


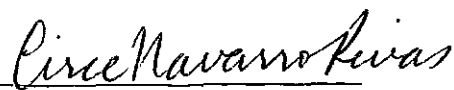
UM MODELO MATEMÁTICO PARA O ESTUDO DAS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS DO 2º GRAU NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

Estela Kaufman Faingulernt

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovada por:

  
\_\_\_\_\_  
Maria Laura Mouzinho Leite Lopes  
(Presidente)

  
\_\_\_\_\_  
Circe Navarro Rivas

  
\_\_\_\_\_  
Nelson Maculan Filho

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 1981

## AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Nelson Maculan Filho pelo apoio prestado durante o curso de Mestrado e da realização deste trabalho.
- À Prof<sup>a</sup>. Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, pela orientação correta e segura e pela revisão do texto.
- À Prof<sup>a</sup>. Círcce Navarro Rivas pela orientação valiosa na fundamentação teórica.
- À Prof<sup>a</sup>. Eva Nick pela colaboração na parte estatística.
- À Prof<sup>a</sup>. Nerilda Salazar Bergo pelo auxílio na tradução dos textos de linguística.
- À Prof<sup>a</sup>. Fátima Cunha Ferreira Pinto, diretora do Laboratório de Currículos da Seec/RJ.
- Às Prof<sup>as</sup>. Amélia Maria Noronha Pessoa de Queiroz, Maria Helena de Mello Vieira, Maria da Conceição Aparecida de Vasconcellos Rodrigues, do Laboratório de Currículos, Seec/RJ.
- Às Prof<sup>as</sup>. Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb, pelas sugestões apresentadas.
- Aos meus alunos do Departamento de Matemática da Universidade Santa Ursula, que auxiliaram neste trabalho.
- Aos diretores, professores e alunos dos colégios que permitiram a realização desta experiência.

*A Israel, Jacob e Daniel*

*A meu pai e à memória de minha mãe*

S U M Á R I O

O trabalho apresenta um estudo, com tratamento estatístico, da identificação, interpretação e análise dos resultados apresentados, na resolução de sistemas lineares de duas equações a duas incógnitas, sob o ponto de vista algêbrico e geométrico, por alunos da 1<sup>a</sup> Série do 2<sup>o</sup> Grau.

Sobre os resultados obtidos, foi feita uma projeção para a população escolar da 1<sup>a</sup> Série do 2<sup>o</sup> Grau, do Município do Rio de Janeiro.

R É S U M É

Le travail présente un étude, avec traitement statistique, de l'identification, l'interprétation et l'analyse des résultats obtenus dans la résolution de systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues, sous le point de vue algébrique et/ou géométrique, par des élèves de la 1<sup>ère</sup> année du 2<sup>e</sup> cycle (classe de seconde). Une projection sur les résultats a été faite pour la population scolaire de cette classe de toutes les écoles de la ville de Rio de Janeiro.

## I N D I C E

	Pag.
1. - Introdução	1
2. - Fundamentação Teórica	3
3. - Pesquisa	23
3.1 - Estudos preliminares	23
3.2 - Seleção da Amostra	24
3.3 - Seleção das turmas do Universo da Pesquisa	29
3.4 - Testes	34
3.5 - Tratamento Estatístico	48
4. - Interpretação e comparação dos resultados à luz da fundamentação teórica	50
4.1 - Quadro geral de desempenho	50
4.2 - Interpretação das respostas dos questionários	52
4.3 - Interpretação e análise das dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução dos testes	54
5. - Conclusões	76
6. - Referências Bibliográficas	84
7. - Anexos	88

## CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Este estudo se relaciona com a aquisição de um conceito, o que é fundamental em Educação Matemática.

No processo ensino-aprendizagem é essencial ter-se plena consciência do estágio em que o aluno se encontra para poder adaptar a metodologia do ensino àquele estágio. Antes de ensinar ao indivíduo, é preciso estudá-lo para descobrir a fase do desenvolvimento mental em que se encontra, bem como suas necessidades específicas.

Tomou-se, como universo, alunos da 1<sup>a</sup> Série do 2º Grau, com idade média de 15-16 anos.

O assunto escolhido para a pesquisa foi: "Resolução de Sistemas Lineares de Duas Equações a Duas Incógnitas, Sob o Ponto de Vista Algébrico e Geométrico". Este conceito já deveria fazer parte do cabedal de conhecimentos do aluno no nível de escolaridade considerado.

Procurou-se determinar se esta hipótese era verdadeira e, não o sendo, quais as dificuldades apresentadas e suas possíveis causas.

Escolheu-se o assunto acima referido, por ter ele inúmeras aplicações, tanto no desempenho escolar, como na vida prática.

Durante a pesquisa foram aplicados cinco testes, três de resoluções algébricas e dois de resoluções geométricas (resolução utilizando a representação gráfica). Estes testes foram corrigidos e seus resultados sofreram um tratamento estatístico que serviu de subsídio para a análise e interpretação do desenvolvimento do raciocínio cognitivo e matemático dos alunos, bem como para diagnosticar as possíveis causas que concorrem para favorecê-lo ou não.



## CAPÍTULO II

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De acordo com a pesquisa realizada, duas perguntas afloraram à mente:

- 1 - Como ensinam os professores?
- 2 - Como aprendem os alunos?

As respostas a estas duas perguntas estão inter-relacionadas.

Sobre o processo ensino-aprendizagem, diversas teorias têm sido propostas, cada uma com diferentes implicações quanto à prática do ensino. Podemos agrupá-las, de acordo com sua maneira de enfocar a relação entre o indivíduo e o meio, em três categorias.

As teorias pertencentes ao 1º tipo, encenam o meio como fator ativo primário. Estão voltadas para o que se vai ensinar — Escola Tradicional.

As teorias pertencentes ao segundo encenam a criança como fator ativo primário. Deram origem à escola voltada para a criança. — Como ensinar? Como as crianças aprendem?

As do 3º tipo reconhecem que tanto a cri

ança, quanto o meio, desempenham papel ativo no processo de aprendizagem. São a base do ensino contemporâneo — Como ensinar? O que se pretende ensinar? Como as crianças aprendem?

De acordo com as teorias desenvolvidas no segundo e terceiro tipos, o aluno é um organismo que age por si mesmo e cresce. Portanto "...aprender não é apenas acumular conhecimentos, mas um processo de crescimento..." [7], crescimento tanto do ponto de vista biológico como mental.

O crescimento mental do indivíduo faz com que ele passe por diferentes estágios de desenvolvimento.

Este crescimento não é espontâneo, podendo ser dirigido. A interação do indivíduo com o meio desempenha um papel ativo no processo de aprendizagem.

Para haver um determinado tipo de aprendizagem é necessário que o desenvolvimento mental do indivíduo esteja preparado para recebê-lo e que as suas estruturas mentais sejam ativadas.

Como sabemos, o desenvolvimento do indivíduo progride através de estágios bem definidos. Estes ocorrem numa ordem fixa, porém, pessoas diferentes passam de um estágio para outro, em épocas diferentes.

O desenvolvimento mental é influenciado por quatro fatores inter-relacionados: maturação, experiência, interação social e equilíbrio.

Piaget acredita que o desenvolvimento in-

telectual ocorre por meio de invariantes funcionais inatas aos quais chama de Organização e Adaptação.

Organização é o aspecto interno na construção de ações simples como ver, tocar, nomear, através dos diferentes estágios, para a aquisição de estruturas mentais de ordem mais elevada. Estas ações tornam-se coordenadas, transformando-se em operações, inicialmente concretas e finalmente abstratas ou formais. Um indivíduo compõe assim seus sistemas internos de considerar o mundo.

Adaptação é o aspecto externo, onde se processa a mudança contínua que ocorre no indivíduo, como resultado de sua interação com o meio. Consiste de dois processos opostos, mas inseparáveis — a assimilação e a acomodação.

A assimilação é o processo pelo qual o indivíduo adapta cada experiência nova às suas estruturas mentais pré-existentes, estruturas essas que não são inatas, já foram adquiridas. Pelo funcionamento dessas estruturas, o indivíduo interpreta as novas experiências a partir das anteriores. Entretanto, a incorporação de novas experiências modifica as estruturas já existentes. A acomodação é o processo que assegura a modificação das estruturas mentais, de modo a permitir a inclusão de experiências que ainda não se ajustam às estruturas existentes. Tal processo faz com que as estruturas mentais mudem sob a influência do meio.

Destacaremos, neste trabalho, três estágios do desenvolvimento mental do indivíduo que são especialmente importantes.

1) Estágio do pensamento intuitivo ou do pensamento pré-operacional (idade aproximada de 4 a 7 anos).

As crianças deste nível raciocinam e dão explicações na base mais de intuições do que de lógicas. Como seu pensamento é dominado pela percepção momentânea, tendem a associar as coisas entre si por justaposições acidentais e não por relações de causa e efeito ou por implicações lógicas.

Nesta fase elas têm dificuldade de compreender a ordem dos eventos, explicar relações entre a parte e o todo, entre elemento e conjunto e entre o conjunto e seus sub-conjuntos. Não percebem pois que o número cardinal associado a um conjunto é independente do arranjo de seus elementos. Têm dificuldade de adquirir a noção de número e suas relações, compreender com precisão o que as outras pessoas falam, não sendo capazes de dominar as regras.

Sua tendência é fixar a atenção sobre um único fator de cada vez, chegando muitas vezes a conclusões contraditórias, quando desviam a atenção de um fator para outro. Consequentemente, tendem a negligenciar as transformações de um estado para outro e não percebem a reversibilidade de muitas transformações. Não podem ainda efetuar operações mentais como adicionar e subtrair, bem como também seguir os passos na resolução de um problema, etc.

Apesar da criança, nesta fase, dar enormes passos no crescimento mental, ela utiliza símbolos socialmente padronizados da linguagem falada e é apenas capaz de formar símbolos mentais que representam objetos reais, de raciocinar num nível muito simples, provavelmente usando imagens men-

tais em vez de palavras.

2) Estágio das operações concretas (idade aproximada de 7 a 11 anos).

Neste nível, as crianças estão desenvolvendo conceitos de números e de relações. Seus processos mentais permitem maior habilidade de compreensão de regras e de efetuar operações concretas. Distinguem o conceito de massa, do conceito de comprimento e o conceito de número cardinal, do conceito de comprimento de uma fileira de objetos. Sabem que a massa de um objeto não se altera quando muda a sua forma e que o número cardinal associado a um conjunto não se altera, quando se modifica o arranjo dos elementos do conjunto. Dominam as relações entre um conjunto e seus sub-conjuntos, compreendem a propriedade transitiva da relação de ordem, sendo capazes de formar conjuntos ordenados e de estabelecer correspondências biunívocas que preservem a ordem.

As palavras operações e concretas, usadas por Piaget, simbolizam as características que distinguem esse estágio dos que o precedem e o seguem.

Piaget define uma operação como "uma ação que pode voltar ao seu ponto de partida e que pode ser integrada a outras ações que também possuem esse caráter de reversibilidade" [1]. Para Piaget as operações são atos mentais.

A criança passa do estágio pré-operacional para o das operações concretas, quando seus atos mentais, antes isolados e não coordenados, são finalmente organizados nessas estruturas, semelhantes às de um grupo matemático.

Piaget chama as operações mentais da criança entre sete e onze anos, de operações concretas, porque o ponto de partida dessas operações é sempre algum sistema real de objetos e relações que ela percebe sensorialmente. A criança, nesse estágio, é capaz de organizar e ordenar apenas coisas que estão imediatamente presentes.

Nesta fase, a criança começa a se tornar semelhante ao adulto nos seus processos de pensamento. Pode tornar as ações reversíveis, atingindo às operações e, cada vez mais, é capaz de usar palavras e outros símbolos para representar objetos concretos quando faz suas explorações mentais.

Nesta fase, as atividades matemáticas devem dar mais ênfase à manipulação de objetos, para desenvolver a ação que se fizer necessária.

3) Estágio das operações formais (ida de aproximada de 11 a 15 anos).

O indivíduo passa a este estágio, quando começa a raciocinar sobre coisas que não tem diante de si; quando é capaz de raciocinar plenamente sobre o possível, tanto quanto sobre o real. Ele usa "constructos". Esta é a fase do pensamento adulto.

Neste estágio o indivíduo é capaz: de identificar todos os fatores possíveis que têm importância para a investigação de um problema e de usar a análise combinatória para formar todas as combinações possíveis desses fatores. É capaz de formular hipóteses, delas tirar conclusões e testá-las.

las em confronto com a realidade. Além disso, é capaz de explorar relações entre proposições e não apenas entre objetos.

Neste nível, pode pensar, usando abstrações que se formam a partir das ações e formular teorias, verbalmente, sobre proposições, não necessitando mais trabalhar sobre o concreto.

O estudante, neste estágio, atinge um desenvolvimento mental que lhe permite fazer experimentações. Pode organizar um experimento e verificar se está certo. Começa a compreender as relações geométricas, proporcionalidade e a conexão entre as ações e as reações.

Em resumo, é capaz de pensamento científico e de raciocínio matemático formal. Portanto, neste estágio, deve poder entender a linguagem matemática.

A passagem de um estágio para o seguinte pode ser ativada por uma experiência enriquecedora e pelo bom ensino.

Piaget exprime esta idéia como se segue: "a maturação do sistema nervoso pode apenas determinar a totalidade das possibilidades e impossibilidades num determinado estágio. Um meio social particular é indispensável para a realização dessas possibilidades. Segue-se que sua realização pode ser acelerada ou retardada em função das condições culturais e educacionais." [18]

Gostaríamos, aqui, de fazer uma observação a respeito do termo concreto usado por Piaget, na expressão "operações concretas" que não deve ser confundido com o seu significado na linguagem comum.

O que é concreto ou não, neste sentido, é relativo à experiência passada do indivíduo e à sua maturidade mental. Assim, por exemplo, para os alunos da 1ª série do 2º Grau, a soma 2+3 é concreta, mas a soma x+y não é.

A partir do que foi explanado anteriormente não podemos deixar de valorizar o papel importante desempenhado pela linguagem na construção do pensamento e sua expressão, como nos afirma Saussure:

"Tomando em si mesmo, pensamento é como uma nebulosa onde nada é necessariamente delimitado. Psicologicamente, se for feita a abstração de sua expressão (psicológica) pelas palavras, nosso pensamento é apenas uma massa amorfa indistinta. Filósofos e linguistas estão sempre de acordo em reconhecer que sem o recurso aos signos seríamos incapazes de distinguir duas idéias de um modo claro e constante". [20]

Portanto, a linguagem desempenha, com muito mais forte razão, um papel importante na construção do pensamento científico, na aprendizagem da ciência e na apreensão de um conceito desta.

Levando em conta o que foi dito, faremos algumas observações iniciais a respeito da ciência matemática



ca, seu estilo, forma, conteúdo e trabalho.

Uma construção de matemática pura tende a apresentar-se como um conjunto unificado. Somente raras vezes isto pode acontecer, pois a história desta ciência fornece muitos exemplos de unificação progressiva, através de diferentes estágios de desenvolvimento de uma mesma teoria.

Na Matemática o trabalho tem uma singularidade: a estrutura por ela edificada é diretamente visada na sua mais completa abstração. Mas, podemos afirmar que esta estrutura é extraída sempre de uma experiência que se situa em níveis variados de abstração.

Segundo Piaget, pode-se falar de uma experiência matemática ingênua ao nível elementar da percepção. Isto significa que cada etapa coletiva ou individual do trabalho matemático se realiza num nível mais ou menos adiantado de abstração. Mas, esta abstração é sempre vivida como experiência. Devido a isto, o trabalho matemático necessita ao mesmo tempo da forma e do conteúdo, através de uma experiência estruturada num nível "inferior" de abstração.

O estilo aqui se apresenta como uma maneira de introduzir os conceitos de uma teoria, de encadeá-los, de unificá-los ou, como também de limitar a carga intuitiva na determinação destes conceitos.

Por exemplo, consideremos os sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas, que é o assunto do nosso trabalho. Sua resolução pode ser apresentada:

1) Utilizando técnicas operatórias, a-

través dos métodos tradicionais: adição, comparação e substituição, tal como no início do estudo da Álgebra (1º Grau, 7ª Série).

2) Utilizando a sua representação gráfica, após identificar a imagem geométrica das equações (1º Grau, 8ª Série).

3) Utilizando matrizes quadradas de 2ª ordem, tal como na iniciação ao estudo de Álgebra Linear em  $\mathbb{R}^2$  (2º Grau).

Cada uma dessas apresentações possui um determinado nível de abstração. Estas diferentes formas de apreender um conceito, de integrá-lo num sistema operatório e de associar-lhe implicações intuitivas constituem os fatos de estilo, ligados ao conteúdo e à forma. Contudo, é necessário limitar, exatamente, o seu alcance.

Apresentamos, acima, três estilos diferentes de abordar um mesmo conteúdo, o domínio da resolução de sistemas lineares de duas equações a duas incógnitas.

Notemos que, nestas formas de apresentação o conteúdo estrutural do conceito não se altera. O que se modifica é o enfoque a ser dado ao conceito para um determinado uso ou para uma determinada extensão.

O estilo desempenha um papel essencial no desenvolvimento da Matemática, na sua aprendizagem, bem como nas suas relações com os objetos concretos. Podemos, então, dizer que o estilo está mais diretamente ligado à linguagem e à sua apresentação do que à construção do conceito.

Esta linguagem tem, pois, grande im-

portância no processo científico e também na aprendizagem da ciência.

A linguagem é parte integrante da atividade científica. A Matemática pode ser qualificada de ciência por construção de linguagem, no sentido de uma nova maneira de expressar esta ciência.

Portanto, o estilo está intimamente ligado aos métodos que se devem desenvolver, da mesma maneira que deve, muitas vezes, tomar a dianteira e influenciar o desenvolvimento da ciência matemática.

Segundo Granger, "...a criação de uma linguagem matemática não é, tão só, um acontecimento exterior ao desenvolvimento da ciência. Está, ao mesmo tempo, ligada ao conteúdo do conhecimento matemático e às condições que constituem a sua infra-estrutura. Uma invenção linguística neste domínio acha-se, de certo modo, situada no ponto de encontro do universo formal, que é a Matemática realizada, e do sistema dos atos concretos que constituem as relações dos homens entre si e com o mundo..." [7]

Portanto, tanto o conteúdo como a linguagem devem se aproximar das condições vivenciais do aluno, pois estas dão significações ao mundo efetivamente vivido.

Como a construção linguística da Matemática é unívoca, a introdução da parte formal num conjunto de atos linguísticos é muito especial e difícil.

A linguagem Matemática se singulariza

pelo fato de sō se desenvolver verdadeiramente pela escrita. De fato, as informações oferecidas pela cadeia falada, tal como é percebida, não servem para receber e transmitir precisamente as mensagens que devem traduzir as informações a respeito da sua própria estrutura .

A linguagem usual falada serve apenas para descrever os objetos e as propriedades de objetos estruturais.

Como exemplo, podemos dizer: a soma de dois números inteiros é igual a 8 e um deles vale 3 — A estrutura simbólica nos dá diretamente:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ y = 3 \end{cases} \quad (\text{Questão do 1º teste da experiência})$$

Entretanto, quando as propriedades estruturais ultrapassam a um certo grau de complexidade, a sua descrição torna-se tão difícil de ser compreendida que paralisa toda a manipulação, toda análise e toda demonstração.

Não resta a menor dúvida que as descrições facilitam, por sua carga concreta, o entendimento do significado das fórmulas matemáticas. Realmente, a Matemática não pode somente ser expressa numa linguagem linear como a linguagem corrente, ou somente numa linguagem unidimensional, como uma sequência de signos, linguagem simbólica. Tornar-se-ia tremendamente difícil para o indivíduo, a utilização, apenas, de linguagem simbólica.

O importante é que haja uma ligação entre a linguagem corrente e a linguagem simbólica, para uma boa

compreensão do desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, b e m como do raciocínio, levando-se em conta o nível do desenvolvimento mental dos alunos em cada estágio.

Retomamos aqui a questão de uma nova linguagem matemática. Tal questão estaria ligada a diferenciar a pluralidade de maneiras de exprimir e de construir um conceito, de fazer compreender como esta pluralidade se liga a diferentes formas de trabalhar este conceito e de vivenciar o simbolismo.

Estas considerações são inseparáveis de um exame do desenvolvimento do conceito e do uso do simbolismo a ele associado.

Analisaremos agora o problema das significações na linguagem matemática.

A Matemática utiliza provisoriamente a linguagem usual e cria uma própria para o seu uso. Portanto, requer, necessariamente, um sistema linguístico.

A linguagem corrente é composta da língua mais a fala. A língua é um sistema de regras composto de elementos chamados signos; a fala é essencialmente uma combinação desses signos que corresponde a um ato individual e não a uma criação pura. A língua é uma convenção social.

Poderíamos dizer, utilizando a definição de V. Brondal:

"A língua é uma entidade puramente abstrata, uma norma superior aos indivíduos, um conjunto de tipos essenciais, que realiza a fala de modo infinitamente variável".

[2], o que completariamos com a citação de Granger:

"Uma língua é evidentemente um sistema de formas; por mais próximo que se queira reconhecê-las da experiência vivida, estas formas estão organizadas e o menos "estruturalista" dos linguistas não pode deixar de admitir que constituem, pelo menos, esboços de estruturas abstratas que remetem, pois, a um trabalho de construção e retificação de um vivido". [7]

Façamos uma comparação entre a linguagem matemática e a linguagem corrente, sob o ponto de vista de suas significações.

A linguagem corrente, apesar de ser abstrata, é instrumento de comunicação, sendo o conteúdo desta comunicação uma experiência vivida pelo indivíduo ou pela coletividade.

A linguagem matemática também é um instrumento de comunicação a serviço do desenvolvimento da ciência e da ativação das estruturas do pensamento. Contudo, na maioria das vezes, não é uma experiência vivida, sendo por isto mais difícil de ser assimilada.

Tentaremos explicar o que é um signo em linguagem matemática.

Consideremos, mais uma vez, o assunto do nosso trabalho: seja um sistema linear de duas equações a duas incógnitas.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Este sistema é formado de signos, a o mesmo tempo no sentido do significante (imagem escrita de  $x_1y$ ,  $a_1b_1c_1$ ,  $a_2b_2c_2$ ) e do significado (variável e constantes).

Este signo envia um sistema de relações entre quantidades figuradas (significado) traduzindo, ao mesmo tempo, as operações algébricas (regras de combinações de signos) possíveis de serem efetuadas sobre essas equações (significantes).

Notemos que o objeto do signo é também definido como signo. Ainda mais, podemos perceber que essas men são enviadas a uma estrutura simbólica na qual ela própria é um elemento.

Logo, para a apreensão daquele conceito (sistemas lineares) seria necessário que o indivíduo vivesse uma experiência baseada em signos já conhecidos, dando nascimento a um novo signo e trabalhando as suas relações.

Não resta a menor dúvida que se pode usar o simbolismo lógico para transmitir a outro sujeito as propriedades de objetos científicos. Mas, por outro lado, a complexidade das expressões formais dificulta o raciocínio, a síntese e a memorização por parte do outro sujeito que não viveu o processo de construção deste simbolismo. Em outras palavras, o que se ganha em rigor se perde em eficácia.

Em Matemática ocorre o que chamamos de abusos de linguagem no discurso científico; usam-se construções estritamente formalizadas, muito pouco utilizadas, como meios de comunicação corrente entre os indivíduos, tornando cada vez mais difícil a sua compreensão e, conseqüentemente, restringin

do bastante o seu uso.

A linguagem matemática se diferencia da linguagem corrente por duas razões fundamentais;

I) Ser linguagem artificial, isto é, não comportar a segunda articulação no sentido definido por Martinet.

II) Ser um sistema simbólico, onde na sua construção, se ordenam apenas a experiência dos próprios símbolos.

O fato da linguagem matemática ser linguagem artificial, pode ser explicado da seguinte maneira: Segundo Martinet, a linguagem usual é duplamente articulada (bidimensional). No 1º plano se empregam os termos do cotidiano e os enunciados se articulam em palavras, isto é, faz-se a divisão de uma frase em unidades dotadas de sentido (1ª articulação). No 2º plano, as palavras se articulam em sons, isto é, os elementos componentes da frase podem, por sua vez, ser divididos em unidades menores, segundo a forma vocal e não mais segundo o critério do sentido. Assim, divide-se a palavra em fonemas e estas unidades podem participar de outros contextos (2ª articulação).

O mesmo não ocorre na linguagem matemática, pois, por exemplo, a sentença  $x + y = 8$  pode ser dividida em unidades dotadas de sentido. Realmente podemos considerar nesta sentença os signos isolados  $x, +, y, =, 8$ , (1ª articulação), mas esses signos não podem ser divididos em unidades menores para serem aplicados a outros contextos (2ª articulação).



Apesar de podermos considerar na linguagem matemática signos isolados e expressões bem formadas, estas não se opõem entre si como o fonema se opõe ao monema (palavra). Chama-se monema (palavra) o menor segmento do discurso ao qual pode se atribuir um sentido e fonema a articulação dos monemas em uma sequência de unidades distintas, no plano da forma.

Os signos isolados são diretamente ligados ao sistema dos sintagmas que, segundo Saussure [20], constitui o primeiro nível de articulação (primeiro plano) da linguagem usual (linguagem articulada).

Barthes define: "Sintagma é uma combinação de signos que tem por suporte a extensão. Na linguagem articulada, essa extensão é linear e irreversível (é a "cadeia falada"): dois elementos não podem ser pronunciados ao mesmo tempo." [21].

Em Matemática, o signo  $x+y=8$  fornece um exemplo de sintagma: consta de dois elementos que não podem ser pronunciados ao mesmo tempo e é uma linguagem linear e irreversível.

Confirma-se, portanto, que a comunicação em Matemática se faz ao nível de 1ª articulação.

A linguagem matemática é específica e é aplicada a diferentes campos do conhecimento

Deve ser bem interpretada e compreendida.

O fato da linguagem matemática ser um sistema simbólico, caracterizado por ser construído de modo a se ordenar, apenas, a experiência dos próprios símbolos, signi

fica que é uma linguagem formal. Um signo desta linguagem nunca envia a sua experiência ao exterior, mas somente a uma combinação de regras simbólicas que constitui seu objeto e que são signos também. Sendo uma linguagem formal e passível de interpretações que constituem também um sistema formal de um nível de abstração menos elevado e nunca uma experiência. Isto é o oposto do que acontece na linguagem corrente. Nesta última, o seu sistema de regras, composto de signos, possibilita a combinação desses signos, correspondendo a uma experiência vivida pelo indivíduo e não uma criação pura.

Para concluir estas considerações, vale assinalar Granger que, na comparação feita entre o matemático e o aprendiz-matemático, comparação essa que pode ser estendida ao professor de Matemática e ao aluno, afirma: "Se a interpretação ocasional do simbolismo como linguagem "significativa" pelo matemático é uma das condições da criação, é possível que ela desempenhe, ao contrário, um papel ambíguo para o iniciante que ainda não sabe o que a Matemática é na verdade. Não tendo efetuado a conversão do pensamento que o desígnio abstrato das estruturas tomadas nelas mesmas exige, o aprendiz-matemático certamente encontra um apoio nas representações "geométricas" intuitivas, por exemplo, as que constituem interpretantes exteriores, significações possíveis para os esquemas abstratos. Mas, se seu pensamento permanece fixado neste gênero de desígnio, que só convém acidentalmente ao simbolismo matemático, ele se torna bloqueado, procurando, em vão, no sensível dos interpretantes o que só uma imaginação excepcionalmente dotada pode descobrir no interior mesmo do universo simbólico, abraçando-o, então, como um mundo". [7]

Portanto, tentando responder às perguntas do início deste trabalho, é importante que nós, professores de Matemática, possamos conhecer a maneira pela qual se constrói o discurso da linguagem corrente e o da linguagem matemática. Além disso, devemos estabelecer um elo entre as duas, procurando fazer uma simbiose de ambas, dotando os símbolos de significações, quando possível, para que se possa viver, até certo ponto, uma experiência matemática.

Cumpré lembrar que, no processo ensino-aprendizagem, é importante que o professor de Matemática conheça o nível operacional de seus alunos, para fazer uma adequação entre as duas linguagens, possibilitando, assim, ao aluno a descoberta e construção do discurso matemático.

Para auxiliar o aluno na construção do discurso matemático é necessário partir da linguagem corrente que ele domina, criando situações motivadoras.

A passagem e a assimilação dos níveis de abstração da Matemática são conseguidos quando fica estabelecida uma ligação entre os dois discursos. Então, ele se expressa e pensa matematicamente. Caso isto não aconteça, e ele não construiu o discurso matemático e, portanto, não sabe utilizá-lo, tornando esse discurso sem significado.

Cabe aos professores de Matemática, como facilitadores da aprendizagem, ter o conhecimento do discurso matemático e a criatividade para visualizar a passagem entre os dois discursos, dando ao aluno oportunidade de viver esta experiência.



## CAPÍTULO III

P E S Q U I S A

A pesquisa foi realizada de dezembro de 1979 a fevereiro de 1981 (14 meses), envolvendo um trabalho de campo. O cronograma consta do anexo 1.

III.1. ESTUDOS PRELIMINARESIII.1.1. DEFINIÇÃO DO TEMA:

Identificação, interpretação e análise dos resultados apresentados, mediante amostragem, por alunos da 1<sup>a</sup>. Série do 2º Grau, na resolução de sistemas lineares, com possível projeção à população escolar da 1<sup>a</sup>. Série do 2º Grau, no Município do Rio de Janeiro.

III.1.2. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA:

A bibliografia à qual recorreremos compõe-se de publicações nas seguintes áreas:

- PSICOLOGIA
- LINGUÍSTICA
- FILOSOFIA
- MATEMÁTICA

A listagem das publicações utilizadas encontra-se no ca

pítulo VI.

### III.1.3. LEVANTAMENTO DAS ESCOLAS ESTADUAIS E PARTICULARES DO 2º GRÃO:

Este levantamento foi fornecido pelo Cadastro de Estabelecimentos Escolares do 2º Grão, rede particular e rede estadual, do Instituto de Informática e da Coordenação do 2º Grão SEEC/RJ, em janeiro de 1980.

O número total de escolas do 2º Grão cadastradas do Município do Rio de Janeiro era de 560 (quinhentos e sessenta).

### III.1.4. VISITAS ÀS ESCOLAS:

A visita prévia às escolas do Município para a seleção da amostra foi desprezada por ser excessivamente trabalhosa e porque iria gerar um atraso maior no cronograma.

## III.2. SELEÇÃO DA AMOSTRA

### III.2.1. PLANO DE AMOSTRAGEM:

O plano de amostragem foi realizado após a aplicação, em quatro colégios, de instrumento para a determinação da amostragem (anexo 2), da seguinte maneira:

- 1) Aplicação em quatro (4) colégios (pesquisa piloto).
- 2) Cálculo de médias e da soma dos quadrados dos desvios dos valores em relação à média aritmética ( $\sum x^2$ ) para cada turma e por colégio também (vide o quadro das médias no anexo 4).
- 3) Resultados: considerando cada colégio como um con-

glomerado e as turmas como unidades secundárias, obtemos:

Total geral estimado: 2097794,49

Média geral estimada: 10,42

Variância de total estimado:

a) 1<sup>a</sup> aproximação:  $4,8091233 \cdot 10^{11}$

Desvio-padrão:  $\sqrt{\quad} = 693.478,43$

b) 2<sup>a</sup> aproximação:

componente devido à variação entre colégios:

$4,7950203 \cdot 10^{11}$

Desvio-padrão:  $\sqrt{\quad} = 692.460,85$

componente devido à variação dentro dos colégios:

286898003,6

Desvio-padrão:  $\sqrt{\quad} = 16.938,0638$

total :

$4,7978893 \cdot 10^{11}$

Desvio-padrão:  $\sqrt{\quad} = 692.667,98$

Observação: A variância entre colégios é muito superior à variância dentro dos colégios .

Cálculo do número de turmas:

Razão entre custo colégio e custo turmas: 200/1

$\bar{m} = 0,85 \rightarrow 1$  turma

Cálculo do número de colégios sem levar em consideração o custo:

5% de erro: 67,14 colégios

6% de erro: 46 colégios

Os resultados sugerem que seria conveniente estratificar os conglomerados.

#### 4) Possível estratificação

Particular diurno (PD)

Estadual diurno (ED)

Estadual noturno (EN)

Particular noturno (PN)

Com o objetivo de obter estimativas grosseiras, consideramos que cada turma poderia equivaler a um colégio, nos 4 estratos acima.

Novamente, o cálculo mostrou que a variância entre turmas era muito superior à variância dentro das turmas, o que nos levou a supor que a variância entre estratos seria maior do que a variância dentro dos estratos.

Isto nos levou também à suposição de que, utilizando o critério da estratificação, haveria redução do erro de amostragens.

A impossibilidade de realização de nova pesquisa-piloto nos levou a sugerir:

- a) Trabalhar com os quatro estratos acima;
- b) Sortear os colégios em cada estrato;
- c) Em cada colégio, sortear as turmas.

Por conveniência didático-administrativa, não foi feita nenhuma sub-amostragem na turma.



A falta de outros dados sugeriu uma alocação proporcional ao tamanho dos estratos.

Temos, então:

Estadual : 103 escolas → 18,39 %

Particular: 457 escolas → 81,61 %

Assim, o plano constou de:

1. Estabelecer o número de colégios em função do orçamento total disponível.
2. Escolher o número de colégios a sortear em cada estrato, proporcionalmente, dividindo as proporções a cima em função do número de estabelecimentos com turnos diurno e noturno.
3. Em cada colégio, sortear somente uma turma.

As escolas do 2º Grau do Município do Rio de Janeiro são assim distribuídas:

PD : 280 → 50 %

ED : 53 → 9,46 %

EN : 50 → 8,93 %

PD : 177 → 31,61 %

TOTAL: 560

Do ponto de vista do custo, concluímos ser possível trabalhar com 13 escolas, com a seguinte distribuição:

PD : 6,50 ~ 7

ED : 1,23 ~ 1

EN : 1,16 ~ 1

PN : 4,11 ~ 4

### III.2.2. DETERMINAÇÃO DAS ESCOLAS:

Dentro dos critérios de seleção da amostragem escolhemos, aleatoriamente, as seguintes escolas:

1. PD - COLÉGIO SANTA ÚRSULA
2. ED - COLÉGIO ESTADUAL INFANTE DÔM HENRIQUE
3. EN - COLÉGIO ESTADUAL MEXICO
4. PN - COLÉGIO RESENDE RAMMEL

Elaboramos um pré-teste, que constitui o anexo 2, do qual constavam questões simples, algumas delas com a variável explicitada, pedindo soluções algébricas dos sistemas, soluções essas que envolviam técnicas operatórias elementares.

Os objetivos deste pré-teste eram:

- confiabilidade das questões.
- determinação da unidade do universo escola ou turma.
- número de elementos para amostragem ou universo da pesquisa.

O levantamento dos resultados, conforme o exemplo tabulado da escola 1 (anexo 3), permitiu à Prof<sup>a</sup>. E v a Nick, a determinação, por métodos estatísticos, do Universo da Pesquisa, cujo relatório constitui o anexo 4. Deste relatório concluiu-se que a unidade da amostra seria escola, uma vez que a diferença entre os resultados de turmas da mesma escola era pouco significativo.

O número total de alunos a serem testados foi de, aproximadamente, 400, considerando-se em média, 35 alunos por turma.

Foram feitos 4 sorteios aleatórios, um para cada grupo de escolas pertencentes às categorias mencionadas acima.

Para esse sorteio, foi utilizada a tabela 1 - Números aleatórios, apêndice B [72]

Sorteamos, por exemplo, 18 entre as 280 escolas particulares diurnas. Mediante entrevista com os diretores das 15 primeiras sorteadas, foram escolhidas as 7 primeiras, obedecendo-se a ordem da lista. A seleção das escolas das demais categorias foi feita analogamente.

As escolas foram numeradas de I a XIII e agrupadas em quatro categorias; segundo o critério estabelecido no plano de amostragem, como indica a tabela que se segue:

TABELA III.2.1

PD	ED	EN	PN
I; II; III; IV; V; VI; VII	VIII	IX	X; XI; XII; XIII

### III.3. SELEÇÃO DAS TURMAS DO UNIVERSO DA PESQUISA

#### III.3.1. ENTREVISTA COM DIRETORES, COORDENADORES E PROFESSORES DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS SELECIONADAS:

Nestas entrevistas, mostramos o objetivo do nosso trabalho, seu cronograma e estabelecemos o horário para a aplicação dos testes, de maneira a não prejudicar o funcionamento da escola.

### III.3.2. - SELEÇÃO DAS TURMAS:

De acordo com o item III.2., foram selecionadas as turmas que participariam da experiência.

### III.3.3. - APLICAÇÃO DE QUESTIONÁRIOS:

Foram elaborados questionários para os diretores, professores de matemática e para os alunos das turmas selecionadas. Eles constituem o anexo 5 e foram aplicados junto com o 2º teste.

### III.3.4. - ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS:

Os questionários foram tabulados e analisados após a aplicação do terceiro teste. O resultado da tabulação dos questionários encontra-se nas tabelas que se seguem:

TABELA III.3.1

QUESTIONÁRIO PARA O DIRETOR

ESCOLAS	DATA DA IMPLANTAÇÃO DO 2º GRÃO	TIPO DE ESCOLA									TIPO DE ALUNO ATENDIDO						
		P			E			M			NÍVEL SOCIAL			MEIO-AMBIENTE EM QUE VIVE			
		1º	2º	S	1º	2º	S	1º	2º	S	A	M	B	U	S	R	F
I-PD																	
II-PD	1 9 6 9	X	X	X								X	X	X	X		
III-PD	1 9 6 1	X	X									X		X			
IV-PD																	
V-PD	1 9 6 9	X	X	X								X	X		X		
VI-PD	1 9 6 0		X									X		X	X		
VII-PD	1 9 6 9	X	X									X		X			
VIII-ED																	
IX-EN	1 9 7 7					X								X			
X-PN	1 9 7 2		X										X		X	X	
XI-PN		X	X	X									X	X		X	X
XII-PN	1 9 6 3	X	X	X									X	X		X	X
XIII-PN	1 9 7 0		X										X		X		

LEGENDA:

<u>Tipo de escola</u>	<u>Nível de escolaridade</u>	<u>Nível social</u>	<u>Meio ambiente</u>
P - PARTICULAR	1º - 1º GRÃO	A - ALTO	U - URBANO
E - ESTADUAL	2º - 2º GRÃO	M - MÉDIO	S - SUBURBANO
M - MUNICIPAL	S - SUPLETIVO	B - BAIXO	R - RURAL
			F - FAVELA

Os diretores das escolas I, IV e VIII não entregaram o questionário, apesar de serem solicitados muitas vezes.

TABELA III.3.2

## QUESTIONÁRIO PARA O PROFESSOR (\*)

ESCOLAS	SEXO		HORAS DE TRABALHO SEMANAIS	ANOS/GRÁUS QUE LECIONA MATEMÁTICA			QUALIFICAÇÃO COMO PROFESSOR						A D O T A L I V R O		
	F	M		1º	2º	3º	1	2	3	4	5	6	S	N	
I-PD	X		18		4		X								X
II-PD		X	25		3							X	X		
III-PD		X	59	38	38	8	X						X		
IV-PD		X	48	1	4					X			X		
V-PD		X	50	12	12		X								X
VI-PD		X	17									X	X		
VII-PD	X		47		23		X						X		
VIII-ED	X		24	10	5		X						X		
IX-EN	X		24	18	10		X						X		
X-PN		X	8		3					X					X
XI-PN		X	9	5	5		X						X		
XII-PN		X	20	13	12		X					X			X
XIII-PN		X	30	17	17		X						X		

(\*) Como foi utilizada uma turma em cada escola, as respostas foram dadas pelo professor de Matemática de cada turma.

## LEGENDA:

## QUALIFICAÇÃO COMO PROFESSOR

- 1 - Licenciatura Plena em Matemática
- 2 - " Curta " "
- 3 - " " " Outra Graduação
- 4 - " Precária
- 5 - Sem titulação
- 6 - Outra Qualificação

## Adota Livro:

- S - SIM
- N - NÃO

## TABELA III.3.3

## QUESTIONÁRIO PARA O ALUNO

ESCOLAS	Nº. TOTAL DE ALUNOS DA TURMA		IDADE - A N O S		ESCOLARIDADE												MATEMÁTICA												TEMPO SEMANAL DE ESTUDOS				S E X O	
	Nº. TOTAL / ALUNOS Q. RESPOND.	15 a 17	18 ou mais	T R A B A L H O			1º GRÁU						G						CARGA HORÁRIA SEMANAL				HORAS											
							REGULAR			SUPLETIVO :			1			2			EM BRANCO		MENOS DE 2		2 a 4		4 ou mais									
							M	T	N	P	E	M	P	E	M	1	2	3	4	S	N	EM BRANCO	EM BRANCO	2	4	4	ou mais							
I-PD	54	41	26	15	--	5	2	18	4	15	2	1	--	11	19	2	9	23	18	4	11	10	20	--	30	11								
II-PD	27	14	9	5	--	3	1	6	3	7	1	1	--	3	7	1	3	11	2	4	3	3	6	2	8	6								
III-PD	33	32	32	--	--	--	--	11	18	2	--	1	--	15	15	1	1	4	28	5	2	12	13	5	9	23								
IV-PD	29	26	19	7	--	5	2	8	4	9	2	--	--	11	10	1	2	12	14	4	--	2	13	11	1	25								
V-PD	43	36	36	--	--	1	1	17	6	15	3	--	--	6	24	3	3	21	14	3	8	6	21	1	2	34								
VI-PD	26	17	10	7	--	4	1	6	--	8	2	--	--	5	10	1	1	10	7	3	3	5	6	3	2	15								
VII-PD	34	30	30	--	--	--	--	29	1	--	--	--	--	9	13	2	6	20	10	5	6	2	10	12	23	7								
VIII-ED	25	21	15	6	--	1	--	2	6	13	--	1	--	1	12	--	8	17	4	4	4	6	5	6	16	5								
IX-EN	34	29	9	19	21	18	2	1	9	8	--	5	6	10	16	--	3	21	8	4	22	3	4	--	19	10								
X-PN	51	24	1	23	18	16	3	5	12	2	6	6	--	9	9	3	3	14	6	3	7	3	9	5	9	15								
XI-PN	47	18	4	14	11	10	--	4	6	2	5	1	--	1	11	1	5	12	6	2	12	4	1	1	4	13								
XII-PN	34	26	12	13	16	15	1	3	8	12	2	1	--	4	18	--	4	21	5	3	15	3	8	--	11	15								
XIII-PN	24	15	8	7	7	6	1	5	1	4	4	1	1	3	9	3	--	8	7	2	4	5	5	1	2	13								
TOTAL:	461	329	211	116	73	84	14	115	78	97	27	18	7	88	173	18	48	194	129	46	97	64	121	47	136	192								

## LEGENDA:

TRABALHA: M-manhã  
T-tarde  
N-noite

MATEMÁTICA: G-gosta  
1-muito  
2-mais ou menos  
3-indiferente  
4-não gosta

D-tem dificuldades  
S-sim  
N-não

### III.4 - TESTES

#### III.4.1 - GRUPO DE TRABALHO

Para a aplicação do pré-teste e dos demais testes utilizou-se um grupo de alunos de licenciatura em Matemática da Universidade Santa Ursula, convenientemente selecionados e treinados. Este grupo participou da pesquisa na aplicação, correção e tabulação dos instrumentos.

Antes de cada aplicação, foi feita uma reunião com o grupo de trabalho, onde foram estabelecidos os critérios comuns de correção e tabulação do instrumento, assim como a dinâmica de aplicação nas escolas.

O grupo de trabalho foi constituído por:

- . Luiz Carlos Oliveira de Almeida
- . Patricia Amaral Souza Poyares
- . Rosane Sales Cavalcante
- . Rosana Meirelles Schwacke
- . Sylvia Regina de Azevedo Abraham
- . Tania Maria Querido
- . Tereza Cristina Puga Costa

#### III.4.2 - ELABORAÇÃO DOS TESTES

Todos os testes constituem o anexo 6.

As questões aplicadas no instrumento, para a determinação da amostra (pré-teste), mostraram-se confiáveis e, por este motivo, foram utilizadas como 1º teste da pesquisa.



1º TESTE:

Constou da resolução algébrica de 10 sistemas de duas equações a duas incógnitas, com soluções inteiras.

Partiu-se de um primeiro sistema elementar de equações com uma das variáveis explicitada. Em cada uma das demais questões foram acrescentadas pequenas diferenças, aumentando gradativamente a dificuldade.

2º TESTE:

Constou, como o primeiro, de 10 questões de resolução algébrica.

Sua elaboração baseou-se nas dificuldades apresentadas pelos alunos no 1º teste, tendo por objetivo confirmar erros sistemáticos detectados na correção e análise do 1º teste e, ao mesmo tempo, ampliar o universo das soluções para o conjunto dos números racionais.

3º TESTE:

Constou de apenas 5 questões, com soluções inteiras e/ou racionais. O objetivo deste teste foi verificar se os alunos sabiam representar geometricamente um sistema linear de duas equações a duas incógnitas e interpretar sua resolução graficamente. Considerou-se apenas os casos cujas representações constituíam-se de duas retas concorrentes ou duas retas paralelas distintas. Em todas as questões uma das variáveis vinha explicitada em cada uma das equações.

4º TESTE:

Era, de novo, constituído de 10 questões, pedindo-se resolução algébrica de sistemas com soluções inteiras e/ou racionais. Sua elaboração foi inspirada em uma discussão sobre es

te trabalho com o Prof. F. Pluvínage, na 32<sup>a</sup> reunião da CIEAEM, em Oaxtepec, México, em agosto de 1980. Neste teste, questões foram apresentadas de modo diferente das do primeiro e segundo testes, a saber:

- Na primeira questão as variáveis foram representadas por símbolos diferentes das letras usuais, para avaliar a interpretação e compreensão dos alunos.
- Nas questões 2, 3, 9 e 10 avaliou-se a reversibilidade das operações, dando as soluções dos sistemas e pedindo alguns dos coeficientes dos mesmos.
- Na oitava questão, foram dados quatro pares ordenados para que fosse identificado qual era a solução.
- As questões 4, 5, 6 e 7 foram do mesmo tipo que as do primeiro e segundo testes, com pequenas alterações.

#### 5º TESTE:

Constou de 4 questões, a primeira e segunda com 8 itens, a terceira e quarta com 2 itens cada uma. O objetivo deste quinto teste foi detectar as dificuldades da representação gráfica e também verificar a capacidade dos alunos de relacionar a resolução de um sistema sob a forma algébrica, com a forma de representação gráfica.

As duas primeiras questões compreendiam itens que induziam à construção dos gráficos, sendo que, nos dois últimos, pediu-se para relacionar a representação gráfica com a solução algébrica.

Nas duas outras questões (3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup>), os gráficos foram dados e pediu-se para interpretá-los e analisá-los, determinan

do a existência ou não das soluções dos sistemas.

Saliente-se que um dos objetivos do terceiro e quinto testes foi verificar se os alunos identificavam uma equação linear de 2 incôgnitas, no plano, com sua imagem geométrica, a reta.

### III.4.3 - CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DOS TESTES

Cada teste tinha o valor total de 20 pontos, assim distribuídos:

1º e 2º testes: Valor por questão: 2 pontos.

- 1 ponto para determinação de x.

- 1 ponto para determinação de y.

3º teste: Valor por questão: 4 pontos.

1ª questão: 1 ponto para cada uma das determinações de y.

1 ponto para a representação gráfica de cada reta.

Demais questões: 0,5 ponto para cada uma das determinações de y e/ou x.

1 ponto para a representação gráfica de cada reta.

4º teste: Valor por questão: 2 pontos.

2ª e 8ª questões: 1 ponto pelo desempenho.

1 ponto pela resposta certa.

Demais questões: 1 ponto para cada variável determinada.

5º teste: 1ª e 2ª questões: Valor total 8 pontos, sendo 1 ponto para cada item.

Observações: 1) Nos itens a) e c) destas questões, deu-se 0,5 pela determinação gráfica do ponto e 0,5 pela identificação do ponto (colocação da letra).

2) No item g) destas questões, deu-se 0,5 pela resposta correta, 0,5 pela resolução.

3ª e 4ª questões: Valor total: 2 pontos, sendo 1 ponto para cada item.

Todos os sistemas lineares propostos para serem resolvidos algebricamente tinham uma única solução.

Somente nas questões a serem resolvidas graficamente, é que apareceram sistemas sem solução real, cuja representação gráfica era um par de retas paralelas distintas.

#### III.4.4 - FIDELIDADE DOS TESTES

Todas as questões dos testes foram consideradas confiáveis, de acordo com o resultado do tratamento estatístico, como se segue:

TABELA III.4.1

TESTES	1º	2º	3º	4º	5º
$\alpha$	0,9222	0,9151	0,9186	0,9207	0,9571

Sendo  $\alpha$  de Cronbach, coeficiente de fidedignidade, calculado pela aplicação da seguinte fórmula:

$$\alpha = \frac{K}{K-1} \cdot \frac{\sigma_T^2 - \sum_{i=1}^K \sigma_i^2}{\sigma_T^2}$$

$K$  = número de itens = 20

$\sigma_T^2$  = variância total do teste

$\sigma_i^2$  = variância do  $i$ -ésimo item

Os parâmetros  $\sigma_T^2$  e  $\sigma_i^2$  são estimados pelo uso dos estimadores  $\hat{\sigma}_T^2$  e  $\hat{\sigma}_i^2$ , sendo  $\hat{\sigma}_T^2$  a variância total do teste e  $\hat{\sigma}_i^2$  a variância do  $i$ -ésimo item, ambos calculados a partir da amostra já descrita.

#### RAZÕES DA ESCOLHA DE $\alpha$ DE CRONBACH:

- Os valores dos itens não são somente 0 e 1.
- A fidedignidade foi considerada como a consistência interna do teste. Isto significa que cada item mede o mesmo fator.

#### VARIÂNCIA:

$$\sigma^2 = \frac{SQ}{N} \quad DP = \left\{ \sigma^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\sigma^2}$$

$SQ$  = Soma dos quadrados dos desvios dos valores em relação à média aritmética dos valores da variável  $\underline{x}$ .

$\underline{X}$  é o score do aluno no teste ou no item.

$$SQ = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$N = n^{\circ}$  total de alunos.

A fidedignidade ( $\alpha$ ) garante que as dificuldades e erros apresentados pelos alunos não são consequência da formulação das questões.

Os valores de ( $\alpha$ ) encontrados para os testes foram considerados ótimos, o que constitui um fato raro.

#### III.4.5 - APLICAÇÃO DOS TESTES

Como descrito em III.4.1, os testes foram aplicados por um grupo de alunos de licenciatura em Matemática da U.S.U. com se segue:

TABELA III.4.2

	1 <sup>o</sup> teste*	2 <sup>o</sup> teste	3 <sup>o</sup> teste	4 <sup>o</sup> teste	5 <sup>o</sup> teste
mês	junho	agosto	setembro	novembro	dezembro

(\*) Apesar de previsto para o início do mês de maio, o primeiro teste só foi aplicado no mês de junho, por dificuldade de aceitação das escolas, principalmente por parte dos professores e coordenadores que custaram a entender os objetivos da pesquisa, temendo uma avaliação de seu trabalho.

#### III.4.6 - CORREÇÃO E ANÁLISE DOS TESTES

Os testes foram corrigidos pelo grupo de trabalho descrito em III.4.1, sob a supervisão do autor desta pesquisa e obedecendo ao que foi estabelecido em III.4.3. Para cada teste foi feito o levantamento dos resultados tabulados por escola (anexo 7).

Foram levantados os erros por questão e o tipo de erro apresentado para serem analisados. Os percentuais de acertos, em cada teste, encontram-se nas tabelas que seguem:

## T A B E L A III.4.3

1º TESTE

ESCOLA	MENOR ÍNDICE DE ACERTOS		MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS	
	%	QUESTÕES	%	QUESTÕES
I - PD	10	1 <sup>a</sup>	34	10 <sup>a</sup>
II - PD	0	10 <sup>a</sup>	32	1 <sup>a</sup>
III - PD	64	10 <sup>a</sup>	93	1 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 9 <sup>a</sup>
IV - PD	5	2 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup>	50	6 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>
V - PD	41	5 <sup>a</sup>	82	3 <sup>a</sup>
VI - PD	22	3 <sup>a</sup>	67	1 <sup>a</sup>
VII - PD	56	6 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>	78	1 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup>
VIII - ED	10	4 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>	24	1 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>
IX - EN	0	5 <sup>a</sup> , 6 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup> , 8 <sup>a</sup> 10 <sup>a</sup>	10	2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 9 <sup>a</sup>
X - PN	10	10 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>	33	3 <sup>a</sup>
XI - PN	0	5 <sup>a</sup> , 9 <sup>a</sup>	14	1 <sup>a</sup>
XII - PN	0	5 <sup>a</sup>	48	1 <sup>a</sup>
XIII - PN	21	5 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>	48	4 <sup>a</sup>



## T A B E L A III.4.4

29 T E S T E

ESCOLA	MENOR ÍNDICE DE ACERTOS		MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS	
	%	QUESTÕES	%	QUESTÕES
I-PD	2,4	9 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>	32	5 <sup>a</sup>
II-PD	0	10 <sup>a</sup>	22	5 <sup>a</sup>
III-PD	66	10 <sup>a</sup>	100	4 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>
IV-PD	35	4 <sup>a</sup> , 9 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>	69	8 <sup>a</sup>
V-PD	20	10 <sup>a</sup>	80	5 <sup>a</sup>
VI-PD	18	3 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>	47	1 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup>
VII-PD	20	10 <sup>a</sup>	87	4 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>
VIII-ED	10	10 <sup>a</sup>	53	8 <sup>a</sup>
IX-EN	0	3 <sup>a</sup> , 6 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>	21	8 <sup>a</sup>
X-PN	0	10 <sup>a</sup>	33	5 <sup>a</sup>
XI-PN	0	6 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup> , 8 <sup>a</sup> , 9 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>	28	5 <sup>a</sup>
XII-PN	0	3 <sup>a</sup> , 6 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup> , 9 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>	31	5 <sup>a</sup>
XIII-PN	7	10 <sup>a</sup>	74	4 <sup>a</sup>

## T A B E L A III.4.5

30 TESTE

ESCOLA	MENOR ÍNDICE DE ACERTOS		MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS	
	%	QUESTÕES	%	QUESTÕES
I-PD	0	1 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup>	3	2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>
II-PD	0	1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>	0	-
III-PD	77	4 <sup>a</sup>	97	2 <sup>a</sup>
IV-PD	0	4 <sup>a</sup>	18	2 <sup>a</sup>
V-PD	0	4 <sup>a</sup>	16	2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup>
VI-PD	0	4 <sup>a</sup>	26	2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup>
VII-PD	6	4 <sup>a</sup>	30	2 <sup>a</sup>
VIII-ED	0	1 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup>	21	5 <sup>a</sup>
IX-EN	4	1 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>	10	3 <sup>a</sup>
X-PN	0	1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>	0	-
XI-PN	0	1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>	0	-
XII-PN	0	1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>	0	-
XIII-PN	0	4 <sup>a</sup>	10	1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>

## T A B E L A III.4.6

40 TESTE

ESCOLA	MENOR ÍNDICE DE ACERTOS		MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS	
	%	QUESTÕES	%	QUESTÕES
I-PD	0	6 <sup>a</sup>	43	10 <sup>a</sup>
II-PD	0	2 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup>	22	5 <sup>a</sup> , 8 <sup>a</sup>
III-PD	90	8 <sup>a</sup>	100	1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup> , 6 <sup>a</sup> 7 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>
IV-PD	27	6 <sup>a</sup>	64	2 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>
V-PD	32	8 <sup>a</sup>	73	5 <sup>a</sup>
VI-PD	18	2 <sup>a</sup>	86	5 <sup>a</sup>
VII-PD	56	3 <sup>a</sup>	85	1 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup>
VIII-ED	6	3 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup>	34	1 <sup>a</sup>
IX-EN	0	2 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup> , 6 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup>	35	1 <sup>a</sup>
X-PN	7	7 <sup>a</sup>	55	1 <sup>a</sup>
XI-PN	0	1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 4 <sup>a</sup> , 6 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup> 8 <sup>a</sup> , 9 <sup>a</sup>	7	5 <sup>a</sup> , 10 <sup>a</sup>
XII-PN	0	4 <sup>a</sup> , 6 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup>	76	1 <sup>a</sup>
XIII-PN	34	6 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup> , 8 <sup>a</sup>	86	1 <sup>a</sup>

## T A B E L A III.4.7

## 50 TESTE

ESCOLA	MENOR ÍNDICE DE ACERTOS		MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS	
	%	QUESTÃO	%	QUESTÃO
I-PD	0	$1^a(e, f, g), 2^a(e, f)$	37	$2^a(h), 4^a(b)$
II-PD	0	$1^a(e, f, g), 2^a(f)$	93	$4^a(b)$
III-PD	68	$1^a(f)$	100	$1^a(a, b, c, d, g, h)$ $2^a(a, b, c, d, h)$ $3^a(a, b), 4^a(b)$
IV-PD	9	$4^a(a)$	68	$4^a(b)$
V-PD	4,5	$1^a(f), 2^a(e)$	73	$1^a(h), 4^a(b)$
VI-PD	0	$1^a(e, f), 2^a(f)$	90	$2^a(b)$
VII-PD	12	$2^a(e)$	97	$4^a(b)$
VIII-ED	10	$1^a(e, f, g), 2^a(e, f)$	90	$4^a(b)$
IX-EN	0	$1^a(e, f), 4^a(a)$	63	$1^a(h)$
X-PN	0	$1^a(e, f, g), 2^a(e, f)$	23	$1^a(h)$
XI-PN	0	$2^a(g), 3^a(a)$	60	$1^a(a, b, h)$
XII-PN	0	$1^a(g), 2^a(g), 3^a(a, b)$ $4^a(a)$	86	$1^a(a, b, c, d)$ $2^a(a, b)$
XIII-PN	0	$2^a(f)$	86	$1^a(h), 2^a(b)$

AMPLITUDE DO ÍNDICE DE ACERTOS EM PORCENTAGEMT A B E L A III.4.8

	MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS			MENOR ÍNDICE DE ACERTOS		
		%			%	
1ª TESTE	10	a	93	0	a	64
2ª TESTE	21	a	100	0	a	66
3ª TESTE	3	a	97	0	a	77
4ª TESTE	7	a	100	0	a	90
5ª TESTE	23	a	100	0	a	68

O 3ª e 5ª testes de resolução de sistemas, sob o ponto de vista geométrico, foram os mais difíceis, pois envolvem um tipo de raciocínio abstrato mais elevado do que o exigido para a resolução pelos métodos algébricos.

O 3ª teste foi o mais difícil de todos, pois suas questões exigiam que os alunos já soubessem identificar a equação do 1ª Grau com sua imagem geométrica, a reta. Já no 5ª teste a formulação das questões induzia à construção dos gráficos e à sua identificação com o sistema de equações e vice-versa, daí os melhores resultados obtidos.

### III.5 - TRATAMENTO ESTATÍSTICO

O levantamento dos resultados que constam do anexo 7, possibilitou a realização do tratamento estatístico. Foi feita a análise dos itens seguintes:

- 1) Grãu de Dificuldade: Porcentagens do número de acertos em relação ao número de sujeitos.
- 2) Cálculo do Índice Discriminativo por Questão: Cálculo do coeficiente de correlação de Pearson entre as seguintes variáveis:
  - x - escore total no teste.
  - y - escore no j-ésimo item ou questão
  - i - aluno
  - j - item ou questão

$$r_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^N xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{N}}{\left\{ \left( \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N} \right) \left( \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{N} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}}$$

- 3) Fidedignidade do Teste: A descrição já foi feita em III.4.4
- 4) Variância Por Questão: A descrição já foi feita em III.4.4
- 5) Desvio Padrão: Utilizou-se a fórmula:

$$D.P. = \left\{ \sigma^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\sigma^2}$$

- 6) Projeção Para O Município do Rio de Janeiro: Utilizou-se a seguinte fórmula:

$$\hat{D}(\hat{p}) = \frac{pq}{n-1} \cdot \frac{N-n}{N}$$

onde  $N$  - é o número total de alunos

$n$  - número de alunos por turma

$p$  - proporção de acertos

$q = 1 - p$

7) Intervalo de confiança: Foi estabelecido o intervalo de confiança de 95% da fórmula a seguir:

$$\left[ \hat{p} \pm 1,96 \{ \hat{V}(\hat{p}) \}^{1/2} \right]$$

A aproximação dos resultados foi feita no fim dos cálculos.

Todos os cálculos foram feitos com o programa ATEST para a calculadora HP 41-C.

Os resultados do cálculo dos itens acima foram tabulados e constituem o anexo 8.

## CAPÍTULO VI

INTERPRETAÇÃO E CONFIRMAÇÃO DOS  
RESULTADOS À LUZ DA FUNDAMENTA-  
ÇÃO TEÓRICA.

IV.1 - QUADRO GERAL DE DESEMPENHO

*Iniciaremos com uma visão geral do desempenho nos cinco testes, de todos os alunos, de todas as escolas, como mostra a tabela seguinte:*



## DESEMPENHO DAS ESCOLAS NO 5 TESTES

TABELA IV.1.1

ESCOLA		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
TESTE		PD	PD	PD	PD	PD	PD	PD	ED	EN	PN	PN	PN	PN
Nº TOTAL DE ALUNOS		54	27	33	29	43	26	34	25	34	51	47	34	24
1º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	38	22	31		39	18	27	21	22	30	28	25	19
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	1	0	12		5	1	7	0	0	0	0	0	1
	Nº DE ERROS TOTAIS	5	3	0		1	1	1	7	15	5	19	1	2
2º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	41	14	32	26	35	17	30	21	29	23	18	26	15
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	0	0	14	2	2	1	3	1	0	0	0	0	0
	Nº DE ERROS TOTAIS	11	3	0	0	0	1	2	3	14	2	11	2	0
3º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	36	17	31	28	32	19	33	19	28	15	20	21	10
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	0	0	18	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	Nº DE ERROS TOTAIS	4	4	0	9	7	1	1	2	19	7	16	0	0
4º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	29	18	19	22	23	22	34	19	28	31	15	25	15
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	0	0	15	1	1	0	8	1	0	1	0	0	3
	Nº DE ERROS TOTAIS	6	7	0	1	3	0	2	4	11	4	12	3	1
5º TESTE	Nº TOTAL DE TESTES APLICADOS	35	14	19	22	22	22	33	20	23	32	14	14	14
	Nº DE ACERTOS TOTAIS	0	0	10	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
	Nº DE ERROS TOTAIS	17	1	0	1	4	0	0	1	6	20	2	0	1

## IV.2 - INTERPRETAÇÃO DAS RESPOSTAS DOS QUESTIONÁRIOS

### (Diretor-Professor-Aluno)

Como foi visto no Capítulo III (Plano de Amostragem III.2.1), as escolas foram agrupadas em quatro categorias:

PD - ED - EN - PN

Os alunos das escolas componentes de cada grupo têm algumas características diferentes, que podem ser observadas analisando-se as tabelas de III.3.4 referentes às respostas dos questionários (Diretor-Professor-Aluno). Os tipos de dificuldades também diferem. Por esta razão foi feito um tratamento estatístico por conglomerado, determinando-se a proporção de acertos por questão, onde se tem uma visão global dos diferentes desempenhos nas quatro categorias.

As tabelas referentes ao tratamento estatístico por conglomerado constituem o anexo 9.

Podemos observar, pela análise dessas tabelas, que os alunos pertencentes às escolas da primeira categoria (PD) tiveram melhor desempenho que os das demais, seguindo-se os pertencentes às escolas da quarta categoria (PN). Os pertencentes às categorias ED e EN praticamente se nivelaram.

Podemos ainda salientar que o nível social dos alunos das escolas do grupo PD, na maioria, é alto e médio, enquanto que o dos alunos das demais categorias é médio e baixo.

As escolas que pertencem ao grupo PD s̄o atendem ̄a clientela urbana ou suburbana, o que n̄o acontece com os outros grupos (ED-EN-PN) que, na sua maioria, atendem a uma clientela suburbana e de favela.

A maioria dos alunos pertencentes ̄a primeira categoria est̄a na faixa et̄aria correspondente ̄a escolaridade e quase todos cursaram o 1º Gr̄au regular. Somente uns poucos cursaram o supletivo. Tamb̄em apresentaram melhor resultado no terceiro e quinto testes, considerados os mais difíceis, o que n̄o aconteceu com as demais categorias.

Com refer̄encia aos questionários respondidos pelos alunos, faremos algumas observações a respeito da pergunta—"TEM DIFICULDADE EM MATEMÁTICA? POR QUE?"— pois foi a única pergunta do questionário que deveria ser respondida literalmente.

Pelas respostas dadas, mesmo considerando-se a linguagem coloquial usada pelos jovens, verificou-se que muitos alunos n̄o entenderam o sentido da pergunta, nem mesmo o que seria uma "dificuldade".

Muitas respostas apresentaram sentenças de sentido duvidoso, construções erradas, erros de grafia e pontuaçãõ. Houve 16% de respostas em branco o que pode ser interpretado como:

- n̄o compreensãõ da pergunta formulada.
- dificuldade de elaboraçãõ da resposta.
- insegurança ou desinteresse.

No anexo 10 estão selecionadas e reproduzidas algumas das respostas, pelas quais se constata que a maioria dos alunos não domina a linguagem corrente.

As dificuldades declaradas pelos alunos nas respostas, quanto ao aprendizado da matemática, podem ser assim sintetizadas:

= falta de:

- interesse pela Matemática.
- tempo para estudar.
- base do 1º grau.

= dificuldade de:

- raciocínio.
- entender as explicações do professor
- assimilação.
- memorizar as regras.
- cálculos.

#### IV.3 - INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DAS DIFICULDADES

##### APRESENTADAS PELOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DOS TESTES

Para isto, as questões foram classificadas em quatro grupos, de acordo com os dois estilos (soluções algébricas e soluções geométricas), ligados à linguagem e à forma de apresentação utilizados na sua formulação (fundamentação teórica-Capítulo II).

Cumprе lembrar que cada uma dessas apresentações possui um determinado nível de abstração. Constituem, portanto, fatos de estilo, que aqui analisaremos quanto à sua forma na aquisição do

conteúdo.

-Grupo I : Questões de solução algébrica apresentadas de forma tradicional (1ª e 2ª testes).

-Grupo II: Questões de solução algébrica apresentadas de forma não tradicional (4ª teste).

-Grupo III: Questões de solução geométrica apresentadas de forma tradicional (3ª teste).

-Grupo IV: Questões de solução geométrica apresentadas de forma não tradicional (5ª teste).

#### IV.3.1 - OBJETIVOS DAS QUESTÕES

As questões visavam avaliar:

- (i) - A capacidade de interpretação e compreensão dos enunciados - (Grupos I - II - III - IV)
- (ii)- O uso dos métodos tradicionais de resolução algébrica (Grupos I e II)
- (iii)- O domínio das técnicas operatórias. (Grupos I, II, III)
- (iv)- A identificação das dificuldades de interpretação e compreensão dos enunciados em função das diferentes formas de apresentação dos mesmos (soluções algébricas - Grupo II; soluções geométricas-grupo IV).
- (v) - O uso da representação gráfica na resolução dos sistemas (Grupo III e IV).
- (vi)- A capacidade de associar ao sistema de equações a sua representação gráfica (Grupos III e IV).

(vii)- A capacidade de analisar e interpretar os gráficos (Grupos III e IV).

(viii)-A construção dos gráficos e relação da solução algébrica com a solução geométrica (Grupos III e IV).

#### IV.3.2 - LIMITAÇÃO DO UNIVERSO DA PESQUISA

Devido à grande variação de comparecimento dos alunos aos diversos testes, decidimos somente considerar, na análise, os resultados daqueles que responderam a todos eles. Sô assim seria possível um retrato global dos alunos, quanto ao seu desempenho em cada aspecto da pesquisa, de acordo com IV.3.1.

O número total de alunos que responderam a todos os testes é 163, assim distribuídos:

T A B E L A      I V . 3 . 1

PD							ED	EN	PN				TOTAL
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	TOTAL
15	7	15	19	16	13	27	13	13	5	3	8	9	163

Nas escolas noturnas, apesar de ser grande o número de alunos matriculados, poucos foram os que responderam a todos os testes. Isto se deveu à inconstância de frequência e à evasão acentuada nestes cursos.

Para a análise dos resultados, as questões foram agrupadas conforme exposto em IV.3.1 e as respostas como a seguir:

a - em branco.

b - soluções erradas, por tentativa ou por cálculo.

c - soluções certas, por tentativa.

d - soluções certas, com aplicação de regras memorizadas.

e - soluções certas, por interpretação do enunciado.

#### IV.3.3 - ANÁLISE DAS QUESTÕES POR GRUPO

A determinação das questões de maior índice de acertos e maior índice de erros foi feita em relação a toda a população da pesquisa.

Analisaremos, apenas, o desempenho nestas questões, dos alunos que constituem o universo limitado em IV.3.2.

#### GRUPO I:

Determinar os valores de x e y em cada um dos sistemas abaixo:

$$\begin{array}{l}
 1^{\text{a}} \text{ Questão} \\
 \text{do} \\
 10 \text{ teste}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 x + y = 8 \\
 y = -3
 \end{array} \right.
 \begin{array}{l}
 \text{Resposta:} \\
 \boxed{x =} \\
 \boxed{y =}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 10^{\text{a}} \text{ Questão} \\
 \text{do} \\
 20 \text{ teste}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 3x + 2y = 2 \\
 6y - 6x = 1
 \end{array} \right.
 \begin{array}{l}
 \text{Resposta:} \\
 \boxed{x =} \\
 \boxed{y =}
 \end{array}$$

T A B E L A      I V . 3 . 2

GRUPO    I

Questão Resposta	Maior índice de acerto (%) 1 <sup>a</sup> QUESTÃO DO 1 <sup>o</sup> TESTE	Maior índice de erro (%) 10 <sup>a</sup> QUESTÃO DO 2 <sup>o</sup> TESTE
a	9,8	38,6
b	36,8	43,6
c	5,5	0,6
d	42,4	7,4
e	5,5	9,8



GRUPO II:

1ª QUESTÃO:  
do 4º Teste

Complete o  e o  com os valores que verificam o sistema.

$$\begin{cases} 5 \text{  } + 2 \text{  } = 9 \\ 13 \text{  } - 2 \text{  } = 9 \end{cases}$$

Resposta:

<input type="text"/>	=
<input type="text"/>	=

7ª QUESTÃO:  
do 4º Teste

Determine os valores de x e y no sistema abaixo:

$$\begin{cases} 4 + 2x = 3y \\ x = y + 1 \end{cases}$$

Respostas

x =
y =

TABELA IV.3.3GRUPO II

<i>Questão</i> <i>Resposta</i>	<i>Maior Índice</i> <i>de acerto (%)</i> <i>1ª QUESTÃO DO</i> <i>4º TESTE</i>	<i>Maior Índice</i> <i>de erro (%)</i> <i>7ª QUESTÃO DO</i> <i>4º TESTE</i>
<i>a</i>	<i>10,5</i>	<i>30,7</i>
<i>b</i>	<i>27</i>	<i>30,7</i>
<i>c</i>	<i>37,4</i>	<i>5,5</i>
<i>d</i>	<i>19</i>	<i>12,9</i>
<i>e</i>	<i>6,1</i>	<i>20,2</i>

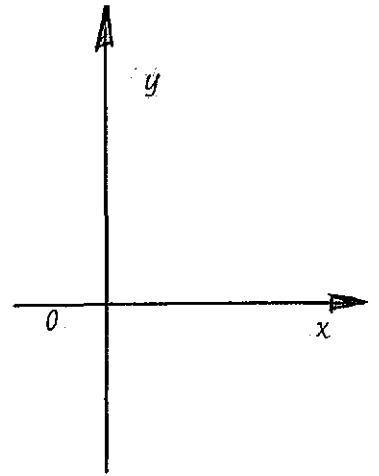
GRUPO III:

Complete a tabela e faça o gráfico representativo de cada sistema do 1º Grau no local indicado:

2ª QUESTÃO:  
do 3º Teste

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

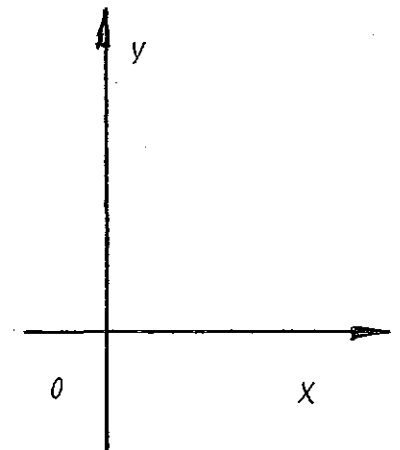
x	$y = x - 2$	$y = 4 - x$
0		
1		



4ª QUESTÃO:  
do 3º Teste

$$\begin{cases} x = y \\ x = 3 \end{cases}$$

x	y
	0
	1



T A B E L A      I V . 3 . 4GRUPO III

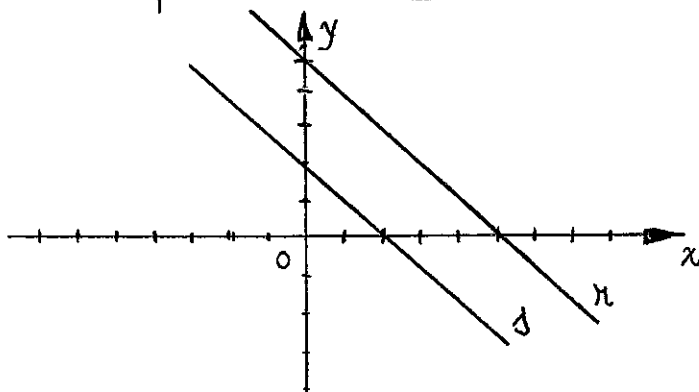
QUESTÃO RESPOSTA	Maior Índice de acerto (%) 2ª QUESTÃO DO 3º TESTE	Maior Índice de erro (%) 4ª QUESTÃO DO 3º TESTE
a	22,1	25,1
b	17,8(1); 39,9(2)	35,6(1); 30,1(2)
c	0	0
d	14,1	6,1
e	6,1	3,1

(1) erros totais .

(2) erros de interpretação.

GRUPO IV:

4ª QUESTÃO: | A equação da reta r é  $y=5-x$  e a equa  
do 5º Teste | ção da reta s é  $y=2-x$ .



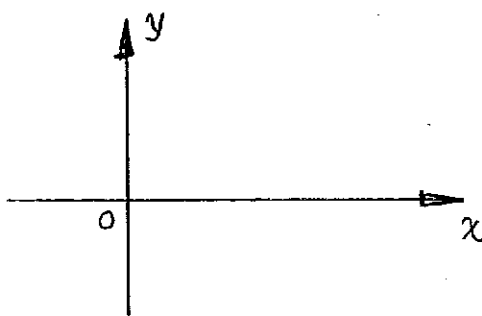
a) Observe o gráfico e dê as coordenadas de dois pontos distintos pertencentes à reta r.

(\* ) b) Assinale a resposta certa:

as retas r e s são paralelas.

as retas r e s são concorrentes.

1ª QUESTÃO: | Dado o sistema de eixos coordenados or  
do 5º Teste | togonais:



- Marque os pontos  $A(0, -2)$  e  $B(1, -1)$
- Trace a reta r que passa pelos pontos A e B
- Marque agora, no mesmo sistema, os pontos C  $(0, 4)$  e D  $(3, 1)$ .

- d) Trace a reta s que passa pelos pontos C e D.
- e) Verifique se as coordenadas dos pontos A e B satisfazem a equação  $y=x-2$  e diga que reta esta equação representa.
- f) Verifique se as coordenadas dos pontos C e D satisfazem a equação  $y=4-x$  e diga que reta esta equação representa.
- (\*)g) Existe algum ponto cujas coordenadas satisfaçam ao sistema 
$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 4 - x \end{cases} ?$$
 Em caso afirmativo, quais são as coordenadas deste ponto ?
- h) Assinale a resposta certa:
- as retas r e s são paralelas.
- as retas r e s são concorrentes.

T A B E L A IV.3.5GRUPO IV

QUESTÃO RESPOSTA	Maior Índice de acerto (%) 4ª QUESTÃO, ITEM <u>B</u> (*)	Maior Índice de erros (%) 1ª QUESTÃO, ITEM <u>G</u> (*)
a	23,9	44,8
b	3,7	30,7
c	0	0
d	63,2	15,3
e	9,2	9,2

O intervalo de variação do percentual de respostas nos grupos é fornecido pela tabela a seguir:

T A B E L A IV.3.6

RESPOSTA GRUPOS I-II-III-IV	a %	b %	c %	d %	e %
M A I O R ÍNDICE DE ACERTOS	9,8 a 23,9	3,7 a 57,7	0 a 37,4	14,1 a 63,2	6,1 a 9,2
M A I O R ÍNDICE DE E R R O S	25,1 a 44,8	30,7 a 65,7	0 a 5,5	6,1 a 15,3	3,1 a 20,2



CONSIDERAÇÕES SOBRE OS TIPOS  
DE RESPOSTAS APRESENTADAS NOS  
GRUPOS I, II, III e IV

Pela tabela IV.3.6 observa-se:

a) respostas em branco:

- número significativo em todos os grupos.
- causas:
  - . não compreensão da formulação das questões.
  - . dificuldade de resolução.
  - . insegurança ou desinteresse.

b) soluções erradas, por tentativa ou por cálculo.

- número significativo em todos os grupos.
- erros sistemáticos:
  - . dificuldade de:
    - .. interpretação e compreensão do enunciado (grupos I, II, III e IV).
    - .. aplicação da distributividade (grupo II).
    - .. interpretação e compreensão do signo (variável) (grupos I, II, III, IV).

..representação gráfica do sistema (grupos III, IV).

.substituição de símbolos (grupo II).

.cálculo e sinal (grupos: I, II, III).

.soluções incompletas (grupos: I e II).

c) Soluções certas, por tentativas

- minoria em todos os grupos.

- maior percentual de acertos: 37,4%

d) soluções certas com aplicação de regras memorizadas.

- número significativo em todos os grupos.

e) soluções certas por interpretação do enunciado.

- menor índice de acertos em todos os grupos.

OBSERVAÇÕES:

1) A 1a. questão do 1º teste (grupo I) foi a questão de maior índice de acertos entre as de solução algébrica. Ainda assim, 36% de alunos determinaram um valor para  $y$  diferente do dado ( $y = -3$ ).

2) A 4a. questão, item b, do 5º teste (grupo IV), foi a questão de maior índice de acertos deste grupo.

Esta questão foi a mais fácil de todos os grupos. Sua solução dependia, apenas, de interpretar um gráfico simples, da-

do, de retas paralelas e a leitura correta de seu enunciado. Qualquer aluno, desde a 4a. série do 1º grãu, estaria apto a resolvê-la acertadamente. Ainda assim 23,9% responderam sem as retas concorrentes.

- 3) No 5º teste, cada item foi considerado como uma questão, levando-se em conta o valor total por teste. Assim, a 1a. e 2a. questões, com oito itens cada uma, equivalem a oito questões e a 3a. e a 4a. questões do mesmo, com dois itens, equivalem a duas questões cada uma.

Isto justifica a apresentação, na tabela de respostas, como questão de maior índice de erros, a 1a. questão, item g do 5º teste.

Analiseemos o resultado obtido na resolução do sistema  $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=4 \end{cases}$  que foi apresentado nos quatro grupos:

GRUPO I - (8ª Questão do 2º Teste) -

Determinar os valores de x e y no sistema abaixo:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

GRUPO II - (5<sup>a</sup> Questão do 4º Teste) -

Determine os valores de  $x$  e  $y$  no sistema abaixo:

$$\begin{cases} x - 2 = y \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$y =$

GRUPO III - (2<sup>a</sup> Questão do 3º Teste) -

O enunciado está na análise das questões do grupo III, questão de maior índice de acertos.

GRUPO IV - (1<sup>a</sup> Questão (8 itens) do 5º Teste) -

O enunciado está na análise das questões do grupo IV, item g, questão de maior índice de erros.

T A B E L A IV.3.7

RESPOSTA	GRUPO I - 8ª QUESTÃO/2º TESTE	GRUPO II - 5ª QUESTÃO/4º TESTE	GRUPO III - 2ª QUESTÃO/3º TESTE	GRUPO IV							
				1ª QUESTÃO DO 5º TESTE							
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
				a	b	c	d	e	f	g	h
a	21,5	23,3	22,1	8	6,7	9,2	6,7	40,5	44,8	44,8	17,2
b	24,5	20,8	57,7	46	34,4	47,9	34,4	38	34,4	30,7	8,6
c	9,2	8	0	0	0	0	0	0	0	0	28,2
d	13,5	43,6	14,1	46	58,9	42,9	58,9	21,5	20,8	15,3	36,8
e	31,3	4,3	6,1	0	0	0	0	0	0	9,2	9,2

CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DO SISTEMA

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

- 1) Sua análise confirma os resultados obtidos no grupos I, II, III, IV.
- 2) Como questão do grupo I, apresentou:
  - dificuldade de interpretação e compreensão do enunciado.
  - erros:
    - . cálculo e sinal.
    - . troca dos valores encontrados.
  - somente 31,3% dos alunos interpretaram o enunciado, isto é, somaram as duas equações, para determinar diretamente uma das variáveis.
- 3) Como questão do grupo II, apresentou:
  - confirmação do resultado obtido no grupo I.
  - somente 4,3% dos alunos interpretaram o enunciado, isto é, perceberam que o valor de y estava explicitado, bastando substituir para obter o valor de x.
- 4) Como questão do grupo III, apresentou:
  - confirmação dos resultados obtidos no grupo III, analisadas na página 62.
  - 40% dos alunos determinaram corretamente as coordenadas de dois pontos distintos, per--

tencentes a cada uma das retas, mas não souberam representá-las graficamente.

-trocaram no gráfico o valor de  $x$  (abscissa) com o valor de  $y$  (ordenada).

-não associaram o sistema de equações à sua imagem geométrica, as retas.

-não associaram a posição das retas no plano, à solução do sistema de equações.

-apenas 6,1% dos alunos acertaram todas as questões do grupo III.

5) Como 1<sup>a</sup> questão — 8 itens — 5<sup>o</sup> teste, grupo IV.

-apenas 15 alunos da escola III acertaram todos os itens dessa questão, correspondendo a 9,2% dos alunos da pesquisa.

-itens a e c.

.os alunos marcaram os pontos certos no gráfico, mas apresentaram os seguintes erros sistemáticos:

..não indicação dos pontos A e B (item a).

..não indicação dos pontos C e D (item c).

..não ligação dos pontos pertencentes à mesma reta.

-itens b e d:

.41,1% dos alunos deixaram em

branco ou erraram esses itens, confirmando as dificuldades na representação gráfica.

- itens e e f:

.78,5% (item e) e 79,2% (item f) apresentavam respostas em branco, ou do tipo "não sei", ou "reta ortogonal", "reta crescente", "reta horizontal", "reta perpendicular", "reta decrescente", etc.

.não nomearam as retas.

.não associaram a representação gráfica à equação da reta dada.

- itens g e h:

.erros sistemáticos encontrados nas respostas do item g:

..vários pontos encontrados como solução do sistema e o gráfico errado.

..vários pontos encontrados como solução do sistema, apesar do gráfico certo.

..o sistema dado como não tendo solução, apesar de certo o item h.

..a equação da reta  $y=x-2$  dada como solução do sistema.



..resposta "não sei" para o item g, apesar de certo o item h.

.8,6% dos alunos responderam erradamente ao item h, afirmando serem as retas paralelas, apesar do gráfico certo.

Os resultados da representação gráfica do item g e do item h são:

24,5% - acertaram os itens g e h e o gráfico.

21,5% - acertaram o item h e o gráfico, mas erraram o item g.

28,2% - erraram o item g e o gráfico, mas acertaram o item h.

Confirma-se, mais uma vez, o resultado obtido na análise feita desta questão no grupo III.

## C A P Í T U L O      V

### V.1 CONCLUSÕES

Para finalizar este trabalho, destacaremos os seguintes aspectos, a partir do resultado da análise feita no capítulo IV.

A fundamentação teórica desta pesquisa (capítulo II) baseia-se em dois aspectos:

- estágio do desenvolvimento mental do indivíduo (aluno).
- linguagem matemática.

As principais dificuldades detectadas na análise dos resultados (capítulo IV) são:

- 1 - dificuldade na:
  - .assimilação e utilização das regras e das técnicas operatórias.
  - .aquisição do conceito de variável.
- 2 - má interpretação e não compreensão da linguagem matemática.

A dificuldade na assimilação e utilização das regras e das técnicas operatórias pode ser assim explica

da:

O traço dominante das resoluções foram as respostas em branco, erradas, automatismos e tentativas, (respostas tipos a, b, e c), como nos mostra a tabela seguinte:

T A B E L A V.1.1

	QUESTÃO DE MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS (%)	QUESTÃO DE MAIOR ÍNDICE DE ERROS (%)
GRUPO I.	52,1	82,8
GRUPO II	74,9	66,9
GRUPO III	79,8	90,8
GRUPO IV	27,6	75,5

O percentual de alunos que dominam as técnicas operatórias, leram e compreenderam os enunciados e interpretaram as soluções, (respostas tipo d e e) está na tabela a seguir:

T A B E L A V.1.2

	QUESTÃO DE MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS (%)	QUESTÃO DE MAIOR ÍNDICE DE ERROS (%)
GRUPO I	47,9	17,2
GRUPO II	25,1	33,1
GRUPO III	20,2	9,2
GRUPO IV	72,4	24,5

Os alunos que resolveram as questões dos grupos III e IV (respostas tipo d e e), souberam interpretar as soluções e transferir.

Destacaremos, aqui, o percentual de alunos cujas respostas são do tipo e:

T A B E L A      V.1.3

	MAIOR ÍNDICE DE ACERTOS %	MAIOR ÍNDICE DE ERROS %
GRUPO I	5,5	9,8
GRUPO II	6,1	20,2
GRUPO III	6,1	3,1
GRUPO IV	9,2	9,2

Os alunos que dominam as técnicas operatórias (respostas tipos d - grupos I - II), possuem condições necessárias, mas não suficientes para a leitura e compreensão dos enunciados, interpretação das soluções e transferência.

Os alunos que dominam as técnicas operatórias e não têm dificuldade na leitura e compreensão dos enunciados podem ser grupados da seguinte forma:

- grupo dos que não interpretam as soluções e, portanto, têm dificuldade de transferir (respostas tipos d e e - grupos I e II).

-grupo dos que interpretam as soluções e, portanto, são capazes de transferir. (respostas tipos d e e - grupos III e IV).

Resumindo, temos a sequência seguinte:

domínio das técnicas operatórias → domínio da leitura e compreensão dos enunciados → interpretação → transferência.

A dificuldade na aquisição do conceito de variável deve-se ao fato de que este é apenas associado à letra que o representa.

A variável, em Matemática, é um signo que representamos por uma letra (significante-forma escrita) e cujo sentido (significado) é apenas um "testa-de-ferro" que pode ser substituído por qualquer elemento de um determinado conjunto. Portanto, o conceito de sentença aberta está intimamente relacionado com o da variável.

Observamos, nos erros cometidos pelos alunos, que eles utilizam e compreendem o signo da variável somente no sentido do significante - forma escrita.

Analisemos, agora, a má interpretação e não compreensão da linguagem Matemática.

Nos testes foram utilizados dois estilos diferentes, ligados a linguagens simbólicas com diferentes apresentações.

Pelos resultados, menos de 50% dos alunos dominam a linguagem ligada ao estilo algébrico, menos de 40% dominam a linguagem que representa o estilo geométrico e menos de 25%

associam a linguagem do estilo algébrico à linguagem do estilo geométrico (interpretam e transferem).

Comparando a fundamentação teórica dessa pesquisa com os resultados obtidos no capítulo IV e início deste, concluímos:

- 1) A maioria dos alunos da experiência que deveria estar, pela sua idade cronológica e nível de escolaridade, no estágio das operações formais ou do pensamento adulto, ainda não a alcançou. Podemos afirmar que esses alunos, pelos tipos de erros cometidos, se encontram no estágio das operações concretas, segundo Piaget.
- 2) A maioria dos alunos não interpreta o simbolismo como linguagem significativa e, portanto, não tem o domínio da linguagem matemática, isto é, desconhece o discurso matemático.

Para uma melhor aprendizagem, citaremos as opiniões de Piaget, Adler e Dieudonné: Segundo Piaget, existem três fatores que desempenham um papel na preparação do indivíduo para avançar de um estágio mental para o seguinte:

- 1-A maturação do sistema nervoso.
- 2-A experiência adquirida na interação com o meio físico.

### 3 - Influência do meio social.

Para Adler, dois critérios devem ser usados na seleção das experiências matemáticas que serão proporcionadas ao aluno, em qualquer idade:

- a) devem ser experiências nas quais o aluno tenha possibilidade de trabalhar em função do estágio de desenvolvimento mental que atingiu.
- b) essas experiências devem também preparar o aluno para atingir o estágio seguinte.

Segundo Dieudonné, não devemos camuflar o caráter abstrato da Matemática. O importante é colocar essa abstração em sintonia com o desenvolvimento mental dos alunos, tornando-a o mais atraente possível.

EXEMPLO: apresentar para crianças de 10 anos, problemas de aritmética, cujas soluções são efetuadas por meio de equações lineares a uma incógnita, camuflando as variáveis, pela utilização de símbolos conhecidos (quadrado, triângulo, etc.). Numa idade em que o nível mental dos alunos não permite assimilar tal conceito, isto leva à automatização. Consequentemente, a criança terá mais dificuldade de adquirir esse conceito no momento oportuno, pois já foi automatizado.

Sem dúvida, esse processo de ensino efetuado desde a antiguidade e que consiste na apresentação de receitas que, ainda hoje, são ensinadas da mesma maneira, conduz ao adestramento. Contra isso, Dieudonné lança o seu protesto.

A partir dos nossos resultados e em vista das opiniões citadas, podemos propor:

- 1) Ao introduzir um novo conceito para os alunos devemos verificar se a maioria deles possui todos os pré-requisitos para a aquisição do mesmo.
- 2) O aluno deve ser o autor da prática, isto é, deve aprender a criar o seu próprio estilo e representá-lo simbolicamente em cada aquisição de conteúdo.

Essa prática deve ter o significado de uma redescoberta e não ser um processo automatizado. O aluno deve, portanto aprender a interpretar o simbolismo como linguagem significativa dominando a linguagem matemática.

- 3) A formulação das questões em Matemática deve ser feita de maneira específica, não permitindo ambiguidades.
- 4) As descobertas de diferentes caminhos para as soluções de situações - problema levam à ativação das estruturas mentais.
- 5) Os erros típicos de pensamento, caracte



rísticos do estágio de desenvolvimento dos alunos, devem ser entendidos pelos profes  
sores.

6) O professor deve procurar minimizar o hí  
ato existente entre a percepção e a forma  
ção de uma ação mental. É importante ampli  
ar, promover e enriquecer a ação mental  
que se está desenvolvendo, pelo uso freq  
uente de dados perceptíveis e de ações concre  
tas.

7) Os professores de Matemática precisam domi  
nar o discurso da linguagem corrente e da  
linguagem matemática.

O uso da linguagem corrente não deve dis  
torcer o pensamento e a linguagem matemáti  
ca.

CAPÍTULO VI

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIBLIOGRAFIA

- [1] ADLER I.  
MATEMÁTICA E DESENVOLVIMENTO MENTAL  
EDITORA CULTRIX  
SÃO PAULO - 1970
- [2] BARTHES R.  
ELEMENTOS DE SEMIOLOGIA  
EDITORA CULTRIX  
SÃO PAULO - 1971
- [3] DUVAL R. E PLUVINAGE F.  
DÉMARCHES INDIVIDUELLES DE RÉPONSE EN MATHÉMATIQUE  
ARTIGO
- [4] FISCHER J.P.  
LA PERCEPTION DES PROBLÈMES SOUSTRACTIFS AUX DÉBUTS DE  
L'APPRENTISSAGE DE LA SOUSTRACTION  
TESE APRESENTADA NA UNIVERSIDADE DE NANCY (FRANÇA) PARA  
OBTER O GRAU DE DOUTOR NO 3º CICLO.  
1979
- [5] FILLOY E., OCA V.M., Riestra J. e SENDEROS G.  
MEDICION Y SISTEMAS DE NUMERACION  
TRABALHO REALIZADO NO CAMPO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA  
FRANÇA E NO MÉXICO.  
1977 E 1978
- [6] GLAESER G.  
LA DIDACTIQUE EXPÉRIMENTALE DES MATHÉMATIQUES  
COURS DE 3<sup>e</sup> CYCLE - UNIVERSITÉ LOUIS PASTEUR  
STRASBOURG - 1979 - 1980
- [7] GRANGER G.G.  
FILOSOFIA DO ESTILO  
EDITORA PERSPECTIVA E EDITORA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
SÃO PAULO - 1974

- [8] HITT F.  
 COMPORTEMENT DE "RETOUR EN ARRIERE" APRÈS LA DECOUVERTE  
 D'UNE CONTRADICTION  
 TESE APRESENTADA NA UNIVERSIDADE LOUIS PASTEUR DE  
 STRASBOURG (FRANÇA) PARA OBTER O GRAU DE DOUTOR NO 3º CICLO  
 STRASBOURG - 1978
- [9] KARPLUS R.  
 PROCEEDINGS OF THE FOURTH INTERNATIONAL CONFERENCE FOR THE  
 PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION  
 UNIVERSITY OF CALIFORNIA  
 BERKELEY - CALIFORNIA - 1980
- [10] MARTINET A.  
 LA LINGUISTIQUE SYNCHRONIQUE  
 PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE  
 PARIS - 1968
- [11] MARTINET A.  
 LINGUISTIQUE - GUIDE ALPHABÉTIQUE  
 ÉDITIONS DENOËL  
 PARIS - 1969
- [12] NICK E. E KELLNER S.R. DE O.  
 FUNDAMENTOS DE ESTATÍSTICA PARA AS CIÊNCIAS DO COMPORTA  
 MENTO.  
 EDITORA RENES  
 RIO DE JANEIRO - 1971
- [13] NICK E. E RODRIGUES H.  
 MODELOS EM PSICOLOGIA  
 ZAHAR EDITORES  
 RIO DE JANEIRO - 1977
- [14] NICK E. E CABRAL A.  
 DICIONÁRIO TÉCNICO DE PSICOLOGIA  
 EDITORA CULTRIX  
 SÃO PAULO - 1979

- [15] PIAGET J, BETH W.E., DIEUDONNÉ J., LICHNEROUWICZ A.,  
CHOQUET G., GATTEGNO C.  
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES  
DELACHAUX ET NIESTLÉ S.A.  
NEUCHATEL - 1955
- [16] PIAGET J. E INHELDER B.  
GÊNESE DAS ESTRUTURAS LÓGICAS ELEMENTARES  
ZAHAR EDITORES/MEC  
RIO DE JANEIRO - 1975
- [17] PIAGET J.  
BIOLOGIA E CONHECIMENTOS  
EDITORA VOZES LTDA.  
PETRÓPOLIS - 1973
- [18] PIAGET J. E INHELDER B.  
DA LÓGICA DA CRIANÇA À LÓGICA DO ADOLESCENTE  
LIVRARIA PIONEIRA EDITORA  
SÃO PAULO - 1976
- [19] RODRIGUES M.S.  
DICIONÁRIO BRASILEIRO DE ESTATÍSTICA  
IBGE  
RIO DE JANEIRO - 1970
- [20] SAUSSURE F.  
COURS DE LINGUISTIQUE GÉNÉRALE  
PAYOT  
PARIS - 1957
- [21] THORNDIKE R.L.  
EDUCATIONAL MEASUREMENT  
AMERICAN COUNCIL ON EDUCATION  
WASHINGTON D.C. - 1971

CAPÍTULO VII

A N E X O S

A N E X O . 1

CRONOGRAMA









A N E X O    2

PRE - TESTE

## Estudo piloto

Instrumento para determinação da amostra.

Colégio \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ série do 2º grau. Turma \_\_\_\_\_

Data \_\_\_\_\_

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

## Instruções:

Duração: 30 minutos

Resolva cada questão no espaço reservado

Coloque a resposta no local indicado

Este instrumento pode ser feito a lápis, mas as respostas finais devem ser a tinta.

Determinar os valores de  $\underline{x}$  e  $\underline{y}$  em cada um dos sistemas abaixo:

$$1) \begin{cases} x + y = 8 \\ y = -3 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$2) \begin{cases} x - y = 11 \\ y = -3 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$3) \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x = 10 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$8) \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$9) \begin{cases} x + y = 8 \\ 9 = 3y \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$10) \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

A N E X O    3

EXEMPLO DE TABULAÇÃO

DE ESCOLA

ALUNO QUESTÃO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	AGERTOS TOTALS	%	
	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2		
3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2		
4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2		
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0		97
6	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
7	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
TOTAL	20	20	20	20	20	20	20	20	20	19	19	17	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	14		

ESCOLA - TURMA **1º A** C. STA. ÚRSULA

TABULAÇÃO

DO

TESTE

**AMOSTRA**

FOLHA

**11**

ALUNO QUESTÃO	23	24	25	26	98	%	ACERTOS TOTAIS			
	1	2	3	4				5	6	7
1	2	2	0	2						
2	2	2	0	2						
3	2	2	2	2						
4	1	2	2	2						
5	2	0	2	0						
6	0	0	2	0						
7	1	2	2	1						
8	2	2	0	0						
9	2	2	2	2						
10	0	0	0	0						
TOTAL	14	14	12	11						

ESCOLA - TURMA **1º A** C. STA. ÚRSULA

TABULAÇÃO

DO

TESTE

**AMOSTRA**

FOLHA

**1 2**



ALUNO QUESTÃO																					AGERTOS TOTALS	%		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			21	22
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		99
6	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
7	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2		
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	0	0		
TOTAL	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	19	18	18	18	18		

ESCOLA-TURMA **1º B** C, STA. URSULA

TABULAÇÃO

DO

TESTE

**AMOSTRA**

FOLHA

**11**

ALUNO QUESTÃO	23	24	25	26	27	28	%
	1	2	2	2	2	2	
2	2	1	2	2	2	1	
3	2	2	2	2	0	1	
4	2	2	2	2	2	2	
5	2	2	2	0	2	0	100
6	2	2	2	2	2	0	
7	2	2	2	2	2	0	
8	2	2	2	2	2	0	
9	0	1	2	2	0	0	
10	2	2	0	2	2	0	
TOTAL	18	18	18	18	16	6	

ESCOLA-TURMA 1° B C. STA: ÚRSULA

TABULAÇÃO

DO

TESTE

AMOSTRA

FOLHA

12



ALUNO		23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	AGENCIOS TOTAIS	%
QUESTÃO																				
1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	2	2		
2		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	2	2	2	2		
3		2	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	0	1	1	2	2		
4		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2		
5		0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	0	2	1	2	0	0		102
6		2	2	2	2	2	0	2	0	0	1	0	2	2	0	1	2	0		
7		2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	2	0	0	0	0	0		
8		2	2	2	2	2	2	1	1	2	0	2	0	2	0	0	0	0		
9		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
10		2	2	2	2	0	2	1	2	1	2	2	0	0	2	0	0	0		
TOTAL		18	18	18	18	18	17	17	17	16	15	14	14	13	12	11	10	7		

ESCOLA-TURMA JC C. STA. ÚRSULA

TABULAÇÃO DO TESTE AMOSTRA FOLHA 1 2

ALUNO QUESTÃO																					AGERTOS TOTALS	%										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
6	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
7	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
TOTAL	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20		19

ESCOLA-TURMA  C. STA. ÚRSULA

TABULAÇÃO DO TESTE  FOLHA



A N E X O 4

CÁLCULOS ESTATÍSTICOS PARA  
DETERMINAÇÃO DO UNIVERSO  
DA PESQUISA





## T. U. R. M. A. S.

1	2	3	4	5
20-4	20-2	20-4	20-9	20-1
19-3	18-2	18-5	19-2	19-2
18-2	17-1	17-4	18-5	18-3
16-1	16-1	16-1	17-1	17-1
14-1	15-2	15-1	16-1	16-2
12-1	12-1	13-1	14-2	14-1
11-1	10-1	11-1	10-2	13-1
10-1	9-1	9-1	8-1	12-3
9-1	8-1	8-2	7-1	11-2
8-1	6-1	7-1	5-1	9-2
7-1	4-2	5-1		8-2
4-3	3-3	4-1		7-1
3-3	2-2	2-3		3-1
1-1	1-2	1-1		0-1
0-2	0-6			
$\bar{X} = 10,85$	$\bar{X} = 7,36$	$\bar{X} = 12,63$	$\bar{X} = 16,36$	$\bar{X} = 12,61$
$\Sigma X = 282$	$\Sigma X = 206$	$\Sigma X = 341$	$\Sigma X = 409$	$\Sigma X = 290$
$\Sigma X^2 = 1.359,38$	$\Sigma X^2 = 1.410,43$	$\Sigma X^2 = 1.152,30$	$\Sigma X^2 = 525,76$	$\Sigma X^2 = 625,48$
$\Sigma = 26$	$\Sigma = 28$	$\Sigma = 27$	$\Sigma = 25$	$\Sigma = 23$

E S C O L A

C. E. INFANTE D. HENRIQUE

E. D.

## TURMAS

1	2	3	4	5
8-1	11-1	16-1	6-1	
5-3	10-1	12-1	5-1	
4-4	8-2	10-1	4-4	
3-3	6-1	9-3	3-5	
2-5	2-1	8-2	2-6	
1-2	1-7	7-2	1-7	
0-6	0-12	6-3	0-10	
		5-7		
		4-3		
		3-2		
		2-2		
		1-3		
		0-3		
$\bar{X} = 2,50$	$\bar{X} = 2,08$	$\bar{X} = 5,24$	$\bar{X} = 1,79$	
$\sum X = 60$	$\sum X = 52$	$\sum X = 173$	$\sum X = 61$	
$\sum X^2 = 102$	$\sum X^2 = 287,84$	$\sum X^2 = 422,06$	$\sum X^2 = 91,56$	
$\sum = 24$	$\sum = 25$	$\sum = 33$	$\sum = 34$	

ESCOLA

C. E. MÉXICO

E. N.

## T. U. R M A S

1	2	3	4	5
19-1	20-2	20-14	19-1	
16-1	19-1	19-1	18-1	
15-1	16-1	18-1	13-4	
14-2	15-1	17-1	12-1	
13-1	14-2	16-1	11-1	
12-3	12-1	15-1	8-2	
11-1	11-1	12-2	3-1	
10-2	9-2	11-1	2-1	
9-4	8-1	10-1	0-2	
7-1	7-2	9-1		
6-2	6-1	8-1		
5-3	5-3	7-2		
4-4	3-3	6-3		
3-2	2-7	5-1		
2-1	1-2	4-2		
0-2	0-5	3-1		
		0-1		
$\bar{X} = 8,13$	$\bar{X} = 6,49$	$\bar{X} = 13,57$	$\bar{X} = 9,5$	
$\sum X = 252$	$\sum X = 227$	$\sum X = 475$	$\sum = 135$	
$\sum X^2 = 713,48$	$\sum X^2 = 1.318,74$	$\sum X^2 = 4.534,57$	$\sum X^2 = 503,50$	
$\sum = 31$	$\sum = 35$	$\sum = 35$	$\sum = 14$	

ESCOLA

G. REZENDE RAMMEL

PN

C O N G L O M E R A D O S

QUADRO DE MÉDIAS						
	1	2	3	4	5	Média
ED	10,85	7,36	12,63	16,36	12,61	11,84
EN	2,50	2,08	5,24	1,79		2,98
PD	17,08	18,75	17,72	18,11		17,92
PN	8,13	6,49	13,57	9,5		9,45

A\_N\_E\_X\_O\_ \_ \_ \_ 5

Q U E S T I O N Á R I O S

DIRETOR - PROFESSOR - ALUNO

PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UM MODELO MATEMÁTICO PARA O ESTUDO DAS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS DE 2º GRAU NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

COPPE - UFRJ

Nº 1 - QUESTIONÁRIO PARA O DIRETOR

Nome: \_\_\_\_\_

Escola: \_\_\_\_\_

Endereço: \_\_\_\_\_

Data da Fundação da Escola: \_\_\_\_\_

Data da implantação do 2º Grau: \_\_\_\_\_

TIPO DE ESCOLA

PARTICULAR

ESTADUAL

MUNICIPAL

1º GRAU

2º GRAU

SUPLETIVO

TIPO DE ALUNO ATENDIDO

NIVEL SOCIAL

ALTO

MÉDIO

BAIXO

AMBIENTE EM QUE VIVE

URBANO

SUBURBANO

RURAL

FAVELA

PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UM MODELO MATEMÁTICO PARA ESTUDO DAS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS DE 2º GRAU NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

COPPE - UFRJ

Nº 2 - QUESTIONÁRIO PARA O PROFESSOR

Nome: \_\_\_\_\_

Escolas em que leciona:

1. \_\_\_\_\_  
 Particular Estadual Municipal Diurno Noturno Supletivo

2. \_\_\_\_\_  
 Particular Estadual Municipal Diurno Noturno Supletivo

3. \_\_\_\_\_  
 Particular Estadual Municipal Diurno Noturno Supletivo

4. \_\_\_\_\_  
 Particular Estadual Municipal Diurno Noturno Supletivo

Sexo: Fem.  Masc.

Carga Horária: (total por semana)

Tempo de Magistério lecionando Matemática

1º Grau

2º Grau

3º Grau

Qualificação como professor:

Sim

Não

Licenciatura plena em Matemática .....

Licenciatura curta em Matemática .....

Licenciatura curta em outra graduação .....

Licença precária .....

Sem titulação .....

Outra qualificação .....

Adota livros texto: Sim  Não

Quais ? \_\_\_\_\_

PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UM MODELO MATEMÁTICO PARA O ESTUDO DAS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS DE 2º GRAU NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

COPPE - UFRJ

Nº 3 - QUESTIONÁRIO PARA O ALUNO

Nome: \_\_\_\_\_

Escola: \_\_\_\_\_

Endereço: \_\_\_\_\_

Sexo: Fem.  Masc.

Idade:

Trabalha: Sim  Não

Em caso afirmativo, quantas horas por turno ?

Manhã

Tarde

Noite

Tipo de escola em que cursou o 1º Grau.

Ensino regular... Particular  Estadual  Municipal

Supletivo ..... Particular  Estadual  Municipal

Gosta de Matemática ?

muito

mais ou menos

indiferente

não

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? \_\_\_\_\_

Carga Horária semanal de Matemática ?

Tempo semanal dedicado ao estudo da Matemática.



A N E X O    6

EXEMPLAR DOS CINCO TESTES

Colégio \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ série do 2º grau. Turma \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_  
 Nome do aluno: \_\_\_\_\_

## 1.º teste:

Instruções:

Duração: 30 minutos

Resolva cada questão no espaço reservado

Coloque a resposta no local indicado

Este instrumento pode ser feito a lápis, mas as respostas finais de vem ser a tinta.

Determinar os valores de  $x$  e  $y$  em cada um dos sistemas abaixo:

$$1) \begin{cases} x + y = 8 \\ y = -3 \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$Y =$

$$2) \begin{cases} x - y = 11 \\ y = -3 \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$Y =$

$$3) \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x = 10 \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$Y =$

$$4) \begin{cases} x + y = 8 \\ 3y = -9 \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$Y =$

$$5) \begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$Y =$

$$6) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$7) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$8) \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$9) \begin{cases} x + y = 8 \\ 9 = -3y \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$10) \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

Colégio: \_\_\_\_\_

Série do 2º grau. Turma \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

2º TESTE:INSTRUÇÕES: Duração: 30 minutos

Resolva cada questão no espaço reservado.

Coloque a resposta no local indicado.

Este instrumento pode ser feito a lápis, mas as respostas finais devem ser a tinta.

Determinar os valores de  $x$  e  $y$  em cada um dos sistemas abaixo:

$$1) \begin{cases} 5x + 2y = 9 \\ 13x - 2y = 9 \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$y =$

$$2) \begin{cases} x - y = -9 \\ 2 = y \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$y =$

$$3) \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$y =$

$$4) \begin{cases} x = y - 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Resposta:

$x =$
$y =$

$$5) \begin{cases} 3x = 3y \\ x = 3 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$6) \begin{cases} 4x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$7) \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$8) \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$9) \begin{cases} x + y = 8 \\ 9 = -3y \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

$$10) \begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 6y - 6x = 1 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

Colégio \_\_\_\_\_

Série do 2º Grau. Turma \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

3º TESTEINSTRUÇÕES: Duração: 30 minutos

Resolva cada questão no espaço reservado.

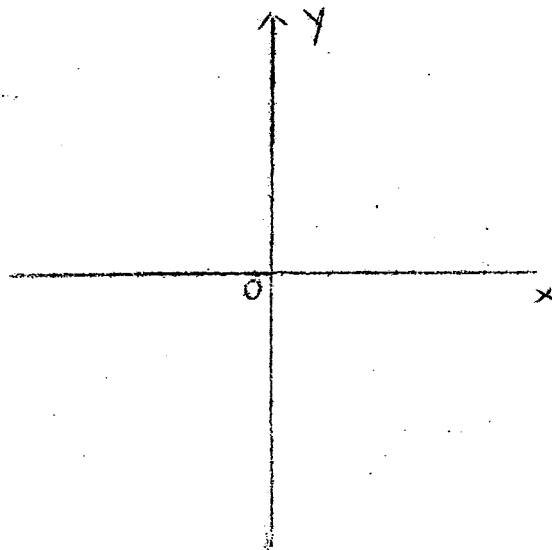
Coloque a resposta no local indicado.

Este instrumento pode ser feito a lápis.

Complete a tabela e faça o gráfico representativo de cada sistema do 1º grau no local indicado.

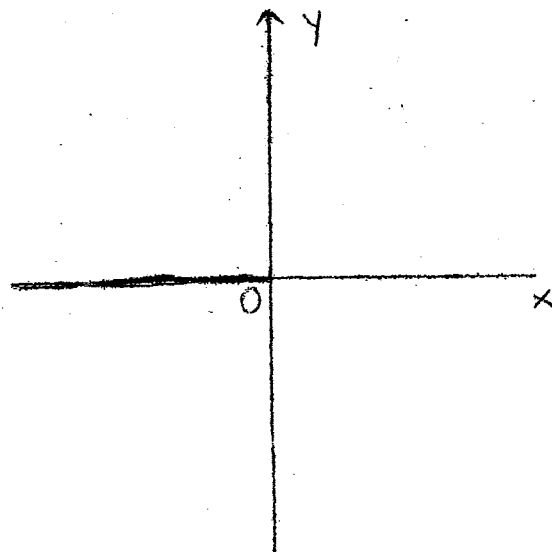
1ª Questão: 
$$\begin{cases} y = x \\ y = x - 2 \end{cases}$$

x	y
0	
1	



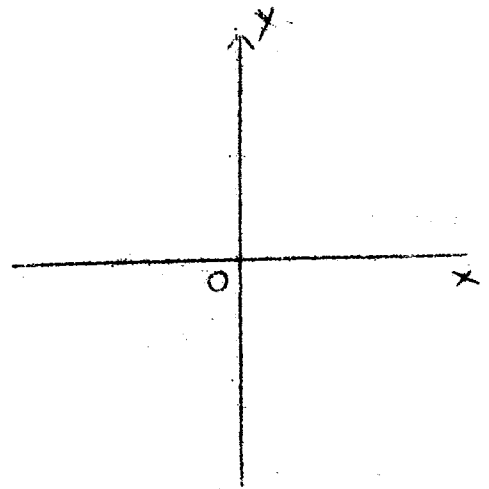
2ª Questão: 
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

x	$y = x - 2$	$y = 4 - x$
0		
1		



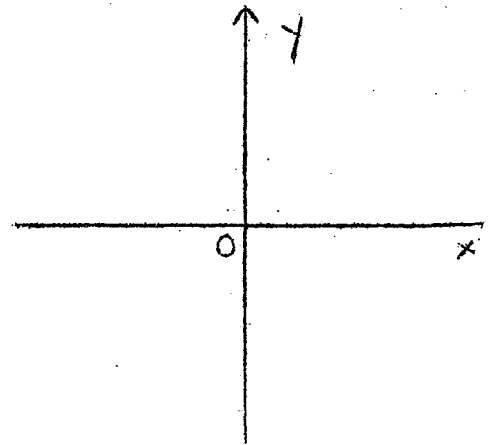
3ª Questão: 
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

y	x = 2 - y	x = 5 - y
0		
1		



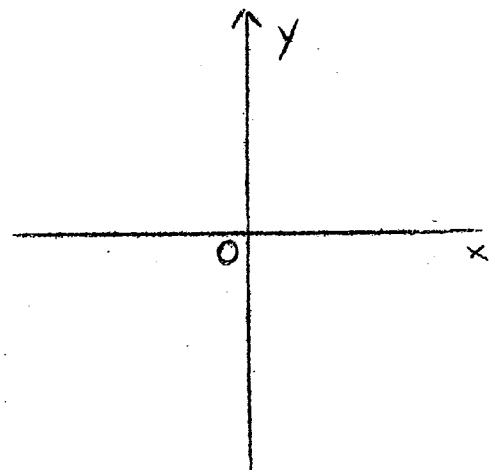
4ª Questão: 
$$\begin{cases} x = y \\ x = 3 \end{cases}$$

x	y
	0
	1



5ª Questão: 
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x + y = 7 \end{cases}$$

x	y = 4 - 2x	y = 7 - 5x
0		
1		



Colégio: \_\_\_\_\_

Série do 2º Grau. Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Nome do Aluno: \_\_\_\_\_

4º TESTE

INSTRUÇÕES: - Duração: 30 minutos.

Resolva cada questão no espaço reservado.

Coloque a resposta no local indicado.

Este instrumento pode ser feito a lápis, mas as respostas finais devem ser a tinta.

1a. QUESTÃO: Complete o  e o  com os valores que verificam o sistema.

$$\left\{ \begin{array}{l} 5 \square + 2 \bigcirc = 9 \\ 13 \square - 2 \bigcirc = 9 \end{array} \right.$$

Resposta:

<input type="checkbox"/>	=
<input type="radio"/>	=

2a. QUESTÃO: Dados  $x = 3$  e  $y = -2$ , complete no sistema o que está faltando dentro do 

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 4y = -2 \\ \square x - 3y = 15 \end{array} \right.$$

Resposta:

<input type="checkbox"/>	=
--------------------------	---

3a. QUESTÃO: Dados  $x = -2$  e  $y = 3$ , complete no sistema o que está faltando dentro do  e do 

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x + \square y = -2 \\ \triangle x + \square 3y = 15 \end{array} \right.$$

Resposta:

<input type="checkbox"/>	=
<input type="triangle"/>	=



4a.QUESTÃO: Determine os valores de x e y no sistema abaixo:

$$\begin{cases} 2y + 3x = 1 \\ -3x + y = 5 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

5a.QUESTÃO: Determine os valores de x e y no sistema abaixo:

$$\begin{cases} x - 2 = y \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

6a.QUESTÃO: Determine os valores de x e y no sistema abaixo

$$\begin{cases} 3 - y = 4x \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

7a.QUESTÃO: Determine os valores de x e y no sistema abaixo:

$$\begin{cases} 4 + 2x = 3y \\ x = y + 1 \end{cases}$$

Resposta:

x =
y =

8a.QUESTÃO: Entre os pares ( a,b) de valores dados no quadro abaixo, indique a solução do sistema.

$$\begin{cases} a.3 + b.4 = 3 \\ -a.4 + b.3 = -4 \end{cases}$$

a =	0	1	3	4
b =	1	0	-4	3

Resposta:

a =
-----

9a. QUESTÃO: Dados  $x=3$  e  $y=-2$  complete no sistema o que está faltando dentro do  $\square$  e do  $\bigcirc$ .

$$\begin{cases} \square x + 4y = -2 \\ \bigcirc x - 3y = 15 \end{cases}$$

Respostas:

$\square$	=
$\bigcirc$	=

10a. QUESTÃO: Dados  $x=1$  e  $y=2$  complete no sistema o que está faltando dentro do  $\square$  e do  $\bigcirc$ .

$$\begin{cases} \square x + 5y = 12 \\ \bigcirc x - 7y = -12 \end{cases}$$

Respostas:

$\square$	=
$\bigcirc$	=

Colégio \_\_\_\_\_

Série do 2º Grau. Turma \_\_\_\_\_

Data \_\_\_\_\_

Nome do Aluno \_\_\_\_\_

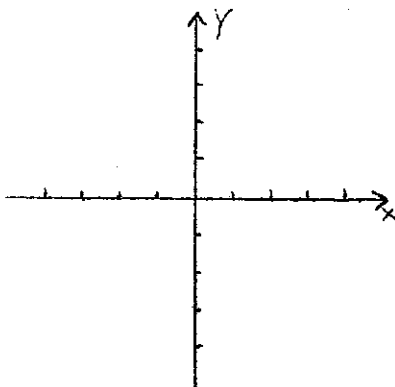
5º Teste

INSTRUÇÕES: Duração: 30 minutos

Resolva cada questão no espaço reservado.

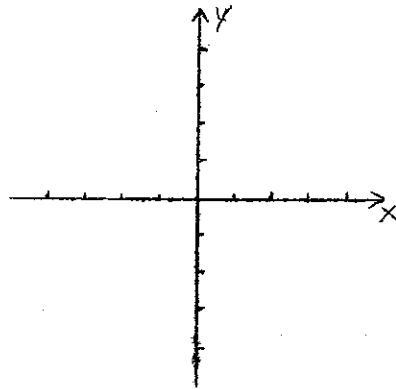
Coloque a resposta no local indicado.

Este instrumento pode ser feito a lápis.

1ª. questão: Dado o sistema de eixos coordenados ortogonais:

- a) Marque os pontos  $A(0,-2)$  e  $B(1,-1)$
- b) Trace a reta  $r$  que passa pelos pontos  $A$  e  $B$ .
- c) Marque agora, no mesmo sistema, os pontos  $C(0,4)$  e  $D(3,1)$ .
- d) Trace a reta  $s$  que passa pelos pontos  $C$  e  $D$ .
- e) Verifique se as coordenadas dos pontos  $A$  e  $B$  satisfazem a equação  $y = x - 2$  e diga que reta esta equação representa.
- f) Verifique se as coordenadas dos pontos  $C$  e  $D$  satisfazem a equação  $y = 4 - x$  e diga que reta esta equação representa.
- g) Existe algum ponto cujas coordenadas satisfaçam ao sistema  $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 4 - x \end{cases}$  ?  
Em caso afirmativo, quais são as coordenadas deste ponto?
- h) Assinale a resposta certa:
- as retas  $r$  e  $s$  são paralelas
- as retas  $r$  e  $s$  são concorrentes

2a. questão: Dado o sistema de eixos coordenados ortogonais:



- a) Marque os pontos de coordenadas  $A(2,2)$  e  $B(3,3)$ .  
 b) Trace a reta  $r$  que passa pelos pontos  $A$  e  $B$ .  
 c) Marque agora no mesmo sistema os pontos de coordenadas  $C(2,0)$  e  $D(3,1)$ .  
 d) Trace a reta  $s$  que passa pelos pontos  $C$  e  $D$ .  
 e) Verifique se as coordenadas dos pontos  $A$  e  $B$  satisfazem a equação  $y = x$  e diga que reta esta equação representa.

- f) Verifique se as coordenadas dos pontos  $C$  e  $D$  satisfazem a equação  $y = x - 2$  e diga que reta esta equação representa.

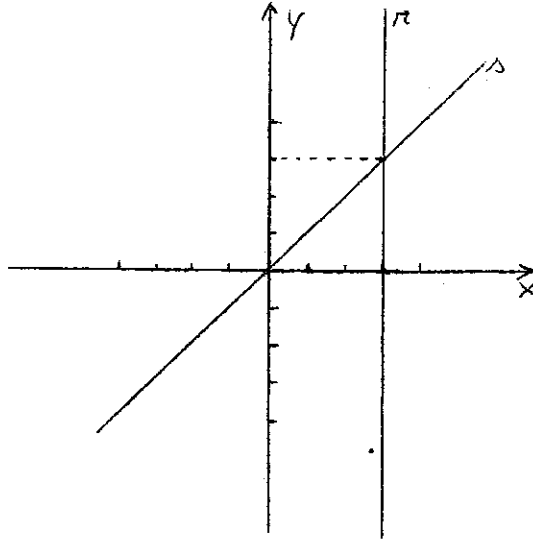
- g) Existe algum ponto cujas coordenadas satisfaçam ao sistema  $\begin{cases} y = x & ? \\ y = x - 2 \end{cases}$

Em caso afirmativo, quais são as coordenadas deste ponto?

- h) Assinale a resposta certa:

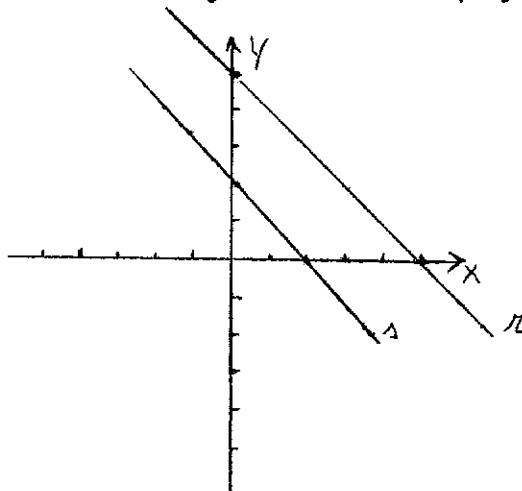
- as retas  $r$  e  $s$  são paralelas  
 as retas  $r$  e  $s$  são concorrentes

3a. questão: A equação da reta  $r$  é  $x = 3$  e a equação da reta  $s$  é  $x = y$



- a) Observe o gráfico e dê as coordenadas de dois pontos distintos pertencentes à reta  $s$ .
- b) Quais as coordenadas do ponto de interseção das duas retas?

4a. questão: A equação da reta  $r$  é  $y = 5 - x$  e a equação da reta  $s$  é  $y = 2 - x$ .



- a) Observe o gráfico e dê as coordenadas de dois pontos distintos pertencentes à reta  $r$ .
- b) Assinale a resposta certa:

- as retas  $r$  e  $s$  são paralelas
- as retas  $r$  e  $s$  são concorrentes.

A N E X O 7

TABULAÇÃO DOS CINCO TESTES

ALUNO QUESTÃO	ESCOLA																	ACERTOS TOTAIS	%					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17			18	19	20	21	22
1ª	2	2	0	0	2	1	1	0	1	1	0	2	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0		
2ª	2	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	2	2	1	0	1	1	1	2		
3ª	2	2	2	2	2	0	2	0	2	0	0	2	0	0	1	2	0	0	0	2	0	2		
4ª	2	2	1	2	1	0	1	0	1	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	1	0		
5ª	2	0	2	2	0	1	0	2	0	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0		
6ª	2	2	2	2	0	2	1	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
7ª	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	2	0	0	0	0	2	1	0	0	0		
8ª	2	2	2	0	1	1	1	1	2	1	1	1	0	1	0	0	2	2	0	0	0	0		
9ª	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	2	2	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0		
10ª	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
TOTAL	20	17	16	14	13	12	12	10	10	9	8	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4		

ESCOLA

I

TABULAÇÃO

DO

TESTE

1º

FOLHA

1 2

ALUNO		23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	AGERTOS TOTALS	%
1ª	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	10,5
2ª	1	2	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	5	13,2
3ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	28,9
4ª	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	13,2
5ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	18,4
6ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	6	15,8
7ª	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	31,6
8ª	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	18,4
9ª	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	26,3
10ª	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	34,2
TOTAL	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0		

ESCOLA 1

TABULAÇÃO DO TESTE 10

FOLHA 2 2





ALUNO	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	ACERTOS TOTAIS	%
1 <sup>o</sup>	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	24,4
2 <sup>o</sup>	0	0	1	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	21,9
3 <sup>o</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	21,9
4 <sup>o</sup>	0	0	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	26,8
5 <sup>o</sup>	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	31,7
6 <sup>o</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	9,7
7 <sup>o</sup>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	12,2
8 <sup>o</sup>	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	17,1
9 <sup>o</sup>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,4
10 <sup>o</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,4
TOTAL	3	3	3	2	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

ESCOLA

I

TABULAÇÃO

DO

TESTE

20

FOLHA

2 2



ALUNO QUESTÃO	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	ACERTOS TOTALS	%
	1ª	2	2	3	3	3	1,25	2,5	0	0	2	0	0	0		
2ª	0	0	0	0	0	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,8
3ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	1	2,8
4ª	1,25	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
5ª	0	0	0	0	0	0	0	0	1,5	0	0	0	0	0	1	2,8
TOTAL	3,25	3	3	3	3	2,75	2,5	2	2	2	0	0	0	0		

ESCOLA

I

TABULAÇÃO

DO

TESTE

30

FOLHA

2 2

ALUNO QUESTÃO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	AGENTES TOTALS	%
	1ª	2	2	1	0	0	2	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	1	2		
2ª	2	2	0	0	0	2	0	0	2	2	2	2	2	2	0	2	2	0	0	0	0	2		
3ª	2	2	2	2	2	1	1	2	1	1	1	0	2	2	1	1	0	1	1	1	1	0		
4ª	2	2	2	2	2	0	2	2	0	2	2	0	0	0	0	0	0	2	2	1	0	0		
5ª	2	1	2	2	2	0	2	2	0	2	2	0	0	0	2	0	0	2	2	0	0	0		
6ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
7ª	0	0	2	2	2	2	0	2	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2		
8ª	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
9ª	2	2	1	1	1	1	2	0	1	0	0	1	1	1	0	1	2	0	0	1	1	0		
10ª	2	2	2	2	2	2	2	1	2	0	0	2	1	2	0	2	2	0	0	0	0	0		
TOTAL	16	15	14	13	13	12	11	9	9	9	9	9	8	7	6	6	6	5	5	4	4	4		

ESCOLA

I

TABULAÇÃO

DO

TESTE

4ª

FOLHA

1 2

ALUNO		23	24	25	26	27	28	29	30	AGERTOS TOTALS	%		
1ª	0	2	0	0	0	0	0	0	0	9	30		
2ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	40		
3ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	26,7		
4ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	36,7		
5ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	36,7		
6ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
7ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	23,3		
8ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	30		
9ª	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	13,3		
10ª	2	0	0	0	0	0	0	0	0	13	43,3		
TOTAL	3	2	0	0	0	0	0	0	0				
ESCOLA											I		
TABULAÇÃO DO TESTE										40	FOLHA	2	2







A\_N\_E\_X\_O\_ \_ \_ \_ 8

TRATAMENTO ESTADÍSTICO

QUESTÃO	PD I	P.D II	PD III	PD IV	PD V	PD VI	PD VII	ED VIII	EN IX	PN X	PN XI	PN XII	PN XIII
1	4	7	29	3	30	12	21	5	1	8	4	12	5
2	5	10	27	1	27	6	20	3	2	4	3	11	8
3	11	4	29	3	32	4	21	4	2	10	2	9	6
4	5	4	28	1	26	6	21	2	1	7	1	9	9
5	7	1	23	2	16	6	18	5	0	3	0	0	4
6	6	2	25	10	23	11	15	3	0	5	2	1	5
7	12	1	27	4	24	8	17	3	0	6	2	1	7
8	7	3	25	8	24	6	19	4	0	6	2	1	5
9	10	4	29	3	27	8	18	3	2	8	0	11	7
10	13	0	20	10	22	8	15	2	0	3	2	4	4
n	38	22	31	20	39	18	27	21	22	30	28	25	19

Nº de acertos por questão

n = nº de alunos que fizeram o teste

TESTE Nº

1

QUESTÃO	PD I	P-D II	PD III	PD IV	PD V	PD VI	PD VII	ED VIII	EN IX	PN X	PN XI	PN XII	PN XIII
1	0,11	0,32	0,94	0,15	0,77	0,67	0,78	0,24	0,05	0,27	0,14	0,48	0,26
2	0,13	0,45	0,87	0,05	0,69	0,33	0,74	0,14	0,09	0,13	0,10	0,44	0,42
3	0,29	0,18	0,94	0,15	0,82	0,22	0,78	0,19	0,09	0,33	0,07	0,36	0,32
4	0,13	0,18	0,90	0,05	0,67	0,33	0,78	0,10	0,05	0,23	0,04	0,36	0,47
5	0,18	0,04	0,74	0,10	0,41	0,33	0,67	0,24	0,00	0,10	0,00	0,00	0,21
6	0,16	0,09	0,80	0,50	0,59	0,61	0,56	0,14	0,00	0,16	0,07	0,04	0,26
7	0,32	0,05	0,87	0,20	0,62	0,44	0,63	0,14	0,00	0,20	0,07	0,04	0,37
8	0,18	0,14	0,81	0,40	0,62	0,33	0,70	0,19	0,00	0,20	0,07	0,04	0,26
9	0,26	0,18	0,94	0,15	0,69	0,44	0,67	0,14	0,09	0,27	0,00	0,44	0,37
10	0,34	0,00	0,65	0,50	0,56	0,44	0,56	0,10	0,00	0,10	0,07	0,16	0,21

Proporção de acertos por questão

TESTE Nº 1

QUESTÃO	PD I	P-D II	PD III	PD IV	PD V	PD VI	PD VII	ED VIII	EN IX	PN X	PN XI	PN XII	PN XIII
1	10	2	29	16	24	8	14	8	8	3	4	5	8
2	9	1	28	11	24	7	23	7	5	1	4	6	6
3	9	1	26	10	16	3	14	7	0	1	2	0	4
4	11	2	32	9	28	8	26	7	4	5	5	7	11
5	13	3	32	10	30	7	26	6	5	8	2	8	10
6	4	2	25	14	22	4	15	3	0	1	0	0	2
7	5	1	31	15	22	6	23	6	3	1	0	0	4
8	7	2	31	18	28	7	22	11	6	5	0	3	4
9	1	1	29	9	14	4	14	3	1	3	0	0	5
10	1	0	21	9	7	3	6	2	0	0	0	0	1
n	41	14	32	26	35	14	30	21	29	24	18	26	15

Nº de acertos por questão

n = nº de alunos que fizeram o teste

TESTE Nº

2

QUESTÃO	PD I	PD II	PD III	PD IV	PD V	PD VI	PD VII	ED VIII	EN IX	PN X	PN XI	PN XII	PN XIII
1	0,24	0,14	0,91	0,62	0,77	0,47	0,47	0,38	0,28	0,13	0,22	0,19	0,53
2	0,22	0,07	0,88	0,42	0,77	0,41	0,77	0,33	0,17	0,04	0,22	0,23	0,40
3	0,22	0,07	0,81	0,38	0,46	0,18	0,57	0,33	0,00	0,04	0,11	0,00	0,27
4	0,27	0,14	1,00	0,35	0,80	0,47	0,87	0,33	0,14	0,21	0,28	0,27	0,73
5	0,32	0,21	1,00	0,38	0,86	0,41	0,87	0,29	0,17	0,33	0,11	0,31	0,67
6	0,10	0,14	0,78	0,54	0,63	0,24	0,50	0,14	0,00	0,04	0,00	0,00	0,13
7	0,12	0,07	0,97	0,58	0,63	0,35	0,77	0,29	0,10	0,04	0,00	0,00	0,27
8	0,17	0,14	0,97	0,69	0,80	0,41	0,73	0,52	0,21	0,21	0,00	0,12	0,27
9	0,02	0,07	0,91	0,35	0,49	0,24	0,57	0,14	0,03	0,13	0,00	0,00	0,33
10	0,02	0,00	0,66	0,35	0,20	0,18	0,20	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07

Proporção de acertos por questão

TESTE Nº

2



QUESTÃO	PD I	P.D II	PD III	PD IV	PD V	PD VI	PD VII	ED VIII	EN IX	PN X	PN XI	PN XII	PN XIII
1	0,00	0,00	0,90	0,07	0,03	0,05	0,21	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,10
2	0,03	0,00	0,97	0,18	0,16	0,26	0,30	0,05	0,07	0,00	0,00	0,00	0,10
3	0,03	0,00	0,94	0,11	0,16	0,26	0,27	0,11	0,10	0,00	0,00	0,00	0,10
4	0,00	0,00	0,77	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,03	0,00	0,94	0,14	0,13	0,16	0,27	0,21	0,03	0,00	0,00	0,00	0,10

Proporção de acertos por questão

TESTE Nº 3

QUESTÃO	PD I	P-D II	PD III	PD IV	PD V	PD VI	PD VII	ED VIII	EN IX	PN X	PN XI	PN XII	PN XIII
1	9	1	19	9	13	17	29	6	10	17	0	19	13
2	12	0	19	14	11	4	27	4	0	5	0	7	8
3	8	2	19	8	10	10	19	1	1	7	0	1	9
4	11	1	18	11	13	13	27	3	1	12	0	0	7
5	11	4	19	14	16	19	29	5	0	6	1	5	8
6	0	1	19	6	13	11	21	2	0	8	0	0	5
7	7	0	19	7	10	14	23	1	0	2	0	0	5
8	9	4	17	9	7	7	21	3	3	5	0	6	5
9	4	2	18	9	8	10	23	2	1	5	0	11	7
10	13	2	19	10	12	10	25	2	2	6	1	9	8
n	30	18	19	22	22	22	34	18	29	31	15	25	15

Nº de acertos por questão	TESTE Nº <input type="text" value="4"/>
n = nº de alunos que fizeram o teste	



QUESTÃO	PD I	P-D II	PD III	PD IV	PD V	PD VI	PD VII	ED VIII	EN IX	PN X	PN XI	PN XII	PN XIII
1	0,30	0,06	1,00	0,41	0,59	0,77	0,85	0,33	0,34	0,55	0,00	0,76	0,87
2	0,40	0,00	1,00	0,64	0,50	0,18	0,79	0,22	0,00	0,16	0,00	0,28	0,53
3	0,27	0,11	1,00	0,36	0,45	0,45	0,56	0,06	0,03	0,23	0,00	0,04	0,60
4	0,37	0,06	0,95	0,50	0,59	0,59	0,79	0,17	0,03	0,39	0,00	0,00	0,47
5	0,37	0,22	1,00	0,64	0,73	0,86	0,85	0,28	0,00	0,19	0,07	0,20	0,53
6	0,00	0,06	1,00	0,27	0,59	0,50	0,62	0,11	0,00	0,26	0,00	0,00	0,33
7	0,23	0,00	1,00	0,32	0,45	0,64	0,68	0,06	0,00	0,06	0,00	0,00	0,33
8	0,30	0,22	0,89	0,41	0,32	0,32	0,62	0,17	0,10	0,16	0,00	0,24	0,33
9	0,13	0,11	0,95	0,41	0,36	0,45	0,68	0,11	0,03	0,16	0,00	0,44	0,47
10	0,43	0,11	1,00	0,45	0,55	0,45	0,74	0,11	0,07	0,19	0,07	0,36	0,53

Proporção de acertos por questão

TESTE Nº 4

QUESTÃO	PD I	PD II	PD III	PD IV	PD V	PD VI	PD VII	ED VIII	EN IX	PN X	PN XI	PN XII	PN XIII
1- a	4	1	19	7	9	7	14	10	9	2	9	12	9
b	9	8	19	12	10	18	22	14	9	2	9	12	11
c	3	1	19	6	11	6	14	9	8	1	7	12	6
d	6	8	19	13	11	19	25	16	8	1	7	12	7
e	0	0	14	3	2	0	6	2	0	0	2	4	1
f	0	0	13	3	1	0	5	2	0	0	2	4	1
g	0	0	19	5	5	7	10	4	2	0	2	0	4
h	12	9	19	14	16	17	28	15	15	7	9	8	12
2- a	3	1	19	10	13	8	17	11	10	5	8	12	10
b	9	11	19	14	12	20	30	16	13	5	8	12	12
c	3	1	19	6	9	5	15	11	8	1	4	10	7
d	8	8	19	10	9	14	26	15	7	1	4	10	9
e	0	1	14	5	1	1	4	2	1	0	1	8	1
f	0	0	15	5	2	0	5	2	2	0	1	8	0
g	1	4	17	8	3	5	16	4	5	3	0	0	5
h	15	7	19	14	11	16	28	14	10	6	5	9	10
3- a	2	2	19	6	3	7	20	7	1	2	0	0	2
b	3	4	19	8	8	12	25	9	4	4	4	0	5
4- a	1	2	16	2	4	6	17	6	0	1	1	0	3
b	15	13	19	15	16	17	32	18	11	6	5	5	10
n	40	14	19	22	22	22	33	20	24	31	15	14	14

Nº de acertos por questão

n = nº de alunos que fizeram o teste

TESTE Nº

5

QUESTÃO	PD I	PD II	PD III	PD IV	PD V	PD VI	PD VII	ED VIII	EN IX	PN X	PN XI	PN XII	PN XIII
1 - a	0,10	0,07	1,00	0,32	0,41	0,32	0,42	0,50	0,38	0,06	0,60	0,86	0,64
b	0,23	0,57	1,00	0,55	0,45	0,82	0,67	0,70	0,38	0,06	0,60	0,86	0,79
c	0,08	0,07	1,00	0,27	0,50	0,28	0,42	0,45	0,33	0,03	0,47	0,86	0,43
d	0,15	0,57	1,00	0,59	0,50	0,86	0,76	0,80	0,33	0,03	0,47	0,86	0,50
e	0,00	0,00	0,74	0,14	0,09	0,00	0,18	0,10	0,00	0,00	0,13	0,29	0,07
f	0,00	0,00	0,68	0,14	0,05	0,00	0,15	0,10	0,00	0,00	0,13	0,29	0,07
g	0,00	0,00	1,00	0,23	0,23	0,32	0,30	0,20	0,08	0,00	0,13	0,00	0,29
h	0,30	0,64	1,00	0,64	0,73	0,77	0,85	0,75	0,63	0,23	0,60	0,57	0,86
2 - a	0,08	0,07	1,00	0,45	0,59	0,36	0,52	0,35	0,42	0,16	0,53	0,86	0,71
b	0,23	0,79	1,00	0,64	0,55	0,91	0,91	0,80	0,54	0,16	0,53	0,86	0,86
c	0,08	0,07	1,00	0,27	0,41	0,23	0,45	0,55	0,33	0,03	0,27	0,71	0,50
d	0,20	0,57	1,00	0,45	0,41	0,64	0,79	0,75	0,29	0,03	0,27	0,71	0,64
e	0,00	0,07	0,74	0,23	0,05	0,05	0,12	0,10	0,04	0,00	0,07	0,57	0,07
f	0,00	0,00	0,79	0,23	0,09	0,00	0,15	0,10	0,08	0,00	0,07	0,57	0,00
g	0,03	0,29	0,89	0,36	0,14	0,23	0,48	0,20	0,21	0,10	0,00	0,00	0,36
h	0,38	0,50	1,00	0,64	0,50	0,73	0,85	0,70	0,42	0,19	0,33	0,64	0,71
3 - a	0,05	0,14	1,00	0,27	0,14	0,32	0,61	0,35	0,04	0,06	0,00	0,00	0,14
b	0,08	0,29	1,00	0,36	0,36	0,55	0,76	0,45	0,17	0,13	0,27	0,00	0,36
4 - a	0,03	0,14	0,84	0,09	0,18	0,27	0,52	0,30	0,00	0,03	0,07	0,00	0,21
b	0,38	0,93	1,00	0,68	0,73	0,77	0,97	0,90	0,46	0,19	0,33	0,36	0,71


Proporção de acertos por questão

TESTE Nº 5

QUESTÃO	ACERTOS %	I.D.	Var. q	p	$\hat{V}(\hat{p})$	LIMITES
1	35,00	0,5524	0,8084	0,35	0,01	0,19 - 0,54
2	37,35	0,6976	0,7373	0,37	0,01	0,22 - 0,52
3	40,29	0,8081	0,8985	0,40	0,01	0,24 - 0,56
4	35,29	0,7606	0,8594	0,35	0,01	0,19 - 0,51
5	25,00	0,7396	0,7459	0,25	0,01	0,12 - 0,38
6	31,76	0,7939	0,8429	0,32	0,01	0,17 - 0,47
7	32,94	0,8090	0,8737	0,33	0,01	0,18 - 0,48
8	31,18	0,7542	0,8372	0,31	0,01	0,17 - 0,45
9	38,24	0,8175	0,9108	0,38	0,01	0,23 - 0,53
10	30,29	0,7022	0,8122	0,30	0,01	0,17 - 0,43
$\bar{x} = 7,9824$		$s = 6,9985$		$N = 340$		TESTE Nº <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</span>
$v = 48,9790$		$\alpha = 0,9222$				

QUESTÃO	ACERTOS %	I.D.	Var. q	p	$\hat{V}(\hat{p})$	LIMITES
1	43,29	0,7231	0,8776	0,43	0,01	0,28 - 0,54
2	41,16	0,7648	0,7974	0,41	0,01	0,26 - 0,56
3	29,57	0,7730	0,8105	0,30	0,01	0,17 - 0,43
4	46,95	0,7171	0,8084	0,47	0,01	0,31 - 0,63
5	48,78	0,7426	0,8928	0,49	0,01	0,33 - 0,65
6	28,05	0,7548	0,7832	0,28	0,01	0,13 - 0,43
7	35,67	0,8013	0,8840	0,36	0,01	0,19 - 0,53
8	43,90	0,7888	0,9273	0,44	0,01	0,27 - 0,61
9	27,44	0,7491	0,7856	0,27	0,01	0,12 - 0,42
10	15,24	0,6464	0,5333	0,15	0,01	0,05 - 0,25
$\bar{x} = 8,3171$		$s = 6,7758$		$N = 327$		TESTE Nº <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">2</span>
$v = 45,9114$		$\alpha = 0,9151$				



QUESTÃO	ACERTOS %	I.D.	Var. q	p	$\hat{V}(\hat{p})$	LIMITES
1	50,33	0,5990	0,8875	0,50	0,01	0,33-0,67
2	36,61	0,6904	0,8923	0,37	0,01	0,20-0,54
3	30,00	0,7747	0,7436	0,30	0,01	0,14-0,46
4	39,00	0,7459	0,8392	0,39	0,01	0,22-0,56
5	45,33	0,7564	0,9063	0,45	0,01	0,27-0,63
6	28,67	0,7912	0,8035	0,29	0,01	0,12-0,46
7	29,33	0,7330	0,8280	0,29	0,01	0,11-0,47
8	32,00	0,7240	0,8684	0,32	0,01	0,19-0,45
9	33,33	0,8322	0,8491	0,33	0,01	0,18-0,48
10	39,67	0,7094	0,9262	0,40	0,01	0,27-0,53
$\bar{x} = 8,3867$		$s = 7,0481$		$N = 300$		TESTE Nº <input type="text" value="4"/>
$v = 49,6761$		$\alpha = 0,9207$				

QUESTÃO	ACERTOS %	I.D.	Var. q	p	$\hat{v}(\hat{p})$	LIMITES
1 - a	38,62	0,8265	0,1963	0,39	0,01	0,23 - 0,55
b	52,41	0,7963	0,2415	0,52	0,01	0,38 - 0,66
c	35,17	0,8449	0,1856	0,35	0,01	0,19 - 0,51
d	52,41	0,7929	0,2435	0,52	0,01	0,36 - 0,68
e	11,72	0,6929	0,1208	0,12	0,01	0,01 - 0,23
f	10,69	0,7028	0,1143	0,11	0,01	0,01 - 0,21
g	23,45	0,5611	0,1803	0,23	0,01	0,09 - 0,37
h	62,41	0,6953	0,2354	0,62	0,01	0,50 - 0,74
2 - a	42,41	0,6995	0,1963	0,42	0,01	0,27 - 0,57
b	62,41	0,7790	0,2302	0,62	0,01	0,48 - 0,76
c	34,14	0,8417	0,1972	0,34	0,01	0,19 - 0,49
d	41,72	0,6558	0,2428	0,42	0,01	0,27 - 0,57
e	13,45	0,6723	0,1289	0,13	0,01	0,01 - 0,25
f	13,79	0,6968	0,1303	0,14	0,01	0,01 - 0,27
g	24,48	0,5612	0,1855	0,24	0,01	0,11 - 0,37
h	53,45	0,6413	0,2497	0,53	0,01	0,41 - 0,65
3 - a	24,14	0,7107	0,1813	0,24	0,01	0,08 - 0,40
b	36,21	0,6930	0,2314	0,36	0,01	0,21 - 0,51
4 - a	20,69	0,6633	0,1663	0,21	0,01	0,08 - 0,34
b	63,10	0,6978	0,1032	0,63	0,01	0,48 - 0,78
$\bar{x} = 8,3655$		$s = 6,4398$		$N = 284$		TESTE Nº <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">5</span>
$v = 41,4715$		$\alpha = 0,9571$				



A N E X O 9

TRATAMENTO ESTATÍSTICO  
POR CONGLOMERADO

QUESTÃO	PD	ED	EN	PN	ED + EN
1	0,54	0,24	0,05	0,28	0,14
2	0,49	0,14	0,09	0,25	0,12
3	0,53	0,19	0,09	0,26	0,14
4	0,47	0,10	0,05	0,25	0,07
5	0,37	0,24	0,05	0,07	0,14
6	0,47	0,14	0,00	0,13	0,07
7	0,48	0,14	0,00	0,16	0,07
8	0,47	0,19	0,00	0,14	0,09
9	0,51	0,14	0,09	0,25	0,12
10	0,45	0,10	0,00	0,13	0,05

Proporção de acertos por questão por conglomerado. TESTE Nº

QUESTÃO	PD	ED	EN	PN	ED + EN
1	0,54	0,38	0,28	0,24	0,32
2	0,54	0,33	0,17	0,20	0,24
3	0,42	0,33	0,00	0,08	0,14
4	0,64	0,33	0,14	0,34	0,22
5	0,62	0,29	0,17	0,34	0,22
6	0,46	0,14	0,00	0,04	0,06
7	0,53	0,29	0,10	0,06	0,18
8	0,59	0,52	0,21	0,14	0,34
9	0,40	0,14	0,03	0,10	0,08
10	0,24	0,10	0,00	0,01	0,04

Proporção de acertos por questão por  
 conglomerado TESTE Nº 2

QUESTÃO	PD	ED	EN	PN	ED + EN
1	0,23	0,00	0,03	0,02	0,02
2	0,29	0,05	0,07	0,02	0,06
3	0,27	0,11	0,10	0,02	0,10
4	0,13	0,00	0,03	0,00	0,02
5	0,23	0,21	0,03	0,02	0,10

Proporção de acertos por questão por conglomerado TESTE Nº

QUESTÃO	PD	ED	EN	PN	ED + EN
1	0,67	0,33	0,34	0,57	0,34
2	0,60	0,22	0,00	0,23	0,09
3	0,52	0,06	0,03	0,20	0,04
4	0,72	0,17	0,03	0,22	0,09
5	0,77	0,28	0,00	0,23	0,11
6	0,49	0,11	0,00	0,14	0,04
7	0,55	0,06	0,00	0,08	0,02
8	0,51	0,17	0,10	0,19	0,13
9	0,51	0,11	0,03	0,27	0,06
10	0,63	0,11	0,07	0,31	0,09

Proporção de acertos por questão por conglomerado TESTE Nº 4

QUESTÃO	PD	ED	EN	PN	ED + EN
1 - a	0,35	0,50	0,38	0,43	0,43
b	0,58	0,70	0,38	0,46	0,52
c	0,34	0,45	0,33	0,35	0,39
d	0,59	0,80	0,33	0,36	0,55
e	0,15	0,10	0,00	0,12	0,05
f	0,13	0,10	0,00	0,12	0,05
g	0,27	0,20	0,08	0,08	0,14
h	0,67	0,80	0,63	0,49	0,70
2 - a	0,42	0,55	0,42	0,47	0,48
b	0,66	0,80	0,54	0,50	0,66
c	0,32	0,55	0,33	0,30	0,43
d	0,55	0,75	0,29	0,32	0,50
e	0,15	0,10	0,04	0,16	0,07
f	0,16	0,10	0,08	0,14	0,09
g	0,31	0,20	0,21	0,11	0,20
h	0,64	0,70	0,42	0,41	0,55
3 - a	0,34	0,35	0,04	0,05	0,18
b	0,46	0,45	0,17	0,18	0,30
4 - a	0,28	0,30	0,00	0,07	0,14
b	0,74	0,95	0,46	0,35	0,68

Proporção de acertos por questão por conglomerado

TESTE Nº

5

A N E X O     10

SELEÇÃO DE RESPOSTAS DO

QUESTIONÁRIO DO ALUNO

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  ... Não

Por que ? Por que é uma matéria muito  
pesada para se aprender

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? não tenho muita dificuldade  
mas as vezes eurola.

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Eu não acho a matemática difícil porque a  
matemática é uma só e assim é mais fácil

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Não tenho tempo para ficar em casa estudando

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  <sup>Alguns</sup> Não

Por que ? Falta de orientação desde o 1º ano  
mas apesar disso imensamente

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? falta de maneira de estudo

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? NÃO SEI TALVES POR SER  
UMA MATÉRIA DIFERENTE

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Não gosto e não compreendo, não vejo aplicações  
diretas para a matemática que aprendo



Tem dificuldade em Matemática ?

160

Sim  Não

Por que ? Não sei

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Não sei, não gosto, não tenho ca-  
beça! Pronto, não gosto.

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? não entra nada na minha  
esbaca e eu detesto matemática

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? PORQUE A MATEMÁTICA ALÉM DE SER CHATA  
PRÁ SE ESCRIVER É TAMBÉM CHATA DE RACIOCINAR <

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? falta de base que traz toda suplência

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? AS VEZES UM ADIÇÃO DIZ MATÉRIA  
~~NÃO~~ SE BU FICA PERDIDO

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? talvez seja matéria embarracaça mas  
pouco os alunos

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Simplesmente por minhas  
convicções e meus objetivos tenho-a como  
meu ideal

Carga Horária semanal de Matemática ?

3:20h

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Por que está cada vez mais complicando a matemática, assim sendo o aluno se complica.

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Porque o curso que faço <sup>é todo</sup> ~~é~~ ~~de~~ ~~base~~ de matemática.

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? lembro-me de matemática num momento deste

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? PERCEBO A MATÉRIA É DIFÍCIL E COMPLEXA

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? PORQUE É UMA CRIANÇA ERATA, QUE AUTOMATICAMENTE VOCÊ CONSEGUE VER A SUA VIDA DO

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Porque eu tenho mais facilidade p/ matemáticas objetivas.

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Porque eu acho que a matemática é uma matéria bem clara, mas eu explico a outros e não é difícil de se entender.

Tem dificuldade em Matemática ?

Sim  Não

Por que ? Porque sendo bem explicada (dizendo o porquê) do que acontece <sup>(como se fosse)</sup> fica fácil o entendimento.

A N E X O            11  
-----

SELEÇÃO DE RESPOSTAS DOS TESTES

GRUPO I - 8ª QUESTÃO

$$\begin{array}{r} x - y = -2 \\ 2x - 2y = -0 \end{array}$$

8)  $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$

$x = 2x$   
 $-y + y = -2y$   
 $5x = -5y$

soma de elementos opostos  
 Resposta:  
 $\begin{array}{|l} x = +5 \\ y = -5 \end{array}$

8)  $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$

$2x = 6$   
 $x = \frac{2}{6}$   
 $x = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} + y = 4$   
 $\frac{1}{3} = 4 - y$   
 $\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$

erro na troca de membro  
 Resposta:  
 $\begin{array}{|l} x = \frac{1}{3} \\ y = 11 \end{array}$

9)  $\begin{cases} x + y = 8 \\ 9 = -3y \end{cases}$

$1 \cdot 12 = 11$

Resposta:  
 $\begin{array}{|l} x = 17 \end{array}$

8)  $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$

IDEM

Resposta:  
 $\begin{array}{|l} x = -2x/y \\ y = -1z/y \end{array}$

alora não

8)  $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$

$2x = 6$   
 $x = \frac{6}{2}$   
 $x = 3$

$3 - y = 2$   
 $-y = \frac{2}{3}$   
 $y = -\frac{2}{3}$

mudança de membro  
 Resposta:  
 $\begin{array}{|l} x = 3 \\ y = -\frac{2}{3} \end{array}$

9)  $\begin{cases} x + y = 8 \\ 0 = -3y \end{cases}$

Resposta:  
 $\begin{array}{|l} y = 11 \end{array}$

e não

# GRUPO II - 5ª QUESTÃO

5a. QUESTÃO: Determine os valores de  $x$  e  $y$  no sistema abaixo:

*trouxe o zero*

$$\begin{cases} x - 2 = y \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = y \\ 2x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

*coloca o zero*

Resposta:

$x = 2$
$y = 4$

6a. QUESTÃO: Determine os valores de  $x$  e  $y$  no sistema abaixo:

5a. QUESTÃO: Determine os valores de  $x$  e  $y$  no sistema abaixo:

*operacao*

$$\begin{cases} -x + 2 = y \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 2 = y \\ 3y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{3} \\ x = \frac{7}{3} \end{cases}$$

1.  $5 + 2 = 7$

Resposta:

$x = \frac{5}{3}$
$y = \frac{7}{3}$

5a. QUESTÃO: Determine os valores de  $x$  e  $y$  no sistema abaixo:

*coloca o zero*

$$\begin{cases} x - 2 = y \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = y \\ 2x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$

Resposta:

$x = 2$
$y = -2$

5a. QUESTÃO: Determine os valores de  $x$  e  $y$  no sistema abaixo:

$$\begin{cases} x - 2 = y \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = y \\ x = 2 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + y \\ 2 + y + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + y \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Resposta:

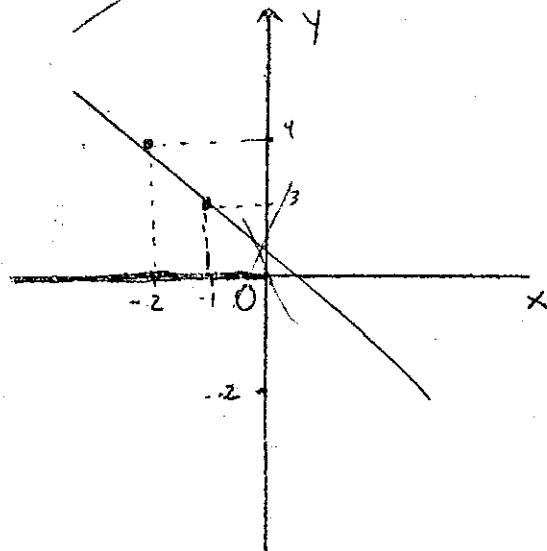
$x = 2y$
$y = -4x$

165  
GRUPO III - 2ª QUESTÃO

2ª Questão: 
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

~~2ª Questão~~  
2

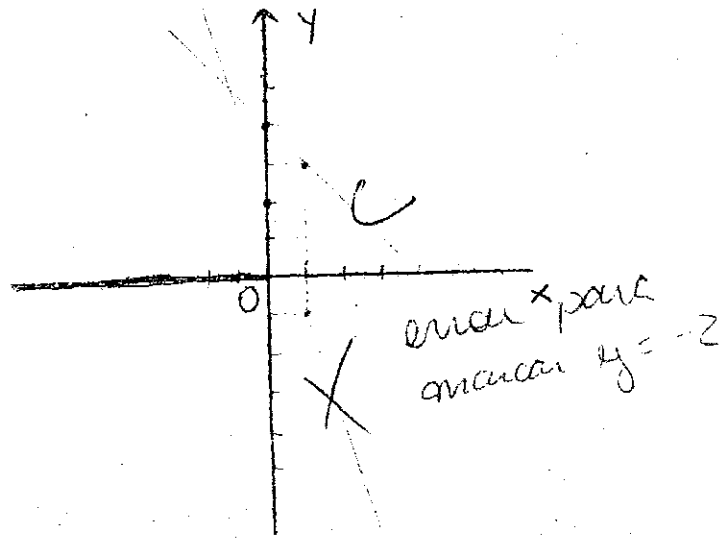
x	y = x - 2	y = 4 - x
0	-2	4
1	-1	3



↓  
tracar os pares

3  
2ª Questão: 
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

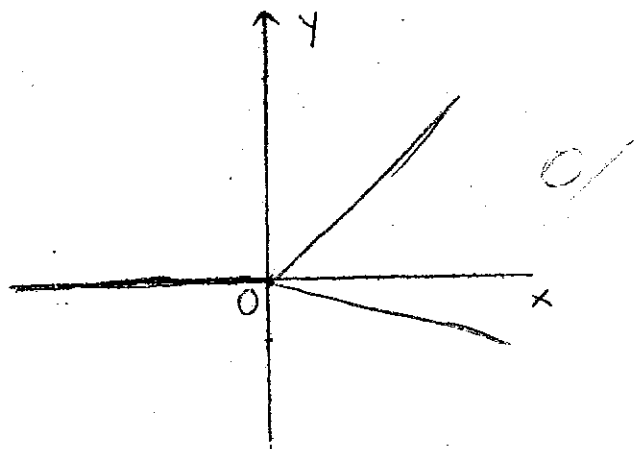
x	y = x - 2	y = 4 - x
0	y = 0 - 2 y = -2	y = 4 - 0 y = 4
1	y = 1 - 2 y = -1	y = 4 - 1 y = 3



(0, 2) (0, 4)  
(1, -1) (1, 3)

2ª Questão: 
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

x	y = x - 2	y = 4 - x
0	-2	4
1	-1	3



2

# GRUPO IV - 1ª QUESTÃO

5ª Teste

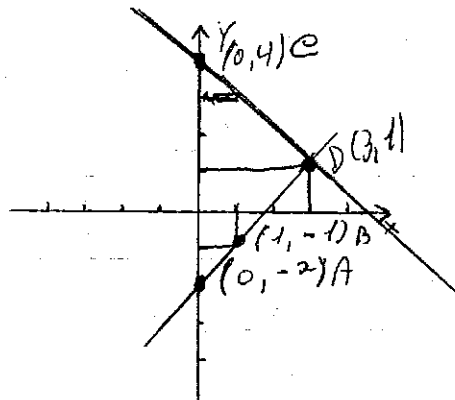
INSTRUÇÕES: Duração: 30 minutos

Resolva cada questão no espaço reservado.

Coloque a resposta no local indicado.

Este instrumento pode ser feito a lápis.

1ª. questão: Dado o sistema de eixos coordenados ortogonais:



- Marque os pontos A(0,-2) e B(1,-1)
- Trace a reta r que passa pelos pontos A e B.
- Marque agora, no mesmo sistema, os pontos C(0,4) e D(3,1).
- Trace a reta s que passa pelos pontos C e D.

0,5  Verifique se as coordenadas dos pontos A e B satisfazem a equação  $y = x - 2$  e diga que reta esta equação representa.

*Satisfazem*

*função linear ou do 1º grau*

$y = x - 2$	$y = x - 2$
$y = 0 - 2$	$y = 1 - 2$
$y = -2$	$y = -1$

0,5  Verifique se as coordenadas dos pontos C e D satisfazem a equação  $y = 4 - x$  e diga que reta esta equação representa.

*Satisfazem*

*função linear ou do 1º grau*

$y = 4 - x$	$y = 4 - x$
$y = 4 - 0$	$y = 4 - 3$
$y = 4$	$y = 1$

Existe algum ponto cujas coordenadas satisfaçam ao sistema  $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 4 - x \end{cases}$  ?

Em caso afirmativo, quais são as coordenadas deste ponto?

*A, B, C, D*

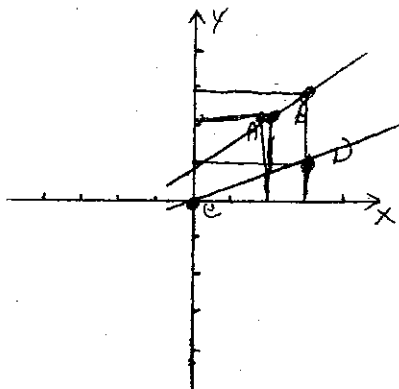
Assinale a resposta certa:

- as retas r e s são paralelas
- as retas r e s são concorrentes

*Não são paralelas e não são concorrentes*

*0,5*  
*0,5*  
*alameda*  
*apresenta do*  
*grafico*  
*certo*

2a. questão: Dado o sistema de eixos coordenados ortogonais:



- 1 -  a) Marque os pontos de coordenadas A(2,2) e B(3,3).  
 1 -  b) Trace a reta r que passa pelos pontos A e B.  
 0,5 -  c) Marque agora no mesmo sistema os pontos de coordenadas C(2,0) e D(3,1).  
 1 -  d) Trace a reta s que passa pelos pontos C e D.  
 1 -  e) Verifique se as coordenadas dos pontos A e B satisfazem a equação  $y = x$  e diga que reta esta equação representa.  
*sim*

*função linear*

- f) Verifique se as coordenadas dos pontos C e D satisfazem a equação  $y = x - 2$  e diga que reta esta equação representa.

~~sim~~ *não sim*

*função linear*

- g) Existe algum ponto cujas coordenadas satisfaçam ao sistema  $\begin{cases} y = x & ? \\ y = x - 2 \end{cases}$

~~sim~~ *sim*  
 Em caso afirmativo, quais são as coordenadas deste ponto?

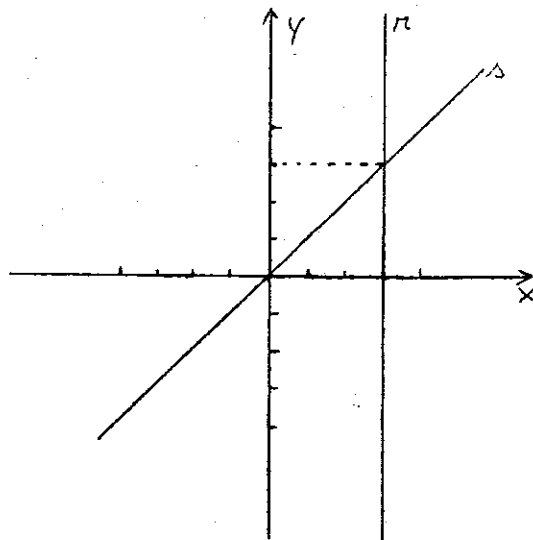
*A, B, C, D*

- 1 -  h) Assinale a resposta certa:

- as retas r e s são paralelas  
 as retas r e s são concorrentes

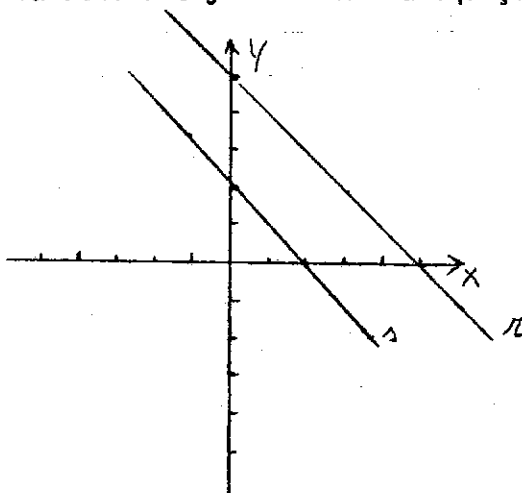


3a. questão: A equação da reta  $r$  é  $x = 3$  e a equação da reta  $s$  é  $x = y$



- a) Observe o gráfico e dê as coordenadas de dois pontos distintos pertencentes à reta  $s$ .
- b) Quais as coordenadas do ponto de interseção das duas retas?

4a. questão: A equação da reta  $r$  é  $y = 5 - x$  e a equação da reta  $s$  é  $y = 2 - x$ .

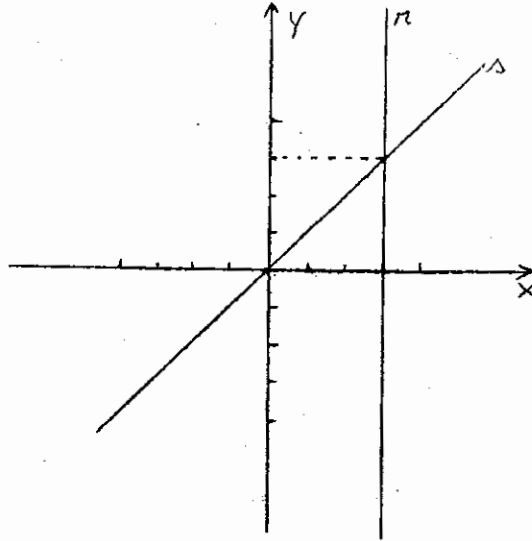


- a) Observe o gráfico e dê as coordenadas de dois pontos distintos pertencentes à reta  $r$ .
- b) Assinale a resposta certa:

as retas  $r$  e  $s$  são paralelas

as retas  $r$  e  $s$  são concorrentes.

3a. questão: A equação da reta  $r$  é  $x = 3$  e a equação da reta  $s$  é  $x = y$

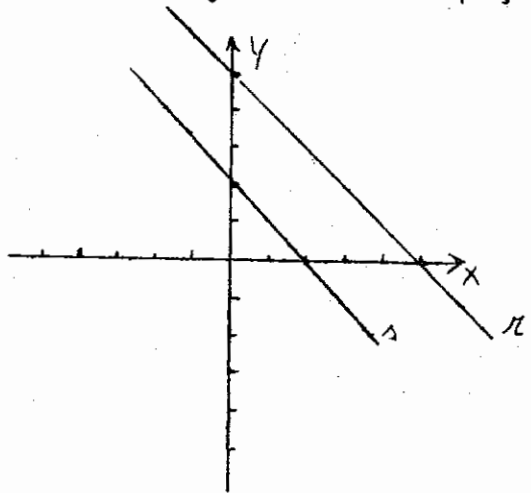


~~a)~~ Observe o gráfico e dê as coordenadas de dois pontos distintos pertencentes à reta  $s$ .  $(0, 3)$

~~b)~~ Quais as coordenadas do ponto de interseção das duas retas?

$(3, 3)$

4a. questão: A equação da reta  $r$  é  $y = 5 - x$  e a equação da reta  $s$  é  $y = 2 - x$ .



~~a)~~ Observe o gráfico e dê as coordenadas de dois pontos distintos pertencentes à reta  $r$ .  $(5, 5)$

~~b)~~ Assinale a resposta certa:

- as retas  $r$  e  $s$  são paralelas  
 as retas  $r$  e  $s$  são concorrentes.

1.º teste:

Instruções:

Duração: 30 minutos

Resolva cada questão no espaço reservado

Coloque a resposta no local indicado

Este instrumento pode ser feito a lápis, mas as respostas finais de vem ser a tinta.Determinar os valores de x e y em cada um dos sistemas abaixo:

$$1) \begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = -3 \end{cases} \quad \begin{matrix} A = -8 - 3 \\ \\ \\ \end{matrix}$$

*absurdo*

$$x = \frac{5}{2}$$

Resposta:

$x = \frac{5}{2}$	X
$y = 5$	X

Determinar os valores de x e y em cada um dos sistemas abaixo:

$$1) \begin{cases} x + y = 8 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$x + \frac{5}{2} = 8$$

$$2x + 5 = 16$$

$$2x = -5 + 16$$

$$2x = 11$$

$$x = \frac{11}{2}$$

Resposta:

$x = \frac{11}{2}$	X
$y = \frac{5}{2}$	X

$$2) \begin{cases} x - y = 11 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$2x = -11$$

$$x = \frac{11}{2}$$

Resposta:

	X
	X

Determinar os valores de x e y em cada um dos sistemas abaixo:

$$1) \begin{cases} x + y = 8 \\ -y = -3 \end{cases}$$

$$x = y = 8 - 3 = 5$$

$$y = 8 - 3$$

Resposta:

$x = 5$	X
$y = 8$	X

*MÉTODO DA ADIÇÃO*

49 TESTE

INSTRUÇÕES: - Duração: 30 minutos.

Resolva cada questão no espaço reservado.

Coloque a resposta no local indicado.

Este instrumento pode ser feito a lápis, mas as respostas finais devem ser a tinta.

13

1a. QUESTÃO: Complete o  e o  com os valores que verificam o sistema.

$$\begin{cases} 5 \boxed{y} + 2 \textcircled{y} = 9 \\ 13 \boxed{x} - 2 \textcircled{y} = 9 \end{cases}$$

Resposta:

<input type="checkbox"/>	= X
<input type="radio"/>	= X

1a. QUESTÃO: Complete o  e o  com os valores que verificam o sistema.

$$\begin{cases} 5 \boxed{x} + 2 \textcircled{y} = 9 \\ 13 \boxed{x} - 2 \textcircled{y} = 9 \end{cases}$$

~~13(9) - 2(2) = 108 - 4 = 104~~

no mesmo

nao sistema

Resposta:

<input type="checkbox"/>	= X
<input type="radio"/>	= X

divida a primeira

~~5x + 2y = 9~~  
~~13x - 2y = 9~~  
~~18x = 18~~  
~~x = 1~~  
~~5(1) + 2y = 9~~  
~~2y = 4~~  
~~y = 2~~

E