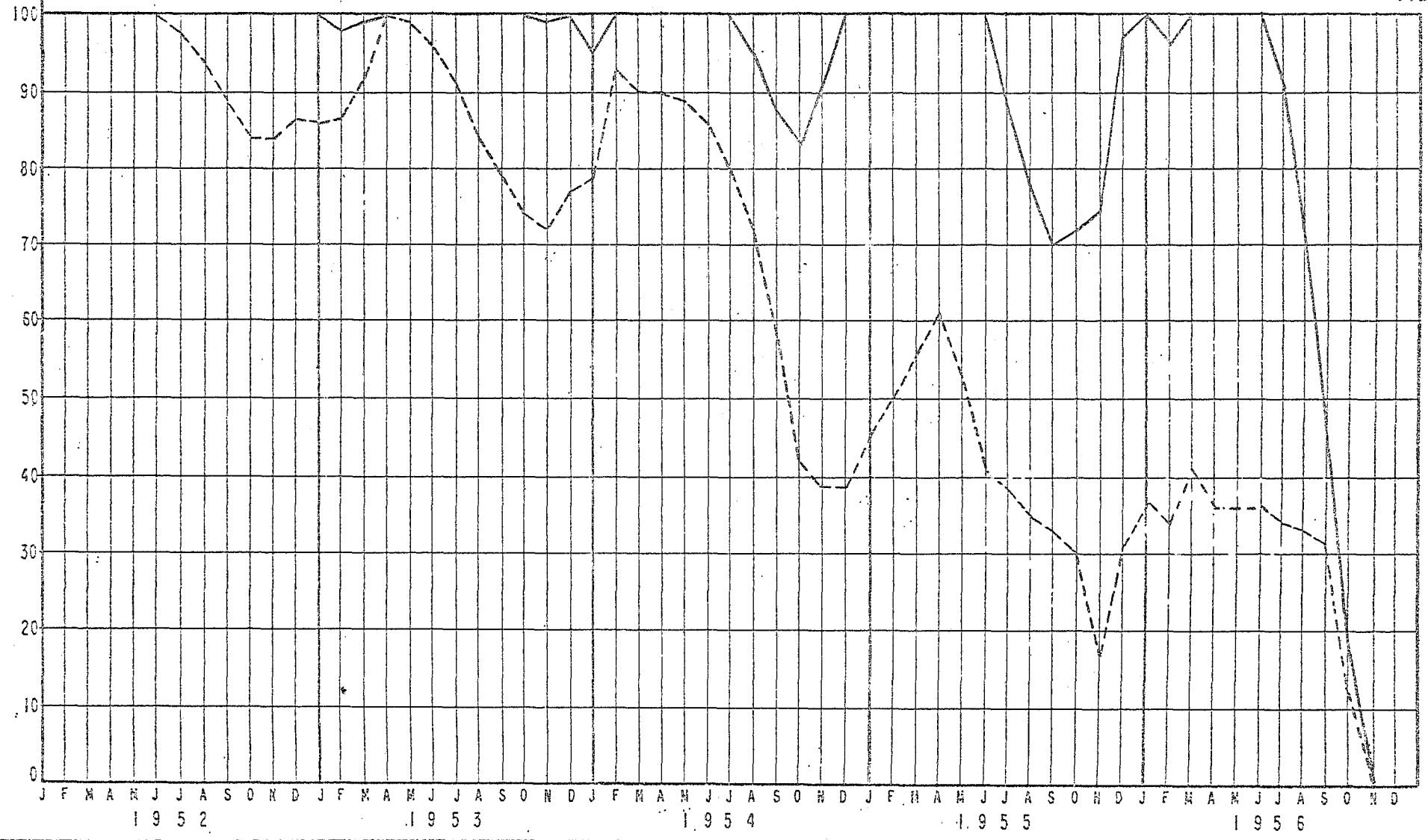


GRÁFICO 7
FURNAS

(%) VOLUME ÚTIL

----- PONTO INICIAL (SINUS)
 _____ PONTO ÓTIMO (TESTE 4)

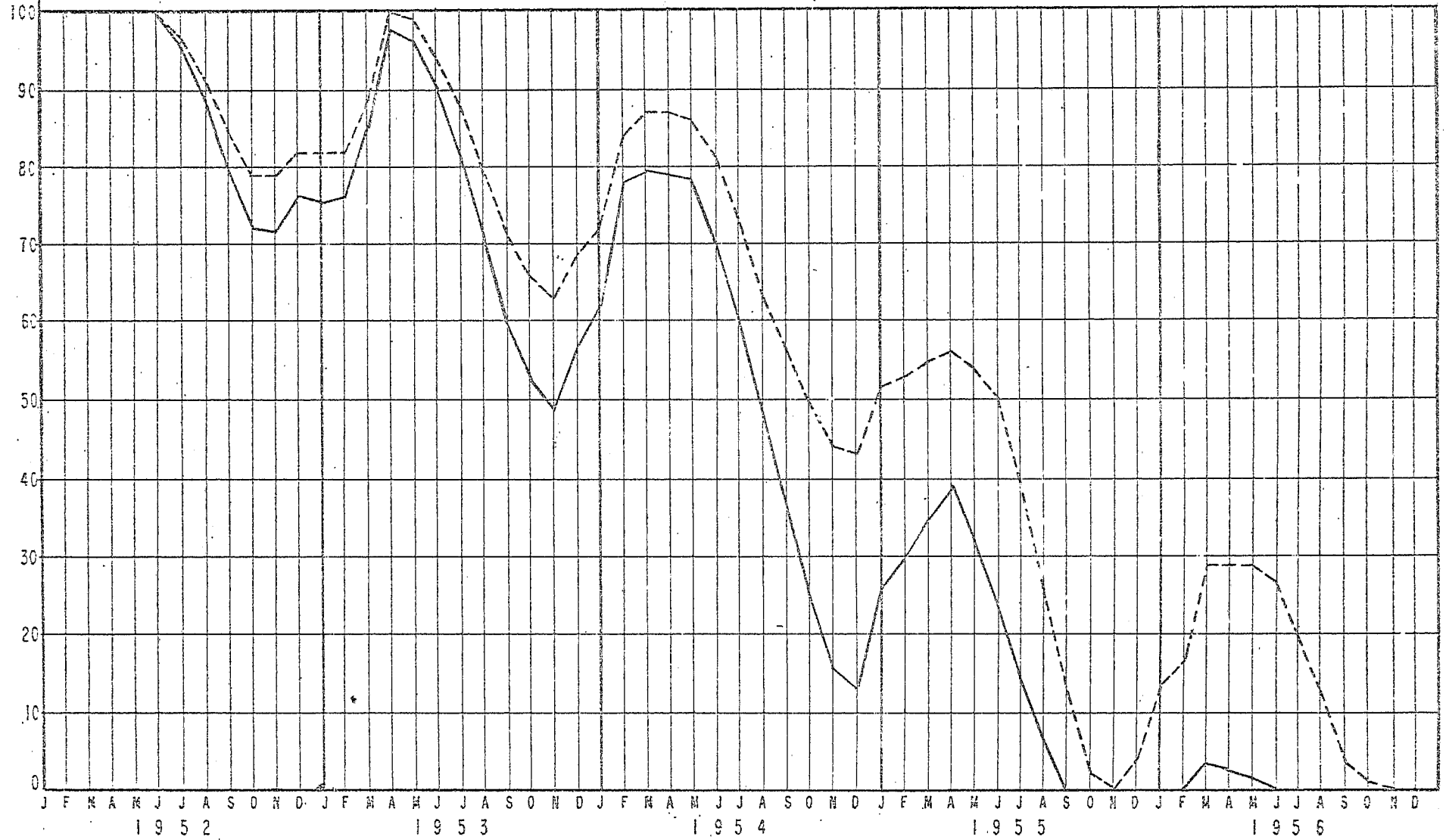


GRÁFICO 8

PEIXOTO

(%) VOLUME A
UTIL

----- PONTO INICIAL (SINUS)
———— PONTO ÓTIMO (TESTE 4)

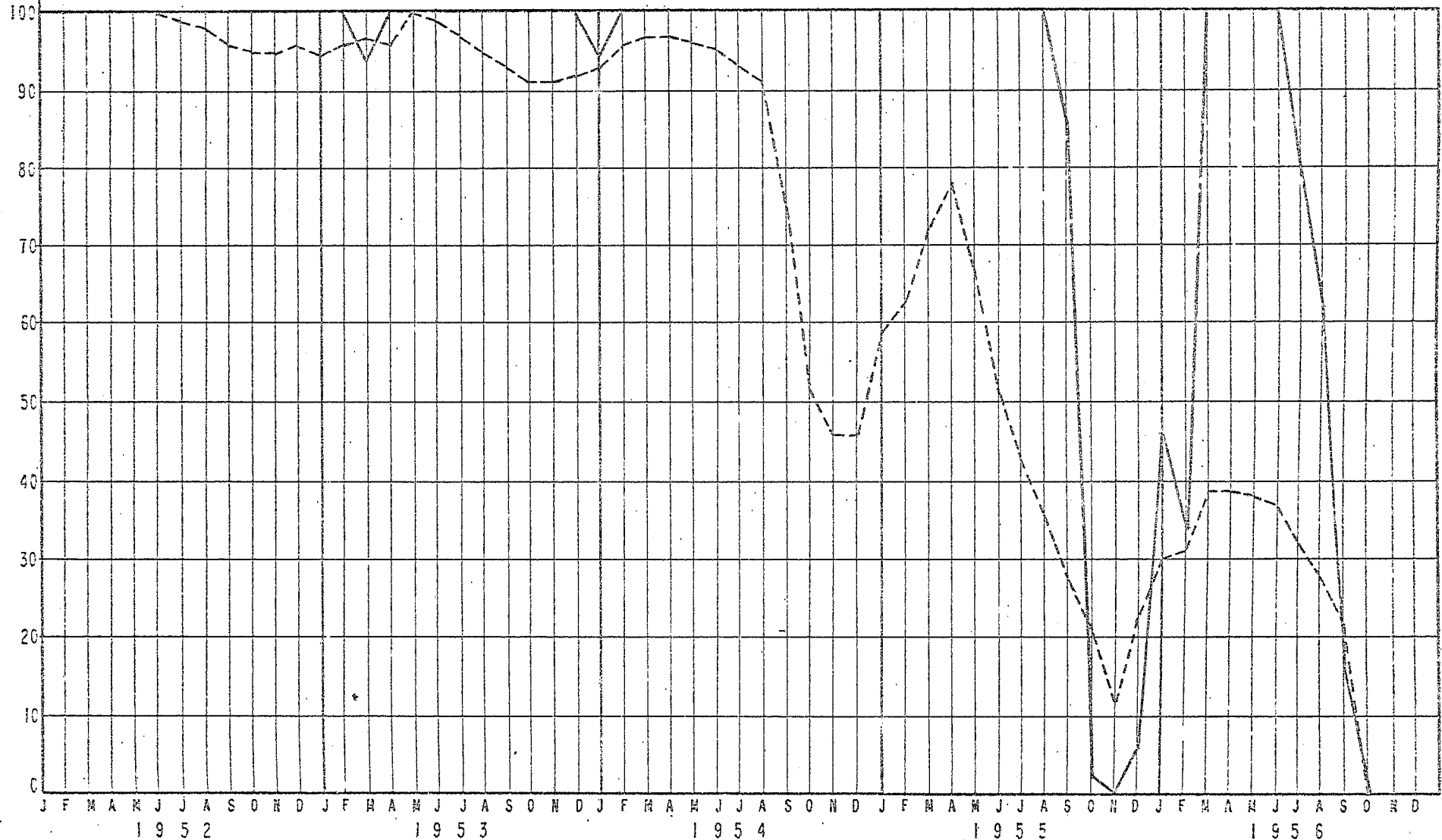


GRÁFICO 9
MARIMBONDO

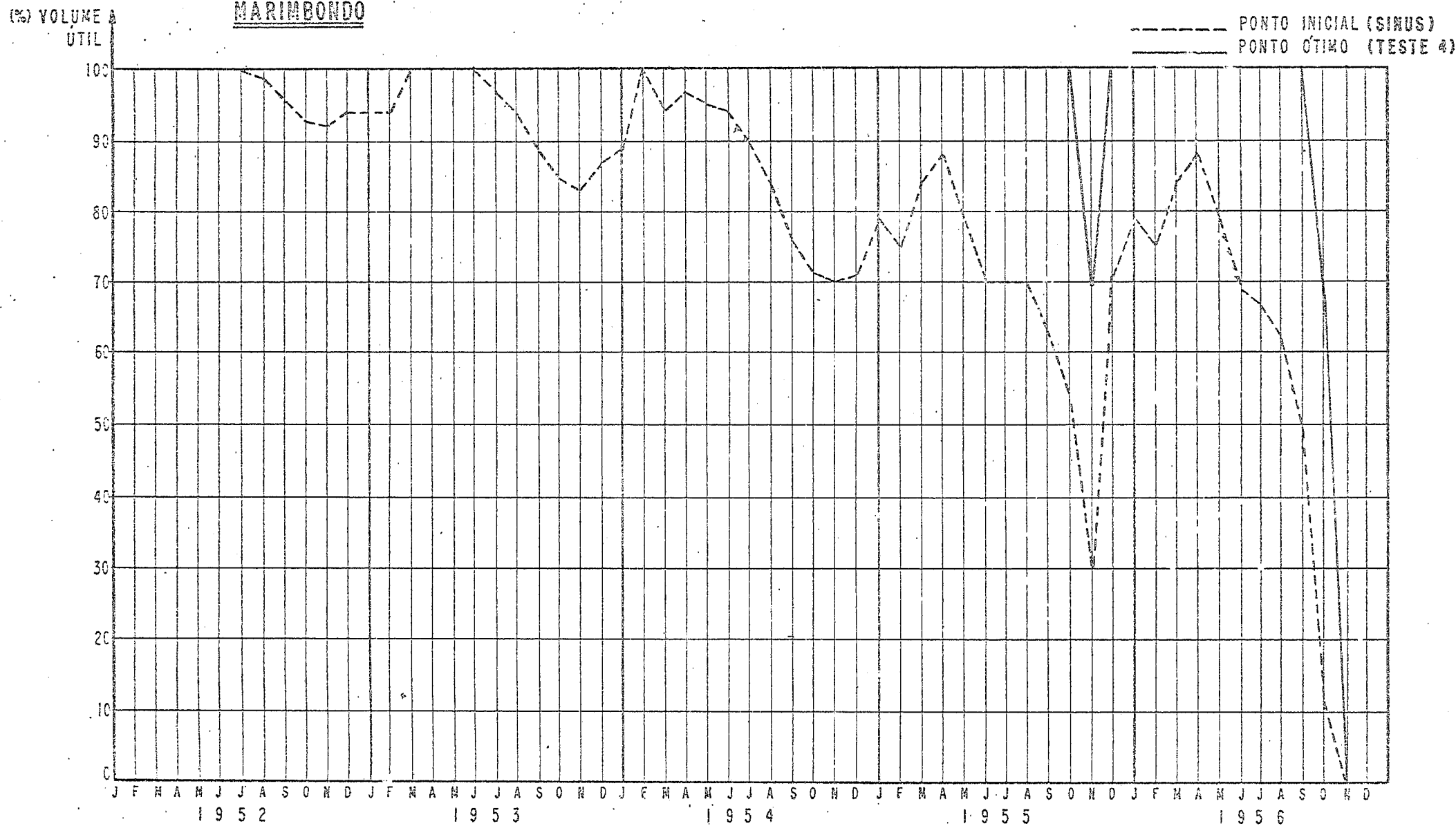


GRÁFICO 10
ITUMBIARA

----- PONTO INICIAL (SINUS)
 _____ PONTO ÓTIMO (TESTE 4)

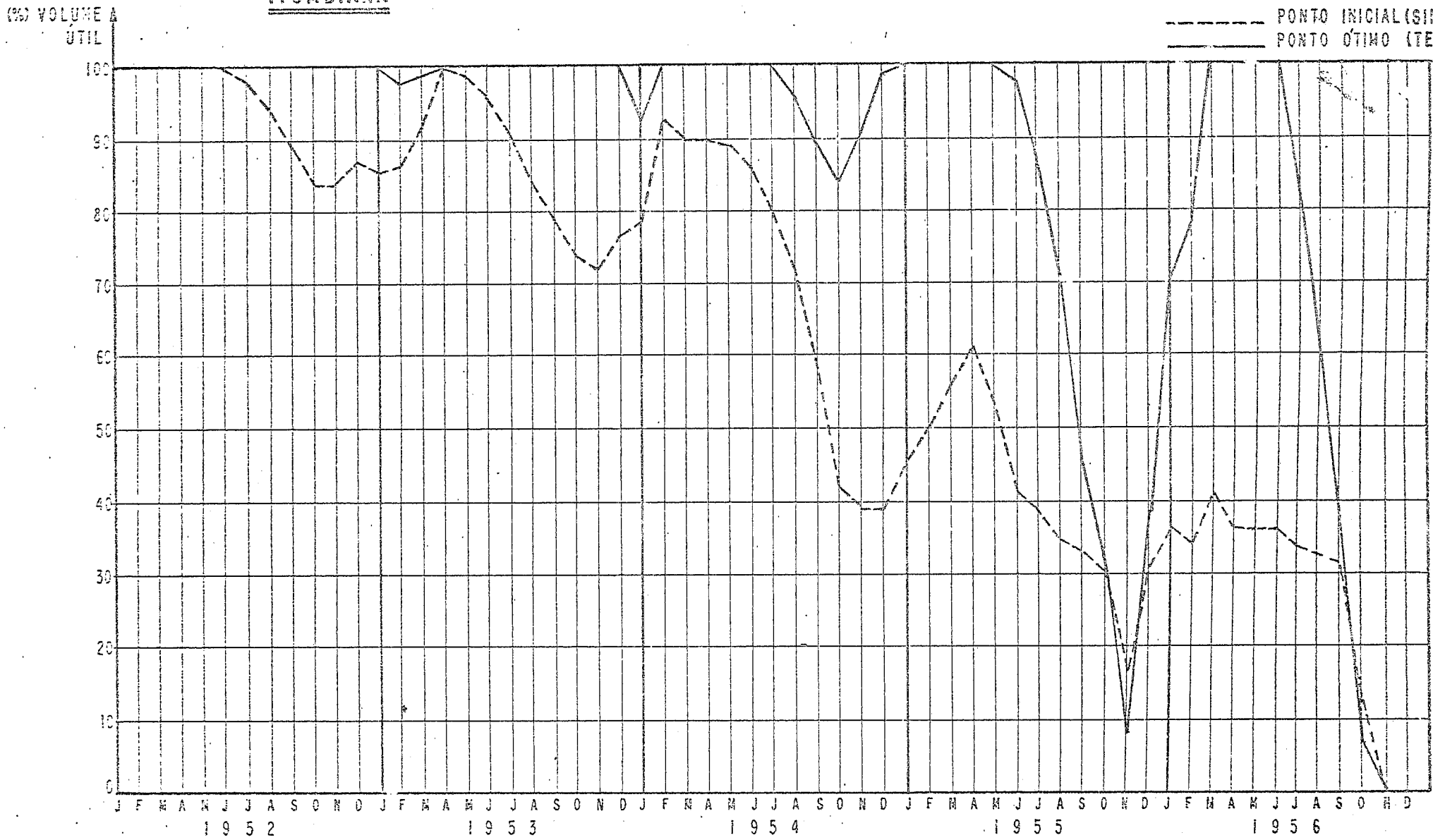


GRÁFICO II
FURNAS

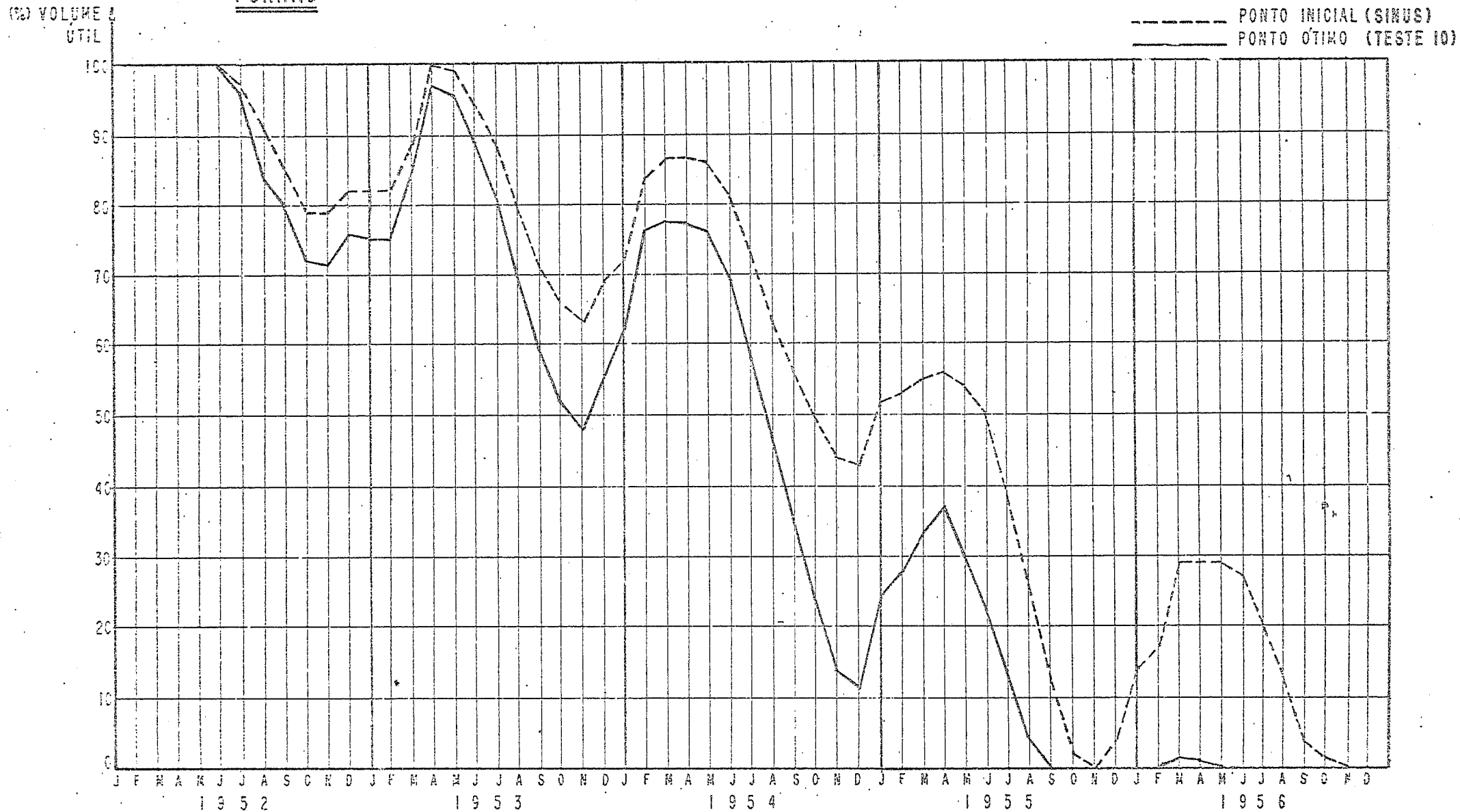


GRÁFICO 12
PEIXOTO

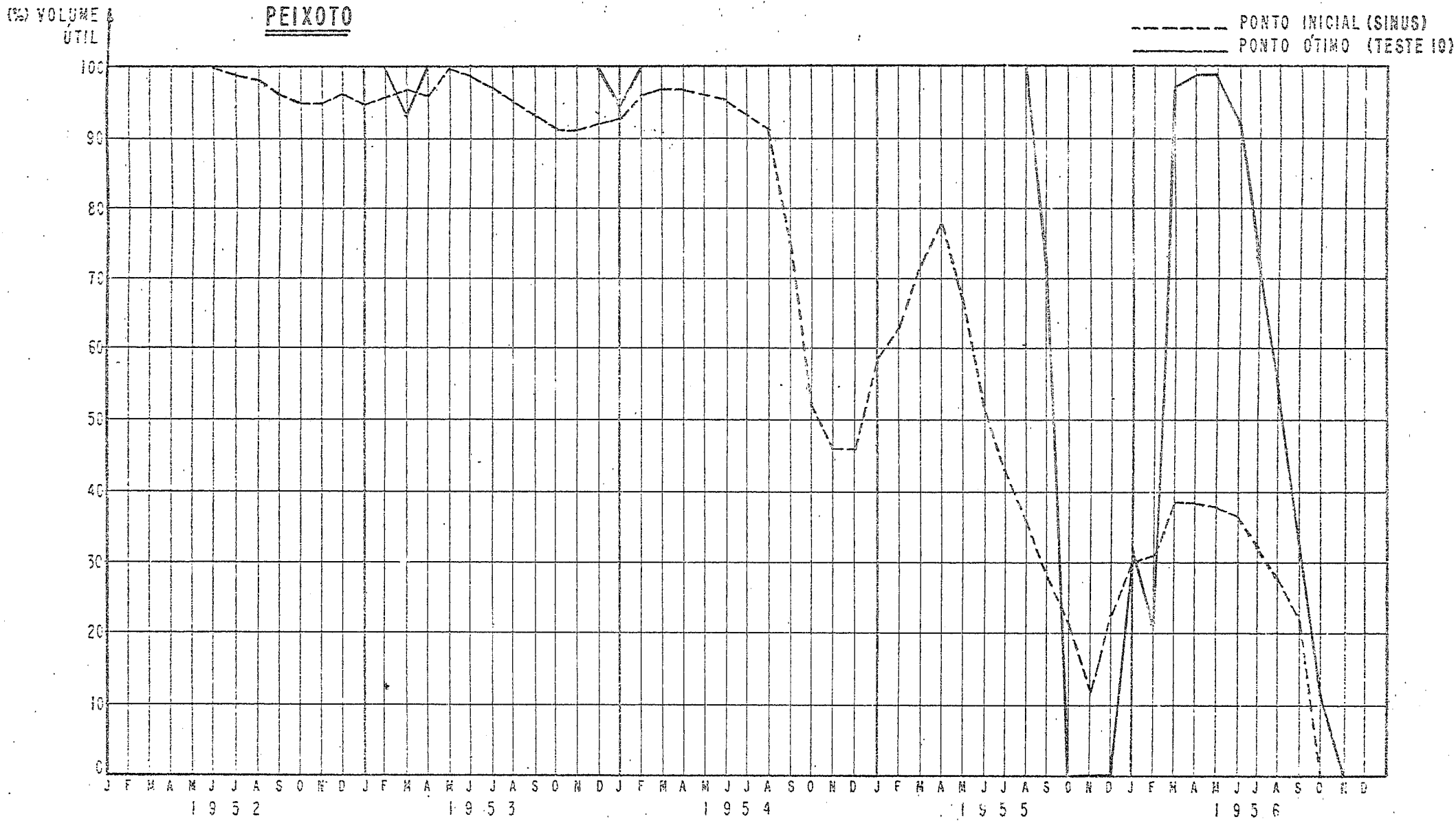


GRÁFICO 13
MARIMBONDO

(%) VOLUME
UTIL

----- PONTO INICIAL (SINUS)
===== PONTO ÓTIMO (TESTE 10)

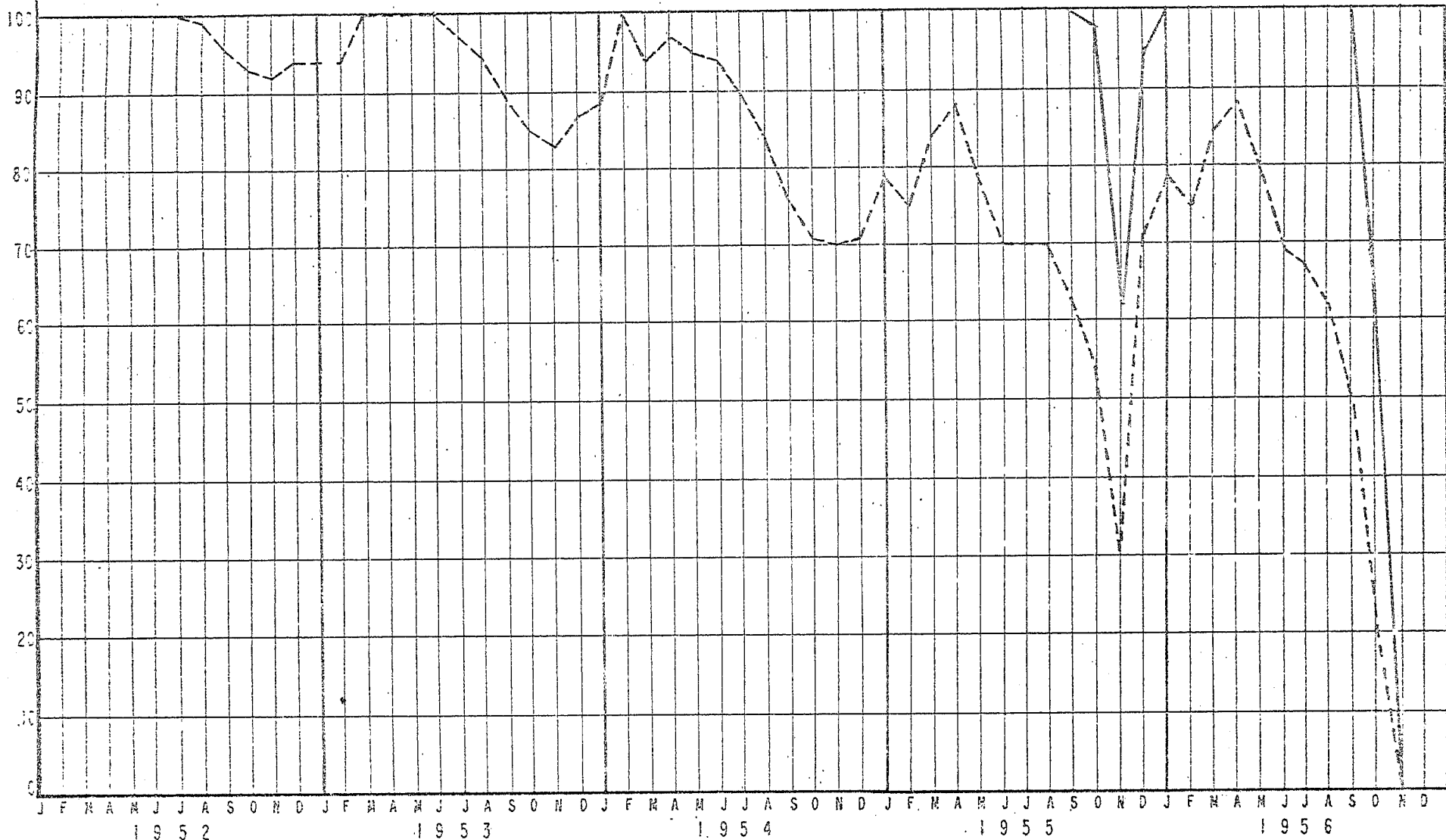


GRÁFICO 14
ITUMBIARA

