


PRÉ-DESPACHO PARA SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

CONSIDERANDO A REDE ELÉTRICA

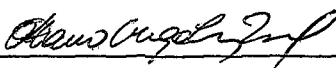
LEONTINA MARIA VIANA GRAZIADIO PINTO

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS - GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.)

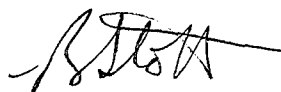
APROVADA POR:



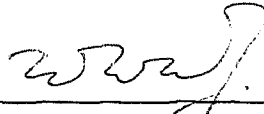
NELSON MACULAN FILHO
(PRESIDENTE)



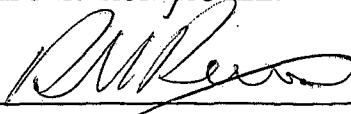
MÁRIO VEIGA FERRAZ PEREIRA



BRIAN STOTT



ALCIR MONTICELLI



RONALDO MARINHO PERSIANO

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 1981

PINTO, LEONTINA MARIA VIANA GRAZIADIO

Pré-Despacho para Sistemas Hidrotérmicos Considerado a Rede Elétrica (Rio de Janeiro) 1981.

viii,92p. 29,7cm (COPPE-UFRJ - M.Sc., Engenharia de Sistemas, 1981).

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro, Fac. Engenharia

1. Pré-Despacho I.COPPE/UFRJ II.Título(Série)

A meus pais
À Anna Paula

AGRADECIMENTOS

Este trabalho resulta das idéias sugeridas pelo engenheiro Mário Veiga Ferraz Pereira, orientador desta tese, cujo constante apoio, incentivo e colaboração tornaram possível a sua realização.

Os engenheiros Brian Stott, Ongun Alsaç, João Luiz Marinho e Luiz Maurício Thomé, do Departamento de Sistemas do CEPEL, foram responsáveis pela elaboração e desenvolvimento dos modelos de Fluxo de Potência e Redespacho Ótimo descritos nos Capítulos III e IV. A colaboração destes pesquisadores foi indispensável à realização deste trabalho.

O professor Nelson Maculan, da COPPE/UFRJ, teve importante participação no algoritmo de decomposição.

O texto do Capítulo III (Análise da Rede) baseia-se nos trabalhos do professor Alcir Monticelli, cujas críticas e sugestões foram extremamente úteis na elaboração desta tese.

Os dados utilizados no caso exemplo foram fornecidos pelos engenheiros do DEST e DENE/ELETROBRÁS.

Os engenheiros Gerson Couto de Oliveira e Valmir Carneiro Barbosa contribuíram significativamente na elaboração do texto.

O estagiário Jorge da Fonte Ramos teve valiosa participação na implementação do programa.

Os colegas do CEPEL deram provas constantes de amizade e estímulo durante todo o desenvolvimento do trabalho.

Esta tese contou com o apoio e incentivo do CEPEL, através de uma bolsa de pós-graduação em 1980.

Ana Maria Costa Danielli e Lenize Martins Silva são as responsáveis pelo excelente trabalho gráfico.

SINOPSE

O pré-despacho de um sistema hidrotérmico tem como objetivo estabelecer uma programação horária das usinas que atenda, simultaneamente, às restrições do despacho elétrico e às metas semanais de geração estabelecidas pelo planejamento da operação.

O problema do pré-despacho foi dividido em duas fases : Análise de Viabilidade e Pré-despacho Automático. Na análise de viabilidade, simula-se a operação horária do sistema a partir de uma programação horária pré-estabelecida. Esta programação deve obedecer às metas energéticas e pode ser obtida através de um pré-despacho em que todas as restrições elétricas foram relaxadas e somente foram mantidas as metas energéticas.

A cada hora, um programa de análise da rede verifica se algum limite de fluxo nas linhas foi violado. Nestes casos, a geração é remanejada de modo a ficar o mais próximo possível (desvio quadrático) do ponto de operação especificado. Os desvios de cada gerador redespachado são automaticamente contabilizados. Se após a simulação do último período os desvios acumulados em relação às metas de geração energética forem pequenos, pode-se afirmar que a programação corrigida atende aos requisitos do pré-despacho.

A análise de viabilidade utiliza um modelo de fluxo de carga linearizado para estimar os fluxos de potência ativa na rede. Os problemas de redespacho ótimo são resolvidos por uma versão especializada do Dual Simplex, que permite manter a estrutura de esparsidade da rede elétrica.

Em alguns casos, entretanto, a soma dos desvios horários pode ser significativa e as metas de geração deixam de ser atendidas. O pré-despacho automático tem como objetivo produzir programações horárias que atendam simultaneamente às metas energéticas e às restrições elétricas. Este problema é formulado como um problema de programação linear de grande porte e resolvido através de decomposição de Dantzig-Wolfe. Os subproblemas nas iterações de DW correspondem a problemas de redespacho ótimo semelhantes aos encontrados na análise de viabilidade.

É apresentado um caso exemplo com o Sistema Sudeste Brasileiro.

ABSTRACT

The predispach of a hydrothermal system tries to establish an hourly generation schedule that does not violate electrical constraints and meets weekly generation targets for each plant.

This problem was solved in two stages: Feasibility Analysis and Automatic Predispach. The feasibility analysis corresponds to the hourly simulation of the system operation for a preestablished generation schedule. This schedule must meet the weekly generation targets and may be produced by a relaxed version of the predispach in which all electrical constraints have been dropped, that is, only the weekly generation targets are enforced.

For each hour, a network analysis model is used to verify whether there is any overload in the system. The overloads are then eliminated by an optimal generation rescheduling program that minimizes the deviation from the given operating point. The adjusted schedule will be considered adequate if the cumulative deviation of each generator by the end of the simulated week is small, which means small deviations from the weekly targets.

Active power flows in the network are estimated by a linearized load-flow model. The optimal rescheduling problems are solved by a customized version of the Dual Simplex method that preserves the sparsity of the electrical network.

Whenever the deviations from the weekly targets are too large, the automatic predispach is used to produce an hourly schedule that meets both weekly targets and electrical constraints. This problem is modeled as a large scale linear problem and solved by Dantzig-Wolfe decomposition. The subproblems in the DW iterations are similar to the optimal hourly redispach problem solved in the feasibility analysis.

A case study with the brasilian Southeast system is presented and discussed.

ÍNDICE

CAPÍTULO I	-	INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II	-	DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA	3
II.1	-	Descrição Geral	3
II.2	-	Modelo de Análise de Viabilidade	4
II.3	-	Análise da Rede	5
II.4	-	Redespacho Ótimo Horário	8
II.4.1	-	Descrição Geral	8
II.4.2	-	Formulação do Problema	8
II.5	-	Pré-Despacho Automático	10
CAPÍTULO III	-	REPRESENTAÇÃO DA REDE	13
III.1	-	Introdução	13
III.2	-	Fluxo de Carga Linearizado	13
III.2.1	-	Introdução	13
III.2.2	-	O Problema do Fluxo de Potência	14
III.2.3	-	Linearização	18
III.2.4	-	Resolução do Problema	20
III.3	-	Retirada de Linhas por Contingências ou Manutenção	22
III.3.1	-	Introdução	22
III.3.2	-	Método da Compensação	23
III.3.3	-	Problema de Ilhamento	26
CAPÍTULO IV	-	REDESPACHO ÓTIMO	28
IV.1	-	Introdução	28
IV.2	-	Dualidade	28
IV.2.1	-	Introdução	28
IV.2.2	-	Construção do Problema Dual	29
IV.2.3	-	Propriedades do par de Problemas	29
IV.2.4	-	Resolução do Problema Dual	31
IV.2.5	-	O Dual Simplex	34
IV.3	-	Base Reduzida	35
IV.3.1	-	Introdução	35
IV.3.2	-	Aplicação da Base Reduzida ao Problema Primal	36

IV.3.3	-	Aplicação da Base Reduzida ao Problema Dual	37
IV.4	-	Resolução do Redespacho Ótimo	39
IV.4.1	-	Introdução	39
IV.4.2	-	Relaxação	39
IV.4.3	-	Algoritmo de Otimização	41
IV.4.4	-	Formação da Base Inicial	42
IV.4.5	-	Cálculo do Ponto de Operação	43
IV.4.6	-	Teste de Otimalidade e Seleção da Restrição a ser Ativada	46
IV.4.7	-	Seleção da Restrição a ser Relaxada	48
IV.5	-	Extensões do Redespacho Ótimo	55
IV.5.1	-	Prioridades e Corte de Carga	55
IV.5.2	-	Redespacho Preventivo	55
IV.5.3	-	Funções Objetivo Não-Lineares	57
CAPÍTULO V	-	PRÉ-DESPACHO AUTOMÁTICO	58
V.1	-	Introdução	58
V.2	-	Método de Decomposição de Dantzig-Wolfe	59
V.2.1	-	Introdução	59
V.2.2	-	O Princípio de Decomposição de Dantzig-Wolfe	60
V.2.3	-	Montagem do Problema Restrito .-	67
V.2.4	-	O Algoritmo de Decomposição de Dantzig-Wolfe	68
V.3	-	O Algoritmo do Pré-Despacho Automático	72
V.3.1	-	Introdução	72
V.3.2	-	Formulação Incremental	73
V.3.3	-	Resolução do Problema	73
V.4	-	Interpretação da Solução	79
V.5	-	Extensões do Pré-Despacho Automático	79
CAPÍTULO VI	-	CASO EXEMPLO	80
CAPÍTULO VII	-	ASPECTOS COMPUTACIONAIS	89
CAPÍTULO VIII	-	CONCLUSÕES	90
REFERÊNCIAS	-	91

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O planejamento da operação tem como objetivo estabelecer metas de geração média a cada período (semana ou mês) para as usinas hidráulicas e térmicas do sistema de geração. O cálculo destas metas deve levar em conta efeitos de longo prazo (probabilidade de deficit futuro, valor esperado da geração térmica, etc.), médio prazo (contratos anuais de demanda e energia entre empresas, cronogramas de manutenção) e curto prazo (controle diário de cheias, problemas operativos e despacho). O processo de decisão pode ser representado por uma cadeia hierarquizada de modelos, onde o nível de detalhe cresce à medida que o horizonte de influência diminui. A informação sobre efeitos de "longo" prazo (além do horizonte de decisão de cada nível) é fornecida pelos resultados do nível anterior. A figura I-1 apresenta uma possível cadeia de procedimentos para o cálculo de metas de geração. Também está representado de maneira esquemática o tipo de informação necessário em cada nível.

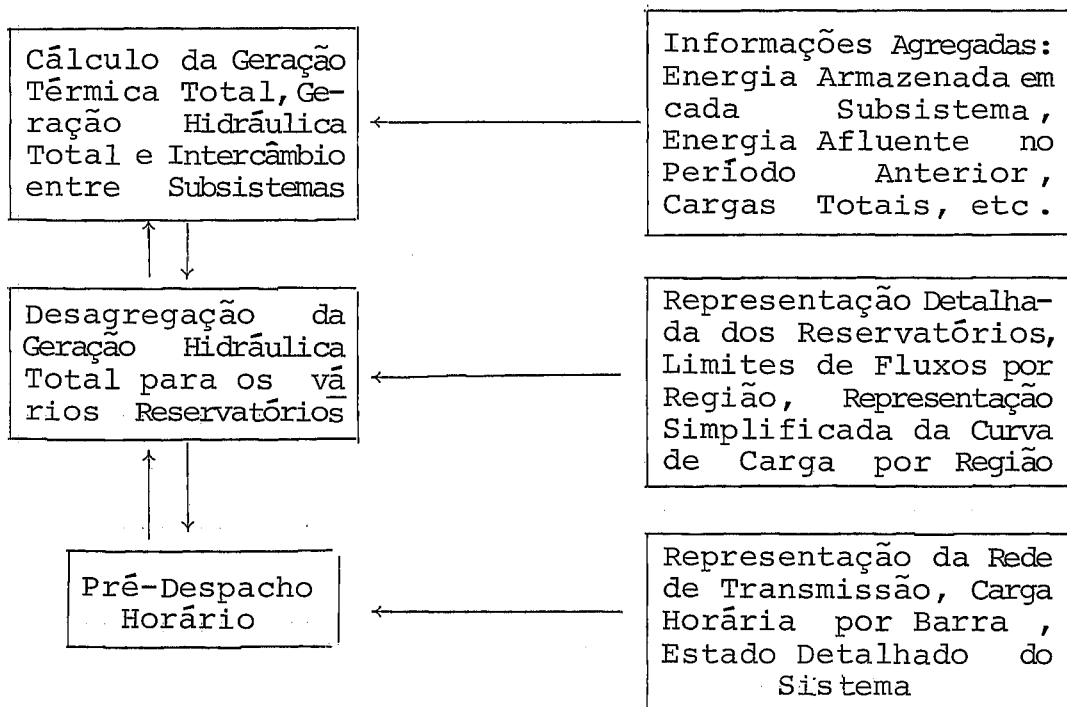


Figura I-1- CADEIA DE PROCEDIMENTOS PARA O CÁLCULO DE METAS DE GERAÇÃO

As decisões do primeiro nível correspondem à estratêgia de operação a longo prazo, isto é, decisões quanto à proporção de energia de origem hidroelétrica e térmica. Este problema é atualmente resolvido por modelos de programação dinâmica estocástica, que procuram minimizar o valor esperado do custo de operação (composto de geração térmica e penalização por deficit no atendimento) (CEPEL/ELETRABRÁS¹).

O segundo modelo procura "desestocar" de maneira ótima a energia hidráulica armazenada no sistema, isto é, deplecionar os reservatórios de maneira a atender ao total de geração hidráulica decidido no nível anterior e minimizar a perda de energia armazenada (TRINKENREICH & PEREIRA²). A alocação das unidades térmicas neste nível é feito por custo incremental crescente de geração até a proporção estipulada no nível anterior.

O objetivo do terceiro nível de modelos é estabelecer uma programação horária que respeite as restrições elétricas e operativas do despacho e obedeça às metas de geração média fornecidas pelo nível anterior. O modelo de pré-despacho pode portanto ser visto como um elemento de ligação entre o planejamento da operação e a programação da operação, que fornecerá a geração horária efetiva para o período em curso.

CAPÍTULO II

DESCRIÇÃO DA METODOLOGIAII.1 DESCRIÇÃO GERAL

Os modelos de pré-despacho atualmente adotados (SILVA & TRINKENREICH³; NIKRITSCHKE, RODRIGUES & AMADO⁴) utilizam uma representação muito simplificada da rede (limites de fluxo entre regiões). É possível, portanto, que as soluções obtidas por estes modelos sejam eletricamente inviáveis, isto é, levem a sobrecargas nas linhas de transmissão. Este problema pode agravar-se em situações de contingência ou manutenção, quando o sistema está operando mais próximo a seus limites.

O problema do pré-despacho foi dividido em duas fases: na primeira, chamada Análise de Viabilidade, simula-se a operação horária do sistema a partir de uma programação pré-estabelecida. Esta programação inicial deve atender às metas energéticas e pode ser fornecida por algum dos modelos simplificados de pré-despacho já existentes. A cada hora, o programa verifica se algum limite de fluxo nas linhas foi violado. Nestes casos, a geração é remanejada de forma a ficar o mais perto possível (desvio quadrático) do ponto de operação especificado. Se não for possível eliminar as sobrecargas através de remanejamentos nas gerações, é feito o corte de carga de maneira a minimizar a potência desconectada. A cada redespacho, os desvios de cada gerador são automaticamente contabilizados. Se após a simulação do último período os desvios acumulados em relação às metas de geração energética forem pequenos, pode-se afirmar que a programação corrigida atende aos requisitos de pré-despacho.

Em alguns casos, entretanto, mesmo que o despacho ótimo procure ficar o mais próximo possível da programação especificada, a soma dos desvios horários pode ser significativa e as metas de geração deixam de ser atendidas. O Modelo de Pré-Despacho Automático tem como objetivo produzir programações horárias que atendem simultaneamente às metas energéticas e às restrições elétricas. Este problema é formulado como um problema de programação linear de grande porte e resolvido através de decomposição de Dantzig-Wolfe. Os sub-problemas nas iterações de DW correspondem a problemas de redespacho ótimo horário seme-

Pode-se observar na figura II-1 que a análise de viabilidade utiliza duas ferramentas básicas: um modelo de Análise de Rede de Transmissão e um programa de Redespacho Ótimo.

II.3 ANÁLISE DA REDE

Quando as resistências série e as admitâncias shunt dos ramos são desprezadas, a distribuição dos fluxos de potência ativa numa rede pode ser aproximadamente calculada pelo modelo de fluxo de potência linearizado (MONTICELLI⁵)

$$P = H\theta \quad (II-1)$$

onde,

P- vetor de injeções líquidas (geração-carga) de potência ativa em cada nó.

θ - vetor de ângulos de tensão em cada nó.

H- matriz capacidade do sistema.

$$H_{km} = \frac{-1}{x_{km}} = -\gamma_{km}, \quad k \neq m$$

$$H_{kk} = \sum_{m \in K} \gamma_{km}$$

γ_{km} - capacidade do ramo k-m.

x_{km} - reatância série do ramo k-m.

K - conjunto das barras ligadas à barra k (inclusive).

A solução do sistema linear (II-1) pode ser utilizada no cálculo dos fluxos de potência. O fluxo de potência ativa F_{km} no ramo k-m é dado por:

$$F_{km} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}} \quad (II-2)$$

onde $\theta_k - \theta_m = \theta_{km}$ é chamada a abertura angular da ligação k-m.

Estudos com o sistema brasileiro mostraram que os erros percentuais na estimação dos fluxos de potência ativa são pequenos para sistemas de alta tensão, notadamente nas linhas mais carregadas, que são as de maior interesse na análise da sobrecarga (PARKER, TANABE & SCHILLING⁶). A solução do sistema linear (obtenção dos fatores triangulares) é feita por técnicas que preservam a esparsidade do sistema e permitem uma grande economia com termos de memória e esforço computacional (TERRY, BARBOSA & PEREIRA⁷).

É também possível obter rapidamente soluções para casos de contingência ou manutenção, que implicam em retiradas de linhas da configuração (MONTICELLI⁵). Uma variação na capacidade do ramo i (colocado entre os nós k - m) produz uma variação no estado da rede de transmissão dado por:

$$\Delta\theta = \frac{-\Delta\gamma_i \Psi_i}{1 + e_i^T Z e_i \Delta\gamma_i} Z e_i \quad (\text{II-3})$$

onde Ψ_i é a diferença de ângulos no ramo i antes da mudança, $Z=H^{-1}$ e o vetor e_i é dado por:

$$e_i^T = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} & k & & & m & \\ \dots & + & 1 & \dots & \dots & - & 1 & \dots \end{array} \end{array}$$

O vetor $Z e_i$ em (II-3) é a solução x do sistema

$$Hx = e_i \quad (\text{II-4})$$

obtida usando-se os fatores triangulares de H .

Conclui-se portanto que a análise do estado da rede após a mudança ($\theta = \theta^0 + \Delta\theta$) pode ser feita sem recalculiar os fatores triangulares de H ; somente a equação (II-4) deve ser resolvida.

Esta fato tem grande importância na análise de viabilidade horária, em que o sistema é resolvido um grande número de

vezes para diferentes injeções com algumas modificações eventuais na configuração. A figura II-2 ilustra como este fato pode ser levado em conta na análise de viabilidade.

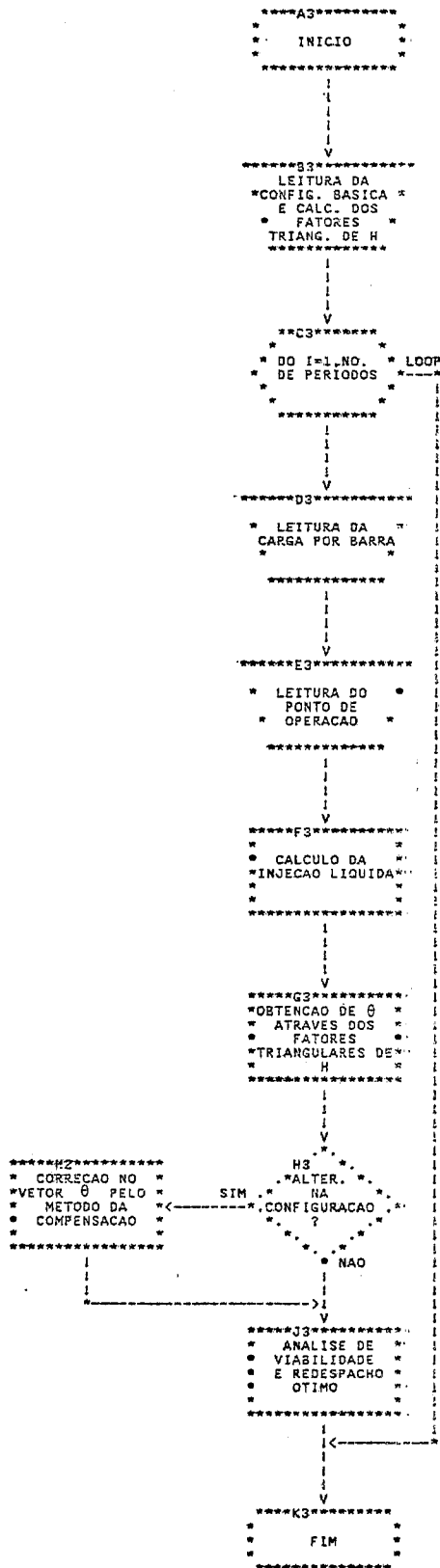


FIGURA II-2

II.4 REDESPACHO ÓTIMO HORÁRIO

II.4.1 Descrição Geral

O problema do redespacho é formulado como um problema de programação linear separável, onde as variáveis de decisão são as variações na geração e o modelo de fluxo de carga é linearizado em torno do ponto de operação especificado

$$\Delta P = H \Delta \theta \quad (\text{II-5})$$

onde,

$$\Delta P = [\Delta P_1 \ \Delta P_2 \ \dots \ \Delta P_n]^T$$

ΔP_i = é a variação da geração na barra i .

n = é o número de barras do sistema.

H = é a matriz capacidade.

II.4.2 Formulação do Problema (STOTT & MARINHO⁷)

A função objetivo é do tipo

$$f = \sum_{i=1}^n c_i (\Delta P_i) \quad (\text{II-6})$$

onde as curvas de custo de cada unidade são fornecidas por segmentos lineares. Desta forma, é possível representar custos de operação ou penalizar o desvio em relação a pontos de operação previamente especificados.

Existem três tipos de restrições:

- Balanco de Potência

É fácil ver que $\sum_{i=1}^n \beta_i \Delta P_i = 0$, onde os coeficientes β_i refletem as perdas do sistema. Esta restrição pode ser escrita como

$$A_{bal} \cdot \Delta P = 0 \quad (\text{II-7})$$

onde;

$$A_{bal} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_n]$$

- Restrição de Geração

Para cada gerador i :

$$\underline{L}_g^i \leq \Delta P_i \leq \bar{L}_g^i \quad (II-8)$$

onde \underline{L}_g^i e \bar{L}_g^i são respectivamente os limites inferior e superior de cada gerador. Observe-se que estes limites são dados em forma de diferenças em relação ao ponto de operação inicial, pois ΔP é a variação na geração. Em termos matriciais:

$$\underline{L}_g \leq I \Delta P \leq \bar{L}_g \quad (II-9)$$

onde I é a matriz identidade.

- Restrições de Fluxo

Para cada ramo i (ligando a barra k à barra m):

$$\underline{L}_f^i \leq F_i \leq \bar{L}_f^i \quad (II-10)$$

A equação (II-10) pode ser colocada em função de $\Delta\theta$, pois

$$\Delta F_i = \frac{\Delta\theta_k - \Delta\theta_m}{x_{km}} \quad (II-11)$$

e também em função de ΔP . Reescrevendo (II-11) como

$$\Delta F_i = \frac{1}{x_{km}} e_i^T \Delta\theta \quad (II-12)$$

e observando que $\Delta\theta = H^{-1} \Delta P = Z\Delta P$, obtêm-se

$$\Delta F_i = \frac{1}{x_{km}} e_i^T Z\Delta P \quad (\text{II-13})$$

Assim como em (II-3), a solução de $e_i^T Z$ pode ser obtida a partir dos fatores triangulares de H. Em notação matricial, as restrições de fluxo são representadas por:

$$\underline{L}_f \leq A_f \Delta P \leq \bar{L}_f \quad (\text{II-14})$$

É importante observar que a matriz A_f é "cheia", enquanto a expressão (II-11) é esparsa. Como o número de restrições de fluxo efetivamente violadas é em geral pequeno, a expressão (II-11) é utilizada para verificar a viabilidade dos fluxos e a expressão (II-13) só é utilizada se for necessário "ativar" a restrição (colocá-la na base).

O algoritmo de resolução utilizado é basicamente o Dual Simplex. Será visto no capítulo IV que a estrutura do problema permite ainda o uso de "upper bounding" e base reduzida.

II.5 PRÉ-DESPACHO AUTOMÁTICO

Como mencionado na Introdução, o pré-despacho automático deve produzir programações horárias que atendam simultaneamente às metas energéticas e às restrições elétricas.

O horizonte de estudo é dividido em T períodos (horas, por exemplo). Para cada período pode-se, como no Modelo de Análise de Viabilidade, especificar a configuração no caso base ou alterada devido a contingências ou manutenção. Desta forma é possível produzir um pré-despacho viável elétrica e energeticamente para um dado programa de manutenção.

O problema do pré-despacho é formulado com:

$$\text{Min } \sum_{t=1}^T c^T \cdot P_t$$

$$\text{S/a } \sum_{t=1}^T P_t = G$$

$$P_t \in SP_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{II-15})$$

onde,

P_t - é o vetor de gerações na hora t .

G - é o vetor de metas energéticas.

c - é um vetor de custos

n - é o número de usinas (dimensão de P , G e c).

T - é o número de períodos.

SP_t - corresponde ao conjunto de soluções viáveis para o sub - problema de despacho na hora t .

Para um sistema com 100 linhas e 40 geradores, o número de restrições em cada subproblema é igual a 280 : 2 x 40 restrições de potência - limites inferior e superior - e, analogamente, 2 x 100 restrições de fluxo.

Para um programa de gerações horárias numa semana (168 horas), o número total de restrições é igual a 47.080 : 168x280 restrições elétricas + 40 restrições energéticas. O número de variáveis de controle (geradores) é igual a 6.720 (40 geradores por 168 períodos).

As dimensões do problema (II-15) dificultam sua resolução por métodos diretos de programação linear. Pode-se notar, entretanto, que a estrutura do problema é adequada ao uso de técnicas de decomposição

$$c \quad c \quad \dots \quad c \quad c$$

$$I \quad I \quad \dots \quad I \quad I \quad = \quad G$$

$$\begin{array}{rcccc} & & & & L_1 \\ SP_1 & & & & \\ & SP_2 & & & L_2 \\ & & SP_{T-1} & & L_{T-1} \\ & & & SP_T & L_T \end{array}$$

(II-16)

pois os subproblemas elétricos são independentes entre si e existe apenas um pequeno número de restrições de acoplamento, que são as metas energéticas. Foi, portanto, adotado o algoritmo de decomposição Primal de Dantzig-Wolfe, que será apresentado em detalhes no Capítulo V.

CAPÍTULO III

REPRESENTAÇÃO DA REDEIII.1 INTRODUÇÃO

Como descrito em II.3, a rede de transmissão é representada por um modelo linearizado (MONTICELLI⁵), que proporciona uma grande redução de esforço computacional e uma precisão aceitável.

Casos que implicam em modificações na configuração, como contingências ou manutenção, são resolvidos através de Método de Compensação (MONTICELLI et al¹⁶) e situações de isolamento do sistema são resolvidas através da Rede Fictícia (PEREIRA et al¹⁷)

III.2 FLUXO DE CARGA LINEARIZADOIII.2.1 Introdução

O fluxo de potência ativa em uma linha de transmissão em EAT/UAT é aproximadamente proporcional à abertura angular na linha e se desloca no sentido dos ângulos maiores para os ângulos menores. A relação entre os fluxos de potência ativa e as aberturas angulares é do mesmo tipo da que existe entre os fluxos de corrente e as diferenças de tensão, em um circuito de corrente contínua, para o qual é válida a Lei de Ohm. Esta propriedade possibilita o desenvolvimento de um modelo aproximado, chamado fluxo de carga DC, que permite estimar com precisão aceitável para muitas aplicações e baixo custo computacional a distribuição dos fluxos de potência ativa em um sistema de transmissão. Este tipo de modelo linearizado tem encontrado muitas aplicações na análise de sistemas elétricos de potência tanto em planejamento como em funções avançadas de controle em tempo real.

III.2.2 O Problema do Fluxo de Potência

O problema do fluxo de potência é formulado através de um sistema de equações não lineares correspondentes às leis de Kirchoff. Temos, assim, para cada barra k do sistema:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_{km}) \quad (\text{III-1})$$

$$Q_k = b_k^{sh} V_k^2 + \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_{km}) \quad (\text{III-2})$$

onde,

$k = 1, 2, \dots, n$, sendo n o número de barras do sistema.

Ω_k = conjunto de barras diretamente ligadas à barra k .

V_k, V_m - magnitude das tensões nas barras terminais da ligação k - m .

P_{km} - fluxo de potência ativa da ligação k - m .

Q_{km} - fluxo de potência reativa da ligação k - m .

$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ - abertura angular na ligação k - m , igual à diferença entre os ângulos das tensões nodais nas barras k e m .

P_k - injeção líquida (geração-carga) de potência ativa na barra k .

Q_k - injeção líquida de potência reativa na barra k .

b_k^{sh} - susceptância dos elementos "shunt" ligados à barra k .

Os fluxos P_{km} e Q_{km} são funções não-lineares de V_k, V_m e θ_{km} e podem ser calculados fazendo-se a representação da ligação k - m através do modelo π -equivalente apresentado na figura III-1. Note-se que esta ligação pode ser uma linha de trans

missão ou um transformador.

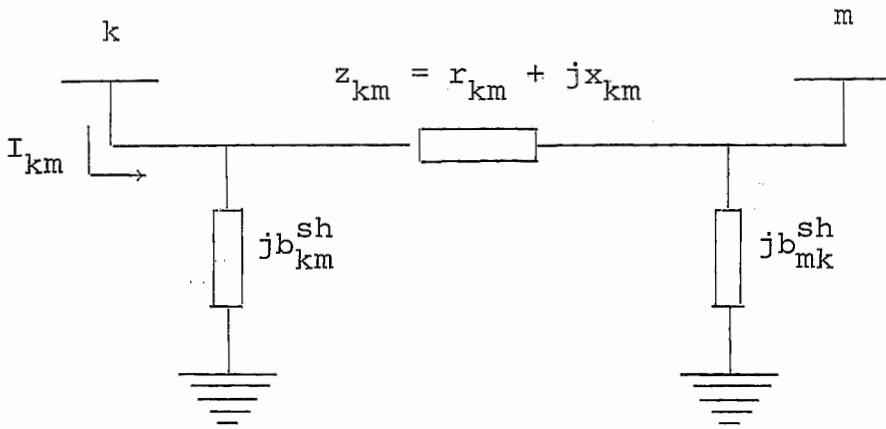


FIGURA III-1 - MODELO π EQUIVALENTE

- z_{km} - Impedância série
- r_{km} - Resistência série
- x_{km} - reatância série
- b_{km}^{sh} - Susceptância em derivação (shunt)

A admitância série da ligação k-m é dada por:

$$\bar{y}_{km} = z_{km}^{-1} = g_{km} - jb_{km} \quad (\text{III-3})$$

onde g_{km} é a condutância série da ligação k-m e é dada por:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (\text{III-4})$$

e b_{km} é a susceptância série da ligação k-m dada por

$$b_{km} = \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (\text{III-5})$$

A corrente I_{km} é calculada a partir das tensões terminais E_k e E_m e dos parâmetros do modelo da ligação:

$$I_{km} = (E_k - E_m) Y_{km} + b_{km}^{sh} E_k \quad (\text{III-6})$$

onde,

$$E_k = V_k \angle \theta_k \quad (\text{III-7})$$

$$E_m = V_m \angle \theta_m \quad (\text{III-8})$$

A injeção líquida de corrente na barra k representada na figura III-2 pode ser obtida aplicando-se a primeira Lei de Kirchoff.

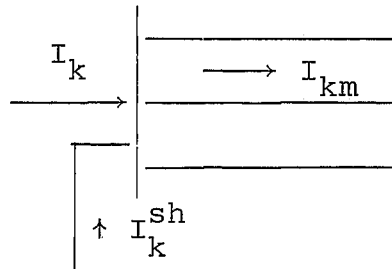


FIGURA III-2- INJEÇÃO DE CORRENTE NA BARRA k

$$I_k = I_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} I_{km} \quad (\text{III-9})$$

Logo:

$$I_k = j b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (j b_{km}^{sh} + Y_{km}) E_k - \sum_{m \in \Omega_k} Y_{km} E_m \quad (\text{III-10})$$

Ou na forma matricial:

$$I = Y E \quad (\text{III-11})$$

onde:

I - vetor das injeções de corrente cujos componentes são I_k .

E - vetor das tensões nodais cujos componentes são E_k .

Y - matriz admitância nodal, cujos elementos são dados por:

$$Y_{km} = G_{km} - jB_{km} \quad (\text{III-12})$$

sendo,

$$Y_{km} = -Y_{km}, \quad k \neq m \quad (\text{III-13})$$

$$Y_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} (jb_{km}^{sh} + Y_{km}) \quad (\text{III-14})$$

As injeções de corrente podem ainda ser escritas como:

$$I_k = \sum_{m \in K} Y_{km} E_m \quad (\text{III-15})$$

onde K é o conjunto de todas as barras m adjacentes à barra k, inclusive a própria barra k, ou seja:

$$K = \Omega_k \cup \{k\} \quad (\text{III-16})$$

Utilizando-se as expressões de E_m e Y_{km} dadas pelas equações (III-8) e (III-12):

$$I_k = \sum_{m \in K} (G_{km} - jB_{km}) V_m \angle \theta_m \quad (\text{III-17})$$

A potência complexa na barra k é dada por:

$$S_k = P_k + jQ_k = E_k I_k^* \quad (\text{III-18})$$

Logo:

$$S_k = V_k \angle \theta_k \left[\sum_{m \in K} (G_{km} - jB_{km}) V_m \angle \theta_m \right]^* \quad (\text{III-19})$$

Identificando-se as partes real e imaginária, obtêm-se as equações do fluxo de potência:

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{III-20})$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km})$$

III.2.3 Linearização

O Modelo de Fluxo de Potência Linearizado (modelo DC) é utilizado para calcular os fluxos de potência ativa no sistema. A linearização é obtida aplicando-se à equação (III-20) algumas hipóteses simplificadoras:

- (i) As magnitudes das tensões em todas as barras são consideradas conhecidas e iguais a 1 pu.
- (ii) A reatância série x_{km} e a resistência série r_{km} da ligação k-m são tais que $x_{km} \gg r_{km}$, o que é típico para sistemas em EAT/UAT.
- (iii) As aberturas angulares nas ligações são suficientemente pequenas para que seja possível fazer a aproximação

$$\sin \theta_{km} \approx \theta_{km} \quad (\text{III-22})$$

A aplicação das hipóteses acima reduz a expressão (III-20) a:

$$P_k = - \sum_{m \in K} B_{km} \theta_{km} \quad (\text{III-23})$$

Testes comparativos mostram que resultados ligeiramente melhores são obtidos quando os elementos "shunt" são desprezados, o que justifica a aproximação

$$B_{km} \cong - \frac{1}{x_{km}} \quad (\text{III-24})$$

Definindo-se a capacidade de transmissão da ligação k-m como:

$$\gamma_{km} = \frac{1}{x_{km}} \quad (\text{III-25})$$

obtêm-se

$$P_k = - \sum_{m \in K} \gamma_{km} \theta_{km} \quad (\text{III-26})$$

Utilizando-se a forma matricial, obtêm-se a equação do Modelo de Fluxo de Potência Linearizado

$$P = H\theta \quad (\text{III-27})$$

onde,

θ - vetor cujos componentes são os ângulos das tensões nodais θ_k .

P - vetor das injeções de potência ativa P_k .

H - matriz capacidade do sistema cujos elementos são dados por

$$H_{km} = - \gamma_{km}, \quad k \neq m \quad (\text{III-28})$$

$$H_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} \gamma_{km} \quad (\text{III-29})$$

- Observação:

O sistema (III-27) tem dimensão n-1, pois uma das barras é escolhida como referência angular ($\theta = 0$). São, portan

to, excluídas da matriz H a linha e a coluna referentes à barra de referência. Note-se, que, como o ângulo nesta barra é fixo, a injeção de potência não é especificada, mas calculada pela aplicação da equação de balanço de potência

$$P_r = \sum_{m \in \Omega} P_{mr} \quad (\text{III-30})$$

onde r é a barra de referência.

III.2.4 Resolução do Problema

A resolução do problema de Fluxo de Potência Linearizado é dada pela equação

$$\theta = H^{-1}P \quad (\text{III-31})$$

Para sistemas normais, a dimensão da matriz H torna proibitiva a sua inversão. Além disso, ela apresenta normalmente um alto grau de esparsidade (grande número de elementos nulos), enquanto que a sua inversa é cheia.

Por estes motivos, a resolução da equação (III-31) é feita através de métodos de fatoração triangular de matrizes esparsas que são baseados na idéia clássica da eliminação de Gauss (TERRY, BARBOSA & PEREIRA⁷).

A matriz H pode ser fatorada da seguinte maneira:

$$H = LDU \quad (\text{III-32})$$

onde:

L - matriz triangular inferior (diagonal unitária)

D - matriz diagonal

U - Matriz triangular superior (diagonal unitária)

Como a matriz H é simétrica:

$$L = U^T \quad (\text{III-33})$$

os fatores L e U também são esparsos, apesar de apresentarem um grau de esparsidade menor que o da matriz H . Isto torna vantajosa a adoção de técnicas de esparsidade, pelas quais apenas os elementos não nulos são armazenados e operados.

Utilizando-se (III-32), a equação (III-27) pode ser escrita como:

$$LDU\theta = P \quad (\text{III-34})$$

que, por sua vez, pode ser resolvida em dois estágios (recursão direta/inversa):

$$LD\theta' = P \quad (\text{III-35})$$

$$U\theta = \theta' \quad (\text{III-36})$$

onde θ' é um vetor obtido na fase intermediária do cálculo.

As equações (III-35) e (III-36) são resolvidas facilmente, graças à estrutura triangular das matrizes L e U .

Obtido o vetor θ , a abertura angular e o fluxo de potência ativa na ligação j (representada na figura III-3) são dados, respectivamente, por:

$$\Psi_j = \theta_{km} = \theta_k - \theta_m \quad (\text{III-37})$$

$$F_j = P_{km} = \gamma_{km} \theta_{km} = \gamma_j \Psi_j \quad (\text{III-38})$$

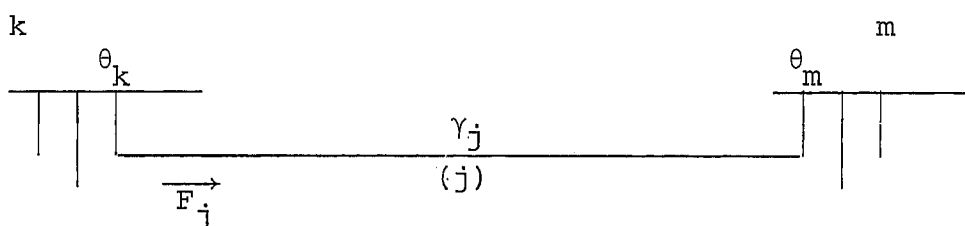


FIGURA III-3- LIGAÇÃO j

Como mencionado em II.3, os erros percentuais dos fluxos de potência ativa são normalmente pequenos para sistemas de alta tensão, notadamente nas linhas mais sobrecarregadas (que concentram o maior interesse na análise de segurança). É conseguida assim uma grande simplificação nos cálculos com uma precisão bastante aceitável.

Deve-se notar ainda que para sistemas de baixa tensão as hipóteses simplificadoras não são muito apropriadas e o modelo linearizado não apresenta bons resultados. Nestes casos, e em casos onde são desejados os valores de tensão e potência reativa, é recomendável a utilização do modelo AC ou a suposição de outras hipóteses simplificadoras.

III.3 RETIRADA DE LINHAS POR CONTINGÊNCIAS OU MANUTENÇÃO

III.3.1 Introdução

A alteração da configuração do sistema devido ao aparecimento de contingências ou situação de manutenção em qualquer das linhas da rede implica em modificações na matriz capacidade do sistema. Ao invés de refatorá-la, é utilizado o método da compensação, que permite o cálculo do ponto de operação do sistema sem que sejam necessárias modificações nos fatores triangulares da matriz. Note-se que este método é vantajoso para leves alterações na configuração. Em casos de mudanças significativas, é aconselhável uma nova montagem e triangularização da matriz.

É possível que contingências severas dividam o sistema em dois ou mais subsistemas isolados: o chamado problema de ilhamento. Neste caso, a matriz H torna-se singular e é impossível resolver o sistema (III-27). Este problema é resolvido pela Rede Fictícia (PEREIRA et al¹⁷). As gerações em cada barra e os fluxos em cada linha podem assim ser calculados mesmo em casos de isolamento de sistemas.

Note-se que serão tratados aqui apenas os casos de modificações nas linhas do sistema. Para modificações nas gerações, a simples especificação de novas potências gerada, máxima e mínima é suficiente.

III.3.2 Método da Compensação

Supondo-se $\Delta\gamma_{km}$ o acréscimo introduzido na capacidade da ligação k-m e H^0 a matriz capacidade do sistema original, a matriz H do sistema modificado é dado por:

$$H = H^0 + \Delta H \quad (\text{III-39})$$

onde,

$$\Delta H = \begin{array}{cc|cc} & k & & m & & \\ \hline & | & & | & & \\ \hline & +\Delta\gamma_{km} & & -\Delta\gamma_{km} & & k \\ \hline & -\Delta\gamma_{km} & & +\Delta\gamma_{km} & & m \\ \hline & | & & | & & \\ \hline & & & & & \end{array}$$

A matriz ΔH pode ainda ser escrita como:

$$\Delta H = \Delta\gamma_{km} e_{km} e_{km}^T \quad (\text{III-40})$$

onde e_{km} é um vetor de dimensão n-1, com a seguinte estrutura:

$$e_{km}^T = \begin{array}{cc|cc} & k & & m & & \\ \hline \dots & +1 & \dots & -1 & \dots & \\ \hline & & & & & \end{array}$$

Observação:

Se uma das barras for a de referência, coloca-se apenas ± 1 na posição correspondente à outra barra.

Mantendo-se constantes as injeções de potência, os pontos de operação do sistema original e modificado são dados, respectivamente, por:

$$P = H^0 \theta^0 \quad (\text{III-41})$$

$$P = H \theta \quad (\text{III-42})$$

onde θ^0 e θ são, respectivamente, os ângulos nodais do sistema original e modificado. Fazendo-se:

$$\theta = \theta^0 + \Delta\theta \quad (\text{III-43})$$

e substituindo-se (III-43) e (III-39) em (III-42), tem-se:

$$H^0 \theta^0 + H^0 \Delta\theta + \Delta H \theta^0 + \Delta H \Delta\theta = P \quad (\text{III-44})$$

Introduzindo-se a equação (III-41) em (III-44):

$$H^0 \Delta\theta + \Delta H \theta^0 + \Delta H \Delta\theta = 0 \quad (\text{III-45})$$

obtêm-se:

$$H^0 \Delta\theta = -\Delta H (\theta^0 + \Delta\theta) \quad (\text{III-46})$$

Definindo-se a matriz Z^0 como

$$Z^0 = [H^0]^{-1} \quad (\text{III-47})$$

e substituindo-se a equação (III-40) em (III-46), chega-se a:

$$\Delta\theta = -\Delta\gamma_{km} Z^0 e_{km} e_{km}^T (\theta^0 + \Delta\theta) \quad (\text{III-48})$$

Considerando-se que:

$$e_{km}^T \theta^0 = \theta_k^0 - \theta_m^0 = \theta_{km}^0 \quad (\text{III-49})$$

$$e_{km}^T \Delta\theta = \Delta\theta_k - \Delta\theta_m = \Delta\theta_{km} \quad (\text{III-50})$$

obtêm-se:

$$\Delta\theta = -\Delta\gamma_{km} (\theta_{km}^0 + \Delta\theta_{km}) Z^0 e_{km} \quad (\text{III-51})$$

Pré-multiplicando-se ambos os lados da equação (III-51) por e_{km}^T :

$$\Delta\theta_{km} = -\Delta\gamma_{km} (\theta_{km}^0 + \Delta\theta_{km}) e_{km}^T z^0 e_{km} \quad (III-52)$$

chega-se a:

$$\Delta\theta_{km} = \frac{-\Delta\gamma_{km} e_{km}^T z^0 e_{km}}{1 + \Delta\gamma_{km} e_{km}^T z^0 e_{km}} \theta_{km}^0 \quad (III-53)$$

A equação (III-53) pode ainda ser escrita como:

$$\Delta\theta_{km} = \frac{e_{km}^T z^0 e_{km}}{\frac{1}{\Delta\gamma_{km}} + e_{km}^T z^0 e_{km}} \theta_{km}^0 \quad (III-54)$$

Introduzindo-se (III-54) em (III-51), obtém-se finalmente:

$$\Delta\theta = - \frac{\theta_{km} z^0 e_{km}}{\frac{1}{\Delta\gamma_{km}} + e_{km}^T z^0 e_{km}} \quad (III-55)$$

Note-se que o cálculo da matriz z^0 não é necessário. O produto

$$z^0 e_{km} = [H^0]^{-1} e_{km}$$

é simples e rápido, uma vez que a matriz H^0 já foi montada e fatorada para a resolução do fluxo de potência DC para o sistema original.

Para o cálculo final dos ângulos nodais, basta utilizar a equação (III-43).

III.3.3 Problemas de Ilhamento

O termo $e_{km}^T Z_{km}^0 e_{km}$ da equação (III-55) tem uma importante interpretação física: representa a impedância equivalente entre os nós k e m do circuito correspondente ao modelo linearizado do sistema (MONTICELLI, DECKMANN & GARCIA¹⁶).

No caso de ilhamento causado por contingência na linha k - m , a capacidade equivalente entre os nós k e m é a própria capacidade da linha retirada:

$$\Delta\gamma_{km} = -\gamma_{km} \quad (\text{III-56})$$

logo:

$$Z_{km}^{eq} = -\frac{1}{\Delta\gamma_{km}} \quad (\text{III-57})$$

O sistema fica desconectado e dividido em dois subsistemas, como ilustrada na figura III-4:

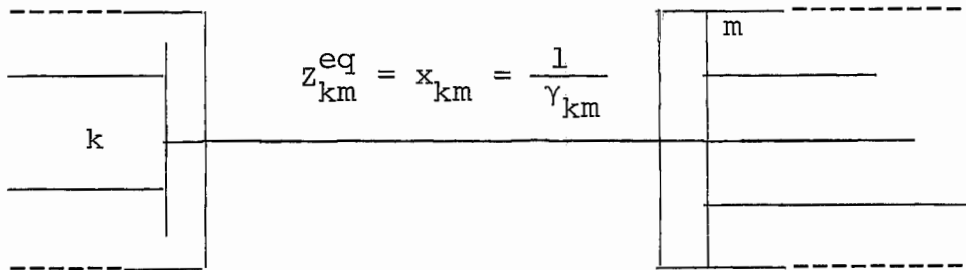


FIGURA III-4 - SITUAÇÃO DE ILHAMENTO

Aplicando-se a equação (III-57) em (III-55), obtém-se:

$$\Delta\theta = \frac{-\theta^0 Z_{km}^0 e_{km}}{0} \quad (\text{III-58})$$

o que impossibilita o cálculo do ponto de operação do sistema.

Este problema é resolvido pela Rede Fictícia (PEREIRA et al¹⁷). Considera-se a nova capacidade da linha não exatamente igual a zero, mas igual a um valor suficientemente pequeno para que possa, na prática, ser desprezado, como por exemplo:

$$\Delta\gamma_{km} = -0.9999\gamma_{km} \quad (\text{III-59})$$

Neste caso, a nova capacidade da ligação é igual a 10^{-4} vezes a sua capacidade normal, e pode ser considerada praticamente nula sem que o sistema se torne matematicamente isolado.

Note-se que esta nova capacidade deve ser escolhida de acordo com o sistema, pois um valor desprezível para determinada configuração pode ser considerado relevante para outra.

CAPÍTULO IV

REDESPACHO ÓTIMOIV.1 INTRODUÇÃO

Como visto em II.4, o problema do redespacho é formulado como um problema de programação linear separável, onde as variáveis de decisão são as variáveis na geração: (STOTT & MARINHO⁸)

$$\text{Min } f = \sum_{i=1}^n c_i (\Delta P_i)$$

$$A_{\text{bal}} \Delta P = 0 \quad (\text{balanço de potência})$$

$$\text{s/a } \underline{L}_g \leq I \Delta P \leq \bar{L}_g \quad (\text{restrições de geração})$$

$$\underline{L}_f \leq A_f \Delta P \leq \bar{L}_f \quad (\text{restrições de fluxo}) \quad (\text{IV-1})$$

Os próximos itens descrevem os algoritmos utilizados na resolução deste problema; os itens IV.2 e IV.3 fazem uma rápida revisão nos conceitos de Dualidade e Base Reduzida e o item IV.4 descreve a estrutura específica do problema.

IV.2 DUALIDADEIV.2.1 Introdução

Associado a cada problema de programação linear existe um outro problema, conhecido como o seu dual. O problema original é chamado primal.

$$\begin{array}{ll} \text{PRIMAL} & \\ \text{Max } & cx \\ & Ax \leq b \\ \text{s/a } & x \geq 0 \end{array} \quad (\text{IV-2})$$

$$\begin{array}{ll} \text{DUAL} & \\ \text{Min } & \pi b \\ & \pi A \geq c \\ \text{s/a } & \pi \geq 0 \end{array} \quad (\text{IV-3})$$

IV.2.1 Construção do Problema Dual

- (i) Cada restrição primal corresponde a uma variável dual.
- (ii) O vetor de constantes das restrições primais b transforma-se no vetor de coeficientes da função objetivo dual, a ser minimizada.
- (iii) O vetor de coeficientes da função objetivo primal transforma-se no vetor de constantes das restrições duais.

A tabela IV-1 ilustra a correspondência entre os dois problemas:

	x_1	x_2	\dots	x_r	≥ 0
π_1	a_{11}	a_{12}	\dots	a_{1r}	$\leq b_1$
π_2	a_{21}	a_{22}	\dots	a_{2r}	$\leq b_2$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
π_s	a_{s1}	a_{s2}	\dots	a_{sr}	$\leq b_s$
					\downarrow
\geq	\geq	\geq		\geq	MIN
0	c_1	c_2	\dots	c_r	\rightarrow MAX

TABELA IV-1 - CORRESPONDÊNCIA PRIMAL-DUAL

IV.2.3 Propriedade do Par de Problemas

- (i) Simetria da Dualidade: o dual do dual é o próprio problema primal.
- (ii) Se \bar{x} for uma solução viável para o primal e $\bar{\pi}$ uma solução viável para o dual, então:

$$\bar{c}\bar{x} \leq \bar{\pi}b \quad (\text{IV.4})$$

- (iii) Se \bar{x} for uma solução viável para o primal e $\bar{\pi}$ uma solução viável para o dual tais que

$$c\bar{x} = \bar{\pi}b \quad (\text{IV-5})$$

então \bar{x} será solução ótima do primal e $\bar{\pi}$ solução ótima do dual.

- (iv) Dado um par de problema primal-dual, uma e somente uma das afirmações é verdadeira:

- . nenhum dos problemas admite solução viável.
- . um dos problemas não admite solução viável e o outro admite soluções viáveis, mas o ótimo não é finito.
- . os dois problemas admitem solução ótima finita.

- (v) Teorema Fraco das Folgas Complementares

- Uma condição necessária e suficiente para que \bar{x} e $\bar{\pi}$ sejam respectivamente soluções ótimas do primal e do dual é que verifiquem:

$$\bar{\pi} (A\bar{x} - b) = 0 \quad (\text{IV-6})$$

$$\bar{x} (\bar{\pi}A - c) = 0 \quad (\text{IV-7})$$

- (vi) Teorema Forte das Folgas Complementares

- Se os problemas primal e dual não são vazios existe pelo menos um par de soluções ótimas \bar{x} e $\bar{\pi}$ verificando as relações:

$$(b - A\bar{x}) + \bar{\pi}^T > 0 \quad (\text{IV-8})$$

$$(\bar{\pi}A - c) + \bar{x}^T > 0 \quad (\text{IV-9})$$

IV.2.4 Resolução do Problema Dual

Uma maneira de resolver o problema dual é a aplicação do Método Simplex Revisado apresentado na figura IV-2. Para uma dada iteração, a matriz A e os vetores π e b são particionados em componentes básicas e não-básicas, como mostrado na figura IV-1.

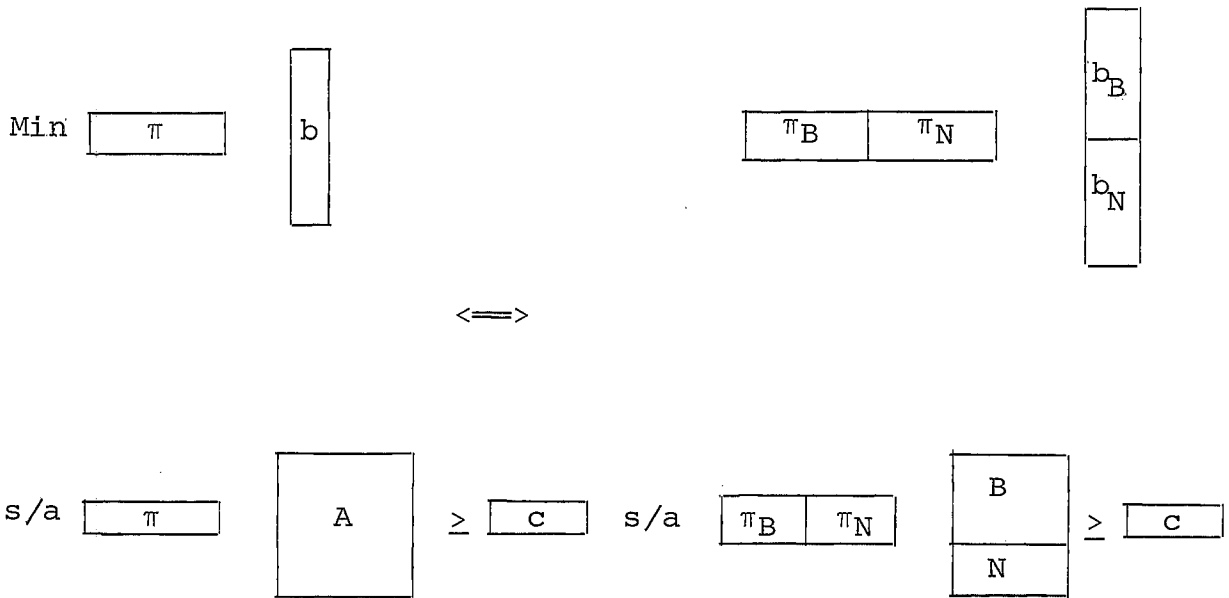


FIGURA IV-1 - PARTIÇÃO EM COMPONENTES
BÁSICAS E NÃO-BÁSICAS

Ainda para esta iteração, as atualizações dos vetores c , b_B e b_N são dadas, respectivamente, por:

$$\bar{c} = cB^{-1} \quad (\text{IV-10})$$

$$\bar{b}_B = 0 \quad (\text{IV-11})$$

$$\bar{b}_N = b_N - NB^{-1} b_B \quad (\text{IV-12})$$

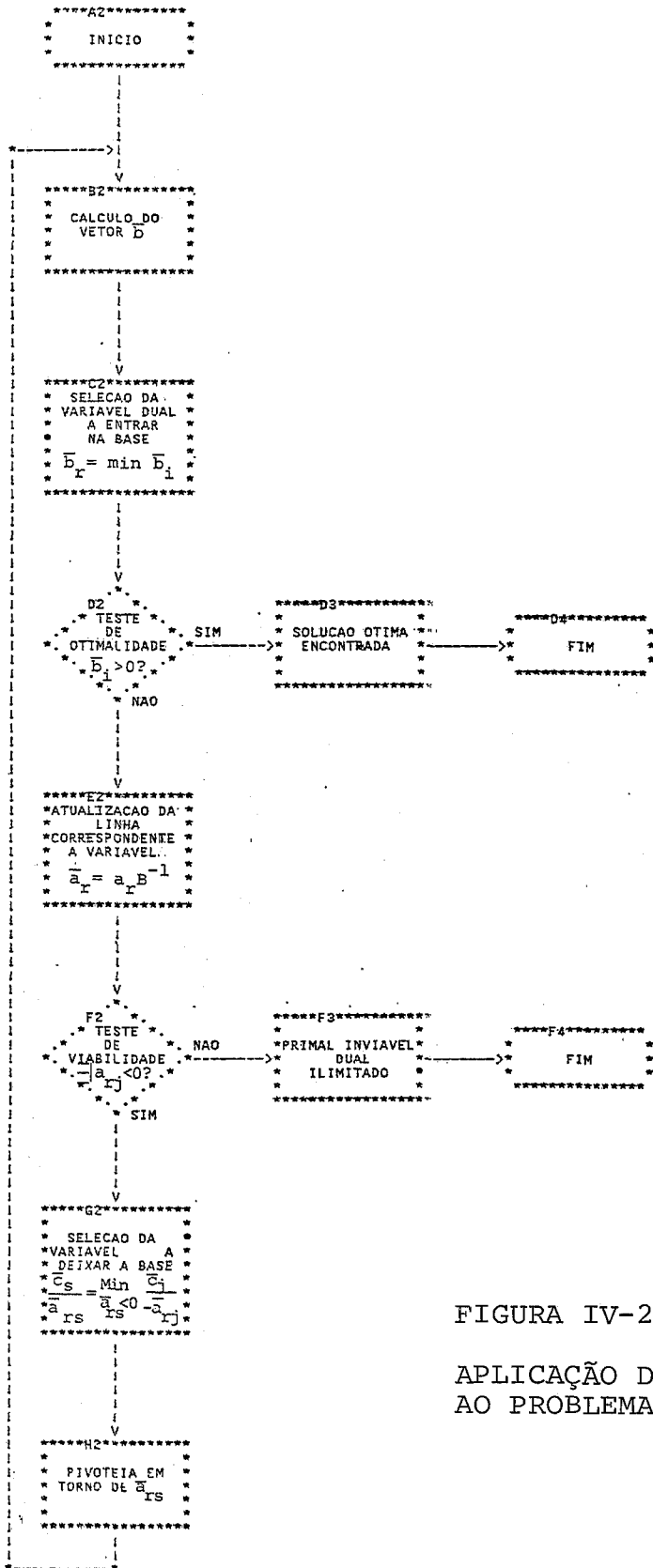


FIGURA IV-2

APLICAÇÃO DO SIMPLEX REVISADO
AO PROBLEMA DUAL

e as variáveis π_B e π_N valem

$$\bar{\pi}_B = \bar{c} = cB^{-1} \quad (\text{IV-13})$$

$$\bar{\pi}_N = 0 \quad (\text{IV-14})$$

A matriz B é denominada Matriz Base e as variáveis π_B e π_N são, respectivamente, as variáveis básicas e não-básicas.

IV.2.5 O Dual Simplex

Os problemas primal e dual possuem a mesma solução ótima. A sua formulação mostra que ambos se aproximam do mesmo ponto por diferentes caminhos: enquanto o primal parte de uma solução viável ($\bar{b}_i \geq 0, \forall i$) e melhora sucessivamente a função objetivo até que o ótimo seja alcançado ($\bar{c}_i \geq 0, \forall i$), o dual parte de uma solução ótima sob o ponto de vista primal ($\bar{c}_i \geq 0, \forall i$) e ativa as restrições de viabilidade primal uma a uma, até que todas as condições de viabilidade primal ($\bar{b}_i \geq 0, \forall i$) sejam respeitadas. Neste ponto, a solução é ótima e viável para ambos os problemas. (MACULAN & PEREIRA¹⁰).

O Algoritmo Dual Simplex pode ser visto como um método de resolução do problema primal por relaxação:

- (i) Solução inicial do algoritmo: solução ótima do problema primal, relaxadas as restrições de viabilidade ($\bar{c}_i \geq 0, \forall i$)
- (ii) Escolha da restrição r mais violada

$$\bar{b}_r = \min \bar{b}_i, \bar{b}_i < 0 \quad (\text{IV-15})$$

Se não existir nenhuma restrição violada, a solução ótima foi encontrada.

- (iii) Seleção da restrição s a ser relaxada: a escolha é feita entre as elegíveis, ou seja, aquelas que, quando relaxadas não violam seus limites. São elegíveis as restrições j tais que

$$\bar{a}_{rj} < 0 \quad (\text{IV-16})$$

Note-se que, caso não exista nenhuma restrição elegível, o problema é inviável.

Como a substituição da restrição s pela restrição r implica em um crescimento na função objetivo igual a

$$\Delta \text{FO} = \bar{b}_r \frac{\bar{c}_s}{-\bar{a}_{rs}}, \quad \bar{a}_{rs} < 0 \quad (\text{IV-17})$$

seleciona-se a restrição correspondente ao menor acrêscimo:

$$\bar{b}_r \frac{\bar{c}_s}{-\bar{a}_{rs}} = \min_{-\bar{a}_{rj} < 0} \bar{b}_r \frac{\bar{c}_j}{-\bar{a}_{rj}} \quad (\text{IV-18})$$

ou, considerando-se que \bar{b}_r é uma constante:

$$\frac{\bar{c}_s}{-\bar{a}_{rs}} = \min_{-\bar{a}_{rj} < 0} \frac{\bar{c}_j}{-\bar{a}_{rj}} \quad (\text{IV-19})$$

(iv) Fixação da restrição mais violada no limite (π_r entra na base) e relaxação da restrição elegível correspondente ao menor acrêscimo à função objetivo (π_s deixa a base).

(v) Retorno ao processo (ii)

É importante notar que as variáveis básicas duais correspondem aos multiplicadores primais conhecidos como "preços". Isto pode ser facilmente verificado na equação (IV-13).

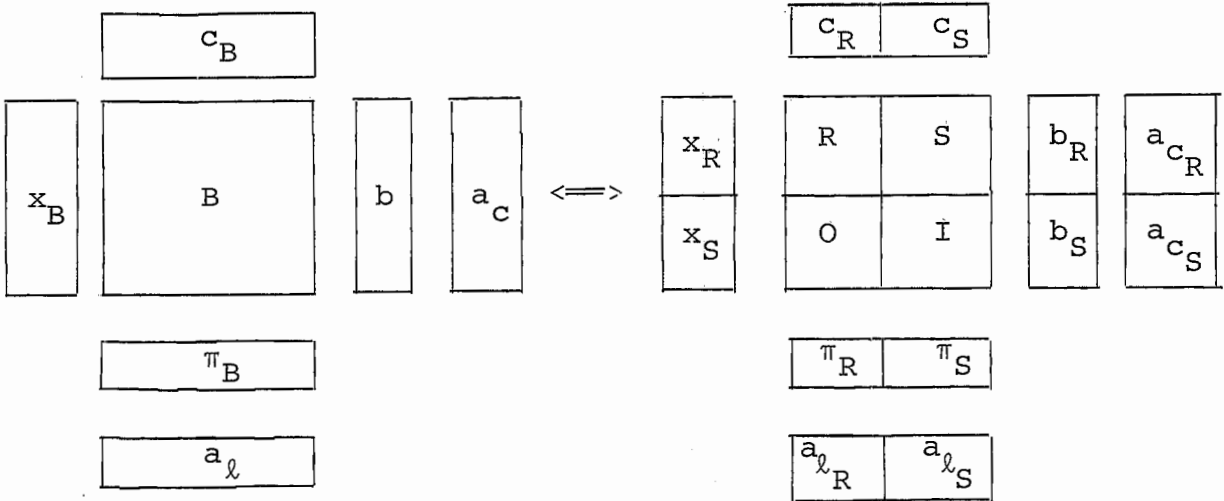
IV.3 BASE REDUZIDA

IV.3.1 Introdução

Devido ao acrêscimo de variáveis de folga ao problema original e à existência, em muitos casos, de restrições do tipo $x \geq \underline{L}$ ou $x \leq \bar{L}$, a base B apresenta frequentemente (após uma eventual reordenação em suas linhas e colunas) a seguinte estrutura:

$$B = \begin{array}{|c|c|} \hline R & S \\ \hline O & I \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad B^{-1} = \begin{array}{|c|c|} \hline R^{-1} & -R^{-1}S \\ \hline O & I \\ \hline \end{array}$$

Pode-se aplicar aos vetores x_B , π_B , c , b e a qualquer linha a_ℓ ou coluna a_c da matriz A a mesma partição e reordenação anterior.



O tratamento conveniente desta estrutura permite a redução de memória e esforço computacional, redução esta tanto maior quanto menor for a dimensão da matriz R em relação à da matriz B (LAND & POWELL¹¹)

IV.3.2 Aplicação da Base Reduzida ao Problema Primal

(i) Cálculo da Solução Básica

- A solução básica primal é dada pela equação:

$$\bar{x}_B = \bar{b} = B^{-1}b \quad (\text{IV-20})$$

Utilizando-se a Base Reduzida:

$$\begin{array}{|c|} \hline \bar{x}_R \\ \hline \bar{x}_S \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline R^{-1} & -R^{-1}S \\ \hline O & I \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline b_R \\ \hline b_S \\ \hline \end{array} \quad (\text{IV-21})$$

tem-se:

$$\bar{x}_R = \bar{b}_R = R^{-1}(b_R - Sb_S) \quad (\text{IV-22})$$

$$\bar{x}_S = \bar{b}_S = b_S \quad (\text{IV-23})$$

(ii) Atualização da coluna a_c :

- A atualização da coluna a_c é feita através da equação

$$\bar{a}_c = B^{-1}a_c \quad (\text{IV-24})$$

Através da aplicação da Base Reduzida:

a_{cR}	R^{-1}	$-R^{-1}S$	a_{cR}
a_{cS}	0	I	a_{cS}

(IV-25)

chega-se a:

$$\bar{a}_{cR} = R^{-1}(a_{cR} - Sa_{cS}) \quad (\text{IV-26})$$

$$\bar{a}_{cS} = a_{cS} \quad (\text{IV-27})$$

IV.3.3 Aplicação da Base Reduzida ao Problema Dual

(i) Cálculo da Solução Básica

- A solução básica dual

$$\bar{\pi}_B = \bar{c} = cB^{-1} \quad (\text{IV-28})$$

pode ser escrita como

$$\begin{bmatrix} \bar{\pi}_R & \bar{\pi}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_R & c_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R^{-1} & -R^{-1}S \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (\text{IV-29})$$

Logo:

$$\bar{\pi}_R = c_R R^{-1} \quad (\text{IV-30})$$

$$\bar{\pi}_S = c_S - \bar{\pi}_R S \quad (\text{IV-31})$$

(ii) Atualização da linha a_ℓ :

- A atualização da linha a_ℓ é dada por:

$$\bar{a}_\ell = a_\ell B^{-1} \quad (\text{IV-32})$$

Aplicando-se a Base Reduzida

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_{\ell R} & \bar{a}_{\ell S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^{-1} & -R^{-1}S \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{\ell R} & a_{\ell S} \end{bmatrix} \quad (\text{IV-33})$$

obtêm-se:

$$\bar{a}_{\ell R} = a_{\ell R} R^{-1} \quad (\text{IV-34})$$

$$\bar{a}_{\ell S} = a_{\ell S} - \bar{a}_{\ell R} S \quad (\text{IV-35})$$

IV.4 RESOLUÇÃO DO REDESPACHO ÓTIMO

IV.4.1 Introdução

O problema do Redespacho Ótimo é resolvido através do algoritmo Dual Simplex, utilizando-se Relaxação e Base Reduzida.

A solução inicial para o Dual Simplex é o ponto de operação ótimo para o sistema, relaxadas as restrições de fluxo nas linhas. Os fluxos nas linhas mais sobrecarregadas são então trazidos para o seu limite, até que todas as sobrecargas sejam eliminadas.

IV.4.2 Relaxação

Como o número de restrições do problema de Redespacho Ótimo é muito grande, utiliza-se o processo de relaxação ilustrado na figura IV-3: (STOTT, MARINHO & ALSAÇ^{13,12}).

- (i) Forma-se um conjunto de restrições R, composto da restrição de balanço de potência, restrições de geração, restrições de linha com fluxo acima de 90% de seu limite. Todas as outras restrições de fluxo são relaxadas.
- (ii) Resolve-se o problema de otimização

$$\text{Min } c\Delta P$$

$$\text{s/a } \Delta P \in R$$

(IV-36)

- (iii) Analisam-se as restrições relaxadas em (i). Se nenhuma violação for encontrada, a solução é ótima. Caso contrário, o processo volta ao item (i) para o início de nova iteração.

IV.4.3 Algoritmo de Otimização

Sabe-se que o problema tem n variáveis de controle ΔP . O quadro Simplex terá portanto n equações para que estas variáveis possam ser determinadas, uma das quais será obrigatoriamente o balanço de potência. Desta forma, serão ativadas $n-1$ restrições de fluxo ou geração para que o sistema possa ser montado.

Entende-se por "ativar uma restrição" a substituição do sinal de desigualdade pelo de igualdade, o que corresponde à fixação no limite (máximo ou mínimo):

$$A \Delta P \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} L \Rightarrow A \Delta P = L \quad (\text{IV-37})$$

Nota-se que "ativar" uma restrição no dual corresponde no primal a retirar da base a variável de folga correspondente a esta restrição, igualando-a a zero.

$$A \Delta P \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} L \Rightarrow A \Delta P + s = L \quad (\text{IV-38})$$

A cada iteração, o ponto de operação evolui para um novo vértice. Isto significa que uma das restrições ativas será relaxada e uma nova restrição será ativada. O processo de otimização é feito pelo algoritmo Dual Simplex através das seguintes etapas, que serão detalhadas a seguir.

- (i) Formação de uma base inicial.
- (ii) Cálculo do Ponto de Operação.
- (iii) Teste de Otimalidade: se a solução encontrada for ótima, o processo pára, caso contrário, passa ao item (iv).
- (iv) Seleção de uma restrição a ser ativada e de uma restrição a ser relaxada.
- (v) Retorno ao processo (i).

IV.4.4 Formação da Base Inicial

A base inicial é obtida através da solução ótima inicial. Esta pode ser calculada de duas maneiras, de acordo com a função objetivo especificada:

- (i) Se a função objetivo é o desvio mínimo do ponto de operação inicial, a solução ótima inicial é o próprio ponto de operação, ou seja,

$$\Delta P_i = 0 \quad (\text{IV-39})$$

- (ii) Caso a função objetivo seja o mínimo custo de operação, a solução ótima inicial é calculada através do seguinte processo:

- a) Todas as gerações incrementais são colocadas no mínimo.
- b) É escolhido, dentre os geradores que não estão no limite máximo de geração, o de menor custo (g_i). Sua geração é aumentada até que uma das duas condições seja atingida:
 - b.1) A equação do balanço de potência foi satisfeita.
 - b.2) A geração atingiu o seu limite superior.
- c) Se a condição b.2 foi satisfeita, é necessário que a geração total seja ainda aumentada, até que a equação de balanço seja obedecida. O processo volta ao item b. Se a condição b.1 foi satisfeita, a solução ótima inicial foi encontrada. O gerador g_i é o único gerador livre, isto é, sua geração não é igual ao seu limite inferior ou superior.

onde

ΔP_b são as gerações incrementais dos geradores livres.

ΔP_g são as gerações incrementais dos geradores fixados nos limites L_g .

L_b é o vetor que representa o conjunto de restrições de fluxos mais a restrição de balanço e pode ser particionado em:

$$L_b = \begin{bmatrix} 0 \\ L_f \end{bmatrix} \quad (\text{IV-46})$$

A estrutura da matriz base permite a aplicação de Base Reduzida. Desta forma, apenas as equações correspondentes a L_b precisam ser armazenadas:

$$L_b = B_b \Delta P_b + B_g \Delta P_g \quad (\text{IV-47})$$

O tratamento dos geradores nos limites é trivial:

$$\Delta P_g = L_g \quad (\text{IV-48})$$

Conhecidos os valores de ΔP_g , as variáveis livres são obtidas por:

$$\Delta P_b = [B_b]^{-1} (L_b - B_g \Delta P_g) \quad (\text{IV-49})$$

O número de restrições na base é muito pequeno (normalmente 2 a 6) para problemas reais. Desta forma, a fatoração ou mesmo a inversão de B_b não apresenta problemas. Detalhes computacionais podem ser encontrados em PINTO & PEREIRA¹³.

IV.4.6 Teste de Otimalidade e Seleção da Restrição a ser Atiyada

A formulação do problema possui restrições de limites máximos e mínimos:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & c\Delta P \\
 \text{s/a} \quad & A_{\text{bal}} \Delta P = 0 \\
 & A' \Delta P \leq \bar{L} \\
 & A'' \Delta P \geq \underline{L}
 \end{aligned} \tag{IV-50}$$

onde A' e A'' podem representar restrições de fluxo ou de geração.

Multiplicando-se a restrição de limite mínimo por -1 , o problema (IV-50) pode ser formulado como:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & c\Delta P \\
 \text{s/a} \quad & A_{\text{bal}} \Delta P = 0 \\
 & A' \Delta P \leq \bar{L} \\
 & -A'' \Delta P \leq \underline{L}
 \end{aligned} \tag{IV-51}$$

Aplicando-se o teste de otimalidade ao problema, obtêm-se:

$$L^* = \text{Min} \{ \bar{L}_i, -\underline{L}_j \} \tag{IV-52}$$

Se $L^* \geq 0$ a solução ótima foi encontrada; caso contrário, a restrição correspondente a L^* deverá ser ativada. É interessante notar que:

$$(i) \quad \bar{L}_i = L_{i_{\text{max}}} - L_i \tag{IV-53}$$

onde:

$L_{i_{\max}}$ - fluxo máximo correspondente à restrição i .

L_i - fluxo correspondente à restrição i para o ponto de operação inicial.

Desta forma, se $\bar{L}_i < 0$, $L_i > L_{i_{\max}}$, ou seja, a restrição i está violada.

$$(ii) \quad \underline{L}_j = L_{j_{\min}} - L_j \quad (IV-54)$$

onde:

$L_{j_{\min}}$ - fluxo mínimo correspondente à restrição j .

L_j - fluxo correspondente à restrição j para o ponto de operação inicial.

Analogamente, se $-\underline{L}_j < 0$, $L_j < L_{j_{\min}}$, ou seja, a restrição j está violada.

A restrição a ser ativada será, portanto, a mais violada. A ausência de violações ($L^* \geq 0$) significa que a solução ótima e viável foi encontrada.

IV.4.7 Seleção da Restrição a ser Relaxada

Como mencionado em II.4, as variáveis de controle são as variações de potência em relação ao ponto de operação inicial. Para que o balanço de potência seja obedecido, o despacho deve diminuir a geração inicial de alguns geradores e aumentar a de outros. Desta forma:

$$\exists i \mid \Delta P_i < 0 \quad (\text{IV-55})$$

Não valem, portanto, as condições de não-negatividade das variáveis de controle. Por este motivo o teste apresentado em II-2 não pode ser utilizado e é necessário um novo teste que será apresentado a seguir.

Seja k a restrição a ser ativada. Antes da sua fixação no limite, a representação completa do sistema (restrições ativas e não ativas) é dada por:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline k & \\ \hline A_b & A_g \\ \hline \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta P_b \\ \hline \Delta P_g \\ \hline \end{array}
 \quad
 =
 \quad
 \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline k \\ \hline L + \Delta L \\ \hline \end{array}$$

(IV-56)

Desta forma, a restrição k pode ser escrita como:

$$A_{b_k} \Delta P_b + A_{g_k} \Delta P_g = L_k + \Delta L_k \quad (\text{IV-57})$$

Substituindo-se (IV-49) em (IV-57)

$$A_{b_k} \{ [B_b]^{-1} (L_b - B_g \Delta P_g) \} + A_{g_k} \Delta P_g = L_k + \Delta L_k \quad (\text{IV-58})$$

obtém-se:

$$A_{b_k} [B_b]^{-1} L_b - A_{b_k} [B_b]^{-1} B_g \Delta P_g + A_{g_k} \Delta P_g = L_k + \Delta L_k \quad (\text{IV-59})$$

Ativar a restrição k significa fazer $\Delta L_k = 0$. De acordo com a equação (IV-59), isto implica em uma variação em L_b ou em ΔP_g .

- (i) Variações no vetor L_b implicam em variações nos valores de fluxo incremental (os valores de geração mantêm-se constantes). Pode-se assim avaliar o efeito da ativação da restrição k nas restrições ativas de fluxo e selecionar aquelas que podem ser relaxadas.

Considerando-se que a variação ΔL_k é compensada com uma variação ΔL_b , pode-se escrever:

$$\Delta L_k = A_{b_k} [B_b]^{-1} \Delta L_b \quad (\text{IV-60})$$

Fazendo-se

$$S_f = A_{b_k} [B_b]^{-1} \quad (\text{IV-61})$$

obtém-se

$$\Delta L_k = S_f \Delta L_b = \sum_{i=1}^{rf} S_{f_i} \Delta L_{b_i} \quad (\text{IV-62})$$

onde r_f é o número de restrições de fluxo ativas e S_f é o vetor de sensibilidades para as restrições de fluxo.

Examinando-se as consequências da relaxação da restrição i (considerando-se que todas as outras restrições permanecem ativas):

$$\Delta L_k = S_{f_i} \Delta L_{b_i} \quad (\text{IV-53})$$

pode-se concluir que:

a) Se a restrição k estava violando o seu limite superior, $\Delta L_k > 0$. Logo:

$$- \text{ se } S_{f_i} > 0 \Rightarrow \Delta L_{b_i} > 0$$

A restrição i só pode ser relaxada se estiver fixada no seu limite inferior. Caso contrário (restrição fixada no seu limite superior), o acréscimo ΔL_{b_i} implicaria na sua violação.

$$- \text{ se } S_{f_i} < 0 \Rightarrow \Delta L_{b_i} < 0$$

Analogamente, a restrição i só pode ser relaxada se estiver fixada no seu limite superior.

b) Se a restrição k estava violando o seu limite inferior, $\Delta L_k < 0$. Repetindo-se a análise feita no item a:

$$- \text{ se } S_{f_i} > 0 \Rightarrow \Delta L_{b_i} < 0$$

A restrição i só pode ser relaxada se estiver fixada em seu limite superior.

$$- \text{ se } S_{f_i} < 0 \Rightarrow \Delta L_{b_i} > 0$$

A restrição i só pode ser relaxada se estiver fixada em seu limite inferior.

(ii) Variações no vetor ΔP_g implicam em variações nos valores de geração incremental (os valores de fluxo mantêm-se constantes). Pode-se assim avaliar o efeito da ativação da restrição k nas restrições ativas de geração e selecionar aquelas que podem ser relaxadas.

Da mesma forma que no item (i), criando-se um vetor de sensibilidades para as restrições de geração

$$S_g = \{A_{g_k} - A_{b_k} [B_k]^{-1} B_g\} \quad (\text{IV-64})$$

tem-se que

$$\Delta L_k = \sum_{i=1}^{rg} S_{g_i} \Delta P_{g_i} \quad (\text{IV-65})$$

onde rg é o número de restrições ativas de geração.

Ainda como no item (ii), as consequências da relaxação da restrição i :

$$\Delta L_k = S_{g_i} \Delta P_{g_i} \quad (\text{IV-66})$$

mostram que:

a) Se a restrição k estava violando o seu limite superior: $\Delta L_k > 0$

$$- \text{ se } S_{g_i} > 0 \Rightarrow \Delta P_{g_i} > 0$$

A restrição i pode ser relaxada se estiver fixada no seu limite inferior.

$$- \text{ se } S_{g_i} < 0 \Rightarrow \Delta P_{g_i} < 0$$

A restrição i pode ser relaxada se estiver fixada em seu limite superior.

b) Se a restrição k estava violando o seu limite superior: $\Delta L_k < 0$

$$- \text{ se } S_{g_i} > 0 \Rightarrow \Delta P_{g_i} < 0$$

A restrição i pode ser relaxada se estiver fixada em seu limite superior.

$$- \text{ se } S_{g_i} < 0 \Rightarrow P_{g_i} > 0$$

A restrição i pode ser relaxada se estiver fixada em seu limite inferior.

Pode-se, portanto, dizer que uma restrição ativa é elegível, ou seja, pode ser relaxada, se uma das condições abaixo for satisfeita:

- . Ambas as restrições (a ativa e a que será fixada) estiverem no limite superior e o seu coeficiente de sensibilidade for negativo.
- . Ambas as restrições (a ativa e a que será fixada), estiverem no limite inferior e o seu coeficiente de sensibilidade for negativo.
- . Uma das restrições estiver no seu limite superior, a outra no seu limite inferior e o seu coeficiente de sensibilidade for positivo.

Observação

Entende-se por coeficiente de sensibilidade da restrição i a i -ésima posição do vetor de sensibilidades S a ela correspondente, onde $S = [S_f | S_g]$

É importante notar que o cálculo do vetor de sensibilidades corresponde à atualização dos coeficientes da restrição a ser fixada. Isto pode ser verificado para comparação entre as equações (IV-61) e (IV-64) e as expressões de atualização por Base Reduzida dadas em IV-3. A única modificação introduzida no teste de elegibilidade é portanto o tratamento dos limites inferiores, que podem ser negativos.

Como a relaxação da restrição elegível i implica em um acréscimo no valor da função objetivo dado por:

$$\Delta F_0 = \bar{c}_i \frac{\Delta L_k}{S_i} \quad (\text{IV-67})$$

seleciona-se, dentre as elegíveis, a restrição r que acarreta no acréscimo mínimo:

$$\left| \bar{c}_r \frac{\Delta L_k}{S_r} \right| = \text{Min}_{i \in E} \left| \bar{c}_i \frac{\Delta L_k}{S_i} \right| \quad (\text{IV-68})$$

onde E é o conjunto dos índices das restrições elegíveis.

Considerando-se, ainda, que ΔL_k é uma constante a seleção da restrição r a ser relaxada é feita pelo teste

$$\left| \frac{\bar{c}_r}{S_r} \right| = \text{Min}_{i \in E} \left| \frac{\bar{c}_i}{S_i} \right|$$

O algoritmo de otimização para o subconjunto crítico monitorado R é ilustrado na figura IV-4.

IV.5 EXTENSÕES DO REDESPACHO ÓTIMO

IV.5.1 Prioridades e Corte de Carga

O algoritmo de redespacho permite especificar os geradores que podem ser controlados (redespachados) e estabelecer prioridades entre eles. O programa procura inicialmente obter um ponto de operação viável através do redespacho dos geradores controláveis de prioridade 1 (conjunto CG1); caso isso não seja possível, é tentado o redespacho dos geradores de prioridades 1 e 2 (CG2) e assim por diante. A figura IV-5 ilustra o uso de prioridades.

O conceito de prioridades permite inclusive fazer cortes de carga (load-shedding) como último recurso. O corte de carga corresponde a um gerador fictício nas barras de carga especificadas. A prioridade destes geradores deve ser a maior de todas, o que garante que este recurso só será utilizado em problemas inviáveis, quando todas as alternativas de redespacho já foram tentadas sem êxito. O custo e os pesos de ponderação de cada um destes geradores definirão cargas mais ou menos prioritárias, que poderão ser cortadas sem grandes problemas ou que só deverão ser cortadas em último caso (STOTT & MARINHO⁸)

IV-5.2 Redespacho Preventivo

É possível a implementação de um redespacho preventivo que forneça um ponto de operação ótimo que seja não apenas eletricamente viável mas que não leve a sobrecarga caso ocorram contingências especificadas (STOTT & MARINHO⁸)

Note-se, entretanto, que embora o ponto de operação assim obtido seja mais seguro, o custo operativo correspondente é maior.

IV.5.3 Funções Objétiyo Não-Lineares

O algoritmo de redespacho ótimo permite a especificação de funções objetivo não lineares convexas, como por exemplo, o mínimo desvio quadrático do ponto de operação (ilustrado na figura IV-6) ou um custo de geração não linear (ilustrado na figura IV-7)

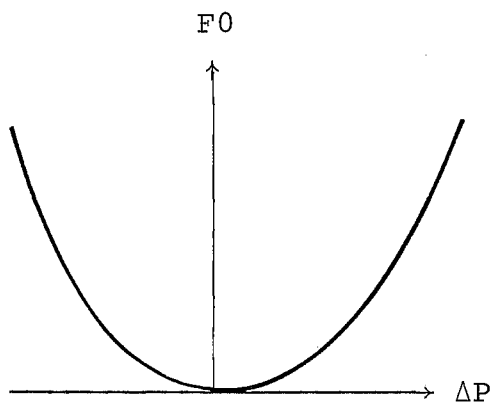


FIGURA IV-6

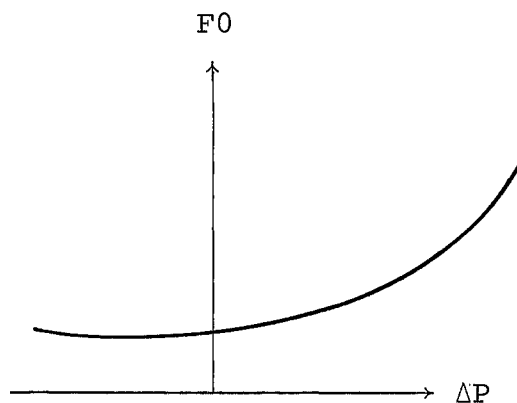


FIGURA IV-7

CURVAS DE CUSTOS PARA O REDESPACHO ÓTIMO

Estas curvas são linearizadas por partes e o problema é resolvido por programação separável (STOTT & MARINHO⁸)

CAPÍTULO V

PRÉ-DESPACHO AUTOMÁTICOV.1 INTRODUÇÃO

Como mencionado em II.5, o pré-despacho automático deve produzir uma programação horária de geração que obedeça às restrições elétricas e, ao mesmo tempo, atenda às metas energéticas de geração. Para um horizonte de T períodos, o problema é formulado como:

$$\text{Min } \sum_{t=1}^T c P_t$$

$$\text{S/a } \sum_{t=1}^T P_t = G \quad (\text{restrições energéticas})$$

$$P_t \in SP_t, \quad t=1, 2, \dots, T \quad (\text{restrições elétricas}) \quad (\text{V-1})$$

Este problema de grande porte possui uma estrutura adequada à utilização de algoritmos de decomposição, como, por exemplo, o de Dantzig-Wolfe (DANTZIG¹⁴). Este fato permite a partição do problema original em vários subproblemas menores, que podem ser resolvidos pelo algoritmo de Redespacho Ótimo.

A resolução do problema é descrita nos próximos itens. O item V.2 apresenta uma breve revisão no Algoritmo de Decomposição de Dantzig-Wolfe e o item V.3 descreve a aplicação do método ao pré-despacho automático.

V.2 MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE

V.2.1 Introdução

Alguns problemas de programação linear de grande porte com estruturas específicas podem ser particionados ou decompostos em subproblemas menores. A estrutura angular (blocos independentes ligados por restrições de acoplamento) apresentada na figura V-1 é especialmente adequada ao uso de técnicas de decomposição.

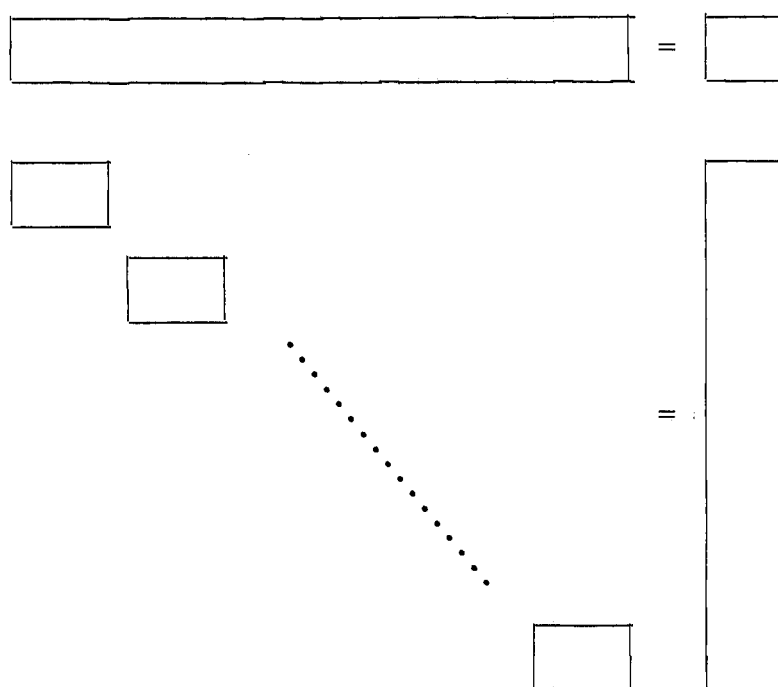


FIGURA V-1

O algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe (DANTZIG¹⁴) decompõe o problema em vários subproblemas, cada qual correspondente a um bloco, e um "problema mestre", que coordena as ações de cada subproblema. Esta coordenação é feita através da atribuição de "preços" aos recursos utilizados por cada subproblema

V.2.2 O Princípio de Decomposição de Dantzig-Wolfe

O princípio de decomposição primal de Dantzig-Wolfe será resumidamente apresentado através de um exemplo. Uma descrição detalhada poderá ser encontrada em LASDON¹⁵.

Seja o seguinte problema:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & z = c_1x + c_2y \\
 \text{S/a} \quad & P_0w + P_1x + P_2y = b_0 \\
 & A_1x = b_1 \\
 & A_2y = b_2
 \end{aligned} \tag{V-2}$$

O problema (V-2) pode ser formulado como:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & z = c_1x + c_2y \\
 \text{S/a} \quad & P_0w + P_1x + P_2y = b_0 \\
 & x \in M_1 \\
 & y \in M_2
 \end{aligned} \tag{V-3}$$

onde,

$$M_1 = \{ x \mid A_1x = b_1 \} \tag{V-4}$$

$$M_2 = \{ y \mid A_2y = b_2 \} \tag{V-5}$$

Os conjuntos M_1 e M_2 são definidos por restrições lineares convexas, sendo, portanto, politopos. Desta forma, os pontos pertencentes a cada conjunto podem ser representados como combinação linear de seus vértices. No politopo ilustrado na figura V-2, por exemplo:

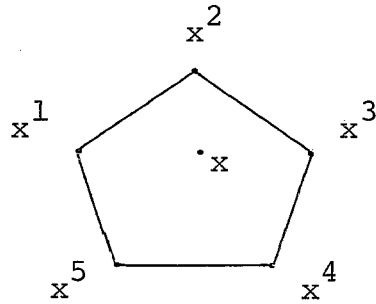


FIGURA V.2 - POLÍTOPO M

todo ponto $x \in M$ pode ser representado como:

$$x = \sum_{i=1}^5 \lambda_i X^i, \quad \sum_{i=1}^5 \lambda_i = 1, \quad 0 \leq \lambda_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (V-6)$$

Assim, para todo $x \in M_1$ e $y \in M_2$, tem-se:

$$x = \sum_{i=1}^K \lambda_i X^i, \quad \sum_{i=1}^K \lambda_i = 1, \quad 0 \leq \lambda_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, K \quad (V-7)$$

$$y = \sum_{j=1}^L \mu_j Y^j, \quad \sum_{j=1}^L \mu_j = 1, \quad 0 \leq \mu_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, L \quad (V-8)$$

onde X^i e Y^j representam, respectivamente, os K e L vértices dos conjuntos M_1 e M_2 .

Aplicando-se as expressões (V-7) e (V-8) ao problema (V-2), este passa a ser formulado não mais em função das variáveis x e y , mas em função das variáveis λ e μ :

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad z &= \sum_{i=1}^K \lambda_i (c_1 X^i) + \sum_{j=1}^L \mu_j (c_2 Y^j) \\ \text{S/a} \quad P_0 w + \sum_{i=1}^K \lambda_i (P_1 X^i) + \sum_{j=1}^L \mu_j (P_2 Y^j) &= b_0 \\ \sum_{i=1}^K \lambda_i &= 1 \\ \sum_{j=1}^L \mu_j &= 1 \end{aligned} \quad (V-9)$$

O problema (V-9) é chamado problema principal e as restrições do tipo

$$P_0 w + \sum_{i=1}^K \lambda_i (P_1 X^i) + \sum_{j=1}^L \mu_j (P_2 Y^j) = b_0$$

são denominadas restrições de acoplamento.

Note-se que todas as restrições correspondentes a cada conjunto foram reduzidas a uma única linha. O problema (V-9) possui, portanto, um pequeno número de linhas ($m+2$ linhas, onde m é a dimensão das equações de acoplamento) e um número potencialmente enorme de colunas. Este fato torna muito atraente a utilização do Simplex Revisado na sua resolução.

O quadro completo do simplex é montado da seguinte maneira:

0	g_1	g_2	...	g_K	h_1	h_2	...	h_L
S_0	S_1	S_2	...	S_K	T_1	T_2		T_L
0	1	1	...	1	0	0	...	0
0	0	0	...	0	1	1	...	1

onde,

$$g_i = c_1 X^i, \quad i = 1, \dots, K \quad (V-10)$$

$$h_j = c_2 Y^j, \quad j = 1, \dots, L \quad (V-11)$$

$$S_i = P_1 X^i, \quad i = 1, \dots, K \quad (V-12)$$

$$T_j = P_2 Y^j, \quad j = 1, \dots, L \quad (V-13)$$

A iteração completa do Simplex Revisado resume-se nas etapas descritas a seguir:

a) Dada uma base viável B:

g_1	g_2	...	g_k	h_1	h_2	...	h_ℓ
s_1	s_2	...	s_k	T_1	T_2	...	T_ℓ
1	1	...	1	0	0	...	0
0	0	...	0	1	1	...	1

e considerando-se B e NB, respectivamente, os índices das variáveis básicas e não básicas, tem-se:

$$\lambda_{NB} = \mu_{NB} = 0 \quad (V-14)$$

$$B \alpha = b' \quad (V-15)$$

onde,

$$b' = \begin{array}{|c|} \hline b_0 \\ \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \alpha = \begin{array}{|c|} \hline \lambda_B \\ \hline \mu_B \\ \hline \end{array}$$

As variáveis básicas são facilmente determinadas :

$$\alpha = B^{-1} b' \quad (V-16)$$

b) Seleção da variável a entrar na base:

b.1) Atualização dos coeficientes de custos:

Fazendo-se a seguinte partição no vetor π :

$$\pi = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \pi_0 & \pi_1 & \pi_2 \\ \hline \end{array} \quad (V-17)$$

e aplicando-se a expressão geral de atualização do Simplex Revisado

$$\bar{c}_j = c_j - \pi a_j \quad (V-18)$$

ao nosso problema, tem-se:

$$\bar{g}_i = g_i - \pi_0 S_i - \pi_1 \quad (V-19)$$

$$\bar{h}_j = h_j - \pi_0 T_i - \pi_2 \quad (V-20)$$

Substituindo-se as equações (V-10), (V-11), (V-12) e (V-13) em (V-19) e (V-20)

$$\bar{g}_i = c_1 X^i - \pi_0 P_1 X^i - \pi_1 \quad (V-21)$$

$$\bar{h}_j = c_2 Y^j - \pi_0 P_2 Y^j - \pi_2 \quad (V-22)$$

obtém-se:

$$\bar{g}_i = (c_1 - \pi_0 P_1) X^i - \pi_1 \quad (V-23)$$

$$\bar{h}_j = (c_2 - \pi_0 P_2) Y^j - \pi_2 \quad (V-24)$$

b.2) Determinação do coeficiente mínimo:

A determinação do coeficiente mínimo pode ser dividida em três partes:

(i) busca de s , tal que $\bar{g}_s = \min \bar{g}_i$

(ii) busca de t , tal que $\bar{h}_t = \min \bar{h}_j$

(iii) determinação de f^* , tal que $f^* = \min (\bar{g}_s, \bar{h}_t)$

A variável a entrar na base será λ_s , se $f^* = \bar{g}_s$, ou μ_t se $f^* = \bar{h}_t$

Considerando-se que π_1 é constante, o problema (i) correspondente à busca de s , tal que

$$\bar{g}_s = \text{Min} \{ (c_1 - \pi_0 P_1) X^i - \pi_1 \} \quad (\text{V-25})$$

é equivalente ao problema de busca de \bar{z}_1 , tal que

$$\bar{z}_1 = \text{Min} \{ (c_1 - \pi_0 P_1) X^i \} \quad (\text{V-26})$$

onde,

$$\bar{g}_s = \bar{z}_1 - \pi_1 \quad (\text{V-27})$$

Fazendo-se

$$c_1^i = c_1 - \pi_0 P_1 \quad (\text{V-28})$$

obtém-se:

$$\bar{z}_1 = \text{Min} \{ c_1^i X^i \} \quad (\text{V-29})$$

O problema (V-29) consiste, então, na busca, entre todos os vértices do conjunto M_1 , daquele que minimiza a função objetivo $c_1^i X^i$. Pode, portanto, ser formulado como um problema de programação linear:

$$\text{Min } z_1 = c_1^i x$$

$$\text{S/a } x \in M_1 \quad (\text{V-30})$$

ou utilizando-se a expressão (V-4):

$$\text{Min } z_1 = c_1^i x$$

$$\text{S/a } A_1 x = b_1 \quad (\text{V-31})$$

Analogamente, o problema (ii) corresponde ao problema de programação linear

$$\text{Min } z_2 = c_2'Y$$

$$\text{S/a } A_2Y = b_2 \quad (\text{V-32})$$

onde,

$$\bar{c}_2 = c_2 - \pi_0 P_2 \quad (\text{V-33})$$

$$\bar{h}_t = \bar{z}_2 - \pi_2 \quad (\text{V-34})$$

sendo \bar{z}_2 a solução ótima do problema (V-32)

Os problemas (V-31) e (V-32) são chamados, respectivamente, subproblema 1 e subproblema 2 e podem ser resolvidos por qualquer algoritmo de programação linear

O mínimo coeficiente de custo é portanto determinado através da expressão

$$f^* = \text{Min} \{ \bar{z}_1 - \pi_1, \bar{z}_2 - \pi_2 \} \quad (\text{V-35})$$

onde \bar{z}_1 e \bar{z}_2 são, respectivamente, as soluções ótimas do subproblema 1 e do subproblema 2.

Se $f^* \geq 0$, a solução ótima foi obtida e o processo termina. Caso contrário, é selecionada uma variável para deixar a base.

c) Determinação da variável a deixar a base:

c.1) Atualização da coluna correspondente à variável a entrar na base:

Conforme o caso, esta atualização é feita através de uma das expressões abaixo:

(i) Se a variável a entrar na base é λ_s , ou seja, $f^* = \bar{g}_s$, faz-se:

$$\bar{s}_s = B^{-1}S_s \quad (\text{V-36})$$

- (ii) Se a variável a entrar na base é μ_t , ou seja, $f^* = \bar{h}_t$, faz-se:

$$\bar{T}_t = B^{-1}T_t \quad (V-37)$$

c.2) Seleção da variável a deixar a base:

A variável a ser substituída será a correspondente à coluna r , tal que:

$$(i) \quad \frac{\bar{b}_r}{\bar{s}_r} = \underset{\bar{s}_i < 0}{\text{Min}} \frac{\bar{b}_i}{\bar{s}_i} \quad \text{para } f^* = \bar{g}_s \quad (V-38)$$

$$(ii) \quad \frac{\bar{b}_r}{\bar{t}_r} = \underset{\bar{t}_j < 0}{\text{Min}} \frac{\bar{b}_j}{\bar{t}_j} \quad \text{para } f^* = \bar{h}_t \quad (V-39)$$

d) Pivoteamento em torno de \bar{s}_r ou \bar{t}_r , conforme o caso

e) Retorno à etapa a)

V.2.3 Montagem do Problema Restrito

O princípio de decomposição de Dantzig-Wolfe baseia-se no fato de que apenas $m+2$ variáveis estarão na base, isto é, poderão ter valores diferentes de zero na solução. Desta forma, apenas um número reduzido de vértices é relevante para a resolução do problema.

Utiliza-se, portanto, uma técnica de geração de colunas: elas são geradas sempre que necessárias pela etapa b da iteração Simplex descrita em V.2.2 e são descartadas à medida em que se tornam inúteis na etapa d da mesma iteração.

A convergência do problema pode ser acelerada através de uma utilização conveniente de todas as colunas geradas pela resolução de cada subproblema.

É feita a otimização com o quadro acima, após o que o processo volta a uma nova iteração.

V.2.4 O Algoritmo de Decomposição de Dantzig-Wolfe

O algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe consiste na aplicação do Simplex Revisado à resolução do problema restrito. A cada iteração são utilizados os novos vértices produzidos por cada subproblema e descartados os que saem da base.

Desta forma, dada uma solução inicial viável, a resolução do problema de decomposição pode ser resumida no seguinte processo iterativo:

- (i) Conhecida a base viável e sua inversa, calcula-se a solução básica para a iteração. Esta solução gera um conjunto de multiplicadores π_0 , π_1 e π_2 , que correspondem respectivamente às restrições de acoplamento e às restrições de convexidade $\sum \lambda = 1$ e $\sum \mu = 1$.
- (ii) Os multiplicadores são utilizados para formar novas funções objetivo para cada subproblema

$$\text{Subproblema 1} \quad \text{Min } z_1 = (c_1 - \pi_0 P_1) x$$

$$\text{S/a } A_1 x = b_1$$

$$\text{Subproblema 2} \quad \text{Min } z_2 = (c_2 - \pi_0 P_2) y$$

$$\text{S/a } A_2 y = b_2$$

Estes multiplicadores podem ser interpretados como o "prejuízo" que cada subproblema causa ao sistema global para utilizar recursos compartilhados pelos outros subproblemas (isto é, todos os recursos das restrições de acoplamento).

A solução destes subproblemas produz novos vértices \bar{X} e \bar{Y} e soluções ótimas \bar{z}_1 e \bar{z}_2 .

É possível que, para uma dada iteração do Simplex Revisado, as soluções ótimas dos subproblemas 1 e 2 sejam tais que:

$$\bar{g}_s = \bar{z}_1 - \pi_1 < 0 \quad (V-40)$$

$$\bar{h}_t = \bar{z}_2 - \pi_2 < 0 \quad (V-41)$$

Neste caso, a utilização de qualquer um dos dois vértices causará uma redução na função objetivo. É possível inclusive que, mesmo após a introdução de um dos vértices na base (o correspondente ao menor custo), a introdução do segundo vértice reduza ainda mais a função.

Uma vez que este vértice já foi calculado, a sua utilização é imediata. Consegue-se, desta forma, aumentar a melhora da função objetivo por iteração, e, conseqüentemente, a velocidade de convergência.

É formado, a cada iteração, o chamado "problema restrito": este contém as colunas correspondentes às variáveis básicas ao início da iteração e as colunas correspondentes aos novos vértices gerados por cada subproblema:

g_1	g_2	...	g_k	h_1	h_2	...	h_ℓ	g'_1	h'_1
s_1	s_2	...	s_k	T_1	T_2	...	T_ℓ	s'_1	T'_1
1	1	...	1	0	0	...	0	1	0
0	0	...	0	1	1	...	1	0	1

(iii) É feito o teste de otimalidade

$$f^* = \{ z_1 - \pi_1, z_2 - \pi_2 \}$$

Os multiplicadores π_1 e π_2 podem, por sua vez, ser interpretados como o custo da introdução dos vértices \bar{X} e \bar{Y} na base.

Se $f^* > 0$, os multiplicadores ótimos λ^* e μ^* foram encontrados. As soluções ótimas x^* e y^* são dadas pelas equações

$$x^* = \sum_{i \in I} \lambda_i^* X^i \quad (V-42)$$

$$y^* = \sum_{j \in J} \mu_j^* Y^j \quad (V-43)$$

onde I e J são respectivamente os conjuntos dos índices das variáveis básicas λ_B e μ_B .

Caso f^* seja negativa, o processo passa ao item (iv).

(iv) Acrescenta-se à base do item (i) os vértices \bar{X} e \bar{Y} , formando-se, assim, o problema restrito. Este problema é resolvido através do Simplex Revisado. Os vértices que saíram da base são abandonados e o processo volta ao item (i).

Este algoritmo pode ser facilmente generalizado para N subproblemas, como mostrado na figura V-3

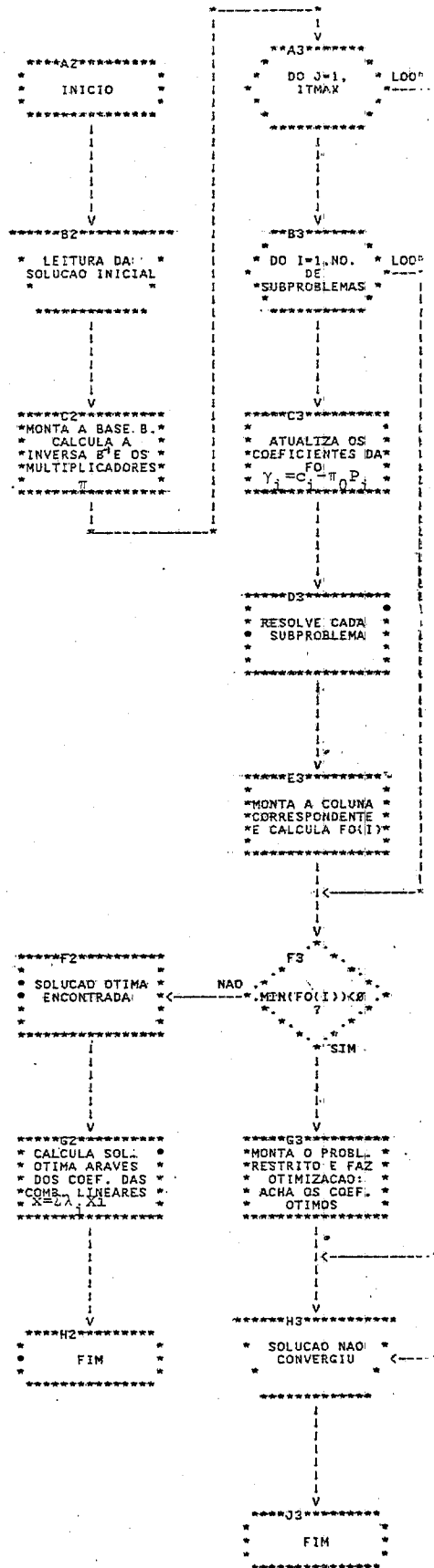


FIGURA 7-3 - ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE PARA N SUBPROBLEMAS

V.3 O ALGORITMO DO PRÉ-DESPACHO AUTOMÁTICO

V.3.1 Introdução

A estrutura do problema do pré-despacho é esquematizada na figura V.4.

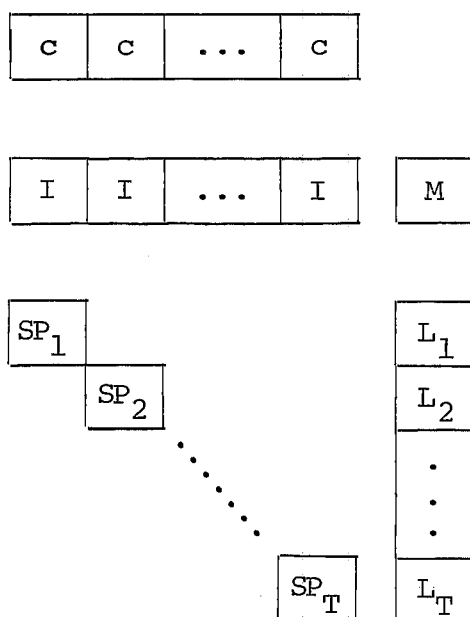


FIGURA V.4 - ESTRUTURA DO PROGRAMA DE PRÉ-DESPACHO AUTOMÁTICO

Como mencionado em II-5, esta estrutura é muito adequada ao uso de técnicas de decomposição, pois os subproblemas elétricos são independentes entre si e existe apenas um pequeno número de restrições de acoplamento: as metas energéticas.

Tem-se portanto, para cada período, um subproblema correspondente a um problema de despacho ótimo, que pode ser facilmente resolvido pelo algoritmo descrito no Capítulo IV.

O problema principal é resolvido pelo Método Simplex Revisado. Para um programa de gerações horárias numa semana (168 horas) e 10 geradores controláveis, o quadro completo simplex terá 1680 colunas por 178 linhas.

V.3.2 Formulação Incremental

A estrutura incremental do algoritmo do Despacho Ótimo pode ser aproveitada. Para isto, basta que as restrições energéticas sejam formuladas em função das potências incrementais a cada período.

Partindo-se de uma solução inicial que obedeça às metas energéticas de geração, as restrições energéticas podem ser formuladas como:

$$\sum_{t=1}^T \Delta P_i^t = 0, \forall i \quad (V.44)$$

onde ΔP^t representa o incremento de geração na usina i para o período t .

Note-se que tal solução inicial não é de difícil obtenção, e pode inclusive ser dada pelos modelos de pré-despacho que não consideram as restrições elétricas.

Como apenas os geradores controláveis podem apresentar desvios na geração, o número de restrições de acoplamento diminui significativamente.

V.3.3 Resolução do Problema

O problema do pré-despacho é resolvido através da aplicação do Algoritmo de Decomposição de Dantzig-Wolfe e consiste no seguinte processo iterativo.

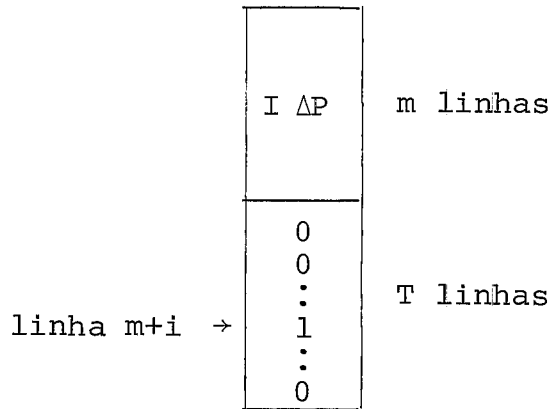
- (i) É obtida uma solução viável sob o ponto de vista energético, relaxadas as condições de viabilidade elétrica.
- (ii) A partir da solução obtida no item (i), utiliza-se o redespacho ótimo para resolver cada subproblema. Desta forma, são gerados os vértices ΔP^t iniciais para cada período t .
- (iii) Monta-se o problema principal e verifica-se para cada gerador i , a condição (V-44).

A toda a restrição não satisfeita é adicionada uma variável de folga artificial associada a um custo muito alto na função objetivo. Esta variável pode ser positiva ou negativa, para representar, respectivamente, um deficit ou um excesso:

$$\sum_{t=1}^T \Delta P_i^t < 0 \Rightarrow \sum_{t=1}^T \Delta P_i^t + s_i = 0 \quad c_{s_i} \rightarrow \infty \quad (V-45)$$

$$\sum_{t=1}^T \Delta P_i^t > 0 \Rightarrow \sum_{t=1}^T \Delta P_i^t - s_i = 0 \quad c_{s_i} \rightarrow \infty \quad (V-46)$$

Cada coluna do quadro simplex corresponde ao subproblema i é dada por:



onde m é o número de geradores controláveis.

Desta forma, o quadrado simplex inicial tem a estrutura apresentada abaixo:

m colunas					T colunas				
1	∞	∞	...	∞	c ₁ ΔP ¹	c ₂ ΔP ²	...	c _T ΔP ^T	
	+1				ΔP ₁ ¹	ΔP ₂ ²	...	ΔP ₁ ^T	m res- trições
		+1			ΔP ₂ ¹	ΔP ₂ ²	...	ΔP ₂ ^T	
				+1	ΔP _m ¹	ΔP _m ²	...	ΔP _m ^T	
					1	1		1	T res- trições

onde os sinais \pm correspondem a variáveis de folga positivas ou negativas, conforme o caso de excesso ou deficit.

A base inicial é dada por:

$$B = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \pm 1 & & & \Delta P_1^1 & \Delta P_1^2 & \Delta P_L^T \\ & \pm 1 & & \Delta P_2^1 & \Delta P_2^2 & \Delta P_2^T \\ & & \pm 1 & \Delta P_m^1 & \Delta P_m^2 & \Delta P_m^T \\ \hline & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{array} \right] \quad (V-47)$$

Nota-se que a matriz B possui uma estrutura especial adequada ao uso de Base Reduzida (descrita em LAND & POWELL¹¹).

$$B = \begin{array}{|c|c|} \hline S & P \\ \hline O & I \\ \hline \end{array} \quad (V-48)$$

cuja inversa é

$$B^{-1} = \begin{array}{|c|c|} \hline S^{-1} & -S^{-1}P \\ \hline O & I \\ \hline \end{array} \quad (V-49)$$

Considerando-se que

$$S^{-1} = S \quad (V-50)$$

obtem-se

$$B^{-1} = \begin{array}{|c|c|} \hline S & -SP \\ \hline O & I \\ \hline \end{array} \quad (V-51)$$

A matriz base, torna-se assim, facilmente inversível. Mesmo o cálculo da matriz -SP é bastante simples tendo em vista a estrutura da matriz S.

(iv) É calculado o vetor de multiplicadores

$$\pi = c_B B^{-1} \quad (V-52)$$

e as novas funções objetivo para cada subproblema :

$$z_t = c_t' \Delta P^t \quad (V-53)$$

onde

$$c_t' = (c - \pi_0 I) = (c - \pi_0) \quad (V-54)$$

Aplicando-se então o algoritmo do redespacho ótimo, são minimizadas em cada subproblema as funções objetivo z_t e gerados novos vértices $\Delta \bar{P}^t$.

(v) É feito o teste de otimalidade:

$$f^* = \text{Min}\{z_t - \pi_t\}, t = 1, \dots, T \quad (V-55)$$

Se $f^* \geq 0$ os multiplicadores ótimos foram obtidos. A solução ótima é calculada através da equação

$$P^{t*} = P_0^t + \sum_{j \in J(t)} \lambda_{t_0} \Delta P^{t_j} \quad (V-56)$$

onde P^t é a solução inicial para o período t obtido no item (i)

λ_{t_j} - são os multiplicadores básicos referentes ao período t.

ΔP^{t_j} - são os vértices correspondentes aos multiplicadores λ_{t_j}

$J(t)$ - é o conjunto de índices das variáveis básicas λ para o período t .

Caso contrário, o processo passa ao item (vi)

(vi) É montado o problema restrito:

1	∞	∞		∞	$c_2 \Delta P^1$	$c_2 \Delta P^2$...	$c_T \Delta P^T$	$c_1 \Delta \bar{P}^1$	$c_2 \Delta \bar{P}^2$...	$c_T \Delta \bar{P}^T$
	\pm				ΔP_2^1	ΔP_1^2	...	ΔP_1^T	$\Delta \bar{P}_1^1$	$\Delta \bar{P}_1^2$...	$\Delta \bar{P}_1^T$
		± 1	.		ΔP_2^1	ΔP_1^2	...	ΔP_2^T	$\Delta \bar{P}_2^1$	$\Delta \bar{P}_2^2$...	$\Delta \bar{P}_2^T$
		
		
				± 1	ΔP_m^1	ΔP_m^2	...	ΔP_m^T	$\Delta \bar{P}_m^1$	$\Delta \bar{P}_m^2$...	$\Delta \bar{P}_m^T$
					1				1			
						1				1		
							.				.	
							.				.	
							.	1			.	1

Novos Vértices Gerados

Este problema é resolvido através do Simplex Revisado. Note-se que as dimensões da matriz de trabalho foram reduzidas para 178 linhas por 178 colunas (uma grande redução, considerando-se as 47080 linhas e 6720 colunas do problema original).

Após a otimização, são abandonados os vértices que saíram da base e o processo volta ao item (iv).

O algoritmo do Pré-Despacho é ilustrado na figura V-5.

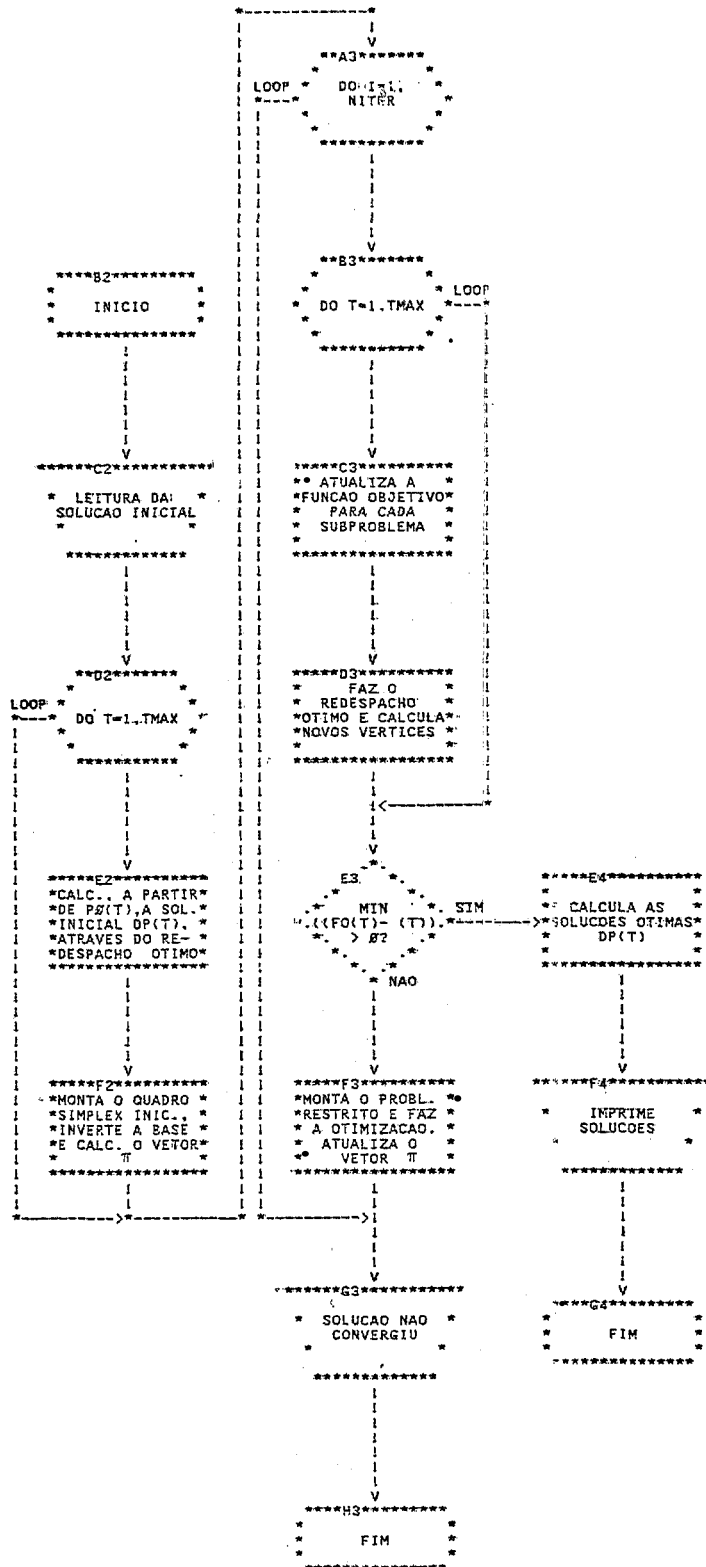


FIGURA 5 - ALGORITMO DO PRÉ-DESPACHO AUTOMÁTICO

V.4 INTERPRETAÇÃO DA SOLUÇÃO

De maneira geral, as variáveis de folga deverão deixar a base durante as primeiras iterações devido a seus altos custos. Uma solução ótima que contenha alguma variável de folga não nula indica a inviabilidade do problema, ou seja, a incompatibilidade entre as metas energéticas e as restrições do sistema.

Torna-se necessária, então, uma reformulação nas metas energéticas de geração. Está sendo atualmente investigado um modelo de coordenação entre a determinação das metas energéticas de geração e o pré-despacho automático. Este modelo baseia-se em técnicas de decomposição e utiliza o algoritmo de Benders (GEOFFRION¹⁸)

V.5 EXTENSÕES DO PRÉ-DESPACHO AUTOMÁTICO

Embora o algoritmo do pré-despacho seja geral, a sua aplicação a um sistema predominantemente hidráulico apresenta particularidades interessantes com respeito à função objetivo.

O custo de geração de uma usina hidráulica é nulo. Mesmo para as usinas térmicas, dada uma meta energética de geração, o custo total de operação é fixado em função desta meta, independentemente da programação escolhida. Desta forma, o pré-despacho automático busca uma solução puramente viável: não existe, em termos econômicos, nenhuma função a minimizar.

É possível, no entanto, a definição de uma função objetivo não econômica, como o desvio mínimo da programação inicial (este desvio pode ser quadrático, ponderado, etc.). O algoritmo permite a especificação de uma função objetivo convexa qualquer para cada gerador, sem que seja necessário o aumento do número de variáveis de controle; são utilizadas, para isto linearização por partes e técnicas de programação separável.

CAPÍTULO VI

CASO EXEMPLO

É apresentado um estudo para o sistema da Região Sudeste do Brasil previsto para 1984 reduzido para 47 barras, 97 linhas e 23 geradores. Os dados referentes à configuração, limites de fluxo e distribuição de carga por barra foram fornecidos pelo DEST/ELETRORÁS. A rede de transmissão e a configuração para este sistema são apresentadas, respectivamente, nas figuras VI-1 e VI-2.

As metas energéticas de geração foram obtidas a partir de uma simulação do Modelo de Intercâmbio entre Subsistemas — MISS (TRINKENREICH & PEREIRA²).

Foi inicialmente realizada a Análise de Viabilidade da programação horária fornecida por um modelo simplificado de pré despacho (SILVA & TRINKENREICH³). Este modelo divide o horizonte de estudo (1 mes) em, no máximo, 24 períodos. Desta forma, foi obtida a programação horária da geração para um dia "típico", isto é, imaginando-se que a distribuição horária da demanda é idêntica em todos os dias. Foram constatadas inviabilidades em quase todos os períodos, notadamente nas horas de pico.

Passou-se, então, à viabilização das programações horárias destes períodos através do Redespacho Ótimo. Embora a função objetivo especificada fosse a de desvio mínimo do ponto de operação, a programação inicial foi substancialmente modificada

A figura VI-3 mostra o total redespachado de potência (MW) a cada hora. Note-se que alguns destes desvios são muito grandes. Na hora 18, por exemplo, foram redespachados 4480 MW. Considerando-se que a geração total para esta hora é de 11087 MW, foi necessário o redespacho de 40% do sistema para viabilizar a programação inicial.

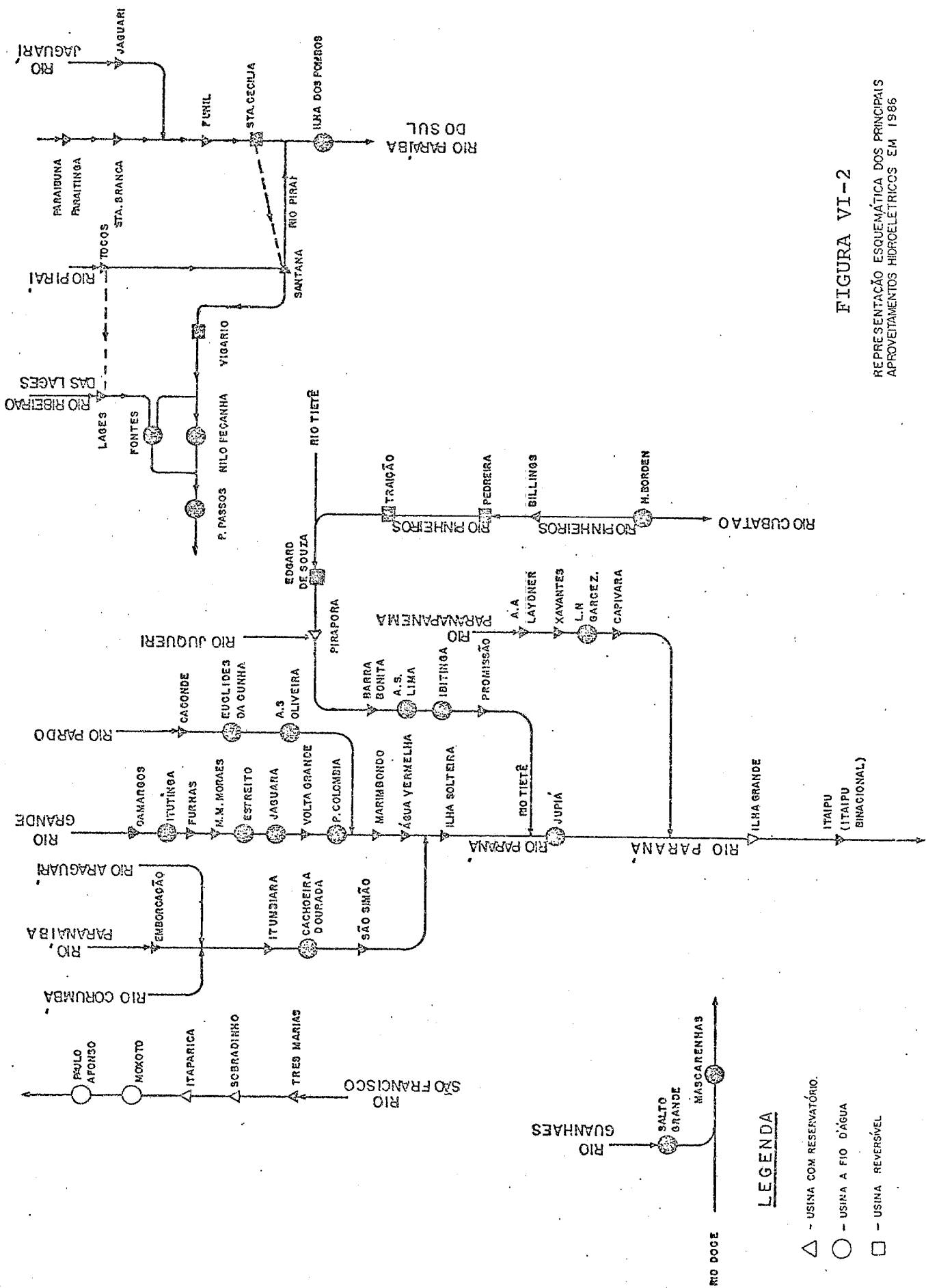
A figura VI-4 ilustra a diferença entre a programação fornecida pelo pré-despacho energético e a programação resultante do redespacho ótimo para a usina de Furnas. Esta diferença é bastante acentuada nas horas que apresentaram as maiores sobrecargas para a programação inicial, ou seja, das 18 às 21 horas.

Finalmente, a tabela VI-1 apresenta os desvios totais em relação às metas de geração para cada usina. Embora a Análise de Viabilidade procurasse manter-se o mais perto possível dos pontos de operação fornecidos, a maior parte dos desvios foi significativa, o que provocou grandes alterações nas metas de geração.

Como os desvios em relação à meta foram significativos, passou-se ao pré-despacho automático. Os pontos de operação iniciais correspondem a uma sequência arbitrária de alocação das unidades geradoras. Por este motivo, os desvios iniciais em relação às metas resultaram bastante elevados.

A figura VI-5 apresenta a redução destes desvios a cada iteração do algoritmo de Dantzig-Wolfe. Foram realizadas 40 iterações até a convergência final. Note-se que pontos de operação melhores levariam provavelmente a uma convergência mais rápida.

A programação obtida pelo pré-despacho automático é viável elétrica e energeticamente. A figura VI-6 apresenta uma comparação entre a programação inicial e a programação dada pelo pré-despacho automático para a usina de Furnas.



LEGENDA

- △ - USINA COM RESERVATÓRIO.
- - USINA A FIO D'ÁGUA
- ◻ - USINA REVERSÍVEL

FIGURA VI-2

REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DOS PRINCIPAIS APROVEITAMENTOS HIDROELÉTRICOS EM 1986

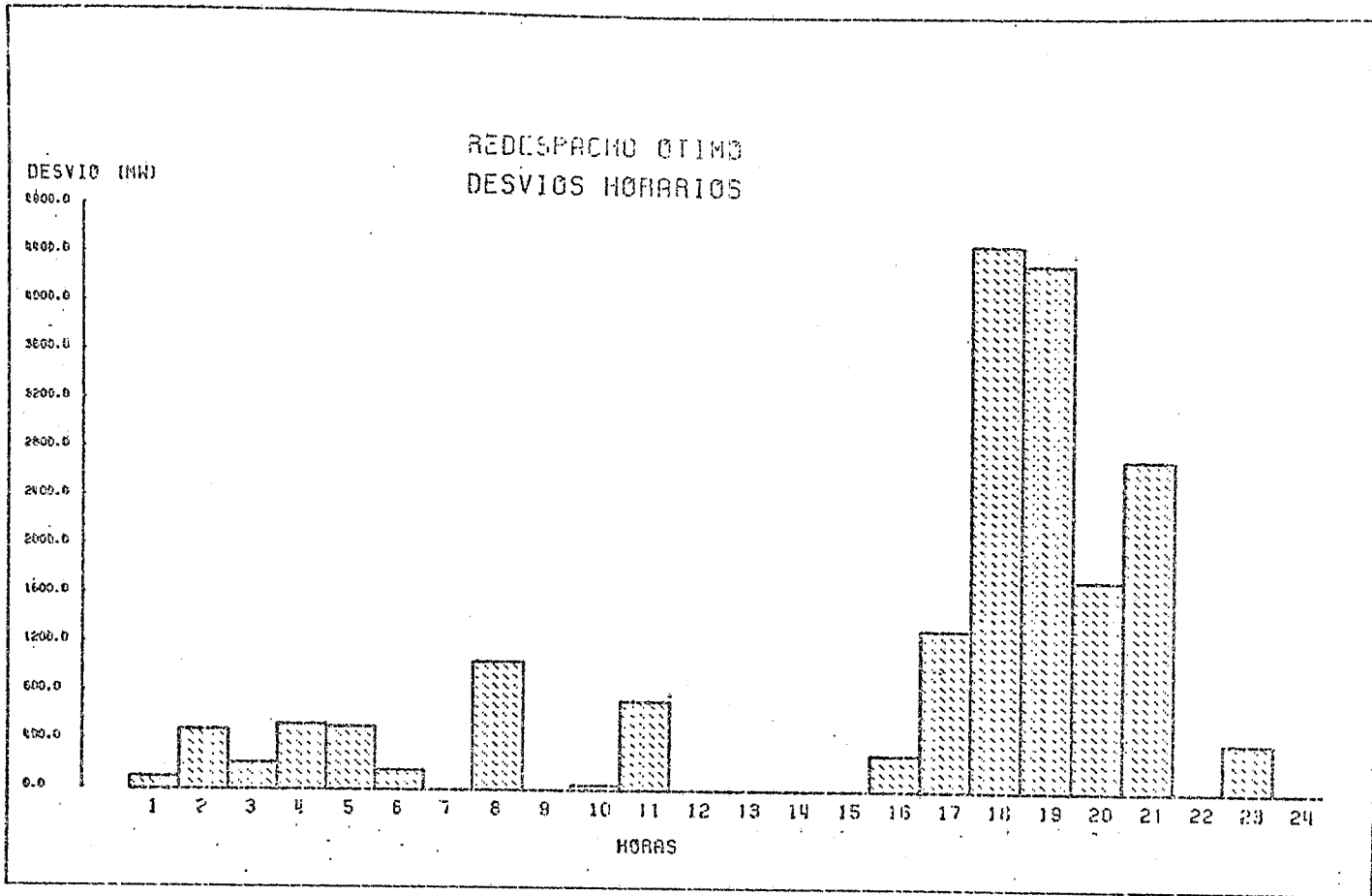
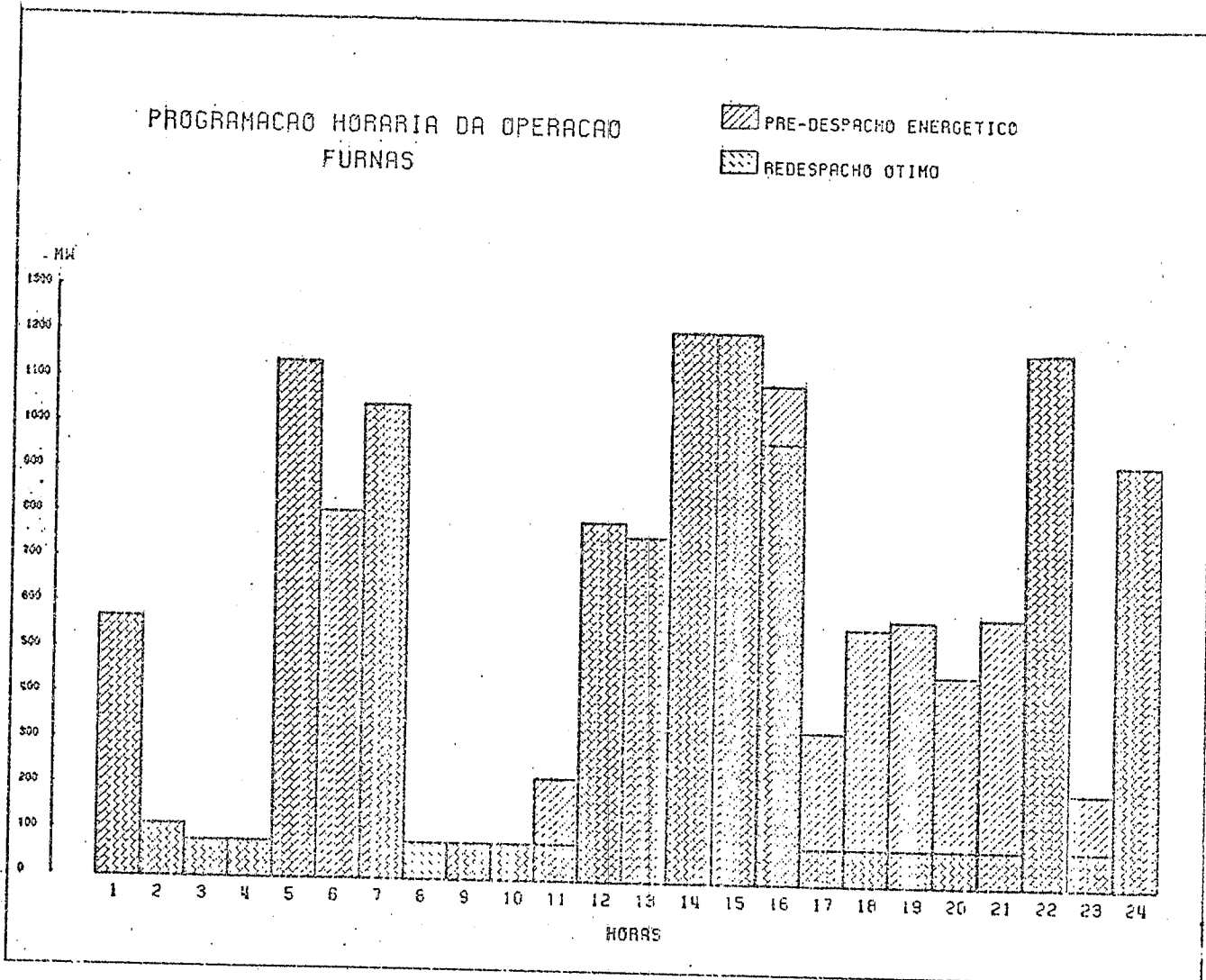


FIGURA VI-3



FUGURA VI-4

BARRAS DE GERAÇÃO	META (MW)	GERAÇÃO (MW)	DESVIOS (MW)
Água Vermelha	14213.0	13725.5	487.5
São Simão	17067.0	17987.3	-920.3
Itumb. + C. Dourada	3904.0	4355.1	-451.1
Marimbondo	14174.0	14241.1	-67.0
Porto Colômbia	3635.0	3884.6	-249.6
São Paulo	37765.0	36459.7	1305.3
Emborcação	0.0	854.8	-854.8
Estreito	9097.0	10565.0	-1468.0
Adrianópolis	25311.0	20651.5	4659.5
Furnas	11729.0	14193.2	-2464.2

TABELA VI-1 - DESVIOS TOTAIS PARA AS USINAS REDESPACHADAS

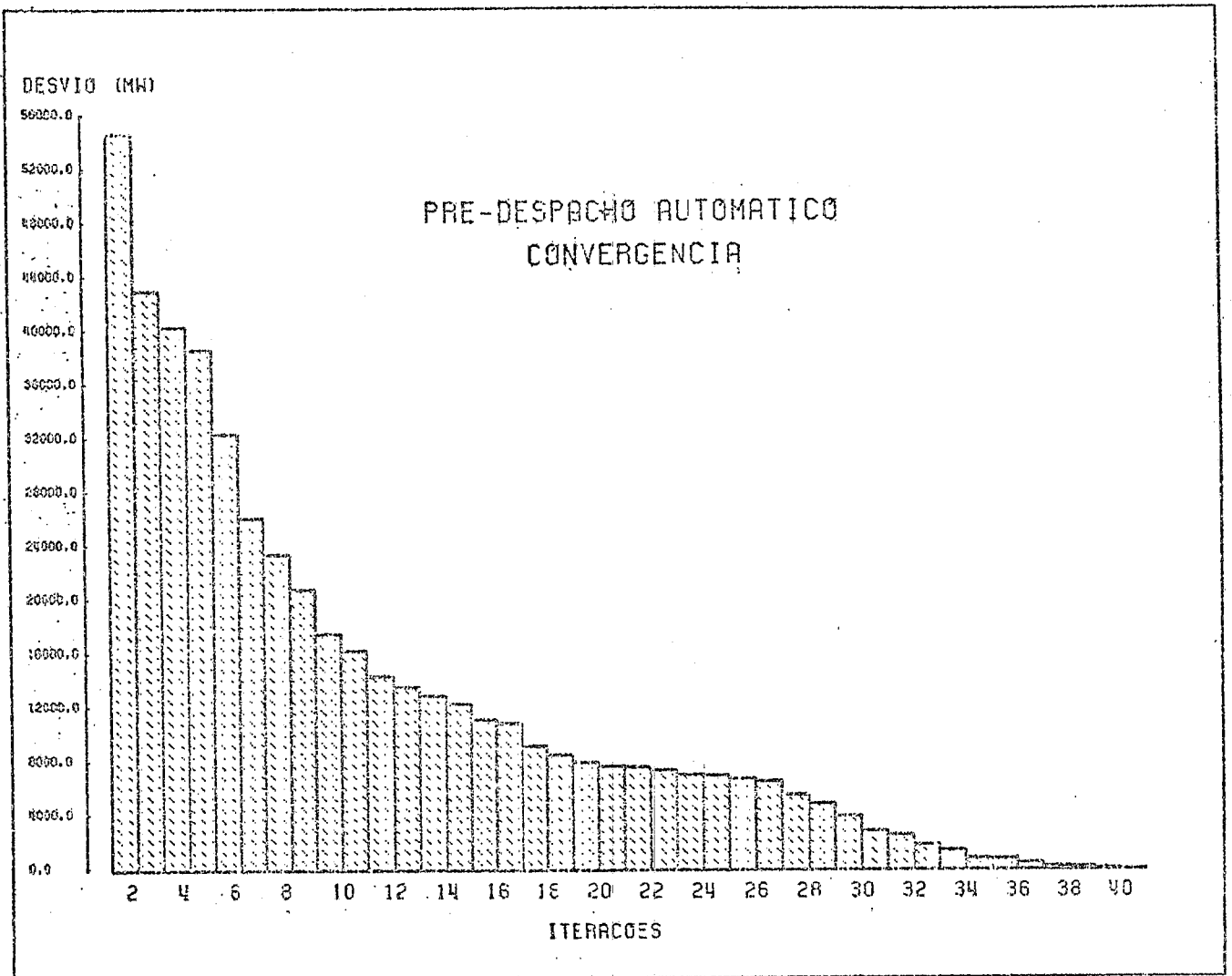


FIGURA VI-5

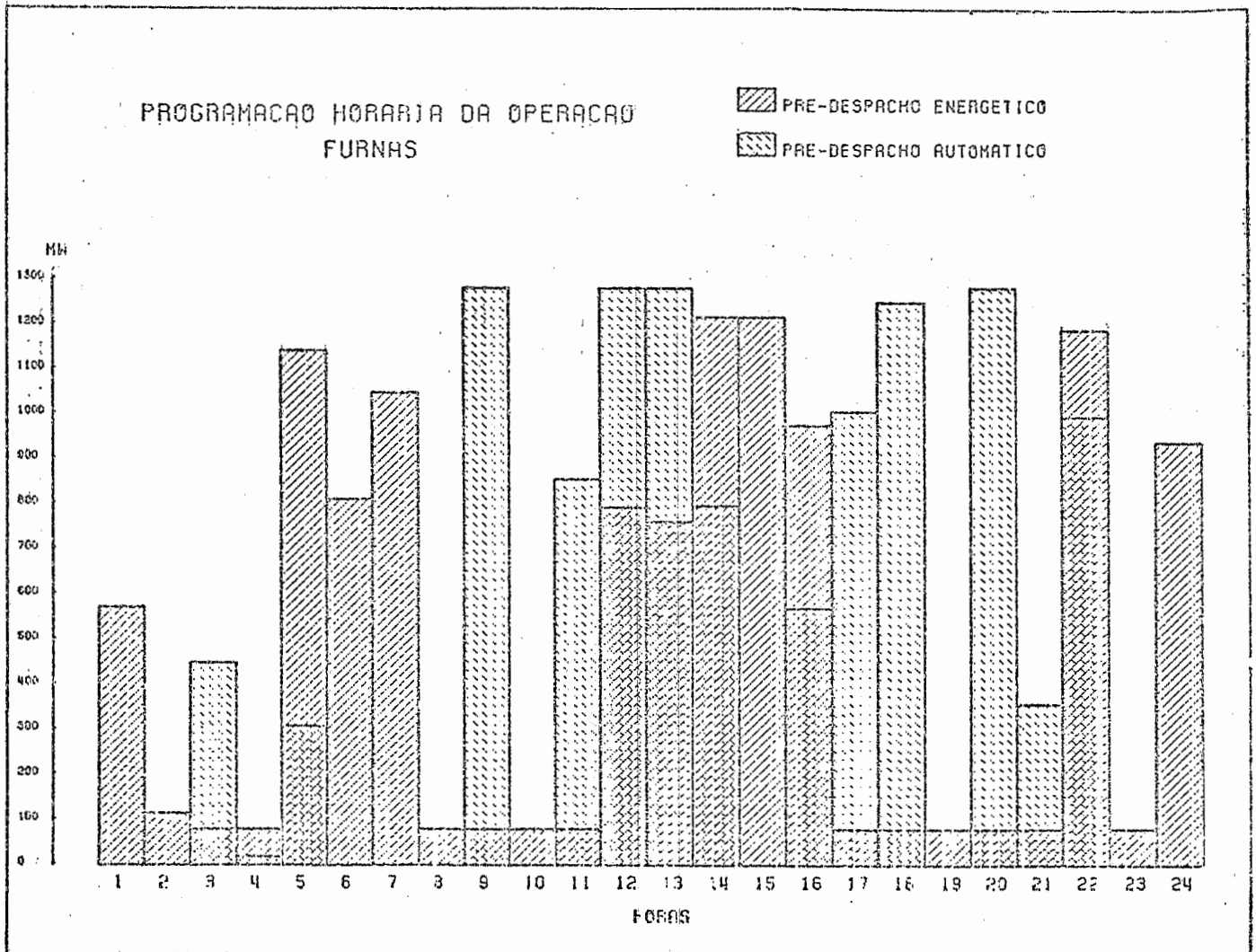


FIGURA VI-6

CAPÍTULO VII

ASPECTOS COMPUTACIONAIS

O programa está escrito em FORTRAN IV e implementado no mini-computador PDP 11/70 do Cepel. O programa de Análise de Viabilidade ocupa 21K bytes (sem overlay) e o sistema completo (Análise de Viabilidade e Pré-despacho Automático) ocupa 27K bytes (com overlay).

Os limites atualmente estabelecidos são:

- . 60 barras
- . 100 linhas
- . 40 geradores (controláveis ou não)
- . 5 regiões

Os tempos de CPU foram :

- . Load-flow inicial (incluindo fatoraçoã) : 0.18 s
- . Cada load-flow subsequente : 0.03 s
- . Cada redespacho ótimo (média) : 0.60 s
- . Análise de sobrecargas : 0.11 s
- . Cada iteraçoã Dantzig-Wolfe : 10.25 s

O tempo total de CPU para o exemplo apresentado foi de 7 minutos.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES

O Modelo de Análise de Viabilidade e o Modelo de Prê-despacho permitem "suavizar" a transição entre o Planejamento da Operação (predominantemente energético) e a Programação da Operação (predominantemente elétrica). O aproveitamento da estrutura específica de cada problema levou ao desenvolvimento de algoritmos significativamente mais eficientes do que os disponíveis em código comerciais.

Entre os aperfeiçoamentos futuros do modelo , pode-se mencionar:

- (i) Introdução de funções objetivo não lineares no algoritmo de Dantzig-Wolfe através de técnicas de programação separável.
- (ii) Estudo de problemas de "unit commitment" para unidades térmicas (BAPTISTELA & GEROMEL¹⁹).
- (iii) Inclusão de um modelo de fluxo de potência AC na análise de viabilidade e no pré-despacho automático.
- (iv) Aperfeiçoamento do mecanismo de "feedback" entre o pré-despacho horário e os modelos de cálculo de metas de geração semanais ou mensais. Está sendo atualmente investigado um modelo de coordenação entre os dois níveis, também baseado em técnicas de decomposição (algoritmo de Benders - GEOFFRION).

REFERÊNCIAS

- 1 - CEPEL/ELETRONBRÁS - Modelos de Programação Dinâmica Estocástica para a Operação de Sistemas Hidrotérmicos - Relatório Técnico CEPEL 144/77
- 2 - TRINKENREICH, J.; PEREIRA, M.V.F. - Modelos de Intercâmbio entre Subsistemas de Geração Energética - IV SNPTEE , Rio de Janeiro, 1977
- 3 - SILVA, A.M.F.; TRINKENREICH, J. - Modelo Linear de Pré-despacho de Geração - V SNPTEE, Recife, 1979
- 4 - NIKRITSCHK, V.; RODRIGUES, C.; AMADO, S.M. - Alocação de Usinas na Curva de Carga - V SNPTEE, 1979
- 5 - MONTICELLI, A. - Métodos de Análise e Síntese Aplicados ao Planejamento de Sistemas de Transmissão - Relatório nº1 do Convênio CEPEL/UNICAMP, 1979
- 6 - PARKER, B.J.; TABABE, A.; SHILLING, N.T. - Precisão do Modelo Linearizado de Fluxo de Potência para Simulação do Sistema Brasileiro - NT - DEST 18/80
- 7 - TERRY, L.A.; BARBOSA, V.C.; PEREIRA, M.V.F. - Tratamento de Sistemas Lineares Esparsos - Relatório CEPEL em preparo
- 8 - STOTT, B.; MARINHO, J.L. - Linear Programming for Power System Network Security Applications - IEEE Trans. PAS - May/June 1979
- 9 - STOTT, B.; ALSAÇ, O.; MARINHO, J.L. - The Optimal Power Flow Problem - SIAM Conference on Electrical Power Problems, Seattle, March 1980
- 10- MACULAN, N.; PEREIRA, M.V.F. - Programação Linear - Ed. Atlas, 1980

- 11- LAND, A.; POWELL, S. - Fortran Codes for Mathematical Programming - JW & Sons, 1973
- 12- STOTT, B.; MARINHO, J.L.; ALSAÇ, O. - Review of Linear Programming Applied to Power System Rescheduling - EPICA Conf. Proc. Cleveland, May 1979
- 13- PINTO, L.M.V.G; PEREIRA, M.F.P. - Pré-Despacho para Sistemas Hidrotérmicos - Relatório Técnico CEPEL 274/81
- 14- DANTZIG, G.B. - Linear Programming and Extensions - Princeton Un., 1973
- 15- LASDON, L. - Optimization Theory for Large Systems - Mc Millan, 1970
- 16- MONTICELLI, A.; DECKMAN, S.; GARCIA, A. - Sistema de Análise de Redes - (SAR), Vol. III, Curso de Engenharia de Aplicações Elétricas CEPEL/UNICAMP, 1981
- 17- PEREIRA, M.V.F.; CUNHA, S.H.F.; Oliveira, G.C.; PRAÇA, J.G.; PARKER, B.J.; MONTICELLI, A.; SANTOS, A. - SINTRA - Programa Digital Interativo para Planejamento de Sistemas de Transmissão - a ser apresentado no VI SNPTEE - Balneário de Camboriu - Santa Catarina, 1981
- 18- GEOFFRION, A. M. - Generalized Benders Decomposition - Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 10 , 1972
- 19- BAPTISTELA, L.F.B.; GEROMEL, J.C. - Decomposition Approach to the Problem of Unit Commitments Schedule for Hydrothermal Systems, IEE - Proc., Vol. 127, Pt. D, nº 6 , 1980