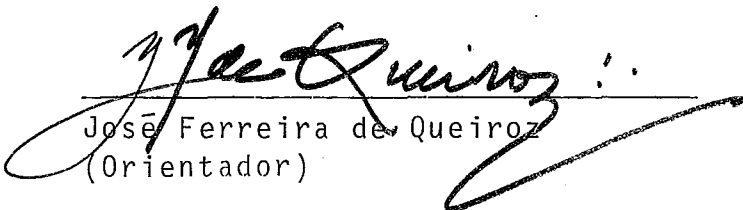


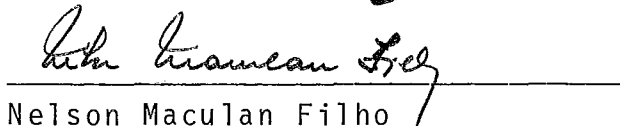
DETERMINAÇÃO DA CONFIABILIDADE DA  
CAPACIDADE DE GERAÇÃO DE SISTEMAS  
HIDROTERMO-ELÉTRICOS

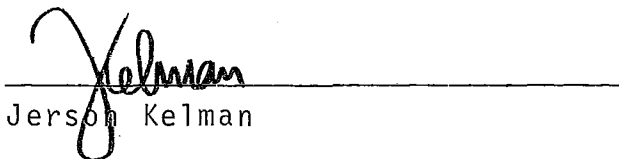
Gale Oswaldo Nina Suquilanda

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO  
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovada por:

  
José Ferreira de Queiroz  
(Orientador)

  
Nelson Maculan Filho

  
Jerson Kelman

  
Mario Veiga Ferraz Pereira

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
FEVEREIRO DE 1981

SUQUILANDA, GALO OSWALDO NINA

Determinação da Confiabilidade da Capacidade de Geração de Sistemas Hidrotermo-Elétricos |Rio de Janeiro| 1981.

VIII, 107 p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M. Sc., Engenharia de Sistemas, 1981)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro. Fac. Engenharia

1. Confiabilidade

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

A mi esposa Sylvana  
y a mis hijos  
Galo Antonio y  
Fernando Xavier

AGRADECIMENTOS

Ao Professor José Ferreira de Queiroz por sua excelente orientação.

Ao Professor Felix Eduardo Vaca Obando e ao colega da ESPOL Santiago Riofrio que propiciaram minha vinda para a COPPE.

Ao Professor Nelson Maculan Filho pelo seu apoio e estímulo durante meus estudos na COPPE.

Ao Engenheiro Mario Veiga Ferraz Pereira do CEPEL pela colaboração que me prestou no desenvolvimento deste trabalho.

A Escuela Superior Politecnica del Litoral - ESPOL, CNPq e COPPE pelo auxílio financeiro.

A Daisy pelo excelente trabalho de datilografia.

RESUMO

Devido ao incremento da demanda nos sistemas de energia elétrica e as exigências dos consumidores na continuidade do serviço e qualidade do suprimento de energia, a avaliação da confiabilidade destes sistemas tanto qualitativa como quantitativa é uma parte integrante de sua planificação, projeto e operação.

A finalidade desta tese é tratar a avaliação da confiabilidade de sistemas de geração contendo geradores de energia limitada tais como unidades hidroelétricas. Um método para calcular a probabilidade de perda de carga é considerado. Também são apresentados e analisados resultados para um sistema de energia real.

ABSTRACT

Due to the increasing loads in the power systems and the consumer demands on service continuity and quality of supply, both qualitative and quantitative power system reliability evaluation are becoming an integral part of planning system design and operations.

The aim of this thesis is to treat a reliability evaluation of the generation systems containing limited -energy generators such as hydro units. A method for evaluate the loss of load probability is considered. Also results are presented and analysed for a realistic electric power system.

ÍNDICE

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</u> .....	1
1.1 - Considerações Gerais.....	1
1.2 - Desenvolvimento Histórico.....	5
1.3 - Roteiro do Trabalho.....	7
<u>CAPÍTULO II - MODELAGEM ESTOCÁSTICA DA ENERGIA ARMAZENADA</u> .....	9
2.1 - Introdução.....	9
2.2 - Energia Armazenada.....	12
2.3 - Modelagem do Planejamento da Operação.....	18
2.4 - Função Distribuição de Probabilidade da Energia Armazenada.....	23
<u>CAPÍTULO III - DETERMINAÇÃO DA PROBABILIDADE DA PERDA DE CARGA</u> .....	28
3.1 - Introdução.....	28
3.2 - Probabilidade da Perda de Carga.....	30
3.3 - Incerteza na Demanda de Carga.....	34
3.4 - Capacidade de Geração das Usinas Hidroelétricas..	36
3.5 - Probabilidade da Perda de Carga num Sistema Termohidroelétrico.....	39

	<u>Pág.</u>
3.6 - Aspectos Computacionais.....	44
3.6.1 - Função de Densidade da Variável Aleatória $C$ , Capacidade de Geração.....	44
3.6.2 - Valor Esperado e Variância Condicionados da Perda de Carga.....	45
3.6.3 - Função Densidade de Probabilidade Variável Aleatória $\mu$ .....	
 <u>CAPÍTULO IV - RESULTADOS COMPUTACIONAIS.....</u>	 53
4.1 - Introdução.....	53
4.2 - Sistema Teste Hipotético.....	53
4.3 - Resultados do Sistema Teste Hipotético e Discus- são.....	54
4.3.1 - Influência da Reserva de Geração do Sistema no Valor de $E[L0LP]$ e $Var[L0LP]$ .....	57
4.3.2 - Influência do Valor do Desvio Padrão da Previ- são de Demanda no $E[L0LP]$ e $Var[L0LP]$ .....	57
4.3.3 - Influência da Política de Esvaziamento dos Re- servatórios no Valor do $E[L0LP]$ e na $Var[L0LP]$	58
4.3.4 - Influência da Política de Esvaziamento dos Re- servatórios no Formato da Curva Energia Armaze- nada vs $\mu$ .....	60
4.3.5 - Influência da Política de Operação dos Reserva- tórios na Distribuição do Parâmetro $\mu$ .....	60
4.4 - Sistema Sudeste do Brasil.....	65



	<u>Pág.</u>
4.5 - Resultados do Sistema Sudeste e Discussão.....	71
<u>CAPÍTULO V - CONCLUSÕES.....</u>	75
5.1 - Introdução.....	75
5.2 - Conclusões.....	75
5.3 - Propostas para Trabalhos Futuros.....	76
<u>APÊNDICE A - DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 2.2 DO CAPÍTULO</u> <u>II.....</u>	78
<u>APÊNDICE B - CONFIABILIDADE DE COMPONENTES REPARÁVEIS</u> <u>REPARO NORMAL.....</u>	82
<u>APÊNDICE C - DISTRIBUIÇÃO WEIBULL.....</u>	92
<u>NOMENCLATURA.....</u>	99
<u>BIBLIOGRAFIA.....</u>	104

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

#### 1.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Os métodos de avaliação da confiabilidade fundamentados na teoria da probabilidade são ferramentas muito utilizadas no planejamento e projeto dos sistemas de energia elétrica. Estes métodos permitem o cálculo de índices quantitativos do desempenho da confiabilidade do sistema levando em conta os dados do desempenho da confiabilidade dos componentes do sistema. Sem levar em conta o propósito do estudo da confiabilidade é essencial estabelecer um ou mais índices de confiabilidade sobre os quais julgamentos e decisões sejam tomados; o estudo da confiabilidade trata dos modelos apropriados e dos dados necessários para o cálculo daqueles índices para cada problema particular.

Em geral um índice de confiabilidade de um sistema deve:

- 1) poder ser medido através dos dados históricos da operação do sistema;
- 2) poder ser calculado para o sistema proposto usando dados disponíveis do desempenho da confiabilidade dos componentes do sistema;

3) responder duma maneira consistente a diferentes alternativas de estudo.

Um grande número de índices satisfazem estes critérios gerais e têm sido aplicados com sucesso. Estes índices podem ser classificados em três categorias básicas, Patton et al [24]:

- 1) probabilidade de falha do sistema;
- 2) frequência e duração de falha do sistema;
- 3) consequências duma falha do sistema.

De uma maneira geral, a probabilidade de falha do sistema é o valor esperado a longo prazo do tempo total em que o sistema está em estado de falha, isto é, não se desempenhando satisfatoriamente. Este índice de confiabilidade tem sido usado tanto para o estudo da confiabilidade do sistema de geração como do sistema de transmissão e distribuição, mas tem encontrado sua principal aplicação nos estudos da capacidade disponível de geração.

Nos estudos referentes a geração o conceito de falha é frequentemente definido, como sendo o evento no qual a capacidade disponível instalada é insuficiente para satisfazer o pico de carga num dia determinado. Quando o conceito de falha é assim definido, a probabilidade de falha no sistema é o

valor esperado a longo prazo da proporção de dias nos quais o pico de carga excede a capacidade instalada disponível no sistema. Um índice que está muito relacionado com este é o valor esperado a longo prazo do número de dias nos quais o pico de carga excede a capacidade instalada disponível no sistema. Este último índice é comumente denominado probabilidade da perda de carga (LOLP) mesmo embora sendo um valor esperado e não uma probabilidade. A LOLP é provavelmente o índice de confiabilidade mais usado em estudos de confiabilidade da capacidade de geração. Deve-se observar que a LOLP não dá informação da magnitude da perda de carga, como também este índice da forma como é usualmente calculado ignora o efeito das políticas e restrições da operação e por tanto não dá o risco atual da deficiência da capacidade de geração que pode ser experimentada na operação.

Na literatura da aplicação de métodos probabilísticos na avaliação da confiabilidade em sistemas de energia elétricas, o estudo da confiabilidade do sistema de geração é o tópico mais frequentemente discutido, usualmente considera-se a suficiência da capacidade instalada com a hipótese implícita que a disponibilidade do sistema para suprir a carga não é influenciada pela escassez das fontes básicas de energia. Em geral, a rede de transmissão não é considerada. Assim o sistema de geração é modelado e estudado como uma simples barra na qual estão conectados todos os geradores e cargas do sistema.

Dois tratamentos básicos existem para a avaliação da confiabilidade do sistema de geração, os métodos analíticos

e os métodos de simulação de Monte Carlo. O cálculo analítico dos índices de confiabilidade para o sistema de geração requer o desenvolvimento de um modelo para a carga e um modelo para a capacidade de geração do sistema e finalmente a combinação dos dois modelos. Os modelos da capacidade de geração do sistema descrevem os vários estados de capacidade disponíveis que podem surgir devido as paradas forçadas das unidades de geração. Os modelos mais simples de capacidade dão a probabilidade de existência dos estados disponíveis de capacidade do sistema. Estes modelos podem ser exatos ou modelos acumulativos, os modelos exatos dão a probabilidade da capacidade por paradas forçadas ser igual a uma quantidade determinada e os modelos acumulativos dão a probabilidade da capacidade por paradas forçadas ser maior ou igual a uma quantidade determinada. Estes modelos são muito usados no cálculo de quase todos os índices de confiabilidade com exceção daqueles de frequência e duração.

Os modelos da carga usados nos estudos dos índices de confiabilidade no sistema de geração variam em forma e em detalhe dependendo do índice desejado e do método de cálculo utilizado. (Curva de duração da carga, curva de variação dos picos de carga, etc.).

Existem métodos para estudar sistemas com fontes de energia limitadas, tais como as usinas hidroelétricas onde uma falta de capacidade pode ocorrer tanto por uma escassez de energia, assim como por paradas forçadas nas unidades de geração. Estes métodos têm maior importância em sistemas onde a

produção de energia elétrica se baseia em usinas hidráulicas de extraordinária regularização com um pequeno complemento de geração térmica e portanto é possível se ter perdas de capacidade devidas às baixas hidraulicidades.

## 1.2 - DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO

Um considerável número de publicações tem sido escrito na área da confiabilidade do sistema de geração: uma excelente bibliografia referente a esta área de estudos encontra-se em Billinton [5]. No entanto, as publicações dedicadas ao cálculo de índices de confiabilidade de sistemas de energia limitada são poucas. Um primeiro tratamento do problema, Hicks [15] em 1958, supõe que a capacidade de produção de potência nos geradores de energia limitada (unidades hidroelétricas) é independente da operação dos outros geradores no sistema. De acordo com esta hipótese um modelo da disponibilidade de capacidade do sistema pode ser construído para os geradores, o qual dá a probabilidade de existência de vários níveis de disponibilidade considerando saídas forçadas e limitações de energia, respectivamente. Este modelo de capacidade das unidades de geração pode ser usado na forma usual na construção do modelo de capacidade do sistema e portanto o cálculo da LOLP e de outros índices podem ser realizados.

Um método mais detalhado, Bertoldi et al [4], tem sido sugerido para ser usado quando a operação das unidades de geração de energia limitada não é considerada ser independente

das outras unidades de geração do sistema. Neste método a operação das unidades de geração de energia limitada; as unidades hidroelétricas é simulada numa base semanal através do tempo, supondo uma política para o consumo da água. A política suposta neste método é uma política que visa a máxima poupança da água, desta maneira as unidades hidroelétricas são operadas unicamente para suprir saídas forçadas de unidades de geração térmica ou para evitar vertimentos de água. O procedimento geral do método é o seguinte: Em cada semana a energia esperada não proporcionada pelas unidades térmicas é calculada definindo assim a quantidade esperada de energia hidroelétrica da semana e a quantidade de água a ser consumida na semana. A quantidade esperada de água disponível na semana é a quantidade de água disponível no fim da semana anterior mais a afluência esperada nessa semana. Se a disponibilidade de água para a semana é menor que a esperada, uma falta de energia proporcional a falta de água é calculada e a água disponível no fim da semana é considerada igual a zero; do contrário, a água disponível ao fim da semana é aquela disponível durante a semana menos aquela que foi consumida. Este processo é repetido para cada semana do período de estudo para obter-se o índice de confiabilidade.

Um outro método, Da Cunha |<sup>8</sup>| tem sido sugerido em casos de sistemas de geração onde existe predominância de usinas hidráulicas com reservatório. Nestas usinas a capacidade de geração é função da altura de queda líquida, a qual depende do armazenamento que por sua vez depende das regras de operação e da hidráulicidade. Assim o cálculo da LOLP para considerar a

influência da hidrologia é realizada simulando a operação do sistema ao longo de diversas séries hidrológicas equiprováveis seguindo um mesmo critério de operação para atender ao mercado previsto e aplicando o método de Monte Carlo sobre os valores da LOLP obtidos com cada uma das séries.

Finalmente um outro método desenvolvido paralelamente ao trabalho apresentado nesta tese, Lundqvist <sup>[19]</sup>, apresenta um modelo para o cálculo do risco de déficit de potência onde as técnicas de simulação são dispensadas. As perdas de potências em períodos de baixa hidráulicidade são formuladas como distribuição discretizadas de probabilidade as quais são conjugadas com os cálculos tradicionais de Calabrese <sup>[7]</sup>

### 1.3 - ROTEIRO DO TRABALHO

O objetivo do presente trabalho será o cálculo dos índices de confiabilidade E [LOLP] e Var [LOLP] para um sistema de geração de energia limitado, isto é, com predominância de geração hidráulica.

A seguir é apresentado um breve resumo de cada capítulo do trabalho.

No Capítulo II são definidos matematicamente os conceitos necessários para a modelagem da energia armazenada no sistema assim como é obtida a f.d.p. dessa energia, que será utilizada depois para o cálculo dos índices de confiabilidade.



No Capítulo III são desenvolvidos modelos para o sistema de geração hidráulica e térmica e para a carga, assim como a combinação desses modelos para obter-se os índices de confiabilidade. Os problemas surgidos na implementação do método em computador são discutidos.

O Capítulo IV apresenta os resultados do método implementado tanto para um sistema teste hipotético como para um sistema real. Finalmente, no Capítulo V são apresentadas as conclusões e limitações do estudo realizado assim como sugestões para possíveis trabalhos futuros.

## CAPÍTULO II

### MODELAGEM ESTOCÁSTICA DA ENERGIA ARMAZENADA

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

No planejamento da operação de um sistema hidrotérmico o horizonte de planejamento é decomposto em longo, médio e curto prazos. Esta decomposição é motivada pelo fato de que permite o controle dos ciclos sazonais na hidraulicidade e na demanda de energia. Além disso, a decomposição proposta é conveniente pois facilita o uso de diferentes metodologias para a solução dos problemas de planejamento.

No planejamento a longo prazo a incerteza dos regimes hidrológicos determina que seja necessário decidir qual é o nível adequado de geração térmica que equivale a determinar quanto de capacidade hidráulica (volume de água armazenada) deve ser usada para geração de energia elétrica e quanto permanecerá para uso posterior. Esta decisão deve levar em conta as suas implicações futuras sobre o sistema. No caso de aumentar o nível de geração hidráulica, a geração térmica diminui acarretando uma redução nos custos de operação. No entanto, se houver uma hidrologia desfavorável esta política de operação poderia obrigar a operação de térmicas de maior custo ou levar a ocorrências de déficit no suprimento. No caso em que a capacidade hidráulica seja mantida em estoque haverá um aumento nos custos de operação térmica. Mas, se ocorrer uma hidrologia desfavorável este estoque poderia

ser utilizado para substituir a operação de térmicas de maior custo. Entretanto, se houver uma hidrologia muito favorável poder-se-ia ter um desperdício de capacidade hidráulica (vertimento) não mais recuperável, Lima [17].

Este problema pode ser tratado como um problema de controle ótimo estocástico onde é importante se ter um algoritmo eficiente para sua solução. O algoritmo a ser usado é a programação dinâmica estocástica que tem como limitação seu excessivo requerimento de armazenamento e tempo de computação à medida que a dimensão do problema aumenta.

No entanto, é possível construir um modelo equivalente para os vários reservatórios e usinas situados em cascata que os transforma em um único reservatório de energia potencial. Este modelo é de maior aplicação quando as decisões referentes à geração hidráulica são de maior significado econômico do que a alocação desta geração nos respectivos reservatórios e usinas. Esta situação surge no caso de se ter incerteza nos regimes hidrológicos, e a demanda a ser satisfeita pela geração hidráulica é flexível. Isto é, quando a geração hidráulica pode ser usada não unicamente para satisfazer a demanda mas também para substituir a geração térmica.

O modelo é construído refletindo a capacidade do sistema; para cada reservatório ou usina a água armazenada é convertida em capacidade de geração na própria usina e nas usinas a jusante. A soma das energias de todas as usinas dá a ener-

gia potencial do sistema equivalente. Similarmente, as afluências são convertidas em seus respectivos equivalentes de energia potencial. O resultado é um reservatório que armazena, fornece e recebe energia potencial em vez de água. O modelo é completado pela descrição estocástica das afluências e mais uma função que converte a energia potencial em potência a ser gerada nas usinas, Arvanitidis [1] .

A série histórica das afluências naturais convertida em energia potencial pode ser analisada estatisticamente e modelada como um processo auto-regressivo de primeira ordem superposto às variações sazonais. Para cada período de tempo obtém-se assim uma componente determinística sazonal, uma componente que depende do valor da energia natural observada no período anterior e uma componente estocástica independente. Para a soma das três componentes admite-se periodicamente distribuições log-normais. De posse dos parâmetros estatísticos acima, a energia natural de cada período pode ser formulada como uma distribuição de probabilidade condicionada ao valor da energia natural ocorrida no período anterior.

A variável de decisão no problema de programação dinâmica estocástica é a geração térmica a qual determina custos mínimos de operação e déficit. Conhecida a estratégia térmica de operação, pode-se determinar a distribuição de probabilidade da energia potencial do modelo equivalente utilizando a propriedade markoviana das energias naturais, Pereira [26] .

O objetivo deste capítulo é definir matematicamente os conceitos citados anteriormente, os quais serão utilizados depois para modelar o sistema de geração hidráulica no cálculo da probabilidade de perda de carga. Na seção 2.2, são apresentadas definições e hipóteses fundamentais necessárias para a definição de energia armazenada. A Seção 2.3 trata da modelagem do problema do planejamento da operação como um problema de programação dinâmica estocástica e são definidas as variáveis de estado e decisão assim como outros conceitos.

Finalmente, na Seção 2.4 são apresentadas as definições necessárias para a obtenção da distribuição de probabilidade da energia armazenada no sistema equivalente.

## 2.2 - ENERGIA ARMAZENADA

Definição 2.1. Estado do Sistema Hidroelétrico: O estado do sistema hidroelétrico é dado pelo vetor

$$\underline{x} \triangleq [x_1, \dots, x_2, \dots, x_n]^T$$

onde:

- a) as componentes do vetor estado podem ser os volumes  $v_i$  armazenados utilizáveis nos reservatórios; i.e.,

$$x_i \triangleq v_i ; i = 1, 2, \dots, n$$

ou

b) as componentes do vetor estado podem ser as percentagens  $\lambda_i$  dos volumes utilizáveis armazenados nos reservatórios; i.e.;

$$x_i = \lambda_i \triangleq \frac{v_i}{\bar{v}_i} ; i = 1, 2, \dots, n$$

onde  $\bar{v}_i$  é o volume utilizável armazenado máximo.

Definição 2.2. Produtividade de uma Usina Hidroelétrica: A produtividade de uma usina hidroelétrica é uma relação funcional entre a potência gerada e a vazão da turbina  $q_i$  representada por  $p_i: R^2 \rightarrow R^1$  e explicitada como

$$p_i(x_i, q_i) \triangleq 10^{-3} g \eta_i h_i(x_i, q_i) [\text{Mw}/\text{m}^3/\text{s}]$$

Observe-se que a produtividade depende de  $q_i$  somente devido a elevação do canal de fuga. Dado um valor da componente  $x_i$  do estado pode-se obter a cota do reservatório  $h_i$ . A partir de  $q_i$  calcula-se  $h_i$  que depende também do canal de fuga. Uma representação esquemática de um reservatório é vista na Figura 2-1.

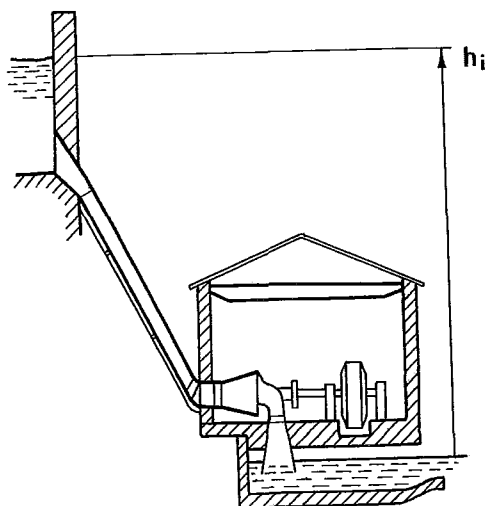


Figura 2-1. Esquema de um reservatório

Definição 2.3. Produtividade Equivalente de um Reservatório: A produtividade equivalente de um reservatório  $i$  dado o estado  $\underline{x}$  do sistema é a função  $g_i: R^n \rightarrow R$  dada por

$$g_i(\underline{x}) \triangleq \sum_{j \in J_i} p_j(x_j)$$

A usina  $i$  é considerada a jusante de si própria. Como a vazão defluente de  $i$ ,  $q_i$  passa simultaneamente por todos os reservatórios, a potência gerada por essa vazão é:

$$\tilde{p}_i = g_i(\underline{x})q_i$$

Definição 2.4. Função de Parametrização: Seja  $f_i$  uma função contínua crescente com as seguintes características definidas para cada reservatório

$$f_i: [0, 1] \rightarrow [0, 1] ; i = 1, \dots, n$$

$$f_i(0) = 0; f_i(1) = 1; i = 1, \dots, n$$

A definição do conceito de energia armazenada supõe o estabelecimento de várias hipóteses para seu desenvolvimento, estas são:

Hipótese 2.1. As usinas hidroelétricas do sistema devem situar-se em bacias com idênticos regimes hidrológicos e os diversos rios do sistema devem possuir graus de regularização compatíveis

veis entre si.

Hipótese 2.2. Despreza-se a variação do nível do canal de fuga das usinas. Portanto a produtividade de uma usina hidrelétrica, é uma função  $p_i: R \rightarrow R$  somente do estado da usina  $i$ .

Hipótese 2.3. O vetor de estado  $\underline{x}$  para o sistema sendo  $x_i = \lambda_i$  com  $i = 1, \dots, n$  é sempre tal que

$$\lambda_i = f_i(\mu) \text{ para todo } i$$

onde  $\mu \in [0, 1]$

A hipótese 2.2 simplifica o modelo e o erro cometido traz prejuízos insignificantes quando desvios de previsão de mercado e afluência são mais importantes. A hipótese 2.3 reduz o espaço de estado à dimensão um obrigando as percentagens de volume nos reservatórios a estar em níveis diferentes para um estado determinado. Estas curvas indicam a forma em que serão deplecionados os reservatórios ou a operação do sistema. Com base nessas hipóteses e definições pode-se definir o conceito de energia armazenada.

Definição 2.5. Energia Armazenada: Energia armazenada é a energia potencial do sistema hidrelétrico quando as afluências incrementais são nulas e o sistema tem seu estado definido pela hipótese 2.3 de tal forma que a água que deixa um reservatório passa imediatamente por todas as turbinas a jusante.



Proposição 2.1: A energia armazenada num reservatório  $i$  é dada por:

$$x_{A_i} = \bar{v}_i \int_0^u g_i(r) \frac{d f_i(r)}{d(r)} dr$$

Prova: A potência dum reservatório  $i$  é expressa por

$$\hat{p}_i = \frac{d E_i}{dt}$$

Pela definição de energia armazenada, quando não existem afluências incrementais

$$q_i = - \frac{d v_i}{dt}$$

dado que

$$\hat{p}_i = g_i(\mu) q_i$$

então,

$$\frac{d E_i}{dt} = - g_i(\mu) \frac{d v_i}{dt}$$

Pela hipótese 2.3:

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\bar{v}_i} = f_i(\mu)$$

$$dv_i = \bar{v}_i \frac{d f_i(\mu)}{d\mu} d\mu$$

portanto

$$x_{A_i} = \bar{v}_i \int_0^\mu g_i(r) \frac{d f_i(r)}{dr} dr$$

Para definir mais precisamente a energia armazenada as seguintes relações são supostas existirem entre as variáveis do modelo:

Definição 2.6: Sejam as seguintes funções definidas para cada usina hidroelétrica com reservatório

$$h_i \triangleq \hat{a}_{i0} + \hat{a}_{i1} v_i + \hat{a}_{i2} v_i^2; 0 \leq v_i \leq \bar{v}_i$$

e

$$\lambda_i \triangleq \hat{b}_{i0} + \hat{b}_{i1} \mu + \hat{b}_{i2} \mu^2; 0 \leq \mu \leq 1$$

Proposição 2.2

$$x_A = \sum_{i \in R} x_{A_i} = \sum_{j=1}^6 \hat{a}_j \mu^j \quad (2.1)$$

Prova: Encontra-se no Apêndice A.

Proposição 2.3: A energia armazenada pode ser utilizada como estado do sistema.

Prova: Dada uma parametrização  $f_i(\mu)$ ,  $i = 1, \dots, n$  com funções crescentes, obtem-se a energia armazenada como função de,  $\mu$ , Eq.(2.1). Esta curva é inversível, crescente, contínua e portanto pode-se definir a função  $x_A \in [0, \bar{x}_A] \rightarrow \mu(x_A)$  e ter como estado a energia armazenada.

### 2.3 - MODELAGEM DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO

A formulação considerando a variável de estado como sendo a energia armazenada permite calcular as produtividades em função dessa energia. O sistema então pode ser considerado como se fosse um único reservatório que cede energia ao consumidor e recebe energia dos rios. É necessário então uma representação matemática da energia associada às afluências incrementais dos aproveitamentos hidráulicos assim como à demanda e a outras classes de energia.

A seguir serão apresentados vários destes conceitos.

Definição 2.7 Energia Natural: Energia natural é a energia associada às afluências incrementais dos aproveitamentos hidráulicos e é definida como:

$$x_N \triangleq \sum_{i \in R} g_i(x_A) a_i$$

Definição 2.8 Energia de Vazão M̄nima: Energia de vaz̄o m̄nima ẽ a energia gerada pelas vaz̄es m̄nimas nas usinas e expressa por:

$$r \triangleq \min\{x_A + x_N, \sum_{i \in R} p_i(x_A) \underline{q}_i\}$$

Definição 2.9 Energia a Fio de gua: Energia a fio de água ẽ a energia devida às afluẽncias incrementais nas usinas a fio de água e expressa por:

$$w_A \triangleq \sum_{i \in F} p_i(x_A) \cdot [\min\{a_i, \bar{q}_i - \sum_{j \in M_i} \underline{q}_j\}]$$

Comentários:

1) Se  $\sum_{i \in R} p_i(x_A) \underline{q}_i < x_A + x_N$  não ẽ possıvel satisfazer os requisitos m̄nimos de vaz̄o e portanto há deficiẽncia de vaz̄o m̄nima sendo que a energia armazenada no sistema ẽ igual a  $-x_A$ ;

2) Quando as afluẽncias totais às usinas a fio de água são inferiores a seus *engolimentos* máximos

$$w_A = \sum_{i \in F} p_i a_i$$

No entanto se as vaz̄es ultrapassaram os valores  $\bar{q}_i$  a usina a fio de água verte e a sua vaz̄o está dada por  $\bar{q}_i - \sum_{j \in M_i} \underline{q}_j$  o que indica que as usinas a montante evitaram de-

plecionar.

Este modelo é utilizado para determinar o planejamento da operação a longo prazo. O tempo é considerado discreto em intervalos mensais.

A formulação como um modelo de programação dinâmica estocástica é apresentada a seguir.

Sejam,

Estágio:  $k = 0, 1, \dots, K$  são os meses do período de planejamento.

Estado:

$$\underline{x}^k \triangleq [x_A^k, x_N^{k-1}]^T \in R^2$$

onde  $x_A^k$  é a energia armazenada no sistema no estágio  $k$  e  $x_N^{k-1}$  a energia natural no sistema no estágio  $k - 1$ .

Decisão:  $u^k \in R$ , sendo o valor da energia térmica gerada no estágio  $k$  quando o sistema se encontra no estado  $\underline{x}^k$ .

Perturbação:

$$\underline{w}^k \triangleq [x_N^k, w_A^k]^T \in R^2$$

onde  $\bar{x}_N^k$  é a energia natural afluyente ao sistema no estágio  $k$ ,  $x_N^k$  é uma variável aleatória definida pela função de densidade condicional

$$f_{x_N^k | x_N^{k-1}}$$

$w_A^k$  é a energia a fio de água no estágio  $k$ ,  $w_A^k$  é uma variável aleatória definida pela função de densidade condicional

$$f_{w_A^k | w_A^{k-1}}$$

Equação de transição de estado: É expressa por

$$\underline{x}^{k+1} \triangleq f(\underline{x}^k, u^k, \underline{w}^k, k)$$

Definindo-se

$$\hat{x}^{k+1} \triangleq x_A^k + \underline{x}_N^k + w_A^k + u^k - d^k - r^k$$

Então

$$x_A^{k+1} \triangleq \begin{cases} \bar{x}_A^{k+1} & \text{se } \hat{x}^{k+1} > \bar{x}_A^{k+1} \\ \hat{x}^{k+1} & \text{se } \hat{x}^{k+1} \leq \bar{x}_A^{k+1} \end{cases}$$

Custo elementar: Definido por

$$\ell(\underline{x}^k, u^k, k) \triangleq \begin{cases} c(u^k, k) & \text{se } x_A^{k+1} \geq 0 \\ c(u^k, k) + s(x_A^{k+1}, k) & \text{se } x_A^{k+1} < 0 \end{cases}$$

Donde  $c(u^k, k)$  corresponde ao custo total da operação ou seja, ao custo da decisão  $u^k$  no estágio  $k$ , e  $s(x_A^{k+1}, k)$  corresponde ao custo de um deficit  $x_A^{k+1}$ .

Conjunto de estados viáveis:  $X(k)$ , são os valores que o estado pode assumir no estágio  $k$  sendo

$$0 \leq x_A^k \leq \bar{x}_A^k \quad k = 0, 1, \dots, K$$

Conjunto de decisões admissíveis:  $U(\underline{x}, k)$  são os valores que a decisão pode assumir no estágio  $k$  e no estado  $\underline{x} \in X(k)$

$$\underline{u}^k \leq u^k \leq \bar{u}^k \quad k = 0, 1, \dots, K$$

Equação recursiva de otimalidade: É expressa por:

$$J^k(f(\underline{x}^k, u^k, \underline{w}^k, k), k+1) \triangleq$$

$$\min_{u^k} E_{\underline{w}^k | \underline{w}^{k-1}} [\ell(\underline{x}^k, u^k, k) + \alpha J^{k+1}(f(\underline{x}^k, u^k, \underline{w}^k, k), k+1)]$$

Dado que a única VA é o vetor  $\underline{w}^k$  a equação fica

$$J^k(f(\underline{x}^k, u^k, \underline{w}^k, k), k + 1) =$$

$$\min_{u^k} \{ \ell(\underline{x}^k, u^k, k) + \alpha \int_0^\infty J^{k+1}(\cdot) f_{\underline{w}^{k+1} | \underline{w}^k} d\underline{w}^{k+1} \}$$

o problema de programação dinâmica estocástica (PDE) então é

$$\min \sum_{k=0}^K \ell(\underline{x}^k, u^k, k)$$

sujeito a

$$\underline{x} \in X(k)$$

$$u \in U(\underline{x}, k)$$

$$\underline{x}^{k+1} = f(\underline{x}^k, u^k, \underline{w}^k, k)$$

$$\underline{x}^0 = \underline{c}$$

## 2.4 - FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DA ENERGIA ARMAZENADA

Definição 2.10: Política Ótima: Política ótima é uma sequência de decisões que aplicadas a  $\underline{x}^0$  leva o sistema ao estágio K minimizando o valor da função critério

$$\sum_{k=0}^{K-1} \ell(\underline{x}^k, u^k, k)$$



No desenvolvimento teórico todas as variáveis foram supostas contínuas. No entanto, para implementação elas são discretizadas como mostrado a seguir.

$$x_A = i; i = 0, 1, \dots, I$$

e

$$x_N = j, j = 0, 1, \dots, J$$

Então a política ótima para cada estágio  $k$  é dada pela matriz

$$\underline{u}^k = (u_{ij})$$

Para simplificar o tratamento teórico vamos supor que a equação de transição de estado seja expressa por

$$x_A^{k+1} = x_A^k + x_N^k + u^k - d^k \quad (2.2)$$

onde as energias naturais são descritas por uma cadeia de Markov com probabilidade de transição

$$P[x_N^{k+1} = r | x_N^k = s] = \lambda_{rs}$$

e

$$\sum_r \lambda_{rs} = 1; r, s = 0, 1, \dots, J$$

Dado que para cada  $k$   $x_N^{k+1}$  depende de  $x_N^k$  e  $x_A^{k+1}$  depende de  $x_A^k$ ,  $x_N^k$  e de  $u^k(x_A^k, x_N^{k-1})$ , então pode-se definir um novo processo markoviano bivariado  $y^t \triangleq \{x_A^t, x_N^t\}$  com

$$P[x_A^{t+1} = r, x_N^{t+1} = r'] = \sum_{s, s'} P[x_A^{t+1} = r, x_N^{t+1} = r' |$$

$$x_A^t = s, x_N^t = s'] P[x_A^t = s, x_N^t = s']$$

ou usando a notação simplificada

$$\phi^{t+1}(r, r') = \sum_{s, s'} P[r, r' | s, s'] \phi^t(s, s')$$

Pode-se ordenar os elementos de  $\phi^t(r, r')$  para formar o vetor

$$\phi^t = [\phi^t(0, 0), \phi^t(0, 1), \phi^t(0, i) \dots$$

$$\phi^t(1, 0), \phi^t(1, 1), \dots]^T$$

Adotando-se esse ordenamento obtém-se a equação matricial

$$\phi^{t+1} = B \phi^t$$

onde  $B$  é a matriz das probabilidades de transição do processo.

Proposição 2.4

$$P[r, r' | s, s'] = \lambda_{r's'} \delta_{rw}$$

onde  $\delta_{rw}$  é o delta kronecker e

$$w \triangleq \begin{cases} 0 & \text{se } s + s' \leq m \\ s + s' - m & \text{se } m < s + s' \leq \bar{x}_A^t \\ \bar{x}_A^t + m & \text{se } \bar{x}_A^t < s + s' \end{cases}$$

onde  $m \triangleq d^t - u^t(x_A^t, x_N^{t-1})$

Prova:

$$P[rr' | ss'] = P[x_A^{t+1} = r, x_N^{t+1} = r', x_A^t = s, x_N^t = s'] /$$

$$P[x_A^t = s, x_N^t = s']$$

$$= P[x_N^{t+1} = r' | x_A^t = s, x_N^t = s'] P[x_A^{t+1} = r | x_N^{t+1} = r', x_A^t = s, x_N^t = s']$$

$$= P[x_N^{t+1} = r' | x_N^t = s'] P[x_A^{t+1} = r | x_A^t = s, x_N^t = s']$$

$$= \lambda_{r's'} P[x_A^{t+1} = r | x_A^t = s, x_N^t = s'] \quad (2.3)$$

Dado que é conhecida a política de operação do reservatório, existe uma energia que deve ser satisfeita e é expressa por  $d^t - u^t(x_A^t, x_N^{t-1})$  onde  $u^t$  corresponde a decisão ótima

ma dada pela P.D.E. conhecida. Logo  $\delta_{r_w}$  s̃o ser̃a igual a um se  $r = w$ , ou seja, quando a Eq.(2.2) for satisfeita para os valores de  $x_A$  e  $x_N$  definidos na Eq.(2.4).

Proposiç̃ao 2.5

$$P[x_A^t = r] = \sum_{r'} P[x_A^t = r, x_N^t = r']$$

Prova: Vem da definiç̃ao conhecida de funç̃ao densidade marginal de uma VA discreta.

### CAPÍTULO III

#### DETERMINAÇÃO DA PROBABILIDADE DA PERDA DE CARGA

##### 3.1 - INTRODUÇÃO

O modelo usado neste capítulo não representa o sistema de energia elétrica em sua totalidade. Somente as usinas de geração térmica e hidráulica são incluídas e o resto do sistema é suposto perfeitamente confiável. Isto é, supõe-se que a rede de transmissão é capaz de suprir energia de qualquer configuração de geração a qualquer configuração de carga. Portanto, o sistema está operando satisfatoriamente se existe suficiente geração disponível para satisfazer a demanda de potência. Assim o critério para julgar a confiabilidade do sistema a qualquer momento é se a potência gerada iguala ou excede a solicitação das cargas.

A quantidade básica a ser determinada é a quantidade de reserva instalada no sistema que seja não igual mas superior ao requisito de ponta, de tal forma que se tenha o risco de não atender a demanda, em qualquer instante, abaixo de um determinado nível. No cálculo desta reserva a quantidade de geração disponível é comparada com a demanda de carga. Desta forma são necessários dois modelos matemáticos, um para o sistema de geração e o outro para as variações da demanda de carga no sistema. Por sua vez, o modelo de geração deve levar em conta, no

caso das usinas hidroelétricas, tanto a perda de capacidade de geração devida a saída forçada de unidades como a perda de potência nos reservatórios devido ao *deplecionamento*. O *deplecionamento* dos reservatórios depende por sua vez das afluências de natureza probabilística e da política de operação que visa, como se viu no Capítulo II, minimizar o custo da operação e o risco de déficit. Para levar em conta estes aspectos, o modelo da capacidade de geração hidráulica descreve um sistema equivalente para determinar a influência das afluências naturais no sistema de geração dada pela função densidade de probabilidade da energia armazenada. A política de operação das usinas é caracterizadas pelas curvas de parametrização em função do parâmetro  $\mu$ . Tanto a probabilidade de perda de carga (LOLP) como as potências máximas das usinas hidroelétricas podem ser expressas em função deste parâmetro  $\mu$ . Logo o modelo de dois estados está bem determinado uma vez que são conhecidas essas relações.

O objetivo deste capítulo é definir os modelos empregados para determinar a probabilidade de perda de carga assim como descrever os aspectos computacionais de sua implementação. Na Seção 3.2 apresenta-se o conceito de LOLP, na Seção 3.3 é considerada a incerteza na previsão da demanda de carga. A Seção 3.4 trata da modelagem da capacidade de geração hidroelétrica e a Seção 3.5 trata do modelo do sistema em sua totalidade. Finalmente, a Seção 3.6 trata dos aspectos computacionais do método como também fornece um diagrama de fluxo do mesmo.

### 3.2 - PROBABILIDADE DE PERDA CARGA

#### Definição 3.1: Função Densidade da Capacidade de Geração

Seja  $C_i$  uma variável aleatória (VA) representando a capacidade de geração disponível na usina  $i$  e com função densidade de probabilidade (f.d.p.) definida como:

$$f_{C_i}(c_i) \triangleq \begin{cases} \bar{A}_i & ; c_i = 0 \\ A_i & ; c_i = \bar{p}_i \\ 0 & ; \text{qualquer outro valor} \end{cases} \quad (3.1)$$

onde:

$\bar{A}_i$  e  $A_i$  são a indisponibilidade e disponibilidade, respectivamente da usina  $i$  definidas como:

$$\bar{A} \triangleq \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}}, \quad A \triangleq \frac{\hat{\mu}}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}} \quad (3.2)$$

sendo  $\bar{p}_i$  a potência máxima da usina  $i$ ,  $\hat{\lambda}$  a taxa de defeito e  $\hat{\mu}$  a taxa de reparo.

É suposto que as usinas seguem um modelo a dois estados que consiste em períodos alternativos em que as mesmas estão funcionando ou em reparo (ver Apêndice B).

Proposição 3.1: Se as VA's  $C_i$  em um sistema com  $I$  usinas são independentes então a f.d.p. da função

$$C = \sum_i C_i \quad (3.3)$$

é obtida pela convolução das  $i$  funções de densidade das VA's  $C_i$ .

Prova: Seja  $f_C^i$  a f.d.p. resultante da convolução das  $i$  primeiras f.d.p. das VA's  $C_i$  e seja

$$f_C^1(x) \triangleq f_{C_1}(x) \quad (3.4)$$

Então:

$$f_C^i(c) = \sum_{c_i} f_C^{i-1}(c-c_i) f_{C_i}(c_i) \quad i = 2, \dots, I \quad (3.5)$$

também

$$f_C(x) = f_C^I(c) \quad (3.6)$$

mas pela definição da f.d.p. da VA  $c_i$

$$f_C^i(c) = f_C^{i-1}(c-0) f_{C_i}(0) + f_C^{i-1}(c-c_i) f_{C_i}(c_i) \quad (3.7)$$

ou

$$f_C^i(c) = f_C^{i-1}(c) \bar{A}_i + f_C^{i-1}(c-c_i) A_i \quad (3.8)$$



Definição 3.2 Da Cunha [8]: Função Densidade da Demanda de Carga:

Seja  $L$  uma VA representando a demanda de potência ou de carga e com f.d.p. definida como

$$f_L(l) \triangleq \begin{cases} \frac{1}{N} ; l = l_1, l_2, \dots, l_N \\ 0 ; \text{qualquer outro valor} \end{cases} \quad (3.9)$$

Esta definição pode ser interpretada da seguinte forma. A curva de carga num certo período de tempo  $T$  pode ser representada pela curva de permanência na carga (Figura 3.1).

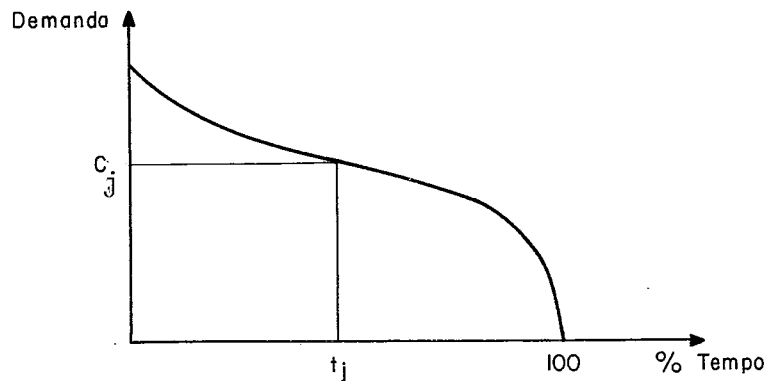


Figura 3.1 - Curva de permanência na carga

onde  $c_j$  é uma determinada capacidade e  $t_j$  a percentagem do tempo que a carga  $L$  excede  $c_j$ . Fazendo-se uma troca de eixos na curva de carga obtem-se a função complementar da função distribuição de probabilidade (FDP) da demanda de carga. Como em geral

esta função não possui uma expressão analítica simples ela é discretizada em intervalos equiprováveis obtendo-se uma função densidade de probabilidade (f.d.p.) discreta (Figura 3.2) da demanda de potência

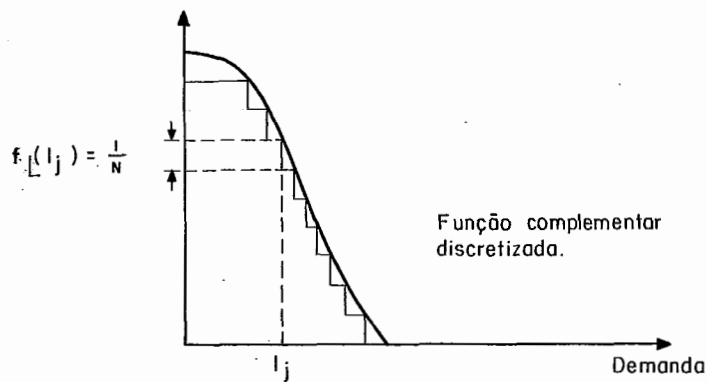


Figura 3.2 - Demanda, função complementar discretizada

Definição 3.3: Probabilidade da Perda de Carga: Dadas as VA's  $L$ , demanda de potência e  $C$ , capacidade de geração disponível, a probabilidade de perda de carga (LOLP) é definida por:

$$\text{LOLP} \triangleq P[C - L < 0] = P[C < L] \quad (3.10)$$

Proposição 3.2: Gambirasio [11], Endrenyi [10]

$$\text{LOLP} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N F_C(l_j) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N P[C < l_j] \quad (3.11)$$

Prova: Seja

$$\begin{aligned}
 P[C - L < x] &= \sum_{c-\ell < x} \sum_{\ell} f_C(c) f_L(\ell) \\
 &= \sum_{\ell} f_L(\ell) F_C(x + \ell)
 \end{aligned}$$

ou quando  $x = 0$

$$P[C - L < 0] = \sum_{\ell} f_L(\ell) F_C(\ell)$$

mas pela definição de  $f_L(\cdot)$

$$P[C - L < 0] = \frac{1}{N} \sum F_C(\ell) = \frac{1}{N} \sum P[C < \ell] \hat{=} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N P[C < \ell_j]$$

### 3.3 - INCERTEZA NA DEMANDA DE CARGA, Endrenyi [10]

No cálculo de  $\ell_j$  como no de  $\bar{A}_i$  supõe-se que estes valores são conhecidos precisamente. Entretanto, eles têm uma considerável incerteza em suas determinações. Assim, a demanda  $\ell_j$  é prevista e tem portanto uma incerteza associada ao método de previsão. Também as indisponibilidades são frequentemente de terminadas por estatísticas insuficientes.

O resultado é que a LOLP torna-se uma variável aleatória que será caracterizada pelo seu valor esperado e variância. Incertezas na previsão da demanda transformam cada valor equiprovável  $\ell_j$  em uma variável aleatória que afeta a

$P[C < \ell_k]$  e portanto o valor da LOLP. No desenvolvimento seguinte supõe-se que não existe incerteza nas indisponibilidades mas somente na demanda de potência. Seja  $\ell_j$  uma VA associada ao  $j$ -ésimo ponto da curva de permanência de carga discretizada cuja f.d.p. é expressa por:

$$f_{\ell_j}(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P[x \leq \ell_j \leq x + \Delta x]}{\Delta x} \quad (3.12)$$

Proposição 3.3: Se as VA's  $\ell_j$  são independentes então

$$E[LOLP] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \int_0^{\infty} P[C < \xi] f_{\ell_j}(\xi) d\xi \quad (3.13)$$

e

$$\text{Var}[LOLP] = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \int_0^{\infty} P[C < \xi]^2 f_{\ell_j}(\xi) d\xi +$$

$$\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^N \left\{ \int_0^{\infty} P[C < \xi] f_{\ell_i}(\xi) d\xi \right\} \left\{ \int_0^{\infty} P[C < \xi] f_{\ell_m}(\xi) d\xi \right\} - E[LOLP]^2 \quad (3.14)$$

Prova: Wang [29]: Da definição de Valor Esperado:

$$E[LOLP] = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N F_C(\xi_j) \right\} f_{\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_N}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) d\xi_1, d\xi_2, \dots, d\xi_N$$

Dado que  $f_{l_1, l_2, \dots, l_N}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) = f_{l_1}(\xi_1) \cdot f_{l_2}(\xi_2) \cdot \dots \cdot f_{l_N}(\xi_N)$

quando as VA's  $l_j$  são independentes

$$E|LOLP| = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \int_0^{\infty} F_C(\xi) f_{l_j}(\xi) d\xi$$

A expressão para a variância vem da relação:

$$\text{Var}[x] = E[x^2] - E[x]^2$$

### 3.4 - CAPACIDADE DE GERAÇÃO DAS USINAS HIDROELÉTRICAS

Como foi visto no Capítulo II, as potências  $\hat{p}_i$  das usinas hidráulicas com reservatório, dada uma política de operação, dependem da hidrologia. Entretanto, quando consideramos o sistema hidroelétrico representado como um reservatório equivalente é possível descrever o sistema pela sua energia armazenada para cada valor do parâmetro  $\mu$ .

Na metodologia descrita no Capítulo II mostra-se que é possível obter uma f.d.p. da energia armazenada, que indica a probabilidade do sistema estar em um determinado nível de energia, dada uma política de operação das usinas térmicas e hidráulicas e uma hidrologia. A hidrologia é descrita pelas f.d.p. condicionais da energia natural para cada período do planejamento. Desta maneira sabe-se que a potência nas usinas hidráulicas, quando se despreza o nível do canal de fuga, é função da cota do reservatório. Portanto, as seguintes afirmações são

verdadeiras, Eletrobrás |<sup>9</sup> |.

Proposição 3.4: Dada uma parametrização  $\lambda_i = f_i(\mu)$  com as funções  $f_i$  definidas como na Seção 2.2. A potência máxima que uma usina hidráulica pode fornecer é

$$\bar{p}_i = f(\mu)$$

Prova: A vazão máxima numa usina está limitada pela capacidade do gerador ou pela capacidade das turbinas. No caso da potência ser limitada pela capacidade do gerador, a potência máxima que ela pode fornecer será a potência efetiva dos geradores  $\tilde{p}_i$ . Similarmente a potência máxima que uma usina pode fornecer quando ela está limitada pela turbina dependerá exclusivamente da vazão das turbinas. Esta vazão vai depender da classe de turbina, assim: A vazão máxima no caso das turbinas ser do tipo Francis ou Pelton é

$$\bar{q}_i = \sqrt{\frac{h_i}{\hat{h}_i}} \hat{q}_i$$

onde  $\hat{h}_i$  e  $\hat{q}_i$  são a altura líquida de referência e a vazão máxima da turbina quando a altura máxima de queda é  $\hat{h}_i$ , respectivamente. Portanto,

$$\bar{p}_i = \min\{\tilde{p}_i, 10^{-3} g \eta_i h_i \sqrt{\frac{h_i}{\hat{h}_i}} \hat{q}_i\}$$

Quando as turbinas são do tipo Kaplan então

$$\bar{q}_i = \hat{q}_i$$

e portanto

$$\bar{p}_i = \min\{\hat{p}_i, 10^{-3} g n_i h_i \bar{q}_i\}$$

Foi demonstrado que (ver Apêndice A):

$$h_i = \sum_{j=0}^4 \hat{c}_{ij} \mu^j$$

Então substituindo nas expressões anteriores, estas ficam para turbinas do tipo Francis ou Pelton:

$$\bar{p}_i = \min\{\hat{p}_i, 10^{-3} g n_i \frac{\bar{q}_i}{h_i^{1/2}} \left( \sum_{j=0}^4 \hat{c}_{ij} \mu^j \right)^{3/2}\} \quad (3.15)$$

e para as turbinas do tipo Kaplan:

$$\bar{p}_i = \min\{\hat{p}_i, 10^{-3} g n_i \bar{q}_i \left( \sum_{j=0}^4 \hat{c}_{ij} \mu^j \right)\} \quad (3.16)$$

Então decorre que

$$\bar{p}_i = f(\mu)$$

nos dois casos.

Usando as potências  $\bar{p}_i$  como definidas pelas expressões anteriores o modelo a dois estados pode ser admitido com a

f.d.p. já definida pela Eq. (3.1). Para cada valor do parâmetro  $\mu$  então se tem uma  $f_C(\cdot)$  que denominaremos de  $f_{CH}$  sendo que a  $f_C(\cdot)$  para as usinas térmicas será representada por  $f_{CT}$ ,

A f.d.p. conjunta será dada pela convolução das duas funções, isto é, Healy [13]:

$$f_C(x) = \sum_{k=m}^M f_{CH}(k) f_{CT}(x - k) \quad (3.17)$$

onde

$$m = \max\{0, x - I_T\},$$

$$M = \min\{I_H, x\}$$

e  $I_H$ ,  $I_T$  são o número de elementos das f.d.p. das VA CH e CT.

Na próxima seção o LOLP é redefinido levando em conta o parâmetro  $\mu$  como sendo uma VA que descreve a capacidade de geração das usinas hidráulicas.

### 3.5 - PROBABILIDADE DA PERDA DE CARGA NUM SISTEMA TERMOHIDROELÉTRICO

Definição 3.4: Probabilidade da Perda de Carga (LOLP): A LOLP é uma função das variáveis aleatórias  $\mu$ ,  $l_1, \dots, l_N$  estado do sistema e incertezas na previsão da carga.



$$\text{LOLP} \triangleq g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) \quad (3.18)$$

Proposição 3.5: Considerando  $\mu, \ell_1, \dots, \ell_N$  v.a. independentes e condicionalmente independentes, então:

$$E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) | \mu] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} F_C(\xi) f_{\ell_k}(\xi) d\xi \quad (3.19)$$

Prova: Em geral

$$E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) | \mu] = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) f(\ell_1, \dots, \ell_N | \mu) d\ell_1 \dots d\ell_N$$

onde  $f(\ell_1, \dots, \ell_N | \mu)$  é o f.d.p. condicionada a  $\mu$ , Papoulis [22].

Admitindo que  $\ell_1, \dots, \ell_N$  são independentes dado  $\mu$ , Papoulis [22] pág. 238)

$$f(\ell_1, \dots, \ell_N | \mu) = f(\ell_1 | \mu) f(\ell_2 | \mu) \dots f(\ell_N | \mu)$$

portanto admite-se que as VA's são condicionalmente independentes. Logo,

$$E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) | \mu] = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) f(\ell_1 | \mu) \dots f(\ell_N | \mu) d\ell_1 \dots d\ell_N$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} f_C(\xi) f_{\ell_k | \mu}(\xi) d\xi$$

Esta pela Eq. (3.18). Mas como  $l_1, \dots, l_N, \mu$  são independentes  $f(l_k | \mu) = f(l_k)$  e

$$E[g(\mu, l_1, \dots, l_N) | \mu] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} F_C(\xi) f_{l_k}(\xi) d\xi$$

Proposição 3.6:

$$\begin{aligned} \text{Var}[g(\mu, l_1, \dots, l_N) | \mu] &= \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} F_C(\xi)^2 f_{l_k}(\xi) d\xi + \\ &+ \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \left\{ \int_0^{\infty} F_C(\xi) f_{l_i}(\xi) d\xi \right\} \left\{ \int_0^{\infty} F_C(\xi) f_{l_j}(\xi) d\xi \right\} - \\ &- \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} F_C(\xi) f_{l_k}(\xi) d\xi \right\}^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Prova: Vem como consequência da proposição anterior.

Proposição 3.7:

$$E[E[g(\mu, l_1, \dots, l_N) | \mu]] = E[g(\mu, l_1, \dots, l_N)]$$

Prova: O valor esperado condicional  $E[g(\mu, l_1, \dots, l_N) | \mu]$  é uma função da VA  $\mu$  e portanto

$$\begin{aligned} E[E[g(\mu, l_1, l_2, \dots, l_N) | \mu]] &= \int_0^{\infty} E[g(\mu, l_1, \dots, l_N) | \mu = \xi] f_{\mu}(\xi) d\xi \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} g(\mu, l_1, \dots, l_N) f(\mu, l_1, \dots, l_N | \mu) f(\mu) d\mu, dl_1 \dots dl_N \end{aligned} \quad (3.21)$$

Mas

$$f(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N | \mu) = \frac{f(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)}{f(\mu)}$$

$$\begin{aligned} E[E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) | \mu]] &= \int_0^\infty \dots \int_0^\infty g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) f(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) \\ &\quad d\mu, d\ell_1, \dots \\ &= E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)] \end{aligned}$$

Proposição 3.8:

$$\begin{aligned} \text{Var}[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)] &= \int_0^\infty f_\mu(\xi) \{E[(g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N | \mu))^2]\} d\xi - \\ &- E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)^2] \end{aligned} \quad (3.22)$$

Prova: Em geral, Patton et al |<sup>25</sup>|

$$\text{Var}[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)] = E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)^2] - E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)]^2$$

Mas

$$\begin{aligned} E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)^2] &= \int_0^\infty \int_0^\infty \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N F_C(\xi_i) F_C(\xi_j) f_\mu(\xi) f_{\ell_1}(\xi_1) \dots \\ &\dots f_{\ell_N}(\xi_N) d\xi \cdot d\xi_1, \dots, d\xi_N = \\ &= \int_0^\infty f_\mu(\xi) \left\{ \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N F_C(\xi_i) F_C(\xi_j) f_{\ell_1}(\xi_1) \dots f_{\ell_N}(\xi_N) d\xi_1 \dots d\xi_N \right\} d\xi \\ &= \int_0^\infty f_\mu(\xi) \{E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N | \mu)^2]\} d\xi \end{aligned}$$

Assim

$$\text{Var}[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)] = \int_0^\infty f_\mu(\xi) \{E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N | \mu)^2]\} d\xi - E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N)]^2$$

Pode-se ver que uma vez definida a f.d.p. da VA  $\mu$  tanto o valor esperado como a variância da LOLP estarão determinadas.

No entanto, no Capítulo II vimos que é possível encontrar uma f.d.p. da energia armazenada no sistema,  $f_x(\cdot)$ . Como a VA  $x$  é uma função de  $\mu$  a f.d.p. de  $\mu$  pode ser obtida.

Proposição 3.9: A f.d.p. da VA  $\mu$  é dada por, Mendenhalli et al<sup>[21]</sup>:

$$f_\mu(\mu) = f_{x_A}(h^{-1}(\mu)) \cdot \left| \frac{dx_A}{d\mu} \right| \quad (3.23)$$

onde  $f_{x_A}$  é a f.d.p. da energia armazenada  $x_A$  que é relacionada a  $\mu$  como segue.

$$x_A = \sum_{j=1}^6 \hat{a}_j \mu^j = h^{-1}(\mu)$$

Prova: É uma consequência da definição de f.d.p. de uma função de variável aleatória.

Na seção seguinte serão tratados os aspectos computacionais referentes a implementação dos assuntos abordados nas Seções 3.2 a 3.5.

### 3.6 - ASPECTOS COMPUTACIONAIS

#### 3.6.1 - Função de Densidade da Variável Aleatória C, Capacidade de Geração

Na construção da f.d.p. da Eq. (3.3) é aconselhável ter-se esta densidade definida a intervalos regulares  $\Delta c$ . Desta maneira as capacidades tais que

$$i \Delta c < c \leq (i + 1) \Delta c \quad i = 1, \dots, I$$

serão consideradas combinações convexas de  $i \Delta c$  e  $(i + 1) \Delta c$ , Billinton <sup>[6]</sup>, Da Cunha <sup>[8]</sup>, assim

$$c = \alpha_c i \Delta c + (1 - \alpha_c) (i + 1) \Delta c$$

e

$$\alpha_c = \frac{(i + 1) \Delta c - c}{\Delta c}$$

Podemos então definir a f.d.p. da Eq. (3.8) como sendo

$$f_C(i \Delta c) = \sum_{\pi} \alpha_{\xi} f_C(\xi) + \sum_{\uparrow} (1 - \alpha_{\xi}) f_C(\xi)$$

onde

$$\Pi = \{\xi \mid i \Delta c \leq \xi < (i + 1) \Delta c\}$$

e

$$\widehat{\Pi} = \{\xi \mid (i - 1) \Delta c < \xi \leq i \Delta c\}$$

### 3.6.2 - Valor Esperado e Variância Condicionados da Perda de Carga, Manzoni et al [20], Wang [29]

Definindo o vetor

$$\underline{\phi} \triangleq (\phi_{i1}, \dots, \phi_{iM_i})^T \text{ para todo } i = 1, \dots, N$$

onde o  $i$ -ésimo elemento do qual contém a probabilidade

$$\phi_{ij} = P[C < j \Delta c] = \sum_{k \leq j} f_C(k \Delta c)$$

com  $M_i$  tal que

$$(M_i - 1) \Delta c < c_{0i} \leq M_i \Delta c$$

Sendo  $c_{0i}$  a capacidade total despachada para o intervalo  $i$ .

Definindo também o vetor

$$\underline{\psi} = (\psi_{i1}, \psi_{i2}, \dots)$$

onde

$$\psi_{ij} \triangleq \int_{w_{j-1}}^{w_j} f_{\ell_i}(\xi) d\xi = P[w_{j-1} < \ell_i < w_j]$$

sendo  $w_j$  o nível de carga correspondente a probabilidade de se ter uma capacidade disponível constante.

Considerando que a função  $F_C(\xi)$  é monotonica crescente a intervalos regulares  $\Delta c$ , então

$$E[g(\mu, \ell_1, \ell_N) | \mu] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \int_0^{\infty} F_C(\xi) f_{\ell_k}(\xi) d\xi =$$

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{\infty} P[(i-1) \Delta c < \ell_k < i \Delta c] \cdot P[C < i \Delta c] =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{\infty} \psi_{ki} \phi_{ki}$$

e

$$\text{Var}[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) | \mu] = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{\infty} \psi_{ik} \phi_{ik}^2$$

$$+ \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\eta=1}^{\infty} \psi_{ik} \psi_{jn} \phi_{ik} \phi_{jn} - E[g(\mu, \ell_1, \dots, \ell_N) | \mu]^2$$

Considerando-se que as demandas em cada intervalo equiprovável, Eq. (3.9) é descrita por uma f.d.p. normal com valor esperado variância conhecido,  $\hat{\mu}_i$  e  $\hat{\sigma}_i^2$ , então:

$$\psi_{ij} = \int_{w_{j-1}}^{w_j} f_{\ell_i}(\xi) d\xi = \text{erf} \frac{w_j - \hat{\mu}_i}{\hat{\sigma}_i} - \text{erf} \frac{w_{j-1} - \hat{\mu}_i}{\hat{\sigma}_i}$$

Desta maneira tanto o valor esperado como a variância da LOLP podem ser facilmente implementados em computador.

### 3.6.3 - Função Densidade de Probabilidade Variável Aleatória $\mu$

Na Proposição 3.9 foi demonstrado que a f.d.p. da VA  $\mu$  pode ser obtida pela Eq. (3.23). Isto pressupõe em primeiro lugar que a VA  $\mu$  é contínua, dado que a f.d.p. da energia armazenada calculada segundo o método do Capítulo II é discreta supõe-se que se pode ajustar uma f.d.p. nesta função discreta. A curva que melhor ajusta esta densidade é a f.d.p. Weibull definida como Green et al [12]:

$$f_X(x) \triangleq \frac{\beta}{x} \frac{x^\beta}{\lambda^\beta} \exp. \left[ - \left( \frac{x}{\lambda} \right)^\beta \right]$$

com

$$x \geq 0, \beta > 0, \lambda > 0$$

Quando esta f.d.p. é substituída na Eq. (3.23), a f.d.p. obtida é de difícil implementação, pois a expressão da energia armazenada sendo função de  $\mu$  requer uma linearização para obter-se uma f.d.p. mais simples.

A curva é linearizada através de um processo itera



tivo, Heck et al [14] por meio do qual são calculados os pontos  $x$  do intervalo  $[a, b]$  onde o Teorema do valor médio se verifica, Thomas [28], como se vê na Figura 3.3.

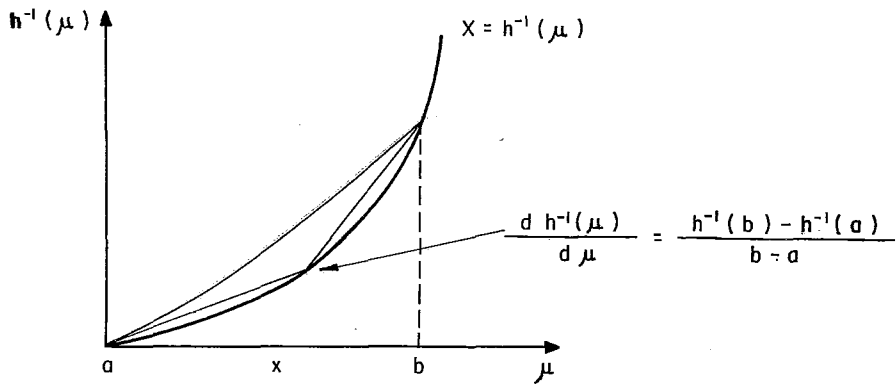


Figura 3.3 - Método de linearização

A energia armazenada será dada por:

$$x = m_j \mu - b_j \quad \mu_j \leq \mu < \mu_{j+1}$$

onde  $m_j$  e  $b_j$  são o coeficiente angular e a interseção dos segmentos de linearização da curva no intervalo  $[\mu_j, \mu_{j+1}]$ , respectivamente. De acordo com o Apêndice C.

$$\begin{aligned}
 P[\mu_j \leq \mu \leq \mu_{j+1}] &= \exp\left[-\left(\frac{\mu_j m_j - b_j}{\lambda}\right)\beta\right] \\
 &- \exp\left[-\left(\frac{\mu_{j+1} m_j - b_j}{\lambda}\right)\beta\right]
 \end{aligned}$$

Representando estas probabilidades por  $\theta_i$  então

$$E[g(\mu, l_1, \dots, l_N)] = \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i E[g(\mu, l_1, \dots, l_N | \mu = \xi_i)]$$

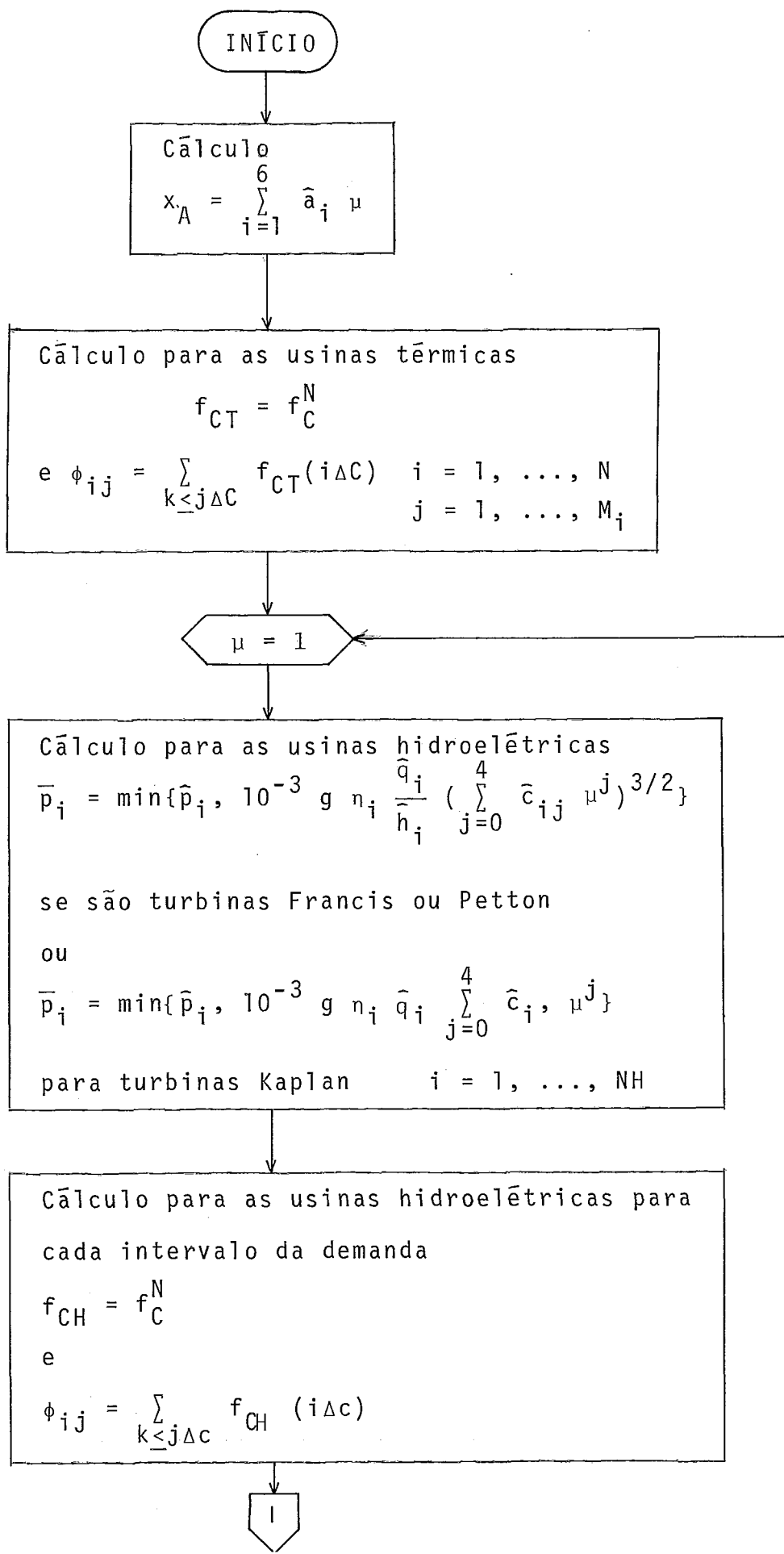
e

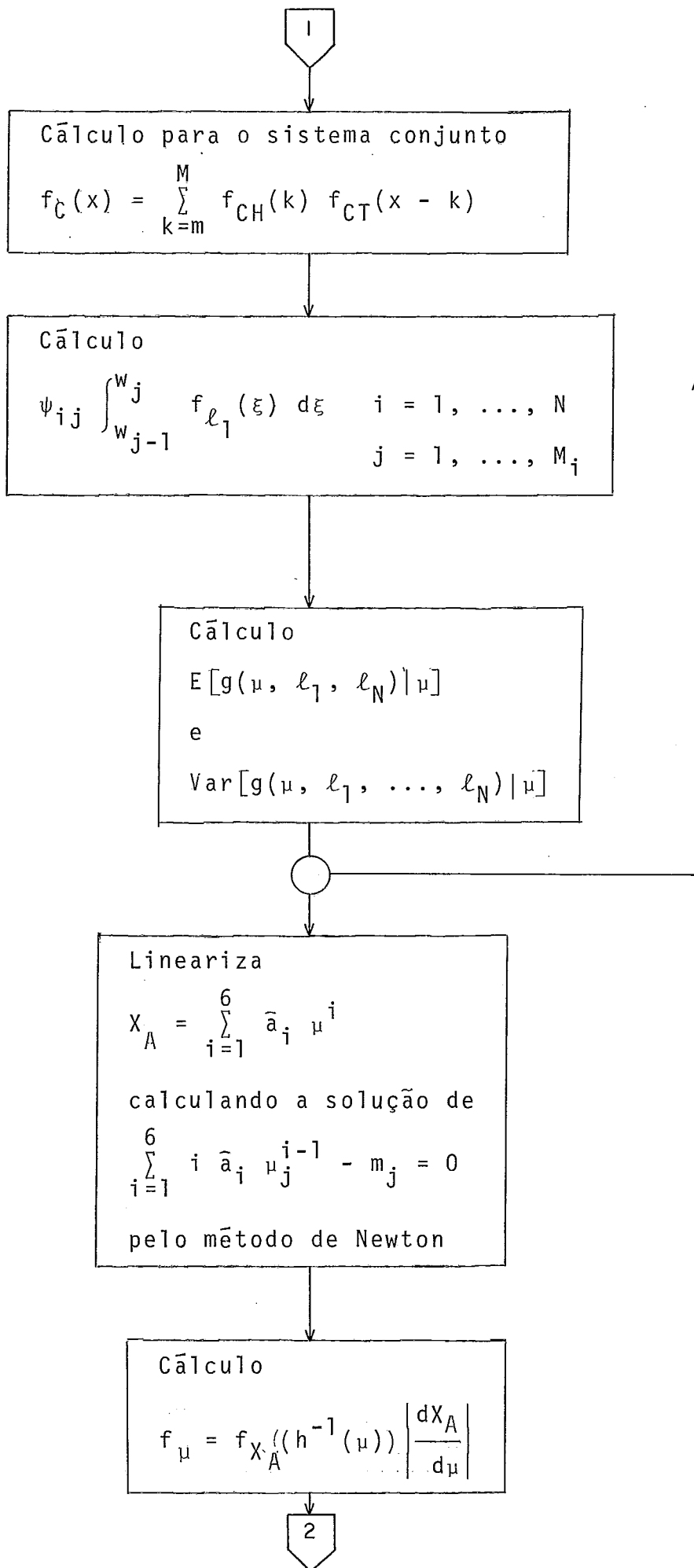
$$\xi_i = \frac{\mu_{i+1} - \mu_i}{2}$$

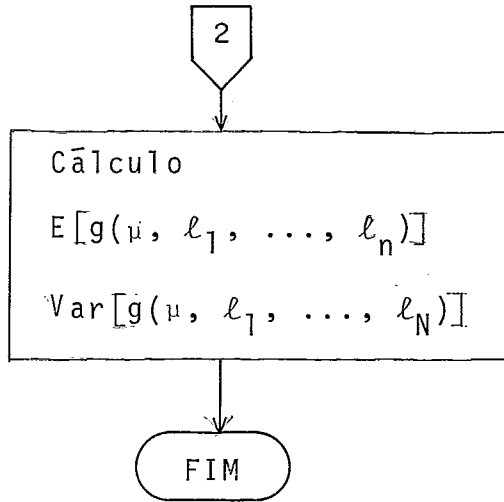
Também,

$$\begin{aligned} \text{Var}[g(\mu, l_1, \dots, l_N)] &= \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i E[g(\mu, l_1, \dots, l_N | \mu = \xi_i)^2] - \\ &- E[g(\mu, l_1, \dots, l_N)]^2 \end{aligned}$$

A seguir é apresentado um diagrama de fluxo da implementação tratada nesta seção.







## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS COMPUTACIONAIS

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo serão apresentados os resultados obtidos da aplicação do método estudado a dois sistemas teste, um hipotético e outro real, o sistema sudeste do Brasil. Será feita também uma análise de sensibilidade do sistema teste a variação de vários parâmetros do modelo proposto. Finalmente serão discutidos os resultados obtidos.

#### 4.2 - SISTEMA TESTE HIPOTÉTICO

Trata-se de um sistema formado por 3 usinas hidroelétricas com reservatório em cascata. Na Tabela 4.1 estão representadas as características destas usinas. Assim como a Tabela 4.2 fornece os dados relativos às características das usinas térmicas. A percentagem da capacidade total de geração das usinas térmicas é 10%. Trata-se então de um sistema no qual a geração hidroelétrica é 90% do total, tipicamente um sistema de energia limitada.

Os dados da curva de duração da carga estão representados na Tabela 4.3 em percentagem do pico de carga. Esta curva é uma curva mensal com fator de carga igual a 0,65.

A função de distribuição de probabilidades da energia armazenada é vista na Fig. 4.1 e corresponde a uma distribuição mensal.

A política de esvaziamento dos reservatórios das usinas hidroelétricas esta dada pela funções de parametrização, considerando-se três políticas cujas funções de parametrização são mostradas na Fig. 4.2. Estas curvas correspondem a uma política arbitrária, a uma política onde os reservatórios são operados em paralelo, isto é, a percentagem do volume total turbinado em cada usina é igual em todas elas e uma outra política que corresponde a operar os reservatórios segundo as curvas guias superior e inferior dos reservatórios.

#### 4.3 - RESULTADOS DO SISTEMA TESTE HIPOTÉTICO E DISCUSSÃO

Tendo em vista o fluxograma proposto no Capítulo III foi desenvolvido um programa de computador escrito em linguagem FORTRAN. Para este sistema teste o tempo gasto para se obter o valor esperado e a variância da LOLP foi aproximadamente 30 segundos num computador Burroughs 6700.

A seguir são apresentados os resultados referentes a variação de alguns dos parâmetros do modelo do sistema teste hipotético.

Tabela 4.1 - Características das usinas hidroelétricas do sistema teste hipotético

USINA	POTEN- CIA  Mw	VAZÃO DE RE- FERÊN- CIA	COTA DE REFERÊN- CIA  m	RENDI- MENTO	TIPO DE TURBINA	TAXA DE DEFEITO	Nº DE UNIDADES	VOLUME MÁXIMO  m <sup>3</sup>	COEFICIENTES DA CURVA COTA-VOLUME $\bar{a}_0$ $\bar{a}_1$ $\bar{a}_2$
A	50,0	203,0	26,3	0,86	Francis	0,01	1	792,0	9,42   3,70-1,77x 10 <sup>-3</sup>
B	1200,0	1687,0	86,9	0,85	Kaplan	0,05	3	23000,0	66,0   1,96x10 <sup>-3</sup> -3,35x10 <sup>-8</sup>
C	400,0	1394,0	39,2	0,85	Kaplan	0,04	4	4080,0	19,4   8,40x10 <sup>-3</sup> -5,93x10 <sup>-7</sup>

Tabela 4.2 - Características das usinas térmicas do sistema teste hipotético

USINA	POTENCIA  Mw	TAXA DE DEFEITO	Nº DE UNIDADES
A	40	0,04	3
B	80	0,04	1



Tabela 4.3 - Curva de duração de carga para o sistema teste

INTERVALO EQUIPROVÁVEL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
% do pico de carga	100	85	78	72	67	62	55	50	45	38

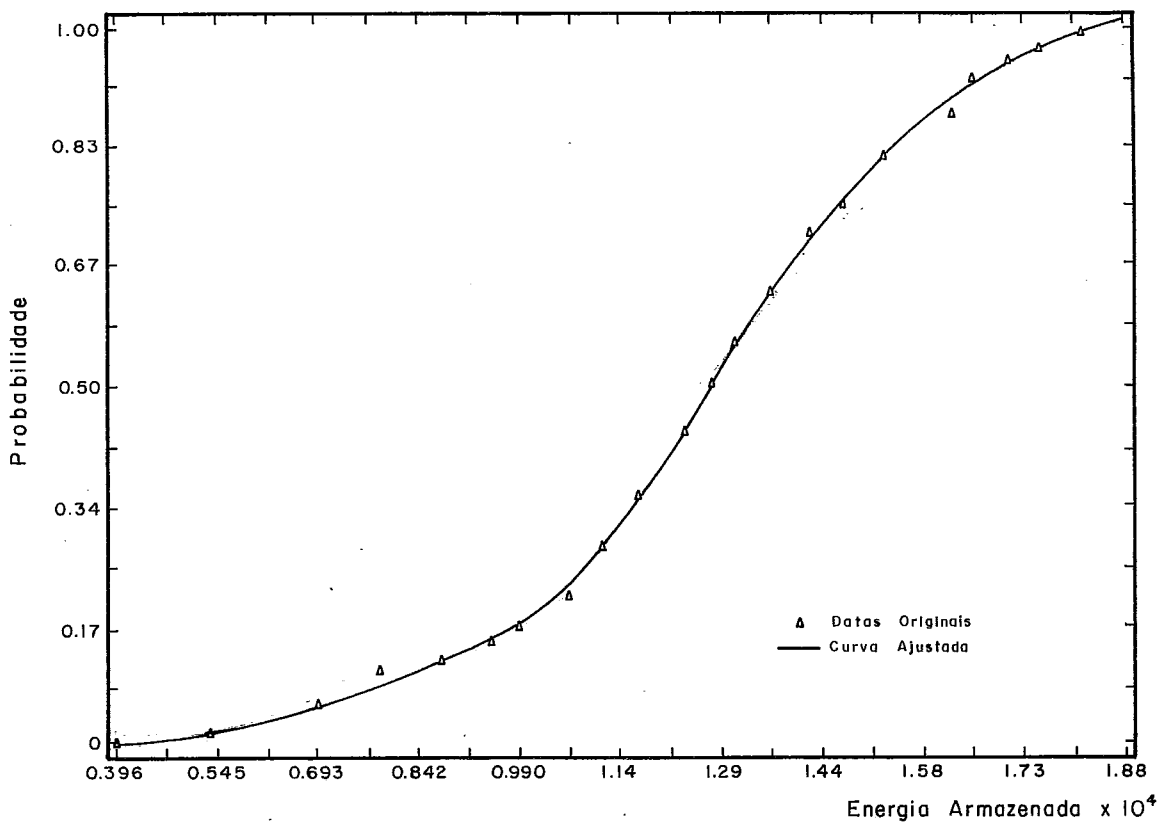


Figura 4.1 - Função de distribuição de probabilidade da energia armazenada mensal, Pereira [26]

#### 4.3.1 - Influência da Reserva de Geração do Sistema no Valor do $E[LOLP]$ e $Var[LOLP]$

Considerando fixas a política de operação dos reservatórios e os desvios padrões da previsão da carga, tem-se os resultados da Tabela 4.4.

Como se pode observar, tanto o  $E[LOLP]$  como a  $Var[LOLP]$  diminuem rapidamente com o aumento da reserva. O comportamento é semelhante se for considerado um outro valor do desvio padrão na previsão de carga. Deve-se anotar que os valores da  $E[LOLP]$  e  $Var[LOLP]$  estão dados em percentagem do tempo de estudo ou seja com percentagem de um mês.

#### 4.3.2 - Influência do Valor do Desvio Padrão da Previsão de Demanda no $E[LOLP]$ e $Var[LOLP]$

Como foi visto no Capítulo III, os intervalos equiprováveis da curva de duração da carga são considerados como tendo uma distribuição normal. Os desvios padrões no entanto devem ser pequenos em comparação ao valor esperado para justificar esta aproximação. Neste estudo são considerados desvios padrões com valores de 2% e 5%, do valor esperado. Os resultados considerando-se fixas a política de esvaziamento e a reserva de carga, estão representados na Tabela 4.4.

Pode-se observar que o efeito do valor do desvio padrão nos valores de  $E[LOLP]$  e  $Var[LOLP]$  é mínimo, observan-

do-se uma diferença de aproximadamente 1%.

#### 4.3.3 - Influência da Política de Esvaziamento dos Reservatórios no Valor do $E[LOLP]$ e na $Var[LOLP]$

Pode-se observar o comportamento do valor esperado da LOLP e de sua variância quando se varia a política de esvaziamento dos reservatórios, mantendo fixa a reserva de geração do sistema e o desvio padrão na previsão da demanda.

Os resultados obtidos estão representados na Tabela 4.4.

Também a variação do valor esperado da LOLP condicionada ao parâmetro  $\mu$  para uma reserva de 30% e um desvio padrão de 2%, é mostrado na Figura 4.3.

Os resultados mostram que o valor da  $E[LOLP]$  é muito sensível à variação da política de esvaziamento. Em todos os casos a política que leva em conta as curvas guias como critério de esvaziamento e aquela que dá o menor valor de  $E[LOLP]$ . Este valor está próximo daquele calculado considerando uma operação em paralelo dos reservatórios.

Tabela 4.4 - Resultados obtidos para o sistema teste hipotético

RESERVA	ÍNDICE	DESVIO PADRÃO	POLÍTICA DE ESVAZIAMENTO		
			ARBITRÁRIA	0. PARALELO	CURVAS GUIAS
20%	E [LOLP]	2%	0,002094	0,001661	0,001579
		5%	0,002129	0,001686	0,001603
	Var [LOLP]	2%	$0,68 \times 10^{-6}$	$0,30 \times 10^{-6}$	$0,23 \times 10^{-6}$
		5%	$0,75 \times 10^{-6}$	$0,37 \times 10^{-6}$	$0,29 \times 10^{-6}$
30%	E [LOLP]	2%	0,001084	0,000742	0,000680
		5%	0,001097	0,000766	0,000705
	Var [LOLP]	2%	$0,43 \times 10^{-6}$	$0,20 \times 10^{-6}$	$0,15 \times 10^{-6}$
		5%	$0,43 \times 10^{-6}$	$0,21 \times 10^{-6}$	$0,16 \times 10^{-6}$

#### 4.3.4 - Influência da Política de Esvaziamento dos Reservatórios no Formato da Curva Energia Armazenado vs $\mu$

Para entender-se melhor o comportamento do sistema com respeito às políticas de esvaziamento é necessário analisar a influência que as mesmas têm na energia armazenada. Na Fig. 4.4 estão representadas as diferentes curvas para as políticas empregadas.

Pode-se observar que a operação dos reservatórios tem influência tanto no formato das curvas como no valor máximo da energia armazenada, sendo que a maior energia armazenada advém da operação dos reservatórios segundo as curvas guias.

#### 4.4.5 - Influência da Política de Operação dos Reservatórios na Distribuição do Parâmetro $\mu$

As funções de densidade de probabilidade para as diferentes políticas de operação dos reservatórios são vistas na Fig. 4.5 onde pode-se observar que o valor esperado, a variância e o formato da distribuição variam com o tipo de operação empregada. O maior valor esperado obtem-se para a política de operação segundo as curvas guia, Tabela 4.5.

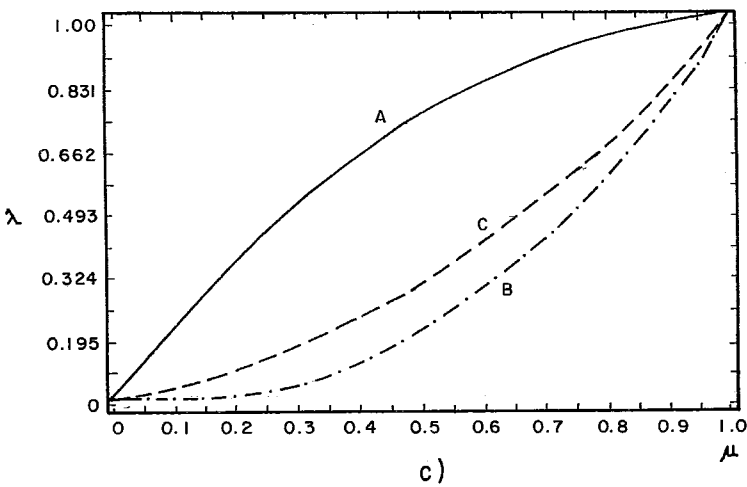
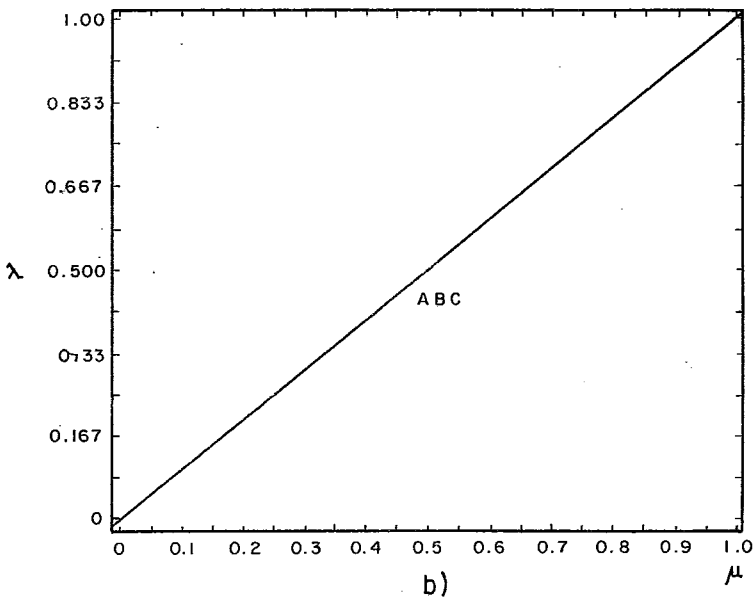
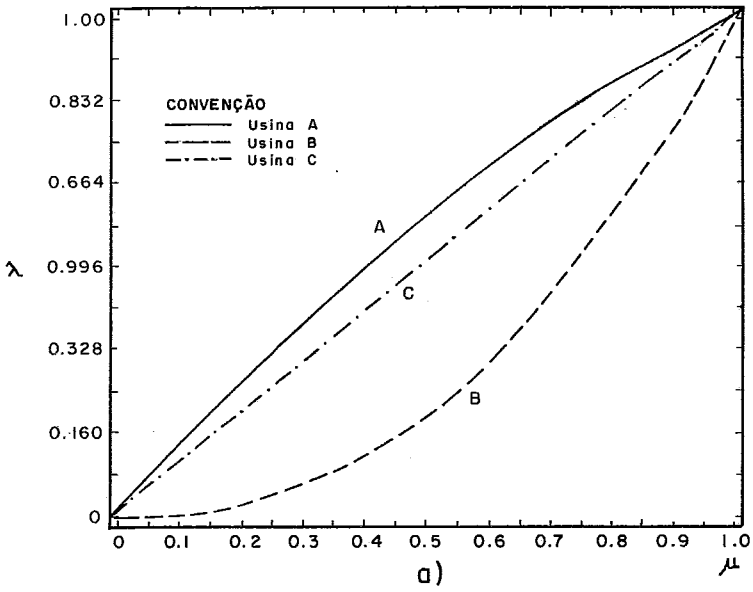


Fig. 4.2 - Funções de parametrização para as usinas hidroelétricas do sistema teste. a) Política arbitrária. b) Política de operação em paralelo. c) Política de acordo com as curvas guia.

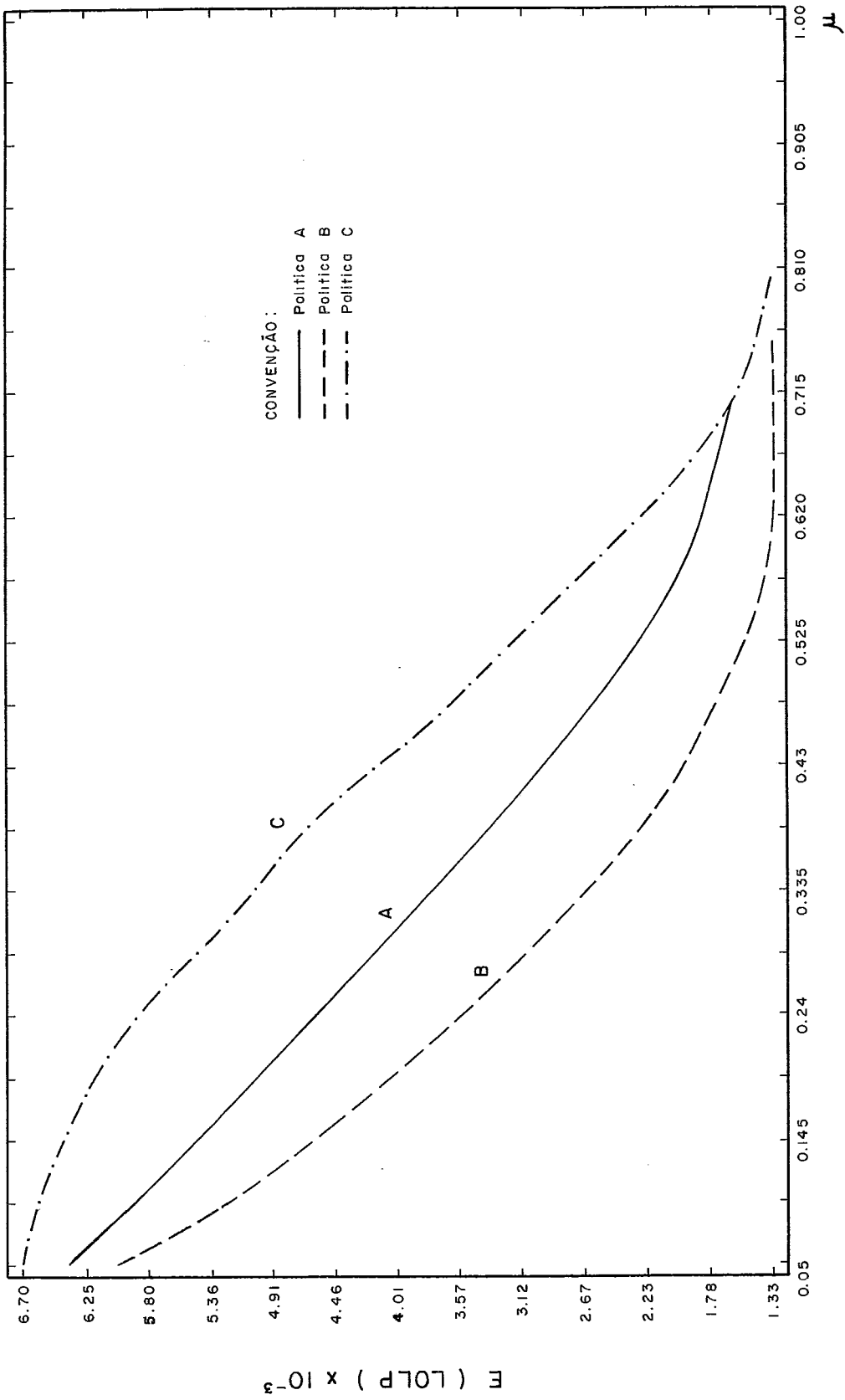


Fig. 4.3 - Valor esperado da LOLP condicionado a  $\mu$  para uma reserva de 30% e um desvio padrão de 2%.

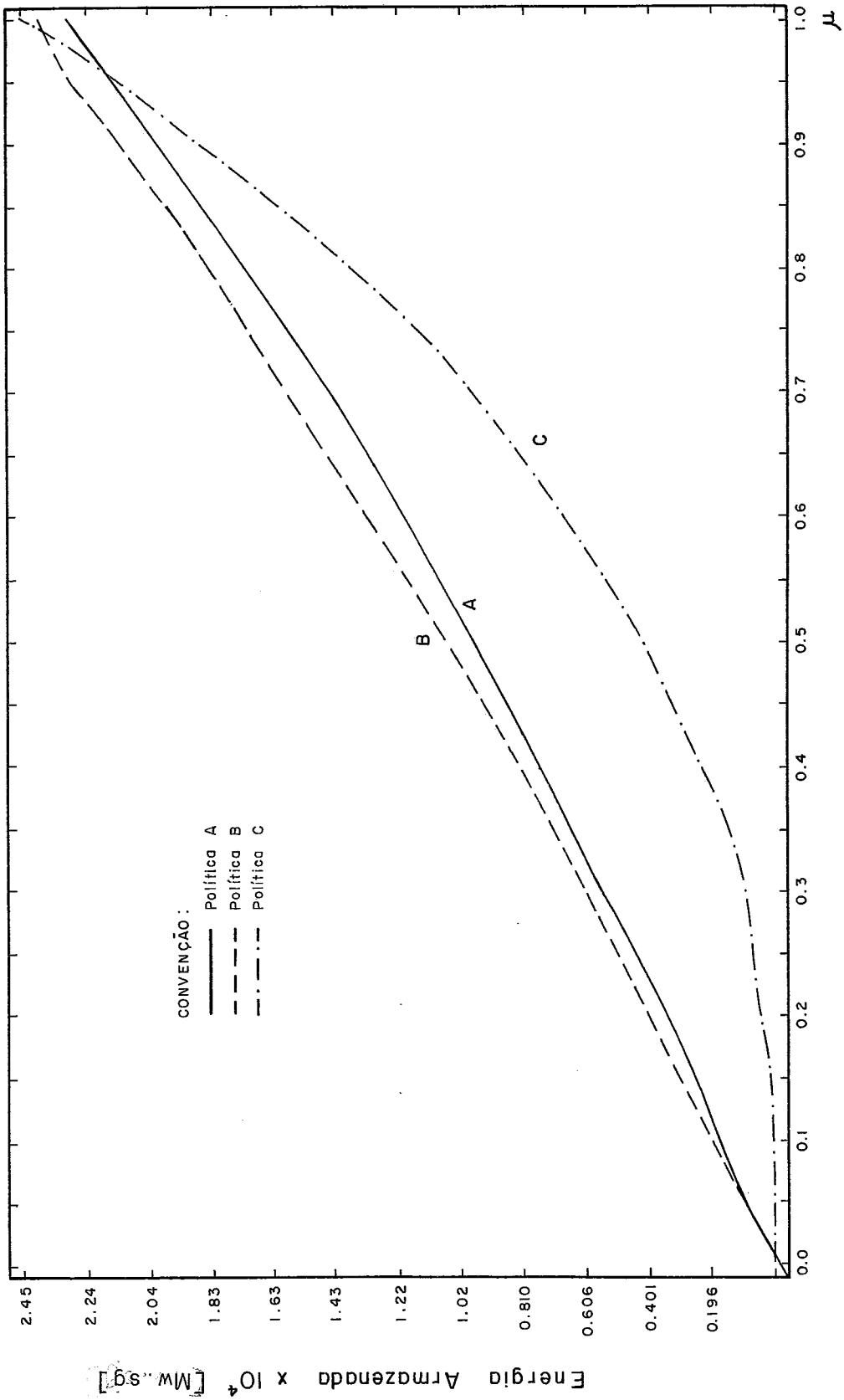


Fig. 4.4 - Variação da energia armazenada com a política de esvaziamento dos reservatórios .



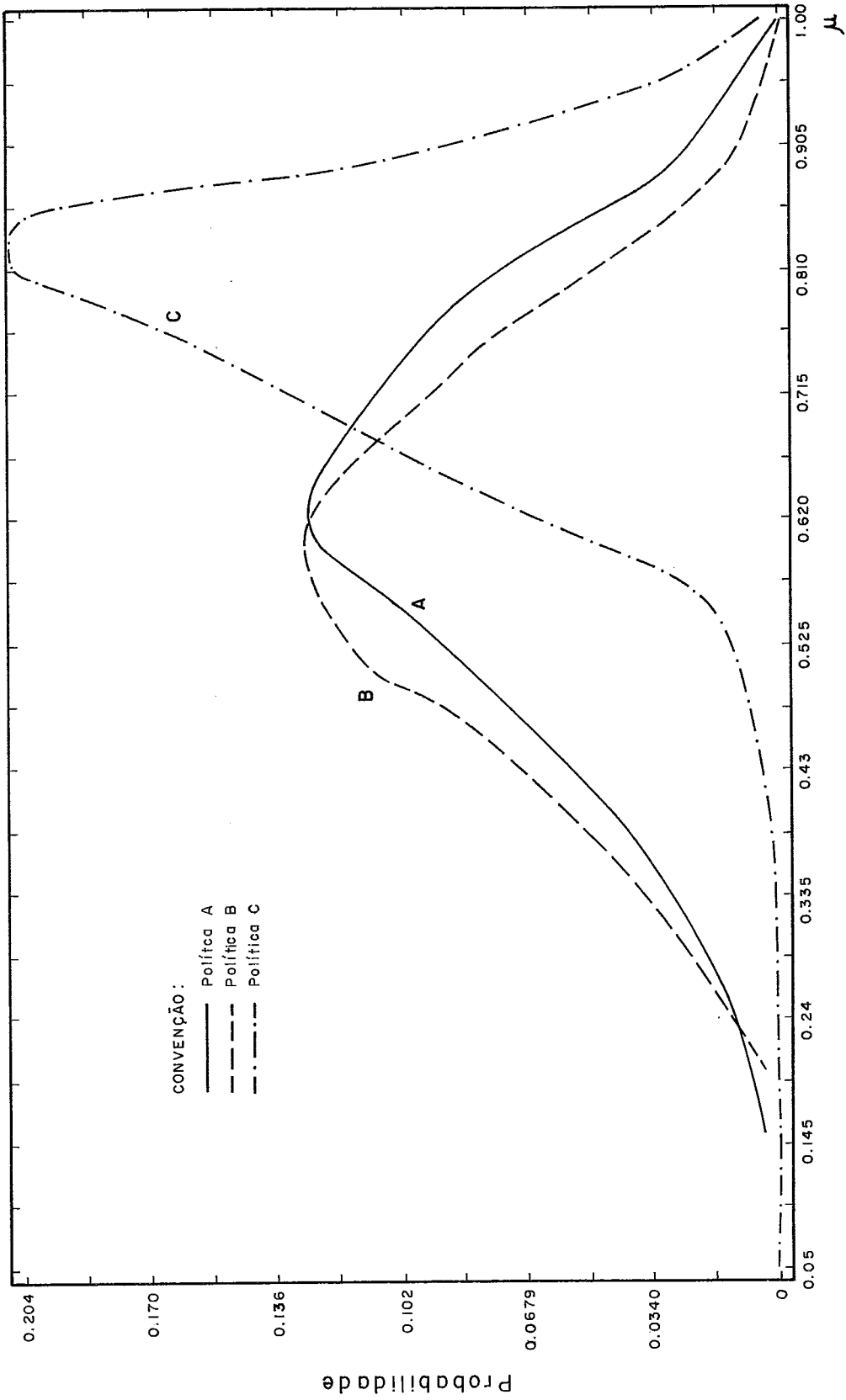


Fig. 4.5 - Influência da política de esvaziamento dos reservatórios na função densidade de probabilidade do parâmetro  $\mu$ .

Tabela 4.5 - Variaco da energia armazenada valor esperado e varincia de  $\mu$  com a poltica de operao

POLTICA	ENERGIA ARMAZENADA MAXI		VALOR ESPERADO	VARINCIA
	MA	MW.sg		
Arbitrria	$2,31 \times 10^4$		0,6192	0,0260
0. Paralelo	$2,42 \times 10^4$		0,5841	0,0237
Curvas Guia	$2,45 \times 10^4$		0,7708	0,0106

#### 4.4 - SISTEMA SUDESTE DO BRASIL

Este é um sistema formado por 18 usinas hidroelétricas com reservatório, 15 usinas hidroelétricas a fio de água e 16 usinas térmicas, a carvão, gás e nucleares, as características das quais são vistas nas Tabelas 4.7, 4.8 e 4.9. A configurao e localizao destas usinas são mostradas na Fig. 4.6. Na Tabela 4.10 está representada a curva de durao da carga em porcentagem do pico de carga.

A funo de distribuio de probabilidades da energia armazenada corresponde a uma f.d.p. de Weibull com parâmetros  $\beta = 3,58$  e  $\lambda = 70399$ . Foram consideradas duas polticas de esvaziamento dos reservatórios das usinas, na primeira os reservatórios são operados em paralelo e na segunda estes são operados segundo às curvas guia.

Tabela 4.7 - Características das usinas hidroelétricas do sistema Sudeste brasileiro

USINA	POTENCIA		VAZÃO DE REFERENCIA		COTA DE REFERENCIA		RENDIMENTO	TIPO DE TURBINA	TAXA DE DEFEITO	Nº DE UNIDADES	VOLUME MÁXIMO	
	Mw		m <sup>3</sup> /s	m	m	XIMO					m <sup>3</sup>	
Camargos	45		234	22,80		0,86	1	0,02	2		792	
Furnas	1280		1699	86,30		0,89	0	0,03	8		23000	
Peixoto	477		1270	43,0		0,89	0	0,03	10		4080	
Marimbondo	1440		2760	60,40		0,88	0	0,03	8		6150	
Graminha	80		101	93,00		0,87	0	0,02	2		555	
S. Simão	1608		2585	71,30		0,89	0	0,03	6		12500	
B. Bonita	141		855	19,50		0,86	1	0,02	4		3160	
Promissão	264		1171	26,10		0,88	0	0,02	3		7400	
Ilha Solteira	3230		8190	45,20		0,89	0	0,03	3		21166	
Jurumi	98		353	31,80		0,89	1	0,02	2		6520	
Xavantes	414		654	71,60		0,90	0	0,03	4		8750	
Capiva	640		1645	45,10		0,88	0	0,03	4		10570	
Paraio	88		126	81,00		0,87	0	0,02	2		4740	
Jaguar	28		63	53,10		0,86	0	0,02	4		1238	

Tabela 4.7 - Continuação

USINA	POTENCIA MM	VAZÃO DE REFERÊNCIA m <sup>3</sup> /s	COTA DE REFERÊNCIA m	RENDI- MENTO	TIPO DE TURBINA	TAXA DE DEFEITO	Nº DE UNIDADES	VOLUME MA- XIMO m <sup>3</sup>
S. Bran	80	100	41,20	0,88	1	0,02	1	430
Funi1	216	362	70,00	0,87	0	0,02	3	870
Fontes	142	56	313,90	0,82	0	0,02	10	601
Três Marias	388	951	47,20	0,88	1	0,03	6	19180

Tabela 4.8 - Características das usinas hidroelétricas a fio de água do sistema Sudeste brasileiro

USINA	POTENCIA  Mw	Nº DE UNIDADES	TAXA DE DEFEITO
Itutinga	11	4	0,02
Estreito	166	6	0,03
Jaquara	96	4	0,03
P. Colombia	71	4	0,02
Bariri	42	3	0,02
Ibitinga	44	3	0,02
Jupia	91	14	0,03
L. Garcez	16	4	0,02
S. Grande	22	4	0,02
Mascarenhas	36	3	0,02
I. Pombos	26	5	0,02
P. Coberta	40	2	0,02
C. Dourada	46	8	0,03
N. Peçanha	42	6	0,02
V. Grande	90	4	0,02

Tabela 4.9 - Características das usinas térmicas do sistema  
Sudeste brasileiro

USINA	POTENCIA [Mw]	Nº DE UNIDADES	TAXA DE DEFEITO
Candiota	300	1	0,07
P. Medici II	300	1	0,07
P. Medici I	60	2	0,07
J. Lacerda III	115	2	0,07
J. Lacerda II	61	2	0,07
J. Lacerda I	46	2	0,07
Charqueados	15	4	0,07
Figueira	9	3	0,07
São Jeronimo	17	1	0,07
UTE	7	3	0,07
Nutepa	7	3	0,07
Alegrete	33	2	0,07
Electron	121	1	0,07
Angra I	626	1	0,16
Angra II	1245	1	0,21
Angra III	1245	1	0,21

Tabela 4.10 - Curva de duração de carga para o sistema Sudeste brasileiro

INTERVALO EQUIPROVÁVEL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
% do pico de carga	100	93,10	89,0	88,10	86,60	85,10	83,30	82,50	74,20	64,30	61,40	59,7

#### 4.5 - RESULTADOS DO SISTEMA SUDESTE E DISCUSSÃO

Para este sistema o tempo gasto para obter-se o valor esperado e a variância da LOLP foi aproximadamente de 4 minutos num computador Burroughs 6700. O intervalo  $\Delta C$  utilizado no cálculo do f.d.p. da capacidade de geração do sistema foi 100 Mw e foram considerados um desvio padrão na previsão de carga de 5% e uma reserva de 30% na capacidade do sistema. Os resultados para este sistema estão mostrados na Tabela 4.11.

Tabela 4.11 - Resultados obtidos para o sistema Sudeste brasileiro

		POLÍTICA DE ESVAZIAMENTO	
		PARALELO	CURVAS GUIA
Índices de confiabilidade	E [LOLP]	0,001278	0,000799
	Var [LOLP]	$1,23 \times 10^{-6}$	$0,37 \times 10^{-6}$
f.d.p. do parâmetro $\mu$	V. Esperado	0,6641	0,7786
	Variância	0,0324	0,0153
Energia armazenada. máxima  MW.sg		$1,07 \times 10^5$	$1,14 \times 10^5$

Dos resultados obtidos se evidencia de novo a influência da política de operação no valor do E [LOLP] e Var [LOLP] assim como no valor máximo da energia armazenada e f.d.p. do parâmetro  $\mu$ . Nas Figs. 4.7 e 4.8 estão representadas graficamente as variações discutidas.



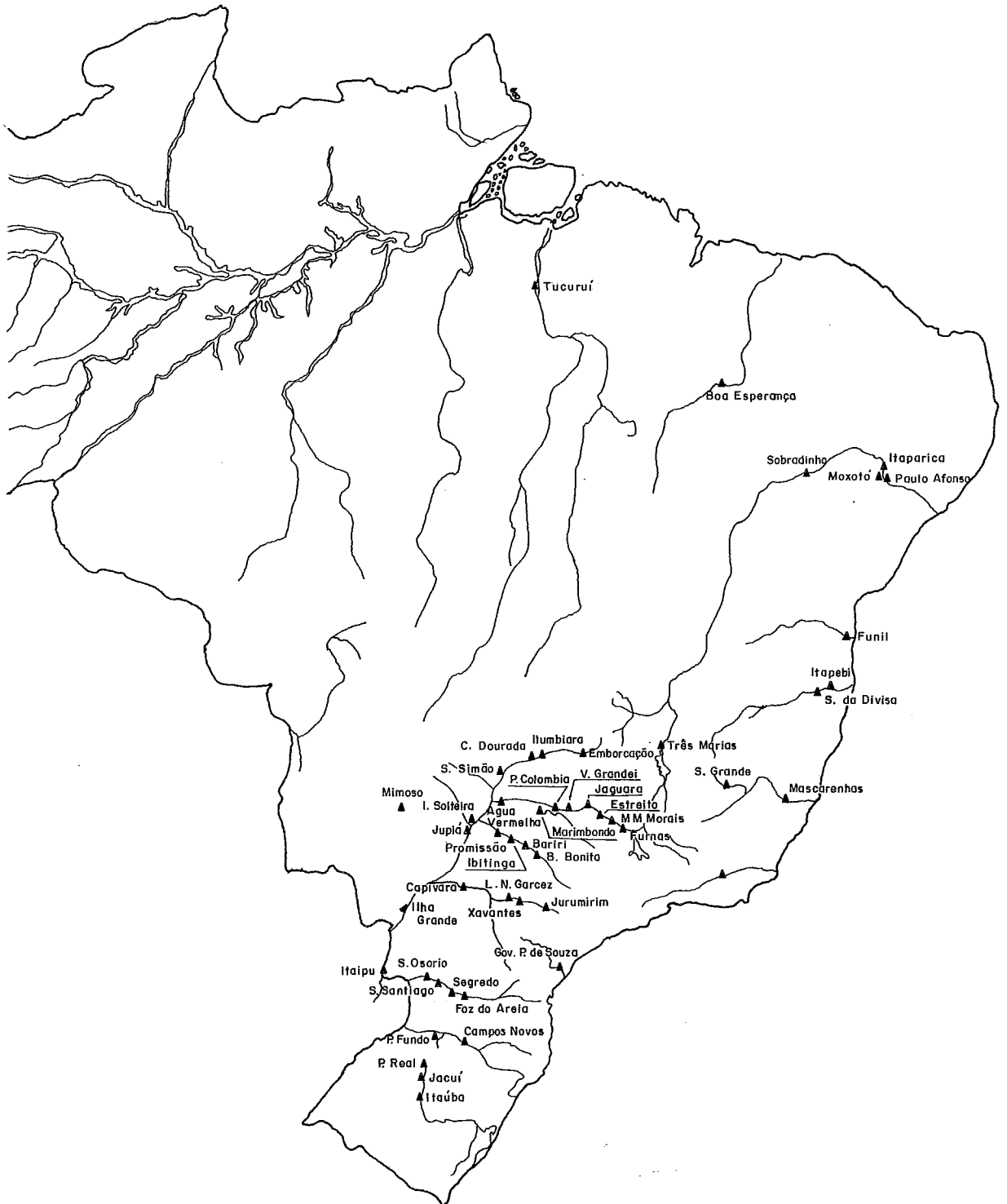
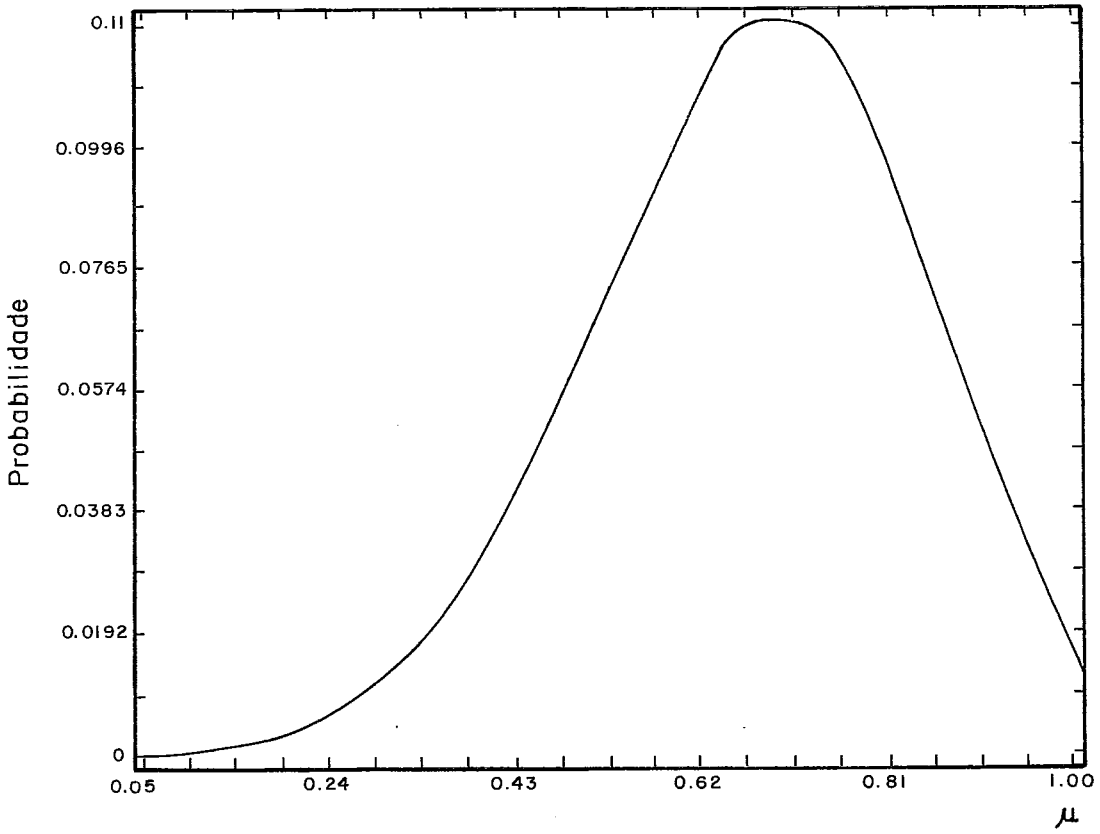
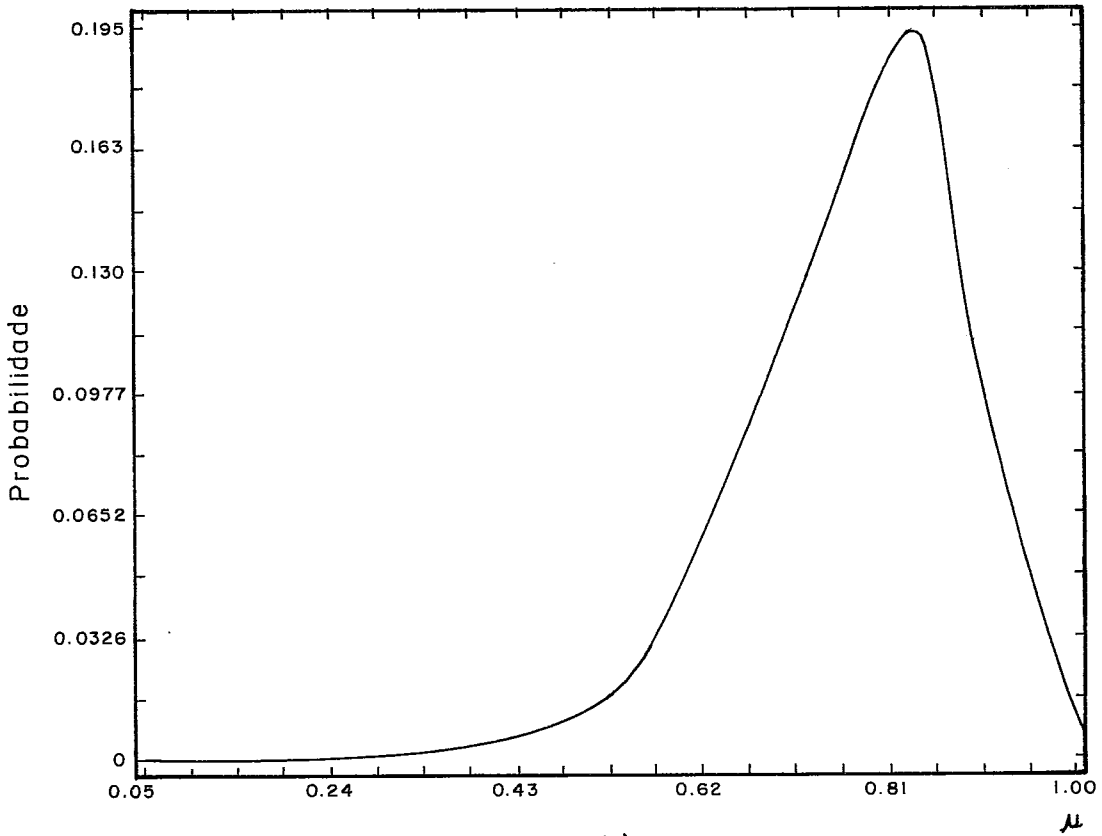


Fig. 4.6 - Configuração das Usinas do sistema Brasileiro.



a)



b)

Figura 4.7 - Função densidade de probabilidade do parâmetro  $\mu$  para o sistema sudeste: a) Operação em paralelo, b) Operação segundo as curvas guia.

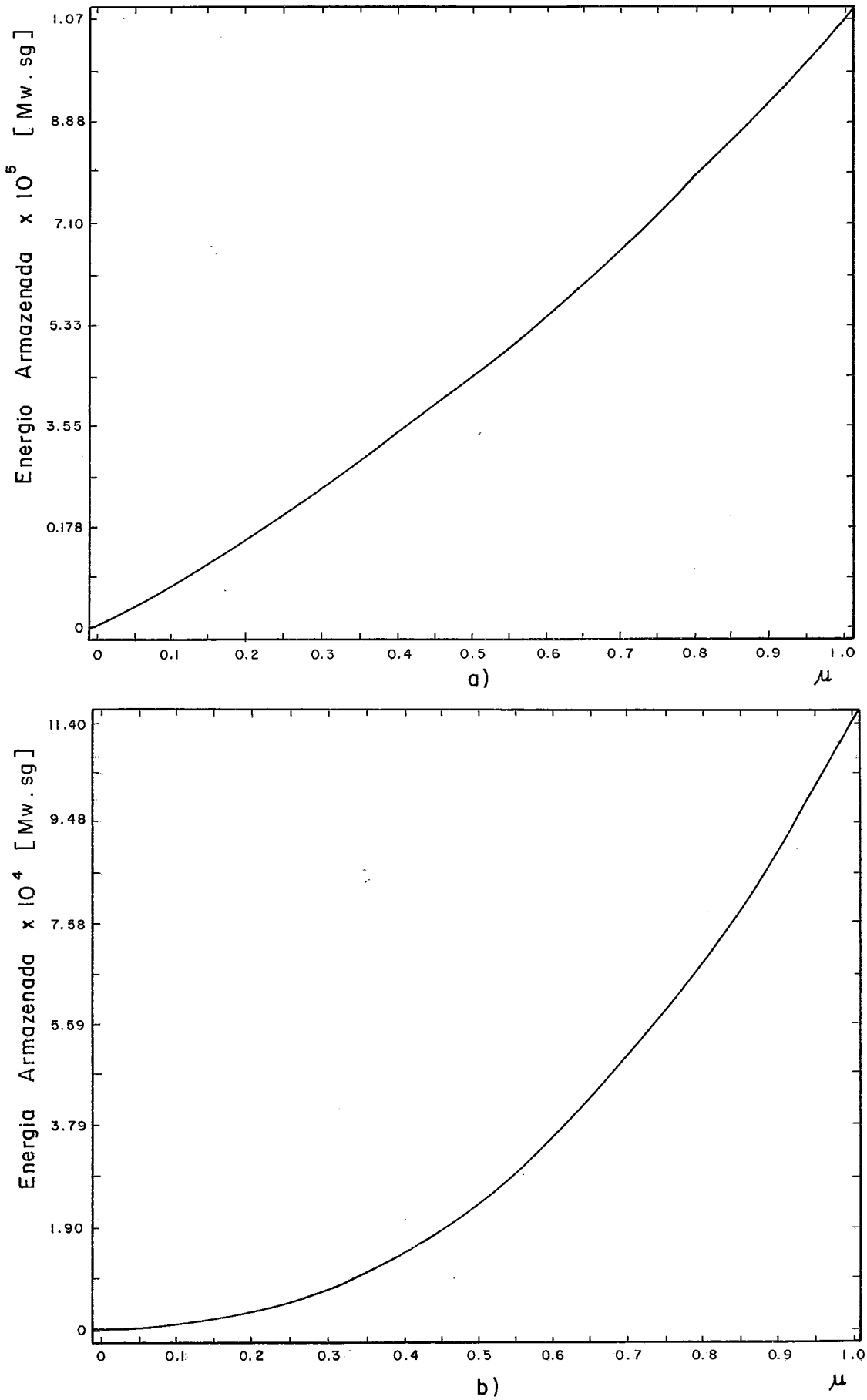


Fig. 4.8 - Energia Armazenada no sistema sudeste. a) operação em paralelo, b) operação segundo as curvas guia.

CAPÍTULO VCONCLUSÕES5.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste Capítulo é apresentar as principais conclusões obtidas no desenvolvimento do método proposto e sua implementação e propor algumas sugestões para possíveis trabalhos futuros.

5.2 - CONCLUSÕES

Tendo em vista os resultados obtidos no Capítulo IV podem-se ressaltar os seguintes aspectos:

- 1) O valor esperado e a variância da probabilidade da perda de carga quase não são alterados com a variação do desvio padrão da previsão da carga. Deve-se notar que estes desvios devem ser uma percentagem pequena dos valores de demanda para justificar a adoção de distribuições gaussianas ; nos seus valores;
- 2) A política de esvaziamento dos reservatórios tem influência nos valores máximos da energia armazenada do sistema e no formato da função  $x_A(\mu)$ ;
- 3) A função densidade de probabilidade do parâmetro  $\mu$  como con

sequência do citado anteriormente é sensivelmente modificado com a política de esvaziamento tanto na sua forma como em seu valor esperado e variância;

- 4) O valor esperado e a variância da probabilidade da perda de carga é alterada sensivelmente quando se modifica a política de esvaziamento dos reservatórios;
- 5) A operação dos reservatórios usando as funções de parametrização obtidas das curvas guias é a operação que produz uma probabilidade de perda de carga menor. A dispersão dos valores da LOLP é pequena como indicam os valores de sua variância.

### 5.3 - PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

São apresentadas a seguir algumas sugestões que poderiam ser empregadas para dar prosseguimento a este trabalho:

- a) Limites de confiança. Poderia encontrar-se a f.d.p. da LOLP utilizando-se o método de Monte Carlo e com a qual poderiam ser calculados os limites de confiança da LOLP;
- b) Seria interessante utilizar o método proposto neste trabalho para o cálculo de índices de confiabilidade para sistemas de energia limitada interligados;

- c) Poderia utilizar-se o método proposto para a obtenção de funções de parametrização ótimas, dado que a probabilidade da perda de carga é um índice que é sensivelmente modificado com a variação destas funções;
  
- d) Procurar desenvolver o tratamento de sistemas de energia limitada utilizando o método de frequência-duração para a obtenção de índices de confiabilidade.

APÊNDICE ADEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 2.2 DO CAPÍTULO IIProposição 2.2

$$x_A = \sum_{i \in R} x_{A_i} = \sum_{j=1}^6 \hat{a}_j \mu^j$$

Prova: Sejam as seguintes funções definidas para cada usina hidroelétrica com reservatório

$$h_i \triangleq \hat{a}_{i0} + \hat{a}_{i1} v_i + \hat{a}_{i2} v_i^2 \quad 0 \leq v_i \leq \bar{v}_i \quad (\text{A.1})$$

$$\lambda_i \triangleq \bar{b}_{i0} + \bar{b}_{i1} \mu + \bar{b}_{i2} \mu^2 \quad 0 \leq \mu \leq 1 \quad (\text{A.2})$$

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\bar{v}_i} \quad (\text{A.3})$$

Substituindo (A.3) em (A.1)

$$h_i = \sum_{j=0}^2 \hat{a}_{ij} \bar{v}_i^j \lambda_i^j \quad (\text{A.4})$$

(A.2) em (A.4)

$$h_i = \sum_{j=0}^4 \tilde{c}_{ij} \mu^j$$

onde

$$\hat{c}_{i0} = \bar{v}_i^2 \hat{a}_{i2} \hat{b}_{i0}^2 + \bar{v}_i \hat{a}_{i1} \hat{b}_{i0} + \hat{a}_{i0}$$

$$\hat{c}_{i1} = 2\bar{v}_i^2 \hat{a}_{i2} \hat{b}_{i0} \hat{b}_{i1} + \bar{v}_i \hat{a}_{i1} \hat{b}_{i1}$$

$$\hat{c}_{i2} = \bar{v}_i^2 \hat{a}_{i2} \hat{b}_{i1}^2 + 2\bar{v}_i^2 \hat{a}_{i2} \hat{b}_{i0} \hat{b}_{i2} + \bar{v}_i \hat{a}_{i1} \hat{b}_{i2}$$

$$\hat{c}_{i3} = 2\bar{v}_i^2 \hat{a}_{i2} \hat{b}_{i1} \hat{b}_{i2}$$

$$\hat{c}_{i4} = \bar{v}_i^2 \hat{a}_{i2} \hat{b}_{i2}^2$$

Dado que

$$p_i = 10^{-3} g \eta_i h_i$$

então

$$p_i = 10^{-3} g \eta_i \sum_{j=0}^4 \hat{c}_{ij} \mu^j$$

e

$$\begin{aligned} g_i &= \sum_{k \in J_i} p_k = \sum_{k \in J_i} 10^{-3} g \eta_k \sum_{j=0}^4 \hat{c}_{kj} \mu^j \\ &= 10^{-3} g \sum_{k \in J_i} \eta_k \sum_{j=0}^4 \hat{c}_{kj} \mu^j \end{aligned}$$



ou

$$g_i = \sum_{j=0}^4 \tilde{d}_{ij} \mu$$

onde

$$\tilde{d}_{ij} = \sum_{k \in J_i} 10^{-3} g_{\eta_k} \tilde{c}_{kj}$$

Tendo-se

$$x_{A_i} = \bar{v}_i \int_0^\mu g_i \frac{d\lambda_i}{dr} dr$$

então

$$\frac{d\lambda_i}{d\mu} = \tilde{b}_{i1} + 2\tilde{b}_{i2} \mu$$

ou

$$\begin{aligned} x_{A_i} &= \bar{v}_i \int_0^\mu \sum_{j=0}^4 \tilde{d}_{ij} r^j (\tilde{b}_{i1} + 2\tilde{b}_{i2} r) dr \\ &= \bar{v}_i \int_0^\mu \sum_{j=0}^5 \tilde{g}_{ij} r^j dr \end{aligned}$$

onde

$$\widehat{g}_{i0} = \widehat{b}_{i1} \widehat{d}_{i0}$$

$$\widehat{g}_{ij} = 2\widehat{b}_{i2} \widehat{d}_{i,j-1} + \widehat{b}_{i1} \widehat{d}_{ij} \quad j = 2, 3, 4$$

$$\widehat{g}_{i5} = 2\widehat{b}_{i2} \widehat{d}_{i4}$$

portanto  $x_{A_i} = \sum_{j=1}^6 \widehat{f}_{ij} \mu^j$

e 
$$\widehat{f}_{ij} = \frac{\bar{v}_i \widehat{g}_{i,j-1}}{j}$$

finalmente

$$\begin{aligned} \ddot{x}_A &= \sum_k x_{A_k} = \sum_k \sum_{j=1}^6 \widehat{f}_{kj} \mu^j = \sum_{j=1}^6 \sum_k \widehat{f}_{kj} \mu^j \\ &= \sum_{j=1}^6 \widehat{a}_j \mu^j \end{aligned}$$

onde

$$\widehat{a}_j = \sum_k \widehat{f}_{kj}$$

APÊNDICE BCONFIABILIDADE DE COMPONENTES REPARÁVEIS:REPARO NORMAL

Componente é uma entidade que no decurso de uma dada avaliação de confiabilidade não é subdividida. Estes componentes podem ser classificados como:

- 1) Não-reparáveis - São aqueles que são observados somente até falharem porque não podem ser reparados ou o reparo é anti-econômico ou o problema é tal que somente a história devida a primeira falha é de interesse.
  
- 2) Reparáveis - São aqueles que a história da vida deles consiste de períodos alternados de operação e reparo.

No modelo de reparo normal a duração do reparo não é desprezível. De fato, o tempo de reparo é tratado como uma variável aleatória que representa o tempo de operação.

Este processo então consiste de períodos alternativos ( $T_{ES}$  e  $T_{FS}$ ) como é mostrado na Figura B.1.

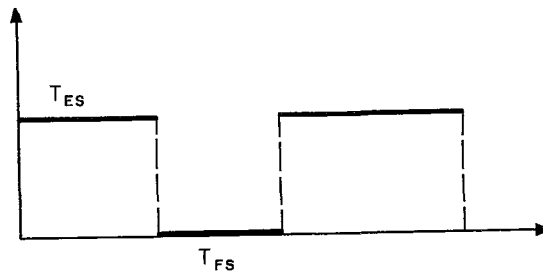


Figura B.1 - Hist6ria de vida de um componente com reparo normal

Este processo pode tamb6m ser representado pelo diagrama de espa7o-estado que se mostra na Figura B.2 no qual est6o representados o estado ES e o estado FS e as poss6veis transi76es entre eles. No modelo de dois estados um reparo perfeito 6 suposto e portanto os ciclos se repetem indefinidamente.

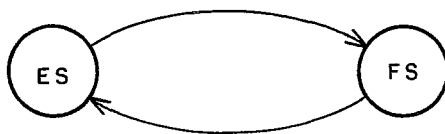


Figura B.2 - Diagrama de estado de um componente com reparo normal

A história de vida de uma componente reparável está determinada pelas distribuições  $F_{ES}(t)$  e  $F_{FS}(t)$ , onde  $F_{ES}(t)$  é a função de distribuição de probabilidade (FDP) dos tempos de duração quando os componentes estão em condição de operar e  $F_{FS}(t)$  é a FDP dos tempos de duração dos reparos.

No que segue são formuladas as definições de várias funções e parâmetros necessários para descrever o comportamento de um componente reparável.

1) Probabilidade de estar no estado em serviço

$$P_{ES}(t) \triangleq P[\text{Estado ES em } t] = P[X(t) = x_{ES}]$$

onde  $X(t)$  indica o estado do componente no tempo  $t$ .

2) Probabilidade de estar no estado fora de serviço

$$P_{FS}(t) \triangleq P[\text{Estado FS em } t] =$$

$$= P[X(t) = x_{FS}]$$

3) Função densidade de falha

$$L(t) \triangleq \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P[\text{falha em } (t, t + \Delta t)]$$

4) Intensidade de transição do estado ES para o estado FS

$$q_{ESFS}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P[\text{falhar em } (t + t + \Delta t) | \text{operando em } t]$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P[X(t + \Delta t) = x_{FS} | X(t) = x_{ES}]$$

5) Tempo médio em serviço

$$T_{MES} = \eta_{T_{ES}} \triangleq \int_0^{\infty} t \dot{F}_{ES}(t) dt$$

6) Tempo médio fora de serviço

$$T_{MFS} \equiv \eta_{T_{FS}} \triangleq \int_0^{\infty} t \dot{F}_{FS}(t) dt$$

7) Tempo médio entre falhas

$$T_{MEF} = \eta_{T_{ES}} + \eta_{T_{FS}}$$

8) Disponibilidade

$$A \triangleq \frac{\eta_{T_{ES}}}{\eta_{T_{ES}} + \eta_{T_{FS}}}$$

9) Indisponibilidade

$$\bar{A} = \frac{\eta_{T_{FS}}}{\eta_{T_{ES}} + \eta_{T_{FS}}} = 1 - A$$

Podem ser definidas a densidade de reparo e  $q_{FS_{ES}}(t)$  de forma análoga à densidade de falha e  $q_{ES_{FS}}(t)$  respectivamente mas estas definições são de pequeno significado e não são muito usadas.

As funções  $L(t)$ ,  $\eta_{ES}(t)$  e  $q_{ES_{FS}}(t)$  estão relacionadas. Da definição de  $q_{ES_{FS}}(t)$  tem-se que

$$q_{ES_{FS}}(t) \Delta t = \frac{P[(X(t+\Delta t) = x_{FS}) \mid (X(t) = x_{ES})]}{P[X(t) = x_{ES}]} \cong$$

$$\cong \frac{L(t) \Delta t}{P_{ES}(t)}$$

e portanto

$$L(t) = P_{ES}(t) q_{ES_{FS}}(t)$$

No caso geral quando tanto  $F_{ES}(t)$  e  $F_{FS}(t)$  são supostas ter qualquer forma, o cálculo de algumas das funções acima pode ser mais ou menos incomodo mesmo com a ajuda de técnicas numéricas e usando computador. Por esta razão supõe-se que tanto os tempos de operação e reparo são exponencialmente distribuídos.

Supondo tempos exponencialmente distribuídos tem-se:

$$F_{ES}(t) = \hat{\lambda} e^{-\hat{\lambda}t}$$

e

$$F_{FS}(t) = \hat{\mu} e^{-\hat{\mu}t}$$

com  $\eta_{TES} = \frac{1}{\hat{\lambda}}$  e  $\eta_{TFS} = \frac{1}{\hat{\mu}}$ . A probabilidade de estado obtem-se pela solução duma cadeia de Markov, a dois estados, homogênea, com espaço de estado discreto e contínua no tempo. Este processo geralmente tem as seguintes características:

- 1) O sistema considerado é um conjunto de estados  $S_1, S_2, \dots, S_n$  mutuamente exclusivos em qualquer instante do tempo  $t$ .
- 2) São possíveis mudanças de estado em qualquer instante de tempo.
- 3) A probabilidade de transição de um estado para outro é independente da história passada do sistema, isto é, dos estados previamente ocupados e do tempo gasto no estado ocupado nesse instante. Além disso as probabilidades de transição são independentes do tempo e dependem somente dos estados envolvidos. Estas condições têm como consequência que os tempos de permanência nos estados sejam exponencialmente distribuídos.



4) A probabilidade de mais de uma transição de estado durante um intervalo de tempo pequeno de tempo  $\Delta t$  e desprezível.

Um modelo matemático desenvolvido para o processo acima é definido a seguir. Seja

$p_i(t)$  = probabilidade do sistema estar no estado  $i$  ao tempo  $t$ .

$q_{ij}$  = intensidade de transição do estado  $i$  para o estado  $j$

$q_{ij} \Delta t$  = probabilidade de transição do estado  $i$  para o estado  $j$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$ .

Então a probabilidade de encontrar um sistema de  $n$  estados em qualquer estado  $i$  no tempo  $t+\Delta t$  pode ser escrito como um conjunto de  $n$  equações simultâneas em termos das probabilidades  $p_i(t)$ , cada equação do conjunto tem a forma

$$p_i(t + \Delta t) = p_i(t) \left[ 1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q_{ij} \Delta t \right] + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n p_j(t) q_{ji} \quad (\text{B.1})$$

Onde o primeiro termo da Eq. (B.1) corresponde a probabilidade de estar no estado  $i$  ao tempo  $t$  e não abandonar este estado durante o intervalo de tempo  $\Delta t$  e o segundo termo

$\bar{p}_i$  é a probabilidade de estar em qualquer outro estado  $j$  ao tempo  $t$  e alcançar o estado  $i$  durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ .

A Eq. (B.1) pode ser reescrita como

$$\frac{p_i(t + \Delta t) - p_i(t)}{\Delta t} = - p_i(t) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n p_j(t) q_{ji}$$

Tomando os limites quando  $\Delta t \rightarrow 0$  tem-se um conjunto de  $n$  equações diferenciais da forma

$$\frac{d p_i(t)}{dt} = \dot{p}_i(t) = - p_i(t) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n p_j(t) q_{ji}$$

Este conjunto de equações diferenciais pode ser escrito em forma matricial como segue

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_1(t) \\ \dot{p}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{p}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \sum_{j=2}^n q_{ij} & q_{21} & \cdots & q_{n1} \\ q_{i2} & - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^n q_{2j} & \cdots & q_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{1n} & q_{2n} & \cdots & - \sum_{j=1}^{n-1} q_{n-j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Dados as condições iniciais apropriadas a Eq. (B.2) pode ser resolvida para as probabilidades de estado. No

entanto, uma solução geral é muito difícil de obter-se quando o número de estados é grande.

Então soluções numéricas podem ser encontradas facilmente usando vários métodos numéricos.

Retornando ao modelo a dois estados temos que as intensidades de transição do estado ES a FS é  $\hat{\lambda}$  e do estado FS a ES é  $\hat{\mu}$ . Portanto da Eq. (B.2)

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{ES}(t) \\ \dot{p}_{FS}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{ES}(t) \\ p_{FS}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

A solução da Eq. (B.3), supondo a condição inicial que a  $t = 0$  a componente está operando, pode ser obtida usando transformadas de Laplace e é

$$\begin{aligned} p_{ES}(t) &= \frac{\hat{\mu}}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}} + \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}} e^{-(\hat{\lambda} + \hat{\mu})t} \\ p_{FS}(t) &= \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}} - \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}} e^{-(\hat{\lambda} + \hat{\mu})t} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

É fácil verificar que os índices de disponibilidade e indisponibilidade são

$$A = \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}} \quad \text{e} \quad \bar{A} = \frac{\hat{\mu}}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}}$$

Dada a Eq. (B.4) é evidente que  $p_{ES}(t) \rightarrow A$  e  $p_{FS}(t) \rightarrow \bar{A}$  quanto  $t \rightarrow \infty$ .

APÊNDICE CDISTRIBUIÇÃO WEIBULL

Uma variável aleatória  $X$  tem uma distribuição Weibull se os valores dos parâmetros  $\beta > 0$ ,  $\lambda > 0$  e  $\epsilon_0$  são tais que

$$Y = \left( \frac{X - \epsilon_0}{\lambda} \right)^\beta \quad (C.1)$$

tem distribuição exponencial, com função densidade de probabilidades f.d.p.

$$f_Y(y) = e^{-y}, \quad y > 0$$

Desta forma a f.d.p. de  $x$  é

$$f_X(x) = \beta \lambda^{-1} \left( \frac{x - \epsilon_0}{\lambda} \right)^{\beta-1} \exp \left[ - \left( \frac{x - \epsilon_0}{\lambda} \right)^\beta \right]$$

Esta distribuição leva o nome Weibull devido a Walodi Weibull, físico suíço, que em 1939 usou esta f.d.p. para representar a distribuição da resistência à ruptura de certos materiais.

Propriedades: A representação gráfica da f.d.p. para vários valores de  $\beta$  é mostrado na Fig. C.1 com  $\alpha = 1$  e  $\epsilon_0 = 0$ . Para  $C > 1$  a f.d.p. tende a zero quando  $x$  tende a zero e existe um

único máximo em

$$x = \lambda \left( \frac{\beta - 1}{\beta} \right)^{1/\beta} + \varepsilon_0$$

Este valor tende a  $\alpha + \varepsilon_0$  muito rapidamente quando  $\beta$  tende para o infinito. Para  $0 < \beta < 1$  o máximo está em zero e  $F_X(x)$  é uma função decrescente de  $x$  para todo  $x > \varepsilon_0$ .

A função de distribuição de probabilidades é

$$F_X(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - \varepsilon_0}{\lambda}\right)^\beta\right] \quad (\text{C.3})$$

Observa-se que qualquer que seja o valor de  $\beta$

$$F_X(\varepsilon_0 + \lambda) = 1 - e^{-1} = 0.63$$

Vamos supor que  $\varepsilon_0 = 0$ ,  $\alpha = 1$  e portanto a f.d.p. será

$$f_X(x) = \beta x^{\beta-1} \exp(-x^\beta), \quad x > 0 \quad (\text{C.4})$$

A distribuição de  $x$  dependerá unicamente do parâmetro  $\beta$ .

Os momentos desta distribuição são os mesmos da distribuição da Eq. (C.2). Como se verá depois, estes dependem somente de  $\beta$  e não de  $\varepsilon_0$  ou  $\alpha$ . Os momentos correspondentes à Eq. (C.2) são

facilmente obtidos daqueles correspondentes à Eq. (C.4) usando a transformação  $X' = \epsilon_0 + \lambda X$ . Dado que  $X^\beta$  tem uma distribuição exponencial, Eq. C.4, o  $r$ -ésimo momento em relação a zero de  $X$  é também o  $\frac{r}{\beta}$ -ésimo momento em relação a zero da variável com distribuição dada pela Eq. (C.2). Assim,

$$E[X^r] = \Gamma\left(\frac{r}{\beta} + 1\right)$$

e o valor esperado de  $X$  é  $\Gamma(\beta^{-1} + 1)$ , a variância de  $X$  é igual a  $\Gamma(2\beta^{-1} + 1) - [\Gamma(\beta^{-1} + 1)]^2$ . Para valores de  $\beta$  na vizinhança de 3,6 a distribuição de Weibull tem uma forma similar o da distribuição normal.

#### Estimativa dos parâmetros $\lambda$ e $\beta$

Estimadores simples podem ser obtidos usando

$$U(x, \lambda, \beta) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^\beta\right]$$

que dão usando o princípio de máxima verossimilhança

$$\tilde{\lambda} = \frac{\prod_{i=1}^n x_i^{1/n}}{\prod_{i=1}^n [-\ln[1 - i/(n+1)]]^{1/n\tilde{\beta}}}$$

e

$$\tilde{\beta} = \frac{S_{k_i y_i}}{S_{y_i y_i}}$$

onde

$$S_{k_i y_i} = \sum_{i=1}^n k_i y_i - \frac{\sum k_i \sum y_i}{n}$$

e

$$k_i = \ln \left[ -\ln \left( 1 - \frac{i}{n+1} \right) \right], \quad y_i = \ln x_i$$

Sendo  $x_i$  os valores amostrais de  $U(x, \lambda, \beta)$ .

Um outro método é obtido utilizando a propriedade que a FDP é facilmente calculada. Assim, da Eq. (C.3) tem-se

$$\log \log(1 - F_X(x)) = \beta \log\left(\frac{x - \epsilon_0}{\lambda}\right)$$

ou

$$\log \log \left[ \frac{1}{1 - F_X(x)} \right] - c \log(x - \epsilon_0) - \log \lambda$$

$$\text{Fazendo } w = \log \log \left[ \frac{1}{1 - F_X(x)} \right], \quad v = \log(x - \epsilon_0)$$

tem-se a relação linear



$$w = \beta v - \beta \log \lambda \quad \beta > 0$$

Assim se  $(1 - F_X(x))$  ou  $(1 - F_X(x))^{-1}$  é representada vs  $(x - \epsilon_0)$  em um papel log log vs log, uma linha reta é obtida onde o coeficiente angular da reta é  $-\beta$  ou  $\beta$ , respectivamente, e a interseção com o eixo Y é  $\beta \log \lambda$ .

A seguir será obtida a distribuição de uma função de uma variável aleatória Weibull.

Vamos supor Y uma VA que esta relacionada com X uma VA com distribuição Weibull da seguinte forma

$$Y = \frac{X + b}{m} = h(X)$$

no intervalo  $0 \leq y < U$  com  $m, b > 0$  constantes a  $f_Y(y)$  estará dada por

$$f_Y(y) = f_X(h^{-1}(x)) \left| \frac{dx}{dy} \right|$$

ou

$$f_Y(y) = m \beta \frac{(m y - b)^{\beta-1}}{\lambda^\beta} \exp\left[-\left(\frac{m y - b}{\lambda}\right)^\beta\right]$$

Então

$$F_Y(y) = \int_0^U f_Y(y) dy$$

$$F_Y(y) = \int_0^U m \beta \left( \frac{m y - b}{\lambda} \right)^{\beta-1} \exp \left[ - \left( \frac{m y - b}{\lambda} \right)^\beta \right] dy$$

$$z = m y - b, \quad dz = m dy$$

e os limites para  $y = 0$ ,  $z = -b$ , e para  $y = U$   $z = m U + b$ , ou seja

$$F_Y(y) = m \int_0^{mU+b} \frac{\beta z^{\beta-1}}{\lambda^\beta} \exp \left[ - \left( \frac{z}{\lambda} \right)^\beta \right] \frac{dz}{m}$$

Como a distribuição de Weibull está definida para  $x \geq 0$ , então:

$$F_Y(U) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{m U + b}{\lambda} \right)^\beta \right]$$

para  $y \in [0, U]$

$$e P[\underline{y} \leq y < \bar{y}] = \exp \left[ - \left( \frac{\underline{y} m - b}{\lambda} \right)^\beta \right] - \exp \left[ - \left( \frac{\bar{y} m + b}{\lambda} \right)^\beta \right]$$

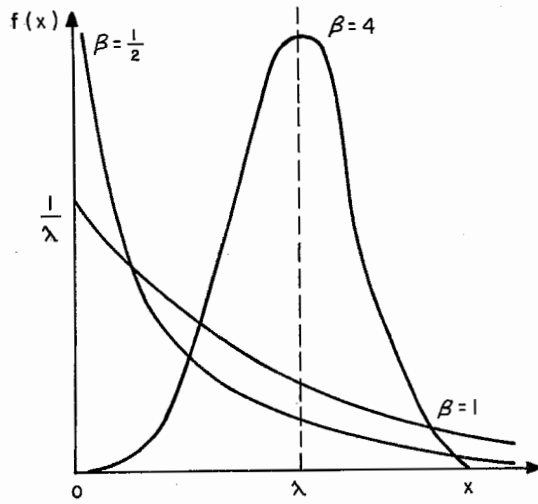


Figura C.1 - Função densidade de probabilidade de Weibull

NOMENCLATURAVariáveis

$a_i$  - afluência incremental do reservatório  $i$

$\hat{a}_j$  - coeficiente

$\hat{a}_{ij}$  - coeficiente

$\hat{b}_{ij}$  - coeficiente

$d$  - demanda

$h_i$  - altura líquida de queda do reservatório  $i$

$\hat{h}_i$  - altura líquida de referência

$\ell_j$  - V.A. associada ao  $j$ -ésimo ponto da curva de permanência de carga discretizada

$\bar{P}_i$  - potência máxima da usina  $i$

$q_i$  - vazão da turbina do reservatório  $i$

$\hat{q}_i$  - vazão máxima do reservatório  $i$  quando tem-se  $\hat{h}_i$

$r$  - energia de vazão mínima

$u$  - energia térmica

$V_i$  - volume armazenado utilizável no reservatório  $i$

$w_A$  - energia a fio de água

$x_A$  - energia armazenada

$x_N$  - energia natural

$\bar{x}$ ,  $\underline{x}$  - valores máximo e mínimo da variável  $x$

$A_i$  - disponibilidade da unidade de geração  $i$

$\bar{A}_i$  - indisponibilidade da unidade de geração  $i$

$C_i$  - V.A. representando a capacidade de geração disponível da usina  $i$

$L$  - V.A. representando a demanda de potência

$\lambda_i$  - percentagem do volume utilizável no reservatório  $i$

$\hat{\lambda}_i$  - taxa pane da usina  $i$

$\mu$  - parâmetro e o estado do sistema

$\hat{\mu}_i$  - taxa de reparo da usina  $i$

Funções

$c(.)$  - parcela do custo elementar que corresponde ao custo total da operação

$f_i(.)$  - função de parametrização na usina  $i$

$f_X(.)$  - função densidade de probabilidade da V.A.  $X$

$f_{X|X'}(.)$  - função densidade de probabilidade da V.A.  $X$  condicionada a V.A.  $X'$

$g(.,.,.,.,.)$  - função das variáveis aleatórias  $\mu, \ell_1, \dots, \ell_N$

$g_i(.)$  - produtividade equivalente da usina  $i$

$\ell(.)$  - custo elementar

$p_i(.)$  - produtividade da usina  $i$

$\hat{p}_i(.)$  - potência gerada na usina  $i$

$s(.)$  - parcela do custo correspondente ao custo do déficit

$E[.]$  - valor esperado

$F_X(.)$  - função distribuição de probabilidade da V.A.  $X$

$J^k[.]$  - equação recursiva de otimalidade

$P[.]$  - probabilidade

$\text{Var}[.]$  - variância

$P[. | .]$  - probabilidade condicional

### Conjuntos

$F$  - conjunto das usinas hidroelétricas a fio de água

$J_i$  - conjunto das usinas com reservatório a jusante de  $i$

$M_i$  - conjunto das usinas a montante da usina  $i$

$R$  - conjunto das usinas hidroelétricas com reservatório

$U$  - conjunto das decisões admissíveis

$X$  - conjunto dos estados viáveis

### Constantes

$g$  - gravidade

$\alpha$  - valor presente

$\delta_{ij}$  - delta de Kronecker

$\eta_i$  - rendimento conjunto da turbina e o gerador na usina i



BIBLIOGRAFIA

- | <sup>1</sup> | ARVANITIDIS, N., ROSING, J., "Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System". IEEE Transaction of Power Apparatus and Systems, Vol. PAS 89, Nº 2, pp. 319-326, February 1970.
- | <sup>2</sup> | BAIN, L., ANTLE, C., "Estimation of Parameters in the Weibull Distribution", Technometrics, Vol. 9, Nº 4, pp. 621-726, November 1967.
- | <sup>3</sup> | BAITELLI, R., "Índices de Confiabilidade no Planejamento da Reserva Estática", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia Elétrica, Outubro 1979.
- | <sup>4</sup> | BERTOLDI, O., INSINGA, F., NOFFERI, P. L., "Hydroplant Simulation for Reliability Evaluation in Planning Studies", IEEE Paper Nº C74, 136-8.
- | <sup>5</sup> | BILLINTON, R., "Bibliography on the Application of Probability Methods in Power System Reliability Evaluation", IEEE Tutorial Course "Probability Analysis of Power System Reliability, 1971.
- | <sup>6</sup> | BILLINTON, R., "Power System Reliability Evaluation" Gordon and Breach Science Publishers, May 1977.

- | 7 | CALABRESE, G., "Generating Reserve Capacity Determined by the Probability Method", AIEE Transactions, Vol. 66, (1947), pp. 1439-1450.
- | 8 | CUNHA, S. H. F., "Método para o Estudo da Confiabilidade de um Sistema de Geração Hidrotermelétrica", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia de Produção, Setembro de 1977.
- | 9 | ELETROBRÁS, "Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas".
- | 10 | ENDRENYI, J. "Reliability Modeling in Electric Power Systems", Wiley Interscience, 1977.
- | 11 | GAMBIRASIO, G., "Computation of Loss of Load Probability", IEEE Trans. on Reliability, Vol. R9 25 (1), pp. 54-55, April 1976.
- | 12 | GREEN, A. E., BOURNE, A. J., "Reliability Technology", Wiley Interscience, 1977, pp. 242-265.
- | 13 | HEALY, T., "Convolution Revisited", IEEE Spectrum, April 1969, pp. 87-93.
- | 14 | HECK, RODRIGUEZ, AMADO, "Alocação de Usina na Curva de Carga", V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Recife, 1979.

- |<sup>15</sup>| HICKS, K. L., "Treatment of Hydro Capability Duration Curves in Probability Calculations", AIEE Trans., August 1958, pp. 577-580.
- |<sup>16</sup>| JOHNSON, K., KOTZ, S., "Continuous Univariate Distributions-1", John Wiley Sons., 1970.
- |<sup>17</sup>| LIMA, W., "Operação Ótima de um Sistema Hidro Térmico pelo Método das Esperanças Marginais", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia de Produção, 1976.
- |<sup>18</sup>| LLOYD, E., "Reservoirs with Serially Correlated Inflows", Technometrics, Vol. 5, Nº 1, February 1963.
- |<sup>19</sup>| LUNDEQVIST, C., "Abordagem Analítica para o Cálculo da Probabilidade da Perda de Carga em um Sistema Hidrotermétrico", XII Simpósio de Pesquisa Operacional, Outubro 1980.
- |<sup>20</sup>| MANZONI, E., MARZIO, L., NOFERI, P. L., VALTORTA, M., "Computing Program for Generation Planning by Simulation Methods", Proc. PSCC 4, 1972.
- |<sup>21</sup>| MENDENHALI, SCHEAFFER, "Mathematical Statistics with Applications", Duxbury Press, 1973.
- |<sup>22</sup>| PAPOULIS, A. "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", Mc Graw-Hill, Kogakusha Ltd., 1965.

- |<sup>23</sup>| PATTON, A. D., "Markov Processes and Monte Carlo Simulation", IEEE Tutorial Course, Probability Analysis of Power System Reliability, 1971.
- |<sup>24</sup>| PATTON, A. D., AYOUB, A. K., SINGH, C., "Power System Reliability Evaluation", International Journal of Electrical Power and Energy Systems, Vol. 1, Nº 3, October 1979, pp. 139-150.
- |<sup>25</sup>| PATTON, A. D., TRAM, W. H., Discussão na Ref. |29|, IEEE Transactions of Power Apparatus and Systems, Vol. 96, pp. 1926, November/December, 1977.
- |<sup>26</sup>| PEREIRA, M., TERRY, L., KELMAN, J., ROSENBLATT, J., "Modelo de Análise de Garantia de Suprimento", V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 1979.
- |<sup>27</sup>| TERRY, L., "Modelo a Sistema Equivalente Descrição Geral", CEPTEL, Relatório Técnico 1705, 1980.
- |<sup>28</sup>| THOMAS, Cálculo, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1975.
- |<sup>29</sup>| WANG, L., "The Effects of Uncertainties in Forced Outage Rates and Load Forecast on the Loss of Load Probability (LOLP)", IEEE Transactions of Power Apparatus and Systems, Vol. 96, pp. 1920-1927, November/December 1977.