



CUSTO EQUIVALENTE DE GERAÇÃO TÉRMICA ATRAVÉS DE UMA
MODELAGEM LINEAR POR PARTES DINÂMICA APLICADO AO
PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA NÃO
LINEAR ESTOCÁSTICO

Michel Igor de Almeida Ennes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas e Computação, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Sistemas e Computação.

Orientadores: Adílson Elias Xavier
André Luiz Diniz Souto Lima

Rio de Janeiro
Março de 2013

CUSTO EQUIVALENTE DE GERAÇÃO TÉRMICA ATRAVÉS DE UMA
MODELAGEM LINEAR POR PARTES DINÂMICA APLICADO AO
PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA NÃO
LINEAR ESTOCÁSTICO

Michel Igor de Almeida Ennes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE
SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Examinada por:

Prof. Adílson Elias Xavier, D.Sc.

Prof. André Luiz Diniz Souto Lima, D.Sc.

Prof. Marcia Helena Costa Fampa, D.Sc.

Prof. Erlon Cristian Finardi, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2013

Ennes, Michel Igor de Almeida

Custo Equivalente de Geração Térmica através de uma Modelagem Linear por Partes Dinâmica Aplicado ao Problema de Planejamento da Operação Hidrotérmica não Linear Estocástico/Michel Igor de Almeida Ennes. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2013.

XX, 93 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Adílson Elias Xavier

André Luiz Diniz Souto Lima

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 72 – 80.

1. Função de custo térmico equivalente.
 2. Linearização por partes dinâmica.
 3. Planejamento hidrotérmico não linear estocástico de médio prazo.
 4. Programação dinâmica dual.
 5. Linearização por partes estática.
- I. Elias Xavier, Adílson *et al.*
II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação. III. Título.

*Dedico este trabalho ao meu
querido e recém falecido pai
Alexandre Mello Ennes quem,
em conjunto com minha mãe,
educou a mim e meus irmãos da
melhor maneira possível, de
modo que hoje todos nós somos
homens e mulheres de bem,
íntegros, honestos, perseverantes
e, acima de tudo, bem quistos em
todos os lugares. Qualquer
sucesso pessoal ou profissional
que consigamos tem um pouco de
sua estrela que nunca deixará de
brilhar. Obrigado por tudo meu
pai!*

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus pelas oportunidades que me foram concedidas e também por aquelas que estão por vir. Agradeço também a minha noiva Ana Paula e a minha família, em especial minha mãe Leila e meu pai Alexandre, que infelizmente nos deixou em meados do último ano. Essas pessoas queridas são responsáveis diretas por tudo que ocorre em minha vida, uma vez que me apóiam incondicionalmente, estejam onde estiverem, e partilham comigo todos os acontecimentos: bons ou ruins.

É importante registrar também meu agradecimento aos meus orientadores: André Luiz Diniz, com quem tenho o prazer de trabalhar no CEPEL desde 2008, pelos ensinamentos transmitidos, pelos trabalhos realizados conjuntamente e pela excelente orientação; e Adílson Xavier, a quem admiro por suas contribuições na área de otimização não linear e por sua singular cultura que nos é mostrada a cada encontro formal ou informal, pelas excelentes aulas ministradas e pela orientação ocorrida ao longo do curso de mestrado.

Agradeço, ainda, aos demais professores do curso pela dedicação no processo de transmissão de conhecimentos, e à secretaria do programa que costuma resolver prontamente os problemas dos alunos, na medida do possível.

Gostaria de adicionar também os agradecimentos à instituição CEPEL pela oportunidade de conciliar o trabalho lá desenvolvido com este curso de mestrado, e aos amigos e companheiros de trabalho que, no horário normal de expediente, ajudam-me a contornar as barreiras e dificuldades encontradas nos projetos em desenvolvimento e, nos intervalos de almoço, descontraem o ambiente, a fim de renovar as energias despendidas na rotina de trabalho de cada um.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

CUSTO EQUIVALENTE DE GERAÇÃO TÉRMICA ATRAVÉS DE UMA
MODELAGEM LINEAR POR PARTES DINÂMICA APLICADO AO
PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA NÃO
LINEAR ESTOCÁSTICO

Michel Igor de Almeida Ennes

Março/2013

Orientadores: Adílson Elias Xavier

André Luiz Diniz Souto Lima

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Este trabalho propõe duas técnicas de modelagem para representação do custo não linear de geração térmica para o problema de planejamento hidrotérmico de médio prazo: a construção de uma função de custo de geração térmica equivalente quadrática por partes, a partir dos custos quadráticos individuais de geração das unidades térmicas, e a utilização de um modelo linear por partes dinâmico para linearizar esses custos de natureza térmica. Combinando-se ambas as estratégias, obtém-se um modelo linearizado para cada curva equivalente de custo de geração térmica, por subsistema e período de tempo, que são representadas no problema de otimização por um conjunto de restrições. São apresentados resultados para o problema não linear, multiperíodo e estocástico associado ao planejamento hidrotérmico de médio prazo onde se verifica simultaneamente uma notável redução de tempo e um aumento da acurácia na solução obtida, em relação ao modelo linear por partes estático para cada unidade geradora, usualmente adotado na literatura.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

EQUIVALENT COST FUNCTION FOR THERMAL GENERATION
THROUGH A DYNAMIC PIECEWISE MODEL APPLIED TO THE
STOCHASTIC NONLINEAR HYDROTHERMAL PLANNING PROBLEM

Michel Igor de Almeida Ennes

March/2013

Advisors: Adilson Elias Xavier

André Luiz Diniz Souto Lima

Department: Systems Engineering and Computer Science

In this work, two modeling techniques for representation of nonlinear thermal generation costs into the mid-term hydrothermal planning problem are proposed: the modeling of a piecewise quadratic equivalent thermal cost function for total thermal generation cost based on individual quadratic costs; and the use of a dynamic piecewise linear function to take it into account in the optimization problem to be solved. The combination of both strategies yield a linearized model for the equivalent thermal generation cost curve for each system area and time step, which are represented in the problem by a set of constraints. Numerical results are presented for some instances of the multi-period, stochastic nonlinear hydrothermal planning problem, where there is a remarkable CPU time reduction and a improved accuracy in the final solution of the problem, as compared to the individual static piecewise linear model, usually adopted in the literature.

Sumário

| | |
|---|-------------|
| Lista de Figuras | xi |
| Lista de Tabelas | xiii |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Motivação do trabalho | 2 |
| 1.2 Objetivo / Metodologia | 3 |
| 1.3 Contribuições do trabalho | 4 |
| 1.4 Organização do trabalho | 5 |
| 2 Revisão Bibliográfica | 7 |
| 2.1 O planejamento hidrotérmico | 7 |
| 2.1.1 Geração de energia elétrica | 8 |
| 2.1.2 Planejamento da operação | 8 |
| 2.1.3 Planejamento hidrotérmico com critério de custo mínimo | 9 |
| 2.1.4 Fases do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos | 9 |
| 2.1.5 Aspectos importantes para o planejamento hidrotérmico de médio e longo prazos | 10 |
| 2.1.6 O planejamento da operação no Sistema Interligado Nacional (SIN) brasileiro | 11 |
| 2.2 Modelos de custo térmico equivalente | 11 |
| 2.3 Resolução de problemas hidrotérmicos não lineares estocásticos | 14 |
| 3 Obtenção de uma Função de Custo Térmico Equivalente (ECF) | 18 |
| 3.1 Formulação do Problema MTHTS | 18 |
| 3.2 Função de Custo Térmico Equivalente | 21 |
| 3.2.1 Construção de ECF quadrática por partes | 22 |
| 3.2.2 O Caso estritamente linear | 30 |
| 3.2.3 O caso misto | 32 |
| 3.3 Discussão e conclusões | 35 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4 | Estratégia de Resolução do Problema MTHTS com o Modelo ECF para o Custo de Geração Térmica | 37 |
| 4.1 | Estratégia tradicional de resolução por PDD | 39 |
| 4.2 | Modelagem tradicional linear por partes (LPPE) no MTHTS | 41 |
| 4.3 | Modelagem proposta linear por partes dinâmica (LPPD) no MTHTS | 42 |
| 4.3.1 | Inserção dinâmica dos cortes em cada subproblema | 43 |
| 4.3.2 | Convergência geral da PDD | 46 |
| 4.3.3 | Estratégia alternativa de resolução do problema: PLU | 47 |
| 4.4 | Discussão e conclusões | 47 |
| 5 | Resultados e Discussões | 49 |
| 5.1 | Descrição dos casos e dados do estudo | 50 |
| 5.1.1 | Descrição dos casos | 50 |
| 5.1.2 | Dados de cada caso | 50 |
| 5.1.3 | Parâmetros dos algoritmos de resolução | 52 |
| 5.2 | Resultados da construção do modelo Equivalente | 52 |
| 5.3 | Análise comparativa: modelo equivalente proposto (ECF) X modelo individual | 53 |
| 5.3.1 | Vantagens da modelagem de geração térmica equivalente . . . | 54 |
| 5.3.2 | Equivalência dos resultados de operação | 56 |
| 5.4 | Avaliação da modelagem linear por partes dinâmica (LPPD) proposta para a resolução do problema | 60 |
| 5.4.1 | Resultados comparativos com a abordagem estática | 60 |
| 5.4.2 | Acurácia do modelo | 62 |
| 5.4.3 | Robustez do modelo | 63 |
| 5.4.4 | Evolução do processo de convergência | 64 |
| 5.4.5 | Sensibilidade em relação ao número de ECFs a serem consideradas | 65 |
| 5.5 | Testes adicionais | 67 |
| 5.5.1 | Avaliação da modelagem dinâmica aplicada à ECF linear por partes | 67 |
| 5.5.2 | Avaliação da modelagem dinâmica aplicada à ECF Mista . . . | 68 |
| 5.5.3 | Avaliação das formas de decomposição da árvore de cenários . | 69 |
| 6 | Conclusões e Desenvolvimentos Futuros | 70 |
| | Referências Bibliográficas | 72 |
| A | Demonstração do Conjunto de Equações de Coeficientes para um Intervalo de uma ECF | 81 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| B | Dados de Energia Natural Afluente dos Cenários para os Casos de Estudo | 83 |
| C | Dados de Custo Geração Térmica | 86 |
| D | Resultados de Custos de Modelagem e Exatos na Avaliação da LPPD | 91 |
| E | Dados de Energia Natural Afluente dos Cenários para o Estudo da Equivalência dos Resultados de Operação | 93 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | Cadeia de modelos desenvolvidos pelo CEPEL para o planejamento e programação da operação do SIN. | 12 |
| 2.2 | Custo térmico equivalente e custo marginal equivalente segundo a referência. 13 | |
| 3.1 | Exemplo de árvore de cenários que poderia ser tratado no problema MTHTS. 19 | |
| 3.2 | Partição do domínio de uma ECF. | 25 |
| 3.3 | Gráficos dos custos de geração das unidades térmicas participantes do exemplo e do modelo equivalente obtido. | 28 |
| 3.4 | Partição do domínio de uma ECF linear por partes. | 31 |
| 3.5 | Partição do domínio de uma ECF mista. | 33 |
| 4.1 | Exemplo de decomposição de uma árvore em estágio “multi-nós”. | 39 |
| 4.2 | Estratégia usual de resolução por programação dinâmica dual. | 40 |
| 4.3 | Estratégia de linearização por partes estática. | 41 |
| 4.4 | Situações em que 1 ou 2 cortes ficam ativos para o modelo de custo da geração térmica equivalente para determinado nó da árvore de cenários, em uma recursão de resolução do subproblema de um estágio. | 44 |
| 4.5 | Algoritmo da LPPD proposta para resolução de cada subproblema. | 45 |
| 5.1 | Função de custo térmico equivalente dividida em intervalos para o primeiro período do caso -43. | 54 |
| 5.2 | Gráfico da convergência do caso G-43 para as abordagens individualizada e equivalente. | 55 |
| 5.3 | Gráfico do número de cortes (restrições) adicionados por iteração da PDD para as abordagens individualizada e equivalente. | 56 |
| 5.4 | Gráficos de EARMFs dos REQVs e Geração térmica total para três cenários distintos. | 58 |
| 5.5 | <i>Boxplot</i> de geração térmica total para todos os cenários da modelagem individualizada. | 58 |
| 5.6 | <i>Boxplot</i> de geração térmica total para todos os cenários da modelagem equivalente. | 59 |

| | | |
|-----|---|----|
| 5.7 | Distribuição acumulada dos desvios na geração térmica por unidade entre os modelos LPPD_EQV e LPPD_UNIDT. | 61 |
|-----|---|----|

Lista de Tabelas

| | | |
|------|--|----|
| 3.1 | Caso exemplo para construção de uma ECF-QPP. | 23 |
| 3.2 | Derivadas dos custos das unidades térmicas aplicadas nos limites inferior e superior. | 25 |
| 3.3 | Coefficientes obtidos nos intervalos da ECF do exemplo considerado. . | 27 |
| 3.4 | Caso exemplo para construção de uma ECF-LPP. | 30 |
| 3.5 | Coefficientes obtidos nos intervalos da ECF do exemplo considerado. . | 30 |
| 3.6 | Caso exemplo para construção de uma ECF mista. | 33 |
| 3.7 | Coefficientes obtidos nos intervalos da ECF mista do exemplo considerado. | 34 |
| 5.1 | Dados dos reservatórios equivalentes presentes no estudo. | 51 |
| 5.2 | Dados de energia natural afluyente média dos reservatórios equivalentes utilizados nos casos. | 51 |
| 5.3 | Dados de gerações térmica máxima para usinas térmicas equivalentes. . | 52 |
| 5.4 | Dados de demanda por período para os casos. | 52 |
| 5.5 | Dados da função de custo térmico equivalente do 1º período do caso G-43. | 53 |
| 5.6 | Comparação da convergência das metodologias individualizada e equivalente para a estratégia de resolução por PDD, ambas com a estratégia dinâmica. | 55 |
| 5.7 | Comparação da convergência das metodologias individualizada e equivalente para a estratégia de resolução por PLU, ambas com estratégia dinâmica. | 56 |
| 5.8 | Dados dos reservatórios equivalentes presentes neste estudo específico. . | 56 |
| 5.9 | Dados de EARMF para reservatórios equivalentes e geração térmica total utilizando a metodologia equivalente proposta | 57 |
| 5.10 | Dados de EARMF para reservatórios equivalentes e geração térmica total para utilizando a metodologia individualizada padrão | 57 |
| 5.11 | Desvio médio total entre os valores de geração dos modelos EQV_LPPD e UNIDT_LPPD para todas as unidades. | 60 |

| | | |
|------|---|----|
| 5.12 | Desvio médio total entre os valores de geração dos modelos EQV_-LPPD e UNIDT_LPPD para o caso L-13. | 60 |
| 5.13 | Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE para a estratégia de resolução por PDD, ambas com o modelo ECF para os custos de geração térmica. | 61 |
| 5.14 | Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE para a estratégia de resolução por PLU com modelo ECF para os custos de geração térmica. | 62 |
| 5.15 | Resultados do modelo EQV_LPPD com diferentes tolerâncias δ_x e δ_y , para o caso G-43. | 63 |
| 5.16 | Custos obtidos com a modelagem LPPD e exato, por iteração e recursão para o 1º estágio, do caso G-43 resolvido por PDD. | 63 |
| 5.17 | Custos obtidos com a modelagem LPPD e exato, por recursão, para o 1º estágio do caso G-43 resolvido por PLU. | 64 |
| 5.18 | Resultados ao variar o parâmetro $NCUT_{inic}$ do modelo EQV_LPPD (caso G-43). | 64 |
| 5.19 | Resultados ao variar o parâmetro $NCUT_{adic}$ do modelo EQV_LPPD (caso G-43). | 65 |
| 5.20 | Convergência do caso G-43 para a estratégia de resolução por PDD. | 65 |
| 5.21 | Convergência do caso G-43 para a estratégia de resolução por PLU. | 66 |
| 5.22 | Dados de intercâmbios entre os subsistemas. | 66 |
| 5.23 | Dados de demanda (em MW) por subsistema e período. | 66 |
| 5.24 | Organização das unidades térmicas em subsistemas para o caso adotado. | 67 |
| 5.25 | Resultados obtidos para o caso G-43 com intercâmbios. | 67 |
| 5.26 | Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE aplicadas à ECF linear por partes para a estratégia de resolução por PDD. | 68 |
| 5.27 | Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE aplicadas à ECF mista predominantemente quadrática para a estratégia de resolução por PDD. | 68 |
| 5.28 | Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE aplicadas à ECF mista predominantemente linear para a estratégia de resolução por PDD. | 69 |
| 5.29 | Resultados para o caso G-43, com diferentes formas de decomposição da árvore e aplicando-se os métodos <i>multi-cut</i> e o tradicional (<i>single cut</i>) para construção dos cortes. | 69 |
| B.1 | Dados de ENA para os cenários dos menores casos (S). | 84 |
| B.2 | Dados de ENA para os cenários dos casos (M). | 84 |
| B.3 | Dados de ENA para os cenários dos maiores casos (L). | 85 |

| | | |
|-----|---|----|
| C.1 | Dados da função de custo térmico para casos estritamente quadráticos. | 87 |
| C.2 | Dados da função de custo térmico para o caso estritamente linear. . . | 88 |
| C.3 | Dados da função de custo térmico para o caso misto predominantemente linear. | 89 |
| C.4 | Dados da função de custo térmico para o caso misto predominantemente quadrático. | 90 |
| D.1 | Custos obtidos com a modelagem LPPD e exato, por iteração e recursão, para o 1º estágio do caso L-43. | 92 |
| E.1 | Dados de ENA para os cenários do caso L-43 considerado no estudo de equivalência de resultados. | 93 |

SIGLAS

Cepel: Centro de Pesquisas de Energia Elétrica;

EARM: Energia Armazenada;

ECF: Função de Custo Térmico Equivalente;

ENA: Energia Natural Afluente;

LPP: Linear por Partes;

LPPD: Linearização por Partes Dinâmica;

LPPE: Linearização por Partes Estática;

MTHTS: *Medium-Term Hydrothermal Scheduling*;

ONS: Operador do Sistema Nacional;

PDD: Programação Dinâmica Dual;

PDDE: Programação Dinâmica Dual Estocástica;

PH: *Progressive Hedging*;

PLU: PL Único - um grande problema de programação linear resolvido de uma só vez;

QPP: Quadrático por Partes;

REQV: Reservatório Equivalente;

SIN: Sistema Interligado Nacional;

SQP: Programação Quadrática Sequencial;

TUC: Thermal Unit Commitment;

SÍMBOLOS UTILIZADOS

$\alpha(E^{T,\omega})$: função de custo futuro;

C_i : custo de geração da unidade térmica i ;

c_2^j, c_1^j, c_0^j : coeficientes da função quadrática de custo de geração térmica da unidade j ;

$C_{GT_s}^{t,\omega}$: representa o custo de geração da usina térmica equivalente do subsistema s no cenário ω e período t ;

D_s^t : demanda do subsistema s no período t ;

δ_x e δ_y : tolerâncias utilizadas na modelagem LPPD para a geração e o custo, respectivamente;

$E_i^{t,\omega}$: armazenamento de energia no reservatório equivalente i no cenário ω e no final do período t ;

$ECF_s^t(GT_s^{t,\omega})$: equivale ao modelo equivalente obtido a partir do subsistema s , cenário ω e período t ;

ϵ : tolerância utilizada na estratégia de resolução por PDD;

Φ_s : conjunto de reservatórios equivalentes do subsistema s ;

$GH_{EQV_i}^{t,\omega}$: geração relacionada ao reservatório equivalente i no cenário ω e período t ;

$GT_s^{t,\omega}$: indica a geração da usina térmica equivalente do subsistema s no cenário ω e período t ;

Γ_s : conjunto de subsistemas com intercâmbio para o subsistema s ;

$I_i^{t,\omega}$: afluições naturais para o reservatório equivalente i no cenário ω e período t ;

$Int_{l,s}^{t,\omega}$: intercâmbio entre os subsistemas l e s (positivo de l para s) no cenário ω e período t ;

λ : custo marginal de operação;

Λ_i : conjunto de unidades térmicas marginais (operando entre os limites) em um despacho de energia;

$\underline{\Lambda}_i$: conjunto de unidades térmicas que estão operando com sua geração mínima em um despacho de energia;

$\overline{\Lambda}_i$: conjunto de unidades térmicas que já atingiram sua geração máxima em um despacho de energia;

$NCUT_{adic}$: número de cortes adicionais para a modelagem LPPD;

$NCUT_{inic}$: número de cortes iniciais para a modelagem LPPD;

$NREC$: número de recursões para a modelagem LPPD;

NT : número de unidades térmicas;

Ω : Conjunto de cenários;

p : geração térmica;

$P_{t,\omega}$: probabilidade no cenário ω e período t ;

$p_j^{t,\omega}$: geração da unidade térmica i do cenário ω e período t ;

p_i^* : geração ótima para a unidade térmica i ;

Π_s : conjunto de usinas térmicas do subsistema s ;

T : número de períodos;

$ZINF$: limite inferior do processo de convergência para a estratégia de resolução por PDD;

ZSUP: limite superior do processo de convergência para a estratégia de resolução por PDD;

$\underline{\cdot}$: limite inferior de \cdot ;

$\bar{\cdot}$: limite superior de \cdot ;

Capítulo 1

Introdução

O problema de otimização do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é estocástico, não linear, multi-estágio e de grande porte [1]. Devido à impossibilidade de se tratar todas essas características simultaneamente, é comum subdividi-lo em problemas de planejamento de longo, médio e curto prazos [2], [3], [4], [5] e [6]. No Brasil, esse planejamento é realizado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) com o auxílio de uma cadeia de modelos computacionais desenvolvida pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (Cepel) [2]. Nesta cadeia se incluem os modelos Newave [7] e Decomp [8], para o planejamento a médio e curto prazos¹ respectivamente, e o modelo Dessem-pat [9] e [10], que está em fase de validação pelo ONS para ser utilizado como ferramenta de apoio para a programação diária da operação.

Nos modelos Newave e Decomp, a incerteza nas afluições às usinas hidroelétricas é considerada através de uma árvore de cenários, que representa, de forma aproximada, o conjunto de possíveis realizações do processo estocástico. Devido ao longo horizonte de estudo no modelo Newave, a representação da árvore é feita de forma implícita, por meio de amostragem, e resolve-se o problema de otimização utilizando-se a técnica de programação dinâmica dual estocástica (PDDE) [11]. No modelo Decomp, devido ao seu reduzido número de períodos, a representação da árvore é feita de forma explícita, e o problema é resolvido aplicando-se decomposição de Benders multi-estágio [12], referida neste trabalho como programação dinâmica dual (PDD), que é uma extensão, para o caso multi-estágio, da técnica de *L-shaped* introduzida para um problema de dois estágios por [13].

A aplicação das técnicas de otimização mencionadas acima requer que o problema seja formulado como um problema de programação convexa, ou seja, a função objetivo e a região viável do problema devem ser convexas. Embora isso não impeça que sejam consideradas expressões não lineares, o elevado grau de maturidade alcançado na literatura de programação linear estocástica ([14], [15] e [16]) fazem com que,

¹Nomenclatura pela qual se convencionou chamar as etapas com horizonte de estudo de até 10 anos e 2 meses, respectivamente

para o problema estocástico de planejamento hidrotérmico, praticamente em todas as aplicações ([3], [7], [17], [18], [19], [20] e [21]) o problema tenha sido formulado de forma linear. Como não se podem desprezar algumas não linearidades do problema, podem-se adotar modelos lineares por parte para aproximar certas expressões, como os custos de geração termoelétrica [22] e a função de produção das usinas hidroelétricas [23]. Técnicas de otimização para problemas multi-estágio estocásticos com restrições e/ou função objetivo não lineares são encontradas em [24], [25], [26] e [27], por exemplo.

O foco deste trabalho está relacionado à classe de problemas de planejamento hidrotérmico de médio prazo (*Medium-term hydrothermal scheduling* - MTHTS) que consistem em determinar o despacho mensal das usinas hidroelétricas e térmicas, atendendo à demanda de energia elétrica ao longo do horizonte de planejamento estudado e às restrições operativas das usinas em geral.

1.1 Motivação do trabalho

Recentemente houve um aumento do número de unidades térmicas no sistema brasileiro, com o objetivo de diminuir a dependência em relação a disponibilidade de água para geração hidroelétrica e, conseqüentemente, aumentar a segurança do sistema. Como isso resulta em um aumento do problema de planejamento hidrotérmico, a motivação para a primeira parte do trabalho é construir uma função de custo térmico equivalente (ECF) que pudesse representar, de maneira agregada, todas as unidades térmicas do sistema. Apesar de oficialmente, no Brasil, os custos de geração térmica adotados nos modelos utilizados para o despacho oficial do sistema serem lineares [2], esse trabalho não se restringiu a essa alternativa, mas considerou também o caso mais geral na literatura, onde os custos de geração podem ser representados por funções quadráticas.

As aproximações adotadas até então na literatura (considerando-se o planejamento hidrotérmico de médio e longo prazos) para expressões não lineares de geração térmica são os modelos ditos lineares por parte estáticos (LPPE) pois, uma vez construído o modelo da função, todos os cortes utilizados para descrevê-lo são introduzidos “de uma só vez” no problema de programação linear multi-estágio. Este tipo de aproximação apresenta duas desvantagens:

- o número de variáveis e restrições do problema pode se tornar muito grande se uma elevada precisão é desejada para a representação do problema não linear;
- como a resolução dos subproblemas de programação linear é baseada no método Simplex, a solução ótima tende a ser um dos vértices do poliedro que representa a região viável do problema, o que pode fazer com que, em caso

de indiferença, o modelo “prefira” a solução associada aos pontos de quebra das aproximações lineares por parte. Desta forma, o modelo estático leva, de certa forma, a uma discretização das soluções candidatas para o problema de otimização.

Essas desvantagens da modelagem LPPE motivaram a segunda proposta deste trabalho, que é a utilização de uma modelagem linear por partes dinâmica, que adiciona os cortes calculados no processo de linearização de uma expressão não linear de forma iterativa na resolução de um determinado problema. Com isso, menos cortes são adicionados ao modelo linearizado, implicando uma redução de sua magnitude e, conseqüentemente, em uma diminuição do tempo de resolução do problema de otimização.

1.2 Objetivo / Metodologia

Duas estratégias relevantes de otimização são propostas ao problema MTHTS neste trabalho: a construção de uma função equivalente de custo de geração térmica (ECF) exata² (vide o capítulo 3.2), e a utilização de uma modelagem linear por partes dinâmica (LPPD) para resolver o referido problema não linear (vide o capítulo 4).

A primeira estratégia, a construção de uma ECF, consiste em obter um modelo de custo de geração térmica equivalente com custos marginais monotonicamente crescentes a partir das diversas funções de custo das unidades térmicas não lineares (ou lineares³) presentes em um determinado problema para cada período considerado. Esse procedimento é feito antes da efetiva otimização desse referido problema. Sendo assim, o mesmo contém apenas uma função de custo de geração térmica para cada período e subsistema (caso o problema apresente mais de um), em vez de uma para cada unidade térmica e período. Portanto, a vantagem desta estratégia é reduzir o porte do problema, obtendo-se teoricamente o mesmo resultado que se obteria na abordagem tradicional, individualizada, em um tempo bem inferior (vide a seção 5.3.1).

A segunda, a utilização de uma modelagem LPPD, está associada ao fato de linearizar, dinamicamente, as funções de custo térmico equivalente, ou individualizada⁴ de forma a permitir a utilização de pacotes de programação linear para a resolução do problema, sem perda relevante de acurácia na solução obtida. Adicionam-se novos cortes em torno da última solução encontrada para um subproblema (que é uma

²O modelo equivalente não é uma aproximação, pois seu custo é exatamente igual à soma dos custos da operação ótima utilizando as funções de custo de geração térmica originais.

³Alternativa que também foi considerada na modelagem ECF.

⁴Pode-se combinar ou não os efeitos de ambas as estratégias de otimização: ECF, e LPPD.

aproximação do problema original) e o processo se repete⁵ até que a solução do problema e seu custo associado atinjam os limites de uma tolerância pré-determinada. Aplicou-se o modelo LPPD em duas formas distintas de resolução do problema: como um PL único ou por PDD.

Além das estratégias propostas acima tratadas, há outros desenvolvimentos apresentados neste trabalho, tais como: resolução do problema de otimização por programação dinâmica dual (PDD) com diferentes formas de decomposição da árvore de cenários e comparando as versões *single cut* e *multi-cut* do algoritmo, e a implementação também da modelagem linear por partes estática (LPPE) para fins de comparação com a abordagem proposta LPPD. Ressalta-se que a implementação dos aspectos relacionados à PDD propriamente dita não foram objeto exclusivo desta dissertação, mas um trabalho conjunto com os autores de [28].

1.3 Contribuições do trabalho

As contribuições desta dissertação podem ser resumidas em:

- uma extensão do trabalho [29], que havia proposto a construção de uma função de custo térmico equivalente considerando-se apenas o limite inferior de geração, e para um problema relativamente simples. O presente trabalho estende essa estratégia para considerar também o limite superior de geração das unidades térmicas e descreve a obtenção detalhada de uma função de custo térmico equivalente, não só para o caso quadrático, mas para os casos particulares linear e misto. Além disso, aplica-se essa estratégia para o problema de planejamento de médio prazo de sistemas hidrotérmicos de energia elétrica.
- uma extensão de dois trabalhos: [30], que propõe modelos lineares por partes dinâmicos (LPPD) para representar as perdas quadráticas DC na rede elétrica e [31], que descreve a obtenção de um modelo semelhante para a representação da função de produção hidroelétrica, ambos no contexto de problemas de programação diária da operação. Neste trabalho, estende-se essa técnica de LPPD, que havia sido aplicada nos trabalhos acima apenas para restrições, também para termos na função objetivo de um problema de otimização convexa. Em particular, foram considerados os custos quadráticos (e também lineares e mistos) de geração termoelétrica no modelo de planejamento hidrotérmico de médio prazo, utilizando-se uma modelagem de uma usina térmica equivalente para representar esse custo. Como consequência, a principal

⁵Na realidade, efetua-se um refinamento progressivo do modelo linear por partes, de modo que os novos cortes tendem a ser mais próximos entre si (vide a seção 4.3).

contribuição deste trabalho é que, em conjunto com os trabalhos acima citados, a metodologia proposta consiste em uma técnica para tratar problemas de programação não linear estocásticos, multi-estágio e/ou de grande porte, e convexos, cuja resolução, na literatura nacional e internacional, continua sendo um desafio.

Quanto aos resultados obtidos com essas estratégias, adianta-se que a utilização de ECFs apresenta, em relação ao modelo individualizado, uma significativa redução do tempo de resolução dos problemas tratados, mesmo no caso em que os custos das unidades térmicas são lineares (resultando em um modelo linear por partes para a ECF), como ocorre no despacho oficial do sistema brasileiro. A aplicação combinada proposta de ECFs e da modelagem LPPD também melhora a acurácia dos resultados em relação à abordagem tradicional LPPE, nos casos quadrático e misto, e reduz ainda mais o tempo computacional.

1.4 Organização do trabalho

O presente trabalho é organizado segundo a descrição a seguir.

No capítulo 2, descreve-se uma revisão bibliográfica que consiste em uma passagem pelos tópicos relevantes para a confecção deste trabalho. Na primeira parte, discute-se sobre o tema de planejamento hidrotérmico. Em seguida, aborda-se a obtenção de funções de custo térmico equivalente e, por último, discutem-se trabalhos que propuseram estratégias de resolução de problemas hidrotérmicos não lineares.

O capítulo 3 apresenta a formulação de um problema tradicional de planejamento hidrotérmico de médio prazo e explana detalhadamente como se obtém uma função de custo térmico equivalente (quadrática, linear por partes ou mista), a partir de um conjunto de unidades térmicas com limites operativos definidos.

Em seguida, o capítulo 4 apresenta o procedimento de linearização por partes tradicional (LPPE) e descreve o método proposto (LPPD) mostrando todos seus procedimentos.

No capítulo 5, são mostrados os resultados obtidos para uma série de estudos. Primeiramente, mostra-se uma comparação entre os modelos individualizado e equivalente considerando-se estratégias de resolução por PDD e PLU e curvas custo x geração quadráticas para todas as unidades térmicas presentes no estudo. Em seguida, ilustram-se casos que enfatizam uma comparação entre as metodologias LPPE e LPPD. Por último, são mostrados resultados adicionais enfatizando outros aspectos da metodologia tais como formas alternativas de definição dos estágios, variantes *single cut* e *multi-cut* da PDD, e ECFs estritamente linear e mista.

Por fim, o capítulo 6 aborda as conclusões obtidas com este trabalho e os desenvolvimentos futuros que podem ser realizados.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, será realizada uma revisão bibliográfica de temas relevantes presentes neste trabalho tais como o planejamento hidrotérmico, a obtenção de funções de custo térmico equivalente e a resolução de problemas de planejamento hidrotérmico não lineares.

2.1 O planejamento hidrotérmico

Um sistema de energia elétrica está associado a três elementos básicos: geração, transmissão e consumo.

A geração compreende os agentes que produzem energia elétrica. Dentre eles, pode-se destacar:

- usinas hidroelétricas;
- usinas térmicas com diversos tipos de combustíveis tais como carvão, gás natural, óleo diesel ou combustível nuclear;
- fontes alternativas [32] como unidades de geração eólicas, solares, biomassa etc.;
- geração distribuída dos microgeradores a gás em estabelecimentos comerciais e co-geração nas indústrias [33].

O consumo está atrelado a algum uso final da energia elétrica, seja residencial, comercial ou industrial. A transmissão compreende todos os componentes necessários para levar a energia elétrica desde os pontos de geração até os pontos de consumo.

Ressalta-se que, neste trabalho, o enfoque é justamente o planejamento da geração elétrica em sistemas hidrotérmicos, logo, os trechos referentes ao consumo e à transmissão não serão abordados com mais detalhes.

2.1.1 Geração de energia elétrica

As usinas de natureza hidráulica geram energia elétrica a partir da conversão da energia potencial gravitacional nas quedas d'água construídas ao longo dos leitos dos rios. As usinas de natureza térmica, por sua vez, geram energia a partir de algum tipo de combustível, e se dividem em convencionais¹ e nucleares².

Um sistema elétrico pode ser chamado de: hidroelétrico, quando o parque gerador apresenta somente usinas hidráulicas; térmico, quando o parque gerador é formado por usinas térmicas somente; ou hidrotérmico, quando há, no parque gerador, as duas naturezas de usinas. Na maioria dos países, os sistemas são hidrotérmicos com a porcentagem de cada tipo de fonte dependendo da política energética adotada e da disponibilidade dos recursos naturais da região que ocupam.

O Brasil é um país predominantemente hidroelétrico: cerca de 82% de sua matriz elétrica provém de usinas hidroelétricas [34], distribuídas em diversas bacias hidrográficas.

Em se tratando das características do planejamento da geração, o mesmo pode ser subdividido em 2 etapas: planejamento da expansão e planejamento da operação. A primeira etapa está associada a novas construções de usinas hidroelétricas, usinas térmicas e/ou troncos de interligação e é de longuíssimo prazo (de 10 a 30 anos, ou mais). Na segunda etapa, planeja-se como operar de forma ótima o sistema segundo um cronograma de expansão pré-determinado, em um horizonte em geral de até 10 anos.

2.1.2 Planejamento da operação

Cabe ao planejamento da operação, a partir de dados conhecidos de expansão de geração e de crescimento da demanda, a determinação da quantidade de geração térmica e hidráulica necessárias ao longo do tempo.

Em se tratando de sistemas hidrotérmicos, o planejamento da operação é uma tarefa difícil de ser realizada, uma vez que há uma série de fatores que devem ser considerados: a questão dos acoplamentos no tempo e no espaço; a natureza estocástica; a complexa formulação matemática do problema; a questão do problema ser de grande porte ([1] e [35]).

Dentre os critérios para o planejamento da operação, o de minimização do custo operativo é o mais utilizado, porém critérios alternativos podem ser adotados, isoladamente ou de forma combinada, como a garantia de segurança e confiabilidade do sistema, e a redução dos impactos ambientais [36], ou, como tem sido estudado recentemente no Brasil, a minimização do risco de se incorrer em elevados custos de

¹Usinas térmicas que utilizam materiais fósseis como carvão, óleo combustível e gás natural

²Usinas térmicas que utilizam urânio para obter energia através de processos de fissão nuclear

corte de carga no sistema ([18], [19] e [37]).

Em geral, mais de um critério destes estão presentes na definição do problema de planejamento da operação. Nesses casos, é recomendado optar por um critério principal que estará presente na função objetivo e incluir restrições ao problema de modo que os outros critérios sejam atendidos satisfatoriamente. Outra opção seria a adoção de uma abordagem multi-critério [38] e [39].

2.1.3 Planejamento hidrotérmico com critério de custo mínimo

O planejamento da operação com critério de custo mínimo é realizado a partir de dois dados básicos de custos: os custos fixos, que não dependem do valor de geração e os custos variáveis, que são dependentes deste mesmo parâmetro. Em usinas térmicas, os custos variáveis dependem das características operativas e da oscilação dos derivados do petróleo, que impactam nos custos dos combustíveis (vide o termo independente da expressão (3.1) na seção 3.1). Os custos incrementais de déficit representam uma estimativa para as perdas econômicas causadas por eventuais decréscimos no suprimento de energia, e podem ser diferenciados de acordo com a profundidade do corte de carga realizado. Portanto, os custos de déficit em cada patamar podem ser representados como usinas térmicas com custo de geração linear.

A água utilizada pelos reservatórios de uma usina hidráulica possui, em princípio, custo zero, uma vez que a mesma é provida naturalmente com as afluições pluviais. No entanto, é impossível atender continuamente os sistemas hidrotérmicos só com geração hidráulica, pela sua forte dependência das condições hidrológicas (e suas incertezas intrínsecas), e pela capacidade limitada de armazenamento dos reservatórios. Assim, as estratégias usualmente adotadas para realizar o planejamento levam ao estabelecimento do chamado valor da água, que quantifica o benefício incremental da água no sistema ou individualmente nos reservatórios, ao longo do tempo [40], [41], a fim de evitar déficits de energia futuros. O despacho de energia do sistema como um todo é determinado comparando-se os custos incrementais de geração nas usinas térmicas com os custos de deplecionamento dos reservatórios das usinas hidráulicas.

2.1.4 Fases do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos

Como já visto, o problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é estocástico, não linear, multi-estágio e de grande porte [1]. Devido à im-

possibilidade de se tratar um problema com todas essas características, é comum subdividi-lo em problemas de planejamento de longo, médio e curto prazos [2], [3], [4], [5] e [6].

Em problemas de planejamento de curto prazo (vide a revisão bibliográfica de [42]), em geral, os horizontes de estudo são em geral de até 1 semana e as discretizações temporais são feitas de uma em uma hora ou de meia em meia hora. Nesse tipo de problema, procura-se detalhar as usinas e a rede de transmissão elétrica. Se o percentual de penetração de fontes eólicas (ou outros elementos cuja geração/consumo é bastante incerto) for pequeno e se os modelos de previsão de aflúências associadas às usinas hidráulicas forem razoavelmente acurados no horizonte de estudo considerado, pode-se considerar o problema como determinístico.

Em problemas de planejamento médio prazo ([43], [44], [45]), os horizontes de estudo são, em geral, de até 1 ano e as discretizações temporais são realizadas semanal ou mensalmente. O detalhamento já não é tão refinado quanto à classe abordada no parágrafo anterior e, neste caso, são adotados modelos estocásticos para representar as aflúências às usinas hidráulicas e/ou a demanda do sistema. Em geral, são adotados modelos individualizados de usinas hidráulicas e térmicas.

Em se tratando de problemas de longo prazo, o horizonte de estudo em geral é de 5 a 10 anos, as discretizações temporais são quase sempre mensais. Geralmente, são adotados modelos equivalentes para reservatórios [3], [18] e [20], [46], [47] e [48] podendo-se também adotar um modelo agregado para a geração térmica ([29], [49], [43],[50], [51] e [52]), que é o tema central deste trabalho.

2.1.5 Aspectos importantes para o planejamento hidrotérmico de médio e longo prazos

Diversas estratégias e metodologias de otimização têm sido propostas no contexto de planejamento de médio e longo prazo. Dentre elas, pode-se destacar:

- quanto à modelagem das usinas hidroelétricas, pode ser de forma agregada [47], [48], individualizada [53], ou híbrida [54];
- em se tratando da modelagem das usinas térmicas, há o formato agregado [49] (sendo este um dos itens propostos neste trabalho) e o formato padrão individualizado, que é adotado na grande maioria dos trabalhos;
- quanto à consideração das incertezas nas aflúências às usinas hidroelétricas, pode ser feita considerando a árvore de cenários de forma explícita [8] e [55] ou de forma implícita, sendo que, na segunda situação, embute-se um modelo de geração de cenários durante o processo de resolução do problema [56] e [57];

- a representação das não linearidades é realizada, em geral, através da adoção de modelos lineares por partes para tornar o problema como um todo linear (ex: [22], [23], [28], [30]). Pode-se utilizar a abordagem tradicional estática (LPPE), como nos dois primeiros trabalhos, ou uma abordagem dinâmica (LPPD), como nos dois últimos trabalhos;
- algumas das técnicas de otimização que podem ser utilizadas para resolução do problema são: algoritmos de fluxo em redes [58], [59] e [60], método de pontos interiores [50], combinação de programação linear com programação dinâmica [61], ou decomposição de Benders multi-estágio [12] que, no caso em que a amostragem de cenários é feita de forma implícita, tem sido chamada de programação dinâmica dual estocástica (PDDE).

2.1.6 O planejamento da operação no Sistema Interligado Nacional (SIN) brasileiro

No Brasil, o planejamento hidrotermico é realizado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) com o auxílio de uma cadeia de modelos computacionais (figura 2.1 - fonte: [42]) desenvolvida pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (Cepel) [2]. Nesta cadeia se incluem os modelos Newave [7] e Decomp [8], para o planejamento a médio e curto prazos³, e o modelo Dessem-pat [9] e [10], que está em fase de validação pelo ONS para ser utilizado como ferramenta de apoio para a programação diária da operação.

2.2 Modelos de custo térmico equivalente

A grande vantagem da modelagem de uma função de custo de geração térmica equivalente (ECF) está no fato de esta técnica poder sintetizar uma única função para o custo total de geração térmica do sistema a partir das diversas funções de custo das unidades térmicas. Além disso, algumas vezes essa representação é possível sem que haja qualquer tipo de aproximação, como é o caso do presente trabalho.

Esta subseção trata especificamente alguns dos diversos modelos de custo térmico equivalente utilizados na literatura. Entre eles, podem-se enumerar modelos lineares por partes, que são os mais tradicionais; modelos quadráticos; quadráticos por partes; polinomiais em geral, etc.

Em [49], cada unidade térmica possui custo marginal constante, logo, as funções custo x geração individuais tem formato linear. Sugere-se a construção de um modelo de sistema térmico equivalente polinomial de segunda ordem usando técnicas de

³Formas como se convencionou chamar as etapas com horizonte de estudo de até 10 anos e 2 meses, respectivamente

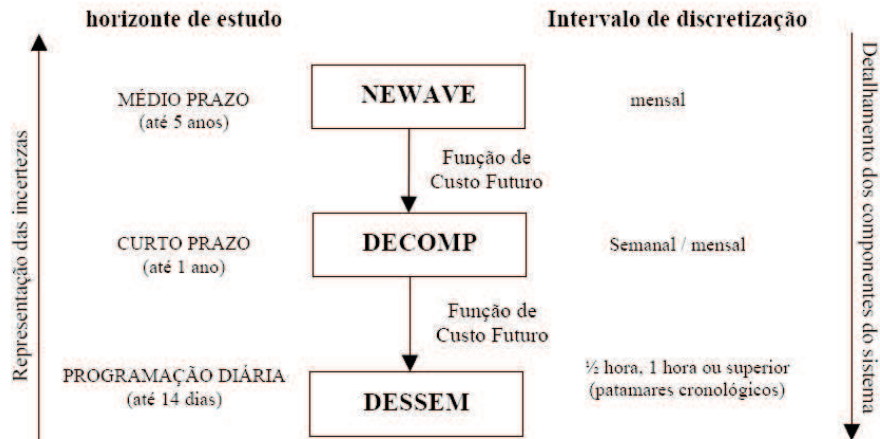


Figura 2.1: Cadeia de modelos desenvolvidos pelo CEPEL para o planejamento e programação da operação do SIN.

mínimos quadrados aplicadas à curva linear por partes representada pela figura 2.2 à esquerda. Considera-se um problema de planejamento hidrotérmico ótimo de longo prazo, com aflúências hidrológicas estocásticas, resolvido através de uma estratégia de programação dinâmica estocástica de 2 estágios.

No trabalho [46], propõe-se uma estratégia de agregação na qual se compõem, em um único conjunto, as usinas de natureza hidráulica e agregam-se as usinas térmicas de modo a formar outro conjunto equivalente. Inicialmente, foi adotado um problema de planejamento hidrotérmico de curto prazo para verificar como as usinas hidráulicas podem maximizar sua função de produção enquanto ocorre a minimização do custo térmico. Posteriormente, estenderam-se os resultados obtidos para problemas de longo prazo.

Particularizando a discussão da estratégia proposta para a construção do modelo equivalente dos custos de geração térmica, o trabalho [46] considerou o efeito de *unit commitment* pela primeira vez. A idéia principal da referida estratégia foi relacionar o nível de geração térmica com o custo marginal de operação do sistema, através de uma função polinomial⁴ baseando-se nos custos marginais passados, como uma espécie de predição. Se a combinação de geração térmica do sistema não sofre mudanças em relação ao último ano de simulação, os últimos custos marginais podem ser usados para ajustar essa função de custo agregada. Para um sistema de grande porte, este ajuste converge rapidamente para um polinômio. Em outras palavras, quando o conjunto de dados atinge um determinado número (menor que centenas de

⁴Esse ajuste já considera o efeito de *unit commitment* e pode ser feito através de simulação da produção, algoritmos de *unit commitment*, dados disponíveis das unidades e dados de manutenção.

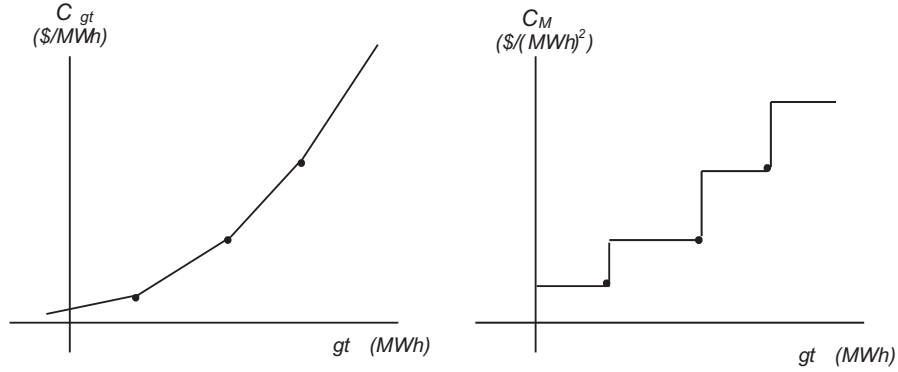


Figura 2.2: Custo térmico equivalente e custo marginal equivalente segundo a referência.

pontos de custos marginais), o polinômio ajustado não sofre mudanças significativas. Isso reduz o tempo de simulação e tem uma considerável precisão de ajuste. Ademais, foi utilizado um ajuste polinomial de 3º grau para representar os custos marginais, o que leva a um polinômio de 4º grau com coeficientes variantes no tempo, pois considera-se a possibilidade de existir mais de um modelo equivalente, sendo um para cada período de tempo considerado em um determinado problema.

Como conclusão, o trabalho [46] informa que a função de custo térmico equivalente é capaz de captar com precisão o custo marginal do sistema, inclusive para o efeito de *unit commitment*, sem adicionar um grande número de variáveis de decisão inteiras, uma vez que é necessária apenas uma variável inteira por modelo equivalente, em vez de uma para cada unidade térmica.

O trabalho [29] descreve a obtenção de uma função de custo de geração térmica equivalente a partir de funções de 2º grau que representam os custos de geração térmica (C_i) de cada unidade termoelétrica i em função da geração p contida em um problema de planejamento hidrotérmico cada qual com sua função específica:

$$C_i(p) = c_{2i}p^2 + c_{1i}p + c_{0i}. \quad (2.1)$$

Prova-se que, neste caso, se obtém uma curva equivalente quadrática por partes. Nesta modelagem, leva-se em consideração a ordenação crescente dos custos incrementais de todas as unidades térmicas. Sendo os custos de geração das unidades térmicas quadráticos, então a variação no custo incremental de todas as unidades por geração é linear e crescente com o valor de geração. Com isso, qualquer contribuição infinitesimal de geração a ser despachada em um problema de despacho

térmico ótimo será aquela que tiver o menor custo correspondente e estará associada a um conjunto de unidades térmicas específicas. Ressalta-se que, neste trabalho, não se observou a questão do limite superior de geração. Logo, todas as unidades térmicas participantes da modelagem equivalente possuem limite superior infinito.

Em [51], estende-se, a partir de [29], essa metodologia de obtenção de uma função de custo equivalente para o caso geral não linear. Prova-se que essa curva pertence à classe $(C^1)^5$, e demonstra-se a existência e singularidade da função de custo equivalente sob alguns pressupostos: as funções de custo das respectivas unidades térmicas individualizadas devem ser contínuas; e estritamente crescentes. Além desses resultados teóricos obtidos, ilustra-se também um algoritmo para o cálculo aproximado de um modelo equivalente geral não linear.

O trabalho [50] também considera, na formulação do problema, um custo de operação equivalente não linear que representa os custos de natureza não hidráulica tais como os associados à geração térmica, importações de outros sistemas e cortes de carga.

Por fim, lembra-se que a contribuição deste trabalho é a generalização de [29], ao considerar também os limites superiores de geração. Adianta-se que esta simples incorporação à modelagem implicou em mudanças significativas e complexas no algoritmo de construção do modelo de custo equivalente. Além disso, aplicou-se esta metodologia no problema de planejamento de médio prazo estocástico, enquanto que o trabalho [29] aplicou a metodologia em um problema relativamente simples. Todos os pormenores desta modelagem estão disponíveis no capítulo 3.2, inclusive exemplos didáticos de obtenção de ECFs e resultados consistentes obtidos.

2.3 Resolução de problemas hidrotérmicos não lineares estocásticos

Diversos trabalhos estão relacionados a problemas de planejamento hidrotérmicos não lineares estocásticos. As não linearidades estão presentes no custo de geração térmica (função objetivo) e/ou na função de produção hidráulica (restrições), a estocasticidade está associada, em geral, às afluências das usinas de natureza hidráulica. Algumas das estratégias de resolução adotadas nesses trabalhos são a programação dinâmica dual estocástica, a programação dinâmica estocástica e o *Progressive Hedging*.

Em geral, para resolver problemas de programação linear estocástico de médio ou longo prazo (com muitos cenários e/ou multi-período), utilizam-se técnicas de

⁵Uma função é dita de classe C^1 em um determinado conjunto quando existem as derivadas parciais em cada ponto desse conjunto e estas são contínuas. Logo, se uma função f for de classe C^1 , então a mesma é diferenciável.

decomposição que visam particionar o problema original em subproblemas menores, a fim de resolvê-lo em um tempo computacional menor. Uma das estratégias mais tradicionais que contempla esse tipo de particionamento é a decomposição de *Benders* [62] aplicada em um contexto multi-estágio, representando-se a árvore completa de cenários de forma explícita [12] ou por meio de amostragem [11]. A primeira extensão da decomposição de *Benders* para problemas de programação não linear estocástica foi feita por [63], para um problema estocástico não linear convexo, de dois estágios.

No trabalho [27], propõe-se a utilização de um método de decomposição baseado em programação quadrática sequencial (SQP) para resolver problemas de programação não linear estocástica de médio prazo, através de uma abordagem de dualidade e considerando-se uma árvore de cenários completa. Essa decomposição gera a busca direcional para resolver, com uma determinada estratégia de paralelização, um conjunto de subproblemas de programação quadrática que podem ser muito menores que o problema original em cada iteração. Além disso, propõe-se a utilização do método de gradientes conjugados [64] para obter uma estimativa dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de não antecipatividade presentes no problema resultante após a aplicação do método de decomposição proposto. Por fim, através de um passo adequado o suficiente para a função de penalidade obtida no processo de decomposição SQP, o algoritmo proposto é encerrado e produz uma solução ótima aproximada para o problema com acurácia considerável.

O trabalho [26] introduz uma técnica denominada *Progressive Hedging* (PH), onde as restrições de não antecipatividade são relaxadas por meio de Lagrangeano aumentado. Entre as observações feitas, a partir do trabalho [26], destacam-se:

- a decomposição do problema original permite que cada subproblema seja relacionado a um cenário específico;
- essa relaxação resulta na adição de dois termos na função objetivo do problema original: o primeiro acompanhado dos multiplicadores de Lagrange, e o segundo (não linear) é uma norma euclideana associada a uma penalidade;
- devido ao termo quadrático, o problema relaxado, a princípio, não pode ser decomposto em problemas menores. Assim o PH faz uma decomposição iterativa baseada na atualização de dois parâmetros: um relacionado às penalidades para as restrições de não antecipatividade de todos os cenários de todos os períodos, e os multiplicadores de Lagrange;
- o método de convergência empregado é o *Proximal Point Algorithm*, que gera, para qualquer solução inicial x^0 , uma sequência de soluções x^k , de forma que x^{k+1} seja estimado a partir de um problema de minimização convexo composto

da função original ($f(x)$) e uma função penalidade baseada na distância euclidiana entre x e x^k [65]. O processo é interrompido quando a diferença entre x^{k+1} e x^k torna-se suficientemente pequena;

- a estratégia PH converge mais rapidamente, quando se escolhe parâmetros mais próximos da solução.

O trabalho [55], por sua vez, utiliza essa metodologia para resolver o problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de médio prazo, onde a função de produção não linear é representada por um modelo linear por partes estático. Em suas conclusões, esse referido trabalho informa que o PH é muito sensível à inicialização dos parâmetros acima citados e que uma boa opção seria a escolha dos valores esperados, pois apresentaram melhores resultados. Além disso, explana-se que valores altos de penalidade resultam em uma melhor viabilidade primal, porém isso pode produzir soluções mais distantes do valor ótimo. Com isso, foi realizada uma análise de sensibilidade e conseguiu-se obter um intervalo de valores robustos para a penalidade. Por fim, foi mostrado que a metodologia PH é competitiva em comparação com às estratégias de decomposição de *Benders* e de equivalente determinístico.

Em [50], propõe-se um método de pontos interiores para a resolução de problemas de planejamento hidrotérmico não lineares de longo prazo. Foram desenvolvidos um procedimento heurístico para calcular as buscas direcionais do método de pontos interiores e técnicas de exploração de esparsidade de matrizes por questões de desempenho. Foram realizados alguns testes em casos de estudo com sistemas de diferentes dimensões e cenários de afluência, sendo o maior deles um caso do sistema hidroelétrico brasileiro com 74 usinas hidroelétricas distribuídas em diversas cascatas. Como conclusão, os autores informam que os resultados são consistentes e afirmam que o método é uma ferramenta robusta para resolver a classe de sistemas abordada.

O trabalho [66] aplica a estratégia de PDDE em modelos hidrotérmicos estocásticos multi-estágios não convexos em um estudo de caso de grande porte, onde as não linearidades associadas à função de produção e à dependência entre a cota e o volume são devidamente modelados. As restrições não convexas que representam as funções de produção de usinas hidráulicas são aproximadas por envoltórias de McCormick. Além disso, são usadas variáveis binárias em uma abordagem de programação com restrições disjuntivas e utiliza-se uma variante do método de decomposição L-shaped para resolver o problema, o que implica na resolução de diversos subproblemas de programação inteira-mista. Como conclusão, este último trabalho sugere:

- a necessidade de explorar a sensibilidade da estrutura de ramificação da árvore binária, dessa forma, uma estrutura de ramificação mais adequada pode ser

decidida;

- o fato de a convergência do algoritmo proposto poder ser acelerada através de um método de amostragem sendo aplicado na metodologia de decomposição, e/ou por uma estratégia de agregação dos nós da árvore de cenários.

Em [67], é proposto um algoritmo de programação dinâmica em dois estágios em um contexto de problemas de planejamento hidrotérmico não lineares, estocásticos e de longo prazo. A operação de um exemplo de sistema multi-reservatório foi executada indicando que esse método leva a menores custos de operação em relação ao método de programação dinâmica por aproximações sucessivas.

Já o trabalho [68], por sua vez, sugere a aplicação de algumas estratégias em um problema de otimização com 30 reservatórios equivalentes interligados. Esse trabalho emprega: aproximadores neurais a fim de mitigar questões da dimensionalidade, dado que o número de bacias considerado é elevado e a modelagem das aflúências é de natureza estocástica e a mais realista possível; e discretizações eficientes do espaço de estados, tais como vetores ortogonais, hipercubo latino e sequências de baixa discrepância.

A contribuição desta dissertação no âmbito desta seção é o fato de o mesmo ser uma extensão dos trabalhos [30] que adota modelos LPPD para representar as perdas quadráticas DC na rede elétrica e [31] que descreve a obtenção de um modelo LPPD para a representação da função de produção hidroelétrica. Neste trabalho, estende-se essa técnica para representar custos não lineares quadráticos (e também lineares e mistos) de geração termoelétrica no modelo estocástico de médio prazo, utilizando-se uma modelagem de uma usina térmica equivalente para representar esse custo.

Capítulo 3

Obtenção de uma Função de Custo Térmico Equivalente (ECF)

Este capítulo aborda a obtenção de uma função de custo térmico equivalente (ECF) a partir de uma série de funções de custo de geração de unidades térmicas, uma para cada unidade específica. O contexto de sua aplicação é o problema de planejamento hidrotérmico de médio / longo prazo, com função objetivo de minimização de custo, referenciado neste trabalho pela sua definição em inglês: *Medium-Term Hydrothermal Scheduling* (MTHTS).

3.1 Formulação do Problema MTHTS

Nesta seção, apresenta-se o problema geral a ser tratado. A fim de facilitar o entendimento de sua formulação, ilustra-se um exemplo de árvore de cenários (figura 3.1) relacionada às afluições aos reservatórios equivalentes que poderiam ser considerados neste problema.

A função objetivo 3.1 consiste em um conjunto de custos presentes quadráticos de natureza térmica somada ao custo futuro, que reflete o valor esperado do custo de geração térmica e déficit de energia no futuro¹. Além disso, há uma série de restrições consideradas, tais como: a primeira, representada pela equação 3.2, que indica a restrição de atendimento à demanda; a expressão 3.3, que mostra a restrição de balanço hídrico; e as demais, que são restrições de limites operativos.

¹Ressalta-se que o custo futuro, apesar de sua natureza também ser térmica, está relacionado à quantidade de água no sistema no instante para o qual o mesmo é avaliado.

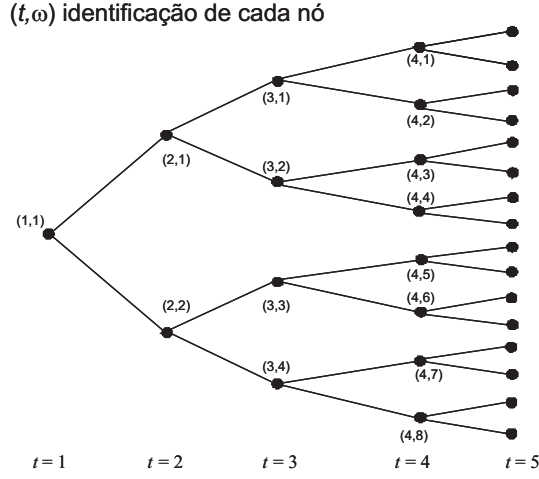


Figura 3.1: Exemplo de árvore de cenários que poderia ser tratado no problema MTHTS.

$$\min \sum_{t=1}^T \left[\sum_{\omega=1}^{\Omega(t)} P^{t,\omega} \sum_{j=1}^{NT} (c_{2j} (p_j^{t,\omega})^2 + c_{1j} p_j^{t,\omega} + c_{0j}) \right] + \sum_{\omega=1}^{\Omega(T)} P^{T,\omega} \alpha (E^{T,\omega}) \quad (3.1)$$

s.a.

$$\sum_{j \in \Pi_s} p_j^{t,\omega} + \sum_{h \in \Phi_s} GH_{EQV_h}^{t,\omega} + \sum_{l \in \Gamma_s} Int_{l,s}^{t,\omega} = D_s^t \quad \forall t, \omega, s \quad (3.2)$$

$$E_i^{t,\omega} + GH_{EQV_i}^{t,\omega} = E_i^{t-1,\omega} + I_i^{t,\omega} \quad \forall i, t, \omega \quad (3.3)$$

$$\underline{GH}_{EQV_i}^t \leq GH_{EQV_i}^{t,\omega} \leq \overline{GH}_{EQV_i}^t \quad \forall i, t, \omega \quad (3.4)$$

$$\underline{p}_j^t \leq p_j^{t,\omega} \leq \overline{p}_j^t \quad \forall j, t, \omega \quad (3.5)$$

$$\underline{E}_i^t \leq E_i^{t,\omega} \leq \overline{E}_i^t \quad \forall i, t, \omega \quad (3.6)$$

$$\underline{Int}_{l,s}^t \leq Int_{l,s}^{t,\omega} \leq \overline{Int}_{l,s}^t \quad \forall s, t, \omega \quad (3.7)$$

$$\underline{I}_i^t \leq I_i^{t,\omega} \leq \overline{I}_i^t \quad \forall s, t, \omega \quad (3.8)$$

onde, i, j, s, t, ω : índices de reservatório equivalente, unidade térmica, subsistema, período e cenário, respectivamente;

$P^{t,\omega}$: probabilidade acumulada no cenário ω e período t ;
 $\alpha(E^{T,\omega})$: função de custo futuro ao final do período T , que deve ser avaliada em cada nó. Esta função, fornecida pelo modelo de longo prazo, é linear por partes do vetor de armazenamentos E_i^T ao final do horizonte;
 $GH_{EQV_i}^{t,\omega}$: geração relacionada ao reservatório equivalente i no cenário ω e período t ;
 $Int_{l,s}^{t,\omega}$: intercâmbio entre os subsistemas l e s (positivo de l para s) no cenário ω e período t ;
 D_s^t : demanda do subsistema s no período t já descontando gerações referentes às afluições para usinas a fio d'água;
 $E_i^{t,\omega}$: armazenamento de energia no reservatório equivalente i no cenário ω e no final do período t ;
 $I_i^{t,\omega}$: Energia natural afluyente (ENA) para o reservatório equivalente i no cenário ω e período t ;
 $p_j^{t,\omega}$: geração da unidade térmica i do cenário ω e período t ;
 c_{0j}, c_{1j}, c_{2j} : coeficientes da função de custo de geração térmica da unidade j ;
 $\Omega(t)$: conjunto de cenários contidos no período t ;
 Π_s : conjunto de usinas térmicas do subsistema s ;
 Γ_s : conjunto de subsistemas com intercâmbio para o subsistema s ;
 Φ_s : conjunto de reservatórios equivalentes do subsistema s ;
 $\underline{GH}_{EQV_i}^t, \underline{E}_i^t, \underline{I}_i^t, \underline{p}_j^t, \underline{Int}_{l,s}^t$: limites inferiores (no período t) de geração, armazenamento de energia e ENA do reservatório equivalente i , geração da unidade térmica j e intercâmbio entre l e s , respectivamente;
 $\overline{GH}_{EQV_i}^t, \overline{E}_i^t, \overline{I}_i^t, \overline{p}_j^t, \overline{Int}_{l,s}^t$: limites superiores (no período t) de geração, armazenamento de energia e ENA do reservatório equivalente i , geração da unidade térmica j e intercâmbio entre l e s , respectivamente;

Ressalta-se que este trabalho propõe uma formulação na qual as usinas hidráulicas são representadas por reservatórios equivalentes (GH_{EQV}), com produtividade constante, uma vez que seu foco é modelar os custos de geração térmica, que inicialmente são tratados de modo individualizado. Além disso, os resultados obtidos nesta dissertação podem ser estendidos para o caso com usinas hidráulicas individualizadas e com produtividade variável [23].

Finalmente, por simplicidade de exposição e para focar nas contribuições deste trabalho, uma série de aspectos considerados no modelo oficialmente utilizado pelo ONS [8] foram desprezados, como por exemplo, evaporação, déficit, retiradas de água e restrições de vazão mínima nos reservatórios. Além disso, adianta-se que esse problema é a base daqueles que serão utilizados no decorrer deste trabalho (vide a seção 3.2 e o capítulo 4).

3.2 Função de Custo Térmico Equivalente

Em problemas de despachos puramente térmicos, a condição de otimalidade está relacionada à propriedade de custos marginais iguais para as unidades térmicas que despacharam alguma quantia de geração entre seus limites operativos. Neste contexto, asseguradas algumas hipóteses básicas tais como funções de custo individuais convexas² e que todas as unidades sejam acionadas³, é possível construir uma ECF a partir das informações das derivadas das curvas (custo x geração) das unidades térmicas contidas em um problema pertencente à classe de problemas citada. Por conseguinte, é possível também identificar, para um dado valor de geração térmica total associada à ECF, os estados de todas as unidades que compõem o modelo equivalente, a saber:

- unidades no mínimo ou “não despachadas”, que correspondem àquelas unidades que despacharam apenas o mínimo possível;
- unidades no máximo ou “já despachadas”, que representam as unidades que contribuíram com a máxima geração possível;
- unidades “marginais”, que despacharam uma determinada quantidade de geração entre os limites mínimo e máximo.

Os conceitos acima podem ser estendidos para problemas de despachos hidrotérmicos, uma vez que, neste caso, tudo se passa como se houvesse um despacho térmico para a parcela de demanda não atendida pelas unidades hidráulicas.

Em virtude do exposto acima, em problemas hidrotérmicos de médio e longo prazo, onde não é relevante o ponto específico do sistema onde se localiza cada usina termoeletrica, pode-se considerar uma função para o custo total de geração térmica do sistema, por meio de uma usina equivalente [29]. Neste caso, é necessária entretanto uma função de custo térmico equivalente para cada subsistema, já que restrições de intercâmbio podem fazer com que uma unidade com custo incremental mais caro em um subsistema seja despachada antes de uma unidade mais barata, em outro subsistema.

Dado que o problema tratado neste trabalho é o MTHTS composto por NT unidades térmicas e que seus custos associados são supostos quadráticos⁴, então

²Em problemas de planejamento de médio/longo prazo, as funções de custo individuais podem ser supostas convexas, porque, em geral, o custo incremental aumenta com a geração. Na programação diária da operação, a operação de usinas a ciclo combinado e as chamadas operações de abertura de válvulas [69] pode fazer com que isso não seja observado na prática.

³Todas as unidades devem estar acionadas, porque, em casos onde se tenha usinas não acionadas, pode-se despachar unidades mais caras primeiro, uma vez que unidades mais baratas podem estar desligadas.

⁴Implementou-se também as variantes para os casos linear e misto.

uma função de custo de geração térmica equivalente (ECF) pode ser empregada a fim de reduzir seu tamanho e, com isso, reduzir também seu tempo de resolução.

Em resumo, busca-se ter uma curva equivalente que, dado o valor total de complementação térmica de cada subsistema, retorne o seu custo correspondente. Ademais, sua obtenção propriamente dita consite basicamente em alocar, segundo à propriedade de igualdade entre os custos incrementais das unidades que não se encontram nos limites operativos [51], todas as unidades térmicas de um sistema⁵ ou subsistema obedecendo àquela classificação em unidades no mínimo, unidades no máximo e unidades marginais.

A seguir, será abordada a construção de funções de custo térmico equivalente (ECF) em três situações:

- custos quadráticos, que estão de acordo com os utilizados na grande maioria dos modelos para programação diária da operação presentes na literatura (curvas convexas). Entretanto, em algumas situações onde há usinas térmicas a ciclo combinado, podem-se encontrar curvas côncavas [70] e [71], o que impediria a obtenção exata da função devido ao fato de os custos incrementais serem decrescentes com o valor de geração;
- custos lineares, como é utilizado no Brasil e também muito comum em ambientes voltados para mercado, onde os agentes oferecem energia a um determinado preço;
- caso misto que abrange o caso mais geral, onde algumas unidades possuem curva custo x geração linear e outras que apresentam curva quadrática.

3.2.1 Construção de ECF quadrática por partes

O trabalho [29] mostra que, quando os custos de geração das unidades são quadráticos, a função equivalente é quadrática por partes. Nesta seção, detalha-se o algoritmo proposto para a obtenção de uma ECF quadrática por partes (ECF-QPP), o qual foi apresentado anteriormente em [52], publicação que é fruto deste trabalho.

Quando um subsistema está em sua geração mínima, todas as unidades térmicas estão em sua geração mínima e, portanto, pertencem ao conjunto de unidades não despachadas. À medida que a geração térmica do subsistema aumenta, as unidades vão progressivamente saindo do estado não despachada e se agregam ao conjunto de unidades marginais⁶. À proporção que as unidades térmicas vão atingindo sua

⁵caso seja um sistema único.

⁶Neste caso, um aumento de geração em um subsistema ocasiona um aumento na geração térmica de algumas unidades obedecendo-se o princípio do custo marginal.

geração máxima, as mesmas vão deixando esse conjunto, e se tornando unidades já despachadas. Neste processo, é como se houvesse a construção de uma “pilha” de unidades térmicas com custo incremental crescente, com a diferença de que, como os custos são quadráticos, o custo incremental de cada unidade não é fixo e varia com o valor de geração, fazendo com que existam diversas unidades marginais despachadas simultaneamente. Como resultado, obtém-se um conjunto de unidades não despachadas, marginais e já despachadas para cada valor de geração da ECF. Como esse conjunto vai variando, é possível dividir o domínio de ECF em vários intervalos para o ponto de operação (cada um com um conjunto diferente de unidades em cada estado), já que cada um deles se refere a uma determinada configuração de unidades acionadas. Deste ponto em diante, esses intervalos para o ponto de operação serão referenciados apenas por "intervalos". Finalmente, um procedimento reverso deve “extrair” a geração de cada unidade térmica, a partir da geração total de ECF.

A construção efetiva de uma ECF-QPP leva em consideração alguns passos, que serão mostrados mais adiante, tais como a determinação do domínio da função, a partição do domínio da função, o cálculo dos coeficientes da função quadrática que representa cada intervalo, a obtenção da expressão da ECF, e a determinação da geração de cada unidade térmica.

A fim de facilitar o entendimento do leitor, a tabela 3.1 ilustra dados de 4 unidades térmicas para a construção de uma ECF-QPP exemplo, cujos dados foram adaptados de [72]. Os cálculos necessários para isso serão mostrados à medida que os passos (indicados por subseções) deste processo prossigam. Lembra-se que o custo C_i associado a cada unidade térmica i é obtido através da equação:

$$c_{2i}p_i^2 + c_{1i}p_i + c_{0i}. \quad (3.9)$$

| unidade i | $p_i(MW)$ | $\bar{p}_i(MW)$ | $a_{0i}(\$/h)$ | $a_{1i}(\$/MWh)$ | $a_{2i}(\$/MW^2h)$ |
|-------------|-----------|-----------------|----------------|------------------|--------------------|
| 1 | 0 | 500 | 1000 | 16,19 | 0,00048 |
| 2 | 10 | 400 | 680 | 16,50 | 0,00211 |
| 3 | 12 | 100 | 720 | 17,10 | 0,00350 |
| 4 | 20 | 120 | 650 | 18,50 | 0,00500 |

Tabela 3.1: Caso exemplo para construção de uma ECF-QPP.

Determinação do domínio da função

Nesta etapa, inicialmente, são computados os valores mínimo e máximo de geração e de custo da curva equivalente segundo o conjunto de Equações 3.10. Ressalta-se

que \underline{P}_{eqv} pode ser ignorado no problema de otimização, somando-se depois o custo “por fora” e utilizando os valores de p_i apenas para obter a geração final de cada unidade.

$$\begin{cases} \underline{p}_{eqv} = \sum_{i=1}^n \underline{p}_i \\ \overline{p}_{eqv} = \sum_{i=1}^n \overline{p}_i \\ \underline{C}_{eqv} = C(\underline{p}_{eqv}) = \sum_{i=1}^n C_i(\underline{p}_i) \\ \overline{C}_{eqv} = C(\overline{p}_{eqv}) = \sum_{i=1}^n C_i(\overline{p}_i) \end{cases} \quad (3.10)$$

Considerando-se os dados referenciados pela tabela 3.1, o domínio da ECF-QPP correspondente poderia ser calculado pelo conjunto de equações 3.11.

$$\underline{p}_{eqv} = \sum_{i=1}^4 \underline{p}_i = 42 \text{ e } \overline{p}_{eqv} = \sum_{i=1}^4 \overline{p}_i = 1120 \quad (3.11)$$

Partição do domínio da função

O domínio da função deve ser dividido em vários intervalos, cada qual tendo um mínimo e um máximo valor de geração (entre os limites \underline{p}_{eqv} e \overline{p}_{eqv} calculados) e os coeficientes da função agregada resultante.

Como o aspecto principal que determina o despacho das unidades térmicas é o valor do custo incremental de geração, o domínio da função agregada deve ser particionado com base nas informações de custo incremental das unidades que compõem essa função. O primeiro passo desta partição consiste em calcular as derivadas \underline{d}_i e \overline{d}_i das funções de custos de cada unidade térmica i nos pontos \underline{p}_i e \overline{p}_i , respectivamente. Em seguida, ordena-se de forma crescente, em um vetor \mathbf{v}_d , a lista obtida de valores de derivadas mínima e máxima para todas as unidades a serem inseridas no modelo equivalente. Ressalta-se que o tamanho máximo de \mathbf{v}_d é $2n$ ⁷.

No exemplo considerado, os valores de derivada \underline{d}_i e \overline{d}_i (que são obtidos através da expressão dC_i/dp_i aplicada nos pontos \underline{p}_i e \overline{p}_i , respectivamente) seriam tais como mostra a tabela 3.2 e o vetor \mathbf{v}_d seria representado pelos valores {16, 190; 16, 542; 16, 670; 17, 184; 17, 800; 18, 188; 18, 700; 19, 700}.

O fator fundamental que conduz à divisão da ECF é quando a derivada da função de custo agregado se iguala ao valor da derivada mínima ou máxima de uma determinada função de custo de uma unidade térmica, o que ocorre somente nos valores extremos de geração \underline{p}_i e \overline{p}_i , respectivamente. No primeiro caso, a unidade i

⁷Nota-se que unidades térmicas idênticas podem contribuir para uma redução significativa do número de componentes deste vetor.

| unidade i | $\underline{p}_i(MW)$ | $\overline{p}_i(MW)$ | $\underline{d}_i(\$/MWh)$ | $\overline{d}_i(\$/MWh)$ |
|-------------|-----------------------|----------------------|---------------------------|--------------------------|
| 1 | 0 | 500 | 16,190 | 16,670 |
| 2 | 10 | 400 | 16,542 | 18,188 |
| 3 | 12 | 100 | 17,184 | 17,800 |
| 4 | 20 | 120 | 18,700 | 19,700 |

Tabela 3.2: Derivadas dos custos das unidades térmicas aplicadas nos limites inferior e superior.

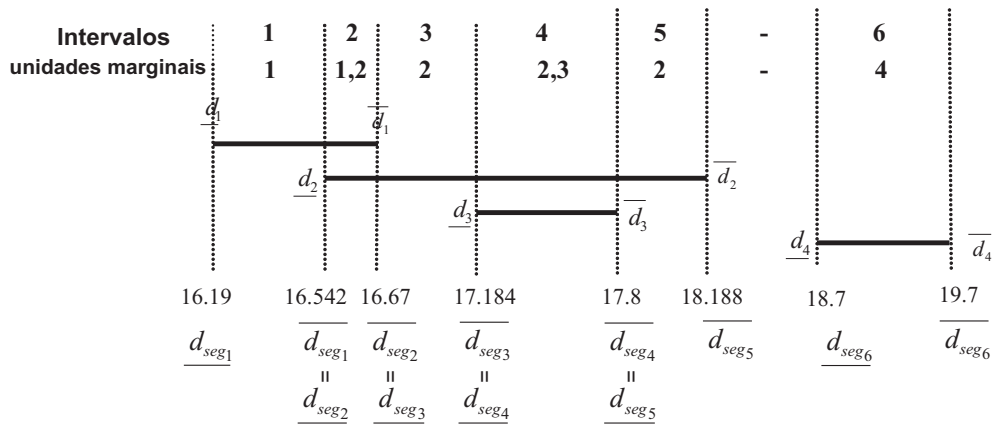


Figura 3.2: Partição do domínio de uma ECF.

deve ser adicionada ao conjunto de unidades marginais e sua geração será igual a \underline{p}_i , enquanto que no segundo caso, a mesma unidade deve ser retirada do conjunto de unidades marginais e sua contribuição de geração será equivalente a \overline{p}_i para todos os valores de geração térmica equivalente total superiores a este. A figura 3.2 ilustra o processo de partição para o exemplo considerado com 4 unidades térmicas, que leva à obtenção de 6 intervalos para a ECF. Indica-se também o conjunto de unidades marginais em cada intervalo e a derivada da ECF no início \underline{d}_{seg_i} e no fim \overline{d}_{seg_i} de cada intervalo [52].

Cálculo dos limites de geração e de custo dos intervalos

O próximo passo do processo de partição é calcular a geração térmica mínima \underline{p}_{seg_i} e máxima \overline{p}_{seg_i} para cada intervalo, a partir das derivadas de seus limites, que são conhecidas. O limite inferior do primeiro intervalo é igual a \underline{p}_{eqv} e os limites superiores para cada intervalo são obtidos pela equação 3.12:

$$\overline{p_{seg_i}} = \sum_{j \in \underline{\Lambda}_i} \underline{p}_j + \sum_{j \in \overline{\Lambda}_i} \overline{p}_j + \sum_{j \in \Lambda_i} \tilde{p}_j, \quad (3.12)$$

onde $\underline{\Lambda}_i$ é o conjunto de unidades térmicas que não foram adicionadas⁸ a ECF, $\overline{\Lambda}_i$ é o conjunto das unidades que já foram retiradas⁹ da função, e Λ_i corresponde às unidades marginais (marginais) presentes no intervalo i , cujos valores de geração \tilde{p}_j são calculados no fim do intervalo pela expressão 3.13

$$\tilde{p}_j = \frac{\overline{d}_i - c_{1_j}}{2c_{2_j}}, \quad (3.13)$$

que foi obtida através de uma simples manipulação da expressão 3.14

$$\overline{d}_i = dC_i/dp_i = 2c_{2_j} \cdot \tilde{p}_j + c_{1_j}. \quad (3.14)$$

Finalmente, obtém-se

$$\underline{p_{seg_i}} = \overline{p_{seg_{i-1}}}, \quad i = 2, \dots, nseg. \quad (3.15)$$

onde, $nseg$ corresponde ao número de intervalos obtidos no modelo equivalente.

É importante ressaltar que, embora a ECF seja contínua, sua derivada pode não ser. Isso ocorre quando existe um *gap* entre a derivada máxima de um intervalo i e a derivada mínima de um intervalo $i + 1$. No exemplo ilustrado, isso ocorre entre os intervalos 5 e 6 quando a unidade 2 é retirada da função equivalente e a unidade 4 é adicionada a mesma.

Em termos de custo de geração térmica, seu valor no início do primeiro intervalo $\underline{C_{seg_1}}$ é igual a $\underline{C_{equ}}$. Os custos associados aos limites superiores de cada intervalo são dados pela equação 3.16

$$\overline{C_{seg_i}} = \sum_{j \in \underline{\Lambda}_i} C_j(\underline{p}_j) + \sum_{j \in \overline{\Lambda}_i} C_j(\overline{p}_j) + \sum_{j \in \Lambda_i} C_j(\tilde{p}_j), \quad (3.16)$$

que na realidade, representa os valores de ordenada em relação aos valores de abscissa obtidos através da equação 3.16. Os demais limites inferiores são calculados através da expressão 3.17.

$$\underline{C_{seg_i}} = \overline{C_{seg_{i-1}}}, \quad i = 2, \dots, nseg. \quad (3.17)$$

⁸Unidades que apenas contribuíram com o mínimo, até então, para a construção da ECF.

⁹Unidades que já atingiram o limite máximo de geração no processo de construção da ECF.

Cálculo dos coeficientes da função quadrática que representa cada intervalo

A função de custo equivalente em cada intervalo, de certa forma, é uma agregação das funções de custo quadrático individuais para todas as unidades marginais presentes no mesmo intervalo, que também resulta em um modelo quadrático. A expressão para os coeficientes $c_0^{seg_i}$, $c_1^{seg_i}$ e $c_2^{seg_i}$ de um intervalo da função equivalente são dados pela equação 3.18 cujo desenvolvimento pode ser visto no apêndice A.

$$\begin{cases} c_2^{seg_i} = \frac{\overline{d_{seg_i}} - d_{seg_i}}{2(\overline{p_{seg_i}} - p_{seg_i})} \\ c_1^{seg_i} = \overline{d_{seg_i}} - 2c_2^{seg_i} \overline{p_{seg_i}} \\ c_0^{seg_i} = \overline{C_{seg_i}} - c_1^{seg_i} \overline{p_{seg_i}} - c_2^{seg_i} (\overline{p_{seg_i}})^2. \end{cases} \quad (3.18)$$

Os coeficientes de todos os 6 intervalos resultantes do exemplo adotado foram calculados segundo essas expressões e as informações contidas na tabela 3.2, e podem ser vistos na tabela 3.3.

| intervalo i | $c_0^{seg_i}$ (\$/h) | $c_1^{seg_i}$ (\$/MWh) | $c_2^{seg_i}$ (\$/MW ² h) |
|---------------|----------------------|------------------------|--------------------------------------|
| 1 | 3042,186 | 16,1709 | 0,000453959 |
| 2 | 2901,880 | 16,4709 | 0,000173944 |
| 3 | 2770,747 | 16,3095 | 0,000629990 |
| 4 | 2245,100 | 16,8161 | 0,000530105 |
| 5 | 1636,277 | 17,47616 | 0,000348940 |
| 6 | 639,207 | 17,86393 | 0,000819672 |

Tabela 3.3: Coeficientes obtidos nos intervalos da ECF do exemplo considerado.

A seguir, na figura 3.3, estão dispostos os gráficos dos custos de geração das unidades térmicas participantes do exemplo e a ECF obtida.

Obtendo-se a expressão final da ECF

Uma vez calculados os coeficientes de um intervalo i da ECF, obtém-se a expressão deste intervalo, através de:

$$C_{seg_i}(p_{seg_i}) = c_2^{seg_i} p_{seg_i}^2 + c_1^{seg_i} p_{seg_i} + c_0^{seg_i}. \quad (3.19)$$

Generalizando-se essa equação para todos os intervalos da ECF, conclui-se que:

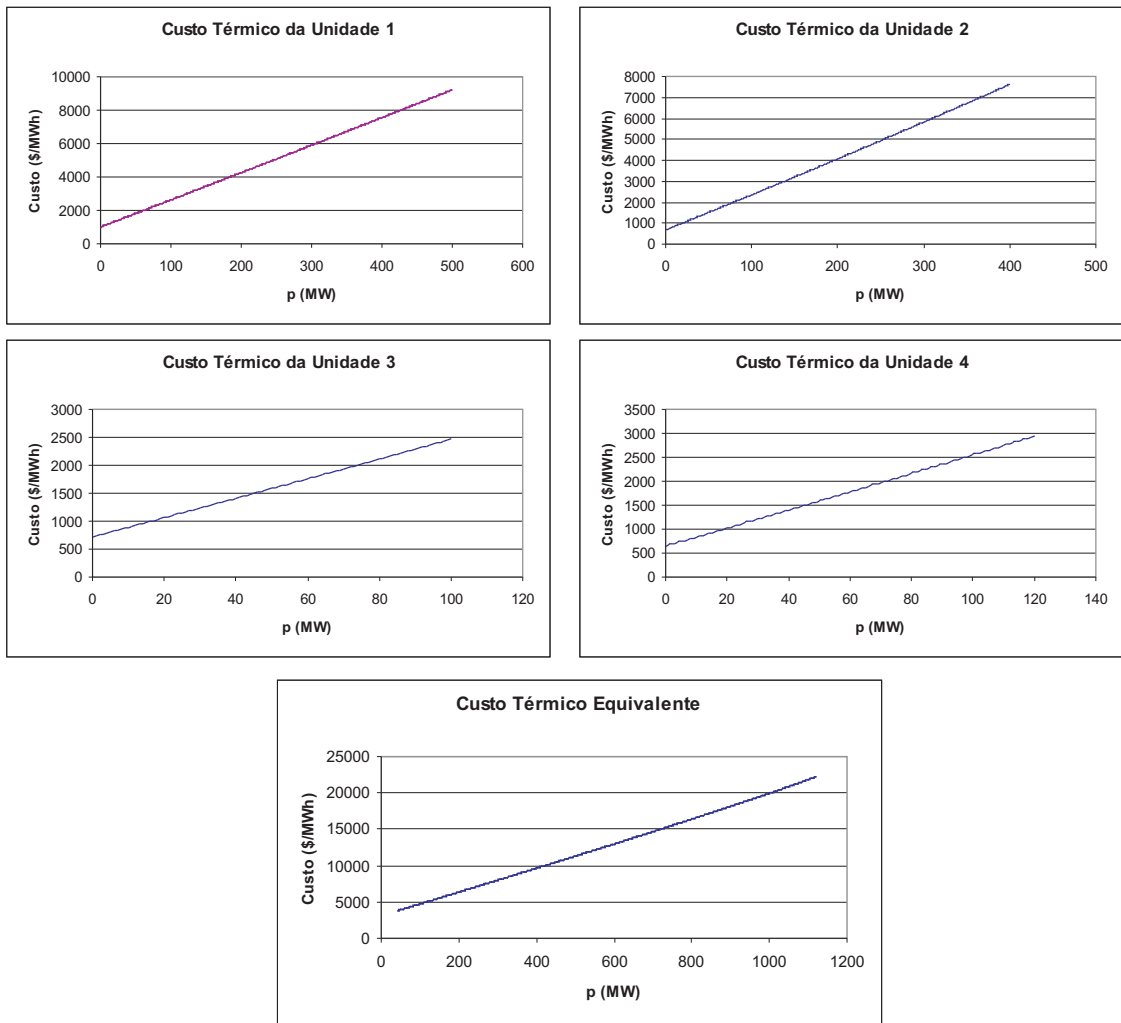


Figura 3.3: Gráficos dos custos de geração das unidades térmicas participantes do exemplo e do modelo equivalente obtido..

$$C(p) = C_{seg_i}(p), \text{ se } \underline{p}_{seg_i} \leq p \leq \overline{p}_{seg_i}, i = 1, \dots, n_{seg}. \quad (3.20)$$

Logo, dado um ponto p de operação das unidades térmicas de um sistema, consegue-se calcular seu custo de operação $C(p)$ via ECF. Entretanto, não é possível indicar, ainda, a solução do problema, i.e. a combinação de geração térmica das unidades que somadas resultam em p . Esse procedimento será exposto na próxima subseção.

Determinação da geração de cada unidade térmica

Supondo-se que um problema de despacho ótimo esteja resolvido pela utilização da função de custo térmico equivalente, a soma p das gerações de todas unidades térmicas de cada subsistema e cada instante de tempo é conhecida. O procedimento de obtenção da geração p_i para cada unidade é resumido pelos seguintes passos:

- Determinação do intervalo da ECF seg^* onde a geração p está localizada, através de uma simples inspeção no eixo x , i.e. busca-se o intervalo marginal;
- As unidades que já foram retiradas da ECF neste ponto de operação contribuem com sua máxima geração \overline{p}_i ;
- As unidades que ainda não foram adicionadas à ECF neste ponto de operação contribuem com sua mínima geração \underline{p}_i ;
- As unidades pertencentes ao intervalo marginal de operação do sistema são unidades marginais e, neste caso, o cálculo do custo marginal de operação λ é realizado pela equação 3.21.

$$\lambda = c_1^{seg^*} + 2c_2^{seg^*} p \quad (3.21)$$

Conseqüentemente, a geração de cada unidade na solução ótima p_i^* é obtida pelo ponto onde a derivada de sua particular curva de custo se iguala a λ , logo:

$$p_i^* = \frac{\lambda^* - c_{1i}}{2c_{2i}}. \quad (3.22)$$

3.2.2 O Caso estritamente linear

Esta subseção trata do caso em que todas as unidades térmicas contidas no problema possuem função de custo linear. Isto ocorre no sistema brasileiro [2] e também em alguns sistemas mais voltados para um despacho de mercado, onde os geradores fornecem “bids” de quantidade x preço. Logo, a partir das referidas funções de custo linear, obtém-se uma função de custo equivalente linear por partes (ECF-LPP) já abordadas em outros trabalhos como [73], [74] e [43].

Neste caso específico, considere um exemplo com 4 unidades térmicas cujos dados se encontram na tabela 3.4.

| unidade i | $p_i(MW)$ | $\bar{p}_i(MW)$ | $c_{0i}(\$/h)$ | $c_{1i}(\$/MWh)$ |
|-------------|-----------|-----------------|----------------|------------------|
| 1 | 0 | 500 | 1000 | 16,19 |
| 2 | 10 | 400 | 680 | 16,50 |
| 3 | 12 | 100 | 720 | 17,10 |
| 4 | 20 | 120 | 650 | 18,50 |

Tabela 3.4: Caso exemplo para construção de uma ECF-LPP.

O processo de partição em intervalos da função de custo equivalente linear por partes, para esse exemplo, leva à obtenção de 4 intervalos para a ECF (figura 3.4), um para cada unidade térmica, uma vez que as derivadas no início, no fim ou em qualquer outro ponto de cada intervalo são iguais ($d_{seg_i} = \overline{d_{seg_i}}$).

Ademais, ressalta-se que os cortes que representam os intervalos da ECF são facilmente calculados, pois seus coeficientes angulares são correspondentes àqueles especificados por cada uma das unidades térmicas e seus coeficientes lineares são calculados a partir da geração e custo dos pontos de quebra da ECF e dos coeficientes angulares.

Logo, para o exemplo adotado, os coeficientes dos intervalos da ECF-LPP assumiriam, conforme o conjunto de equações 3.18 com $c_2^{seg_i} = 0$, os valores expressos na tabela 3.5

| intervalo i | $c_0^{seg_i}(\$/h)$ | $c_1^{seg_i}(\$/MWh)$ |
|---------------|---------------------|-----------------------|
| 1 | 3110,22 | 16,19 |
| 2 | 2942,20 | 16,50 |
| 3 | 2383,00 | 17,10 |
| 4 | 955,00 | 18,50 |

Tabela 3.5: Coeficientes obtidos nos intervalos da ECF do exemplo considerado.

Uma vez calculados os coeficientes de um intervalo i da ECF linear por partes,

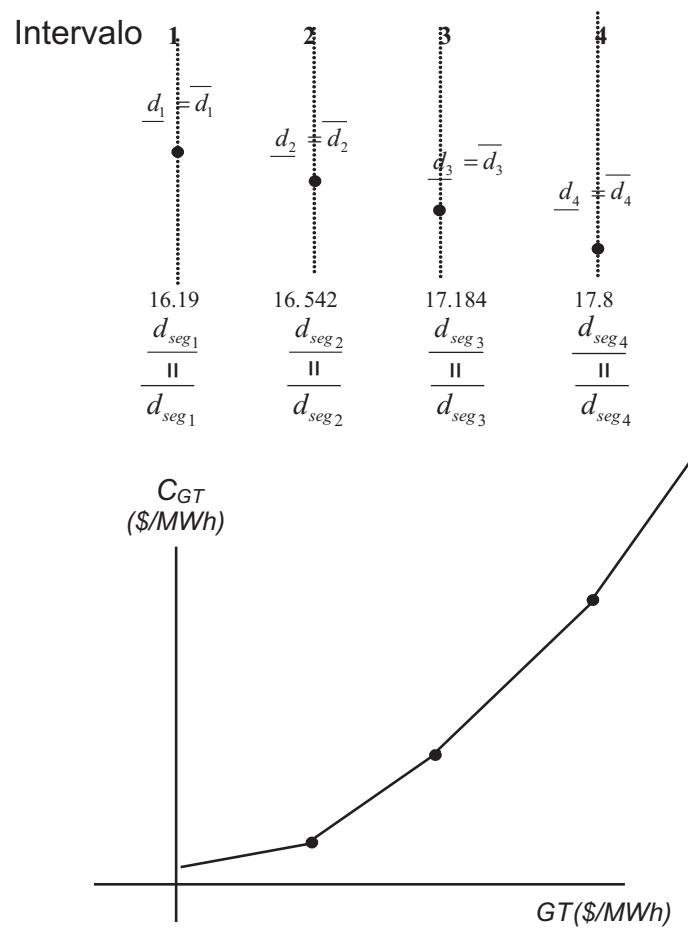


Figura 3.4: Partição do domínio de uma ECF linear por partes.

obtém-se a expressão 3.23 deste intervalo.

$$C_{seg_i}(p_{seg_i}) = c_1^{seg_i} p_{seg_i} + c_0^{seg_i}, \quad (3.23)$$

Generalizando-se essa equação para todos os intervalos da ECF linear por partes, obtém-se a expressão 3.24.

$$C(p) = C_{seg_i}(p), \text{ se } \underline{p_{seg_i}} \leq p \leq \overline{p_{seg_i}}, i = 1, \dots, n_{seg}. \quad (3.24)$$

Portanto, através de um ponto p de operação das unidades térmicas de um sistema, obtém-se seu custo de operação associado $C(p)$ via ECF linear por partes.

Quanto às gerações de cada unidade térmica, i.e. a solução do problema, basta identificar a unidade presente no intervalo ativo. A geração desta unidade específica será a diferença entre p e a geração referente à menor geração associada a este intervalo ativo (ponto de quebra imediatamente anterior à solução p encontrada), somada à geração térmica mínima da unidade. Para as unidades que já despacharam o máximo possível, suas respectivas soluções serão os limites superiores de geração. Além disso, para as unidades ainda não despachadas, suas operações serão seus limites inferiores de geração. Ressalta-se que quando há unidades idênticas e a solução do problema esteja em um ponto com a inclinação correspondente à inclinação dessas unidades, uma destas estará operando entre seus limites operativos e as demais despacharão sua mínima ou máxima geração. Isso só ocorre porque assume-se, nesse caso particular, que cada intervalo da ECF-LPP está associado a uma única unidade térmica (mesmo se houver unidades idênticas).

3.2.3 O caso misto

Esta subseção é dedicada ao caso geral que engloba algumas unidades térmicas com custos de geração lineares e outras com custos de geração quadráticos.

Para este caso, é considerado um exemplo com 6 unidades térmicas, 3 com custos quadráticos e 3 com custos lineares, cujos dados estão disponíveis na tabela 3.6.

A seguir, ilustra-se o processo de partição em intervalos da função de custo equivalente, para esse exemplo. Nota-se, através da figura 3.5, que as unidades 1, 4 e 5 possuem custos lineares e estão associadas aos intervalos 1, 4 e 6. As demais unidades térmicas apresentam custos quadráticos e formam os intervalos 2, 3, 6 e 7.

Em se tratando de unidades que apresentam custos quadráticos, o tratamento do algoritmo de obtenção da ECF é o mesmo apresentado nas primeiras subseções deste capítulo.

| unidade i | $\underline{p}_i(MW)$ | $\overline{p}_i(MW)$ | $c_{0i}(\$/h)$ | $c_{1i}(\$/MWh)$ | $c_{2i}(\$/MW^2h)$ |
|-------------|-----------------------|----------------------|----------------|------------------|--------------------|
| 1 | 0 | 300 | 1000 | 16,19 | - |
| 2 | 0 | 500 | 1000 | 16,19 | 0,00048 |
| 3 | 10 | 308 | 680 | 16,50 | 0,00211 |
| 4 | 0 | 400 | 800 | 16,67 | - |
| 5 | 12 | 100 | 720 | 18,188 | - |
| 6 | 20 | 120 | 650 | 18,50 | 0,00500 |

Tabela 3.6: Caso exemplo para construção de uma ECF mista.

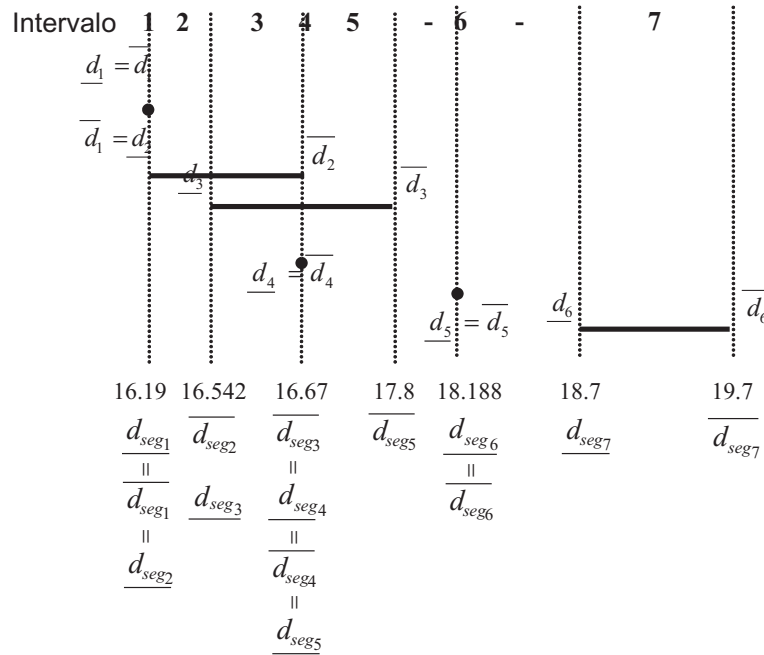


Figura 3.5: Partição do domínio de uma ECF mista.

Entretanto, quando se analisam as unidades com custos lineares, uma avaliação detalhada deve ser efetuada:

1: Caso o custo marginal da unidade com custo linear seja igual ao custo incremental **inicial** de uma ou mais unidades com custo quadrático (unidades (1) e (2) mostradas na figura 3.5), deve-se, em primeiro lugar, criar um intervalo 1, por exemplo, e inserir plenamente a unidade com custo linear à ECF (unidade (1) do exemplo considerado), uma vez que, por mais que sua geração aumente, seu custo marginal será sempre o mesmo. Em seguida, cria-se outro intervalo 2 e incorpora-se a(s) unidade(s) com custo quadrático (unidade (2) do exemplo) no modelo equivalente. Se a unidade (2) apresentasse custo de geração linear com custo marginal idêntico ao assinalado para a unidade (1), cada unidade comporia um intervalo e a

ordem de inserção ao modelo, a *priori*, poderia ser qualquer uma.

2: Quando o custo incremental de uma unidade com custo linear é equivalente ao custo marginal **final** de uma ou mais com custo quadrático (unidades (2) e (4) mostradas na figura 3.5), é necessário inserir a(s) unidade(s) de custo quadrático por completo (unidade (2)) para, em seguida, iniciar o processo de inclusão da unidade (4) de custo linear à ECF.

3: Se o custo marginal de uma unidade com custo linear está posicionado **entre** os **limites operativos** de custo incremental de uma ou mais com custo quadrático (unidades (3) e (4) ilustradas na figura 3.5), interrompe-se a contribuição da(s) unidade(s) com custo quadrático para a construção da ECF (unidade (3)), mas mantém-se seu status como marginal. Cria-se um novo intervalo 4 que conterá apenas a contribuição da unidade (4) com custo linear, e após esta ser completamente inserida ao modelo, cria-se outro intervalo 5 que incorporará, à ECF, a parte restante daquela unidade (3) cujo custo incremental inicial é idêntico ao custo marginal apresentado pela unidade (4).

Enfim, ressalta-se que essas são as situações mais simples de ocorrência na modelagem da ECF mista. Eventualmente, todos esses efeitos ou combinações dos mesmos podem acontecer em uma modelagem de custo equivalente.

A obtenção das equações dos diversos intervalos que compõem a ECF mista é realizada segundo os métodos já apresentados neste capítulo para os intervalos quadráticos (vide a subseção 3.2.1, deste capítulo) e para os intervalos lineares (vide a subseção 3.2.2, deste capítulo).

Para o exemplo considerado, os valores dos coeficientes dos intervalos (obtidos a partir do conjunto de equações 3.18) seriam aqueles ilustrados pela tabela 3.7.

| intervalo i | $c_0^{seg_i}$ (\$/h) | $c_1^{seg_i}$ (\$/MWh) | $c_2^{seg_i}$ (\$/MW ² h) |
|---------------|----------------------|------------------------|--------------------------------------|
| 1 | 4923,581 | 16,190 | - |
| 2 | 4915,179 | 15,862 | 0,000480 |
| 3 | 4811,956 | 15,987 | 0,000391 |
| 4 | 4514,273 | 16,670 | - |
| 5 | 7733,695 | 11,210 | 0,002110 |
| 6 | 2130,738 | 18,188 | - |
| 7 | 14479,120 | 2,420 | 0,005000 |

Tabela 3.7: Coeficientes obtidos nos intervalos da ECF mista do exemplo considerado.

Uma vez calculados todos os parâmetros de todos os intervalos, obtém-se a expressão final da ECF:

$$\left\{ \begin{array}{l} C(p) = C_{seg_i}(p), \text{ se } \underline{p_{seg_i}} \leq p \leq \overline{p_{seg_i}}, \text{ } seg_i = 1, \dots, nseg, \\ \text{onde } C_{seg_i}(p_{seg_i}) = c_1^{seg_i} p_{seg_i} + c_0^{seg_i}, \text{ se } seg_i \text{ for linear} \\ \text{ou } C_{seg_i}(p_{seg_i}) = c_2^{seg_i} p_{seg_i}^2 + c_1^{seg_i} p_{seg_i} + c_0^{seg_i}, \text{ se } seg_i \text{ for quadrático.} \end{array} \right. \quad (3.25)$$

Portanto, através de um ponto p de operação das unidades térmicas de um sistema, obtém-se seu custo de operação associado $C(p)$ via ECF mista.

Quanto às operações de cada unidade térmica, o procedimento de obtenção das respectivas gerações é similar ao mostrado para os casos de ECF puramente quadrática e ECF linear por partes.

3.3 Discussão e conclusões

O uso da ECF quadrática por partes, linear por partes ou mista pode ser aplicado em problemas tais como Despacho Econômico Térmico (TED) [52], e problemas de médio/longo prazo (MTHTS) [28]. Em casos multiperíodo, ressalta-se que, como pode haver limites operativos distintos para as unidades ao longo do horizonte, deve-se construir um modelo ECF para cada período t .

Entre as vantagens do uso de uma única ECF para a geração térmica de um subsistema ao invés de funções individuais para cada unidade, destacam-se:

- Se algoritmos baseados em programação não linear são usados para resolver os problemas (são exemplos: [75], [76] e [77]), somente uma informação de gradiente precisa ser computada para o custo de geração térmica ao invés de um gradiente por unidade;
- Se técnicas de busca estocástica (como, por exemplo, algoritmos genéticos, *simulated annealing*, colônia de formigas e algoritmos evolutivos) são empregadas com uma representação de código real da geração térmica ([78], [79], [80], [81], [82], [83] e [84]), apenas uma componente do cromossomo é necessária para representar o conjunto de unidades térmicas, em vez de uma componente por unidade;
- Existe uma tendência de se utilizar modelos lineares por partes (LPP) para representar funções não lineares em problemas de otimização com a finalidade de se usar pacotes de programação linear ou inteira-mista para resolvê-lo. Assim, se uma ECF for aplicada para representar os diversos custos de geração térmica, somente uma função precisa ser aproximada. Ademais, um número significativamente menor de intervalos (da modelagem LPP) é necessário, se

um modelo linear por partes dinâmico (LPPD) for empregado, como mostrado em [28], que também é uma publicação relacionada a este trabalho, cuja metodologia é descrita no capítulo 4.

As desvantagens da estratégia estão associadas às situações onde não se pode aplicá-la, como, por exemplo, para problemas de curto prazo, destacadas a seguir:

- quando são consideradas restrições de rampa que podem não permitir que unidades térmicas operem em qualquer intervalo entre seus limites operativos;
- em problemas de *Thermal Unit Commitment* (TUC), porque não sabemos de antemão quais unidades estarão operando em cada período de tempo;
- e quando a rede elétrica é representada, uma vez que a seqüência de despacho das unidades térmicas pode não seguir rigorosamente uma ordem crescente de custos marginais, devido aos limites de transmissão que podem fazer com que unidades mais baratas sejam despachadas com valores de custo maiores.

A obtenção de uma ECF para casos mais gerais cujas funções de custo de geração das unidades térmicas apresentem comportamento não linear mais genérico¹⁰ poderia ser feita através de funções não lineares por partes, uma para cada trecho da função equivalente.

Por fim, conclui-se que esta estratégia de modelagem equivalente é conveniente de ser aplicada, quando possível, uma vez que, além de expressar exatamente o custo de geração térmica total do problema original (e não ser apenas uma aproximação), contribui para uma redução do tamanho do problema de otimização, seja não linear (se os custos de geração forem quadráticos ou mistos), ou linear (se os custos de geração forem lineares). Essa redução de magnitude, por sua vez, promove uma redução do tempo de resolução do mesmo problema. Ressalta-se, ainda, que sua solução, teoricamente, não varia com a adoção da ECF. Entretanto, caso este problema seja resolvido por um modelo linear por partes estático ou dinâmico (vide o capítulo 4), por exemplo, muito provavelmente a solução obtida com o uso da ECF diferiria da solução obtida considerando o modelo padrão de unidades individualizadas. Isso dependeria muito das tolerâncias utilizadas no modelo linear por partes para ambas as abordagens. No caso de se utilizarem tolerâncias similares e muito rigorosas para as duas possibilidades indicadas, para efeitos práticos, as soluções obtidas seriam as mesmas.

¹⁰por exemplo, funções polinomiais de maior grau ou exponenciais, convexas e monotonicamente crescentes.

Capítulo 4

Estratégia de Resolução do Problema MTHTS com o Modelo ECF para o Custo de Geração Térmica

O problema MTHTS modelado no capítulo 3.1 é formulado segundo o método tradicional no qual se considera uma função de custo de geração térmica para cada unidade participante presente na modelagem. Diz-se neste trabalho que esta é a forma padrão de representação individualizada dos custos. Considerando-se, desta vez, a modelagem equivalente dos custos de geração térmica no problema MTHTS, segundo a modelagem da ECF, descrita no capítulo 3, uma formulação alternativa para o mesmo é obtida e pode ser vista a seguir.

$$\min \sum_{t=1}^T \left[\sum_{\omega=1}^{\Omega(t)} P^{t,\omega} \sum_{s=1}^{NA} C_{GT_s}^{t,\omega} \right] + \sum_{\omega=1}^{\Omega(T)} P^{T,\omega} \alpha(E^{T,\omega}) \quad (4.1)$$

s.a.

$$GT_s^{t,\omega} + \sum_{j \in \Phi_s} GH_{EQV_j}^{t,\omega} + \sum_{l \in \Gamma_s} Int_{l,s}^{t,\omega} = D_s^t \quad \forall t, s, \omega \quad (4.2)$$

$$E_i^{t,\omega} + GH_{EQV_i}^{t,\omega} = E_i^{t-1,\omega} + I_i^{t,\omega} \quad \forall t, i, \omega \quad (4.3)$$

$$C_{GT_s}^{t,\omega} = ECF_s^t(GT_s^{t,\omega}) \quad \forall t, s, \omega \quad (4.4)$$

$$\text{Limites de } E, GH_{EQV}, GT, I, Int \text{ e } C_{GT} \quad (4.5)$$

onde, $GT_s^{t,\omega}$: indica a geração da usina térmica equivalente do subsistema s no cenário ω e período t ;

$C_{GT_s}^{t,\omega}$: representa o custo de geração da usina térmica equivalente do subsistema s no cenário ω e período t ;

$ECF_s^t(GT_s^{t,\omega})$: equivale ao modelo equivalente obtido a partir do subsistema s ,

cenário ω e período t ;

e a equação 4.4 corresponde ao modelo equivalente obtido a partir dos custos de geração das unidades térmicas contidas no problema (vide a função objetivo 3.1 do problema inicialmente apresentado).

Embora essa nova representação seja diferente em relação àquela inicial apresentada no capítulo 3.1, o problema a ser resolvido e sua solução são os mesmos, uma vez que o objetivo do problema, que é minimizar a soma dos custos das unidades térmicas, está expressa no princípio dos custos incrementais crescentes de construção da curva de custo agregado ECF.

Neste trabalho, a metodologia utilizada para resolver o MTHTS é a decomposição de Benders multi-estágio [12], também chamada de *nested Benders decomposition* ou programação dinâmica dual (PDD) que será descrita mais adiante.

A formulação do problema MTHTS, tanto em sua forma tradicional, quanto na forma apresentada neste capítulo, é estocástico, não linear (apenas na função objetivo), multi-estágio e pode ser de grande porte, caso se queira.

Na literatura, é comum conceber problemas desse tipo como um problema de programação linear (PPL), onde não linearidades nas restrições e / ou função objetivo são geralmente representadas através de modelos lineares por parte estáticos (LPPE). Em geral, uma vez construído o modelo, todos os cortes utilizados para descrever o modelo LPPE são introduzidos “de uma só vez” no problema de programação linear multi-estágio. Este tipo de abordagem é interessante, pois permite que se resolva o problema através de métodos eficientes de decomposição para programação linear estocástica [14], utilizando-se pacotes de programação linear para resolver os subproblemas resultantes. Entretanto, este tipo de aproximação apresenta duas desvantagens:

- (i) o número de variáveis e restrições do problema pode se tornar muito grande se uma elevada precisão é desejada para a representação do problema não linear;
- (ii) como a resolução dos subproblemas de programação linear é baseada no método Simplex, a solução ótima tende a ser um dos vértices do poliedro que representa a região viável do problema, o que pode fazer com que, em caso de indiferença, o modelo “prefira” a solução associada aos pontos de quebra das aproximações lineares por parte. Desta forma, o modelo estático leva, de certa forma, a uma discretização das soluções candidatas para o problema de otimização.

Para contornar essas desvantagens, sugere-se a aplicação de um modelo linear por partes dinâmico (LPPD) aplicada inicialmente em [30] e [31] que propunham, respectivamente, a utilização do LPPD para representar as perdas quadráticas DC na rede elétrica e a função de produção hidroelétrica para um problema determinístico de programação diária da operação. Em [28], que é uma publicação relacionada

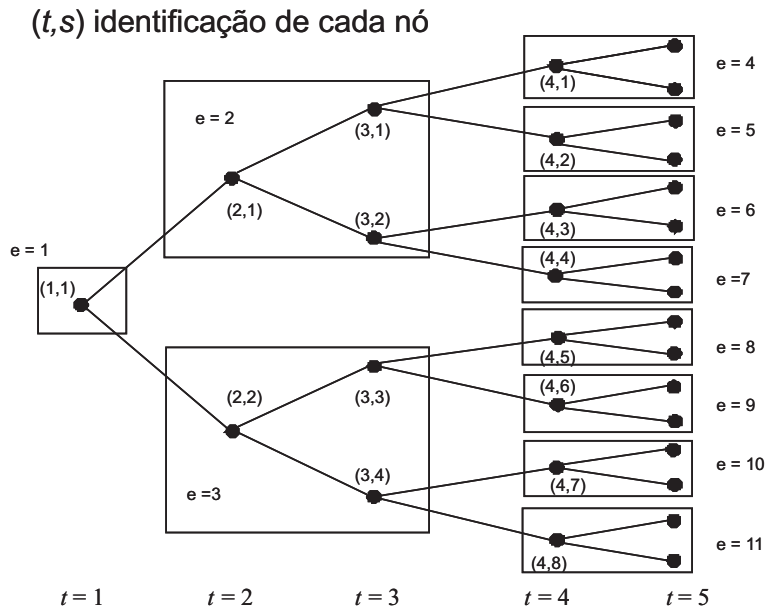


Figura 4.1: Exemplo de decomposição de uma árvore em estágio “multi-nós”.

a este trabalho, estendeu-se a técnica LPPD para representar custos quadráticos de geração termoelétrica no modelo de médio prazo, utilizando-se uma modelagem de uma usina térmica equivalente para representar esse custo.

4.1 Estratégia tradicional de resolução por PDD

A metodologia padrão utilizada neste trabalho para resolver o problema em questão é a programação dinâmica dual. No entanto, ao invés de se considerar um estágio para cada nó da árvore de cenários, considera-se uma estratégia mais geral de decomposição dessa árvore em E estágios, onde cada estágio e pode conter desde um único nó da árvore até “sub-árvores” de cenários. A figura 4.1 ilustra uma forma de decomposição do tipo “1-2-2” para um problema com $T = 5$. Esta forma de decomposição em estágios “multi-nós”, também adotada em [85] e [86], é uma generalização, para um problema estocástico, da forma de decomposição proposta em [87] para um problema determinístico. Experimentou-se também, neste trabalho, a versão “*multi-cut*” do método de PDD [88].

Ao contrário da programação dinâmica tradicional de Bellman [32], onde se discretizam todos os possíveis valores dos estados, na técnica de PDD a função de custo futuro é aproximada iterativamente aplicando-se cortes de Benders [12]. O procedimento iterativo para resolver o problema é ilustrado no fluxograma da figura 4.2, onde cada iteração consiste de:

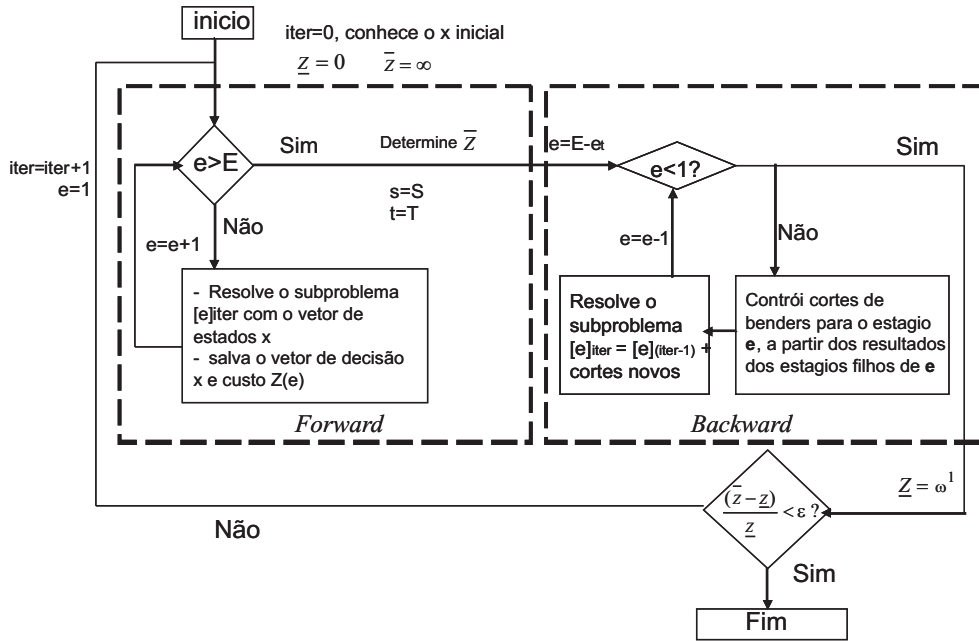


Figura 4.2: Estratégia usual de resolução por programação dinâmica dual.

- (i) um passo *forward* resolvendo os estágios de 1 a E , onde as condições iniciais para cada estágio são obtidas através das soluções do estágio antecessor na árvore;
- (ii) um passo *backward*, onde se resolvem recursivamente os estágios $(E - e(T))$ ¹ até 1, com as mesmas condições iniciais do passo *forward*, porém adicionando em cada subproblema os novos cortes de *Benders* obtidos na iteração corrente, com base na solução dos estágios filhos de e . Sendo $\langle u, v \rangle$ o produto escalar entre os vetores u e v e considerando a forma *multi-cut* do algoritmo, os cortes são escritos segundo a equação 4.6 da forma:

$$\alpha^{e,i} \geq z^{i*} + \left\langle \frac{\partial z^i}{\partial x^e} (x^{e*}), x^e - x^{e*} \right\rangle \quad (4.6)$$

onde $\alpha^{e,i}$ é o custo futuro referente ao i -ésimo estágio filho do estágio e , z^{i*} é o valor ótimo do subproblema do i -ésimo estágio filho de e na iteração corrente; x^{e*} é o vetor das variáveis de estado passada para os estágios filhos de e na iteração corrente (obtidos das soluções no passo *forward*), e $\frac{\partial z^i}{\partial x^e}(\cdot)$ é o vetor das derivadas parciais de z^i em relação as variáveis de estado do subproblema e .

A equação 4.6 define um corte multivariado linear para a função de custo futuro ao final do estágio e , como uma função das variáveis de estado x^e que são passados

¹ $e(T)$ indica o número de estágios que envolvem o último período T .

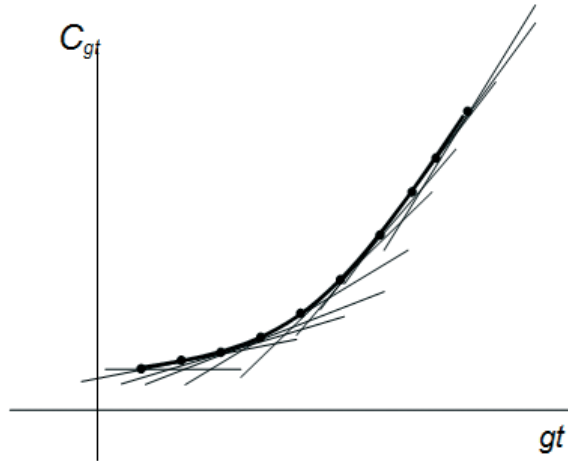


Figura 4.3: Estratégia de linearização por partes estática.

para os estágios filhos desse estágio. Nessa versão *multi-cut*, o custo futuro total ao final de um estágio e é a soma das parcelas referentes às funções de custo futuro a partir de cada estágio filho desse estágio. Já na versão tradicional do algoritmo (*single cut*), só há uma função de custo futuro (FCF) α^e para cada estágio, e o termo independente e coeficientes de cada corte são obtidos pela média, ponderada pelas probabilidades, dos valores de cada estágio filho. Conforme discutido em [88], a variante tradicional *single cut* resulta em subproblemas de menor porte, porém pode levar um número maior de iterações até a convergência.

Em cada passo *forward*, o limite superior da função objetivo \bar{Z} para a solução ótima do problema Z^* é atualizado, enquanto o custo total do subproblema do primeiro estágio ao final de cada passo *backward* define um limite inferior \underline{Z} . O procedimento de solução para quando a diferença relativa entre \bar{Z} e \underline{Z} é menor que uma tolerância pré-determinada ϵ . Detalhes desse algoritmo são descritos em [12], [88] e [13].

4.2 Modelagem tradicional linear por partes (LPPE) no MTHTS

Nesta estratégia, todos os cortes (restrições) do modelo LPPE para a ECF de cada período, cenário e subsistema são construídos em uma fase de pré-processamento (figura 4.3). Após isso, inserem-se todos esses cortes “de uma só vez” no problema de programação linear multi-estágio estocástico, resolvido através da programação dinâmica dual (PDD).

Os passos do algoritmo que segue essa estratégia são:

- a divisão do domínio da função de custo equivalente (ECF) em N pontos (incluindo-se os extremos);
- o cálculo dos coeficientes angular e linear dos cortes obtidos a partir dos pontos determinados;
- a adição dos cortes ao Problema linear multi-estágio estocástico a ser resolvido.

Para os casos de ECF estritamente linear por partes e ECF mista, deve-se tomar cuidado com o primeiro passo desse algoritmo, uma vez que somente é necessário um ponto por intervalo linear. Caso se considerasse a possibilidade de um intervalo linear conter mais de um ponto, então haveria vários cortes iguais.

Ressalta-se que quanto maior a quantidade de cortes do modelo LPPE, mais próximo este modelo será em relação à curva equivalente original e maior o problema a ser resolvido se tornará. Logo, para se obterem soluções, no mínimo, satisfatórias para o problema em questão, devem-se usar tolerâncias adequadas. Em outras palavras, quanto menor a tolerância da modelagem LPPE utilizada, mais próxima da real será a solução obtida para o problema, porém maior será o porte do mesmo e, provavelmente, o tempo para resolvê-lo. Dessa forma, estabelece-se um compromisso entre o tempo de CPU para resolver o problema e a acurácia da solução a ser obtida.

4.3 Modelagem proposta linear por partes dinâmica (LPPD) no MTHTS

Esta seção está relacionada à modelagem linear por partes dinâmica aplicada à problemas lineares e, especialmente, não lineares quadráticos ou mistos (vide capítulo anterior). Lembra-se que o problema MTHTS proposto neste trabalho possui não linearidades na função objetivo apenas (custos de geração térmica quadráticos ou mistos). Entretanto, essa modelagem proposta poderia ser também aplicada em problemas que possuam não linearidades no conjunto de restrições ([30] e [31]) ou em ambas as partes: função objetivo e restrições.

De acordo com a metodologia LPPD proposta, ao invés de se incluir todos os cortes do modelo LPPE “de uma só vez” e resolver um problema multi-estágio estocástico linear por partes, os cortes que aproximam as expressões não lineares são incluídos de forma iterativa, ao longo das iterações do processo de resolução do problema por programação dinâmica dual (PDD). Portanto, além das iterações externas da PDD (4.2), há um processo iterativo interno para a resolução de cada subproblema em várias **recursões**, onde em cada uma delas se adicionam novos cortes

(restrições) ao problema de programação linear. Esta metodologia tem origem no método de planos cortantes introduzido por Kelley [89].

4.3.1 Inserção dinâmica dos cortes em cada subproblema

A idéia geral da estratégia proposta é adicionar cortes iterativamente à curva de custo de geração da usina térmica equivalente, próximos a solução ótima encontrada na última resolução do subproblema. Com isso, refina-se o modelo linear por partes a fim de encontrar uma solução tão próxima quanto se queira da função exata não linear, sem adicionar um elevado número de cortes. É importante que a estratégia forneça não só uma boa acurácia para os valores da função (variável C_{GT_s}), mas também um refinamento satisfatório no eixo das abcissas (valores de GT_s).

Descrição do Algoritmo

Em cada recursão de cada estágio em cada iteração da PDD, realizam-se os procedimentos abaixo para a solução encontrada em cada nó (t, s) incluído no estágio. Por facilidade de exposição, suprimiram-se a seguir os índices do nó:

Passo 1 - Resolução do subproblema com apenas um subconjunto do total de cortes da ECF, obtendo-se uma solução inicial GT_s^* ;

Passo 2 - Cálculo do custo exato referente a esta geração, consultando-se o polinômio de 1º ou 2º grau² $C_{segk}(GT_s^*)$ referente ao intervalo k do modelo equivalente ao qual pertence a geração GT_s^* ;

Passo 3a - Verifica-se se a distância $|C_{segk}(GT_s^*) - C_{LPP}(GT_s^*)|$ é menor ou igual a δ_y , onde $C_{LPP}(GT_s^*)$ é o custo fornecido pelo modelo linear por partes construído até então, para a solução $C_{segk}(GT_s^*)$, e δ_y é a tolerância imposta para a aproximação do valor da função não linear. Caso essa condição não seja satisfeita, prossegue-se ao passo 4. Caso contrário, verifica-se também, no passo 3b, o refinamento nos valores de GT_s^* .

Passo 3b - A avaliação da acurácia no eixo das abcissas é mais complexa. O valor de GT_s^* pode estar em apenas 1 corte ativo (esquerda da figura 4) ou na interseção de 2 cortes ativos (direita da figura 4). Em ambos os casos, calculam-se as distâncias Δ_1 e Δ_2 entre GT_s^* e os pontos onde o(s) corte(s) ativo(s) interceptam os próximos cortes adjacentes à esquerda e à direita, respectivamente. Se ambas as condições $\Delta_1 \leq \delta_x$ e $\Delta_2 \leq \delta_x$ (onde δ_x é a tolerância desejada para GT_s^*) forem atendidas para todos os nós do estágio, o processo recursivo do estágio e iteração corrente da PDD para, senão prossegue-se ao Passo 4.

Passo 4 - Independente do número de cortes ativos, inserem-se $NCUT_{adic}$ novos cortes para um conjunto de pontos $p_i, i = 1, \dots, NCUT_{adic}$ uniformemente distribuí-

²neste caso, está sendo considerado o caso misto da ECF.

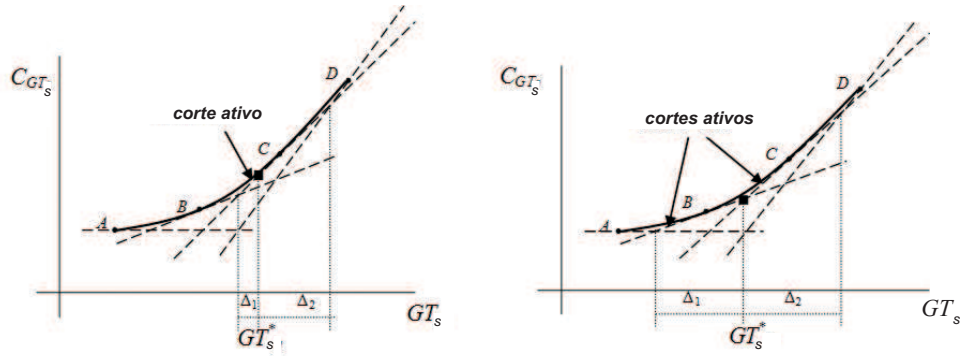


Figura 4.4: Situações em que 1 ou 2 cortes ficam ativos para o modelo de custo da geração térmica equivalente para determinado nó da árvore de cenários, em uma recursão de resolução do subproblema de um estágio.

dos no intervalo de comprimento $\Delta_1 + \Delta_2$, excluindo-se pontos cujos cortes coincidam com os já adicionados anteriormente (pontos B e C da figura 4.4) e pontos cujos coeficientes angulares dos cortes associados coincidam com um corte previamente adicionado ao modelo. Cada corte é dado por aproximação de *Taylor* de ordem 1 da expressão (3.19), para o intervalo correspondente:

$$\tilde{C}_{i,k}(GT_s) = d_{i,k} GT_s + RHS_{i,k} \quad (4.7)$$

onde,

$$d_{i,k} = \frac{dC_k}{dGT_s}(p_i) = 2a_{2,k} p_i \text{ e } RHS_{i,k} = C_k(p_i) - d_{i,k} p_i. \quad (4.8)$$

Volta-se ao passo 1.

Esse algoritmo, que é um subprocesso iterativo para resolver o subproblema de cada estágio ilustrado no fluxograma anterior (figura 4.2) pode ser visto na figura 4.5.

Particularidades do algoritmo

Dois aspectos devem ser destacados nesse algoritmo: a discretização inicial do modelo para cada período t consiste em $NCUT_{\text{inic}}$ cortes distribuídos uniformemente entre \underline{GT}_s^t e \overline{GT}_s^t , incluindo-se também os pontos extremos; e além das tolerâncias δ_x e δ_y descritas anteriormente, foi necessário um critério de parada adicional no

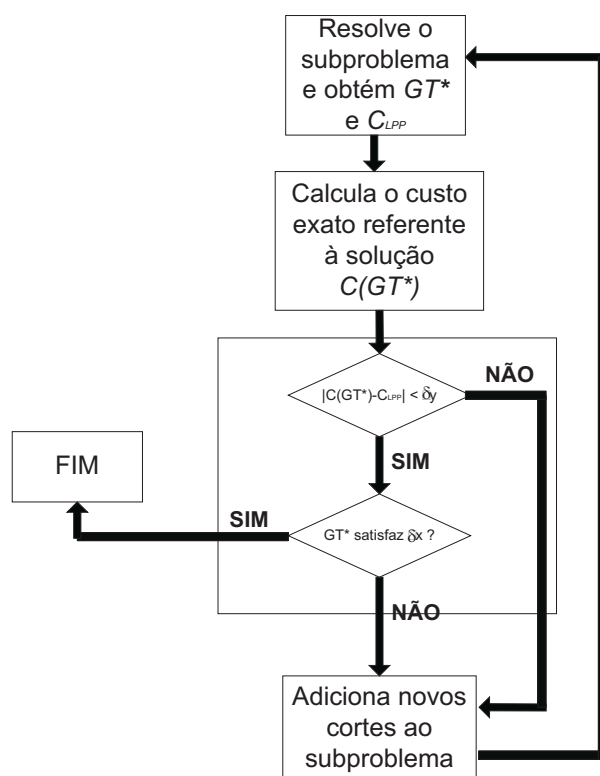


Figura 4.5: Algoritmo da LPPD proposta para resolução de cada subproblema.

processo recursivo de cada estágio, quando o pacote de programação linear [90] reportava cortes ativos não adjacentes, o que indicava uma instabilidade numérica devido à inserção de cortes muito próximos entre si. Ressalta-se que esse critério não foi ativado para os casos em que se utilizou um valor de 0,01% para essas tolerâncias, cujos resultados da estratégia proposta já são bastante satisfatórios em relação aos obtidos com tolerâncias ainda menores. Além disso, é de suma importância, para o bom desempenho do LPPD, a recuperação das colunas básicas da solução ótima do método SIMPLEX, de uma resolução de um subproblema para outra.

4.3.2 Convergência geral da PDD

É importante ressaltar que todos os cortes de Benders construídos em iterações anteriores continuam válidos, já que as modificações realizadas no problema de otimização de uma iteração para outra da PDD (além dos cortes de Benders propriamente ditos) consistem apenas em adições de restrições, referentes às novas aproximações para a função de custo da usina térmica equivalente de cada subsistema, período e cenário. Desta forma, a aproximação da função de custo futuro (FCF) para o estágio e iteração corrente continua sendo uma envoltória inferior para a FCF do novo problema que se obtém após o refinamento das relações não lineares.

Entretanto, deve-se modificar o critério para avaliação do limite superior do custo ótimo de operação, já que as estimativas realizadas em iterações anteriores podem se tornar inválidas caso sejam adicionadas novas restrições na iteração corrente. Além disso, ressalta-se que, por questões de desempenho, utilizou-se uma tolerância de modelagem dinâmica mais folgada nas iterações iniciais da PDD reduzindo-a ao longo das iterações até chegar ao valor pré-determinado. Esse ajuste é realizado porque, no início do processo iterativo da PDD, a solução tende a se encontrar bem distante daquela que seria a solução ótima para o problema. Logo, não se deve utilizar uma tolerância de LPPD “apertada” nas iterações iniciais da PDD.

Portanto, deve ser considerado como limite superior o valor da solução do problema multi-estágio para a última iteração da PDD em que não houve adição de nenhum corte para aproximação do custo de geração térmica, para todas as usinas equivalentes e nós da árvore. No entanto, como são adicionadas restrições em praticamente todas as iterações da PDD, na prática só se tem um limite superior próximo ao final do processo, quando as tolerâncias de aproximação já alcançaram os seus valores desejados.

4.3.3 Estratégia alternativa de resolução do problema: PLU

Uma outra estratégia de resolução do problema MTHTS é a comumente chamada de “PL Único” (PLU), onde o problema de otimização multi-período e multi-cenário é resolvido de uma só vez, como um único problema de programação linear. Caso sua solução e seu custo para cada nó do problema estejam de acordo com uma tolerância pré-estipulada, que tem valor fixo durante toda a resolução do problema, há a convergência da modelagem LPPD e o par solução / custo encontrados são efetivados como solução e custo ótimos. Caso contrário, incrementa-se o número de cortes do modelo LPPD naqueles nós onde foram observadas diferenças e efetua-se uma nova iteração. Assim, obtém-se um novo par solução / custo e um novo teste de convergência é realizado. O processo iterativo para quando esse par enfim atender às tolerâncias pré-determinadas, para todos os nós da árvore de cenários.

4.4 Discussão e conclusões

Diante do conteúdo exposto neste capítulo, é possível apontar vantagens e desvantagem das metodologias linear por partes estática (LPPE) e linear por partes dinâmica (LPPD). Em primeira instância, pode-se dizer que a modelagem LPPE é vantajosa somente em termos de implementação, porque é necessária apenas a construção do modelo linear por partes inicial. Na modelagem LPPD, além do modelo inicial, há a necessidade de uma atualização do mesmo a cada iteração do subprocesso iterativo para a resolução de cada estágio da PDD.

De maneira geral, a modelagem dinâmica é superior à estática. Dentre os fatores levantados para se chegar a essa conclusão, destacam-se:

- Os problemas resolvidos pela primeira metodologia tendem a ter menos restrições e variáveis em relação à segunda, uma vez que, para uma mesma precisão, são necessários menos retas para representar a ECF.
- Sendo de menor porte, os problemas resolvidos por LPPD apresentam um tempo menor de resolução.
- De acordo com os experimentos numéricos realizados, para os casos de porte mais elevado, para precisões bem menores e correspondentes entre si, a metodologia LPPD apresenta raros erros por excesso de memória³. Diferentemente, desta, a modelagem LPPE apresentou erros regulares dessa natureza.

³O excesso de memória ocorreu frequentemente nos casos de porte elevado e com precisões bem menores quando se aplicou a metodologia LPPE, porque, nesses testes, foram gerados muitíssimos cortes associados às linearizações da função de custo térmico. A metodologia LPPD, por sua vez, apresentou raros casos de excesso de memória porque gera um número de cortes reduzido em relação à LPPE.

- Como a resolução dos subproblemas de programação linear é baseada no método Simplex, a solução ótima tende a ser um dos vértices do poliedro que representa a região viável do problema, logo, é possível que, em caso de indiferença, o modelo “prefira” a solução associada às interseções das aproximações lineares por parte. Desta forma, o modelo LPPE leva, de certa forma, a uma discretização das soluções candidatas para o problema de otimização. Na modelagem dinâmica, refina-se o modelo linear por partes a cada iteração e em torno da última solução encontrada, logo, esta metodologia é bem menos suscetível à arbitrariedade da discretização inicial adotada para representar a ECF.

Capítulo 5

Resultados e Discussões

Neste capítulo, serão explicitados os testes realizados neste trabalho e uma série de considerações acerca dos resultados obtidos com os mesmos.

Inicialmente, descrevem-se os casos e ilustram-se os dados do estudo realizado. Após, são mostrados resultados da construção do modelo equivalente. Ressalta-se que esse modelo é exato, logo, por construção, as soluções (gerações) das unidades para o problema devem ser as mesmas que as obtidas com o modelo padrão individualizado. Entretanto, a comparação entre os modelos equivalente e individualizado foi realizada para garantir que não houve perda de acurácia pela utilização da metodologia de linearização por partes dinâmica (LPPD). Na seção 5.3, efetua-se uma análise comparativa entre os modelos equivalente proposto (ECF) e individual padrão, na qual são indicadas as vantagens da modelagem de geração térmica equivalente (subseção 5.3.1) e a equivalência dos resultados de operação (subseção 5.3.2).

Mais adiante, na seção 5.4, avalia-se a modelagem linear por partes dinâmica (LPPD) proposta para a resolução do problema, onde são apresentados: resultados comparativos com a abordagem estática (subseção 5.4.1); uma análise da acurácia e robustez do modelo (subseções 5.4.2 e 5.4.3); a evolução do processo de convergência (subseção 5.4.4); e uma análise de sensibilidade em relação ao número de ECFs a serem consideradas (subseção 5.4.5). Por fim, na seção 5.5, explanam-se alguns testes adicionais realizados tais como:

- consideração de custos lineares de geração para as unidades térmicas (subseção 5.5.1), como ocorre no modelo atualmente em vigor no sistema brasileiro. Mostra-se que, mesmo neste caso onde o problema original já é linear, as abordagens ECF e LPPD para os custos de geração térmica apresentou resultados superiores às utilizadas tradicionalmente.
- consideração de uma abordagem mista para os custos de geração das unidades térmicas (subseção 5.5.2), que é mais geral.

- avaliação das formas de decomposição da árvore de cenários (subseção 5.5.3).

5.1 Descrição dos casos e dados do estudo

Nesta seção serão descritos os casos considerados neste trabalho, e também serão apresentados todos seus dados de estudo.

5.1.1 Descrição dos casos

Foram executados casos combinando 3 diferentes configurações térmicas (13, 23 e 43 unidades) com 3 diferentes tamanhos de árvore:

- Pequena (P), com $T = 2$ e 20 aberturas por nó (20 cenários e 21 nós no total);
- Média (M), com $T = 4$ e 4 aberturas por nó (64 cenários e 85 nós no total);
- Grande (G), com $T = 8$ e 2 aberturas por nó (128 cenários e 255 nós no total).

O parque hidráulico é composto por 2 reservatórios equivalentes. Cada caso foi resolvido utilizando a metodologia da PDD (de um estágio por nó, exceto na seção 5.5.3, onde se avaliou diferentes decomposições), com três formas diferentes de representação do custo de geração térmicas:

- EQV_LPPD: Usina térmica equivalente e a inserção dinâmica de cortes (estratégia proposta);
- EQV_LPPE: Usina térmica equivalente e consideração dos cortes de forma estática;
- UNIDT_LPPD: Representação individualizada e inserção dinâmica de cortes.

A variante UNIDT_LPPE não foi incluída nesta análise porque essas três variantes apresentadas são suficientes para validar o modelo de custo térmico equivalente e a modelagem LPPD. Além disso, os maiores casos testados nos casos UNIDT_LPPE apresentam frequentemente erros por excesso de memória (os problemas se tornam extremamente grandes).

5.1.2 Dados de cada caso

A seguir, apresentam-se os dados dos 9 casos de estudo em algumas tabelas.

Os dados dos reservatórios equivalentes utilizados em todos os casos estão dispostos na tabela 5.1, onde \bar{E}_i e E_i^0 significam energia armazenada máxima e inicial, respectivamente. Os valores mínimos dos parâmetros GH_{EQV_i} e E_i são nulos para

ambos os reservatórios. Ressalta-se, ainda, que os valores de geração arbitrados são reduzidos em relação ao montante total de geração térmica, porque foi desejado que o sistema fosse predominantemente térmico para uma melhor avaliação das modelagens propostas. Coube, a esses reservatórios, a parte estocástica do problema tratado.

| Reservatório | $\overline{GH_{EQV_i}}$ | $\overline{E_i}$ | E_i^0 |
|--------------|-------------------------|------------------|---------|
| 1 | 200 | 1000 | 10 |
| 2 | 100 | 500 | 200 |

Tabela 5.1: Dados dos reservatórios equivalentes presentes no estudo.

Na tabela 5.2, são ilustrados os dados de energia natural afluyente (ENA) média dos cenários em cada abertura da árvore para os reservatórios equivalentes usados nos casos. Ressalta-se que se consideraram aberturas iguais a partir de todos os nós da árvore de cenários. O apêndice B apresenta os dados de ENA para todos os cenários. Já a tabela 5.3 ilustra os dados de geração máxima para as usinas térmicas equivalentes. Os valores mínimos são nulos para todos os casos, o que não acarreta em perda de generalidade, pois o cálculo do custo de geração térmica mínima pode ser realizado “por fora”. A tabela 5.4 mostra os dados de demanda para todos os períodos de estudo dos casos. Lembra-se que os casos menores apresentam 2, os médios 4 e os grandes 8 períodos.

| Caso | $ENAM_{med}$ | |
|------|----------------|----------------|
| | Reservatório 1 | Reservatório 2 |
| P | 57,00 | 28,55 |
| M | 60,00 | 30,00 |
| G | 60,00 | 30,00 |

Tabela 5.2: Dados de energia natural afluyente média dos reservatórios equivalentes utilizados nos casos.

Enfim, informa-se que foi considerada uma função de custo futuro (FCF) nula ao final do horizonte de estudo, uma vez que os casos não foram simulados em um modelo de mais longo prazo que pudesse fornecer essa função. Ressalta-se que os armazenamentos iniciais foram ajustados de forma que houvesse geração térmica elevada o suficiente para permitir uma avaliação adequada do desempenho e resultados da metodologia proposta.

| Caso | GT_{EQV} (MW) | \overline{GT}_{EQV} (MW) |
|------|-----------------|----------------------------|
| P-13 | 0,00 | 2950,00 |
| P-23 | 0,00 | 5450,00 |
| P-43 | 0,00 | 9300,00 |
| M-13 | 0,00 | 2950,00 |
| M-23 | 0,00 | 5450,00 |
| M-43 | 0,00 | 9300,00 |
| G-13 | 0,00 | 2950,00 |
| G-23 | 0,00 | 5450,00 |
| G-43 | 0,00 | 9300,00 |

Tabela 5.3: Dados de gerações térmica máxima para usinas térmicas equivalentes.

| Caso | Demanda (MW) | | | | | | | |
|------|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | $t=1$ | $t=2$ | $t=3$ | $t=4$ | $t=5$ | $t=6$ | $t=7$ | $t=8$ |
| P-13 | 2215 | 1978 | - | - | - | - | - | - |
| P-23 | 4950 | 5020 | - | - | - | - | - | - |
| P-43 | 7200 | 6896 | - | - | - | - | - | - |
| M-13 | 2215 | 1978 | 2000 | 2115 | - | - | - | - |
| M-23 | 4950 | 5020 | 5130 | 4900 | - | - | - | - |
| M-43 | 7200 | 6896 | 7350 | 7000 | - | - | - | - |
| G-13 | 2215 | 1978 | 2000 | 2115 | 1890 | 2300 | 1800 | 1900 |
| G-23 | 4950 | 5020 | 5130 | 4900 | 5250 | 4700 | 4800 | 5000 |
| G-43 | 7200 | 6896 | 7350 | 7000 | 7950 | 6850 | 6149 | 7500 |

Tabela 5.4: Dados de demanda por período para os casos.

5.1.3 Parâmetros dos algoritmos de resolução

Considerou-se um valor de 0,01% para as tolerâncias δ_x e δ_y , com $NCUT_{inic} = NCUT_{adic} = 4$, porém ao longo das iterações da PDD são utilizados valores de tolerância mais folgados de modo decrescente até chegar ao valor pré-estipulado de 0,01%. De forma a confirmar a validade do modelo proposto, adotou-se uma tolerância de $\varepsilon = 10^{-8}\%$ para a convergência da PDD, que é muito mais rigorosa do que à utilizada na prática no modelo Decom [8]. Ressalta-se, ainda, que todos os testes realizados neste trabalho foram executados em um computador padrão Pentium Intel Quad Core de 2,83 GHz e 4 GBytes de memória RAM. Além disso, a implementação deste trabalho foi feita através da linguagem de programação FORTRAN e os problemas foram resolvidos através do pacote de programação linear OSL [90].

5.2 Resultados da construção do modelo Equivalente

Na sequência, esta seção apresentará os dados da função de custo térmico equivalente (ECF) obtida a partir do primeiro período do caso G-43. Ressalta-se que os dados de custo de geração das unidades térmicas individualizadas (coeficientes e limites) utilizados neste estudo estão presentes na tabela C.1 do apêndice C.

| Seg. | d_{seg} (\$/MWh) | d_{seg} (\$/MWh) | p_{seg} (MW) | \bar{p}_{seg} (MW) | C_{seg} (\$) | \bar{C}_{seg} (\$) | Λ |
|------|-----------------------|-----------------------|-------------------|-------------------------|-------------------|-------------------------|--------------------------------------|
| - | | | | | | | - |
| 1 | 16,19 | 16,43 | 0,000 | 1000,000 | 28513,000 | 44823,000 | 1-11-21-31 |
| 2 | 16,43 | 16,478 | 1000,000 | 1150,000 | 44823,000 | 47291,100 | 1-11-31 |
| 3 | 16,478 | 16,50 | 1150,000 | 1195,833 | 47291,100 | 48046,846 | 1-11 |
| 4 | 16,50 | 16,526 | 1195,833 | 1274,645 | 48046,846 | 49348,255 | 1-11-4-14-24-35 |
| 5 | 16,526 | 16,60 | 1274,645 | 1421,870 | 49348,255 | 51786,752 | 1-4-14-24-35 |
| 6 | 16,60 | 16,622 | 1421,870 | 1487,640 | 51786,755 | 52879,253 | 1-4-14-24-35 3-13-23-34 |
| 7 | 16,622 | 16,922 | 1487,640 | 2072,000 | 52879,253 | 62680,142 | 4-14-24-35-3-13-23-34 |
| 8 | 16,922 | 17,00 | 2072,000 | 2205,450 | 62680,142 | 64943,591 | 4-24-35-3-13-23-34 |
| 9 | 17,00 | 17,26 | 2205,450 | 2585,284 | 64943,591 | 71450,150 | 4-24-35-3-13-34 |
| 10 | 17,26 | 17,344 | 2585,284 | 3249,935 | 71450,150 | 82949,944 | 4-24-35-3-13 34-2-12-22-32 |
| 11 | 17,344 | 17,40 | 3249,935 | 3653,226 | 82949,944 | 89955,903 | 3-13-34-2-12-22-32 |
| 12 | 17,40 | 17,446 | 3653,226 | 3973,000 | 89955,903 | 95527,329 | 3-13-2-12-22-32 |
| 13 | 17,446 | 17,477 | 3973,000 | 4138,500 | 95527,329 | 98417,207 | 3-13-2-22-32 |
| 14 | 17,477 | 17,539 | 4138,500 | 4269,500 | 98417,207 | 100710,755 | 3-13-2 |
| 15 | 17,539 | 17,60 | 4269,500 | 4300,000 | 100710,755 | 101246,625 | 3-13 |
| 16 | 17,60 | 18,20 | 4300,000 | 4450,000 | 101246,625 | 103931,625 | 3 |
| 17 | 18,20 | 18,506 | 4450,000 | 4750,000 | 103931,625 | 109446,525 | 33 |
| 18 | 19,70 | 20,496 | 4750,000 | 5150,000 | 109446,525 | 117485,725 | 5-15-25-36 |
| 19 | 20,496 | 20,894 | 5150,000 | 5300,000 | 117485,725 | 120589,975 | 5-25-36 |
| 20 | 22,26 | 24,396 | 5300,000 | 5900,000 | 120589,975 | 134586,775 | 6-16-26-37 |
| 21 | 24,396 | 25,108 | 5900,000 | 6000,000 | 134586,775 | 137061,975 | 16-37 |
| 22 | 25,108 | 25,82 | 6000,000 | 6050,000 | 137061,975 | 138335,175 | 37 |
| 23 | 25,92 | 26,746 | 6050,000 | 6450,000 | 138335,175 | 148868,375 | 8-18-28-41 |
| 24 | 26,746 | 27,27 | 6450,000 | 6640,315 | 148868,375 | 154008,396 | 8-18-41 |
| 25 | 27,27 | 27,572 | 6640,315 | 7022,072 | 154008,396 | 164476,563 | 8-18-41-9-19-29-42 |
| 26 | 27,572 | 27,74 | 7022,072 | 7173,423 | 164476,563 | 168662,336 | 9-19-29-42 |
| 27 | 27,74 | 27,79 | 7173,423 | 7345,051 | 168662,336 | 173427,569 | 9-19-29-42-7-17-27-38 |
| 28 | 27,79 | 27,936 | 7345,051 | 8014,989 | 173427,569 | 192094,049 | 9-19-29-42-7-17 27-38-10-20-30-43 |
| 29 | 27,936 | 27,977 | 8014,989 | 8184,653 | 192094,049 | 196837,282 | 19-29-7-17 27-38-10-20-30-43 |
| 30 | 27,977 | 28,056 | 8184,653 | 8411,569 | 196837,282 | 203194,648 | 19-29-27 38-10-20-30-43 |
| 31 | 28,056 | 28,158 | 8411,569 | 8575,434 | 203194,648 | 207800,403 | 19-29-10-20-30-43 |
| 32 | 28,158 | 28,309 | 8575,434 | 8750,000 | 207800,403 | 212729,025 | 10-20-30-43 |
| 33 | 28,309 | 28,482 | 8750,000 | 8850,000 | 212729,025 | 215568,575 | 10-43 |
| 34 | 28,482 | 28,655 | 8850,000 | 8900,000 | 215568,575 | 216997,000 | 43 |
| 35 | 28,74 | 29,185 | 8900,000 | 9150,000 | 216997,000 | 224237,625 | 39 |
| 36 | 29,74 | 30,037 | 9150,000 | 9300,000 | 224237,625 | 228720,900 | 40 |

Tabela 5.5: Dados da função de custo térmico equivalente do 1º período do caso G-43.

A tabela 5.5, por sua vez, mostra os parâmetros associados à função de custo térmico equivalente para o primeiro período do maior caso G-43. Lembra-se que Λ representa o conjunto de unidades térmicas marginais para um determinado intervalo. A partir dessa tabela, gerou-se a figura 5.1 que apresenta a curva da função de custo térmico dividida em intervalos (retas verticais).

5.3 Análise comparativa: modelo equivalente proposto (ECF) X modelo individual

Nesta seção, são discutidas as diferenças de custo, tempo e número de iterações entre as abordagens: individualizada padrão e equivalente proposta para os custos de geração térmica.

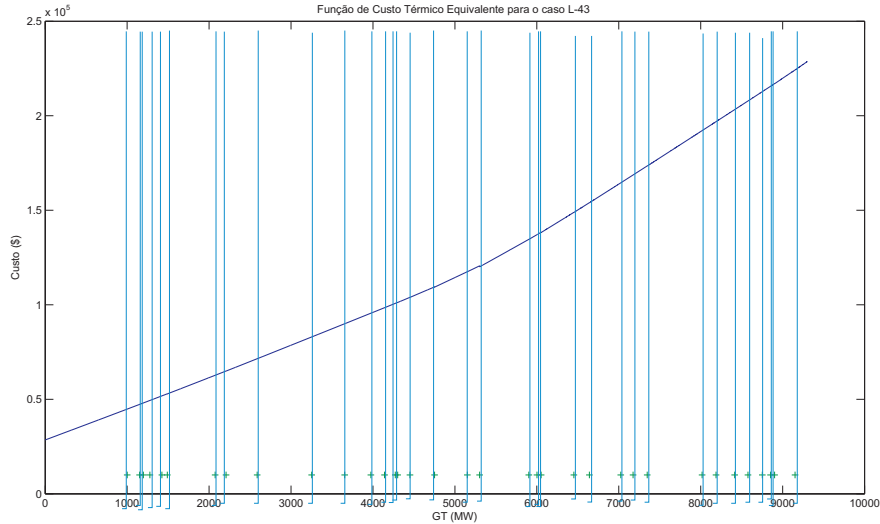


Figura 5.1: Função de custo térmico equivalente dividida em intervalos para o primeiro período do caso -43.

5.3.1 Vantagens da modelagem de geração térmica equivalente

Na tabela 5.6 são mostrados os resultados para a estratégia de resolução por PDD adotando-se a metodologia LPPD proposta, para os modelos individualizado e equivalente, onde $NCUT_{tot}$ indica o número total de cortes e Nit corresponde ao número de iterações da PDD. Pode-se notar que a diferença relativa entre os custos das metodologias é inferior ao valor de ε , o que comprova a validade do modelo equivalente proposto, e o tempo de CPU gasto na metodologia equivalente é menor que na individualizada, exceto para o caso P-13 que apresentou um maior tempo na abordagem proposta devido ao alto número de iterações que é aproximadamente cinco vezes maior do que na abordagem padrão. Ademais, é fato que o tempo por iteração gasto na metodologia equivalente é sempre menor que a individualizada, uma vez que os subproblemas de programação linear são menores naquela metodologia em detrimento desta. Ressalta-se ainda que, em média, a redução de tempo na metodologia equivalente é cerca de 50%.

As figuras 5.2 e 5.3 ilustram o processo de convergência e o número de restrições (cortes) originadas a partir da modelagem LPPD para as abordagens individualizada padrão e equivalente proposta. Na primeira figura, há dois gráficos: um para as 5 primeiras iterações da PDD, e outro para as demais iterações. Nota-se que, embora os resultados de ambas as metodologias sejam muito próximos, as iterações iniciais e o número de iterações são diferentes. Além disso, lembra-se ainda, que os valores de $ZSUP$ não são válidos, porque são utilizadas tolerâncias decrescentes ao longo das iterações da PDD, por isso esse resultado não está representado na figura.

| Caso | Individualizado | | | | Equivalente | | | |
|------|-----------------|---------|--------------|-----|----------------|---------|--------------|-----|
| | Custo (1000\$) | t (seg) | $NCUT_{tot}$ | Nit | Custo (1000\$) | t (seg) | $NCUT_{tot}$ | Nit |
| P-13 | 64539,86137 | 4,75 | 4511 | 2 | 64539,86135 | 5,00 | 540 | 9 |
| M-13 | 130521,58159 | 131,25 | 31381 | 18 | 130521,58148 | 80,28 | 7581 | 16 |
| G-13 | 260398,94809 | 716,62 | 37996 | 31 | 260398,94795 | 406,79 | 26888 | 28 |
| P-23 | 164955,15769 | 28,78 | 14064 | 10 | 164955,15768 | 14,14 | 1660 | 10 |
| M-23 | 334265,96196 | 130,92 | 20521 | 16 | 334265,96194 | 66,94 | 5652 | 15 |
| G-23 | 671136,62504 | 1175,97 | 65452 | 32 | 671136,62271 | 257,28 | 15409 | 26 |
| P-43 | 232368,65187 | 8,95 | 16396 | 3 | 232368,65178 | 4,41 | 472 | 2 |
| M-43 | 472885,21707 | 166,40 | 37903 | 14 | 472885,21702 | 55,06 | 4752 | 12 |
| G-43 | 953900,22124 | 1358,67 | 128295 | 33 | 953900,22096 | 331,46 | 20069 | 26 |

Tabela 5.6: Comparação da convergência das metodologias individualizada e equivalente para a estratégia de resolução por PDD, ambas com a estratégia dinâmica.

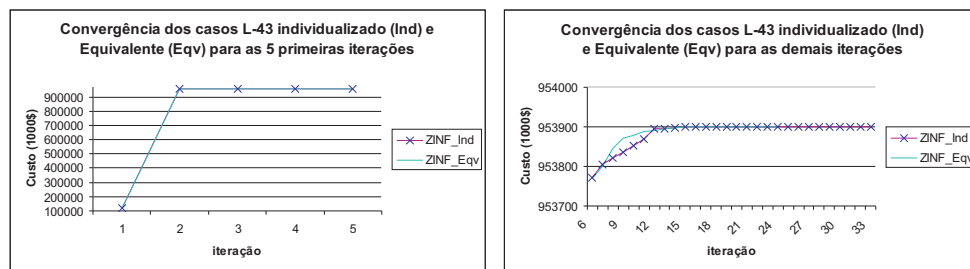


Figura 5.2: Gráfico da convergência do caso G-43 para as abordagens individualizada e equivalente.

O segundo gráfico mostra que o número de cortes por iteração da PDD na metodologia individualizada é substancialmente maior em relação à metodologia proposta. Portanto, conclui-se que as diferenças de tempo apontadas na tabela 5.6 entre essas abordagens é devido não só à diferença do número de iterações, mas principalmente à elevada redução do número de cortes por iteração.

Na tabela 5.7 são mostrados os resultados da estratégia de resolução por PLU. Nela, pode-se perceber que os custos, novamente, são praticamente iguais entre si, e também aos apresentados na tabela 5.6. Da mesma forma que na estratégia de PDD, o tempo de resolução na metodologia equivalente é sempre menor que no método individualizado (pelos mesmos motivos) e, em média, obtém-se uma redução de cerca de 67% com a primeira metodologia. Ressalta-se que a diferença de tempo de resolução, através da resolução por PLU, é muito maior entre as metodologias individualizada padrão e a equivalente proposta, pois neste caso, o problema de otimização, que já é grande com a metodologia equivalente, torna-se muito maior com a inclusão de todas as unidades térmicas.

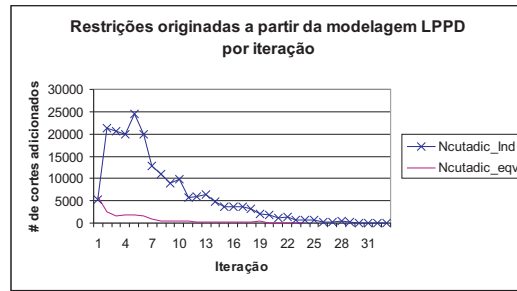


Figura 5.3: Gráfico do número de cortes (restrições) adicionados por iteração da PDD para as abordagens individualizada e equivalente.

| Caso | Individualizado | | Equivalente | |
|------|-----------------|---------|----------------|---------|
| | Custo (1000\$) | t (seg) | Custo (1000\$) | t (seg) |
| P-13 | 64539,86072 | 1,38 | 64539,85334 | 1,33 |
| M-13 | 130521,57929 | 4,75 | 130521,57100 | 1,84 |
| G-13 | 260398,94505 | 16,9 | 260398,93492 | 5,78 |
| P-23 | 164955,15690 | 2,45 | 164955,15705 | 1,36 |
| M-23 | 334265,96026 | 10,48 | 334265,96062 | 2,19 |
| G-23 | 671136,62154 | 70,84 | 671136,61864 | 4,94 |
| P-43 | 232368,64795 | 3,75 | 232368,64740 | 1,12 |
| M-43 | 472885,20921 | 23,03 | 472885,21255 | 1,91 |
| G-43 | 953900,21006 | 221,41 | 953900,21125 | 4,75 |

Tabela 5.7: Comparação da convergência das metodologias individualizada e equivalente para a estratégia de resolução por PLU, ambas com estratégia dinâmica.

5.3.2 Equivalência dos resultados de operação

Os resultados obtidos a partir da aplicação da modelagem equivalente dos custos de geração térmica são muito próximos em relação aos resultados apresentados para a metodologia individualizada padrão de representação dos custos térmicos.

Em um primeiro estudo, modificaram-se os parâmetros dos REQVs (tabelas 5.8 e E.1) para poder avaliar mais precisamente o efeito de cenários bem distintos no montante de geração térmica. Entretanto, manteve-se a estrutura da árvore de cenários do caso G-43, que apresenta duas aberturas por nó e valores de ENA mínimo e máximo fixos ao longo da árvore, visto que o objetivo deste estudo é efetuar uma análise de consistência entre as metodologias individualizada e equivalente.

| Reservatório | \overline{GH}_{EQV_i} | E_i | E_i^0 |
|--------------|-------------------------|-------|---------|
| 1 | 2000 | 2000 | 1 |
| 2 | 1000 | 1000 | 1 |

Tabela 5.8: Dados dos reservatórios equivalentes presentes neste estudo específico.

| Período | EARMF1_EQV | | | EARMF2_EQV | | | GTER_EQV | | |
|---------|------------|---------|---------|------------|---------|---------|----------|---------|---------|
| | Pior | Mediano | Melhor | Pior | Mediano | Melhor | Pior | Mediano | Melhor |
| 1 | 289,23 | 289,23 | 289,23 | 1000,00 | 1000,00 | 1000,00 | 5487,24 | 5487,24 | 5487,24 |
| 2 | 289,23 | 1683,41 | 1683,41 | 86,74 | 1000,00 | 1000,00 | 5982,74 | 5290,19 | 5290,19 |
| 3 | 0,00 | 0,00 | 2000,00 | 0,00 | 924,91 | 1000,00 | 6974,04 | 5591,52 | 4666,59 |
| 4 | 0,00 | 1197,63 | 2000,00 | 0,00 | 924,91 | 1000,00 | 7000,03 | 5197,64 | 4000,00 |
| 5 | 0,00 | 0,00 | 2000,00 | 0,00 | 0,00 | 1000,00 | 7950,00 | 5827,44 | 4950,00 |
| 6 | 0,00 | 665,11 | 2000,00 | 0,00 | 0,00 | 1000,00 | 6850,00 | 4515,11 | 3850,00 |
| 7 | 0,00 | 0,00 | 2000,00 | 0,00 | 0,00 | 1000,00 | 6149,00 | 5483,88 | 3149,01 |
| 8 | 0,00 | 0,00 | 2000,00 | 0,00 | 0,00 | 1000,00 | 7500,00 | 7500,00 | 4500,00 |

Tabela 5.9: Dados de EARMF para reservatórios equivalentes e geração térmica total utilizando a **metodologia equivalente proposta**.

| Período | EARMF1_EQV | | | EARMF2_EQV | | | GTER_EQV | | |
|---------|------------|---------|---------|------------|---------|---------|----------|---------|---------|
| | Pior | Mediano | Melhor | Pior | Mediano | Melhor | Pior | Mediano | Melhor |
| 1 | 1288,65 | 1288,65 | 1288,65 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 5487,64 | 5487,64 | 5487,64 |
| 2 | 1683,30 | 375,83 | 1683,30 | 1000,00 | 1,00 | 1000,00 | 5289,65 | 5983,19 | 5289,65 |
| 3 | 2000,00 | 0,00 | 0,00 | 1000,00 | 0,00 | 925,76 | 4666,70 | 6973,18 | 5592,46 |
| 4 | 2000,00 | 0,00 | 1193,01 | 1000,00 | 0,00 | 925,76 | 3999,99 | 7000,00 | 5193,02 |
| 5 | 2000,00 | 0,00 | 0,00 | 1000,00 | 0,00 | 0,00 | 4950,00 | 7949,99 | 5831,23 |
| 6 | 2000,00 | 0,00 | 664,27 | 1000,00 | 0,00 | 99,42 | 3850,01 | 6850,00 | 4514,27 |
| 7 | 2000,00 | 0,00 | 0,00 | 1000,00 | 0,00 | 0,00 | 3149,01 | 6149,01 | 5484,74 |
| 8 | 2000,00 | 0,00 | 0,00 | 1000,00 | 0,00 | 0,00 | 4500,00 | 7499,99 | 7499,99 |

Tabela 5.10: Dados de EARMF para reservatórios equivalentes e geração térmica total para utilizando a **metodologia individualizada padrão**.

As tabelas 5.9 e 5.10 ilustram, para esse estudo específico, a energia armazenada final (EARMF) para os reservatórios equivalentes (REQVs), obtidos a partir do caso G-43 em três cenários multi-período: o pior, o mediano e o melhor. A figura 5.4, por sua vez, mostra uma série de gráficos para a EARMF desses dois reservatórios equivalentes e para geração térmica total considerando os mesmos cenários. Além disso, as figuras 5.5 e 5.6 mostram o *boxplot*¹ de geração térmica total de todos os cenários para as modelagens individualizada e equivalente, respectivamente.

As conclusões obtidas a partir dessas informações são:

- a operação dos REQVs por cenário e metodologia são diferentes. Entretanto, efetuando-se essa mesma análise para a operação conjunta dos REQVs, nota-se que o montante total de energia armazenada final é o mesmo entre as metodologias abordadas;
- a geração térmica total é praticamente idêntica por cenário e metodologia;
- no pior dos cenários, gera-se menos energia hidráulica porque o mesmo é extremamente “seco”, i.e. a ENA praticamente nula ao longo dos períodos, o que impacta na elevada geração térmica para atender a demanda do sistema;

¹Diagrama que ilustra informações estatísticas de uma variável, tais como mediana (linha no interior dos retângulos), quartis inferior (lado inferior do retângulo) e superior (lado superior do retângulo) e valores mínimo e máximo (linhas extremas inferior e superior).

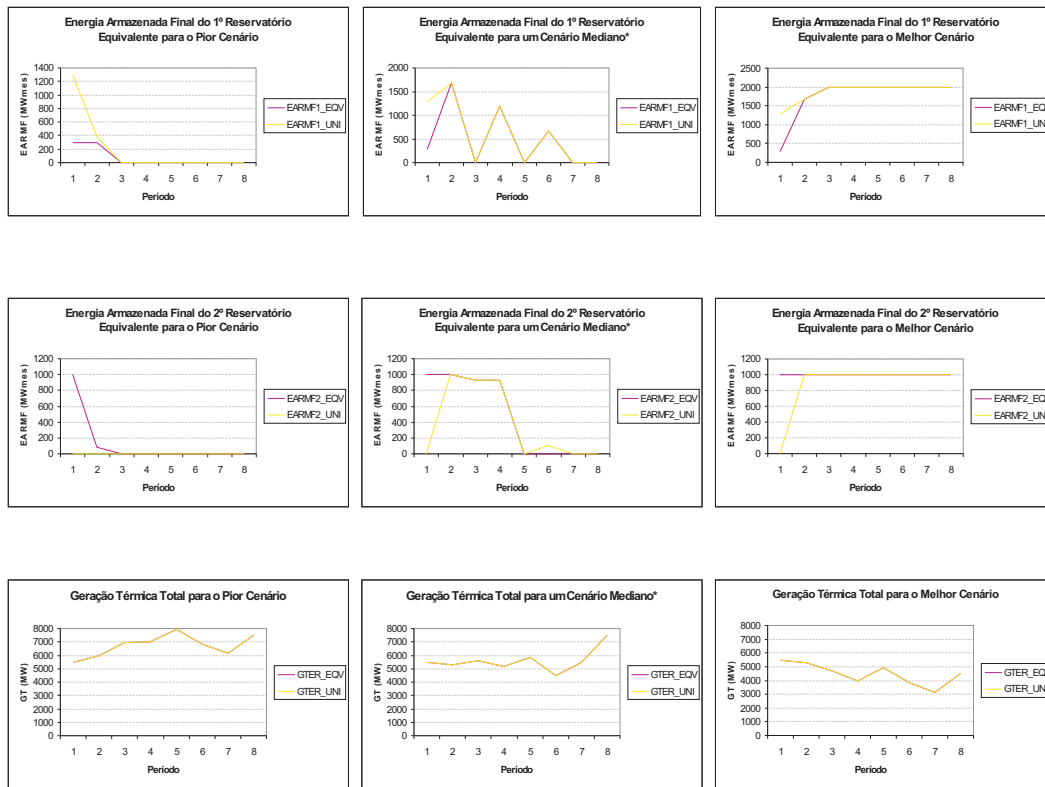


Figura 5.4: Gráficos de EARMFs dos REQVs e Geração térmica total para três cenários distintos.

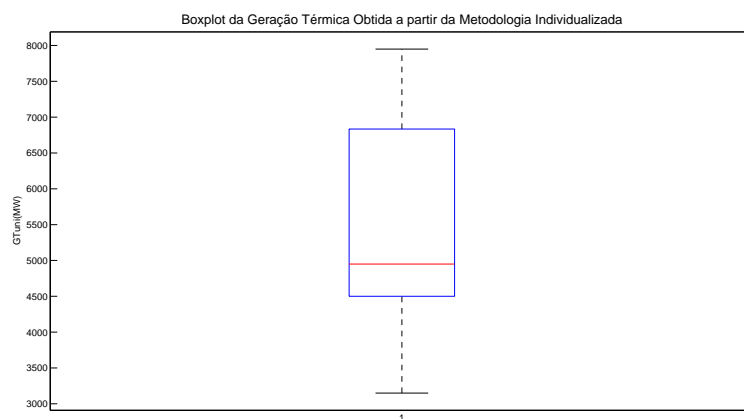


Figura 5.5: *Boxplot* de geração térmica total para todos os cenários da modelagem individualizada.

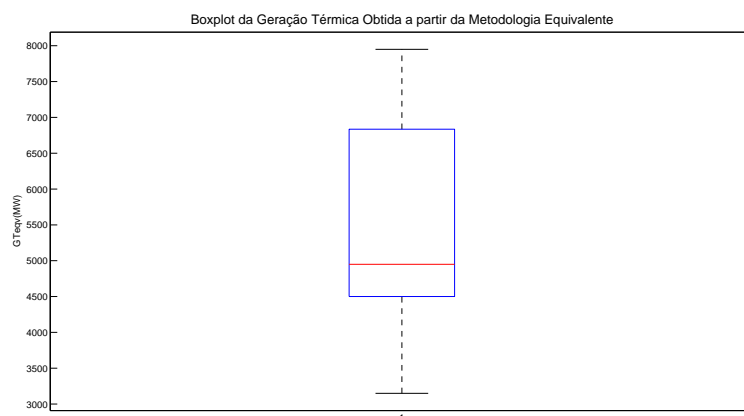


Figura 5.6: *Boxplot* de geração térmica total para todos os cenários da modelagem equivalente.

- o cenário mediano é caracterizado por apresentar uma considerável geração de energia hidráulica, na medida em que houve alternância entre os valores mínimo e máximo de ENA (vide tabela E.1) ao longo dos períodos, logo a geração térmica total foi menor em relação ao cenário crítico;
- no melhor cenário, obteve-se um valor de energia armazenada final não nulo para os reservatórios equivalentes. O motivo desse comportamento se deve à entrada de ENA máxima no sistema ao longo de todos os períodos, o que ocasionou o atingimento do limite máximo de capacidade de geração hidráulica dos reservatórios equivalentes desde o período 3 ao 8 (vide valores de $\overline{GH_{EQV_i}}$ na tabela 5.8). Portanto, a geração hidráulica do sistema foi máxima.

A partir deste ponto, considera-se novamente os dados originais de REQVs apresentados na seção 5.1.2. Na tabela 5.11 mostra-se a distância euclidiana, em MW , entre os vetores de geração por unidade obtidos pelas estratégias EQV_LPPD^2 e $UNIDT_LPPD$. Verifica-se que a diferença média é menor do que a própria precisão dos relatórios de saída do modelo de curto prazo. Para o caso com maior desvio, mostra-se na tabela 5.12 como os desvios se distribuíram entre as unidades do sistema.

Na figura 5.7 mostra-se a distribuição acumulada desses desvios ao longo dos 255 nós do caso L-13, para a unidade térmica que apresentou o maior desvio médio. Mesmo na pior situação, cerca de 90% dos desvios foram inferiores a 0,002 MW

²Após o resultado do modelo EQV_LPPD , as gerações por unidade podem ser calculadas “por fora”, a partir do resultado do modelo equivalente.

| Caso | Diferença Média nos valores de geração (MW) |
|------|---|
| P-13 | $9,40191e^{-6}$ |
| G-13 | $1,64674e^{-4}$ |
| P-23 | $4,89539e^{-5}$ |
| G-23 | $1,10197e^{-4}$ |
| P-43 | $4,16883e^{-5}$ |
| G-43 | $5,94556e^{-5}$ |

Tabela 5.11: Desvio médio total entre os valores de geração dos modelos EQV_-LPPD e UNIDT_LPPD para todas as unidades.

e praticamente todos os valores foram menores do que a precisão de 0,01 MW na impressão dos resultados no modelo Decomp. Conclui-se que a utilização de uma usina térmica equivalente, além de promover forte redução no tempo computacional, não acarreta perda de acurácia na obtenção do despacho de geração por unidade.

5.4 Avaliação da modelagem linear por partes dinâmica (LPPD) proposta para a resolução do problema

Esta seção descreve uma comparação de desempenho entre as abordagens linear por partes dinâmica proposta e a linear por partes estática padrão.

5.4.1 Resultados comparativos com a abordagem estática

A tabela 5.13 apresenta os resultados obtidos pela estratégia de resolução por PDD para as metodologias LPPD e LPPE. Pode-se verificar que as diferenças são muito pequenas (inferior a tolerância ε adotada) o que valida a abordagem dinâmica para a representação do custo de geração térmica. Além disso, o tempo de resolução foi sempre menor na abordagem LPPD, com uma redução, em média, de aproximadamente 50%. Ressalta-se que esta última tendência ocorre devido ao fato de que,

| Usina_Unid | Diferença Média nos valores de geração (MW) |
|-----------------|---|
| 6_1 | 0,0014420 |
| 7_1 | 0,0004268 |
| 8_1 | 0,0013870 |
| 9_1 | 0,0005949 |
| 10_1 | 0,0002083 |
| Demais unidades | Zero |

Tabela 5.12: Desvio médio total entre os valores de geração dos modelos EQV_-LPPD e UNIDT_LPPD para o caso L-13.

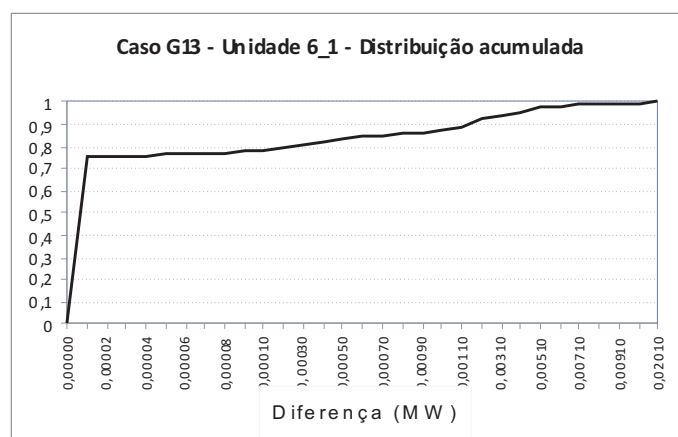


Figura 5.7: Distribuição acumulada dos desvios na geração térmica por unidade entre os modelos LPPD_EQV e LPPD_UNIDT.

na modelagem dinâmica, a inserção de cortes seja feita de modo a refinar o modelo linearizado em torno de uma solução obtida na resolução de um subproblema, sendo, portanto, necessários poucos cortes para se chegar a uma solução satisfatória para o problema (vide seção 4.3). Logo, os subproblemas intrínsecos a esta modelagem tendem a ter menos restrições. Por outro lado, como na abordagem estática todos os cortes são adicionados “de uma só vez”, os subproblemas a serem resolvidos são bem maiores em relação à abordagem dinâmica, e, portanto, levam mais tempo para serem resolvidos.

| Caso | LPPE | | | LPPD | | |
|------|----------------|---------|-----|----------------|---------|-----|
| | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit |
| P-13 | 64539,86133 | 12,95 | 2 | 64539,86135 | 5,00 | 9 |
| M-13 | 130521,58152 | 132,59 | 16 | 130521,58148 | 80,28 | 16 |
| G-13 | 260398,94784 | 715,03 | 28 | 260398,94795 | 406,79 | 28 |
| P-23 | 164955,15767 | 22,38 | 10 | 164955,15768 | 14,14 | 10 |
| M-23 | 334265,96185 | 115,84 | 13 | 334265,96194 | 66,94 | 15 |
| G-23 | 671136,62488 | 690,28 | 27 | 671136,62271 | 257,28 | 26 |
| P-43 | 232368,65184 | 12,94 | 2 | 232368,65178 | 4,41 | 2 |
| M-43 | 472885,21693 | 105,50 | 11 | 472885,21702 | 55,06 | 12 |
| G-43 | 953900,22105 | 653,95 | 25 | 953900,22096 | 331,46 | 26 |

Tabela 5.13: Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE para a estratégia de resolução por PDD, ambas com o modelo ECF para os custos de geração térmica.

A tabela 5.14 mostra os resultados da estratégia de resolução por PLU para os métodos LPPD e LPPE. Através dessas informações, pode-se dizer que os custos são praticamente os mesmos, e o tempo de resolução gasto no método LPPE é menor que na metodologia LPPD para os casos menores. Por outro lado, para os casos maiores, os menores tempos de CPU estão associados à modelagem LPPD,

que, em média, foram cerca de 58% inferiores aos tempos obtidos na metodologia padrão. Ressalta-se que o comportamento ocorrido nos casos menores não seria verificado caso uma precisão maior tivesse sido requerida para a aproximação da função não linear. Por exemplo, foi executado o caso P-13 decrementando sua tolerância em 50 vezes, tendo sido observados tempos de 1,11 e 6,06 segundos para as metodologias LPPD e LPPE, respectivamente.

| Caso | LPPE | | LPPD | |
|------|----------------|---------|----------------|---------|
| | Custo (1000\$) | t (seg) | Custo (1000\$) | t (seg) |
| P-13 | 64539,85841 | 0,39 | 64539,85334 | 1,33 |
| M-13 | 130521,57551 | 2,09 | 130521,57100 | 1,84 |
| G-13 | 260398,92487 | 13,66 | 260398,93492 | 5,78 |
| P-23 | 164955,15619 | 0,33 | 164955,15705 | 1,36 |
| M-23 | 334265,95632 | 2,03 | 334265,96062 | 2,19 |
| G-23 | 671136,61060 | 12,23 | 671136,61864 | 4,94 |
| P-43 | 232368,64804 | 0,38 | 232368,64740 | 1,12 |
| M-43 | 472885,21053 | 1,98 | 472885,21255 | 1,91 |
| G-43 | 953900,18846 | 10,87 | 953900,21125 | 4,75 |

Tabela 5.14: Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE para a estratégia de resolução por PLU com modelo ECF para os custos de geração térmica.

5.4.2 Acurácia do modelo

Uma vez executados os casos apresentados na última subseção, escolheu-se o maior caso (G-43) com diferentes valores para as tolerâncias, como ilustra a tabela 5.15. Conforme o esperado, o custo aumenta à medida que se refina a modelagem da usina térmica equivalente. Percebe-se também que a diferença no valor ótimo do problema de otimização é ínfima para valores menores do que 0,001%, o que mostra que não há ganhos adicionais em utilizar tolerâncias menores.

Ressalta-se ainda que, como o algoritmo só é interrompido quando ambas as tolerâncias do modelo LPPD são atingidas, a diferença máxima entre a geração exata (da função quadrática por partes) e a geração do modelo LPPD é inferior a 0,093 MW para esse valor de tolerância.

Enfim, as tabelas 5.16 e 5.17 apresentam os resultados dos custos de modelagem dinâmica C_{LPP} e exato $C(GT^*)$ para as estratégias de resolução por PDD e PLU, respectivamente, apenas para o primeiro período, ao longo das iterações/recursões de resolução do problema. Informa-se que a tabela completa referente a esses parâmetros para a estratégia de resolução por PDD se encontra no apêndice D. Como esperado, percebe-se que, nas primeiras recursões de cada iteração (do caso resolvido por PDD) e na primeira recursão do caso resolvido por PLU, as diferenças entre

| δ_x, δ_y (%) | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit |
|--------------------------|-------------------|---------|-----|
| 10,00000 | 953853,9987816549 | 169,42 | 20 |
| 1,00000 | 953898,8254090407 | 224,37 | 26 |
| 0,10000 | 953900,2078600122 | 249,54 | 23 |
| 0,01000 | 953900,2209632581 | 331,46 | 26 |
| 0,00100 | 953900,2212557329 | 368,74 | 31 |
| 0,00010 | 953900,2212570388 | 408,44 | 34 |
| 0,00001 | 953900,2212572241 | 775,15 | 99 |

Tabela 5.15: Resultados do modelo EQV_LPPD com diferentes tolerâncias δ_x e δ_y , para o caso G-43.

| Iteração | Recursão | Custo do modelo (C_{LPP}) | Custo exato ($C(GT^*)$) |
|----------|----------|-------------------------------|---------------------------|
| 1 | 1 | 160869,5288 | 161390,012 |
| 1 | 2 | 161391,0916 | 161391,4801 |
| 1 | 3 | 161391,0916 | 161391,4801 |
| 1 | 4 | 161391,4774 | 161391,4801 |
| 1 | 5 | 161391,4800 | 161391,4801 |
| 1 | 6 | 161391,4801 | 161391,4801 |
| 2 | 1 | 169394,0327 | 169398,9012 |
| 2 | 2 | 169394,0327 | 169398,9012 |
| 2 | 3 | 169399,6675 | 169399,6734 |
| 2 | 4 | 169399,6720 | 169399,6734 |
| 2 | 5 | 169399,6730 | 169399,6734 |
| 2 | 6 | 169399,6734 | 169399,6734 |
| 2 | 7 | 169399,6734 | 169399,6734 |
| 3 | 1 | 168141,0345 | 168141,1451 |
| 3 | 1 | 168141,0345 | 168141,1451 |
| 3 | 2 | 168514,5309 | 168514,5311 |
| 3 | 2 | 168514,5309 | 168514,5311 |
| 3 | 3 | 168514,5309 | 168514,5311 |
| 3 | 3 | 168514,5309 | 168514,5311 |
| 3 | 4 | 168525,2259 | 168525,2259 |
| 3 | 4 | 168525,2259 | 168525,2259 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 20 | 1 | 165211,7496 | 165211,7497 |
| 20 | 1 | 165211,7496 | 165211,7497 |
| 21 | 1 | 165211,7496 | 165211,7497 |
| 21 | 1 | 165211,7496 | 165211,7497 |
| 22 | 1 | 165211,7496 | 165211,7496 |
| 22 | 1 | 165211,7496 | 165211,7496 |

Tabela 5.16: Custos obtidos com a modelagem LPPD e exato, por iteração e recursão para o 1º estágio, do caso G-43 resolvido por PDD.

esses custos são maiores e ao longo das recursões os valores vão ficando cada vez mais próximos até que as tolerâncias δ_x e δ_y sejam satisfeitas.

5.4.3 Robustez do modelo

Neste estudo, realizou-se uma análise de sensibilidade do desempenho do modelo em relação à variação nos valores dos parâmetros $NCUT_{inic}$ e $NCUT_{adic}$ que é mostrada nas tabelas 5.18 e 5.19. Não foram observadas diferenças significativas entre as variantes, o que confere uma certa robustez da estratégia em relação à definição dos parâmetros do modelo.

| Recursão | Custo do modelo (C_{LPP}) | Custo exato ($C(GT^*)$) |
|----------|-------------------------------|---------------------------|
| 1 | 166640,0738 | 167533,0830 |
| 2 | 166181,8108 | 166198,5656 |
| 3 | 166181,8108 | 166193,4556 |
| 4 | 165591,8151 | 165592,5399 |
| 5 | 165220,3476 | 165220,5690 |
| 6 | 165220,3476 | 165220,5690 |
| 7 | 165112,4684 | 165112,4838 |
| 8 | 165209,0645 | 165209,0647 |
| 9 | 165203,9461 | 165203,9461 |
| 10 | 165213,4910 | 165213,4910 |
| 11 | 165213,4910 | 165213,4910 |
| 12 | 165211,9591 | 165211,9591 |

Tabela 5.17: Custos obtidos com a modelagem LPPD e exato, por recursão, para o 1º estágio do caso G-43 resolvido por PLU.

| $NCUT_{inic}$ | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit |
|---------------|-------------------|---------|-----|
| 4 | 953900,2209632581 | 346,18 | 26 |
| 8 | 953900,2211381251 | 384,88 | 30 |
| 16 | 953900,2210658311 | 372,97 | 30 |
| 24 | 953900,2211094674 | 278,07 | 26 |
| 40 | 953900,2211145743 | 359,94 | 28 |

Tabela 5.18: Resultados ao variar o parâmetro $NCUT_{inic}$ do modelo EQV_LPPD (caso G-43).

5.4.4 Evolução do processo de convergência

Esta subsecção apresenta o processo de convergência para o caso G-43 usando-se as metodologias de modelagem equivalente de custo de geração térmica e modelos LPPD. Além disso, aplicam-se as estratégias PDD e PLU para resolver esse caso.

A tabela 5.20 ilustra a evolução do processo de convergência ao longo das iterações para a estratégia de resolução por PDD, onde $NCUT_{med}$ e $NREC_{med}$ indicam o número de cortes (do método LPPD) e o número de recursões médios por nó e iteração, respectivamente. Sabendo-se que os rótulos “-” indicam que o $ZSUP$ é inválido pelo fato de a tolerância da modelagem dinâmica ser decrescente ao longo das iterações da PDD, é possível concluir que: $ZINF$ e o $ZSUP$ são praticamente os mesmos no final³; os valores de $NCUT_{med}$ e $NREC_{med}$ diminuem ao longo das iterações como o esperado, uma vez que, com o passar das iterações, o problema tende a ficar mais próximo da efetiva solução; o tempo por iteração também diminui (mesmo com mais cortes de Benders), porque o procedimento iterativo da PDD faz menos recursões no processo de linearização dinâmica por nó.

A tabela 5.21, por sua vez, mostra a evolução do processo de convergência para a estratégia de resolução por PLU. Nota-se que o número de cortes ($NCUT$) por recursão também diminui ao longo do processo recursivo do procedimento LPPD.

³Ressalta-se que a tolerância da PDD utilizada é de $\epsilon = 10^{-8}$.

| $NCUT_{adic}$ | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit |
|---------------|-------------------|---------|-----|
| 2 | 953900,2210238618 | 372,65 | 27 |
| 4 | 953900,2209632581 | 367,79 | 26 |
| 6 | 953900,2211291293 | 358,13 | 29 |
| 8 | 953900,2211693721 | 304,37 | 27 |
| 10 | 953900,2211814345 | 338,24 | 30 |

Tabela 5.19: Resultados ao variar o parâmetro $NCUT_{adic}$ do modelo EQV_LPPD (caso G-43).

| Iteração | ZINF (1000\$) | ZSUP (1000\$) | Tempo (seg) | $NCUT_{med}$ | $NREC_{med}$ |
|----------|-------------------|-------------------|-------------|--------------|--------------|
| 1 | 117896,4761981457 | - | 49,42 | 23,012 | 5,753 |
| 2 | 953718,5006789702 | - | 30,94 | 9,898 | 2,475 |
| 3 | 953735,0812281755 | - | 33,47 | 8,957 | 2,239 |
| 4 | 953750,7926177208 | - | 23,86 | 5,976 | 1,494 |
| 5 | 953781,8178486931 | - | 21,11 | 5,820 | 1,455 |
| 6 | 953807,3918698956 | - | 19,36 | 4,612 | 1,153 |
| 7 | 953825,8192940871 | - | 16,61 | 3,639 | 0,910 |
| 8 | 953826,3386137804 | - | 13,83 | 2,510 | 0,627 |
| 9 | 953872,3376963164 | - | 12,49 | 1,647 | 0,412 |
| 10 | 953880,2194868748 | - | 11,89 | 1,490 | 0,373 |
| 11 | 953894,0979466010 | - | 11,53 | 1,051 | 0,263 |
| 12 | 953898,2354992899 | - | 11,27 | 1,067 | 0,267 |
| 13 | 953899,3601645414 | - | 11,17 | 0,973 | 0,243 |
| 14 | 953900,0633132185 | - | 10,56 | 0,643 | 0,161 |
| 15 | 953900,1864842579 | - | 10,25 | 0,376 | 0,094 |
| 16 | 953900,2108634207 | - | 10,05 | 0,329 | 0,082 |
| 17 | 953900,2186398759 | - | 9,45 | 0,094 | 0,025 |
| 18 | 953900,2195991974 | - | 9,30 | 0,016 | 0,004 |
| 19 | 953900,2203079399 | - | 9,53 | 0,173 | 0,043 |
| 20 | 953900,2207492813 | - | 9,41 | 0,063 | 0,016 |
| 21 | 953900,2207954803 | - | 9,28 | 0,016 | 0,004 |
| 22 | 953900,2209968644 | - | 9,39 | 0,031 | 0,011 |
| 23 | 953900,2210563973 | 953900,2210887109 | 9,25 | 0,000 | 0,000 |

Tabela 5.20: Convergência do caso G-43 para a estratégia de resolução por PDD.

5.4.5 Sensibilidade em relação ao número de ECFs a serem consideradas

Nesta subseção, avalia-se a sensibilidade do desempenho e também a consistência da modelagem equivalente dos custos de geração térmica, quando o número de ECFs é aumentado.

A seguir, apresenta-se um estudo com o maior caso G-43 utilizando-se o método de custo térmico equivalente e a metodologia LPPD, com a estratégia de resolução por PDD. Consideraram-se 4 subsistemas com intercâmbios com capacidade infinita, como mostra a tabela 5.22, onde sub_O e sub_D indicam os subsistemas de origem e destino para um intercâmbio, respectivamente. A tabela 5.23, por sua vez, apresenta os dados de demanda por período e subsistema. Ressalta-se que a soma das demandas de todos os subsistemas para um período é equivalente à demanda apresentada no caso original G-43 para o mesmo período. Esse procedimento foi realizado para permitir a avaliação da consistência e do desempenho da metodologia proposta neste trabalho, quando várias usinas térmicas equivalentes são construídas, já que os resul-

| Recursão | Custo (1000\$) | <i>NCUT</i> |
|----------|-------------------|-------------|
| 1 | 949797,7463643746 | 1020 |
| 2 | 953849,2369156330 | 1020 |
| 3 | 953893,1275667703 | 1020 |
| 4 | 953899,4075733266 | 1020 |
| 5 | 953900,1542814247 | 1012 |
| 6 | 953900,2100942195 | 626 |
| 7 | 953900,2208490493 | 372 |
| 8 | 953900,2210356425 | 28 |
| 9 | 953900,2210752139 | 0 |

Tabela 5.21: Convergência do caso G-43 para a estratégia de resolução por PLU.

tados desse caso devem ser iguais aos apresentados anteriormente, para uma única usina térmica equivalente.

| sub _O | sub _D | Capacidade (MW) |
|------------------|------------------|-----------------|
| 1 | 2 | ∞ |
| 2 | 3 | ∞ |
| 2 | 4 | ∞ |
| 3 | 4 | ∞ |

Tabela 5.22: Dados de intercâmbios entre os subsistemas.

| Período | Subsistema | | | |
|---------|------------|------|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 2435 | 1540 | 1780 | 1445 |
| 2 | 1336 | 2042 | 1855 | 1663 |
| 3 | 1578 | 1859 | 2160 | 1753 |
| 4 | 1950 | 1098 | 1502 | 2450 |
| 5 | 2140 | 1465 | 1970 | 2375 |
| 6 | 1830 | 1240 | 1800 | 1980 |
| 7 | 1590 | 1375 | 2000 | 1184 |
| 8 | 1800 | 1650 | 2205 | 1845 |

Tabela 5.23: Dados de demanda (em MW) por subsistema e período.

A tabela 5.24 apresenta como as unidades térmicas foram divididas em subsistemas⁴ e os dois reservatórios equivalentes considerados pertencem aos subsistemas 2 e 4, respectivamente. O valor das tolerâncias δ_x e δ_y da modelagem LPPD adotado é de 0,01%, e os demais dados de entrada são os mesmos do caso original G-43.

Comparando-se os tempos de CPU e o custo (tabela 5.25) entre os casos com 4 subsistemas e com sistema único, conclui-se que os custos são bem próximos, e o tempo de CPU é ainda bem menor que o caso individualizado (vide tabela 5.6).

⁴Lembra-se que os dados de custo dessas unidades se encontra na tabela C.1. Esses dados são importantes porque definem as informações relevantes das ECFs obtidas, uma para cada subsistema.

| Subsistema | Unidades térmicas | | | | | | | | | | | | |
|------------|-------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 3 | 9 | 10 | 15 | 21 | 22 | 32 | 33 | 38 | - | - | - | - |
| 2 | 4 | 7 | 8 | 12 | 16 | 19 | 20 | 30 | 31 | 36 | 42 | 43 | - |
| 3 | 1 | 2 | 13 | 14 | 24 | 25 | 26 | 40 | 41 | - | - | - | - |
| 4 | 5 | 6 | 11 | 17 | 18 | 23 | 27 | 28 | 29 | 34 | 35 | 37 | 39 |

Tabela 5.24: Organização das unidades térmicas em subsistemas para o caso adotado.

| # de sistemas | Custo (1000\$) | t (seg) |
|---------------|----------------|---------|
| 1 | 953900,22096 | 331,46 |
| 4 | 953900,22106 | 578,25 |

Tabela 5.25: Resultados obtidos para o caso G-43 com intercâmbios.

5.5 Testes adicionais

5.5.1 Avaliação da modelagem dinâmica aplicada à ECF linear por partes

Esta seção aborda o caso particular onde o custo de geração das unidades térmicas é linear. Isto ocorre não só no Brasil, onde se considera o “custo variável unitário (CVU)” de cada unidade térmica nos modelos Newave e Decomp, mas também em despachos em ambiente de mercado, onde cada gerador oferece “*bids*” de quantidade x preço.

Os dados utilizados neste estudo (caso G-43 modificado) são os mesmos que foram apresentados na seção 5.1 (caso G-43), exceto as funções de custo térmico, cujos coeficientes podem ser vistos na tabela C.2 do apêndice C.

A tabela 5.26 apresenta uma comparação de desempenho entre as modelagens linear por partes dinâmica e estática aplicadas a uma função de custo térmico equivalente linear por partes com uma estratégia de resolução por programação de Benders multi estágio. Os resultados mostram que os custos são muito próximos e o tempo de CPU é sempre menor na abordagem dinâmica, em uma razão que aumenta para os casos de maior porte. Além disso, obteve-se, em média, uma redução de 57% no tempo de CPU com a abordagem dinâmica. Portanto, pode-se concluir que a modelagem dinâmica é muito vantajosa mesmo no caso em que o problema original (com unidades geradoras) é linear, porque é mais rápida e produz exatamente os mesmos resultados que a modelagem estática (custos idênticos).

| Caso | LPPE | | | LPPD | | |
|------|-------------------|---------|-----|-------------------|---------|-----|
| | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit |
| P-13 | 63235,2357600000 | 5,17 | 2 | 63235,2357600000 | 2,84 | 2 |
| M-13 | 127877,0159409370 | 45,08 | 5 | 127877,0159409370 | 18,99 | 5 |
| G-13 | 255213,1183185930 | 395,88 | 13 | 255213,1183185930 | 140,28 | 13 |
| P-23 | 161837,2856850000 | 4,91 | 2 | 161837,2856850000 | 2,94 | 2 |
| M-23 | 327974,4911484370 | 20,82 | 2 | 327974,4911484370 | 12,12 | 2 |
| G-23 | 658473,9601124980 | 512,56 | 17 | 658473,9601124970 | 184,57 | 19 |
| P-43 | 227790,7776900000 | 5,41 | 2 | 227790,7776899990 | 2,27 | 3 |
| M-43 | 463624,2193021870 | 53,54 | 6 | 463624,2193021870 | 12,27 | 4 |
| G-43 | 935520,6000590600 | 429,57 | 14 | 935520,6000590600 | 159,18 | 17 |

Tabela 5.26: Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE aplicadas à ECF linear por partes para a estratégia de resolução por PDD.

5.5.2 Avaliação da modelagem dinâmica aplicada à ECF Mista

Os dados utilizados neste estudo são basicamente os mesmos que foram utilizados no caso G-43 da seção 5.1. A única diferença diz respeito aos custos de geração das unidades térmicas. Seus valores estão dispostos no apêndice C para os casos predominantemente linear (tabela C.3) e quadrático (tabela C.4) tratados nesta seção.

As tabelas 5.27 e 5.28 mostram os casos de ECF mista predominantemente quadrática e linear, respectivamente. Em ambas as tabelas, é possível notar que os custos estão bem próximos para as abordagens dinâmica e estática, logo, pode-se dizer que a modelagem ECF mista está validada. Ademais, percebe-se que a modelagem dinâmica novamente foi mais rápida que a estática, com uma redução de tempo, em média, de aproximadamente 41%.

| Caso | LPPE | | | LPPD | | |
|------|-------------------|---------|-----|-------------------|---------|-----|
| | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit |
| P-13 | 64484,3798577618 | 5,33 | 2 | 64484,3798743266 | 4,88 | 2 |
| M-13 | 130410,6185649210 | 94,99 | 11 | 130410,6185993670 | 71,02 | 12 |
| G-13 | 260177,0219396920 | 654,97 | 22 | 260177,0220255920 | 415,31 | 21 |
| P-23 | 164516,3097916780 | 8,06 | 4 | 164516,3098000450 | 10,41 | 5 |
| M-23 | 333388,2661002820 | 80,27 | 9 | 333388,2661871220 | 58,27 | 10 |
| G-23 | 669380,9512490540 | 618,11 | 21 | 669380,9512644600 | 349,69 | 20 |
| P-43 | 231496,2400117840 | 5,45 | 2 | 231496,2400092830 | 4,89 | 2 |
| M-43 | 471137,4342861370 | 74,06 | 8 | 471137,4343755270 | 50,89 | 9 |
| G-43 | 950522,5833201800 | 559,65 | 18 | 950522,5834614430 | 291,24 | 18 |

Tabela 5.27: Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE aplicadas à ECF mista predominantemente quadrática para a estratégia de resolução por PDD.

| Caso | LPPE | | | LPPD | | |
|------|-------------------|---------|-----|-------------------|---------|-----|
| | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit |
| P-13 | 63406,0266600000 | 5,34 | 2 | 63406,0266600000 | 2,80 | 2 |
| M-13 | 128218,5977409370 | 45,11 | 5 | 128218,5977409370 | 17,84 | 5 |
| G-13 | 255896,2819185930 | 403,73 | 13 | 255896,2819185930 | 151,53 | 15 |
| P-23 | 162077,5616496100 | 8,09 | 4 | 162077,5464768910 | 5,44 | 5 |
| M-23 | 328457,3433268500 | 77,63 | 9 | 328456,0521510140 | 23,84 | 6 |
| G-23 | 659476,8915798580 | 575,89 | 20 | 659476,7060460240 | 241,24 | 24 |
| P-43 | 228111,0288900000 | 5,27 | 2 | 228111,0288900000 | 2,06 | 3 |
| M-43 | 464264,7217021870 | 47,74 | 5 | 464264,7217021870 | 11,69 | 4 |
| G-43 | 936845,9408981140 | 493,53 | 16 | 936845,5888563630 | 144,64 | 16 |

Tabela 5.28: Comparação dos resultados das metodologias LPPD e LPPE aplicadas à ECF mista predominantemente linear para a estratégia de resolução por PDD.

5.5.3 Avaliação das formas de decomposição da árvore de cenários

Mostra-se na tabela 5.29 os resultados obtidos com diferentes formas de decomposição da árvore de cenários para o caso com 8 períodos e 255 nós, agregando-se vários nós em um mesmo estágio. Os custos são muito próximos entre si, mas uma redução significativa é observada no tempo computacional com uma desagregação em no máximo 3 níveis hierárquicos de estágios. O tempo computacional ilustra um comportamento interessante que é semelhante ao observado em [87], para casos determinísticos: entre os limites mínimo e máximo do número de estágios, primeiramente há um decréscimo de tempo e, após um valor de agregação em estágios, o tempo cresce. Logo, pode-se dizer que há um número de estágios “ótimo” que minimiza o tempo de CPU de um determinado problema de otimização.

Comparam-se também os resultados dos métodos *multi-cut* e *single cut* para representação das funções de custo futuro. Apesar de resultarem em subproblemas de maior porte, a diminuição no número de iterações da PDD promovida pelo método *multi-cut* resultou em uma leve redução no tempo computacional total.

| Forma de Decomposição | Método <i>Multicut</i> | | | Método tradicional (<i>Singlecut</i>) | | |
|-----------------------|------------------------|---------|-----|---|---------|-----|
| | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit | Custo (1000\$) | t (seg) | Nit |
| 4-4 | 953900,22099 | 34,42 | 18 | 953900,22102 | 39,7 | 21 |
| 2-3-3 | 953900,22107 | 32,39 | 15 | 953900,22114 | 37,50 | 15 |
| 3-2-3 | 953900,22111 | 31,79 | 14 | 953900,22108 | 39,97 | 19 |
| 2-2-2-2 | 953900,22110 | 117,48 | 20 | 953900,22107 | 121,31 | 20 |
| 2-2-2-1-1 | 953900,22066 | 256,43 | 20 | 953900,22104 | 307,69 | 24 |
| 1-1-1-1-2-2 | 953900,22106 | 121,62 | 20 | 953900,22106 | 149,48 | 24 |
| 2-2-1-1-1-1 | 953900,22103 | 287,87 | 21 | 953900,22112 | 322,83 | 26 |
| 1-1-1-1-1-1-2 | 953900,22104 | 147,43 | 19 | 953900,22106 | 178,09 | 24 |
| 2-1-1-1-1-1-1 | 953900,22105 | 293,99 | 21 | 953900,22095 | 351,36 | 27 |

Tabela 5.29: Resultados para o caso G-43, com diferentes formas de decomposição da árvore e aplicando-se os métodos *multi-cut* e o tradicional (*single cut*) para construção dos cortes.

Capítulo 6

Conclusões e Desenvolvimentos

Futuros

Este trabalho propõe duas estratégias de modelagem para serem utilizadas em problemas de planejamento hidrotérmico não lineares, multiperíodos, estocásticos e de grande porte: a construção de uma função de custo de geração térmica equivalente quadrática por partes (ECF-QPP), a partir dos custos quadráticos individuais de geração das unidades térmicas; e a utilização de um modelo linear por partes dinâmico (LPPD) para representar esses custos no problema de otimização.

A partir dessas referidas modelagens propostas e de outras metodologias implementadas ou empregadas neste trabalho, é possível apontar uma série de conclusões relacionadas à modelagem de ECFs, ao modelo LPPD, às estratégias de resolução empregadas e aos métodos adicionais utilizados.

Acerca da modelagem do custo de geração térmica equivalente, foram implementados três tipos de ECF: a modelagem construída a partir de custos quadráticos (ECF-QPP), o modelo estritamente linear (ECF-LPP), construído a partir de custos lineares e a modelagem geral ECF mista. Uma ECF representa um modelo exato (e não uma aproximação) do conjunto de unidades térmicas de um problema puramente térmico ou hidrotérmico e contribui para uma significativa redução do tempo de CPU para resolução do problema, na medida em que há uma diminuição no seu tamanho ocasionada pela inserção de apenas uma informação de custo para cada subsistema e período, ao invés de uma informação para cada unidade térmica e período. Mesmo no caso linear, observaram-se significativos ganhos, em termos de desempenho, em relação ao modelo individualizado de representação dos custos térmicos.

Em se tratando da modelagem linear por partes dinâmica (LPPD), a mesma se mostrou mais eficiente que a modelagem linear por partes estática (LPPE) padrão, uma vez que a primeira utiliza menos cortes (restrições) no processo de linearização, a partir de expressões não lineares de custo de geração térmica, para

uma mesma precisão pré-determinada. Esse número de restrições reduzido é devido ao modo pelo qual os novos cortes são inseridos: a cada iteração do processo recursivo da modelagem LPPD, um determinado número de cortes são adicionados ao modelo vigente em torno da última solução obtida para um dado subproblema. Portanto, pode-se dizer que há um refinamento gradual do modelo linearizado próximo a solução efetiva a ser encontrada para um subproblema.

Quando se aplica a modelagem LPPE, todos os cortes são adicionados de “uma só vez” na construção do modelo linearizado. Com isso, pode-se concluir que a modelagem LPPD, em relação à LPPE, faz com que um determinado problema de otimização tenha um porte menor, por causa do número reduzido de restrições associadas ao custo de geração térmica; apresenta menor esforço computacional, pois, em geral, resolvem-se problemas de menor porte mais rapidamente; e obtém resultados muito mais acurados, uma vez que permite o uso de tolerâncias menores para a aproximação da função não linear.

A estratégia de resolução resultante da utilização conjunta dessas primeiras metodologias com modelos propostos em [30] e [31] para expressões não lineares no conjunto de restrições pode ser considerada um método geral para tratar problemas estocásticos, multi-estágio e não lineares, cuja resolução ainda não está bem consolidada na literatura.

Quanto às estratégias de resolução empregadas neste trabalho, foram utilizadas a programação dinâmica dual e a resolução através de um grande problema de programação linear único. Em geral, em ambas as estratégias, os resultados obtidos confirmam que a utilização de um modelo ECF é eficaz em termos de desempenho, e a modelagem LPPD contribui para que um problema de otimização seja mais rápido e acurado em relação à modelagem LPPE.

Dentre os métodos adicionais testados nesta dissertação, citam-se a aplicação de diferentes formas de decomposição da árvore de cenários, cujos resultados mostram que existe um número de estágios ótimo entre os limites mínimo e máximo pré-estabelecidos [87]; e a comparação entre as variantes *multi-cut* e *single cut* do método de decomposição de Benders multi-estágio.

Por fim, este trabalho pode evoluir no futuro e contemplar alguns tópicos interessantes tais como uma extensão da modelagem de ECFs e da metodologia LPPD para comportar funções de custo de geração térmica e/ou restrições não lineares quaisquer, e técnicas de resolução baseadas em amostragem implícita, como o emprego de uma estratégia de resolução por programação dinâmica dual estocástica (PDDE) [11], que é aplicada quando é impossível percorrer todos os nós da árvore de cenários.

Referências Bibliográficas

- [1] FORTUNATO, L. A. M., NETO, T. A. A., ALBUQUERQUE, J. C. R., et al. *Introdução ao planejamento da expansão e operação de sistemas de produção de energia elétrica*. 1 ed. Niterói: Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.
- [2] MACEIRA, M. E. P., TERRY, L. A., COSTA, F. S., et al. “Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system”, *Proceedings of the Power System Computation Conference: PSCC’02*, jun. 2002.
- [3] FOSSO, O. B., GJELSVIK, A., HAUGSTAD, A., et al. “Generation scheduling in a deregulated system. The norwegian case”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, pp. 75–81, fev. 1999.
- [4] BRANNLUND, H., BUBENKO, J. A., SJELVGREN, D., et al. “Optimal short term operation planning of a large hydrothermal power system based on a nonlinear network flow concept”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 1, n. 4, pp. 75–82, fev. 1986.
- [5] PONRAJAH, R. A., GALIANA, F. D. “Systems to optimize conversion efficiencies on Ontario Hydro’s hydroelectric plants”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 3, pp. 1044–1050, ago. 1998.
- [6] GIL, E., BUSTOS, J., RUDNICK, H. “Short term hydrothermal generation scheduling model using a genetic algorithm”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 4, pp. 1256–1264, nov. 2003.
- [7] MACEIRA, M. E. P., DUARTE, V. S., PENNA, D. D. J., et al. “Ten years of application of stochastic dual dynamic Programming in official and agent studies in Brazil, Description of the NEWAVE program”, *16th Power Systems Computation Conference, PSCC*, jul. 2008.
- [8] CEPEL. *Manual de Referência do modelo DECOMP*. Relatório técnico, CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, Rio de Janeiro, 2013.

- [9] DINIZ, A. L., SANTOS, T. N. “Análise de sensibilidade da consideração das perdas na rede elétrica para a programação diária da operação”, *XX SNTPEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, nov. 2009.
- [10] SANTOS, T. N., BOAS, C. E. V., MOURÃO, F. P., et al. “Restrições de Metas Semanais na Política de Operação do Sistema Elétrico Brasileiro”, *XII SEPOPE: Symposium of Simposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, maio 2012.
- [11] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G. “Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning”, *Mathematical Programming*, v. 52, n. 1-3, pp. 359–375, maio 1991.
- [12] BIRGE, J. R. “Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs”, *Oper.Res.*, v. 33, n. 5, pp. 989–1007, mar. 1985.
- [13] SLYKE, R. V., WETS, R. J.-B. “L-shaped linear programs with application to optimal control and stochastic programming”, *SIAM Journal on applied mathematics*, v. 17, pp. 638–663, out. 1969.
- [14] BIRGE, J. R., LOUVEAUX, F. *Introduction to stochastic programming*. 1 ed. New York, Springer series in OR, 1997.
- [15] KALL, P., MAYER, J. *Stochastic linear programming: models, theory and computation*. 2 ed. New York, John Wiley & Sons, 2005.
- [16] SHAPIRO, A., DENTCHEVA, D., RUSZCZYNSKI, A. *Lectures on Stochastic Programming: Modelling and Theory*. 1 ed. Philadelphia, MPS-SIAM Series on Optimization, 2009.
- [17] MORTON, D. P. “An enhanced decomposition algorithm for multistage stochastic hydroelectric scheduling”, *Annals of Operations Research*, v. 64, pp. 211–235, 1996.
- [18] SHAPIRO, A., TEKAYA, W., COSTA, J. P., et al. “Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method”, *European journal of operational research*, v. 224, n. 2, pp. 375–391, jan. 2013.
- [19] PHILPOTT, A. B., MATOS, V. L. “Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion”, *European Journal of Operational research*, v. 218, pp. 470–483, maio 2012.

- [20] LATORRE, PEREIRA, M. V. F., BARROSO, L. A. “Stochastic optimization of transmission constrained and large scale hydrothermal systems in a competitive framework”, in *Proc. IEEE PES General Meeting*, jul. 2003.
- [21] DE MATOS, V. L., FINARDI, E. C. “A computational study of a stochastic optimization model for long term hydrothermal scheduling”, *Int. Journ. Of Electrical Power and Energy Systems*, v. 43, n. 1, pp. 1443–1452, dez. 2012.
- [22] NOWAK, M. P., ROMISCH, W. “Stochastic Lagrangian relaxation applied to power scheduling in a hydro-thermal system under uncertainty”, *Annals of Operations Research*, v. 100, n. 1, pp. 251–271, jan. 2001.
- [23] DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E. P. “A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, pp. 1298–1308, ago. 2008.
- [24] O’NEILL, R. P. “Nested decomposition of multistage convex programs”, *Siam Journal on Control and Optimization*, v. 14, pp. 409–418, 1976.
- [25] NOEL, M.-C., SMEERS, Y. “Nested decomposition of multistage nonlinear programs”, *Mathematical Programming*, v. 37, pp. 131–152, 1987.
- [26] ROCKAFELLAR, R. T., WETS, R. J. B. “Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty”, *Math. Oper. Res.*, v. 16, n. 1, pp. 119–147, 1991.
- [27] LIU, X., ZHAO, G. “A Decomposition Method Based on SQP for a Class of Multistage Stochastic Nonlinear Programs”, *SIAM Journal on Optimization*, v. 14, n. 1, pp. 200–222, jul. 2003.
- [28] ENNES, M. I., CABRAL, R. N., DINIZ, A. L. “Modelagem Linear por Partes Dinâmica para a Estratégia de Programação Dinâmica Dual Aplicada ao Problema de Planejamento Hidrotérmico não Linear Estocástico”, *XII SEPOPE*, 2012.
- [29] BAYÓN, L., GRAU, J. M., SUAREZ, P. M. “A new formulation of the equivalent thermal in optimization of hydrothermal systems”, *Mathematical Problems in Engineering*, v. 8, n. 3, pp. 181–196, mar. 2002.
- [30] SANTOS, T. N., DINIZ, A. L. “A Dynamic Piecewise Linear Model for DC Transmission Losses in Optimal Scheduling Problems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 26, n. 2, pp. 508–519, maio 2011.

- [31] SANTOS, T. N., DINIZ, A. L. “A Comparison of Static and Dynamic Models for Hydro production in Generation Scheduling Problems”, *Proc. IEEE PES General Meeting*, jul. 2010.
- [32] REIS, L. B., (ORGS), S. S. *Energia elétrica para o desenvolvimento sustentável*. 1 ed. São Paulo, Edusp, 2000.
- [33] JANNUZZI, G. M., SWISHER, J. N. P. *Planejamento Integrado de Recursos Energéticos: Meio Ambiente, Conservação de Energia e Fontes Renováveis*. 1 ed. Campinas, Editora Autores Associados, 1997.
- [34] EPE, MME. *Balanco Energético Nacional 2012*. Relatório técnico, Empresa de Pesquisa Energética (EPE) e Ministério de Minas e Energia (MME), Rio de Janeiro, 2012.
- [35] SILVA, E. L. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. Editora Sagra Luzzatto, 2001.
- [36] EL-KEIB, A. A., MA, H., HART, J. L. “Economic dispatch in view of the Clean Air Act of 1990”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, pp. 972–978, maio 1994.
- [37] DINIZ, A. L., TCHEOU, M. P., MACEIRA, M. E. P., et al. “Uma abordagem direta para consideração do CVaR no problema de planejamento da operação hidrotérmica”, *XII SEPOPE: Symposium of Simposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, maio 2012.
- [38] EHRGOTT, M., GASIMOV, R. N., WATERS, C., et al. “Multiobjective Programming and Multiattribute Utility Functions in Portfolio Optimization”, *Report University of Auckland School of Engineering 639*, ago. 2006.
- [39] DUARTE, V. S., DE SOUZA, F. M. C., MACEIRA, M. E. P., et al. “Teoria da Decisão Aplicada ao Planejamento da Operação do Sistema Hidrotérmico Brasileiro”, *XII SEPOPE: Symposium of Simposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, maio 2012.
- [40] LITTLE, J. D. “The use of storage water in a hydroelectric system”, *Operations Research*, v. 3, n. 2, pp. 187–197, maio 1995.
- [41] STAGE, S., LARSSON, Y. “Incremental cost of water power”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 80, pp. 361–365, ago. 1961.

- [42] DINIZ, A. L. *Uma Estratégia de Decomposição por Relaxação Lagrangeana para a Otimização da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Modelagem Detalhada da Rede Elétrica: Aplicação ao Sistema Brasileiro*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007.
- [43] BASLIS, C. G., PAPADAKIS, S. E., BAKIRTZIS, A. G. “Simulation of Optimal Medium-Term Hydro-Thermal System Operation by Grid Computing”, *IEEE Transactions on Power System*, v. 24, n. 3, pp. 1208–1217, ago. 2009.
- [44] BASLIS, C. G., BAKIRTZIS, A. G. “Mid-Term Stochastic Scheduling of a Price-Maker Hydro Producer With Pumped Storage”, *IEEE Transactions on Power System*, v. 26, n. 4, pp. 1856–1865, nov. 2011.
- [45] SHERKAT, V. R., MOSLEHI, K., LO, E. O., et al. “Modular and Flexible Software for Medium and Short-term Hydro-Thermal Scheduling”, *IEEE Transactions on Power System*, v. 3, n. 2, pp. 1390–1396, ago. 1988.
- [46] YU, Z., SPARROW, F. T., NDERITU, D. “Long-term Hydrothermal scheduling using composite thermal and composite hydro representations”, *IEEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, v. 145, n. 2, pp. 210–216, mar. 1998.
- [47] ARVANTIDIS, N. V., ROSING, J. “Composite representation of multireservoir hydroelectric power system”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 89, n. 2, pp. 319–326, fev. 1970.
- [48] MACEIRA, M. E. P., MERCIO, C. B., GORENSTIN, B. G. “Energy Evaluation of The North/Northeastern and South/Southeastern Interconnection with NEWAVE Model”, *VI SEPOPE: Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, maio 1998.
- [49] LI, C.-A., YAN, R., ZHOU, J.-Y. “Stochastic Optimization of Interconnected Multireservoir Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 4, pp. 1487–1494, nov. 1990.
- [50] AZEVEDO, A. T., OLIVEIRA, A. R. L., SOARES, S. “Interior point method for long-term generation scheduling of large-scale hydrothermal systems”, *Ann Oper Res (2009)*, v. 169, pp. 55–88, jul. 2009.
- [51] BAYÓN, L., GRAU, J. M., RUIZ, M. M., et al. “New developments on equivalent thermal in hydrothermal optimization: an algorithm of approximation”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 175, n. 1, pp. 63–75, nov. 2005.

- [52] ENNES, M. I., DINIZ, A. L. “A general equivalent thermal cost function for economic dispatch problems”, *IEEE-PES General Meeting*, jul. 2012.
- [53] PEREIRA, M. V. F., CAMPODÓNICO, N., KELMAN, R. *Application of stochastic dual DP and extensions to hydrothermal scheduling*. PSRI Technical Report 012/99, 1999.
- [54] MARCATO, A. *Representação Híbrida de Sistemas Equivalentes e Individualizados para o Planejamento da Operação de Médio Prazo de Sistemas de Potência de Grande Porte*. Tese de D.Sc., PUC/RJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2002.
- [55] DOS SANTOS, M. L. L., DA SILVA, E. L., FINARDI, E. C., et al. “Practical aspects in solving the medium-term operation planning problem of hydrothermal power systems by using the progressive hedging method”, *Electrical Power and Energy Systems*, v. 31, pp. 546–552, 2009.
- [56] MACEIRA, M. E. P., PENNA, D. D. J., DAMÁZIO, J. M. “Geração de cenários sintéticos de energia e vazão para o planejamento da operação energética”, *XVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, nov. 2005.
- [57] MACEIRA, M. E. P., BEZERRA, C. V. “Stochastic Streamflow model for Hydroelectric Systems”, *Proceedings of 5th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pp. 305–310, set. 1997.
- [58] ROSENTHAL, R. E. “A nonlinear network flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system”, *Operations Research*, v. 29, n. 4, pp. 763–786, jul. 1981.
- [59] SJELVGREN, D., ANDERSON, S., DILLON, T. S. “Optimal operations planning in a large hydro-thermal power system”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 102, n. 11, pp. 3644–3651, nov. 1983.
- [60] OLIVEIRA, G. G., SOARES, S. “A second-order network flow algorithm for hydrothermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3, pp. 1635–1641, ago. 1995.
- [61] YEH, W. W.-G., BECKER, L., HUA, S.-Q., et al. “Optimization of real-time hydrothermal system operation”, *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 118, n. 6, pp. 636–653, nov. 1992.
- [62] BENDERS, J. F. “Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems”, *Numerische Mathematik*, v. 4, pp. 238–252, 1962.

- [63] GEOFFRION, A. M. “Generalized Benders Decomposition”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 10, n. 4, pp. 237–260, out. 1972.
- [64] LUENBERGER, D. G., YE, Y. “Conjugate Direction Methods”. In: *Linear and nonlinear programming*, 3 ed., cap. 9, Ca, USA, Springer, 2008.
- [65] ROCKAFELLAR, R. T. “Monotone Operators and the Proximal Point Algorithm”, *SIAM J. Control and Optimization*, v. 14, n. 5, pp. 877–898, ago. 1976.
- [66] CERISOLA, S., LATORRE, J. M., RAMOS, A. “Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal models”, *European Journal of Operational Research*, v. 218, n. 3, pp. 687–697, 2012.
- [67] FERRERO, R. W., RIVERA, J. F., SHAHIDEHPOUR, S. M. “A Dynamic Programming Two-stage Algorithm for Long-term Hydrothermal Scheduling of Multireservoir Systems”, *IEEE Transactions on Power System*, v. 13, n. 4, pp. 1534–1540, nov. 1998.
- [68] CERVELLERA, C., CHEN, V. C. P., WEN, A. “Optimization of a large-scale water reservoir network by stochastic dynamic programming with efficient state space discretization”, *European Journal of Operational Research*, v. 171, n. 3, pp. 1139–1151, 2006.
- [69] HAYWARD, A. P. “Economic scheduling of generation by valve points”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 80, pp. 963–965, fev. 1962.
- [70] CHANG, C. S., WONG, K. P., FAN, B. “Security-constrained multiobjective generation dispatch using bicriterion global optimization”, *IEE proceedings, part C: Gen. Transm. Distr.*, v. 142, n. 4, pp. 406–414, jul. 1995.
- [71] ONGSAKUL, W. “Real time economic dispatch using merit order loading for linear decreasing and staircase incremental cost functions”, *Electric Power Systems Research*, v. 51, n. 3, pp. 167–173, set. 1999.
- [72] KAZARLIS, S. A., BAKIRTZIS, A. G., PETRIDIS, V. “A genetic algorithm solution to the unit commitment problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 83–92, fev. 1996.
- [73] ROTTING, T. A., GJELSVIK, A. “Stochastic Dual Dynamic Programming for Seasonal Scheduling in the Norwegian Power System”, *IEEE Transactions on Power System*, v. 7, n. 1, pp. 273–279, fev. 1992.

- [74] QUELHAS, A., GIL, E., MCCALLEY, J. D., et al. “A Multiperiod Generalized Network Flow Model of the U.S. Integrated Energy System: Part I Model Description”, *IEEE Transactions on Power System*, v. 22, n. 2, pp. 829–836, maio 2007.
- [75] CHEN, S.-D., CHEN, J.-F. “A direct Newton-Raphson economic emission dispatch”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 25, n. 5, pp. 411–417, jun. 2003.
- [76] BOSCH, P. P. J. V. D., LOOTSMA, F. A. “Scheduling of power generation via large-scale nonlinear optimization”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 55, n. 2, pp. 313–326, nov. 1987.
- [77] AOKI, A. K., SATOH, T. “Economic dispatch with network security constraints using parametric quadratic programming”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 12, pp. 4548–4556, dez. 1982.
- [78] ORERO, S. O., IRVING, M. R. “Economic dispatch of generators with prohibited operating zones: a genetic algorithm approach”, *IEE Proceedings, part C: Generation, Transmission and Distribution*, v. 143, n. 6, pp. 529–534, nov. 1996.
- [79] YANG, H.-T., YANG, P.-C., HUANG, C.-L. “Evolutionary programming based economic dispatch for units with non-smooth fuel cost functions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 112–118, fev. 1996.
- [80] WONG, K. P., FUNG, C. C. “Simulated annealing based economic dispatch algorithm”, *IEE Proceedings, part C: Generation, Transmission and Distribution*, v. 140, n. 6, pp. 509–515, nov. 1993.
- [81] YALCINOZ, T., SHORT, M. J. “Neural networks approach for solving economic dispatch problem with transmission capacity constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2, pp. 307–313, maio 1998.
- [82] PARK, J.-B., LEE, K.-S., SHIN, J.-R., et al. “A particle swarm optimization for economic dispatch with nonsmooth cost functions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 1, pp. 34–42, fev. 2005.
- [83] TIPPAYACHAL, J., ONGSAKUL, W., NGAMROO, I. “Non-convex economic dispatch by enhanced tabu search algorithm”, *Proceedings of the IEEE/PES General Meeting*, pp. 908–913, jun. 2003.

- [84] WALTERS, D. C., SHEBLE, G. B. “Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 3, pp. 1325–1332, ago. 1993.
- [85] DEMPSTER, M., THOMPSON, R. T. “EVPI-based importance sampling solution procedures for multistage stochastic linear programmes on parallel MIMD architectures”, *Annals of Operations Research*, v. 90, pp. 161–184, 1999.
- [86] GASSMAN, H. I., PRÉKOPA, A. “On stages and consistency checks in stochastic programming”, *Operations Research Letters*, v. 33, n. 2, pp. 171–175, jun. 2005.
- [87] SANTOS, T. N., DINIZ, A. L. “A New Multiperiod Stage Definition for the Multistage Benders Decomposition Approach Applied to Hydrothermal Scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 3, pp. 1383–1392, ago. 2009.
- [88] BIRGE, J. R., LOUVEAUX, F. V. “A multicut algorithm for two-stage stochastic linear programs”, *European Journal of Operational Research*, v. 34, n. 3, pp. 384–392, jun. 1988.
- [89] KELLEY, J. E. “The cutting planes method for solving convex problems”, *Siam Journal*, v. 8, n. 4, pp. 703–712, 1960.
- [90] IBM. *Optimization Subroutine Library (OSL), Guide and Reference*. Release 2.1, 5ed., 1995.

Apêndice A

Demonstração do Conjunto de Equações de Coeficientes para um Intervalo de uma ECF

Este apêndice mostra a prova do conjunto de expressões 3.18 dos coeficientes de um intervalo qualquer contido em uma ECF.

No decorrer deste trabalho, não se sabia de antemão a ordem do polinômio resultante de um intervalo da composição de várias unidades térmicas com funções de custo quadráticas através da propriedade de custos incrementais iguais para unidades com operação entre os limites mínimo e máximo de geração. Com isso, adotou-se uma ordem genérica α e efetuam-se os cálculos em função deste parâmetro.

Dado que os limites mínimo \underline{x} e máximo \bar{x} de geração, os custos aplicados nesses pontos \underline{C} e \bar{C} , respectivamente, e as derivadas mínima \underline{d} e máxima \bar{d} obtidas a partir da aplicação da derivada nos mesmos pontos sejam conhecidos e que, genericamente, a expressão de um intervalo de uma ECF seja representada pela equação A.3:

$$C = c_0 + c_1x + c_2x^\alpha, \quad (\text{A.1})$$

então, a derivada aplicada a essa função corresponde a equação A.2:

$$dC/dx = d = c_1 + \alpha c_2x^{\alpha-1}, \quad (\text{A.2})$$

logo, \underline{d} e \bar{d} serão

$$\underline{d} = c_1 + \alpha c_2\underline{x}^{\alpha-1} \quad e \quad \bar{d} = c_1 + \alpha c_2\bar{x}^{\alpha-1}. \quad (\text{A.3})$$

Isolando-se c_1 em ambas as equações acima e efetuando-se algumas manipulações algébricas, obtêm-se as expressões de c_2 (A.4) e c_1 (A.5).

$$c_2 = \frac{\bar{d} - \underline{d}}{\alpha(\bar{x}^{\alpha-1} - \underline{x}^{\alpha-1})} \quad (\text{A.4})$$

$$c_1 = \bar{d} - \frac{(\bar{d} - \underline{d})\bar{x}^{\alpha-1}}{\bar{x}^{\alpha-1} - \underline{x}^{\alpha-1}} \quad (\text{A.5})$$

Utilizando-se a equação A.3 aplicada no ponto \underline{x} ou, por exemplo, \bar{x} , e sabendo-se as expressões de c_1 e c_2 , obtêm-se a equação que representa c_0 (A.6)

$$c_0 = \bar{C} - c_1\bar{x} - c_2\bar{x}^\alpha. \quad (\text{A.6})$$

Por fim, resta encontrar o valor do parâmetro α que resulta no melhor ajuste para um intervalo. Através de técnicas de regressão, descobriu-se que, com erro nulo, o melhor valor para α é 2. Portanto, cada intervalo contido em uma ECF é quadrático e a função de custo térmico equivalente é quadrática por partes. Ademais, o conjunto de equações dos coeficientes de um intervalo genérico é equivalente àquele ilustrado na equação 3.18.

Apêndice B

Dados de Energia Natural Afluente dos Cenários para os Casos de Estudo

Este apêndice mostra, através das tabelas B.1, B.2 e B.3, os dados de energia natural afluente de todos os cenários para os casos de estudo utilizados neste trabalho.

| Reservatório | Período | Índice do ramo | Valor de ENA |
|--------------|---------|----------------|--------------|
| 1 | 1 | 1 | 180 |
| 1 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 2 | 2 | 6 |
| 1 | 2 | 3 | 12 |
| 1 | 2 | 4 | 18 |
| 1 | 2 | 5 | 24 |
| 1 | 2 | 6 | 30 |
| 1 | 2 | 7 | 36 |
| 1 | 2 | 8 | 42 |
| 1 | 2 | 9 | 48 |
| 1 | 2 | 10 | 54 |
| 1 | 2 | 11 | 60 |
| 1 | 2 | 12 | 66 |
| 1 | 2 | 13 | 72 |
| 1 | 2 | 14 | 78 |
| 1 | 2 | 15 | 84 |
| 1 | 2 | 16 | 90 |
| 1 | 2 | 17 | 96 |
| 1 | 2 | 18 | 102 |
| 1 | 2 | 19 | 108 |
| 1 | 2 | 20 | 114 |
| 2 | 1 | 1 | 90 |
| 2 | 2 | 1 | 0 |
| 2 | 2 | 2 | 3 |
| 2 | 2 | 3 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 9 |
| 2 | 2 | 5 | 12 |
| 2 | 2 | 6 | 15 |
| 2 | 2 | 7 | 18 |
| 2 | 2 | 8 | 21 |
| 2 | 2 | 9 | 24 |
| 2 | 2 | 10 | 27 |
| 2 | 2 | 11 | 30 |
| 2 | 2 | 12 | 33 |
| 2 | 2 | 13 | 36 |
| 2 | 2 | 14 | 39 |
| 2 | 2 | 15 | 42 |
| 2 | 2 | 16 | 45 |
| 2 | 2 | 17 | 48 |
| 2 | 2 | 18 | 51 |
| 2 | 2 | 19 | 54 |
| 2 | 2 | 20 | 58 |

Tabela B.1: Dados de ENA para os cenários dos menores casos (S).

| Reservatório | Período | Índice do ramo | Valor de ENA |
|--------------|---------|----------------|--------------|
| 1 | 1 | 1 | 180 |
| 1 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 2 | 2 | 40 |
| 1 | 2 | 3 | 80 |
| 1 | 2 | 4 | 120 |
| 1 | 3 | 1 | 0 |
| 1 | 3 | 2 | 40 |
| 1 | 3 | 3 | 80 |
| 1 | 3 | 4 | 120 |
| 1 | 4 | 1 | 0 |
| 1 | 4 | 2 | 40 |
| 1 | 4 | 3 | 80 |
| 1 | 4 | 4 | 120 |
| 2 | 1 | 1 | 90 |
| 2 | 2 | 1 | 0 |
| 2 | 2 | 2 | 20 |
| 2 | 2 | 3 | 40 |
| 2 | 2 | 4 | 60 |
| 2 | 3 | 1 | 0 |
| 2 | 3 | 2 | 20 |
| 2 | 3 | 3 | 40 |
| 2 | 3 | 4 | 60 |
| 2 | 4 | 1 | 0 |
| 2 | 4 | 2 | 20 |
| 2 | 4 | 3 | 40 |
| 2 | 4 | 4 | 60 |

Tabela B.2: Dados de ENA para os cenários dos casos (M).

| Reservatório | Período | Índice do ramo | Valor de ENA |
|--------------|---------|----------------|--------------|
| 1 | 1 | 1 | 180 |
| 1 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 2 | 2 | 120 |
| 1 | 3 | 1 | 0 |
| 1 | 3 | 2 | 120 |
| 1 | 4 | 1 | 0 |
| 1 | 4 | 2 | 120 |
| 1 | 5 | 1 | 0 |
| 1 | 5 | 2 | 120 |
| 1 | 6 | 1 | 0 |
| 1 | 6 | 2 | 120 |
| 1 | 7 | 1 | 0 |
| 1 | 7 | 2 | 120 |
| 1 | 8 | 1 | 0 |
| 1 | 8 | 2 | 120 |
| 2 | 1 | 1 | 90 |
| 2 | 2 | 1 | 0 |
| 2 | 2 | 2 | 60 |
| 2 | 3 | 1 | 0 |
| 2 | 3 | 2 | 60 |
| 2 | 4 | 1 | 0 |
| 2 | 4 | 2 | 60 |
| 2 | 5 | 1 | 0 |
| 2 | 5 | 2 | 60 |
| 2 | 6 | 1 | 0 |
| 2 | 6 | 2 | 60 |
| 2 | 7 | 1 | 0 |
| 2 | 7 | 2 | 60 |
| 2 | 8 | 1 | 0 |
| 2 | 8 | 2 | 60 |

Tabela B.3: Dados de ENA para os cenários dos maiores casos (L).

Apêndice C

Dados de Custo Geração Térmica

Este apêndice ilustra os dados de custos de geração das unidades térmicas para os seguintes estudos: casos padrão cujas unidades térmicas apresentam custos quadráticos (subseção 5.3); casos onde os custos de geração térmica são lineares (subseção 5.5.1); e casos mistos onde parte das unidades apresentam custos quadráticos e o restante custos lineares (subseção 5.5.2).

A tabela C.1 mostra os dados de custo de geração das unidades térmicas para os casos estritamente quadráticos, i.e. casos em que todas as unidades possuem custos térmicos quadráticos. Ressalta-se que os casos com 13 e 23 unidades térmicas utilizam as primeiras 13 e 23 unidades térmicas, e naturalmente, os casos com 43 unidades térmicas utilizam todas as unidades térmicas informadas. Além disso, os valores mínimos de geração térmica (\underline{p}) para todas as unidades são nulos.

A tabela C.2 apresenta os dados de custo de geração das unidades térmicas para o caso estritamente linear, ou seja, quando todas as unidades térmicas apresentam custos lineares. Ressalta-se que os valores mínimos de geração térmica (\underline{p}) para todas as unidades são nulos.

A seguir, as tabelas C.3 e C.4 ilustram os dados de custo de geração das unidades térmicas utilizadas no caso misto. A primeira está relacionada a um caso predominantemente linear e a segunda diz respeito a um caso predominantemente quadrático. Ressalta-se que os valores mínimos de geração térmica (\underline{p}) para todas as unidades são nulos.

| Usina | a_0 (\$/h) | a_1 (\$/MWh) | a_2 (\$/MW ² h) | \bar{p} (MW) |
|-------|--------------|----------------|------------------------------|----------------|
| 1 | 1000 | 16,19 | 0,00048 | 300 |
| 2 | 970 | 17,26 | 0,00031 | 350 |
| 3 | 700 | 16,60 | 0,002 | 200 |
| 4 | 680 | 16,50 | 0,00211 | 200 |
| 5 | 450 | 19,70 | 0,00398 | 150 |
| 6 | 370 | 22,26 | 0,00712 | 250 |
| 7 | 480 | 27,74 | 0,00079 | 200 |
| 8 | 660 | 25,92 | 0,00413 | 200 |
| 9 | 665 | 27,27 | 0,00222 | 150 |
| 10 | 670 | 27,79 | 0,00173 | 250 |
| 11 | 1000 | 16,19 | 0,00048 | 450 |
| 12 | 970 | 17,26 | 0,00031 | 450 |
| 13 | 700 | 16,60 | 0,002 | 400 |
| 14 | 680 | 16,50 | 0,00211 | 200 |
| 15 | 450 | 19,70 | 0,00398 | 150 |
| 16 | 370 | 22,26 | 0,00712 | 150 |
| 17 | 480 | 27,74 | 0,00079 | 150 |
| 18 | 660 | 25,92 | 0,00413 | 200 |
| 19 | 665 | 27,27 | 0,00222 | 150 |
| 20 | 670 | 27,79 | 0,00173 | 200 |
| 21 | 1000 | 16,19 | 0,00048 | 350 |
| 22 | 970 | 17,26 | 0,00031 | 300 |
| 23 | 700 | 16,60 | 0,002 | 250 |
| 24 | 680 | 16,50 | 0,00211 | 100 |
| 25 | 450 | 19,70 | 0,00398 | 100 |
| 26 | 370 | 22,26 | 0,00712 | 200 |
| 27 | 480 | 27,74 | 0,00079 | 150 |
| 28 | 660 | 25,92 | 0,00413 | 200 |
| 29 | 665 | 27,27 | 0,00222 | 200 |
| 30 | 670 | 27,79 | 0,00173 | 150 |
| 31 | 1000 | 16,19 | 0,00048 | 250 |
| 32 | 970 | 17,26 | 0,00031 | 350 |
| 33 | 700 | 16,60 | 0,002 | 100 |
| 34 | 680 | 16,50 | 0,00211 | 200 |
| 35 | 450 | 19,70 | 0,00398 | 150 |
| 36 | 370 | 22,26 | 0,00712 | 150 |
| 37 | 480 | 27,74 | 0,00079 | 200 |
| 38 | 660 | 25,92 | 0,00413 | 100 |
| 39 | 665 | 27,27 | 0,00222 | 200 |
| 40 | 670 | 27,79 | 0,00173 | 150 |
| 41 | 970 | 18,26 | 0,00041 | 300 |
| 42 | 481 | 28,74 | 0,00089 | 250 |
| 43 | 482 | 29,74 | 0,00099 | 150 |

Tabela C.1: Dados da função de custo térmico para casos estritamente quadráticos.

| Usina | a_0 (\$/h) | a_1 (\$/MWh) | a_2 (\$/MW ² h) | \bar{p} (MW) |
|-------|--------------|----------------|------------------------------|----------------|
| 1 | 1000 | 16,19 | - | 300 |
| 2 | 970 | 17,26 | - | 350 |
| 3 | 700 | 16,60 | - | 200 |
| 4 | 680 | 16,50 | - | 200 |
| 5 | 450 | 19,70 | - | 150 |
| 6 | 370 | 22,26 | - | 250 |
| 7 | 480 | 27,74 | - | 200 |
| 8 | 660 | 25,92 | - | 200 |
| 9 | 665 | 27,27 | - | 150 |
| 10 | 670 | 27,79 | - | 250 |
| 11 | 1000 | 16,19 | - | 450 |
| 12 | 970 | 17,26 | - | 450 |
| 13 | 700 | 16,60 | - | 400 |
| 14 | 680 | 16,50 | - | 200 |
| 15 | 450 | 19,70 | - | 150 |
| 16 | 370 | 22,26 | - | 150 |
| 17 | 480 | 27,74 | - | 150 |
| 18 | 660 | 25,92 | - | 200 |
| 19 | 665 | 27,27 | - | 150 |
| 20 | 670 | 27,79 | - | 200 |
| 21 | 1000 | 16,19 | - | 350 |
| 22 | 970 | 17,26 | - | 300 |
| 23 | 700 | 16,60 | - | 250 |
| 24 | 680 | 16,50 | - | 100 |
| 25 | 450 | 19,70 | - | 100 |
| 26 | 370 | 22,26 | - | 200 |
| 27 | 480 | 27,74 | - | 150 |
| 28 | 660 | 25,92 | - | 200 |
| 29 | 665 | 27,27 | - | 200 |
| 30 | 670 | 27,79 | - | 150 |
| 31 | 1000 | 16,19 | - | 250 |
| 32 | 970 | 17,26 | - | 350 |
| 33 | 700 | 16,60 | - | 100 |
| 34 | 680 | 16,50 | - | 200 |
| 35 | 450 | 19,70 | - | 150 |
| 36 | 370 | 22,26 | - | 150 |
| 37 | 480 | 27,74 | - | 200 |
| 38 | 660 | 25,92 | - | 100 |
| 39 | 665 | 27,27 | - | 200 |
| 40 | 670 | 27,79 | - | 150 |
| 41 | 970 | 18,26 | - | 300 |
| 42 | 481 | 28,74 | - | 250 |
| 43 | 482 | 29,74 | - | 150 |

Tabela C.2: Dados da função de custo térmico para o caso estritamente linear.

| Usina | a_0 (\$/h) | a_1 (\$/MWh) | a_2 (\$/MW ² h) | \bar{p} (MW) |
|-------|--------------|----------------|------------------------------|----------------|
| 1 | 1000 | 16.19 | - | 300 |
| 2 | 970 | 17.26 | - | 350 |
| 3 | 700 | 16.60 | 0.002 | 200 |
| 4 | 680 | 16.50 | - | 200 |
| 5 | 450 | 19.70 | - | 150 |
| 6 | 370 | 22.26 | - | 250 |
| 7 | 480 | 27.74 | - | 200 |
| 8 | 660 | 25.92 | - | 200 |
| 9 | 665 | 27.27 | - | 150 |
| 10 | 670 | 27.79 | - | 250 |
| 11 | 1000 | 16.19 | - | 450 |
| 12 | 970 | 17.26 | - | 450 |
| 13 | 700 | 16.60 | - | 400 |
| 14 | 680 | 16.50 | - | 200 |
| 15 | 450 | 19.70 | - | 150 |
| 16 | 370 | 22.26 | - | 150 |
| 17 | 480 | 27.74 | - | 150 |
| 18 | 660 | 25.92 | - | 200 |
| 19 | 665 | 27.27 | 0.00222 | 150 |
| 20 | 670 | 27.79 | 0.00173 | 200 |
| 21 | 1000 | 16.19 | - | 350 |
| 22 | 970 | 17.26 | - | 300 |
| 23 | 700 | 16.60 | - | 250 |
| 24 | 680 | 16.50 | - | 100 |
| 25 | 450 | 19.70 | 0.00179 | 100 |
| 26 | 370 | 22.26 | - | 200 |
| 27 | 480 | 27.74 | - | 150 |
| 28 | 660 | 25.92 | - | 200 |
| 29 | 665 | 27.27 | - | 200 |
| 30 | 670 | 27.79 | - | 150 |
| 31 | 1000 | 16.19 | - | 250 |
| 32 | 970 | 17.26 | - | 350 |
| 33 | 700 | 16.60 | - | 100 |
| 34 | 680 | 16.50 | 0.00211 | 200 |
| 35 | 450 | 19.70 | - | 150 |
| 36 | 370 | 22.26 | - | 150 |
| 37 | 480 | 27.74 | - | 200 |
| 38 | 660 | 25.92 | - | 100 |
| 39 | 665 | 27.27 | - | 200 |
| 40 | 670 | 27.79 | - | 150 |
| 41 | 970 | 18.26 | 0.00041 | 300 |
| 42 | 481 | 28.74 | - | 250 |
| 43 | 482 | 29.74 | - | 150 |

Tabela C.3: Dados da função de custo térmico para o caso misto predominantemente linear.

| Usina | a_0 (\$/h) | a_1 (\$/MWh) | a_2 (\$/MW ² h) | \bar{p} (MW) |
|-------|--------------|----------------|------------------------------|----------------|
| 1 | 1000 | 16.19 | 0.00048 | 300 |
| 2 | 970 | 17.26 | - | 350 |
| 3 | 700 | 16.60 | 0.002 | 200 |
| 4 | 680 | 16.50 | 0.00211 | 200 |
| 5 | 450 | 19.70 | 0.00398 | 150 |
| 6 | 370 | 22.26 | 0.00712 | 250 |
| 7 | 480 | 27.74 | 0.00079 | 200 |
| 8 | 660 | 25.92 | 0.00413 | 200 |
| 9 | 665 | 27.27 | 0.00222 | 150 |
| 10 | 670 | 27.79 | 0.00173 | 250 |
| 11 | 1000 | 16.19 | - | 450 |
| 12 | 970 | 17.26 | 0.00031 | 450 |
| 13 | 700 | 16.60 | 0.002 | 400 |
| 14 | 680 | 16.50 | 0.00211 | 200 |
| 15 | 450 | 19.70 | 0.00398 | 150 |
| 16 | 370 | 22.26 | 0.00712 | 150 |
| 17 | 480 | 27.74 | 0.00079 | 150 |
| 18 | 660 | 25.92 | - | 200 |
| 19 | 665 | 27.27 | 0.00222 | 150 |
| 20 | 670 | 27.79 | 0.00173 | 200 |
| 21 | 1000 | 16.19 | 0.00203 | 350 |
| 22 | 970 | 17.26 | 0.00031 | 300 |
| 23 | 700 | 16.60 | - | 250 |
| 24 | 680 | 16.50 | 0.00211 | 100 |
| 25 | 450 | 19.70 | 0.00179 | 100 |
| 26 | 370 | 22.26 | 0.00149 | 200 |
| 27 | 480 | 27.74 | 0.00079 | 150 |
| 28 | 660 | 25.92 | 0.00413 | 200 |
| 29 | 665 | 27.27 | 0.00222 | 200 |
| 30 | 670 | 27.79 | 0.00173 | 150 |
| 31 | 1000 | 16.19 | 0.00048 | 250 |
| 32 | 970 | 17.26 | 0.00009 | 350 |
| 33 | 700 | 16.60 | 0.002 | 100 |
| 34 | 680 | 16.50 | 0.00211 | 200 |
| 35 | 450 | 19.70 | - | 150 |
| 36 | 370 | 22.26 | 0.00712 | 150 |
| 37 | 480 | 27.74 | 0.00079 | 200 |
| 38 | 660 | 25.92 | 0.00413 | 100 |
| 39 | 665 | 27.27 | 0.00222 | 200 |
| 40 | 670 | 27.79 | 0.00357 | 150 |
| 41 | 970 | 18.26 | 0.00041 | 300 |
| 42 | 481 | 28.74 | - | 250 |
| 43 | 482 | 29.74 | 0.00099 | 150 |

Tabela C.4: Dados da função de custo térmico para o caso misto predominantemente quadrático.

Apêndice D

Resultados de Custos de Modelagem e Exatos na Avaliação da LPPD

| Iteração | Recursão | Custo do modelo (C_{LPP}) | Custo exato ($C(GT^*)$) |
|----------|----------|-------------------------------|---------------------------|
| 1 | 1 | 160869.5288 | 161390.012 |
| 1 | 2 | 161391.0916 | 161391.4801 |
| 1 | 3 | 161391.0916 | 161391.4801 |
| 1 | 4 | 161391.4774 | 161391.4801 |
| 1 | 5 | 161391.48 | 161391.4801 |
| 2 | 1 | 161391.4801 | 161391.4801 |
| 2 | 2 | 169399.0327 | 169399.0012 |
| 2 | 3 | 169399.6675 | 169399.6734 |
| 2 | 4 | 169399.672 | 169399.6734 |
| 2 | 5 | 169399.673 | 169399.6734 |
| 2 | 6 | 169399.6734 | 169399.6734 |
| 2 | 7 | 169399.6734 | 169399.6734 |
| 3 | 1 | 168141.0345 | 168141.1451 |
| 3 | 2 | 168141.0345 | 168141.1451 |
| 3 | 3 | 168514.5309 | 168514.5311 |
| 3 | 4 | 168514.5309 | 168514.5311 |
| 3 | 5 | 168514.5309 | 168514.5311 |
| 3 | 6 | 168514.5309 | 168514.5311 |
| 3 | 7 | 168514.5309 | 168514.5311 |
| 3 | 8 | 168525.2259 | 168525.2259 |
| 3 | 9 | 168525.2259 | 168525.2259 |
| 4 | 1 | 166628.4788 | 166628.5625 |
| 4 | 2 | 166628.5469 | 166628.5625 |
| 4 | 3 | 166628.5621 | 166628.5625 |
| 4 | 4 | 166628.5624 | 166628.5625 |
| 4 | 5 | 166628.5625 | 166628.5625 |
| 4 | 6 | 164566.0159 | 164566.8839 |
| 4 | 7 | 164566.0159 | 164566.8839 |
| 5 | 1 | 165419.296 | 165419.338 |
| 5 | 2 | 165419.296 | 165419.338 |
| 5 | 3 | 165529.9914 | 165529.9928 |
| 5 | 4 | 165529.9914 | 165529.9928 |
| 5 | 5 | 165543.0773 | 165543.0779 |
| 5 | 6 | 165543.0773 | 165543.0779 |
| 5 | 7 | 165520.3753 | 165520.3753 |
| 5 | 8 | 165520.3753 | 165520.3753 |
| 6 | 1 | 164836.7751 | 164836.8607 |
| 6 | 2 | 164836.7751 | 164836.8607 |
| 6 | 3 | 165121.2376 | 165121.2301 |
| 6 | 4 | 165121.2376 | 165121.2301 |
| 6 | 5 | 165109.0343 | 165109.0358 |
| 6 | 6 | 165109.0343 | 165109.0358 |
| 6 | 7 | 165101.9079 | 165101.9082 |
| 6 | 8 | 165101.9079 | 165101.9082 |
| 6 | 9 | 165091.9281 | 165091.9281 |
| 6 | 10 | 165091.9281 | 165091.9281 |
| 7 | 1 | 164096.2742 | 164096.3168 |
| 7 | 2 | 164096.2742 | 164096.3168 |
| 7 | 3 | 163992.1046 | 163992.1088 |
| 7 | 4 | 163992.1046 | 163992.1088 |
| 7 | 5 | 164014.0015 | 164014.002 |
| 7 | 6 | 164014.0015 | 164014.002 |
| 7 | 7 | 164007.3211 | 164007.3212 |
| 7 | 8 | 164007.3211 | 164007.3212 |
| 8 | 1 | 165923.1729 | 165923.1887 |
| 8 | 2 | 165923.1729 | 165923.1887 |
| 8 | 3 | 165878.6184 | 165878.6261 |
| 8 | 4 | 165878.6184 | 165878.6261 |
| 8 | 5 | 165815.034 | 165815.0346 |
| 8 | 6 | 165815.034 | 165815.0346 |
| 8 | 7 | 165826.1779 | 165826.1779 |
| 8 | 8 | 165826.1779 | 165826.1779 |
| 9 | 1 | 162368.0541 | 162368.3542 |
| 9 | 2 | 162368.0541 | 162368.3542 |
| 9 | 3 | 162373.6376 | 162373.6519 |
| 9 | 4 | 162373.6376 | 162373.6519 |
| 9 | 5 | 162373.6376 | 162373.6519 |
| 9 | 6 | 162373.6376 | 162373.6519 |
| 9 | 7 | 162373.6519 | 162373.6519 |
| 9 | 8 | 162373.6519 | 162373.6519 |
| 9 | 9 | 162373.6519 | 162373.6519 |
| 10 | 1 | 166628.5625 | 166628.5625 |
| 10 | 2 | 164578.9273 | 164578.9273 |
| 10 | 3 | 164578.9273 | 164578.9273 |
| 11 | 1 | 165429.2511 | 165429.2511 |
| 11 | 2 | 165429.2511 | 165429.2511 |
| 11 | 3 | 165411.0279 | 165411.028 |
| 11 | 4 | 165411.0279 | 165411.028 |
| 11 | 5 | 165416.1433 | 165416.1433 |
| 11 | 6 | 165416.1433 | 165416.1433 |
| 12 | 1 | 165014.8718 | 165014.8721 |
| 12 | 2 | 165014.8718 | 165014.8721 |
| 12 | 3 | 165009.2823 | 165009.2825 |
| 12 | 4 | 165009.2823 | 165009.2825 |
| 13 | 1 | 165205.6515 | 165205.6517 |
| 13 | 2 | 165205.6515 | 165205.6517 |
| 13 | 3 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 13 | 4 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 14 | 1 | 165167.1925 | 165167.1926 |
| 14 | 2 | 165167.1925 | 165167.1926 |
| 15 | 1 | 165242.3314 | 165242.3315 |
| 15 | 2 | 165242.3314 | 165242.3315 |
| 15 | 3 | 165241.8968 | 165241.8969 |
| 15 | 4 | 165241.8968 | 165241.8969 |
| 16 | 1 | 165193.4049 | 165193.4049 |
| 16 | 2 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 17 | 1 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 18 | 1 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 18 | 2 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 19 | 1 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 19 | 2 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 20 | 1 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 20 | 2 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 21 | 1 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 21 | 2 | 165211.7496 | 165211.7497 |
| 22 | 1 | 165211.7496 | 165211.7496 |
| 22 | 2 | 165211.7496 | 165211.7496 |

Tabela D.1: Custos obtidos com a modelagem LPPD e exato, por iteração e recursão, para o 1º estágio do caso L-43.

Apêndice E

Dados de Energia Natural Afluente dos Cenários para o Estudo da Equivalência dos Resultados de Operação

Este apêndice mostra a tabela E.1 com os dados de energia natural afluente de todos os cenários para o caso de estudo de equivalência dos resultados de operação (subseção 5.3.2).

| Reservatório | Período | Índice do ramo | Valor de ENA |
|--------------|---------|----------------|--------------|
| 1 | 1 | 1 | 2000 |
| 1 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 2 | 2 | 2000 |
| 1 | 3 | 1 | 0 |
| 1 | 3 | 2 | 2000 |
| 1 | 4 | 1 | 0 |
| 1 | 4 | 2 | 2000 |
| 1 | 5 | 1 | 0 |
| 1 | 5 | 2 | 2000 |
| 1 | 6 | 1 | 0 |
| 1 | 6 | 2 | 2000 |
| 1 | 7 | 1 | 0 |
| 1 | 7 | 2 | 2000 |
| 1 | 8 | 1 | 0 |
| 1 | 8 | 2 | 2000 |
| 2 | 1 | 1 | 1000 |
| 2 | 2 | 1 | 0 |
| 2 | 2 | 2 | 1000 |
| 2 | 3 | 1 | 0 |
| 2 | 3 | 2 | 1000 |
| 2 | 4 | 1 | 0 |
| 2 | 4 | 2 | 1000 |
| 2 | 5 | 1 | 0 |
| 2 | 5 | 2 | 1000 |
| 2 | 6 | 1 | 0 |
| 2 | 6 | 2 | 1000 |
| 2 | 7 | 1 | 0 |
| 2 | 7 | 2 | 1000 |
| 2 | 8 | 1 | 0 |
| 2 | 8 | 2 | 1000 |

Tabela E.1: Dados de ENA para os cenários do caso L-43 considerado no estudo de equivalência de resultados.