LOCAÇÃO ÓTIMA DE BANCOS DE CAPACITORES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

MARIA JOSÉ PONTES AFONSO DE CARVALHO

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por:

Prof. Clóvis Caesar Gonzaga
Presidente

Prof. Nelson Maculan Filho

Prof. Claudio T. Bornstein

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JANEIRO DE 1978

Ao meu pai

Ao meu marido

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos aqueles que, direta ou indiretamente, colaboraram na elaboração do presente trabalho.

Em particular, apresento meu reconhecimento ao Professor Clovis Caesar Gonzaga, pela orientação, aos Engenheiros Manoel Afonso de Carvalho Jr e Wellington Motta, pela ajuda profissional e estímulo e a Violeta Maria Dourado Costa pelo excelente trabalho datilográfico.

À CAPES pela ajuda financeira.

SUMÁRIO

É apresentado um método prático de locação discreta de capacitores visando não somente a minimização de perdas do Sistema, mas principalmente expandir tecnicamente os limites de potência reativa gerada de maneira a manter o fluxo de potência dentro das limitações físicas de operação do Sistema.

A abordagem e tratamento aqui apresentados ressaltam a simplicidade computacional do método das penalidades e apresentam detalhes das técnicas de solução de sistemas de equações lineares esparsas.

É apresentado sob forma de exemplo a análise de um caso de locação otima de bancos de capacitores em regime permanente visando mostrar a importancia das tabelas, fornecidas pelo programa desenvolvido, no estudo de planejamento de Sistemas de Potência.

ABSTRACT

A practical method for the discrete allocation of capacitors in power systems is developed. It is designed not only to minimize losses in the system, but mainly to expand the limitations in reactive power generation ' so that the power flows are kept within the physical limitations for the system's operation.

The approach followed in this work stresses the computational simplicity of the penalty functions method and presents some details in sparse matrix tecniques for the solution of linear equation systems.

A pratical example of optimal allocation of capacitors for steady state operation is analysed and comments are made on the importance of the tables generated by the program for the study of power systems planning.

ÍNDICE

SUMARIO

CAPÍTULO:

I - Introdução 1

II - Solução do Fluxo de Carga 6

Seção 1 - Método de Newton Raphson 7

Seção 2 - Fluxo de carga - barras de carga 9

Seção 3 - Fluxo de carga - barras Tensão Controlada. 12

Diagrama do Fluxo 16

III - Método de Otimização 17

Seção 1 - Minimização com restrições de igualdade. 18

Seção 2 - Minimização com restrições de igualdade e inequações sobre parametros' de controle. 23

Seção 3 - Minimização com restrições de igualdade e inequações sobre parametros' de controle e variaveis dependentes. 27

Função Penalidade 29

Diagrama do Método de otimização 33

IV - Desenvolvimento Matemático 34

V - Métodos Computacionais 40

Seção 1 - Tabela "LU" 40

Seção 2 - Tabela "LU" em matrizes esparsas 49

Seção 3 - Tecnicas de armazenamento esparso 54

VI - Exemplo de locação ótima de capacitores. 61

CAPÍTULO I

Introdução

Uma das análises mais importantes para o planejamento de um sistema elétrico de potência é feita através do fluxo de carga. A locação ótima de bancos de capacitores em um sistema de potência com uma configuração previamente definida, pode ser feita com o critério de se operar com o mínimo de perdas no sistema de transmissão.

A importância de tal critério se evidencia se toda a geração do sistema em estudo for associada a usinas hidroelétricas onde nenhum custo de geração é considerado. A energia hidráulica é convertida em elétrica na própria origem, sendo então transportada por linhas de transmissão até o ponto em que é convertida na forma desejada. A linha de transmissão não pode armazenar energia e toda a energia convertida na estação geradora é fornecida a carga, exceto as perdas do sistema.

Tendo em vista a locação ótima de bancos de capacitores para suprir as limitações físicas de operação do sistema e minimização de perdas, desenvolveu-se um algoritimo basicamente apoiado no método de Newton Raphson para solução do

fluxo de carga, na otimização por meio do método das penalidades e no desenvolvimento de técnicas envolvendo matrizes esparsas.

O método de Newton-Raphson para solução do fluxo de carga consta de um processo iterativo, como muitos outros, de atualização da tensão de maneira a se obter um ponto de convergência onde são mantidos os níveis de tensão e geração de potência reativa e ativa.

No Capítulo II será apresentada toda a metodologia do estudo de fluxo de carga incluindo a formulação matemática do método de Newton-Raphson.

Como não se está desenvolvendo um programa de solução de fluxo de carga e sim de minimização de perdas, é importante notar que a solução convergida do fluxo de carga passa a ser na verdade o primeiro passo de todo o processo aqui desenvolvido. Desta maneira as equações do fluxo no ponto de convergência se tornam indispensáveis como apoio ao método de otimização utilizado. Esta foi a razão da escolha do método de Newton-Raphson, já que no fim das iterações para convergência do fluxo, tem-se o Jacobiano do sistema no ponto solução.

Para manter os níveis de tensão e conse - quentemente os de geração de potência reativa um dos meios mais usados, por ser o mais econômico, é a locação de bancos de capacitores.

Por definição, as variáveis do problema de

locação ótima de bancos de capacitores são discretas, já que se tem, unicamente, acesso a certas unidades de capacitores com modulações fixas referentes a tensão nominal de cada barra.

Exemplificando

Tensão Nominal da Barra	Módulo dos BAncos de Capacitores
13.8 Kv	3.6 MVAr
69 Kv	20.4 ou 10.2 MVAr
11.9 Kv	2.7 MVAr

A escolha de desenvolver um processo dis - creto de locação de capacitores, baseou-se na não garantia dos processos contínuos, já que nestes casos pode ocorrer um grande aumento de instalações, pois os valores obtidos são geralmente' arredondados para o mais próximo valor discreto superior, ou seja:

Supondo que como solução se tenha que numa determinada barra de tensão nominal 13.8 Kv sejam necessário ' 5.5 MVAr para manter o nivel de tensão. Só será possivel locar neste caso a grandeza de 3.6 MVAr ou 7.2 MVAr.

No método discreto desenvolvido através das indicações dos pontos críticos do sistema, pelas tabelas intermediárias do processo de otimização por meio das funções de Penalidade, não se terá erros de arredondamento porem como em to-

do processo de busca exigirá uma certa perda de tempo computacional.

No Capítulo III será apresentado toda a análise do processo de otimização evidenciando as vantagens e desvantágens do método das penalidades e o algoritimo de locação ótima discreta de bancos de capacitores.

No Capítulo IV será apresentado toda a metodologia e formulação matemática do problema de minimização de perdas por intermédio do método das penalidades.

A matriz admitância de barra apresenta,quando representando redes de potência, três características: esparsidade, simetria e é diagonalmente dominante, ou seja, para cada linha da matriz, o módulo do elemento diagonal é maior ou igual a soma dos módulos dos elementos não diagonais.

A estas características se associam técnicas de armazenamento e manipulação somente dos elementos não triviais para manter a esparsidade da matriz considerada.

Como veremos no Capítulo V aplicam-se estas técnicas para soluções de equações lineares desde que se obedeça uma certa ordem nos processos de eliminação e substituição.

O programa desenvolvido visa facilitar no máximo os estudos de planejamento de sistema de transmissão. Se o Mapa de locação de capacitores for insuficiente para manter

os níveis de tensão e geração de potência reativa, através das tabelas referentes a cada locação, dadas pelo programa, o usuário estará apto a fazer uma análise do sistema em estudo e complementar acertadamente o mapa de locação de capacitores.

No Capítulo VI se tem considerações e exposição de um exemplo de locação ótima de capacitores em regime permanente.

CAPÍTULO II

Solução do Fluxo de Carga

O fluxo de carga é uma das mais importantes ferramentas na planificação de ampliações de um sistema de potência e na determinação de condições ótimas de operação do sistema existente.

O primeiro programa desenvolvido com sucesso para solução do fluxo de potência foi feito por Ward e Hale. Eles usaram o método modificado de Newton. Os programas que se seguiram já implantavam o método de Gauss-Seidel. Porém em 1961 o algoritimo de Newton-Raphson foi rapidamente aceito pelas companhias de eletricidade tomando assim o lugar do algoritimo de Gauss-Seidel.

As informações resultantes da análise do fluxo de carga são em geral, o módulo e a fase da tensão em cada barra e a potência ativa e reativa que flui em cada linha.

Associada a cada barra existem quatro variáveis:

P - potência ativa liquida- Potência Gerada menos de carga.

Q - potência reativa liquida- Potência Gerada menos de carga.

E - módulo da tensão

δ - ângulo de fase da tensão

Três tipos de barras são representadas no calculo do fluxo de carga as quais são caracterizadas dependendo das duas variáveis que lhes são especificadas.

i: barra de balanço - E e δ especificados

ii: barra de carga - P e Q especificados

iii: barra de tensão controlada - P e E especificados

Seção 1 - O Método de Newton-Raphson.

O problema de fluxo de carga pode ser resolvido pelo método de Newton-Raphson (8) .

Usando um conjunto de equações não lineares para expressar a potência ativa e reativa em termos das tensões nas barras.

Potência na barra p : $Pp - jQp = E_p^* \, Ip$

E_p^* conjugado da tensão

Ip corrente.

Substituindo $I_p = \sum_{q=1}^{n} Y_{pq} \, E_q$

Y_{pq} - elemento da matriz admitância de barra referente as barras p e q.

Temos então : $P_p - jQ_p = E_p^* \sum_{q=1}^{n} Y_{pq} \, E_q$

Desde que $E_p = ep + jfp$ e $Y_{pq} = G_{pq} - jB_{pq}$

Separando a parte real da imaginária tem-se:

$$P_p = \sum_{q=1}^{n} \{ e_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \}$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^{n} f_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) - e_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq})$$

Esta maneira de formular nos dá um conjunto de equações simultâneas não lineares, duas para cada barra do sistema.

O método de Newton-Raphson nos dá um conjunto de equações lineares que relaciona variações de potência ativa e reativa com as variações das componentes da voltagem na barra, onde a matriz coeficiente é a matriz Jacobiano.

p=1 - barra de balanço

n - número de barras do sistema

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \hline \Delta P_n \\ \Delta Q_2 \\ \hline \Delta Q_n \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \partial P_2/\partial e_2 & \cdots & \partial P_2/\partial e_n & \partial P_2/\partial f_2 & \cdots & \partial P_2/\partial f_n \\ \hline \partial P_n/\partial e_2 & \cdots & \partial P_n/\partial e_n & \partial P_n/\partial f_2 & \cdots & \partial P_n/\partial f_n \\ \partial Q_2/\partial e_2 & \cdots & \partial Q_2/\partial e_n & \partial Q_2/\partial f_2 & \cdots & \partial Q_2/\partial f_n \\ \hline \partial Q_n/\partial e_2 & \cdots & \partial Q_n/\partial e_n & \partial Q_n/\partial f_2 & \cdots & \partial Q_n/\partial f_n \end{array}\right] \times \begin{bmatrix} \Delta e_2 \\ \hline \Delta e_n \\ \Delta f_2 \\ \hline \Delta f_n \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Seção 2 - Sistema só de barras de carga.

Considerando um sistema só de barras de carga, as potências ativa e reativa Pp e Qp são conhecidas e as componentes ep e fp da tensão não o são em cada barra p, a não ser na barra de balanço na qual a voltagem é fixada. Logo existe 2 (n-1) equações para serem resolvidas para a solução do fluxo de carga. (2.1)

Utilizando-se o método de Newton-Raphson em coordenadas polares tem-se as seguintes transformações.

$$Ep = |Ep|\ e^{J\ \delta p} \qquad |\bar{Ep}| = |Ep|$$

$$Ypq = |Ypq|\ e^{-J\theta pq}$$

$$Pp - jQp = \sum_{q=1}^{n} |Ep\ Eq\ Ypq|\ e^{-J(\ \theta pq+\delta p-\delta q\ )}$$

$$\text{Como } e^{-J(\theta pq+\delta p-\delta q)} = \cos(\theta pq+\delta p-\delta q) - j\,\mathrm{Sen}(\theta pq+\theta p-\delta q)$$

$$Pp = \sum_{q=1}^{n} |Ep\ Eq\ Ypq|\ \cos\ (\theta pq + \delta p - \delta q)$$

(2.0)

$$Qp = \sum_{q-1}^{n} |Ep\ Eq\ Ypq|\ \mathrm{Sen}\ (\theta pq + \delta p - \delta q)$$

Definição do Jacobiano

Seja A a matriz Jacobiano

$$\left[\begin{array}{c|c} A\ (p,q) & A\ (p,n+q-1) \\ \hline A\ (n+p-1,q) & A\ (n+p-1,n+p-1) \end{array}\right]$$

onde p e q variam da barra 2 a barra n já que a barra de balanço foi definida como a número 1. Os elementos do Jacobiano são:

Para A (p,q)

$$q \neq p \quad \frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = |E_p\ E_q\ Y_{pq}|\,\mathrm{Sen}\ (\Theta_{pq} + \delta_p - \delta q)$$

$$q=p \quad \frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} = -\sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{n} |E_p\ E_q\ Y_{pq}|\,\mathrm{Sen}\ (\Theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

Para A (n+p-1,q)

$$q \neq p \quad \frac{\partial Q_p}{\partial\ \delta_q} = -|E_p E_q\ Y_{pq}|\ \mathrm{Cos}\ (\Theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p} = \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq p}}^{n} |E_p\ E_q\ Y_{pq}|\,\mathrm{Cos}\ (\Theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

Para A (p,n+q-1)

$$q \neq p \quad \frac{\partial P_p}{\partial E_q} = \left| E_p \; Y_{pq} \right| \; \text{Cos} \; (\Theta_{pq} + \delta p - \delta q)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial E_p} = 2 \left| E_p Y_{pp} \right| \; \text{Cos} \; \Theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} \left| E_q Y_{pq} \right| \; \text{Cos} (\Theta_{pq} + \delta p - \delta q)$$

Para A(n+p-1,n+q-1)

$$q \neq p \quad \frac{\partial Q_p}{\partial E_q} = \left| E_p \; Y_{pq} \right| \; \text{Sen} \; (\Theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial E_p} = 2 \left| E_p Y_{pp} \right| \text{Sen} \; \Theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} \left| E_q Y_{pq} \right| \; \text{Sen} \; (\Theta_{pq} + \delta p - \delta q)$$

A equação matricial (2.1) de solução das equações do fluxo de carga se apresenta em forma polar da seguinte maneira.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \text{JACOBIANO} \\ \\ \end{bmatrix} \; x \; \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \\ \Delta |E| \end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

O desenvolvimento do método de Newton - Raphson se processa iterativamente.

Sendo dado um conjunto de valores para as tensões em cada barra, calculam-se, a partir das formulas (2.0), as potências ativa e reativa referente a cada barra com exceção da barra de balanço.

As mudanças em potência ΔP e ΔQ definidas na equação (2.2) são calculadas através da diferença entre a potência especificada e a calculada.

Os valores atribuidos as tensões nas barras são usados para computar a matriz Jacobiano.

Desta maneira a equação matricial de resolução do fluxo de carga (2.2) pode ser resolvida para o calculo da variação de tensão.

O processo de Newton-Raphson resume- se, em si, a estimar repetidamente novos valores de implemento de tensão em cada barra, por meio da resolução da equação (2.2) a qual é atualisada a cada passo, de maneira a se ter as variações de potência ΔP e ΔQ, para todas as barras, dentro de um limite pre-estabelecido que indica a tendência dos desvios a zero [8].

(.01 - limite de tolerância para as mudanças em potência ativa e reativa)

Seção 3 - Sistema contendo barras de tensão controlada.

Uma modificação no procedimento da seção

- 2 para solução do fluxo de carga terá de ser feita ao levarmos em conta a existência de barras de tensão controlada.

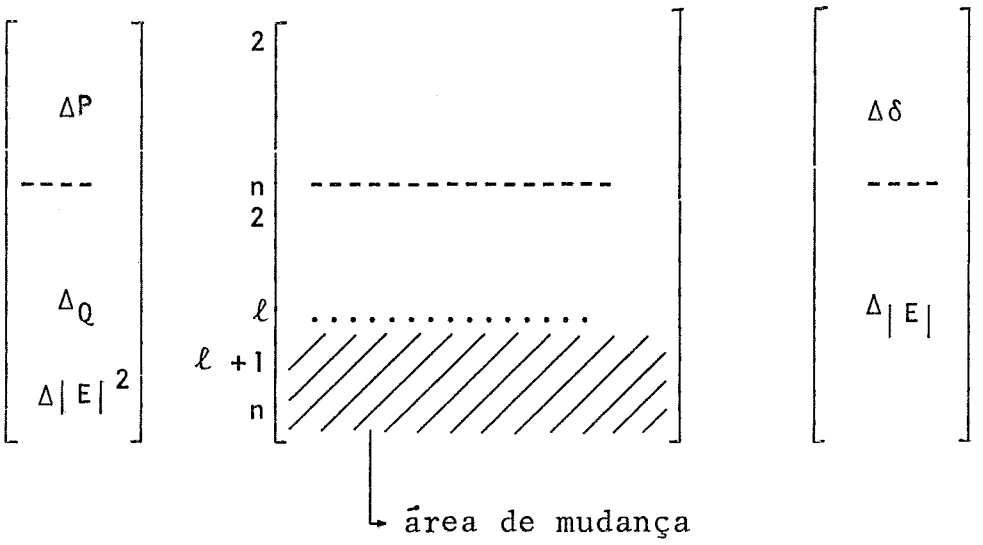
Como foi visto, o método de Newton-Raph - son na forma polar modifica, simultaneamente, a fase das tensões de maneira a ter as mudanças de potência ativa em cada barra tendendo a zero e os módulos das tensões para obter o mesmo com respeito as mudanças de potência reativa.

Na definição, dada no inicio deste capítulo, uma barra de tensão controlada é caracterizada pela especificação de sua potência ativa e módulo de tensão.

Não tendo sentido a definição das equações tipo ΔQ na equação matricial (2.2) referente as barras de tensão controlada tem-se a seguinte modificação no conjunto de equações lineares definidas pelo método de Newton-Raphson para solução do fluxo de carga.

Supondo que o sistema em estudo tenha n barras com ℓ de carga ordenadas.

barra 1 - barra de balanço
barras de 2 a ℓ - barras de carga
barras de ℓ +1 a n - barras de tensão controlada.



Para $A(n+p-1,q)$ $\quad p > \ell$

$$q \neq p \quad \frac{\partial |E_p|^2}{\partial \delta_p} = 0$$

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial \delta_p} = 0$$

Para $A(n+p-1,\ n+q-1)$ $\quad p > \ell$

$$q \neq p \quad \frac{\partial |E_p|^2}{\partial |E_q|} = 0$$

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial |E_p|} = 2\,|E_p|$$

Fixado portanto $\Delta|E_p| = 0$ para as barras de tensão controlada, a equação matricial do fluxo de carga se reduz a:

$$\begin{matrix} 2 \\ n \\ 2 \\ \ell \end{matrix}\begin{bmatrix} \Delta P \\ \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{matrix} 2 \\ n \\ 2 \\ \ell \end{matrix}\begin{bmatrix} & \overset{2}{\vdots} & \overset{\ell}{} \\ \text{Jacobiano} & \vdots & \\ & \vdots & \end{bmatrix} \cdot \begin{matrix} 2 \\ n \\ 2 \\ \ell \end{matrix}\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \\ \Delta\lvert E\rvert \end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

onde a ordem do Jacobiano é de $n+\ell-2$.

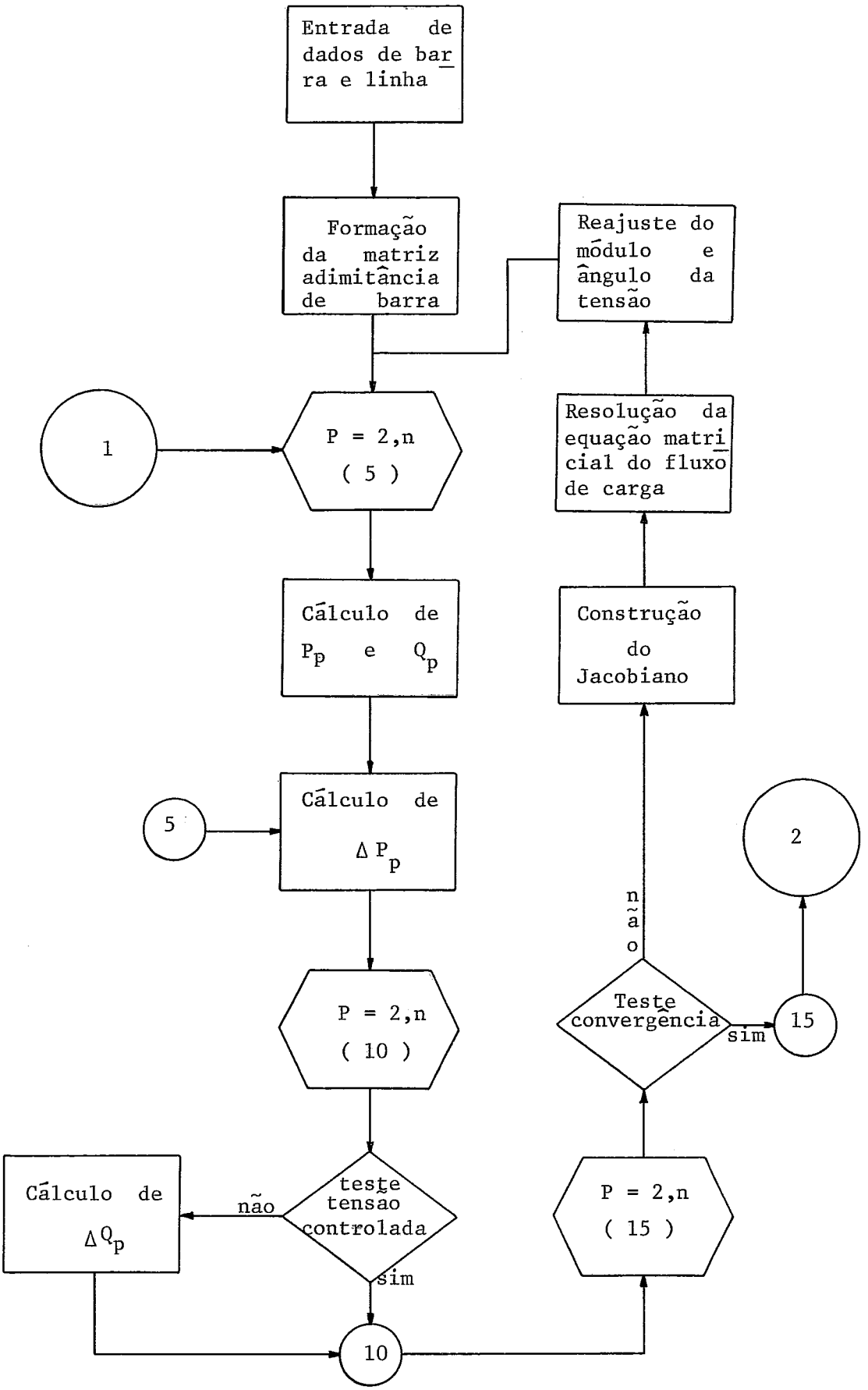
Numa barra de tensão controlada deve-se considerar os limites máximo e mínimo de geração de potência reativa fornecidos de acordo com limites físicos de geração das máquinas associadas a esta barra.

Tais limites devem ser testados a cada iteração do processo de solução do fluxo de carga. A violação acarreta uma correção dos valores estrapolados para o limite máximo ou mínimo respectivamente.

Em muitos casos estas duas limitações, módulo de tensão e limites de geração reativa, são incompatíveis, não sendo possivel manter a geração de potência reativa num valor viável tendo a barra o módulo da tensão que foi especificado.

Como o programa desenvolvido tem a opção de locar capacitores, resolve-se o fluxo de carga com os limites de potência reativa livres e as violações são compensadas com locação de capacitores no sistema.

DIAGRAMA DO FLUXO



CAPÍTULO III

Método de Otimização

Tendo em vista o desenvolvimento de um programa para determinar a locação ótima de bancos de capacitores num sistema em regime permanente de configuração básica previamente estabelecida, pode-se considerar as seguintes possibilidades:

1 - Desenvolver o programa baseado na minimização da função custo de capacitores.

2 - Desenolver o programa com o intuito de locar capacitores baseado na minimização de perdas do sistema.

Como em planejamento de Sistema de Potência o custo de capacitores é bem inferior ao orçamento da potência ativa gerada não vendida devido às perdas no sistema de transmissão, a abordagem do problema foi feita segundo a minimização de Perdas.

Desde que a potência líquida em cada barra, excluindo a de balanço, é fixa, minimizar a perda global do sistema é o mesmo que minimizar a potência ativa gerada P_1 na barra de balanço.

Definição:

O problema de fluxo de carga com otimização de perdas pode ser definido como:

Minimizar uma função objetivo

$$F(V, \theta) = \sum_{P=1}^{n} \text{Perdas}_p = P_1$$

sujeito a:

- condições de igualdade.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ .... \\ \Delta Q \end{bmatrix} = 0$$

equação do fluxo de carga

- condições de desigualdade imposta pelas condições de operação do sistema.

$$Emin \leqslant E \leqslant Emax$$

$$Qmin \leqslant Q \leqslant Qmax$$

Seção 1 - Algoritimo para restrições de igualdade apenas.

Primeiramente analisaremos um caso clássico de minimização com restrições unicamente de igualdades, incluindo variáveis independentes $u \in R^p$ e variáveis $x \in R^q$ dependentes de u.

Considerando o problema

$$\text{Min} \quad F(x,u)$$

$$\text{sujeito a } [g(x, u, p)] = 0 \qquad (3.1)$$

u - variáveis independentes

x - variáveis dependentes

Usando o método de otimização dos multi - plicadores de Lagrange, uma solução ótima do problema (3.1) é calculada introduzindo-se variáveis auxiliares λ i que definem o Lagrangeano e aplicando sobre este as condições necessárias de mínimo (3.2), (3.3), (3.4).

$$L(x,u,p,\lambda) = F(x,u) + \lambda^T g(x,u,p)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial x} + \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^T \cdot \lambda = 0 \qquad (3.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial F}{\partial u} + \left[\frac{\partial g}{\partial u}\right]^T \cdot \lambda = 0 \qquad (3.3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(x,u,p) = 0 \qquad (3.4)$$

Observa-se que este sistema pode ser resolvido iterativamente por um método de gradiente. Exemplificado pelo algorítimo dado a seguir.

Algorítimo 1

i - assume-se um conjunto de parâmetros de controle. No caso parâmetros u.

ii - Acha-se uma solução viável para a equação matricial. (3.4)

iii - Acha-se o vetor λ que satisfaz a equação (3.2)

$$\lambda = -\left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^{-1 \; T} \cdot \frac{\partial F}{\partial x} \qquad (3.5)$$

iv - Substitui-se o valor do vetor λ calculado no passo iii, na equação (3.3) e computa-se o gradiente.

$$\nabla f = \frac{\partial F}{\partial u} + \left[\frac{\partial g}{\partial u}\right]^{T} \cdot \lambda \qquad (3.6)$$

v - Testa-se um critério de parada baseado em $\nabla f < E$ onde $E > 0$ é fixo. Se não for satisfeito passa-se ao passo ' vi.

vi - Calcula-se outro conjunto de parâmetros de controle e volta-se ao passo ii.

$$u^{novo} = u^{antigo} + \Delta u \quad \Delta u = - c \nabla f, \; c \text{ fixo} \qquad (3.7)$$

Relacionando o algorítimo com o problema de minimização de perdas do sistema, escolhe-se o módulo da tensão nas barras de tensão controlada como parâmetros de controle por duas razões.

1. Na solução do fluxo de potência pelo método de Newton-Raphson- forma polar tem-se uma única equação

referente a cada barra de Tensão Controlada enquanto se tem duas equações referentes a cada barra de carga.

2. Os limites sôbre o módulo da tensão (que neste primeiro caso não são considerados) são muito severos e importantes por serem limitações físicas de operação do Sistema, as quais não podem ser expandidas tecnicamente. Ao passo que os limites, máximo e mínimo, de potência reativa gerada podem ser expandidos instalando-se equipamento capacitivo adicional. (Que é a meta do programa a ser desenvolvido)

A equação (3.4) é justamente o conjunto de equações do fluxo de carga. A necessidade deste conjunto de equações é uma das justificativas do método solução do fluxo já que o Newton-Raphson, ao fim das iterações necessárias para convergência do fluxo, fornece não só a solução da equação matricial num ponto viável como também o Jacobiano do sistema.

A equação (3.5) referente ao passo iii do algorítimo 1 requer a transposta do Jacobiano para se obter o vetor dos parâmetros de Lagrange λ .

Os multiplicadores de Lagrange medem a sensibilidade da função objetivo com respeito a geração e ao consumo de potência ativa e reativa [5]

Se o vetor $\frac{\partial L}{\partial u}$ se anula para os valores λ_i calculados encontra-se um ponto ótimo.

Se a condição (3.3) não se satisfaz o

vetor representado pela mesma (3.6) tem um importante significado. É o vetor gradiente ∇f o qual é ortogonal a curva de nível da função objetivo F.

Como as equações definidas em (3.2) , (3.3) e (3.4) não são lineares só poderão ser resolvidas através de um processo iterativo. O mais simples sistema de iterações é o método de gradiente exemplificado. A ideia básica deste método é mover do ponto de uma solução viável de F na direção contrária a do gradiente de F no ponto considerado, para um novo ponto viável que minimize a junção objetivo F.

Como neste primeiro caso os parâmetros de controle são variáveis livres pode-se dizer que o gradiente' mede a sensibilidade com respeito as mudanças sofridas pelos parâmetros de controle u. [1]

A parte crítica do algorítimo é o passo vi onde se efetua o reajuste dos parâmetros de controle. A equação (3.7) é uma das muitas equações de correção. Valores pequenos para o fator de aceleração 'c' garantirão a convergência porem causarão muitos ciclos de ajustamento. Valores altos causarão oscilações em torno de um ponto de mínimo.

Como algorítimos de busca unidirecionais para achar um fator de aceleração ótimo envolvem aproximações [6] não se tem a vantagem da economia de tempo e memória ' de computador.Por esta razão desenvolveu-se um processo puramente computacional de testes sobre as perdas do sistema de tal maneira que os novos valores dos parâmetros de controle não causem

uma alta nas referidas perdas [7] .

Seção 2 - Algorítimo para restrições de igualdade e inequações sobre os parâmetros de controle.

Analisaremos um caso de minimização com restrições de igualdade e inequações atuando sobre os parâmetros de controle $u \in R^p$ incluindo variáveis $x \in R^q$ dependentes de u.

$$\text{Min} \quad F(x,u)$$

$$\text{sujeito a} \quad g(x,u,p) = 0 \qquad (3.8)$$

$$u^{min} \leqslant u \leqslant u^{max}$$

F - função objetivo - perdas do sistema

g - equação matricial do fluxo de carga

u - módulo das tensões nas barras de tensão controlada.

Teorema de Kuhn - Tucker.

Dado: 1 - Função custo F(u)

2 - restrições de igualdade de forma

$g(u) = 0$

3 - restrições de desigualdade da forma

$H(u) \leqslant 0$

Assumindo que alguma condição de qualificação de vínculos [11] é satisfeita, as condições a seguir

são condições necessárias de otimalidade para o ponto u.

$$\frac{d}{du} L\ (u,\ \beta,\alpha\ ) \ =\ 0$$

com $\quad L(u,\beta,\alpha\ ) = F(u) + \beta^T g(u) + \alpha^T H(u)$

$$\alpha_i \geq 0$$

$$\alpha_i\ H_i\ (u) \ =\ 0$$

Esta última condição nos dá que:

$\alpha_i = 0$ se a condição $H_i\ (u) \leq 0$ for alcançada

e $\alpha_i \geq 0$ se não o for.

Aplicando este teorema a função definida em (3.8) e reescrevendo as restrições de forma conveniente tem-se:

$$\begin{aligned} &\text{Min} \quad F\ (x,u) \\ &\text{Sujeito a:} \quad g(x,u,p) = 0 \\ &\qquad\qquad u - u^{max} \leq 0 \\ &\qquad\qquad u^{min} - u \leq 0 \end{aligned} \qquad (3.9)$$

O teorema de Kuhn-Tucker fornece as condições necessárias para o mínimo.

Sejam λ_i variáveis duais associadas às equações de solução do Fluxo de potência ou seja a função g defini

da em (3.9).

Seram η_i e η_i' variáveis duais associadas às restrições de desigualdade definidas em (3.9) respectivamente.

Define-se

$$L(x,u,\mu,\mu') = F(x,u)+\lambda^T g(x,u,p)+\mu^T (u-u^{max})+\mu'^T(u^{min}-u)$$

onde L é a função de Lagrange com termos adicionais μ e μ' relacionados com as restrições de desigualdade.

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial x} + \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^T \lambda = 0 \qquad (3.10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(x,u,p) = 0 \qquad (3.11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial F}{\partial u} + \left[\frac{\partial g}{\partial u}\right]^T \lambda+\eta = 0 \qquad (3.12)$$

onde $\eta_i = \mu i$ se $ui > u_{min}$

$\eta i = -\mu i$ se $u_i < u_{max}$

A única diferença entre estas condições e as estudadas em (3.2), (3.3), (3.4) é o vetor η adicional na equação (3.12).

Comparando entretanto o cálculo do vetor η , computado a partir de uma solução viável do fluxo de carga (3.11) e a partir de λ calculado em (3.10), com a solução da equação matricial ∇f vê-se que o vetor η é idêntico ao simétrico do vetor gradiente definido na seção 1 equação (3.6).

Por outro lado o vetor η terá de satisfazer as equações de complementaridade do Teorema de Kuhn- Tucker.

$$\mu\ (u-u^{max}) = 0$$
$$\mu'\ (u^{min}-u) = 0$$
$$\mu \geqslant 0 \quad \mu' \geqslant 0$$

Donde se tem:

$$\eta_i = 0 \qquad \text{se } u_i^{min} \leqslant u_i \leqslant u_i^{max}$$

$$\eta_i = \mu_i \geqslant 0 \qquad \text{se } u_i = u_i^{max}$$

$$\eta_i = \mu_i \leqslant 0 \qquad \text{se } u_i = u_i^{min}$$

Logo as componentes do gradiente no ponto de mínimo serão tais que:

$$\frac{\partial F}{\partial u_i} = 0 \qquad \text{se } u_i^{min} \leqslant u_i \leqslant u_i^{max}$$

$$\frac{\partial F}{\partial u_i} \leqslant 0 \qquad \text{se } u_i = u_i^{max}$$

$$\frac{\partial F}{\partial u_i} \geqslant 0 \qquad \text{se } u_i = u_i^{min}$$

Desta maneira o problema de minimização

(3.8) pode ser resolvido utilizando o mesmo algorítimo definido na seção 1. Levando em conta uma única consideração já que os parâmetros de controle não são variáveis livres. No cálculo de um novo conjunto de valores para os parâmetros de controle(3.7) se a correção efetuada Δu_i, causar violação dos limites asso - ciados a cada variável, o novo valor do parâmetro de controle ' torna-se o proprio limite violado.

$$u_i^{novo} = u_i^{max} \quad \text{se } u_i^{antigo} + \Delta u_i > u_i^{max}$$

$$u_i^{novo} = u_i^{min} \quad \text{se } u_i^{antigo} + \Delta u_i \leq u_i^{min}$$

$$u_i^{novo} = u_i^{antigo} + \Delta u_i \quad \text{em outros casos.}$$

Seção 3 - Restrições de igualdade e res trições de desigualdade associadas as variáveis de controle ' $u \in R^{n-L}$ e as variáveis dependentes $x \in R^{n-1}$.

n - número de barras do sistema

L - número de barras de carga do sistema

$$\text{Min } F(x,u)$$

sujeito a: $g(x,u,p) = 0$

$$u^{min} \leq u \leq u^{max}$$

$$x^{min} \leq x \leq x^{max}$$

F - função objetivo - Perdas do sistema

g - equação matricial do Fluxo de carga

x - módulo da tensão nas barras de carga e gera ção de potência reativa nas barras de tensão

controlada.

u - módulo da tensão nas barras de tensão controlada e balanço.

O problema de minimização com restrições funcionais associadas às variáveis dependentes é de dificil desenvolvimento.

O método o qual foi escolhido no desenvolvimento deste programa é o das Funções Penalidade associadas às variáveis, dependentes no momento em que o processo de solução leva a extrapolar algum limite dado pelas restrições funcionais.

O método das penalidades foi escolhido por 3 razões:

i. As restrições funcionais determinam limites rígidos de acordo com o conceito matemático. Da maneira como o fluxo de carga foi apresentado anteriormente uma das características importante para uma boa solução do fluxo é a sua viabilidade, ou seja, deve estar dentro da faixa de operação do sistema.O método das penalidades dá uma flexibilidade nos limites das variáveis dependentes podendo ser usado com a natureza de fornecer informações sobre a locação de capacitores que viabilizam o fluxo de carga em estudo.

ii. O método das penalidades adiciona muito pouco ao algorítimo de solução ótima estudado no parágrafo 2. Tem-se apenas termos adicionais em (3.2) e se for o caso em (3.3).

iii. No decorrer do processo iterativo de ajustamen

to , o método das penalidades produz soluções viáveis de fluxo de carga com as penalidades assinalando os pontos críticos do sistema de maneira a proporcionar uma análise de locação de capacitores que facilitará a convergência do fluxo para um ponto ótimo de perdas mínimas no qual não se tenha violações de espécie alguma.

O programa desenvolvido, desde que se forneça um mapa das possiveis locações de capacitores, fará estas locações implicitamente para os seguintes casos:

$E < E_{min}$ numa barra de carga

$Q > Q_{max}$ numa barra de Tensão Controlada

Definição - Função Penalidade.

O método consiste em minimizar, não a função objetiva dada inicialmente, mas sim a função soma da função objetivo com as funções penalidade externas definidas para cada restrição funcional violada.

Como já foi dito anteriormente este método fornece uma certa flexibilidade nos limites rígidos definidos pelas restrições funcionais.

A função penalidade é usualmente definida pela função quadrativa referente a violação ou seja:

$$S_j \ (\text{Violação})^2 \qquad (3.13)$$

O valor S_j dá a equação do segundo grau um maior ou menor grau de ascendência que significa uma maior ou menor flexibilidade nos limites. Assim sendo haveria a tendência de se aumentar o valor S_j para aproximar cada vez mais a solução ao limite rígido.

Tal procedimento acarretaria dificuldades na convergência,devido ao fato das equações do fluxo de carga não poderem sofrer grandes mudanças no valor de suas variáveis.

Seja $F = f(x,u) + \sum$ Penalidades, a função a ser minimizada usando o método das penalidades.

Desde que a segunda parcela da junção,devido aos altos valores de S_j considerados, se torne significativa à soma, o processo de otimização irá otimizar a junção F quase que exclusivamente por intermédio da minimização desta ' parcela, o que alem de acarretar oscilações em torno de um ponto ótimo, poderá caminhar durante o processo iterativo para pontos totalmente inviáveis em termos de fluxo de carga.

Por esta razão escolheu-se uma função de penalidade cúbica. Teve-se um bom resultado já que o processo de minimização atuou com uma certa prioridade àquelas variáveis' de maior violações, proporcionando a cada iteração do processo de minimização uma solução homogênia mais próxima dos limites considerados.

O problema de minimização de perdas do sistema fica definido da seguinte maneira por meio do método de

penalidades.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(x,u) + \sum \omega_j \\ \text{Sujeito a} \quad & g(x,u,p) = 0 \\ & u - u^{max} \leqslant 0 \\ & u^{min} - u \leqslant 0 \end{aligned} \qquad (3.14)$$

onde ω_j são as funções de penalidade externas as quais são introduzidas para cada restrição funcional violada.

Definição de ω_j .

1. para barras de Tensão Controlada.

$$\omega_j \begin{cases} S_j (Q_j - Q_j^{max})^3 & Q_j > Q_j^{max} \\ 0 & Q_j \leqslant Q_j^{max} \end{cases}$$

$$\omega_j \begin{cases} S_j (Q_j - Q_j^{min})^3 & Q_j < Q_j^{min} \\ 0 & Q_j \geqslant Q_j^{min} \end{cases} \qquad (3.15)$$

2. para barras de carga.

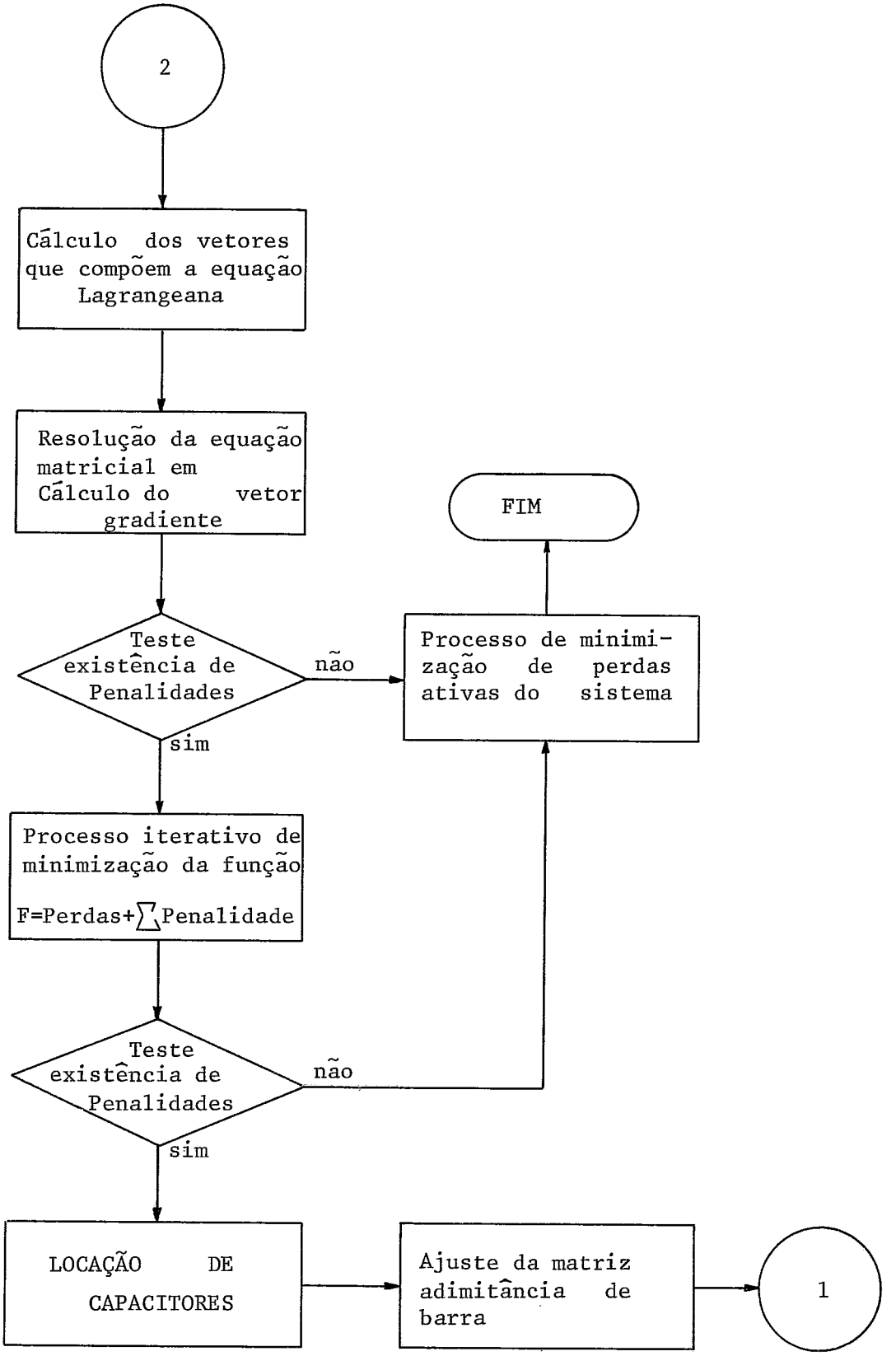
$$\omega_j \begin{cases} S_j (E_j - E_j^{max})^3 & E_j > E_j^{max} \\ 0 & E_j \leqslant E_j^{max} \end{cases}$$

$$\omega_j \begin{cases} S_j (E_j - E_j^{min})^3 & E_j < E_j^{min} \\ 0 & E_j \geqslant E_j^{min} \end{cases} \qquad (3.16)$$

Desta maneira o problema de minimização (3.14) fica expresso como o definido em (3.9), sendo assim possivel, a utilização do algorítimo definido na Seção 1, para a solução de um ponto ótimo.

Ainda por intermédio do método das funções penalidade desenvolveu-se um algorítimo para locação de capacitores. Com o aumento graduativo do valor de S_j pode-se verificar a tendência das violações de se anularem. Desta maneira loca-se capacitores nas barras que não apresentam um decréscimo proporcional, quando se aumenta o valor de S_j.

DIAGRAMA DO MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO



CAPÍTULO IV

Desenvolvimento Matemático do programa.

1. Solução do fluxo de potência, ou seja resolução por um processo iterativo da equação matricial.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial P_k(F,\delta)}{\partial \delta} & \dfrac{\partial P_k(E,\delta)}{\partial E} \\ \dfrac{\partial Q_k(E,\delta)}{\partial \delta} & \dfrac{\partial Q_k(E,\delta)}{\partial E} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta E \end{bmatrix}$$

2. Uma vez resolvido o fluxo de carga o método de Newton Raphson fornece o Jacobiano $\frac{\partial g}{\partial x}$, no ponto solução e então resolve-se a equação Lagrangeana definida por:

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^T \cdot \lambda = 0 \qquad (4.1)$$

onde $f = P_1(E,\delta) + \sum \omega_p$

$P_1(E,\delta)$ potência ativa gerada na barra de balanço

$\sum \omega_p$ somatório das funções penalidade.

A equação (4.1) poderá ser escrita e dimensionada da seguinte maneira.

$$\left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^T \cdot \lambda = -\left[\begin{array}{c}\dfrac{\partial P_1(E,\delta)}{\partial \delta_p} \\ \\ \dfrac{\partial P_1(E,\delta)}{\partial E_q}\end{array}\right] - \left[\begin{array}{c}\sum \dfrac{\partial \omega_j(\delta)}{\partial \delta_p} \\ \\ \sum \dfrac{\partial \omega_j(E)}{\partial E_q}\end{array}\right] \qquad (4.2)$$

onde $\lambda \in R^{p+q}$

p - numero de barras do sistema menos a barra de balanço.

q - número de barras de carga do sistema.

n - número de barras do sistema

$$P_1(E,\delta) = \sum_{q=1}^{n} |E_1 E_q Y_{1q}| \cos(\theta_{1q} + \delta_1 - \delta_q)$$

$$q \neq 1 \quad \frac{\partial P_1}{\partial \delta_q} = |E_1 E_q Y_{1q}| \operatorname{Sen}(\theta_{1q} + \delta_1 - \delta_q)$$

$$q \neq 1 \quad \frac{\partial P_1}{\partial \delta E_q} = |E_1 Y_{1q}| \cos(\theta_{1q} + \delta_1 - \delta_q)$$

Para facilidade de calculos tomou-se

$$\omega_j = S_j \text{ (Violação) } \text{(Violação)}^2$$

donde se tem para as equações (3.15)

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial \delta_p} = 2 S_p (Q_p - Q_p^{\max\min}) \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} |E_p E_q Y_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial \delta_{q \neq p}} = 2 S_p (\theta_p - \theta_p^{\max\min}) |E_p E_q Y_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial E_p} = 2S_p (Q_p - Q_p^{\min}) \left[2|E_p Y_{pp}| \operatorname{Sen} \theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} |E_q Y_{pq}| \operatorname{Sen}(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \right]$$

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial E_{q \neq p}} = 2 S_p (Q_p - Q_p^{\min}) |E_p Y_{pq}| \operatorname{Sen} (\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

Para as equações definidas em (3.16) tem-se

$$\forall q \quad \frac{\partial \omega_p}{\partial \delta_q} = 0$$

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial E_{q \neq p}} = 0$$

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial E_p} = 2 S_j (E - E^{\min})$$

Os termos componentes do somatório das funções penalidade só serão considerados para as barras onde houver violação dos limites.

O desenvolvimento da equação matricial (4.2) foi feito pelo método de resolução de sistemas de equações através da Tabela 'LU' (será detalhado no capítulo 5).

3. Depois de resolvida a equação matricial (4.2) e tendo satisfeitas as equações do fluxo de carga, parte-se para o cálculo do gradiente com respeito aos parâmetros de controle e a barra de balanço.

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial u} + \left[\frac{\partial G}{\partial u}\right]^T \lambda \qquad (4.3)$$

Os elementos de $\frac{\partial G}{\partial u}$ são calculados de maneira idêntica aos elementos do Jacobiano, sendo que quando um termo existe no Jacobiano não existe em $\frac{\partial G}{\partial u}$ e vice-versa.

Faremos uma definição explícita do vetor gradiente de maneira a ficar claro a definição da componente i do gradiente ∇f_i onde i= 1,1+1,....,n.

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial |E_1|} \\ \frac{\partial P_1}{\partial |E_{L+1}|} \\ \frac{\partial P_1}{\partial |E_n|} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum \frac{\partial \omega_j(E_1)}{\partial |E_1|} \\ \sum \frac{\partial \omega_j(E_{+1})}{\partial |E_{L+1}|} \\ \sum \frac{\partial \omega_j(E_n)}{\partial |E_n|} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta 1} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta L+1} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta n} \\ \hline \frac{\partial P_n}{\partial \delta\ 1} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta L+1} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta n} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial |E_1|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |E_{L+1}|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |E_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_L}{\partial |E_1|} & \frac{\partial Q_L}{\partial |E_{L+1}|} & \frac{\partial Q_L}{\partial |E_n|} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_2 \\ \hline \lambda_n \\ \lambda n+1 \\ \hline \lambda n+\ L-1 \end{bmatrix}$$

$$\nabla f_i = \frac{\partial P_1}{\partial |E_i|} + \frac{\partial \sum \omega_j (Ei)}{\partial |E_i|} + \sum_{q=2}^{n} \frac{\partial P_q}{\partial \delta i} \lambda q + \sum_{q=2}^{L} \frac{\partial Q_q}{\partial |Ei|} \lambda n+q-1 \quad (4.4)$$

4. Com as componentes do gradiente calculadas em (4.4), e levando em consideração as equações de complementaridade do Teorema de Kuhn-Tucker definidas no Capítulo III Seção 2, pode-se definir o vetor direção de acréscimo das variáveis de controle.

$$\int_i = \begin{cases} 0 & \text{se } \nabla f_i \text{ o e } |E_i| = |E_{max}| \\ 0 & \text{se } \nabla f_i \text{ o e } |E_i| = |E_{min}| \\ - \nabla f_i & \text{em outros casos} \end{cases}$$

Tem-se assim os novos parâmetros de controles:

$$|E_i| = |E_i| + c \int_i \qquad i = 1, L+1, \ldots, n$$

Como existe restrições sobre $|E_i|$ então

$$|E_i| = |E_i|^{max} \qquad \text{se} \quad |E_i| > |E_i|^{max}$$

$$|E_i| = |E_i|^{min} \qquad \text{se} \quad |E_i| < |E_i|^{min}$$

$$|E_i| = |E_i| \qquad \text{se} \quad |E_i|^{min} \leqslant |E_i| \leqslant |E_i^{max}|$$

O fator de aceleração "C" é escolhido de tal maneira a satisfazer a seguinte condição: As perdas ativas do sistema a cada iteração deverão ser menor ou igual as obtidas numa iteração anterior .[7].

No programa desenvolvido o valor inicial para C é de 0.8.

No caso em que exista, durante o processo iterativo, alguma função de penalidade associada, caminha-se em busca de um novo valor para C, dividindo-o por oito. Se o caso é de minimizar unicamente as perdas então a busca é feita divi - dindo-se o valor de C por dois.

Se for o caso de ainda existir funções de penalidade associadas no sistema e ao fim de um certo número de iterações não exista um valor para C que minimise as perdas, então aumenta-se o valor de S_j (fator de aceleração das funções penalidade) de 0.1 para 0.4 e loca-se capacitores nas barras onde não se notar uma redução, proporcional ao acréscimo de S_j, nas penalidades.

Tendo sido feita a locação parte-se para o estudo deste novo sistema de potência sendo necessário a atualização da matriz adimitância de barra.

O programa desenvolvido tem a capacidade' de fazer 10 vezes esta etapa de locação de capacitores. Se ao fim destas iterações ainda existir barras fora dos limites tanto de tensão como de geração de reativo, através de tabelas referentes a cada uma destas locações, o usuário estará apto a fazer uma análise do sistema e complementar acertadamente o mapa de locação.

CAPÍTULO V

Seção 1 - Métodos Computacionais

1. Método de Resolução de Sistema

TABELA LU

Dado o sistema Ax = b,. a Tabela 'LU' é um conjunto de fatores, armazenados matricialmente, os quais ao serem usados convenientemente podem dar a solução de sistemas envolvendo as matrizes A e b, tais como:

$$Ax = b \qquad [3]$$

$$A^{T}x = b$$

No caso do programa desenvolvido a resolução destes sistemas é uma grande vantagem pois se tem:

i: Equações do Fluxo de Carga

$$Ax = b$$

ii: Cálculo do vetor Lagrangeano

$$A^{T}\lambda = C$$

Uma outra vantagem é que se a Matriz coeficientes A é esparsa, a Tabela 'LU' associada é quase tão esparsa quanto a matriz original- desde que se obedeça uma ordem

nos cálculos dos fatores componentes da Tabela. Este processo de cálculo ordenado será analisado mais tarde ao se estudar o processo de armazenamento de uma Matriz esparsa.

Cálculo da Tabela "Lu:" Ao se observar o método de triangulação' de uma matriz por meio da Eliminação de Gauss, verifica-se que são efetuadas dois tipos de operação em termos de algebra Matricial.

1. Multiplicação de uma linha por um escalar - corresponde a normalização de uma linha, ou seja, a multiplicação de uma linha pelo inverso do valor do elemento da diagonal.

2. Adição de uma linha multiplicada por um escalar a uma outra linha - Operação que está relacionada com a eliminação dos coeficientes abaixo da diagonal.

A Tabela "Lu" é composta de operadores como será visto detalhadamente por meio de um exemplo.

Seja Ax = b o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \qquad A_x^0 = b$$

Após o primeiro passo da eliminação de Gauss:

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}/a_{11} & a_{13}/a_{11} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} A_x^1 = b^1$$

Esta operação poderá ser substituida pela multiplicação da matriz dada A^0 pela matriz operador diagonal definida abaixo.

$$D_i \triangleq \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & d_{ii} & \\ & & & \ddots \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad \text{onde} \quad d_{ii} \triangleq 1/a_{ii}^{i-1} \qquad (5.1)$$

$$D_1 \cdot A_x^0 = D_1 \, b^0$$

Após o segundo passo da eliminação de Gauss.

Inicialmente $A_x^1 = b^1$ referente ao passo anterior.

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{1} & a_{13}^{1} \\ 0 & -a_{21}^{1} \cdot a_{12}^{1} + a_{22}^{1} & -a_{21}^{1} \cdot a_{13}^{1} + a_{23}^{1} \\ a_{31}^{1} & a_{32}^{1} & a_{33}^{1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1^{1} \\ -a_{21}^{1} \cdot b_1^{1} - b_2^{1} \\ b_3^{1} \end{bmatrix}$$

Esta operação poderá ser substituida' pela multiplicação da matriz resultante A^1 pela matriz operador definida abaixo.

$$Lij \triangleq \begin{bmatrix} 1 & & J & & \\ & \ddots & \vdots & & \\ & & 1 & & \\ & & \vdots & \ddots & \\ i & \cdots & \ell ij & & 1 \end{bmatrix} \qquad \ell ij \triangleq -a_{ij}^{J-1} \quad i > j \quad (5.2)$$

No exemplo tem-se

$$\ell_{21} = - a_{21}^{1}$$

$$L_{21} \cdot D_1 \cdot A^{0}x = L_{21} D_1 b^{0}$$

Continuando no processo de eliminação de Gauss tem-se o seguinte procedimento para uma matriz de ordem três.

$$
\begin{aligned}
D_1\ A^0 \vdots x &= D_1\ b^0 \\
L_{21}\ A^1 \vdots x &= L_{21}D_1\ b^0 \\
D_2L_{21}\ A^1 \vdots x &= D_2\ L_{21}D_1b^0 \\
L_{31}\ A^2 \vdots x &= L_{31}D_2\ L_{21}D_1\ b^0 \\
L_{32}L_{31}\ A^2 \vdots x &= L_{32}L_{31}D_2\ L_{21}D_1\ b^0 \\
D_3L_{32}L_{31}\ A^2 \vdots x &= D_3\ L_{32}L_{31}D_2\ L_{21}D_1\ b^0 \\
A^3 \vdots x &= D_3\ L_{32}L_{31}D_2\ L_{21}D_1\ b^0
\end{aligned}
$$

A matriz A^3 é uma matriz triangular superior. Para obtermos uma matriz identidade no lado esquerdo da equação basta continuar a operar-se sobre A^3.

Passo da Eliminação de Gauss.

$$
\begin{bmatrix} 1 & a^3_{12} & a^3_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^3_1 \\ -a^3_{23}\ b^3_3 + b^3_2 \\ b^3_3 \end{bmatrix}
$$

Esta operação poderá ser substituida pela multiplicação da matriz resultante diagonal superior pela matriz operador definida abaixo.

$$U_{ij} \triangleq \begin{matrix} \\ i \end{matrix} \begin{bmatrix} & & & J \\ & & & \vdots \\ 1 & \cdots\cdots\cdots & & u_{ij} \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad \text{onde } u_{ij} \triangleq -a_{ij}^{2n-i-1} \quad i < j \qquad (5.3)$$

$$\begin{aligned} U_{23} A^3 x &= U_{23} D_3 L_{32} L_{31} D_2 L_{21} D_1 b^0 \\ U_{13} A^4 x &= U_{13} U_{23} D_3 L_{32} L_{31} D_2 L_{21} D_1 b^0 \\ U_{13} U^4 A^4 x &= U_{12} U_{13} U_{23} D_3 L_{32} L_{31} D_2 L_{21} D_1 b^0 \\ A^5 x &= U_{12} U_{13} U_{23} D_3 L_{32} L_{31} D_2 L_{21} D_1 b^0 \\ A^5 &= I \quad \text{identidade.} \end{aligned}$$

O procedimento para a obtenção da Tabela 'Lu' é simples como foi visto.

No caso de matrizes cheias a Tabela'Lu'pode ser extraida diretamente dos passos de eliminação, e sendo armazenada sobre os elementos da matriz dada correspondente.

No caso de matrizes esparsas os passos de eliminação podem gerar elementos que anteriormente eram nulos o que torna necessário a existência de uma sub-rotina de atualização dos índices referentes aos elementos, da matriz esparsa, não nulos.

Para o exemplo a Tabela 'Lu' é armazena

da matricialmente da seguinte maneira:

$$LU(A) = \begin{vmatrix} d_{11} & u_{12} & u_{13} \\ \ell_{21} & d_{22} & u_{23} \\ \ell_{31} & \ell_{32} & d_{33} \end{vmatrix}$$

Algorítimos de Solução

$$Ax = b$$

$$A^T x = b$$

As matrizes Di, Lij, Uij, definidas em (5.1), (5.2) e (5.3) simplificam e sistematizam a representação' do algorítimo. Como foi visto cada uma destas matrizes representa um único passo no processo de eliminação de Gauss. Seja considerado a equação para um sistema de ordem N=4.

$$U_{12}\ U_{13}\ U_{14}\ U_{23}\ U_{24}\ U_{34}\ D_4\ L_{43}\ L_{42}\ L_{41}\ D_3\ L_{32}\ L_{31}\ D_2\ L_{21}\ D_1 = A^{0^{-1}} \qquad (5.4)$$

A aplicação de conceitos de algebra Matricial sobre esta equação permitirá o desenvolvimento de diferentes algorítimos de solução, o qual deverá ser escolhido de acordo com as dificuldades e facilidades apresentadas por cada caso.

Os produtos da forma D_k Lmn (m > n) para m,n $\neq$ k e da forma Lmn Lpq (m > n, p > q), são comutativos, assim é possivel escrever a equação (5.4) da seguinte maneira:

$$U_{12}U_{13}U_{14}U_{23}U_{24}U_{34}D_4\ L_{43}D_3\ L_{42}L_{32}D_2\ L_{41}L_{31}L_{21}D_1 = A^{0\,-1} \qquad (5.5)$$

O produto da forma Uij $U\ell m$ ($i < j, \ell < m$) é comutativo sempre que $i < \ell$ e $j > m$, assim é possivel reescrever (5.5)

$$U_{12}U_{13}U_{23}U_{14}U_{24}U_{34}D_4\ L_{43}D_3\ L_{42}L_{32}D_2\ L_{41}L_{31}L_{21}D_1 = A^{0\,-1} \qquad (5.6)$$

Poderiamos efetuar esta permutação na equação (5.4) o que nos daria mais uma alternativa de solução.

Utiliza-se uma nova representação dos produtos de matrizes Lij e $U_k\ell$ de maneira a simplificar o algoritimo de solução.

$$Li \triangleq Li,i-1 \ldots\ldots Li,1 \qquad (1 < i \leqslant N)$$
$$U_k \triangleq U_{k,k+1} \ldots\ldots U_{k,n} \qquad (1 \leqslant k < N)$$
$$\tilde{L}_j \triangleq Ln,j \ldots\ldots L_{j+1,j} \qquad (1 \leqslant j < N)$$
$$\tilde{U}\ell \triangleq U_{1,\ell} \ldots\ldots U_{\ell-1,\ell} \qquad (1 < \ell \leqslant N)$$

Por definição a matriz Li difere da identidade pela i-ésima linha que é da forma

$$(-\ell_{i1}, \ell_{i2} \ldots \ell i,i-1, 1,0,0\ldots0)$$

O produto Li A^{i-1} corresponde a eliminação de todos os elementos a_{ij}^{i-1} $(i > j)$

A matriz U_k difere da identidade pela K-ésima linha que é da forma $(0,0,\ldots,0,1, -U_{k,k+1},\ldots,-U_{k,n})$.

O produto U_k A^{2n-k+1} representa a substituição dos x_ℓ já calculados na K-ésima equação.

Analogamente temos $\tilde{L}j$ e $\tilde{U}_\ell$

Da mesma maneira que tivemos as alternativas de solução (5.4) (5.5) e (5.6) temos equações análogas ' usando as matrizes de transformação Li, U_k, $\tilde{L}j$ $\tilde{U}_\ell$.

$$U_1 \ldots U_{n-1} \; Dn \; Ln \ldots D_2 \; L_2 \; D_1 \; \underline{b} \; = A^{-1} \; b = \; x \quad (5.7)$$

$$U_1 \ldots U_{n-1} \; Dn \; \tilde{L}n_{-1} \ldots \tilde{L}_1 \; D_1 \; b \; = \; A^{-1} \; b \; = \; x \quad (5.8)$$

$$\tilde{U}_2 \ldots Un \; Dn \; \tilde{L}n_{-1} \; \ldots \; \tilde{L}_1 \; D_1 \; b \; = A^{-1} b \; = \; x \quad (5.9)$$

O algorítimo de solução foi desenvolvido através da alternativa (5.7).

$$A^{-1} \; b \; = \; x$$

$$A^{-1^T} b \; = \; x$$

$$D_1 \; L_2{}^T \; D_2 \ldots Ln^T \; Dn \; Un^T{}_{-1} \ldots U1^T \; b \; = \; A^{-1^T} \; b = \; x \; (5.7)^T.$$

Algorítimo de Solução

1. Fase de Eliminação

Fazer i=2,....,n $\qquad Z_1 = D_{11} \cdot b_1$

$$Zi = Dii \ (bi - \sum_{j=1}^{i-1} Lij \ Zj)$$

2. Fase de Substituição

Fazer i=n-1,...1 $\qquad Xn = Zn$

$$Xi = Zi - \sum_{J=i+1}^{n} Uij \ Xj$$

Seção 2 - Utilização da Tabela 'LU' no caso de Matrizes Esparsas.

Matrizes esparsas é uma classe especial de matrizes que se caracterizam por uma porcentagem de elementos nulos bem elevada em relação ao número total de elementos. [3]

O aproveitamento da esparsidade apresenta uma série de vantagens que a torna um dos recursos mais ' poderosos na implementação eficiente das rotinas de solução dos problemas de rede envolvendo matrizes esparsas.

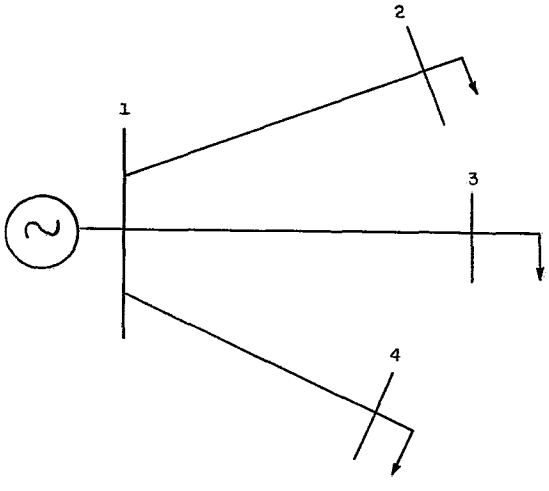
A primeira e mais evidente vantagem é a

grande economia de memória armazenando-se somente os elementos não triviais destas matrizes.

Associado a isto se tem significativas possibilidades de redução de tempo de computação. E finalmente a vantagem de redução de erros de arredondamento os quais pode - riam levar a resultados completamente falsos na solução de sistemas lineares por meio de métodos de eliminação.

O método de Eliminação de Gauss, por sua própria natureza, tende a destruir a esparsidade de matrizes a ele submetidas. Porem podemos determinar uma sequência de eliminação que chamaremos de ordenação, a qual num processo de decomposição triangular via EG, conservará a esparsidade quase que totalmente das matrizes, o que torna viável as considerações vantajosas vistas anteriormente.

Veremos por meio de um exemplo o efeito do desenvolvimento de uma sequência de eliminação, tornando a Tabela 'LU' de uma matriz tão esparsa quanto a matriz original.



Y Barra

	1	2	3	4
1	x	x	x	x
2	x	x		
3	x		x	
4	x			x

Teremos de acordo com o desenvolvimento da Tabela 'LU', a seguinte matriz de armazenamento dos elementos da referida Tabela.

	1	2	3	4
1	X	X	X	X
2	X	X	X	X
3	X	X	X	X
4	X	X	X	X

Porém se adotarmos uma sequência diferente de eliminação o que equivale a uma reordenação nas barras do sistema, repetindo o processo anterior teremos uma Tabela'LU' tão esparsa quanto a matriz original.

Y barra

	4	3	2	1
4	x			x
3		x		x
2			x	x
1	x	x	x	x

Tabela 'LU'

	4	3	2	1
4	x			x
3		x		x
2			x	x
1	x	x	x	x

Podemos concluir que é possivel estabelecer para cada sistema, uma sequência de eliminação ótima.

O problema de ordenação, apresenta dois aspectos distintos: Um deles é a solução exata do problema o

que é teoricamente interessante mas prática e computacionalmente inviavel . O outro aspecto diz respeito a uma solução aproximada, ou seja à determinação de uma sequência subótima, porém eficaz para o fim que nos propomos.

Associando-se o sistema de potência em estudo a um grafo, para um sistema consideravelmente pequeno de 50 barras, o número de ordenações possíveis e de simulações necessárias, atinge dimensões astronômicas e representa um esforço computacional injustificável.

No entanto, se ao invés de tentarmos determinar não uma sequência de eliminação que represente o ótimo, mas sim uma sequência que a cada passo, minimize o número de elementos não nulos introduzidos na Tabela 'LU', o que associado a Teoria dos Grafos seria o mesmo que minimizar o número de ligações introduzidas no grafo residual.

Poderiamos verificar que os resultados' assim obtidos se aproximam bastante do ótimo absoluto, a um custo, em tempo de máquina, bem reduzido.

Dentro dos conceitos da Teoria dos Grafos temos dois que regem processos de ordenação.

GRAU - de um nó i é o número de elementos incidentes neste nó.

VALÊNCIA - de um nó de um grafo G é o número de novas ligações que seriam criadas entre os nós remanescentes se este

nó fosse eliminado.

Embora os processos de ordenação por Valência, apresente um melhor resultado, o esforço computacional por ele exigido é bastante superior ao exigido pelos processos de ordenação por Grau.

Desde que se escolha um processo dinâmico de ordenação por grau, com a atualização constante dos graus dos nós pertencentes a vizinhança do nó eliminado, as significativas economias adicionais de memória e tempo de computação justificam o uso de tal processo já que esta atualização, nos processos por valência, não se resumem unicamente à vizinhança mas a todos os nós. Se adicionarmos a isto o fato de que cada determinação de valência é uma simulação, fica fácil compreender o porque da relativa grande carga computacional exigida.

Esquema de Ordenação

- Numerar as linhas de tal maneira que a cada passo do processo de eliminação, a próxima linha a ser processada é a que apresenta o menor número de elementos não diagonais.
  Se mais que uma linha satisfaz esta especificação, a escolha entre elas é arbitrária.

Seção 3 - Técnicas de Armazenamento Esparso.

O esquema descrito a seguir é uma de muitas soluções possíveis para o problema de armazenamento/ processamento de uma matriz esparsa.

Serão descritos três aspectos fundamentais:

- Esquema de armazenamento da matriz dada
- Esquema de processamento
- Esquema de recuperação dos elementos

No processo de calculo estudado se tem dois tipos de matrizes esparsa .

Simétrica - Matriz Y barra
Assimétrica - Jacobiano

Com respeito a matriz simétrica teremos um processo de armazenamento mais simples já que se leva em consideração tanto a simetria estrutural quanto numérica. Devido ao não armazenamento dos elementos subdiagonais a sub- rotina de recuperação dos elementos só reconhecerá os elementos ' (i,j),j > i.

Por meio de um exemplo é fornecido a tabela compacta referente ao armazenamento de uma matriz simé -

trica, para melhor ilustrar as definições dos vetores que constituem esta tabela.

a_{11}		a_{13}		a_{15}
	a_{22}		a_{24}	
a_{31}		a_{33}		
	a_{42}		a_{44}	a_{45}
a_{51}			a_{54}	a_{55}

Tabela 1

Esquema de armazenamento compacto

matriz simétrica

IPQ2	DIAG	LINHA	V	END
3	a_{11}	1	a_{13}	1
5	a_{22}	3	a_{15}	2
4	a_{33}	4	a_{24}	3
5	a_{44}	4	a_{45}	4
	a_{55}	5		5
		5	----------	6

Onde:

DIAG: contém elementos diagonais da matriz dada.

V: contém os valores dos elementos não nulos fora da diagonal principal. O armazenamento é feito linha ' por linha.

IPQ2: contém os índices de coluna dos elementos correspondentes armazenados em V.

LINHA: tabela que dá o endereço inicial da lista de nós pertencentes à vizinhança de cada nó. Se linha (I+1)= Linha (I) indica que o nó I não está ligado a nenhum nó J tal que J > I. (Na tabela 1 temos para exemplo o nó 3).

O vetor LINHA é definido para $\eta + 1$ barras onde η é o número total de barras do sistema.

Método de Recuperação dos Elementos.

Novamente usaremos um exemplo para melhor explicarmos a busca dos elementos.

$$Y\ (\ 3,1\ )\ =\ ?$$

$$Y\ (\ 2,5\ )\ =\ ?$$

1 - Y (I,J) onde I = 3 e J = 1

como I > J → J = 3 e I = 1

Se Linha (I+1) = Linha (I) → Y (I,J) = 0

Se não, pesquiza-se a existencia do valor J no vetor IPQ2 de Linha (I) a LINHA (I+1) - 1. No exemplo de 1 a 2.

IPQ2(1) = 3 com J = 3 → V(1) = Y (I,J)

donde Y(3,1) = a_{13}

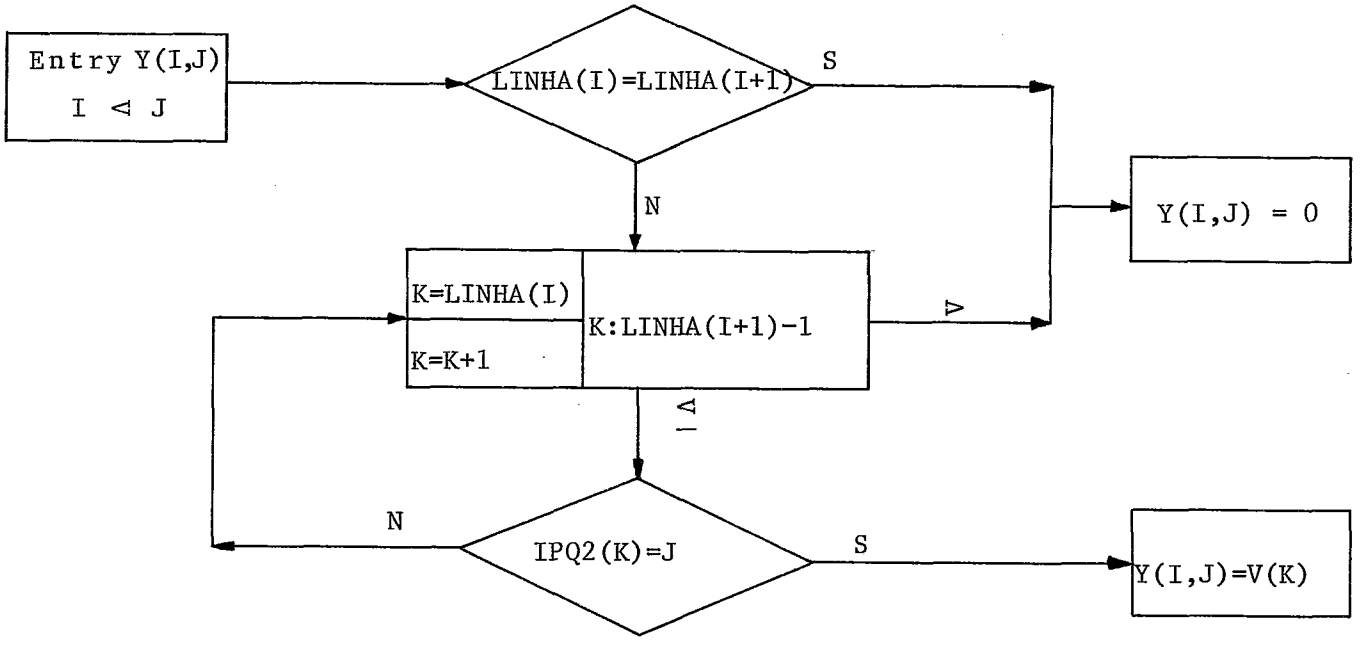
2 - Y (I,J) onde I = 2 e J = 5

Linha (I+1) = 4 Linha (I) = 3

Pesquiza-se 5 em IPQ2 (3)

IPQ2 (3) = 4 ≠ 5 → Y (2,5) = 0

- Fluxograma -



Com respeito a matrizes assimétricas desenvolveremos o processo de atualização dos elementos dos vetores ao ser processada a triangulação.

Matriz base

a_{11}	a_{12}		a_{14}
	a_{22}	a_{23}	a_{24}
a_{31}	a_{32}	a_{33}	
a_{41}		a_{43}	a_{44}

Tabela 'LU'

a_{11}	a_{12}		a_{14}
	a_{22}	a_{23}	a_{24}
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}

Tabela 2

Esquema de armazenamento compacto

Matriz assimétrica

END	KLISP	LISP	OFFD	DIAGA	END
1	1	2	a_{12}	a_{11}	1
2	3	4	a_{14}	a_{22}	2
3	5	3	a_{23}	a_{33}	3
4	7	4	a_{24}	a_{44}	4
5	9	1	a_{31}		
6		2	a_{32}		
7		1	a_{41}		
8		3	a_{43}		

Onde:

KLISP: tabela dinâmica que dá o endereço inicial da lista de nós pertencentes a vizinhança de cada nó.

KLISP (I+1) = KLISP (I) indica a não existência de elementos não triviais não diagonal na linha I.

Com o processo de triangulação, o surgimento de um novo elemento causará uma atualização do vetor KLISP a partir do nó seguinte ao implementado.

KLISP (I+1) = KLISP (I+1) + 1

KLISP (I+2) = KLISP (I+2) + 1 etc.

LISP : tabela dinâmica que contém os índices de coluna correspondente aos elementos armazenados em OFFD.

A atualização sobre o vetor Lisp se processa da seguinte maneira: Um deslocamento do vetor a partir de LISP (KLISP (I+1)) e a colocação ordenada do novo valor entre LISP (KLISP (I)) e LISP (KLISP (I+1) - 1)

OFFD : tabela dinâmica que contém os elementos não nulos não diagonais, da matriz dada, linha por linha. A atualização deste vetor é feita simultaneamente com a atualização do vetor Lisp.

DIAGA: vetor armazenamento dos elementos diagonais.

Os esquemas de processamento feitos

sobre estes vetores, durante a elaboração da Tabela 'LU' são simples substituições de valor feitas sobre os vetores OFFD e DIAGA tais como:

$a_{11} = 1/a_{11}$ $\quad a_{12} = a_{12}/a_{11}$ $\quad a_{14} = a_{14}/a_{11}$

$a_{22} = 1/a_{22}$ $\quad a_{23} = a_{23}/a_{22}$ $\quad a_{24} = a_{24}/a_{22}$

$a_{31} = -a_{31}$ $\quad a_{32} = -a_{31} - a_{12}/a_{11} + a_{32}$ $\quad$ etc.

e atualizações as quais foram descritas anteriormente.

Tabela 3

Esquema de armazenamento compacto

Tabela 'LU' inclusão do elemento a_{34}

END	KLISP	LISP	OFFD	DIAGA	END
1	1	2	a_{12}	a_{11}	1
2	3	4	a_{14}	a_{22}	2
3	5	3	a_{23}	a_{33}	3
4	(8)	4	a_{24}	a_{44}	4
5	(10)	1	a_{31}		
6		2	a_{32}		
7		(4)	a_{34}		
8		1	a_{41}		
(9)		3	a_{43}		

CAPÍTULO VI

Analisaremos um exemplo de um sistema Teste com a finalidade de proporcionar uma maior compreensão das Tabelas de saida do programa desenvolvido, fornecidas pelos métodos matemáticos aplicados em todo o decorrer do Trabalho.

O programa foi desenvolvido com a capacidade de fornecer fluxo de carga para sistemas de até 500 barras e 700 linhas.

Visando facilitar ao máximo os estudos de planejamento de sistemas de transmissão, o programa fornece o fluxo de carga básico, dois tipos de tabelas intermediárias fornecidas a cada iteração de locação de capacitores, e o fluxo de carga otimizado em perdas.

A locação de capacitores é feita discretamente de maneira a termos uma solução viável de fluxo de carga em termos de operação.

As tabelas intermediárias serão aqui descritas minuciosamente para facilitar o usuário como para comprovar a grande ajuda que fornecem na análise de um sistema.

A primeira tabela fornecida pelo programa refere-se a resumos de soluções viáveis de fluxo de carga com as penalidades assinalando os pontos críticos do sistema.

Tais tabelas proporcionam uma análise de uma possível locação de bancos de capacitores que viria a fornecer um fluxo de carga ótimo de perdas mínimas e sem violações nos limites de tensão e de geração de reativo.

Como é visto no exemplo do sistema teste aqui fornecido a tabela "Resumo para análise ótima" fornece a lista de todas as barras do sistema onde se tem um dos limites mencionados anteriormente extrapolados.

Com respeito a cada uma destas barras a tabela fornece:

Qmin e Qmax - limites físicos de geração das maquinas associadas ao sistema.

Estes valores são dados de entrada.

QG - Geração reativa nas barras de tensão controlada. Dado variável com a necessidade do sistema, podendo ser alterado tanto com a variação de tensão na barra quanto com locação de capacitores.

Variação Aquem min e

Além max - valor da violação dos limites de geração do sistema.

Tipo da barra - "0" - indica barra de carga

"1" - indica barra de tensão controlada

Shunt - lista dos capacitores e reatores locados

nas barras.

Sinal + indica capacitor

Sinal - indica reator

Fator Penal - Valor associado as violações dos limites de tensão e geração reativa em cada barra.

Mede a sensibilidade de cada barra com respeito ao método de otimização.
quanto maior o fator penal maior a influência desta barra no método de minimização.

$$\text{Fator Penal} = Sj \cdot (\text{Violação})$$

Tensão - Lista das tensões nas barras

Tensão Max e Min - Limite de variação do valor da tensão em cada barra. Estes valores são dados de entrada. A mensagem de não convergência ' no meio do processo iterativo está ligada diretamente aos limites de tensão fornecidos às barras de tensão controlada e balanço. Em certos casos é conveniente ' fixar a tensão em certas barras de tensão controlada e até mesmo na de balanço, com a finalidade de evitar a não convergência de um fluxo intermediário o que causa a invalidade do processo iterativo desenvolvido.

O mapa de locação de capacitores é um

dado de entrada muito importante. Como foi visto no capítulo III o programa loca capacitores implicitamente em certas condições ' porem fica sujeito a achar um melhor conjunto de locações den - tro do Mapa fornecido. (Conj barras e o número de capacitores ' de possivel locação por barra).

A segunda tabela fornecida pelo programa' "Resumo de Capacitores", diz respeito aos capacitores locados no sistema a cada passo do processo iterativo de locação. É dada com o intuito de se visualizar claramente o desenvolvimento gra- duativo das locações e retiradas de capacitores já que o progra- ma tem a capacidade de retirar um certo capacitor locado numa' das primeiras iterações o qual tornou-se excessivo no decorrer ' do processo.

Devido ao considerável tempo computacio - nal que leva normalmente qualquer programa que usa métodos de ' busca, é necessário se tomar certos cuidados ao se considerar um sistema de mais de cem barras. A definição de um vasto conjunto' de locação de capacitores, facilitará tanto iterativamente quan- to em tempo de máquina, a convergência do sistema para um ponto de perdas mínimas e onde não haja violações de espécie alguma.

Entretanto um vasto conjunto de locação ' de capacitores poderá causar locações, de uma única unidade capa citiva em varias barras, as quais poderiam ser substituidas,eco- nomizando-se equipamentos de conecção, por um banco numa única barra.

É importante resaltar que para uma facil

análise de um sistema onde não se tenha uma certa sensibilidade com respeito ao fluxo de carga, as tabelas intermediárias fornecidas pelo programa, ao se dar um vasto conjunto de locação de capacitores, serão uma grande ferramenta para as decisões do usuário no sentido de restringir este conjunto.

No caso do exemplo dado, o programa locou um capacitor de módulo igual a 20.4 MVAr para suprir uma violação de 4.9 MVa na barra 16. É provável que esta violação seja suprida com a locação de capacitores em outra barra. Logo numa segunda tentativa, tanto por questão de economia de equipamentos de conecção quanto de locação de um banco de menor módulo, numa barra vizinha, deveriamos retirar do conjunto de locação a barra número 16. E após este estudo fazer um idêntico para a barra número 8.

Por outro lado se o conjunto de locação de capacitores for insuficiente para suprir as violações dos limites de tensão e geração de reativo, as tabelas intermediarias fornecerão uma análise do comportamento dos pontos críticos do sistema em 10 iterações, de maneira a indicar ao usuário a escolha de uma nova barra a fazer parte do conjunto de locação. Resolvendo assim o problema da escolha aleatória que até hoje se tem feito ao se locar capacitores sem auxilio de um programa de locação ótima de capacitores.

Resposta otima de fluxo de carga

Numero de Barras	30
Barras de tensão controlada	7
Barras de carga	22
Numero de linhas	31
Iterações	3
Perdas ativas (MW)	50.971
Barra de balanço	1

Barra	Tensão	Angulo	Geração PQ	Geração QG	PC	QC	Cap/Rea Shunt	Para Barra	Fluxo de Linha Ativo	Fluxo de Linha Reativo	TAP
1	1.02	0.0	755.92	278.25	0.0	0.0	0.0				
								18	475.84	3.36	
								29	280.07	274.88	
2	1.00	-7.52	0.0	0.0	0.0	0.0	-298.11				
								14	772.07	-102.57	
								29	-772.09	-195.53	
3	0.98	-15.76	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								4	132.09	71.18	
								7	170.41	98.33	
								10	185.88	30.21	
								13	297.29	-139.47	
								14	-766.02	-28.40	
								18	-19.72	-8.26	
								20	0.00	-23.41	
4	0.96	-16.75	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								3	-131.43	-76.98	
								6	131.42	76.98	
5	0.93	-20.55	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								6	-0.01	0.0	
6	0.93	-20.55	0.0	0.0	131.40	65.70	0.0				
								4	-131.42	-65.70	
								5	0.01	0.0	
7	0.96	-16.75	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								3	-169.51	-109.61	
								9	169.51	109.62	
8	0.91	-21.74	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				

Dados de Barra								Fluxo de Linha		
			Geração							
Barra	Tensão	Angulo	PG	QG	PC	QC	Cap/Rea Shunt	Para Barra	Ativo	Reativo	TAP
								9	-0.00	0.0	
9	0.91	-21.74	0.0	0.0	169.50	89.75	0.0				
								7	-169.51	-89.75	
								8	0.01	-0.00	
10	0.95	-19.35	0.0	0.0	87.30	43.80	-9.06				
								3	-183.48	-39.17	
								12	66.21	-7.98	
								24	29.97	-5.71	
11	1.00	-24.91	0.0	49.28	0.0	0.0	0.0				
								12	-0.00	49.28	
12	0.97	-24.91	0.0	0.0	66.20	33.10	0.0				
								10	-66.21	14.61	
								11	0.00	-47.70	
13	0.98	-16.61	0.0	0.0	75.00	37.50	0.0				
								3	-296.32	137.80	
								15	0.01	-123.23	
								16	191.31	-30.40	
								17	30.00	-21.63	
14	0.98	-12.31	0.0	0.0	0.0	0.0	-192.06				
								2	-766.08	-266.72	
								3	766.04	74.66	
15	1.02	-16.61	0.0	128.30	0.0	0.0	0.0				
								13	0.01	128.30	
16	1.00	-22.21	0.0	104.86	191.30	98.15	43.20				
								13	-191.30	49.91	
17	1.00	-18.19	0.0	37.91	30.00	15.00	0.0				
								13	-30.00	22.91	
18	0.96	-14.86	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								1	-452.29	-29.33	
								3	19.89	-72.55	
								19	86.80	50.82	
								21	234.21	79.64	
								24	111.37	-28.56	
19	0.93	-18.65	0.0	0.0	86.80	43.40	0.0				

Dados de Barra								Fluxo de Linha		
			Geração							
Barra	Tensão	Angulo	PG	QG	PC	QC	Cap/Rea Shunt	Para Barra	Ativo	Reativo	TAP
								18	-86.79	-43.40	
20	1.00	-15.76	0.0	23.99	0.0	0.0	0.0				
								3	-0.00	23.99	
21	0.90	-21.17	0.0	0.0	111.00	0.0	0.0				
								18	-228.39	-74.75	
								22	117.36	74.76	
22	0.85	-27.11	0.0	0.0	117.40	58.70	0.0				
								21	-117.35	-58.68	
								23	0.01	0.0	
23	0.85	-27.11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								22	-0.00	0.0	
24	0.94	-21.18	0.0	0.0	68.90	34.50	0.0				
								10	-29.78	-8.33	
								18	-109.06	-16.21	
								25	51.71	28.43	
								30	18.22	-38.39	
25	0.93	-23.47	0.0	0.0	51.70	25.80	0.0				
								24	-51.71	-25.80	
								26	0.00	0.0	
26	0.93	-23.47	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								25	-0.00	0.0	
27	0.98	-22.93	0.0	0.0	18.20	9.10	0.0				
								30	-18.20	-9.10	
28	1.00	-22.20	0.0	50.54	0.0	0.0	0.0				
								30	-0.01	50.54	
29	1.00	- 1.18	500.00	-259.64	0.0	0.0	-300.00				
								1	280.05	-263.79	
								2	780.02	-295.85	
30	0.98	-22.20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								24	-18.22	40.22	
								27	18.21	9.39	
								28	0.01	-49.61	

x----------R E S U M O P A R A A N A L I S E O T I M A----------x

Qmin	Qmax	QG	Variação Aquem Min	Variação Além Max	Tipo Barra	Shunt	Fator Penal	Tensão	Tensão max	Tensão min	Barra
					0	0.0	0.00222	0.928	1.050	0.950	5
					0	0.0	0.00222	0.928	1.050	0.950	6
					0	0.0	0.00372	0.913	1.050	0.950	8
					0	0.0	0.00372	0.913	1.050	0.950	9
-50.000	100.000	128.296		28.296	1	0.0	0.02830	1.020	1.050	1.020	15
-15.000	100.000	104.861		4.861	1	43.200	0.00486	1.000	1.050	0.950	16
					0	0.0	0.00245	0.925	1.050	0.950	19
					0	0.0	0.00486	0.901	1.050	0.950	21
					0	0.0	0.01500	0.850	1.050	1.000	22
					0	0.0	0.01000	0.850	1.050	0.950	23
					0	0.0	0.00052	0.945	1.050	0.950	24
					0	0.0	0.00248	0.925	1.050	0.950	25
					0	0.0	0.00248	0.925	1.050	0.950	26
-20.000	20.000	50.540		30.540	1	0.0	0.03054	1.000	1.050	1.000	28

MISMATCH 0.2475(MW) -0.3157(MVAR)

RESUMO DE CAPACITORES

Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt
16	43.200								

x----------R E S U M O P A R A A N A L I S E O T I M A----------x

Qmin	Qmax	QG	Variação Aquem Min	Variação Alem Max	Tipo Barra	Shunt	Fator Penal	Tensão	Tensão max	Tensão min	Barra
-30.000	60.000	61.372		1.372	1	3.600	0.00137	1.050	1.050	1.000	17
					0	20.400	0.00726	0.927	1.050	1.000	22
					0	3.600	0.00214	0.929	1.050	0.950	23
-20.000	20.000	28.491		8.491	1	3.600	0.00849	1.007	1.050	1.000	28

Perdas Ativas em MW 48.0151

Resumo de Capacitores

Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt
8	3.600	9	20.400	16	63.600	17	3.600	22	20.400
23	3.600	28	3.600						

x----------R E S U M O P A R A A N Á L I S E O T I M A----------x

Qmin	Qmax	QG	Variação Aquem Min	Variação Além max	Tipo Barra	Shunt	Fator Penal	Tensão	Tensão max	Tensão min	Barra
					0	40.800	0.00335	0.966	1.050	1.000	22
-20.000	20.000	21.667		1.668	1	7.200	0.00167	1.007	1.050	1.000	28

Perdas ativas em MW 47.5082

Resumo de Capacitores

Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt
8	3.600	9	20.400	16	63.600	17	7.200	22	40.800
23	7.200	28	7.200						

x----------R E S U M O P A R A A N A L I S E O T I M A----------x

Qmin	Qmax	QG	Variação Aquem Min	Variação Além Max	Tipo Barra	Shunt	Fator Penal	Tensão	Tensão max	Tensão min	Barra

---

Perdas Ativas em MW 47.2990

Resumo de Capacitores

Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt
8	3.600	9	20.400	16	63.600	17	7.200	22	61.200
23	7.200	28	10.800						

Resposta otima de fluxo de carga

Numero de barras	30
Barras de tensão controlada	7
Barras de carga	22
Numero de linhas	31
Iterações	0
Perdas ativas (MW)	47.072
Barra de Balanço	1

Barra	Tensão	Angulo	Geração PQ	Geração QG	PC	QC	Cap/Rea Shunt	Para Barra	Fluxo de linha Ativo	Fluxo de linha Reativo	TAP
1	1.05	0.0	752.20	645.04	0.0	0.0	0.0				
								18	485.52	-57.50	
								29	266.65	702.54	
2	1.01	-7.31	0.0	0.0	0.0	0.0	-308.22				
								14	758.66	-220.79	
								29	-758.74	-87.44	
3	1.01	-15.04	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								4	132.02	69.32	
								7	170.23	69.96	
								10	182.25	17.81	
								13	297.23	-138.63	
								14	-753.05	70.86	
								18	-28.72	-51.05	
								20	0.00	-38.10	
4	1.00	-15.96	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								3	-131.42	-76.09	
								6	131.40	76.09	
5	0.97	-19.47	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								6	-0.00	0.0	
6	0.97	-19.47	0.0	0.0	131.40	65.70	0.0				
								4	-131.40	-65.70	
								5	0.01	0.0	
7	1.00	-15.99	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								3	-169.51	-83.39	
								9	169.49	83.38	
8	0.97	-20.52	0.0	0.0	0.0	0.0	3.37				

Dados de Barra								Fluxo de Linha		
			Geração							
Barra	Tensão	Angulo	PQ	QG	PC	QC	Cap/Rea Shunt	Para Barra	Ativo	Reativo	TAP
								9	-0.01	3.37	
9	0.97	-20.52	0.0	0.0	169.50	89.75	19.04				
								7	169.48	-67.34	
								8	0.01	-3.37	
10	0.99	-18.33	0.0	0.0	87.30	43.80	-9.86				
								3	-180.15	-30.08	
								12	66.20	-13.86	
								24	26.67	-9.72	
11	1.05	-23.41	0.0	55.01	0.0	0.0	0.0				
								12	-0.00	55.01	
12	1.02	-23.41	0.0	0.0	66.20	33,10	0.0				
								10	-66,20	20.13	
								11	0.01	-53.23	
13	1.02	-15.83	0.0	0.0	75.00	37.50	0.0				
								3	-296.37	136.10	
								15	0.01	-91.90	
								16	191.24	-43.14	
								17	30.00	-38.09	
14	1.01	-11.87=	0.0	0.0	0.0	0.0	-203.48				
								2	-753.19	-174.49	
								3	753.06	-29.00	
15	1.04	-15.83	0.0	94.52	0.0	0.0	0.0				
								13	-0.01	94.52	
16	1.04	-21.01	0.0	90.91	191.30	98.15	68.97				
								13	-191.24	61.74	
17	1.05	-17.28	0.0	47.20	30.00	15.00	7.94				
								13	-30.00	40.14	
18	1.02	-14.18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
								1	-462.99	12.61	
								3	28.81	-38.47	
								19	86.79	49.92	
								21	232.82	-8.25	
								24	114.52	-15.79	
19	0.99	-17.52	0.0	0.0	86.80	43,40	0.0				

Dados de Barra								Fluxo de Linha		
			Geração							
Barra	Tensão	Angulo	PG	QG	PC	QC	Cap/Rea Shunt	Para Barra	Ativo	Reativo TAP
								18	-86.79	-43.40
20	1.05	-15.04	0.0	39.51	0.0	0.0	0.0			
								3	-0.00	39.51
21	1.00	-19.90	0.0	0.0	111.00	0.0	0.0			
								18	-228.41	1.22
								22	117.42	-1.23
22	1.01	-24.41	0.0	0.0	117.40	58.70	61.90			
								21	-117.42	10.50
								23	0.01	-7.30
23	1.01	-24.41	0.0	0.0	0.0	0.0	7.32			
								22	-0.01	7.32
24	0.99	-19.86	0.0	0.0	68.90	34.50	0.0			
								10	-26.53	-5.98
								18	-112.30	-35.95
								25	51.70	28.19
								30	18.23	-20.75
25	0.97	-21.94	0.0	0.0	51.70	25.80	0.0			
								24	-51.70	-25.80
								26	0.00	0.0
26	0.97	-21.94	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
								25	-0.00	0.0
27	1.00	-21.50	0.0	0.0	18.20	9.10	0.0			
								30	-18.20	-9.10
28	1.02	-20.80	0.0	19.49	0.0	0.0	11.23			
								30	-0.01	30.73
29	1.00	-1.09	500.00	-778.57	0.0	0.0	-300.00			
								1	-266.64	-664.13
								2	766.60	-414.44
30	1.01	-20.80	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
								24	-18.23	21.45
								27	18.20	9.38
								28	0.02	-30.40

x----------R E S U M O P A R A A N A L I S E O T I M A----------x

Qmin	QMax	QG	Variação Aquem Min	Variação Alem Max	Tipo Barra	Shunt	Fator Penal	Tensão	Tensão max	Tensão min	Barra

---

MISMATCH 0.4158(MW) -1.0672(MVAR)

Resumo de Capacitores

Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt	Numero Barra	Shunt
8	3.600	9	20.400	16	63.600	17	7.200	22	61.200
23	7.200	28	10.800						

REFERENCIAS

[1] Optimum Control of Reactive Power Flow
John Peschon, D.S. Piercy, Tinney, Odd. Tweit and M.Cuenod
PAS - 87 IEEE - pp - 40-48 - January 1968

[2] Elementos de Anâlise de Sistema de Potência
William D.Steverson Jr- Editora Mc-Graw- Hill

[3] Matrizes Esparsas em Redes de Potência
Marciano Morozowski Filho
M Sc COPPE - Rio de Janeiro - Janeiro 1973

[4] Computasional Methods in Optimization
Polak

[5] Sensitivity in Power - Systems
J.Peschon, D.S. Piercy, Tinney and O.J. Tweil
PAS - 87 - IEEE - pp - 1687 - 1696 - August 1968

[6] Optimal Power Flow Solutions
Hermann W Donnel, Tinney
PAS - 87 - IEEE - pp - 1866 - 1876 - October 1968

[7] Optimal Power Flow Solutions Using Lagrangian Multiplies and Hessian Matrix.
A.M. Rashed and D.H. Kelly
PAS - 93 - IEEE - pp - 1292 - 1295 - Setember 1974

[8] Computer Methods in Power System Analysis
Stagg and El - Abiad
Mac-Graw-Hill Series in Electronic Systems

[9] Metodos Y Modelos de la investigacion de operaciones A. Kayfmann - Tomo II - CECSA.

[10] Sistema de Programação Fortran IV G-H
Maximilian Emil Hehl - Mac - Graw - Hill. São Paulo.