

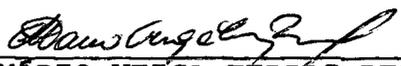
REDUÇÃO DE DIMENSIONALIDADE EM PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA  
APLICADA AO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

CLÁUDIA DE BARROS COTIA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO  
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovado por:

  
JERSON KELMAN  
(Presidente)

  
MÁRIO VEIGA FERRÁZ PEREIRA

  
RONALDO CESAR MARINHO PERSIANO

  
CLOVIS CAESAR GONZAGA

RIO DE JANEIRO - RJ - BRASIL

1982

COTIA, CLÁUDIA DE BARROS

Redução de Dimensionalidade em Programação Dinâmica Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos (Rio de Janeiro) 1982.

VII, 79 p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia de Sistemas, 1982)

Tese - Univ. Federal do Rio de Janeiro, Fac.de Engenharia

I. Assunto: Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)



Agradecimentos

Ao Prof. Jerson Kelman pelas valiosas críticas e sugestões.

Ao engenheiro Mario Veiga Ferraz Pereira, co-orientador deste trabalho, pelo constante apoio, incentivo e colaboração.

Ao Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) pela oportunidade de realização deste trabalho.

Aos colegas do Departamento de Sistemas do CEPEL pelo incentivo durante o desenvolvimento da tese.

A Ana Maria Costa Danielli pelo eficiente e paciente trabalho de datilografia.

Finalmente um agradecimento especial a meus pais, Mauro e Yolanda pelo carinho com que sempre acompanharam meus estudos.

RESUMO

O problema do planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos consiste em encontrar uma estratégia que minimize o valor esperado do custo de operação (despesas com térmicas e prejuízos com eventuais deficits no suprimento de energia) ao longo do horizonte de planejamento.

Atualmente o Setor Elétrico brasileiro tem determinado a política ótima de operação de um Sistema Hidrotérmico através do emprego do algoritmo de Programação Dinâmica Estocástica (PDE). O sistema em estudo é representado de maneira simplificada por um Sistema Equivalente que agrega as usinas hidroelétricas num único bloco gerador de energia.

Esta metodologia não pode ser facilmente estendida para o cálculo da política ótima de operação de subsistemas interligados representados por dois Sistemas Equivalentes: a memória e o tempo de CPU necessários à otimização (pela PDE) crescem exponencialmente com o número de variáveis de estado envolvidos.

O objetivo desta tese é o desenvolvimento de esquemas que permitam reduzir a dimensionalidade do espaço de estados do algoritmo da PDE quando aplicada ao Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de maneira a abrir um possível caminho para a viabilização do cálculo da política ótima de operação de sistemas interligados.

Após breve descrição do algoritmo recursivo da PDE deriva-se as condições necessárias à redução analítica do espaço de estados. Sugere-se a seguir o cálculo da política ótima de operação de um Sistema Hidrotérmico pelo ajuste de funções analíticas multivariadas às tabelas de custo futuro da Programação Dinâmica.

Finalmente desenvolve-se um algoritmo que calcula a política ótima através de redução do espaço de estados seguida de ajuste de função univariada. Apresenta-se resultados e descreve-se as perspectivas de resolução de sistemas interligados com a aplicação do algoritmo desenvolvido.

ABSTRACT

The problem of Operation Planning in hydrothermal systems is to determine an operating policy that minimizes the expected system operating cost (comprising fuel costs for the thermal units and penalties for deficits in energy supply) along the planning period.

The optimal operating policy of the brazilian system is presently calculated through a stochastic dynamic programming recursion (SDP). The hydroelectric system under study is represented in a simplified way by an equivalent system which aggregates the hydro plants into one equivalent energy-storage reservoir.

This methodology cannot be directly extended for the calculation of the optimal operating policy of two interconnected subsystems represented by two equivalent reservoirs because core and CPU requirements increase exponentially with the number of state variables.

The aim of this thesis is the development of schemes for the reduction of dimensionality in the state space of the SDP algorithm, which will eventually allow the calculation of optimal operating policies for interconnected systems.

In the first part of the thesis, the SDP algorithm is outlined and conditions for the analytical reduction of the state space are developed. The fitting of multivariate analytical functions to the expected future cost tables in the SDP recursion is then tried.

Finally, an algorithm combining state-space reduction and univariate analytical function fitting is developed and tested with the brazilian south and southeast systems. The extension of this methodology to operation of two interconnected systems is discussed.

## ÍNDICE

- CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO
  
- CAPÍTULO II - MODELO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA PARA A OPERAÇÃO OTIMIZADA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS
  
- CAPÍTULO III - REDUÇÃO ANALÍTICA DO ESPAÇO DE ESTADOS DO ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA
  
- CAPÍTULO IV - CÁLCULO DA POLÍTICA ÓTIMA DE OPERAÇÃO PELO AJUSTE DE FUNÇÕES ANALÍTICAS ÀS TABELAS DE CUSTO FUTURO
  - IV.1 - Descrição Geral
  
  - IV.2 - Ajuste Polinomiais
    - IV.2.1 - Ajuste Polinomial sem Restrições
    - IV.2.2 - Ajuste Polinomial com Restrições
  
  - IV.3 - Ajustes Exponenciais
    - IV.3.1 - Ajuste de uma Exponencial
    - IV.3.2 - Ajuste de Combinação de Exponenciais
  
  - IV.4 - Interpolações Lineares
  
- CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO PROPOSTO NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS INTERLIGADOS

## CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Um sistema hidrotérmico de geração de energia elétrica é composto de um sistema térmico (usinas termelétricas convencionais e/ou nucleares) e de um sistema hidráulico (usinas hidrelétricas com ou sem reservatórios), ligados ao mercado consumidor por um sistema de transmissão elétrica:

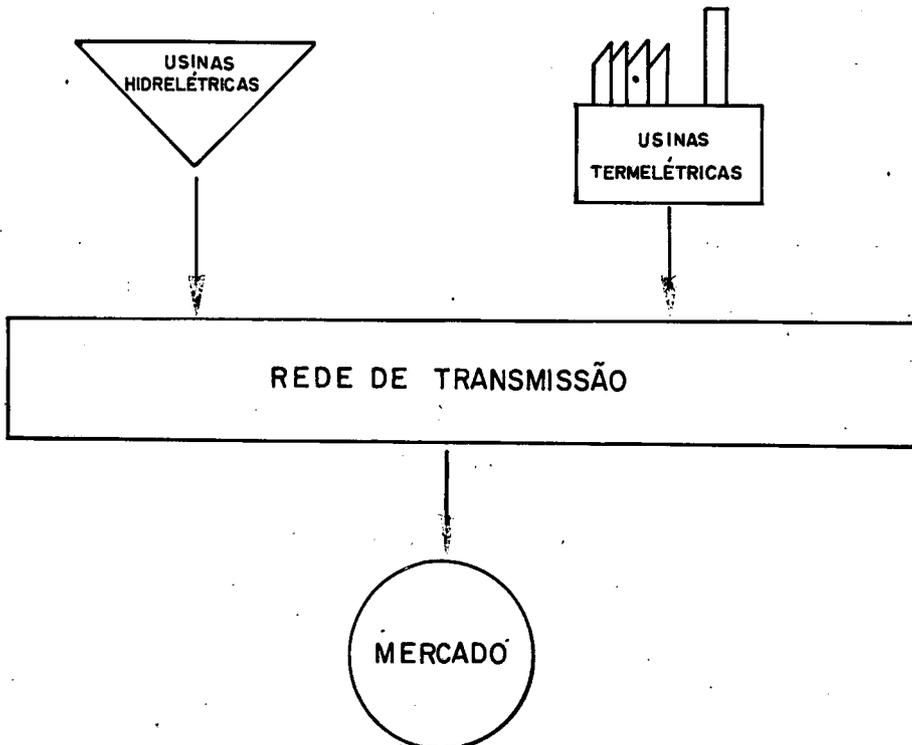


Figura I.1- Esquematização de um Sistema de Geração de Energia Elétrica

O custo de operação das usinas hidrelétricas é desprezível já que são utilizadas as vazões naturais dos rios para acionar turbinas acopladas a geradores elétricos que produzem energia. Por sua vez, as usinas termelétricas utilizam combustíveis para aquecer caldeiras onde se produz vapor a alta temperatura e pressão. É a expansão deste vapor que aciona as tur



binas acopladas aos geradores elétricos. Os combustíveis queimados (carvão, óleo, gás, urânio) tem em geral preços altos tornando as usinas termelétricas operacionalmente onerosas.

Embora as usinas hidrelétricas tenham custo de operação desprezível, o deplecionamento de seus reservatórios deve ser cuidadosamente planejado. A aleatoriedade das vazões afluentes impede um conhecimento prévio da sequência de afluências que ocorrerá nos próximos meses. Eventualmente poderá ocorrer uma situação de afluências tão desfavoráveis que, caso não haja estoque suficiente nos reservatórios, o mercado consumidor não possa ser satisfeito nem pela geração conjunta de todas hidrelétricas e térmicas disponíveis.

Não é simples avaliar o impacto na economia do mercado consumidor ocasionado pela ocorrência de deficits no fornecimento de energia. O que é possível afirmar com certeza é que este impacto pode ser enorme, sendo portanto necessário estabelecer um nível de garantia de suprimento do mercado que deverá ser obedecido no planejamento do sistema gerador. Uma possível maneira de estabelecer este nível é considerar o deficit como se fosse uma térmica de altíssimo custo. Desta maneira, na medida em que se procura minimizar os gastos com as unidades termelétricas, os deficits de energia estarão, sempre que possível, sendo evitados.

Pode-se dizer então que o objetivo do planejamento da operação de um sistema hidrotérmico é -respeitando-se as restrições físicas de seus componentes- atender a um mercado consumidor de energia a cada instante de um período de planejamento com um certo grau de confiabilidade e a um custo esperado mínimo de operação.

Na operação de sistemas geradores hidrotérmicos deve-se então decidir, a determinados intervalos de tempo, entre produzir uma maior quantidade de energia nas usinas térmicas, e com isto incorrer em despesas com combustíveis, ou utilizar a água em estoque nos reservatórios. Na primeira alternativa, a energia potencial de origem hidráulica economizada poderá ser usada posteriormente, numa hidrâulicidade desfavorável, para

assegurar o atendimento da carga ou para substituir a geração das usinas térmicas mais onerosas. Entretanto, se houver abundância nos recursos hidráulicos futuros pode haver vertimento, ou seja, a água economizada estará irremediavelmente perdida para a geração. A segunda alternativa, de utilização do estoque hidráulico, atua no sentido de postergar a geração térmica o que em caso de afluências baixas futuras poderá obrigar à operação das térmicas mais dispendiosas, ou mesmo levar à ocorrência de deficits. No entanto, devido à pequena esperança de ocorrência destas afluências baixas, esta alternativa pode levar a uma economia de combustível na operação futura. Naturalmente a melhor solução se constituirá num compromisso econômico entre estas possibilidades.

Deseja-se então a determinação, ao longo do horizonte de estudo considerado, de uma política de operação para a qual o custo total esperado e atualizado de operação seja mínimo levando em consideração o nível de garantia no fornecimento de energia.

O cálculo da política ótima de operação é feito atualmente através da agregação do sistema em estudo em um Sistema Equivalente e posterior aplicação do algoritmo recursivo da Programação Dinâmica Estocástica (PDE).

O capítulo II deste trabalho descreve brevemente o Sistema Equivalente e o algoritmo da PDE ressaltando as dificuldades de aplicação deste algoritmo em sistemas com mais de duas variáveis de estado. Dado que se deseja o cálculo da política ótima de operação para sistemas interligados (mais de duas variáveis), assunto que na realidade ultrapassa o escopo da presente tese que serve apenas como introdução ao tema, o capítulo III se propõe a uma análise mais detalhada do algoritmo recursivo da PDE, visando uma redução analítica do número de variáveis de estado.

O capítulo IV sugere o cálculo da política ótima de operação pelo ajuste de funções analíticas às tabelas de custo futuro da PDE. Propõe também um algoritmo que calcula a política ótima através de uma redução das variáveis de estado seguida de ajuste de função univariada. Apresenta-se resultados.

Finalizando, o capítulo V descreve as perspectivas de resolução de sistemas interligados com a aplicação do algoritmo proposto.

## CAPÍTULO II

MODELO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA PARA  
A OPERAÇÃO OTIMIZADA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

O problema do planejamento da operação do sistema hidrotérmico brasileiro, composto de elevado número de usinas hidráulicas com ou sem reservatórios (correspondentes a 81% do potencial instalado) e de usinas termelétricas, é extremamente complexo. Existe um grande número de variáveis envolvidas na formulação matemática do problema, sendo algumas delas aleatórias. Além disso, há que se considerar as restrições físicas dos componentes do sistema.

Por exemplo, suponha um sistema composto de  $h$  usinas hidrelétricas e  $t$  termelétricas. Admita que o horizonte de planejamento seja de 10 anos e que as decisões devam ser tomadas mensalmente.

Algumas das variáveis envolvidas são:

- $x_{ij}$  → armazenamento no mês  $i$  do reservatório  $j$   
 $h \times 120$  variáveis
- $a_{ij}$  → afluência total no mês  $i$  a usina  $j$   
 $h \times 120$  variáveis
- $w_{ij}$  → quantidade de água turbinada no mês  $i$  pela usina  $j$   
 $h \times 120$  variáveis
- $n_{ij}$  → número de unidades geradoras em funcionamento no mês  $i$  na usina  $j$   
 $h \times 120$  variáveis
- $e_{ij}$  → evaporação no mês  $i$  no reservatório  $j$   
 $h \times 120$  variáveis

Algumas das restrições envolvendo estas variáveis são:

- . equação de balanço

$$x_{i+1,j} = x_{ij} + a_{ij} - w_{ij} - v_{ij} \quad h \times 120 \text{ restrições} \quad (II.1)$$

$v_{ij}$  - vertimento no mês  $i$  na  $j$ -ésima usina.

- . limitação nos armazenamentos máximo e mínimo dos reservatórios:

$$x_{jmin}^{(i)} \leq x_{ij} \leq x_{jmax}^{(i)} \quad 2 \times h \times 120 \text{ restrições} \quad (II.2)$$

$x_{jmin}^{(i)}$  = volume morto = volume de água que não pode ser utilizado na geração - mês  $i$ , reservatório  $j$ .

$x_{jmax}^{(i)}$  = capacidade máxima de armazenamento do reservatório  $j$  no mês  $i$ .

- . limitações de vazão turbinada máxima e mínima:

$$w_{jmin} \leq w_{ij} \leq w_{jmax}(i,j,x_{ij}) \quad 2 \times h \times 120 \text{ restrições} \quad (II.3)$$

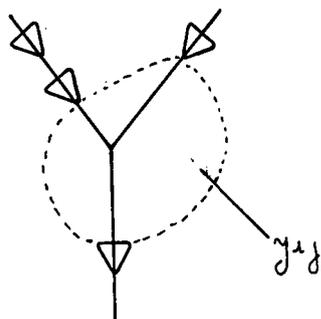
$w_{jmin}$  = mínima vazão obrigatória para evitar o secamento excessivo do rio a jusante e manter as condições de navegação.

$w_{jmax}(i,j,x_{ij})$  = máxima vazão permitida através das turbinas, sendo

$$w_{jmax}(i,j,x_{ij}) \leq x_{ij} + a_{ij} \quad (II.4)$$

. equação da cascata:

$$a_{ij} = y_{ij} + \sum_{k \in M(j)} (w_{ik} + v_{ik}) \quad h \times 120 \text{ restrições} \quad (\text{II.5})$$



$y_{ij}$  - afluência incremental no mês  $i$  a usina  $j$ .

$M(j)$  - conjunto das usinas imediatamente a montante de  $j$ .

Figura II.1- Usinas em Cascata

Então, supondo  $h = 30$ , até agora o problema já envolve  $(5 \times 30 \times 120) = 18000$  variáveis e  $(6 \times 30 \times 120) = 21600$  restrições, sendo que, entre outras, ainda devem ser incluídas as variáveis e restrições relativas às usinas termelétricas.

Do exposto, depreende-se que o problema do planejamento da operação do sistema hidrotérmico brasileiro é de grande porte além de não linear (a energia gerada em uma hidrelétrica é o produto da quantidade de água turbinada pela altura de queda) e estocástico (as vazões afluentes aos reservatórios que participam do sistema gerador são variáveis aleatórias). A conjunção desses fatores inviabiliza a aplicação de técnicas de otimização na busca de uma solução analítica. Os requisitos de memória e tempo de CPU necessários à implementação dos algoritmos são de tal maneira elevados que tornam indispensáveis várias simplificações na representação do parque gerador.

A construção de um Sistema Equivalente para representação de um parque hidrotérmico tem como finalidade atender ao objetivo inicial de simplificação propiciando a busca da melhor solução para o problema exposto.

O Sistema Equivalente agrega as usinas hidrelétricas em um reservatório equivalente de energia. Utiliza-se energia já que uma hidrelétrica aproveita a diferença de energia potencial entre dois níveis para gerar eletricidade. Assim, não basta acumular volumes d'água no reservatório equivalente já que esta informação não é suficiente para definir as possibilidades de geração do sistema. É preciso saber como o estoque de água de cada reservatório pode ser utilizado sendo necessário, por exemplo, o conhecimento da posição relativa das usinas em cascata. A energia armazenada no reservatório equivalente a cada instante do período de planejamento representa, aproximadamente, o armazenamento de energia do conjunto de usinas hidrelétricas individuais. A energia afluenta ao reservatório representa o valor total em energia das descargas afluentes aos vários reservatórios.

As usinas termelétricas com características semelhantes são reunidas em uma única classe de geração termelétrica em que a capacidade de geração e as restrições operativas são, aproximadamente, equivalentes às respectivas capacidades e restrições operativas do conjunto daquelas usinas termelétricas.

A demanda de energia elétrica é suposta concentrada em um único local, considerando-se uma perda constante na transmissão de energia para o seu suprimento a cada instante do período de estudo.

A partir deste tipo de representação do sistema hidrotérmico, a perda de rigor na modelagem é compensada pela simplificação do problema, viabilizando sua solução. Uma descrição detalhada do Sistema Equivalente pode ser encontrada em [1].

Dispõe-se então de um problema de decisões sequenciais em que a otimalidade da decisão tomada hoje depende do conjunto de acontecimentos futuros. Assim, uma decisão de manter o reservatório equivalente com determinado armazenamento,  $X$  deplecionando um volume  $W$  poderá ter sido acertada ou não dependendo da sequência de afluições que chegue ao reservatório e da estratégia que se utilize para sua operação.

Um algoritmo adequado para a resolução de problemas deste tipo é o da Programação Dinâmica. Dividindo-se o período de estudo em intervalos -estágios-, através de um cálculo recursivo encontra-se, para cada possível situação -estado- do sistema em estudo, a "melhor" decisão de acordo com objetivos pré-fixados. A recursão é realizada no sentido inverso do tempo, abrangendo assim as possíveis sequências de afluições e decisões em situações futuras.

A(s) variável(is) de estado deve(m) representar o sistema em estudo. No caso de operação de sistemas hidrotérmicos escolhe-se o nível do reservatório equivalente como (uma das) componente(s) do vetor de estado.

As decisões, que em cada estágio são definidas para cada um dos possíveis estados do sistema, se referem ao nível de geração térmica.

Supondo que o período em estudo seja dividido em intervalos mensais, num determinado mês  $k$ , sendo o mercado e a configuração do sistema conhecidos, o armazenamento ao fim do mês (início do próximo mês)  $-x_{k+1}$  - e o eventual deficit  $-D_k$  - ficam determinados quando se conhece:

- o armazenamento inicial  $x_k$
- a afluição do mês  $a_k$
- a decisão térmica tomada ao início do mês  $u_k$



ou seja:

$$x_{k+1} = x_{k+1}(x_k, a_k, u_k) \quad (\text{II.6})$$

$$D_k = D_k(x_k, a_k, u_k) \quad (\text{II.7})$$

Entretanto, quando a decisão térmica  $u_k$  é tomada, a afluência do mês  $-a_k-$  não é conhecida. Uma alternativa seria escolher um modelo estocástico para produzir possíveis sequências de afluências para o período de planejamento. Assim, para cada estado  $x_k$  em cada estágio  $k$ , seria tomada a decisão  $u_k$  que em média fosse menos onerosa, considerando-se as diversas sequências hidrológicas. Neste caso a afluência mensal no mês  $k$  é considerada uma variável aleatória de média  $\mu_k$  e desvio padrão  $\sigma_k$  (figura II.2).

Porém, sabe-se que as decisões em cada estado  $x_k$  serão tanto mais acertadas quanto maior for o volume de informações utilizadas no seu cálculo. Por exemplo, para uma mesma situação de armazenamento, porém diante de perspectivas de afluências futuras muito diferentes, é natural que sejam indicadas diferentes decisões de operação térmica: caso haja esperança de altas afluências é razoável que se utilize a água em estoque para evitar gastos com térmicas; caso contrário, poderá ser mais econômico reservar o estoque para uso posterior, em situações mais desfavoráveis.

Então, uma vez selecionado o modelo estocástico de afluências, uma boa alternativa seria aproveitar informações de afluências passadas e utilizá-las explicitamente para fornecer a distribuição de probabilidades relativas às afluências possíveis no mês condicionada pelas afluências observadas anteriormente. Neste caso, a dispersão da distribuição das afluências possíveis no mês é menor (figura II.3) já que se restringe o universo de afluências futuras, admitindo-se a existência de uma "tendência hidrológica" que condiciona estas afluências.

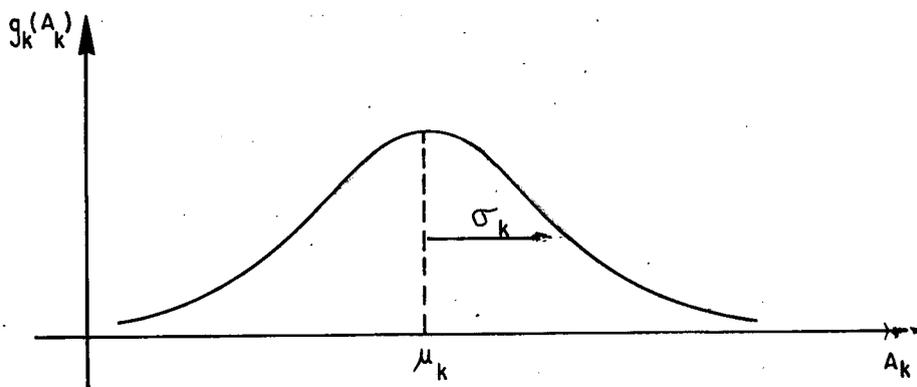


Figura II.2- Densidade de Probabilidade de  $A_k$

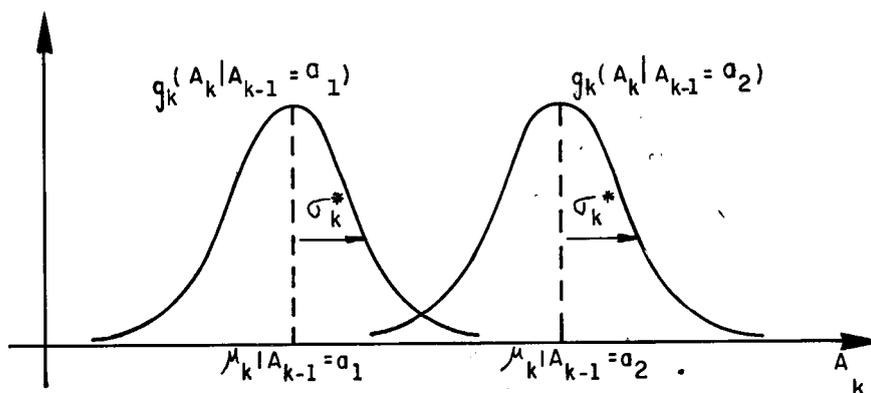


Figura II.3- Densidade de Probabilidade Condicionada de  $(A_k/A_{k-1} = a_i)$

O Modelo a Sistema Equivalente (MSE) [1] desenvolvido em 1977, utiliza este fato. Seus aspectos teóricos podem ser agrupados sob três itens principais:

- representação do sistema hidrotérmico considerado por um sistema equivalente, conforme mencionado anteriormente.
- estabelecimento de um modelo estocástico de afluências capaz de descrever em termos probabilísticos o comportamento da energia afluente ao sistema ao longo do período de planejamento.

- determinação, no horizonte de estudo considerado, de uma estratégia de operação para a qual o custo esperado de operação seja mínimo. O cálculo da política ótima de operação consiste no confronto dos requisitos da carga com as várias possibilidades de atendimento pela geração das usinas hidráulicas com e sem reservatório e das diferentes usinas térmicas. Para tanto, o modelo emprega uma recursão de Programação Dinâmica Estocástica que utiliza explicitamente o modelo estocástico estabelecido para fornecer a distribuição de probabilidade relativa às afluências no mês condicionada pela afluência observada no mês anterior (modelo autoregressivo lag 1).

Sendo:

$$a_k = \underbrace{\frac{\rho_k \sigma_k}{\sigma_{k-1}} a_{k-1}}_{b_k} + \underbrace{\mu_k - \frac{\rho_k \sigma_k}{\sigma_{k-1}} \mu_{k-1} + \sigma_k \sqrt{1 - \rho_k^2} \eta_k}_{\xi_k} \quad (\text{II.8})$$

onde:

$a_k$  - energia total afluyente no mês k.

$b_k$  - coeficiente de regressão linear de ordem 1, relativo ao k-ésimo mês do ano.

$\xi_k$  - variável aleatória de distribuição log-normal de três parâmetros, correspondente ao k-ésimo mês do ano.

$\eta_k$  - variável aleatória log-normal, com média 0 e desvio padrão 1.

$\mu_k$  - média das afluências no mês k.

$\sigma_k^2$  - variância das afluências no mês k.

$\rho_k$  - coeficiente de correlação entre afluências do mês k e do mês k-1.

Então a distribuição condicionada  $g_k (A_k/A_{k-1} = a_{k-1})$  tem média  $\mu_k^*$  e variância  $\sigma_k^{*2}$ , onde

$$\mu_k^* = \mu_k + \rho_k \left( \frac{\sigma_k}{\sigma_{k-1}} \right) (a_{k-1} - \mu_{k-1}) \quad (\text{II.9})$$

$$\sigma_k^{*2} = \sigma_k^2 (1 - \rho_k^2) < \sigma_k^2 \quad (\text{II.10})$$

Assim a afluência do mês anterior,  $a_{k-1}$ , é incorporada ao vetor de estado. Para um mês  $k$  qualquer, supondo-se que se parta de um estoque  $x_k$  e sendo  $a_{k-1}$  a afluência total do mês anterior - estado  $(x_k, a_{k-1})$  -, sendo o mercado conhecido e uma vez escolhida a decisão térmica  $u_{k,j}$ , tem-se que o nível final de reserva,  $x_{k+1}$ , e a energia afluente no próprio mês,  $a_k$ , são variáveis aleatórias condicionadas por  $a_{k-1}$ . A figura abaixo ilustra a situação:

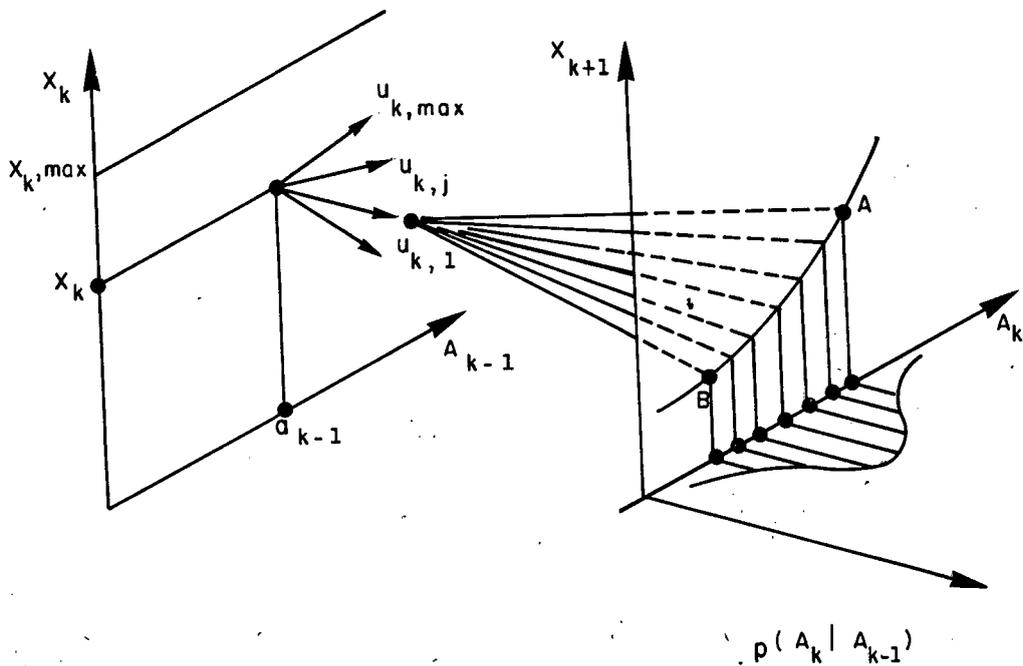


Figura II.4- Condicionamento de  $x_{k+1}$  e  $a_k$  pelo conhecimento de  $a_{k-1}$

Para uma mesma decisão, ocorrendo uma afluência  $a_k$  elevada, o nível final  $x_{k+1}$  será conseqüentemente mais elevado (ponto A) do que o que se verifica na hipótese de uma baixa afluência (ponto B). A curva AB representa o lugar geométrico dos estados  $(x_{k+1}, a_k)$  ao fim do mês.

Supondo que se conhece, para cada estado no fim do mês, o custo de operação futura (do período atual até o fim do horizonte de planejamento)  $f_{k+1}[x_{k+1}, a_k]$ , o custo total atualizado e esperado no início do mês  $k$  associado ao estado é dado por:

$$c[u_{k,j}] + E_{A_k/a_{k-1}} \left\{ \frac{1}{\alpha} f_{k+1}[x_{k+1}(x_k, a_k, u_{k,j}), a_k] + d[D_k(x_k, a_k, u_{k,j})] \right\} \quad (\text{II.11})$$

onde:

$c[u_{k,j}]$  - é o custo direto de operação associado à  $j$ -ésima decisão térmica no mês  $k$ ;

$d[D_k]$  - é o custo de um deficit de valor  $D_k$ ;

$x_{k+1}(x_k, a_k, u_{k,j})$  - é a função de balanço direto;

$D_k(x_k, a_k, u_{k,j})$  - é a função de deficit;

$E(\cdot)$  - é o operador "esperança matemática";

$1/\alpha$  - é o fator de desconto.

Caso os custos  $f_{k+1}$  correspondam a uma operação otimizada dos meses seguintes até o fim do horizonte de planejamento, então, aplicando-se o princípio de otimalidade da programação dinâmica, é possível determinar  $f_k(x_k, a_{k-1})$ , o custo esperado de operação futura a partir do mês  $k$  e do estado  $(x_k, a_{k-1})$ :

$$\begin{aligned}
f_k(x_k, a_{k-1}) &= \min_j [c(u_{kj}) + E_{A_k/a_{k-1}} \left\{ \frac{1}{1+\alpha} f_{k+1}[x_{k+1}(x_k, a_k, u_{kj}), a_k] + d[D_k(x_k, a_k, u_{kj})] \right\}] = \\
&= \min_j [c(u_{kj}) + \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{1+\alpha} f_{k+1}[x_{k+1}(x_k, a_k, u_{kj}), a_k] + d[D_k(x_k, a_k, u_{kj})] \right\} g_k(A_k/a_{k-1}) da_k]
\end{aligned}
\tag{II.12}$$

A expressão acima permite determinar para cada mês  $k$  a melhor decisão a ser tomada a partir de todo estado  $[x_k, a_{k-1}]$  viável e o valor esperado atualizado do custo futuro associado.

Realizados os cálculos para o mês  $k$ , a recursão poderá desenvolver-se em mais uma etapa, determinando então as decisões ótimas para o mês  $k-1$ .

A recursão, feita no sentido inverso do tempo, se inicia em um mês  $N$  qualquer, suficientemente distante no futuro, com uma tabela qualquer de custos  $f_N(x_N, a_{N-1})$ . Suficientemente distante no sentido de que a política ótima de decisões para um futuro mais imediato seja independente desta tabela arbitrada. Isto é possível devido à aleatoriedade das afluências aliada à existência de uma taxa de atualização financeira na recursão, que tende a desvalorizar no presente os custos futuros.

Uma observação importante se refere ao critério estabelecido para determinar o nível de garantia de fornecimento de energia. O critério utilizado pelo sistema MSE é a especificação indireta do nível de garantia através do estabelecimento de uma função de custos de deficits.

As variáveis envolvidas na recursão são discretizadas quando da implementação computacional. Assim, no fim do processo, dispõe-se, para cada mês  $k$  do horizonte de planejamento de uma tabela de custos futuros que fornece para cada par  $(x_k, a_{k-1})$  considerado (fruto das discretizações das variáveis  $x_k$  e  $a_{k-1}$ ) o valor esperado e atualizado do custo de operação a partir deste estado até o fim do horizonte de planejamento de acordo com a política ótima (de mínimo custo de operação) obtida.

O processo de obtenção da política ótima pode ser esquematizado da seguinte maneira:

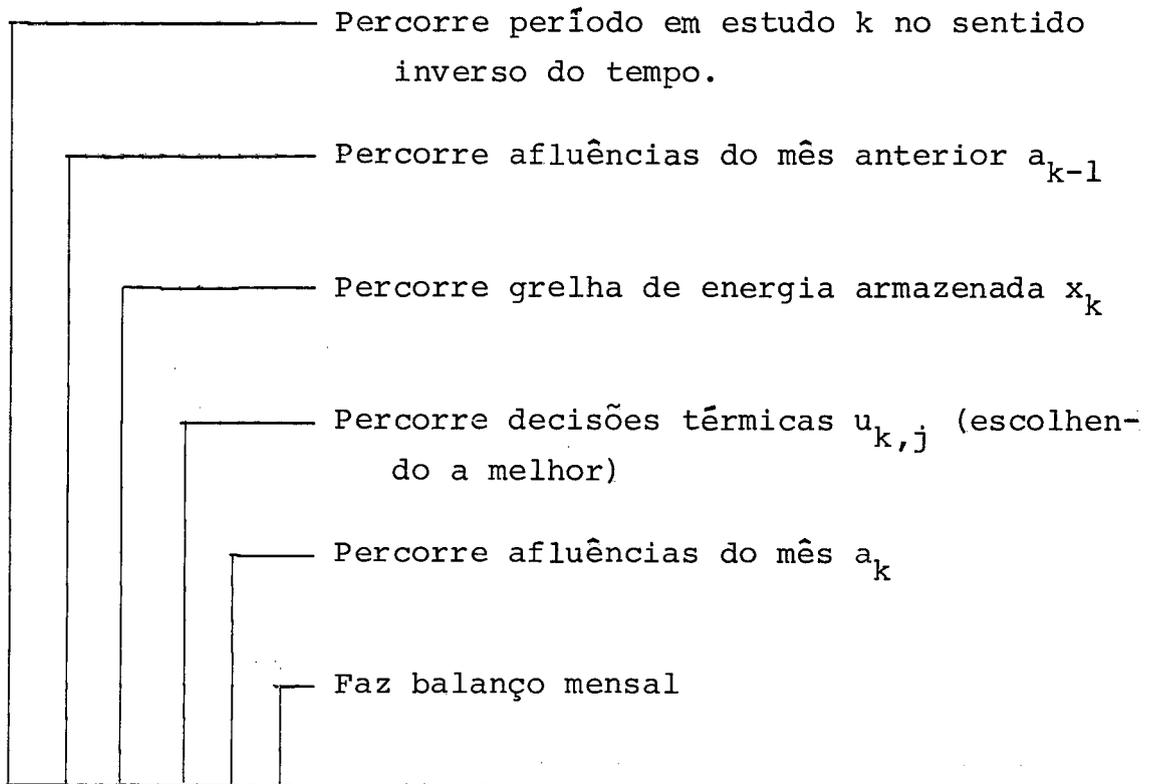


Figura II.5 - Esquematização do Cálculo da Política Ótima de Operação

O simples exame do esquema acima evidencia o enorme trabalho computacional inerente em geral à programação dinâmica. Por exemplo, para um período de 10 anos (120 meses), para uma discretização de 10 intervalos de energia afluyente no mês anterior e de 100 níveis de ener

gia armazenada, para 10 possíveis decisões térmicas e 10 possíveis afluências no mês, serão realizados

$$120 \times 10 \times 100 \times 10 \times 10 = 12 \times 10^6 \text{ balanços} \quad (\text{II.13})$$

sendo que este número, assim como a memória necessária à implementação do algoritmo crescem exponencialmente com o número de variáveis de estado.

Dado que a construção de um reservatório equivalente requer simplificações tais como o enchimento (esvaziamento) simultâneo de todos os reservatórios componentes do parque gerador, não é aconselhável a representação de regiões com diferentes regimes hidrológicos por um único reservatório equivalente. Supondo então um sistema com dois reservatórios equivalentes, I e II, as variáveis de estado seriam:

$$x_k^I, a_{k-1}^I, x_k^{II}, a_{k-1}^{II}$$

Então a figura II.5 deveria ser complementada: devem ser percorridas as grelhas de energia armazenada e energia afluyente do mês anterior do segundo sistema. Supondo uma discretização de 100 níveis de  $x_k^{II}$  e 10 intervalos de  $a_{k-1}^{II}$ , o número de balanços mensais do exemplo dado aumentaria de  $12 \times 10^6$  para  $12 \times 10^6 \times 100 \times 10 = 12 \times 10^9$ . A implementação do algoritmo torna-se então inviável.

Visando a resolução de sistemas interligados, o próximo capítulo se propõe à uma análise mais detalhada das particularidades da programação dinâmica estocástica com o intuito de viabilizar sua aplicação nestes casos mais complexos.



## CAPÍTULO III

REDUÇÃO ANALÍTICA DO ESPAÇO DE ESTADOS DO  
ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA

Seja  $f_k(x_k, a_{k-1})$  o custo futuro de operação no mês  $k$  para o estado  $(x_k, a_{k-1})$ . É fácil notar que, para  $a_{k-1}$  fixa,  $f_k$  deve decrescer à medida que  $x_k$  cresce: se existe mais energia armazenada disponível, parte das térmicas que porventura estejam ligadas ou que viriam a ser ligadas podem não ser necessárias.

Analogamente, é também fácil de entender o que acontece a  $f_k$ , quando, para  $x_k$  fixo,  $a_{k-1}$  cresce: um valor mais alto de afluência no mês anterior indica uma esperança de valores mais elevados de afluências no futuro. Maiores afluências naturalmente acarretarão em maior armazenamento e portanto  $f_k$  também decresce quando  $a_{k-1}$  cresce.

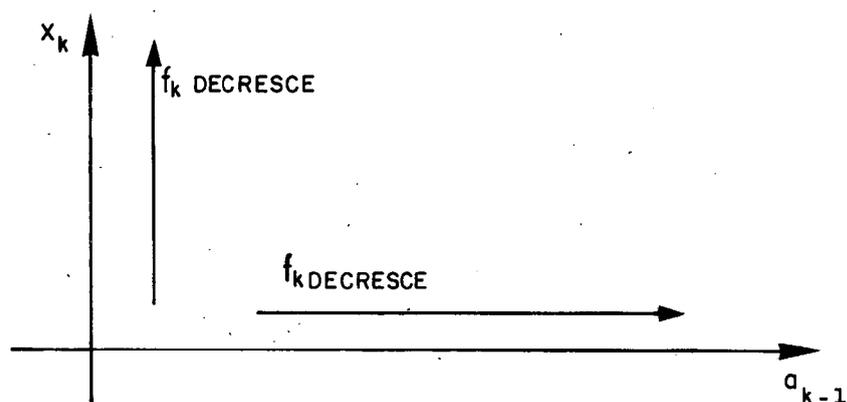


Figura III.1- Comportamento de  $f_k$  com a  
 variação de  $x_k$  e  $a_{k-1}$

Pode-se esperar então que haja uma "compensação" entre um certo  $\Delta x_k$  e um  $\Delta a_{k-1}$ . Compensação no sentido de estados tais como  $(x_k, a_{k-1})$  e  $(x_k + \Delta x_k, a_{k-1} - \Delta a_{k-1})$  terem o mesmo valor esperado de custo futuro,

$$f_k(x_k, a_{k-1}) = f_k(x_k + \Delta x_k, a_{k-1} - \Delta a_{k-1}) \quad (\text{III.1})$$

Caso seja possível derivar analiticamente a relação entre  $\Delta x_k$  e  $\Delta a_{k-1}$ , ou seja, se for possível obter a expressão analítica das curvas de nível da função  $f_k$ , o esforço envolvido no cálculo recursivo da política ótima de operação pode ser grandemente atenuado pois basta então calcular os valores de  $f_k(x_k, a_{k-1})$  para um determinado valor de  $a_{k-1}$ :

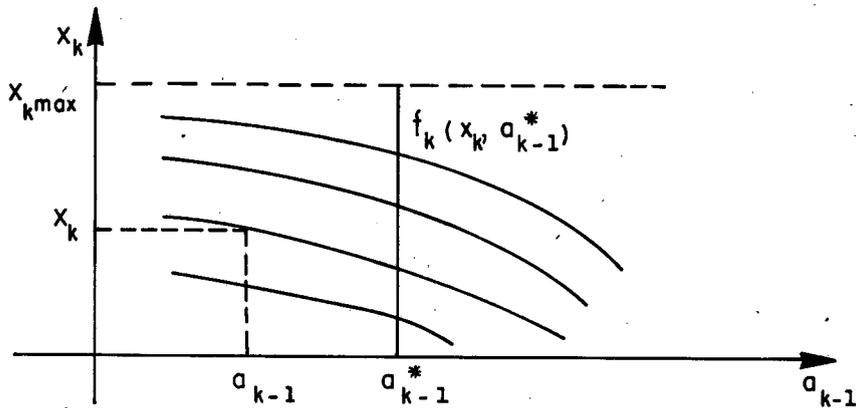


Figura III.2- Curvas de Nível de  $f_k(x_k, a_{k-1})$

Para qualquer outro estado,  $(x_k, a_{k-1})$ , a partir de  $x_k$  e  $\Delta a_{k-1} = a_{k-1} - a_{k-1}^*$ , poder-se-ia calcular  $\Delta x_k$  tal que

$$f_k(x_k, a_{k-1}) = f_k(x_k - \Delta x_k, a_{k-1}^*) \quad (\text{III.2})$$

onde

$$f_k(x_k - \Delta x_k, a_{k-1}^*) \text{ é conhecido.}$$

Este procedimento, já aplicado anteriormente por Pronovost para o Sistema Canadense [2], equivale a uma redução do espaço de estados: sendo  $a_{k-1}^*$  fixo, o vetor de estados se resume a um único componente,  $\{x_k\}$ , o que reduz significativamente o esforço computacional no cálculo recursivo da política ótima de operação.

Considere  $N$  o último mês do horizonte de planejamento.

Suponha

$$f_{N+1}(x_{N+1}, a_N) = f_{N+1}(x_{N+1}) \quad (\text{III.3})$$

(para o último estágio, a função de custo futuro só depende do armazenamento final do reservatório).

Seja  $S_{\min}$  o armazenamento mínimo permitido no reservatório equivalente e  $S_{\max}$  o armazenamento máximo.

De uma maneira simplificada, a equação II.12 para  $k = N$  pode ser escrita como

$$f_N(x_N, a_{N-1}) = \min_j \{ c(u_{N,j}) + \int_{-\infty}^{\infty} (d(x_{N+1}) + f_{N+1}(x_{N+1})) g_{X_{N+1}}(x_{N+1}) dx_{N+1} \} \quad (\text{III.4})$$

onde

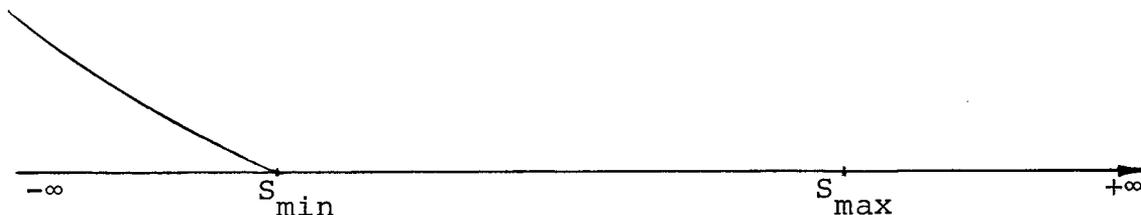
$$x_{N+1} = x_N + A_N/a_{N-1} - u_{N,j} \quad (\text{III.5})$$

$g_{X_{N+1}}$  = densidade de probabilidade de  $x_{N+1}$  condicionada ao conhecimento de  $a_{N-1}$

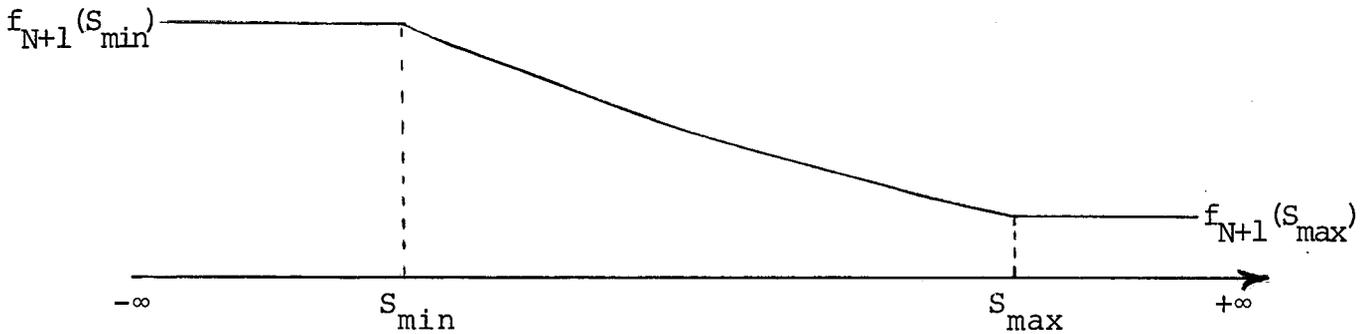
$x_N$  conhecido

$A_N/a_{N-1}$  variável aleatória descrita no capítulo II

$d(x_{N+1})$  é a função custo de deficit,



$f_{N+1}(x_{N+1})$  é a função arbitrada para o estágio N+1:



Então  $f_N(x_N, a_{N-1})$  pode ser escrita como função de apenas uma variável,

$$f_N(x_N, a_{N-1}) = \ell_N(x_{N+1}) = \min_j \{ c(u_{N,j}) + \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{(d(x_{N+1}) + f_{N+1}(x_{N+1}))}_{Y(x_{N+1})} g_{X_{N+1}}(x_{N+1}) dx_{N+1} \} \quad (\text{III.6})$$

Utilizando-se II.8, II.9 e II.10

$$\begin{aligned} \ell_N(x_{N+1}) &= \min_j \{ c(u_{N,j}) + \int_{-\infty}^{\infty} y(x_N + a_N - u_{N,j}) g_{A_N/a_{N-1}}(a_N) da_N \} = \\ &= \min_j \{ c(u_{N,j}) + \int_{-\infty}^{\infty} y(x_N + b_N a_{N-1} + \zeta_N - u_{N,j}) g_{\zeta_N}(\zeta_N) d\zeta_N \} \quad (\text{III.7}) \end{aligned}$$

Suponha agora dois estados  $(x_N^1, a_{N-1}^1)$  e  $(x_N^2, a_{N-1}^2)$  tais que

$$x_N^1 + b_N a_{N-1}^1 = x_N^2 + b_N a_{N-1}^2 \quad (\text{III.8})$$

Observando-se a equação III.7, conclui-se que para os estados definidos em III.8 a decisão ótima (que minimiza a expressão),  $u_N^*$ , é a mesma. Logo,

$$u_N^* = u_N^*(x_N + b_N a_{N-1}) \quad (\text{III.9})$$

Então

$$f_N(x_N, a_{N-1}) = l_N(x_{N+1}) = h_N(x_N + b_N a_{N-1}) \quad (\text{III.10})$$

Quanto às curvas de nível,

$$\text{constante} = f_N(x_N, a_{N-1}) = h_N(x_N + b_N a_{N-1}) \quad (\text{III.11})$$

$$h_N^{-1}(\text{constante}) = x_N + b_N a_{N-1} \quad (\text{III.12})$$

Logo, para o estágio N, as curvas de nível da função são retas de coeficiente angular  $-b_N = -\rho_N \sigma_N / \sigma_{N-1}$ :

$$x_N^1 + b_N a_{N-1}^1 = x_N^2 + b_N a_{N-1}^2 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{x_N^1 - x_N^2}{a_{N-1}^1 - a_{N-1}^2} = -b_N = \frac{-\rho_N \sigma_N}{\sigma_{N-1}} \quad (\text{III.13})$$

Passando ao estágio N-1:

$$f_{N-1}(x_{N-1}, a_{N-2}) = \min_j \{c(u_{N-1}, j) + \int_{-\infty}^{\infty} (d(x_N) + h_N(x_N + b_N a_{N-1})) g_{X_N}(x_N) dx_N\} \quad (\text{III.14})$$

Como para este estágio não é possível expressar  $f_{N-1}(x_{N-1}, a_{N-2})$  como combinação linear das duas variáveis de estado,  $x_{N-1}$  e  $a_{N-2}$ , considere

$$f_{N-1}(x_{N-1}, a_{N-2}) = w(x_N) + z(x_N + b_N a_{N-1}) \quad (\text{III.15})$$

O estabelecimento das curvas de nível da função não é mais imediato, dependendo da forma analítica das funções  $w$  e  $z$ .

Entretanto, caso não fossem considerados os limites físicos do reservatório, então  $S_{\min} \rightarrow -\infty$ ,  $S_{\max} \rightarrow +\infty$ , desaparecendo as parcelas  $d(x_{N+1})$  e  $d(x_N)$  das equações III.4 e III.14, respectivamente. Desta maneira os cálculos seriam extremamente simplificados:

Estágio N:

$$\begin{aligned} f_N(x_N, a_{N-1}) &= \min_j \{ c(u_{N,j}) + \int_{-\infty}^{\infty} f_{N+1}(x_{N+1}) g_{X_{N+1}}(x_{N+1}) dx_{N+1} \} = \\ &= h_N(x_N + b_N a_{N-1}) \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

Estágio N-1

$$\begin{aligned} f_{N-1}(x_{N-1}, a_{N-2}) &= \min_j \{ c(u_{N-1,j}) + \int_{-\infty}^{\infty} h_N(x_N + b_N a_{N-1}) g_{X_N}(x_N) dx_N \} = \\ &= \min_j \{ c(u_{N-1,j}) + \int_{-\infty}^{\infty} h_N(x_{N-1} + a_{N-1} - u_{N-1,j} + b_N a_{N-1}) g_{A_{N-1}/a_{N-2}}(a_{N-1}) da_{N-1} \} = \\ &= \min_j \{ c(u_{N-1,j}) + \int_{-\infty}^{\infty} h_N [x_{N-1} + (1+b_N)(b_{N-1} a_{N-2} + \zeta_{N-1}) - u_{N-1,j}] g_{\zeta_{N-1}}(\zeta_{N-1}) d\zeta_{N-1} \} \\ &= \min_j \{ c(u_{N-1,j}) + \int_{-\infty}^{\infty} h_N [x_{N-1} + (1+b_N)b_{N-1} a_{N-2} + (1+b_N)\zeta_{N-1} - u_{N-1,j}] g_{\zeta_{N-1}}(\zeta_{N-1}) d\zeta_{N-1} \} \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

Para estados tais que

$$x_{N-1}^1 + (1+b_N)b_{N-1}a_{N-2}^1 = x_{N-1}^2 + (1+b_N)b_{N-1}a_{N-2}^2, \quad (\text{III.18})$$

a decisão ótima obtida a partir de III.21 é a mesma. Então,

$$u_{N-1}^* = u_{N-1}^*(x_{N-1} + (1+b_N)b_{N-1}a_{N-2}) \quad (\text{III.19})$$

E ainda

$$f_{N-1}(x_{N-1}, a_{N-2}) = h_{N-1}(x_{N-1} + (1+b_N)b_{N-1}a_{N-2}) \quad (\text{III.20})$$

Então as curvas de nível da função de custo futuro no estágio N-1 são retas de coeficiente angular

$$-(1+b_N)b_{N-1} = -(\rho_{N-1}\rho_N \frac{\sigma_N}{\sigma_{N-2}} + \rho_{N-1} \frac{\sigma_{N-1}}{\sigma_{N-2}}) \quad (\text{III.21})$$

Continuando o cálculo recursivo para os estágios anteriores, conclui-se que sob a hipótese de reservatório infinito, para qualquer estágio k, as curvas de nível da função seriam retas de coeficiente angular

$$\beta_k = - \sum_{j=1}^{N-k+1} \left[ \prod_{m=j-1}^{N-k} \rho_{N-m} \right] \frac{\sigma_{N-j+1}}{\sigma_{k-1}} = -\rho_k \frac{\sigma_k}{\sigma_{k-1}} (1-\beta_{k+1}) \quad (\text{III.22})$$

Uma observação interessante se refere às curvas de nível da função de custo futuro

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = \frac{\partial f_k(x_k, a_{k-1})}{\partial x_k} \quad (\text{III.23})$$

Sabe-se que para um estado  $(x_k, a_{k-1})$  no estágio  $k$ , a decisão ótima (de menor custo)  $u_k^*$  é tal que

$$c(u_k^*) = \frac{\partial f_k(x_k, a_{k-1})}{\partial x_k} = f'_k(x_k, a_{k-1}) \quad (\text{III.24})$$

Mas de acordo com III.9 e III.19, estados  $(x_k^1, a_{k-1}^1)$  e  $(x_k^2, a_{k-1}^2)$  tais que

$$x_k^1 + \beta_k a_{k-1}^1 = x_k^2 + \beta_k a_{k-1}^2 \quad (\text{III.25})$$

correspondem à mesma decisão térmica ótima e portanto tem o mesmo valor de custo futuro incremental.

Logo, para a hipótese estabelecida, para qualquer estágio  $k$  as curvas de nível da função de custo futuro incremental são idênticas as da função de custo futuro total: retas de coeficiente angular  $\beta_k$ , onde  $\beta_k$  é dado pela equação III.22).

Cabe verificar a adequação da hipótese para o caso brasileiro. A relação linear entre a energia armazenada e a energia afluyente já foi derivada anteriormente por Pronovost [2] para o sistema canadense considerando o reservatório infinito. Entretanto, neste país a hipótese pode ter validade já que há importação e exportação de energia e portanto a tendência é não atingir os limites superior e inferior do reservatório. Por exemplo, em situações de armazenamento elevado com perspectiva de altas afluências, é razoável que se inicie a exportação a fim de prevenir um eventual vertimento. Analogamente, em situações desfavoráveis, a importação pode entrar em vigor para evitar deficits de energia, extremamente onerosos.



Para o sistema brasileiro, a partir do plano 81-90 da região Sudeste obtido pelo MSE (apêndice I), foram plotadas as curvas de nível da função de custo futuro incremental para diversos meses do período de planejamento.

Em geral o aspecto das curvas obtidas foi o seguinte:

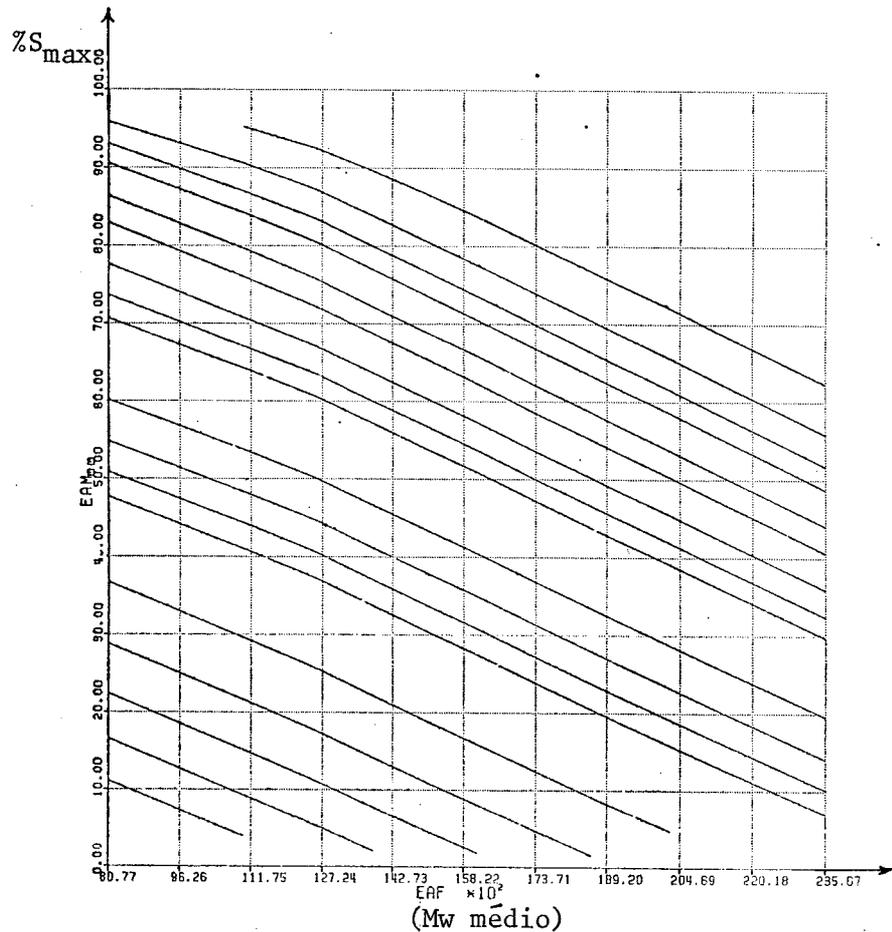


Figura III.3- Curvas de Nível da Função de Custo Futuro Incremental - Mês 1

Obs.: Foram utilizadas diferentes escalas para os eixos do gráfico.

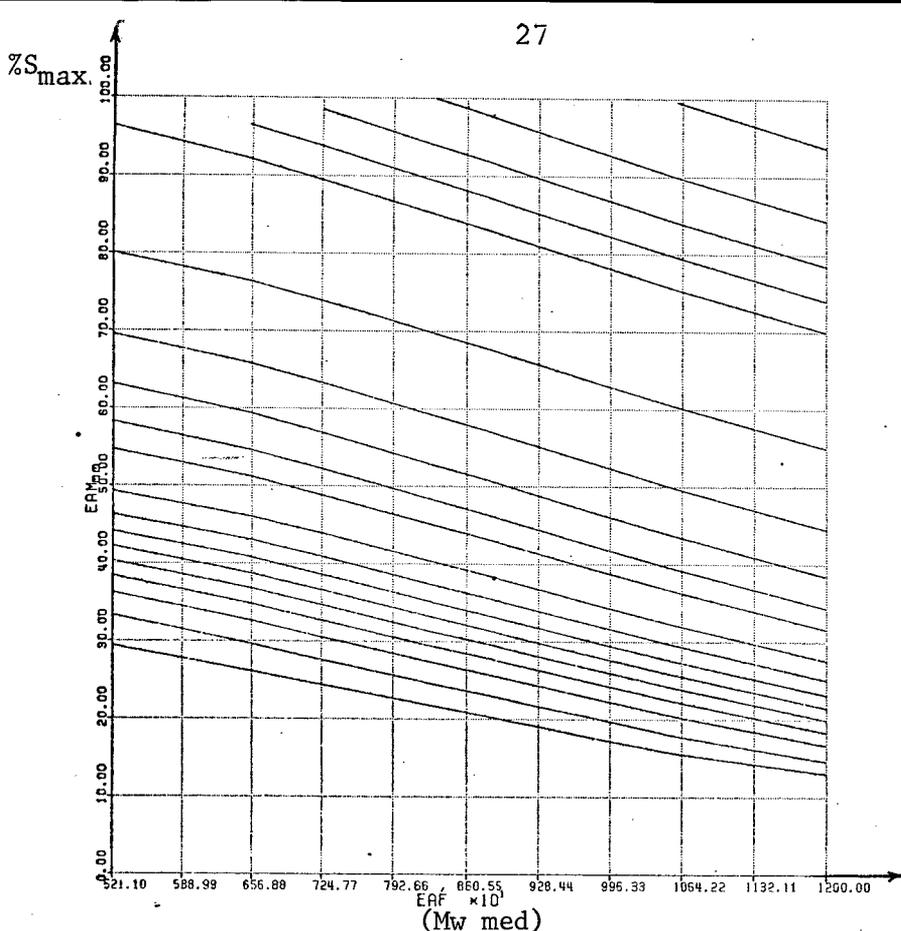


Figura III.4- Curvas de Nível da Função de Custo Futuro Incremental - Mês 7

Pode-se perceber que as linhas são retas aproximadamente paralelas na região central da figura "entortando" a medida que se aproximam as regiões superior (reservatório cheio com possibilidade de vertimento) e inferior (reservatório vazio, com risco de deficit).

Para verificação da hipótese de reservatório infinito, utilizou-se a equação III.22 no cálculo recursivo de coeficientes angulares para os 120 meses do plano de operação 81-90 da região Sudeste.

As figuras a seguir comparam as curvas de equicusto obtidas anteriormente (a partir das tabelas de custo futuro) com as retas obtidas sob a hipótese de reservatório infinito. A comparação indica que, devido aos limites físicos existentes, o que se pode esperar é que os erros decorrentes da utilização dos coeficientes "teóricos" acumulados ao longo da recursão da PDE tornem os resultados não confiáveis. Em outras palavras: a hipótese de reservatório infinito não é válida para o caso brasileiro.

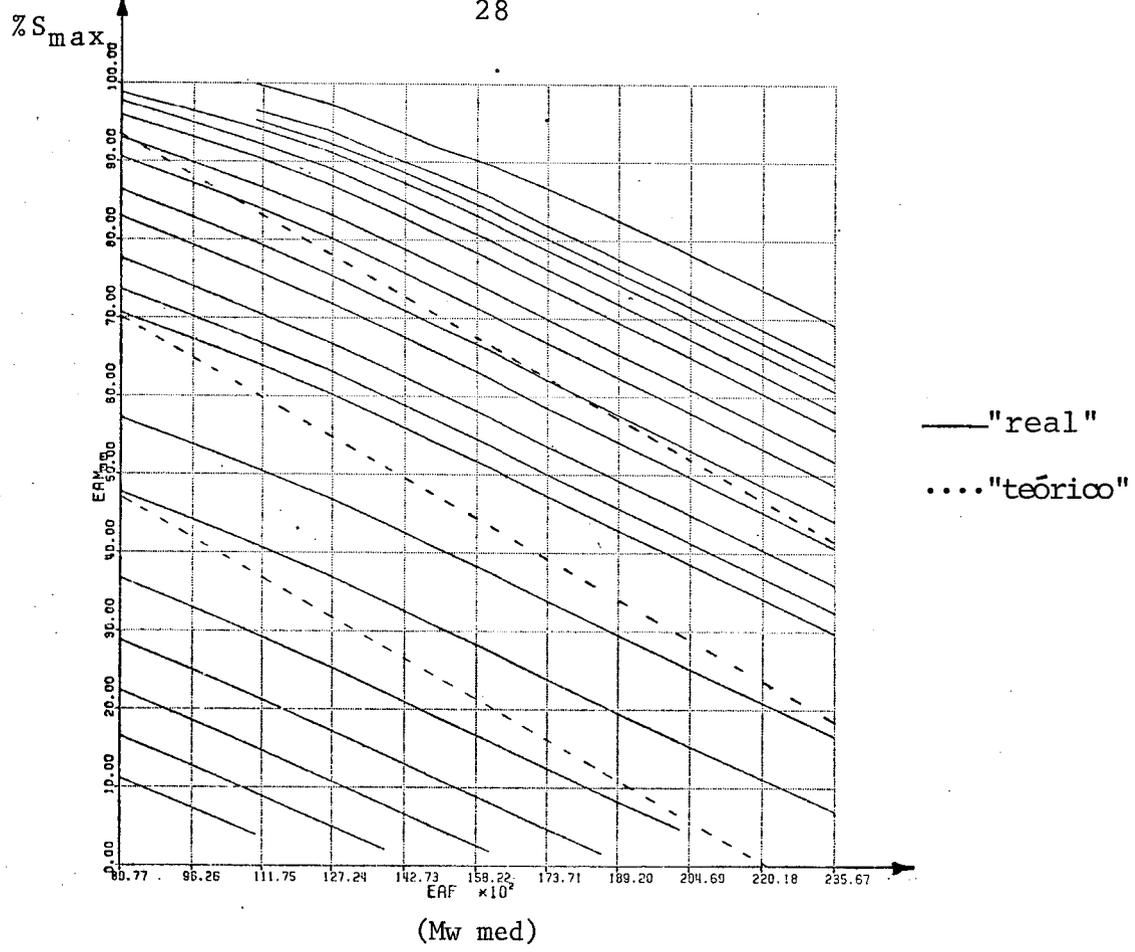


Figura III.5- Comparação com  $\beta$  "Teórico"  
- Mês 1

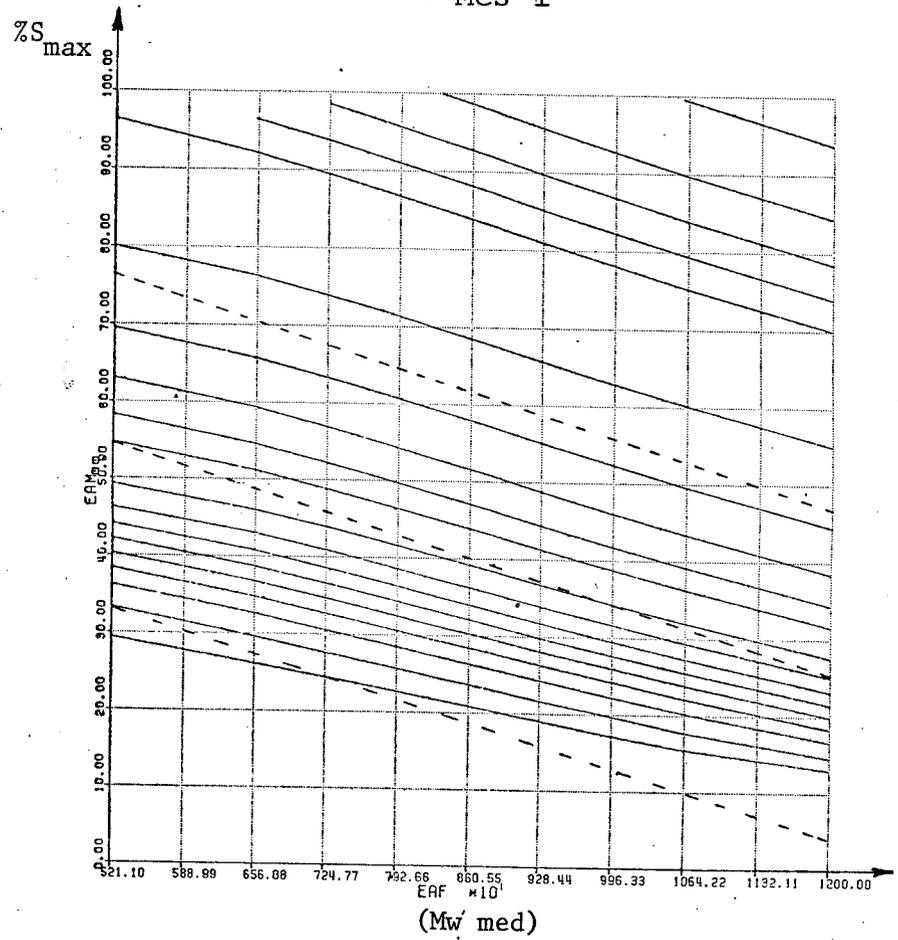


Figura III.6- Comparação com  $\beta$  "Teórico"  
- Mês 7

A curva superior da figura III.7 a seguir mostra o comportamento do ângulo  $\theta$  "teórico" ( $\tan^{-1}(\beta$  "teórico")) ao longo de 24 meses do plano de operação 81-90 para a região Sudeste (janeiro 81 - dezembro 82). O formato da curva é conseqüência das diferentes sazonalidades de  $\rho_k$  e  $\sigma_k$ , o que produz ciclos não suaves, conforme mostrado nas figuras III.8, III.9 e III.10. A curva inferior da figura apresenta o comportamento do coeficiente angular médio "real", estimado a diretamente das tabelas da PDE.

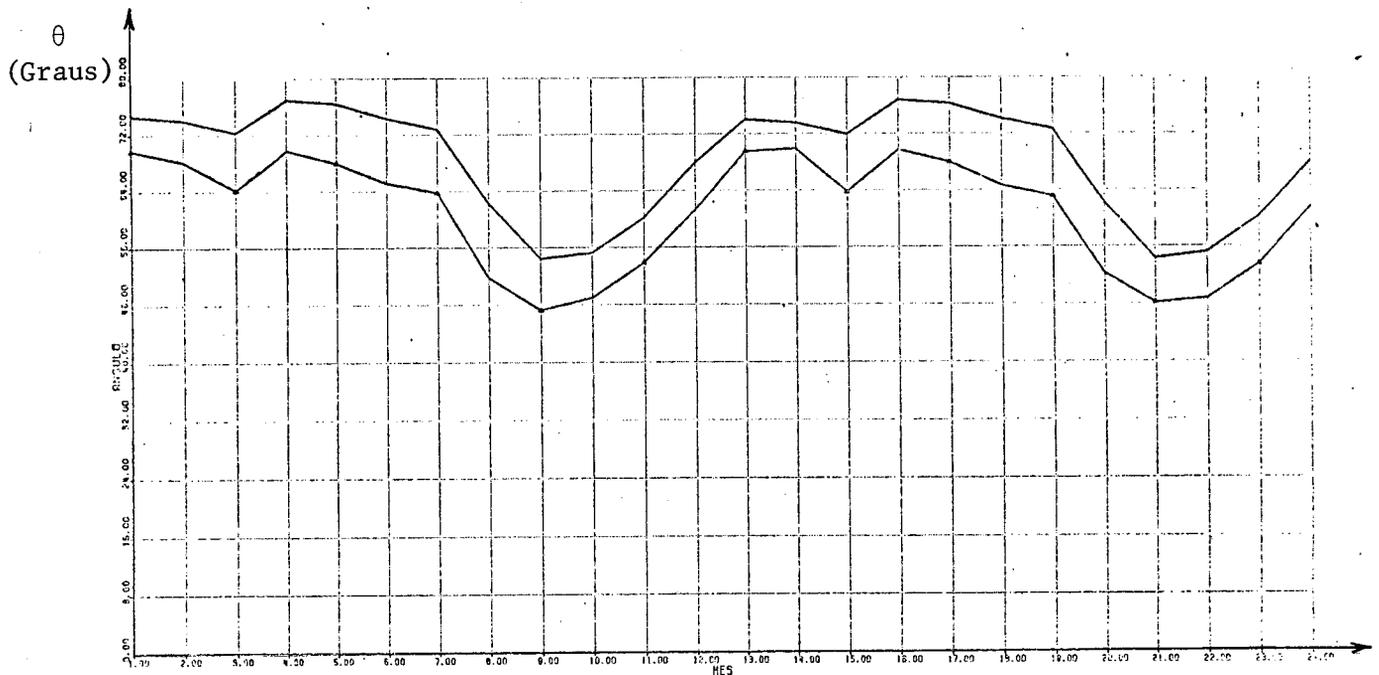


Figura III.7- Comportamento de  $\theta$  "Teórico" e Estimado

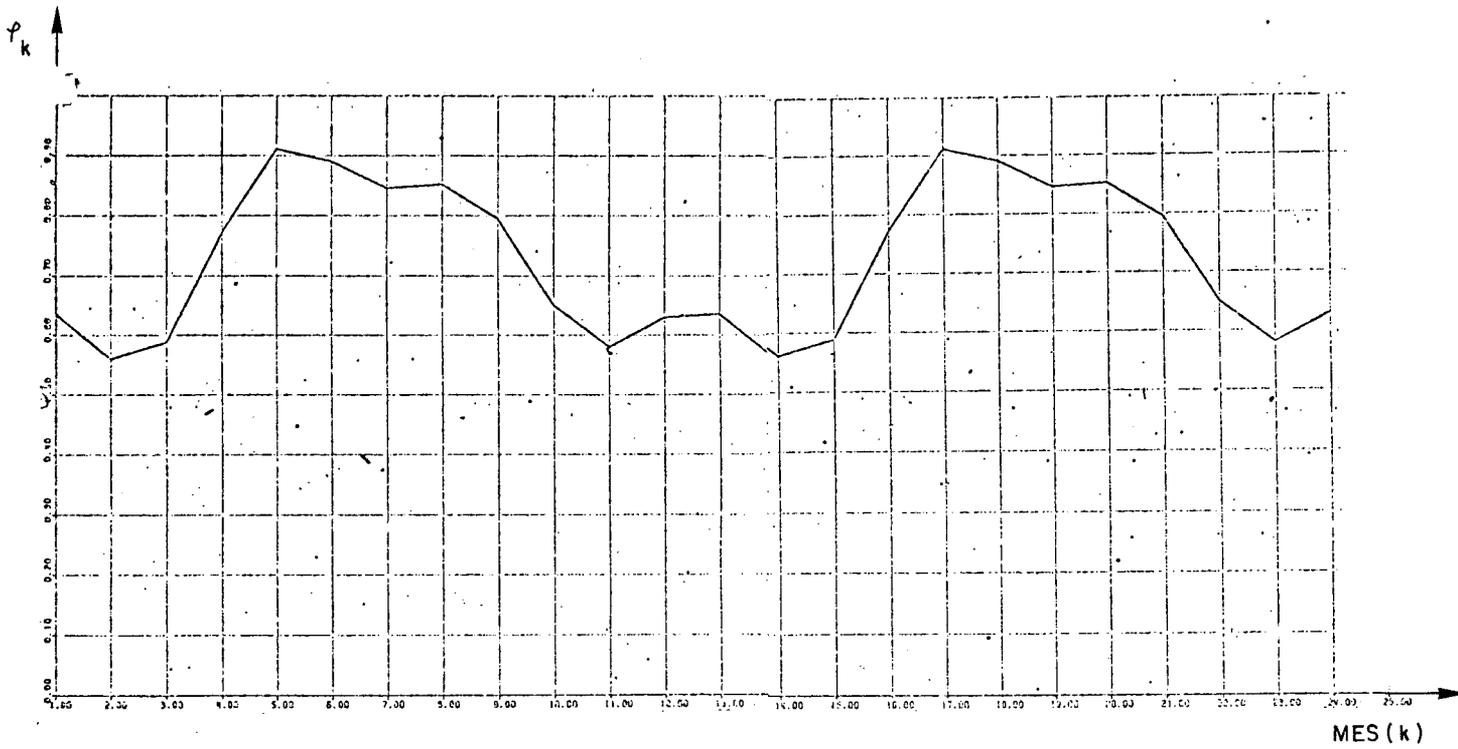


Figura III.8 - Comportamento de  $\rho_k$  durante 24 Meses

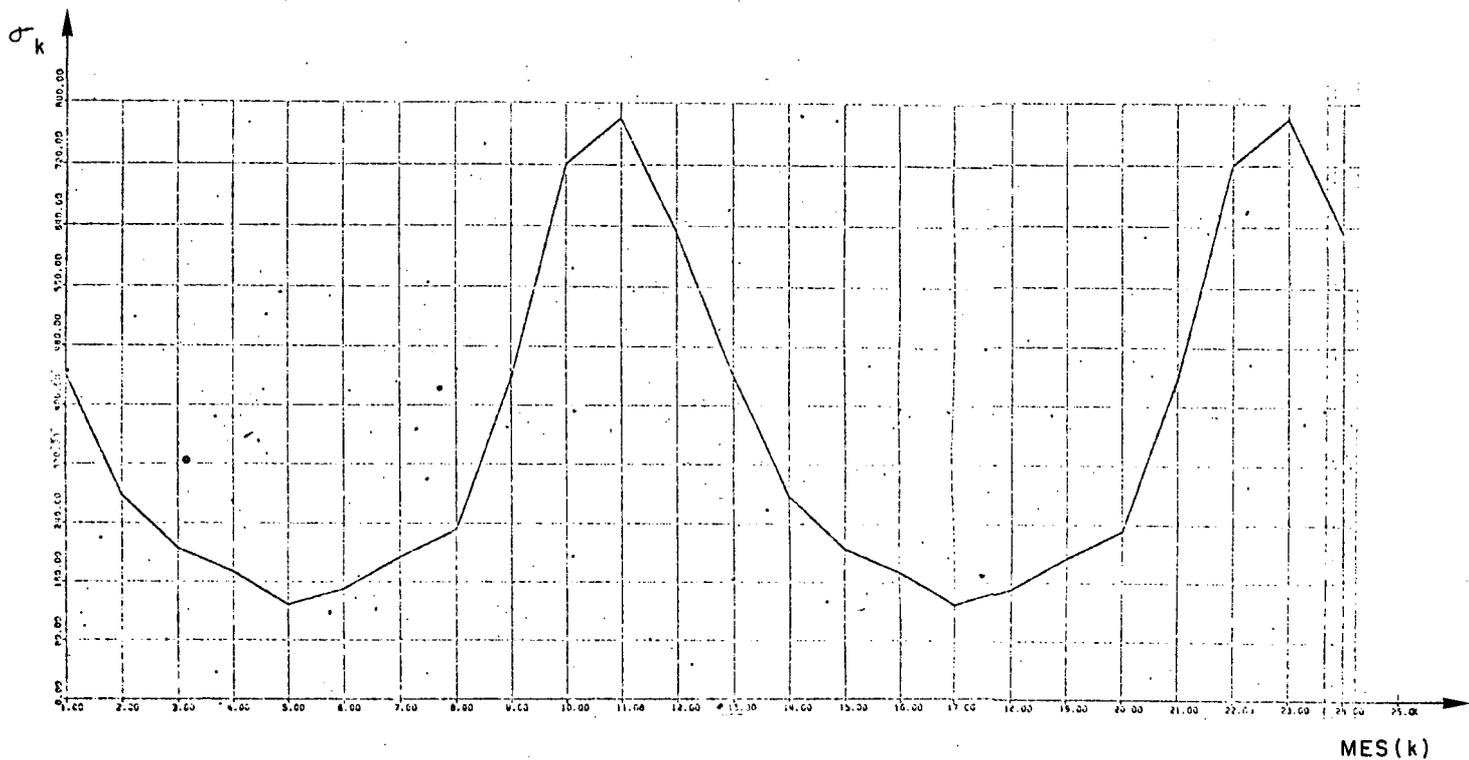


Figura III.9 - Comportamento de  $\sigma_k$  durante 24 Meses

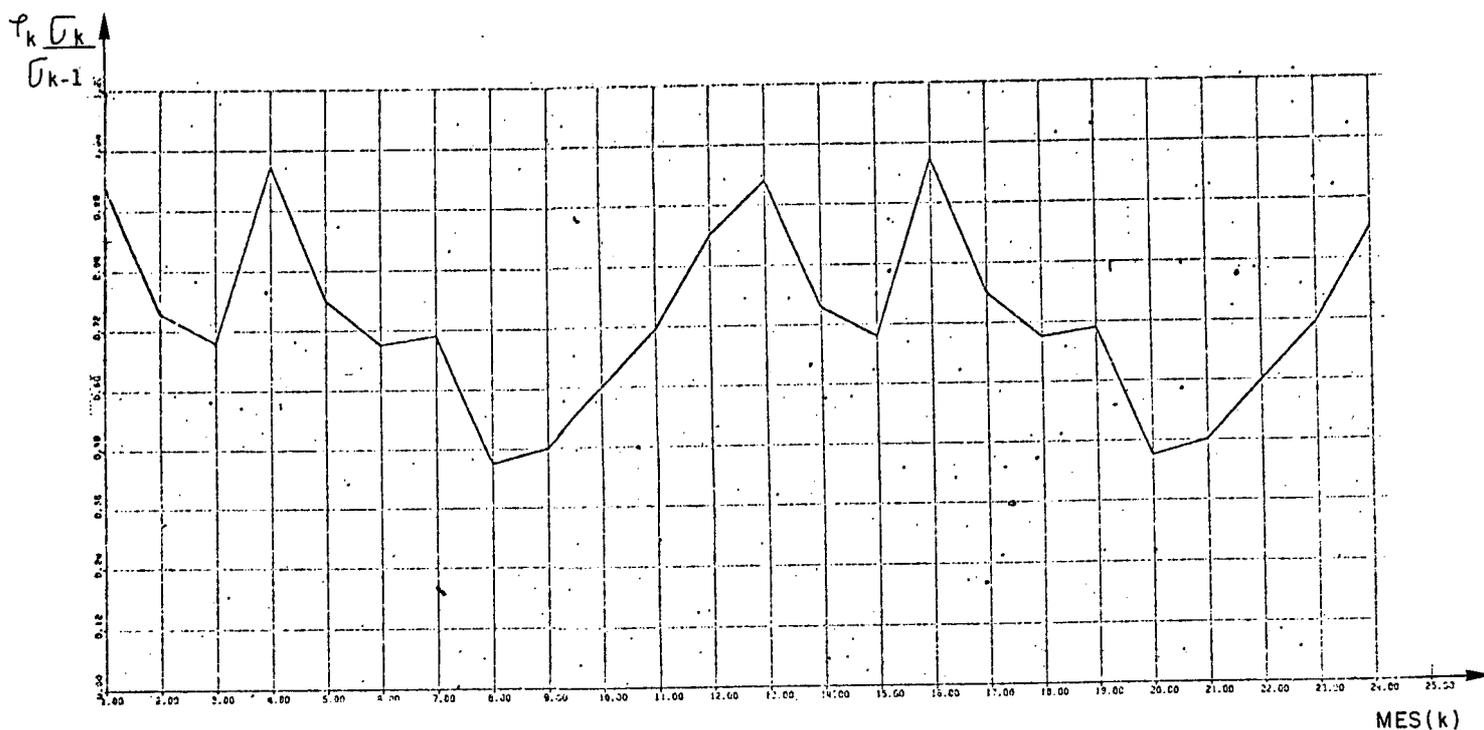


Figura III.10- Comportamento de  $\rho_k \frac{\sigma_k}{\sigma_{k-1}}$  durante 24 Meses

Pode-se observar que o ângulo médio estimado é sempre inferior ao ângulo "teórico". Isto tem explicação no fato de que na operação "real" (considerando os limites físicos do reservatório) o cuidado é maior ao trocar-se energia armazenada disponível hoje por uma esperança de afluições no futuro devido à possibilidade da ocorrência de deficits. Esta ocorrência é extremamente penalizada através da atribuição de um altíssimo custo a cada unidade de energia não fornecida ao mercado consumidor.

No caso de reservatório infinito não existe a possibilidade de ocorrência de deficits.

Uma observação interessante se refere aos valores obtidos para os coeficientes angulares ("teóricos" e estimados).

Suponha um sistema estacionário:

$$\sigma_i = \sigma_{i+1} \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{III.26})$$

$$\rho_i = \rho_j = \rho \quad \forall i, j \in [1, N] \quad (\text{III.27})$$

Neste caso, a equação (III.22) pode ser simplificada:

$$\begin{aligned} -\beta_k &= \sum_{j=1}^{N-k+1} \left[ \sum_{m=j-1}^{N-k} \pi_{N-m} \rho_{N-m} \right] = \\ &= \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots + \rho^{N-k+1} = \frac{\rho - \rho^{N-k+1}}{1-\rho} \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

Para  $N+1 \gg k$ ,

$$-\beta_k \rightarrow \frac{\rho}{1-\rho} \quad (\text{III.29})$$

$\rho$	$-\beta_k$	$\theta_k$ (Graus)
.1	.11	6.3
.2	.25	11.3
.3	.43	23.3
.4	.67	33.8
.5	1.0	45.0
.6	1.5	56.3
.7	2.3	66.5
.8	4.0	75.9
.9	9.0	83.6

Tabela III.1- Comportamento de  $\beta_k$  e  $\theta_k$  com  $\rho$

A tabela III.1 ilustra a importância de se considerar a correlação entre alfuências no cálculo da política ótima de operação de um Sistema Hidrotérmico. Pode-se observar, por exemplo, que a partir de  $\rho=0.5$  o ângulo  $\theta_k$  é maior que  $45^\circ$  indicando que um acréscimo de uma unidade na energia afluyente do mês anterior tem o mesmo valor em termos de valor esperado de custo futuro que um ganho de mais de uma unidade de energia armazenada no presente mês.

## CAPÍTULO IV

CÁLCULO DA POLÍTICA ÓTIMA DE OPERAÇÃO PELO AJUSTE  
DE FUNÇÕES ANALÍTICAS AS TABELAS DE CUSTO FUTURO

IV.1- Descrição Geral

Uma aproximação para o cálculo da política ótima de operação de um sistema com  $\underline{y}$  variáveis de estado foi inicialmente sugerida por Gal[3]. Sendo  $\underline{z}$  o vetor de estado (até agora,  $\underline{z}_k = (x_k, a_{k-1})$ ), suponha que a função de custos futuros incrementais  $f'(\underline{z})$ , representada até então por uma tabela de custos futuros que fornece para cada vetor de estado-determinado pela discretização de seus componentes -o custo futuro de operação, possa ser representada por determinada função ou família de funções. Em outras palavras, suponha que para cada mês  $k$  do horizonte de planejamento,  $k = 1, 2, \dots, N$ , exista um conjunto de parâmetros  $p_k$  tais que

$$f'_k(\underline{z}) = h(\underline{z}, p_{1k}, p_{2k}, \dots, p_{mk}) \quad (\text{IV.1})$$

Para o caso já descrito,

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = h(x_k, a_{k-1}; p_{1k}, p_{2k}, \dots, p_{mk}) \quad (\text{IV.2})$$

Uma vez determinados estes parâmetros, a recursão da Programação Dinâmica Estocástica poderia facilmente ser aplicada simplesmente pela substituição das tabelas de custo futuro pelas funções de custo futuro. Por exemplo, no cálculo de  $f_{k-1}(\underline{z})$  de acordo com a equação (II.12), os valores de  $f'_k(\underline{z})$ , ao invés de serem lidos ou interpolados da tabela, seriam calculados diretamente através da função.



Como vantagens desta representação, podem ser citadas:

A tabela de custos futuros deve abranger, para cada mês, todas as possíveis combinações das variáveis escolhidas para compor o vetor de estado. Por isso, o número de pontos necessários para sua composição (ou seja, o número de estados considerados) é extremamente elevado. No caso de ajuste de funções, esta abrangência não é necessária já que uma vez determinada sua forma analítica, ela pode ser calculada quaisquer que sejam os valores das variáveis de estado.

A cada mês  $k$ , o número de estados considerados deve ser tal que permita a determinação de sua forma analítica, ou seja, a estimação de seus parâmetros. Aplica-se a equação II.12  $m$  vezes, obtendo-se os valores de  $f'_k(\underline{z})$ . Por algum método de estimação e uma vez arbitrada a forma da função, calcula-se os parâmetros a partir dos  $m$  pares  $(\underline{z}, f'_k(\underline{z}))$ .

É razoável esperar que o número  $m$  de estados necessários para a estimação dos parâmetros seja menor do que o número de estados necessários para representar o universo de possibilidades das variáveis a cada mês  $k$ , ou seja, espera-se que o número de balanços efetuados a cada mês diminua sensivelmente.

Por tudo isto, o vetor de estados poderá ter dimensão maior que 2 sem um aumento excepcional do esforço computacional. O número de estados percorridos será sempre apenas o necessário para estimar os parâmetros. Com o aumento da dimensão do espaço de estados, o número de parâmetros aumenta mas o número de pontos para a sua estimação não deve aumentar exponencialmente, como acontece no enfoque tradicional.

Uma vantagem adicional é que as variáveis de estado poderão ser consideradas contínuas nos cálculos do custo futuro de operação, não sendo portanto necessário o uso de interpolações. Até agora, a discretização das variáveis de es

tado acarretava problemas pois o estado final de cada balanço,  $(x_{k+1}, a_k, u_k)$ , não precisava ser necessariamente um dos pontos da grelha dos estados do próximo mês para os quais se possuía os custos  $f'_{k+1}$  calculados no passo anterior da recursão. Realizava-se então uma interpolação linear entre os quatro pontos da grelha circunvizinhos ao estado final obtido. Para o novo enfoque sugerido, o procedimento não é mais necessário.

Por esses motivos, resolveu-se aplicar este esquema de ajuste de funções inicialmente ao sistema MSE conforme descrito anteriormente - apenas um reservatório equivalente e programação dinâmica com duas variáveis de estado - e verificar seus efeitos. O problema consistia então em encontrar a função ou família de funções que representasse convenientemente a superfície de custos futuros. As figuras IV.1 e IV.2 a seguir apresentam dois formatos típicos da superfície:

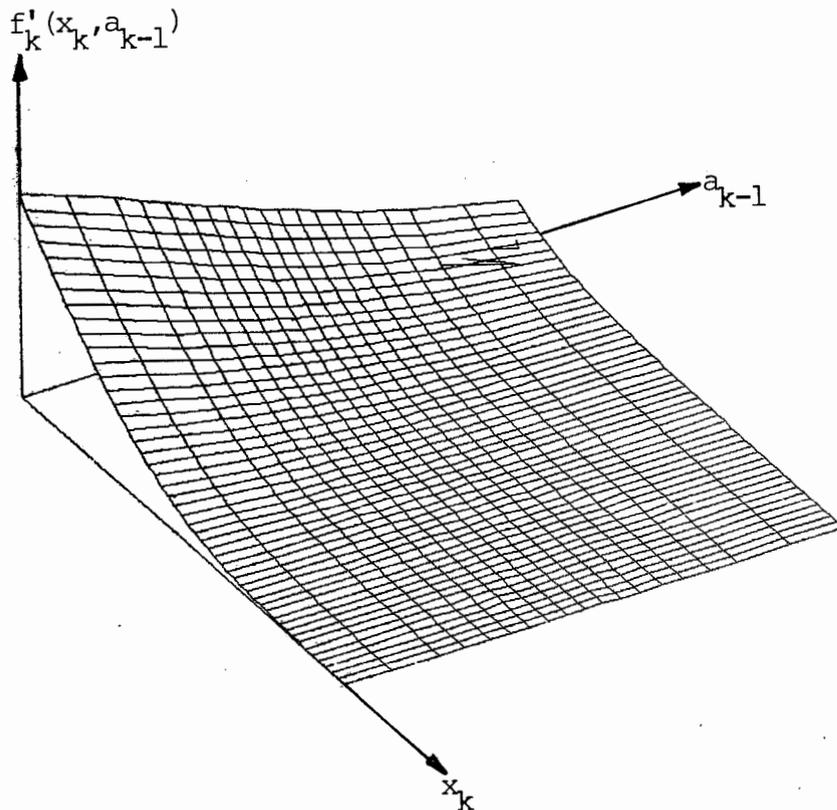


Figura IV.1- Superfície de Custos Futuros Incrementais  
- Mês com Baixa Probabilidade de Deficit-  
(mês 1 - janeiro 81)

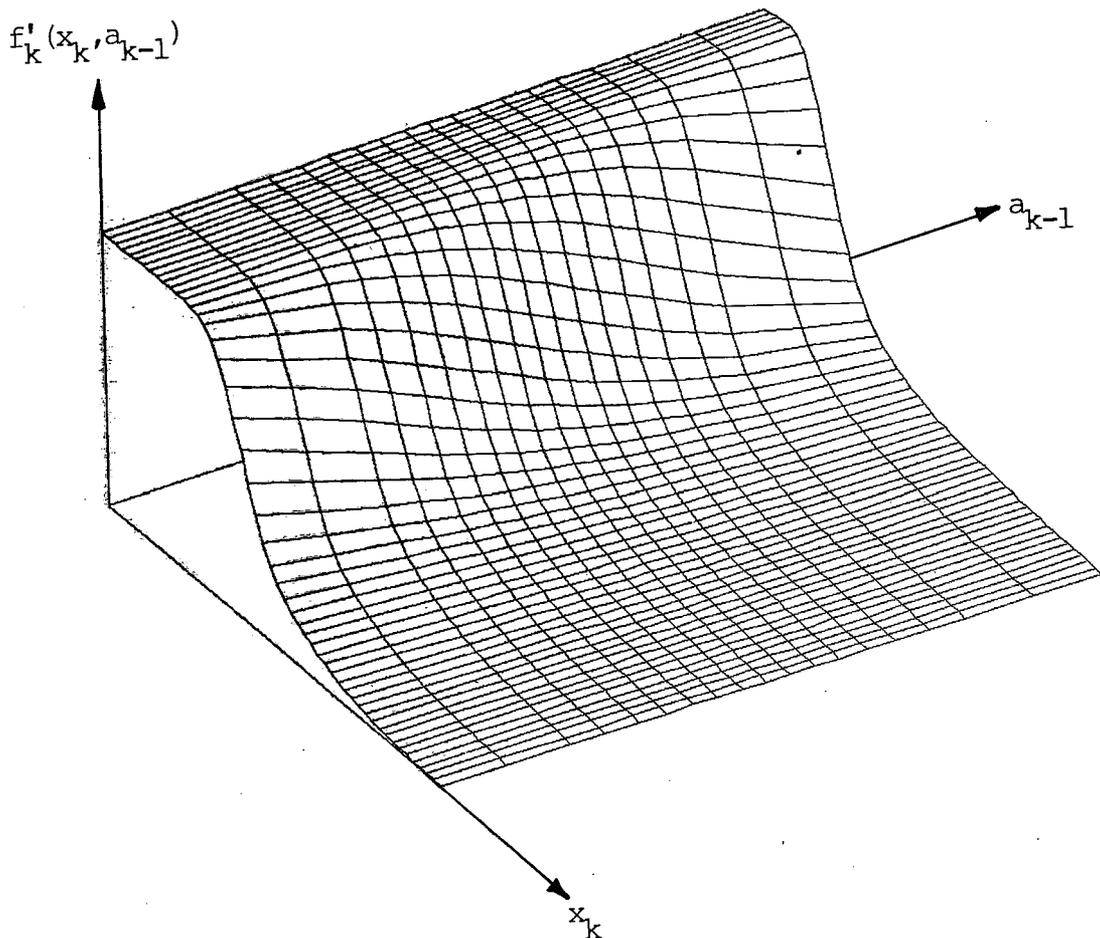


Figura IV.2- Superfície de Custos Futuros Incrementais  
 - Mês com Alta Probabilidade de Deficit -  
 (mês 7 - julho 81)

Em seu trabalho, Gal [3] recomenda a utilização de polinômios. Esta recomendação baseia-se no fato de ajustes polinomiais envolverem a resolução de sistemas de equações lineares, em geral muito mais simples e rápidos de serem resolvidos do que sistemas não lineares. Como um dos objetivos do ajuste de funções às tabelas de custo futuro é a agilização do algoritmo recursivo da PDE no sentido de abrir possibilidades para sua aplicação em sistemas mais complexos (mais de duas variáveis de estado), não faz sentido a resolução, a cada mês do horizonte de planejamento, de sistemas de equações extremamente complexos. Daí a preferência por ajustes lineares

Devido ao conhecimento do aspecto das curvas de nível da função de custo futuro - retas - optou-se por ajuste de funções (polinômios) que embutissem o conceito de relação linear entre as energias armazenada e afluente, com a livre

determinação do coeficiente angular pelo método de estimação adotado. Em outras palavras, optou-se pela utilização de funções biunívocas com argumento  $(b_k x_k + c_k a_{k-1} + z_k)$ , cujas curvas de nível são retas de coeficiente angular  $-c_k/b_k$ :

$$\text{constante} = f'_k(b_k x_k^1 + c_k a_{k-1}^1 + z_k) = f'_k(b_k x_k^2 + c_k a_{k-1}^2 + z_k) \quad (\text{IV.3})$$

$$f_k'^{-1}(\text{constante}) = b_k x_k^1 + c_k a_{k-1}^1 + z_k = b_k x_k^2 + c_k a_{k-1}^2 + z_k \quad (\text{IV.4})$$

Então:

$$\frac{\Delta x_k}{\Delta a_{k-1}} = \frac{x_k^1 - x_k^2}{a_{k-1}^1 - a_{k-1}^2} = \frac{-c_k}{b_k} = \beta_k \quad (\text{IV.5})$$

O procedimento estabelecido para verificação da adequação do ajuste (polinomial ou qualquer outro que se julgar se conveniente) foi o seguinte: para cada mês  $k$ ,  $k=1,2,\dots,N$ , estimar os parâmetros da função proposta diretamente das tabelas de custos futuros incrementais obtidas pela Programação Dinâmica Estocástica "usual" (PDE). A seguir, simular o desempenho do sistema ao longo do horizonte de planejamento (Programa de Simulação do Balanço Energético do Sistema MSE) utilizando as funções resultantes. Comparar os resultados obtidos com os da simulação "usual", ou seja, a simulação a partir das tabelas da PDE.

Naturalmente, este será o limite superior do desempenho do método. Quando da aplicação do algoritmo recursivo, os parâmetros do mês  $k$  serão calculados a partir da função determinada para o mês  $k+1$  e as imprecisões existentes serão acumuladas podendo levar a distorções e resultados não confiáveis. Logo, se o desempenho da função não for considerado satisfatório neste teste inicial, isto significará que ela não é adequada.

No caso de bom desempenho, o próximo passo seria a implementação do algoritmo recursivo da Programação Dinâmica Estocástica com a função proposta e a comparação dos resultados obtidos com os do método "usual" através de simulação.

#### IV.2- Ajustes Polinomiais

##### IV.2.1- Ajuste Polinomial sem Restrições

Seja:

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = \alpha_k (b_k x_k + c_k a_{k-1} + z_k)^3 + \gamma_k (b_k x_k + c_k a_{k-1} + z_k)^2 + \quad (IV.6)$$

$$+ \psi_k (b_k x_k + c_k a_{k-1} + z_k)$$

As curvas de nível da função são retas de coeficiente angular  $-c_k/b_k$ .

O método utilizado para a determinação dos parâmetros da regressão foi o 'Stepwise Regression Method', descrito em [4] já que a regressão é linear nos parâmetros.

O teste inicial de adequação descrito em IV.1 obteve resultados satisfatórios. A figura IV.3 exemplifica o fato mostrando um 'corte' da superfície de custos futuros incrementais - para um valor de  $a_{k-1}$  fixado, percorre-se os diversos níveis de armazenamento:

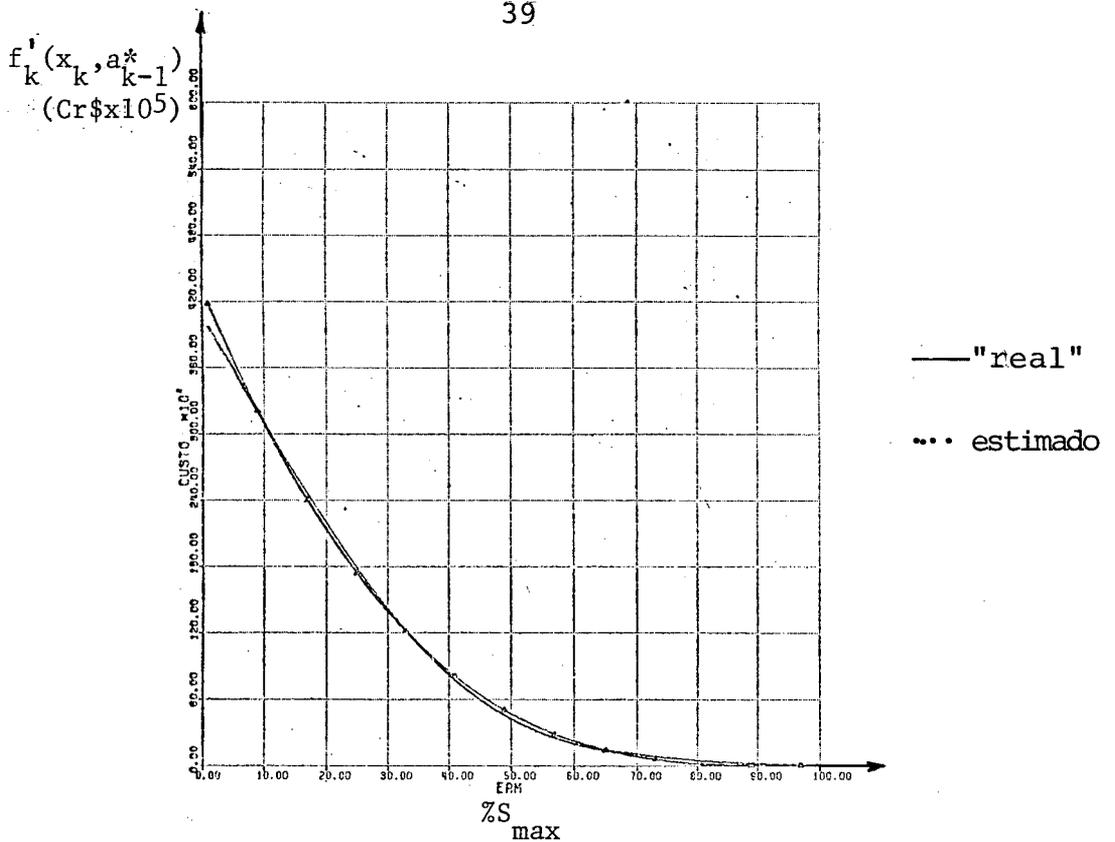


Figura IV.3- Ajuste para um "corte" da superfície de custos futuros - mês 1

Uma verificação interessante se refere ao coeficiente angular  $\beta_k = -c_k/b_k$  das curvas de equicusto obtidas a partir da superfície ajustada. A figura IV.4 a seguir compara as curvas de nível extraídas diretamente das tabelas da Programação Dinâmica Estocástica com as obtidas a partir de  $\beta_k = -c_k/b_k$ . A aproximação pelo coeficiente angular estimado pode ser considerada satisfatória.

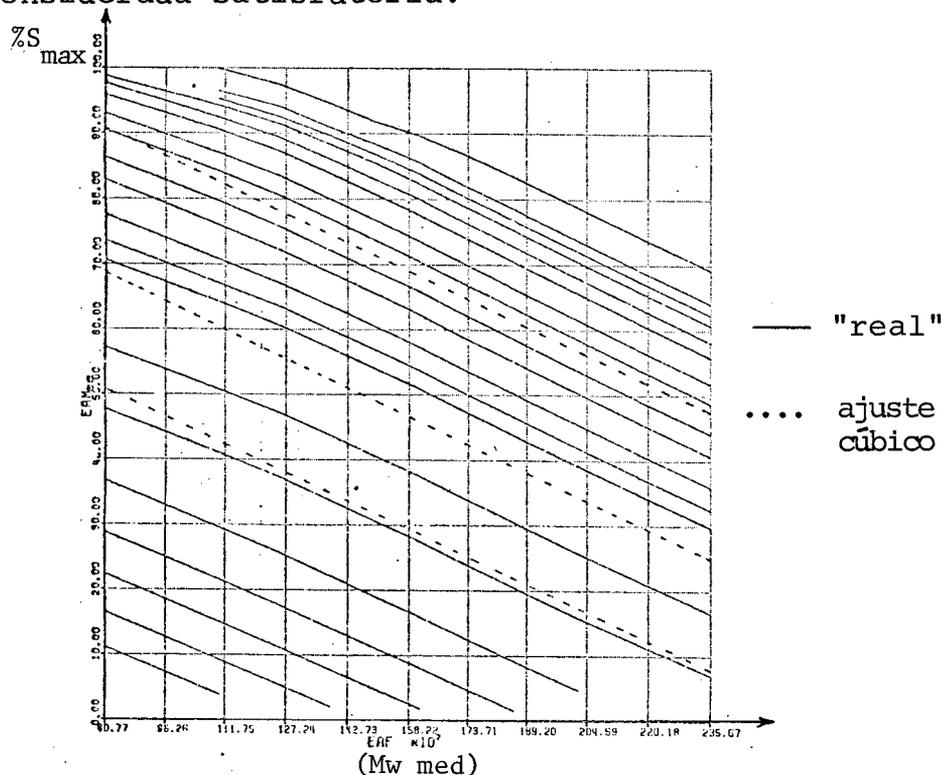


Figura IV.4- Curvas de nível obtidas pelo ajuste cúbico - mês 1 -

Quanto à superfície ajustada (comparar com a figura IV.1):

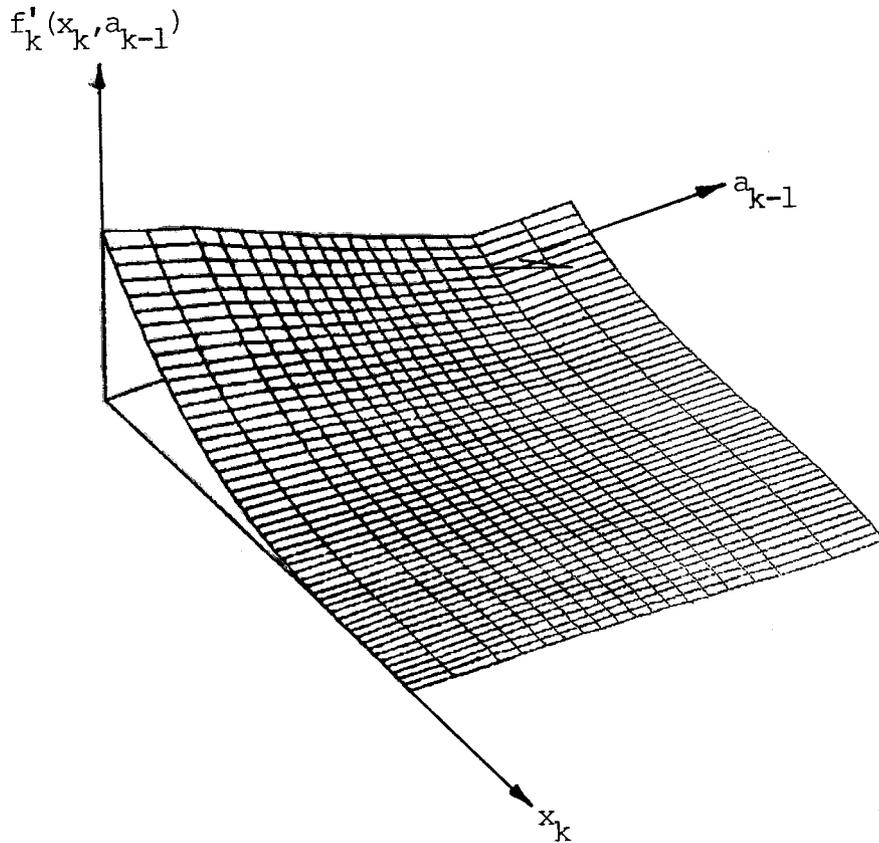


Figura IV.5- Superfície Obtida a Partir de Ajuste Polinomial - Mês 1

O passo seguinte foi então a implementação do algoritmo recursivo da Programação Dinâmica, de acordo com a figura II.5. Uma decisão importante neste momento é o número de estados percorridos em cada mês - eles serão utilizados para a determinação dos parâmetros da função. No teste inicial, esta decisão não era tão importante já que o ajuste era feito diretamente nas tabelas já calculadas, não sofrendo os efeitos do cálculo recursivo (acumulo de erros). Os requisitos de memória e tempo de CPU não estavam sendo considerados.

O número de pontos da tabela Programação Dinâmica Estocástica depende do sistema estudado e varia, em geral, entre um mínimo de 500 e um máximo de 1000 pontos. Para a região Sudeste, na maioria das vezes a energia armazenada é discretizada em 100 níveis e a energia afluente em 10 intervalos, perfazendo um total de 1000 estados visitados. Para um teste inicial do novo algoritmo, decidiu-se por 25 níveis de energia armazenada e 10 intervalos de energia afluente, num total

de 250 estados. Dependendo do desempenho do algoritmo, este número poderia ser diminuído.

A função terminal de custos futuros incrementais foi feita igual a zero:

$$f'_N(x_N, a_{N-1}) \equiv 0, \forall x_N, a_{N-1} \quad (\text{IV.7})$$

onde  $N = 120$ , pois o planejamento foi feito para 10 anos.

• Para os meses  $N-1, N-2, \dots, 1$ , considerava-se os 250 estados obtendo-se, após o uso da equação II.12 um sistema de equações lineares do tipo:

$$f'_k(x_k^1, a_{k-1}^1) = \alpha_k (b_k x_k^1 + c_k a_{k-1}^1 + z_k)^3 + \gamma_k (b_k x_k^1 + c_k a_{k-1}^1 + z_k)^2 + \\ + \psi_k (b_k x_k^1 + c_k a_{k-1}^1 + z_k) = f_1$$

$$f'_k(x_k^2, a_{k-1}^2) = \alpha_k (b_k x_k^2 + c_k a_{k-1}^2 + z_k)^3 + \gamma_k (b_k x_k^2 + c_k a_{k-1}^2 + z_k)^2 + \\ + \psi_k (b_k x_k^2 + c_k a_{k-1}^2 + z_k) = f_2$$

⋮

$$f'_k(x_k^{250}, a_{k-1}^{250}) = \alpha_k (b_k x_k^{250} + c_k a_{k-1}^{250} + z_k)^3 + \gamma_k (b_k x_k^{250} + c_k a_{k-1}^{250} + z_k)^2 + \\ + \psi_k (b_k x_k^{250} + c_k a_{k-1}^{250} + z_k) = f_{250} \quad (\text{IV.8})$$

$(x_k^i, a_{k-1}^i)$  e  $f_i$  conhecidos,  $i = 1, 2, \dots, 250$ .



Procedia-se então a estimação dos parâmetros. O ajuste não apresentou bons resultados - aliás não foi possível nem a obtenção de uma política de operação para todo o horizonte de planejamento. A função ajustada deve ser monótona e decrescente com o aumento tanto da energia armazenada quanto da energia afluenta. Como o ajuste foi realizado sem restrições, o polinômio apresentou, para alguns meses, vários máximos e mínimos locais além de valores negativos:

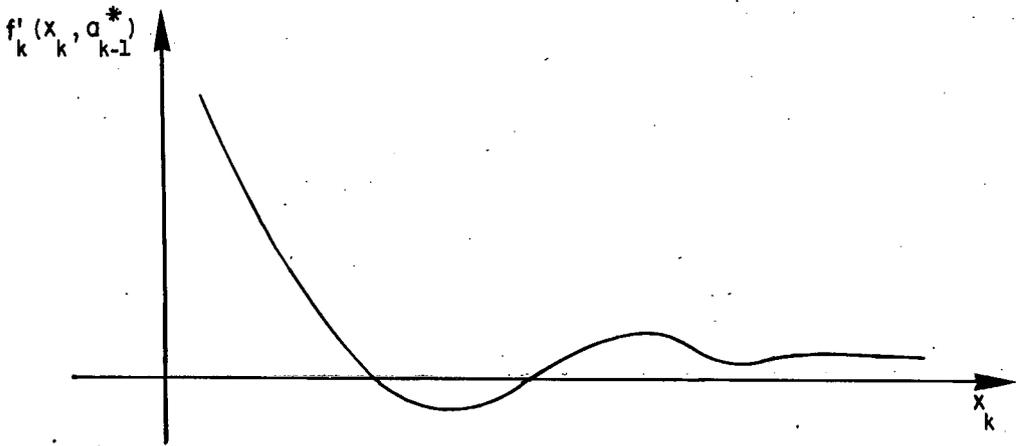


Figura IV.6- Exemplo de Função Obtida pelo Algoritmo Recursivo com Ajuste Polinomial

O algoritmo recursivo apresentou problemas numéricos intratáveis e foi abandonado, já que, obviamente, o ajuste sem restrições não se revelou adequado. A utilização de polinômios de mais alto grau certamente acarretaria problemas análogos. A próxima tentativa foi então o ajuste com restrições

#### IV.2.2- Ajuste Polinomial com Restrições

Seja:

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = \alpha_k (b_k x_k + c_k a_{k-1} + z_k)^3 + \gamma_k (b_k x_k + c_k a_{k-1} + z_k)^2 + \psi_k (b_k x_k + c_k a_{k-1} + z_k) \quad (\text{IV.9})$$

As restrições desejadas são:

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) \geq 0$$

$$\frac{\partial f'_k(x_k, a_{k-1})}{\partial x_k} < 0 \quad \forall x_k, a_{k-1} \quad (\text{IV.10})$$

$$\frac{\partial f'_k(x_k, a_{k-1})}{\partial a_{k-1}} < 0$$

Dado que no cálculo dos parâmetros da função não são percorridos todos os possíveis estados  $(x_k, a_{k-1})$ , as restrições foram aplicadas aos pontos selecionados (250). Esperava-se que os pontos restantes não violassem as restrições. O algoritmo aplicado na resolução do problema encontra-se em [5].

Desta vez não se conseguiu ultrapassar o teste inicial de adequação descrito anteriormente. O ajuste direto nas tabelas de custo futuro obtidas da recursão "usual" indicou que as restrições impostas eram extremamente severas, no sentido de prejudicar de maneira geral o decaimento das curvas resultantes, principalmente nos meses onde a probabilidade de ocorrência de deficits era alta. A figura exemplifica o fato.

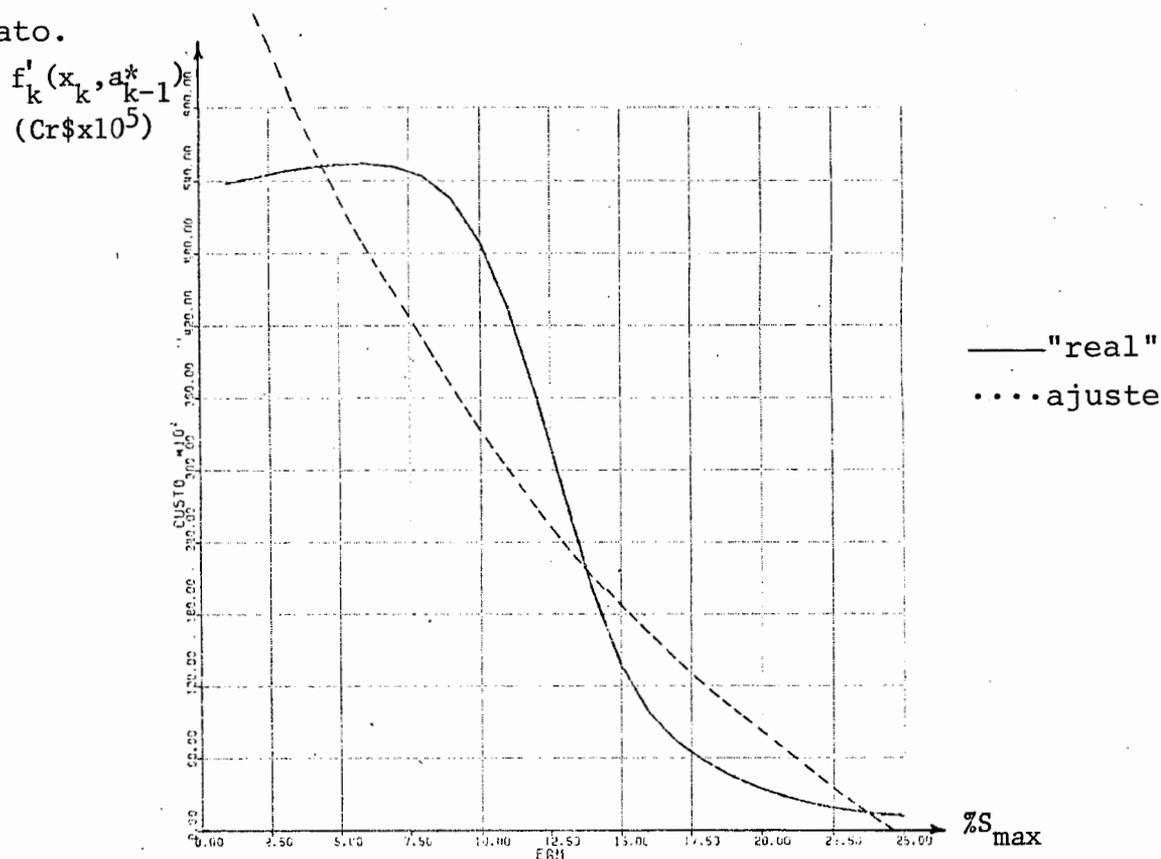


Figura IV.7- Exemplo de Ajuste com Restrições-Mês 7-

O patamar da figura IV.7 é devido à função de custo de deficit arbitrado pelo sistema MSE - utiliza-se uma reta:

$$d(D) = \alpha D + \beta \quad (IV.11)$$

onde  $D \equiv$  deficit (MW)

Assim sendo, o custo incremental do deficit reduz-se a

$$d'(D) = \alpha = \text{constante} \quad (IV.12)$$

Resolveu-se então trabalhar com custo total, o que causa desaparecimento dos patamares, tornando o formato das curvas igual para todos os meses.

A tabela de custos futuros incrementais foi integrada e testou-se a ajuste para alguns meses escolhidos ao acaso. Novamente os resultados não foram aceitáveis. Por exemplo:

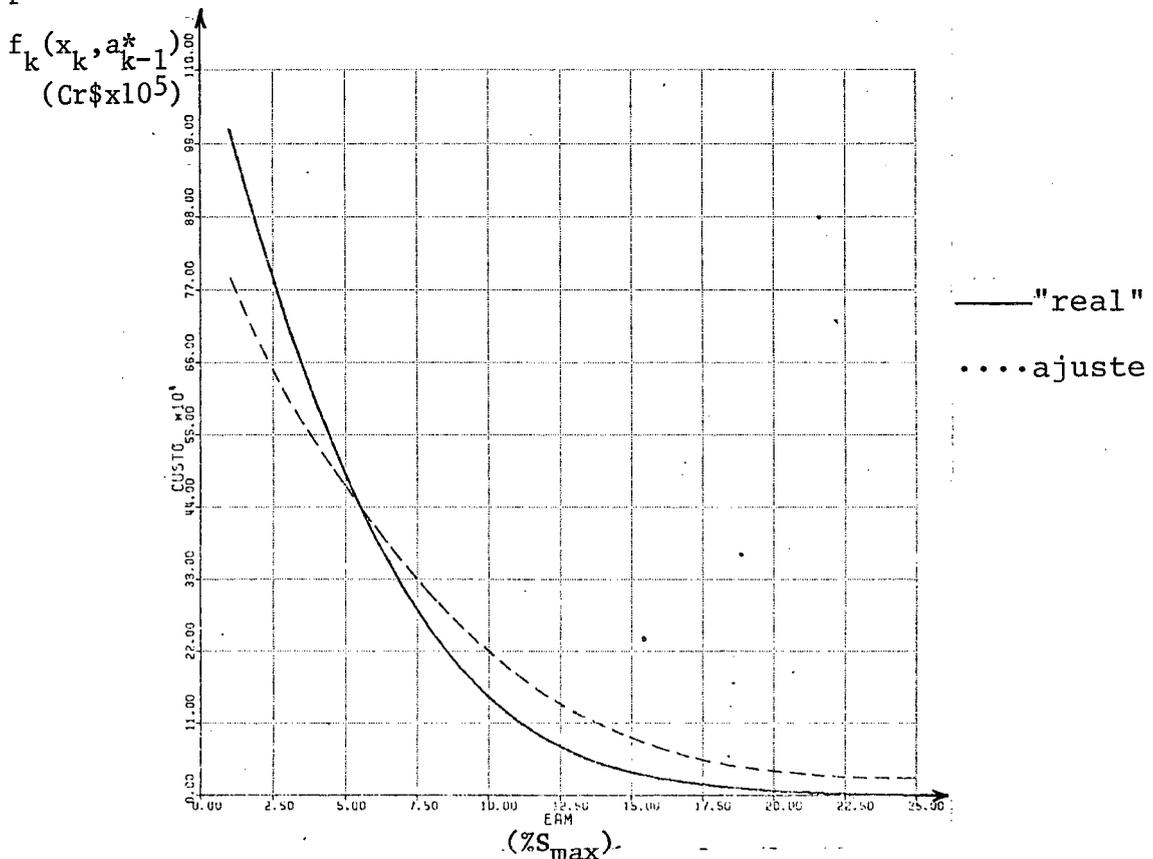


Figura IV.8 - Custo Total - Exemplo de Ajuste com Restrições - Mês 1 -

Assim sendo, decidiu-se por ajuste de funções monótonas positivas de modo a evitar a imposição de restrições:

#### IV.3- Ajustes Exponenciais

##### IV.3.1- Ajuste de uma Exponencial

Seja

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = e^{(\alpha_k x_k + \gamma_k a_{k-1} + \psi_k)} \quad (\text{IV.13})$$

Esta função é monótona, positiva e suas curvas de nível são retas de coeficiente angular  $\beta_k = -\gamma_k/\alpha_k$ .

Um indício da adequação da função exponencial veio da plotagem de cortes da superfície de custos futuros incrementais. As funções custo incremental x energia armazenada para meses em que a probabilidade de não atendimento do mercado consumidor é pequena apresentaram o seguinte formato:

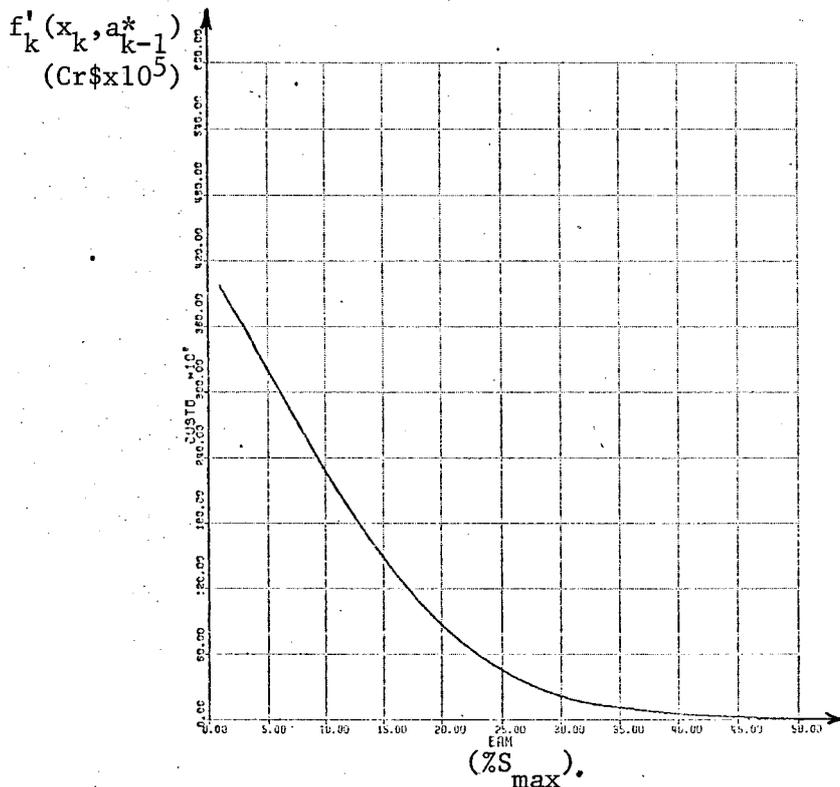


Figura IV.9- "Corte" da superfície de custos futuros - mês 1 -

A seguir, tirou-se o logaritmo dos valores das tabelas de custo futuro incremental. A plotagem de "cortes" das superfícies obtidas resultou em curvas do tipo:

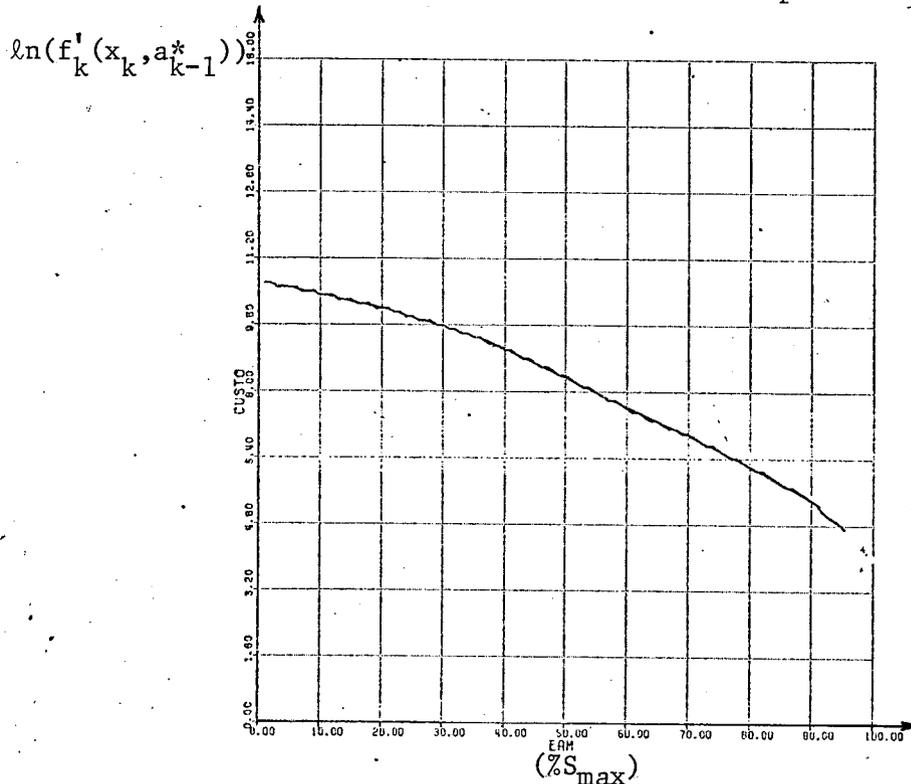


Figura IV.10- "Corte" nos logaritmos da superfície de custo futuro

A fim de continuar com a resolução de sistemas de equações lineares, optou-se pela utilização de logaritmos quando do ajuste:

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = e^{\alpha_k x_k + \gamma_k a_{k-1} + \psi_k} \quad (\text{IV.14})$$

$$\ln(f'_k(x_k, a_{k-1})) = \alpha_k x_k + \gamma_k a_{k-1} + \psi_k \quad (\text{IV.15})$$

Os parâmetros  $\alpha_k$ ,  $\gamma_k$  e  $\psi_k$  foram estimados pelo "Stepwise Regression Method" [4] já que se recaiu em regressões lineares.

O teste inicial de adequação da função apresentou resultados satisfatórios. O valor esperado do custo de operação do sistema Sudeste (gastos com térmicas + custo esperado de deficit) para os anos de 1981 a

1985 obtidos por simulação para dois casos: enfoque "usual" e o novo enfoque com o ajuste da superfície exponencial apresentaram diferença da ordem de 1,56%.

As figuras IV.11 e IV.12 a seguir comparam as curvas de nível extraídas diretamente das tabelas da PDE com as obtidas a partir de  $\beta_k = -\gamma_k/\sigma_k$ . A aproximação pelo coeficiente angular estimado pode ser considerada satisfatória.

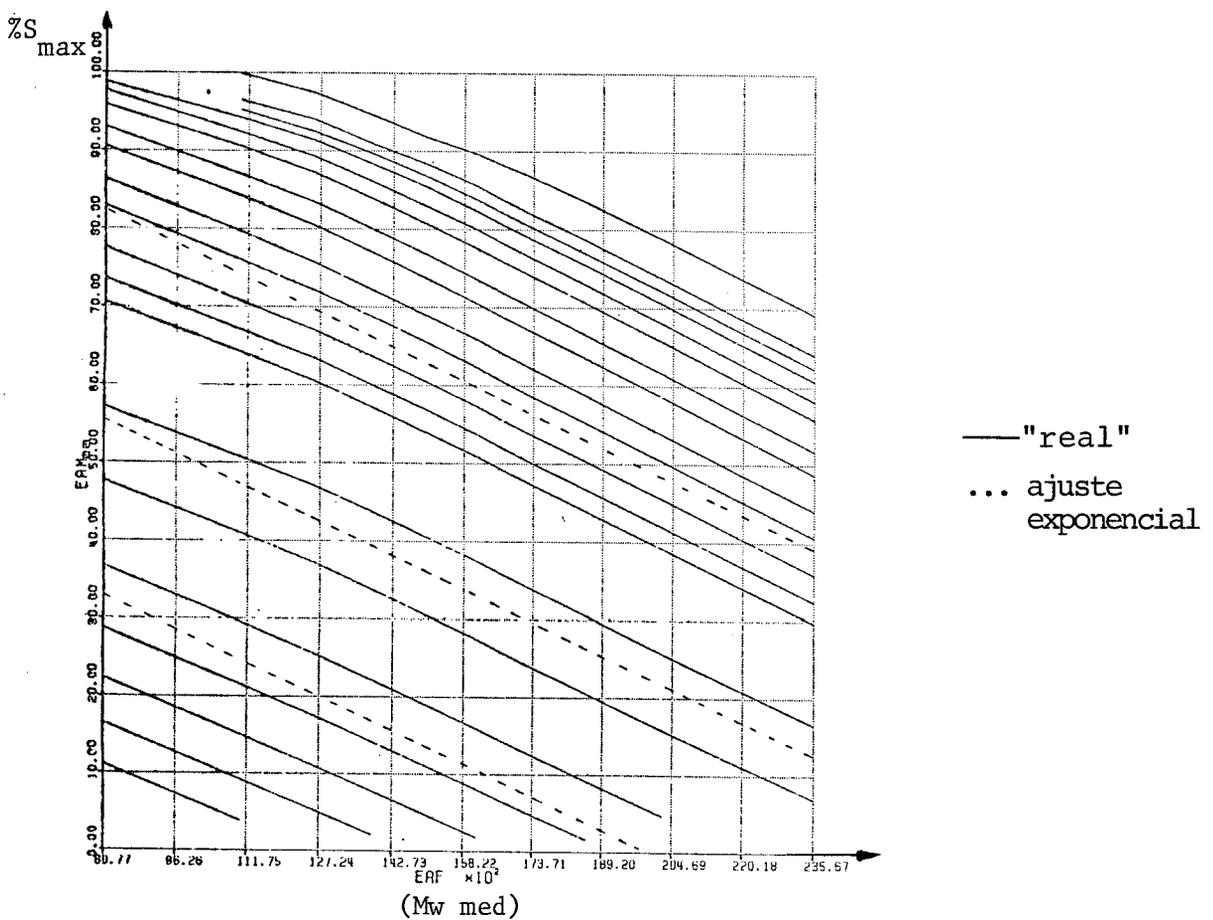


Figura IV.11- Curvas de Nível Obtidas pelo Ajuste Exponencial - Mês 1

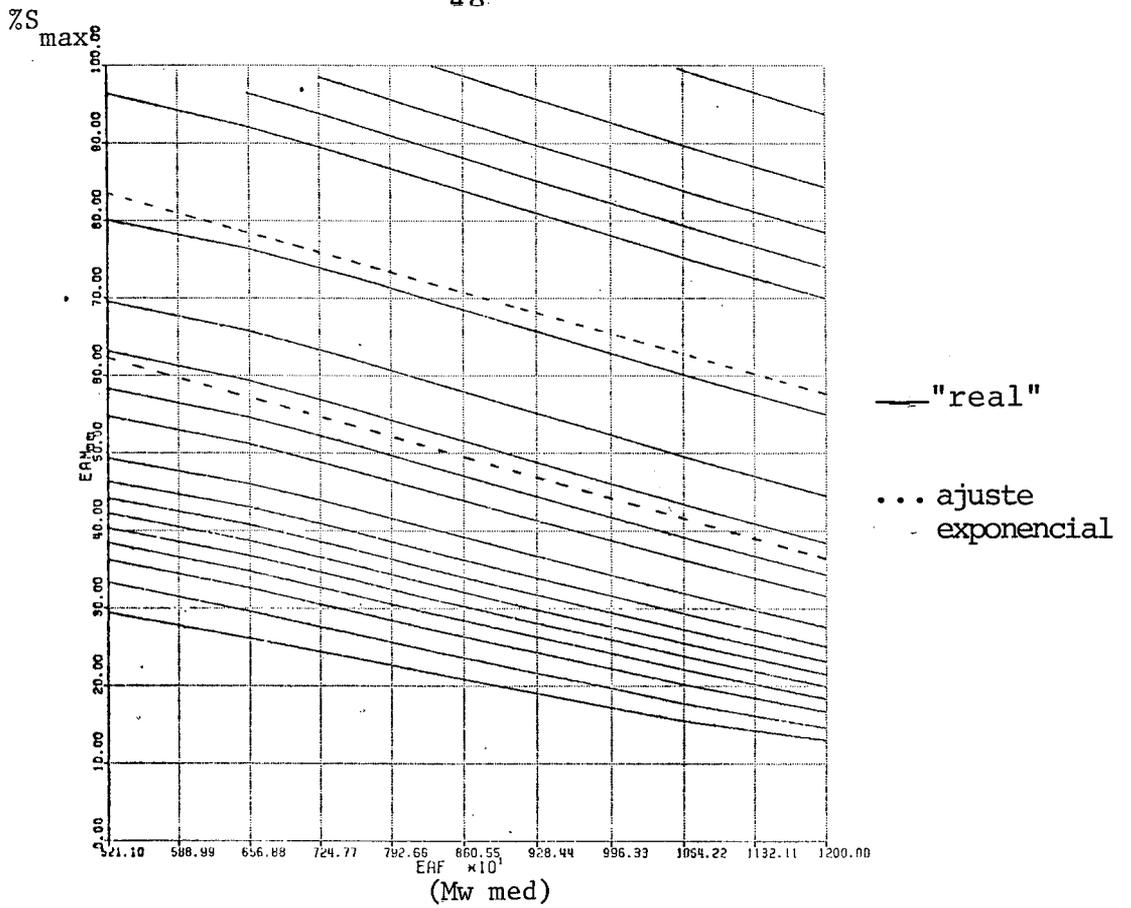


Figura IV.12- Curvas de Nível Obtidas pelo Ajuste Exponencial - Mês 7

Quanto às superfícies de custo futuro ajustadas:

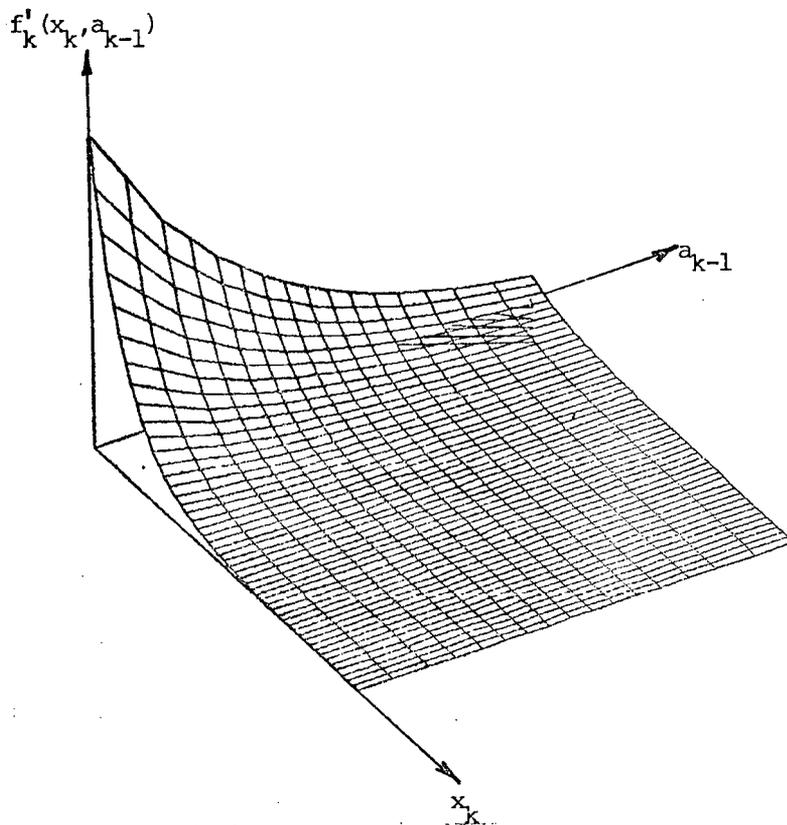


Figura IV.13- Ajuste de Superfície Exponencial (Comparar com IV.1) - Mês 1

O algoritmo recursivo da Programação Dinâmica Estocástica foi implementado com o ajuste, a cada mês do horizonte de planejamento, de uma superfície exponencial. A seguir, simulou-se o comportamento do sistema. Os resultados não foram satisfatórios.

A política de operação obtida revelou-se extremamente ineficiente indicando que o ajuste exponencial não era adequado. Já se sabia a priori que para meses com alta probabilidade de ocorrência de deficits, os patamares (figura IV.7) não seriam reproduzidos. Entretanto, como a região de patamar não é mais uma região de decisão, no sentido de que todas as tórmicas disponíveis já devem ter sido ligadas para tentar evitar o deficit, esperava-se que a política de operação calculada não fosse significativamente prejudicada. Essa esperança, confirmada quando do ajuste "direto" nas tabelas de custo futuro não foi ratificada na implementação do algoritmo recursivo - os erros foram se acumulando ao longo da recursão prejudicando assim o desempenho da função exponencial.

Não se pode afirmar entretanto, que esta seja a única (ou maior) fonte de erro. Outros fatores a considerar são:

- o decaimento da curva "real" pode efetivamente não ser exponencial;
- como o ajuste é realizado nos logaritmos, os erros são exponenciados:

$$\ln(f'(x_k, a_{k-1})) = \alpha_k x_k + \gamma_k a_{k-1} + \psi_k + \text{erro} \quad (\text{IV.16})$$

então

$$\hat{f}(x_k, a_{k-1}) = e^{(\alpha_k x_k + \gamma_k a_{k-1} + \psi_k)} \times e^{\text{erro}} \quad (\text{IV.17})$$

onde

$\hat{f} \equiv$  valor estimado



- a função logaritmo "comprime" os grandes números. Por isso, o ajuste por mínimos quadrados estabelece o mesmo "peso" para os baixos e os altos custos, o que causa distorções quando da exponenciação.

Devido aos problemas com a utilização de logaritmos e abrindo mão da simplicidade da resolução de sistemas lineares, o próximo passo foi o ajuste exponencial sem a utilização de logaritmos:

Seja:

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = e^{(\alpha_k x_k + \gamma_k a_{k-1} + \psi_k)} \quad (\text{IV.18})$$

$$y_k(x_k, a_{k-1}) = (e^{(\alpha_k x_k + \gamma_k a_{k-1} + \psi_k)} - f'_k(x_k, a_{k-1})) \quad (\text{IV.19})$$

Então a função objetivo é:

$$\min \frac{1}{2} \sum_k y_k^2(x_k, a_{k-1}) \quad (\text{IV.20})$$

O algoritmo recursivo da Programação Dinâmica Estocástica foi implementado com a resolução, a cada mês, do sistema não linear pelo método de Newton [6]. A simulação com as funções obtidas ainda desta vez não chegou a resultados satisfatórios.

Como os piores ajustes ocorreram nos meses com patamares (alta probabilidade de ocorrência de deficits), realizou-se mais uma tentativa com custos futuros totais, ao invés de marginais. Os resultados também não foram satisfatórios, ratificando a não-adequação do ajuste exponencial.

### IV.3.2- Ajuste com Combinação de Exponenciais

Dadas as vantagens da utilização de funções exponenciais e como apenas uma exponencial não obteve bons resultados o caminho seguido foi a utilização de uma função que combinasse exponenciais, (figuras IV.14 e IV.15).

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = \alpha_k \{1 - (\tanh(\gamma_k x_k + \psi_k a_{k-1}))^m\} \quad (\text{IV.21})$$

$$(\gamma_k x_k + \psi_k a_{k-1}) \geq 0$$

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = \alpha_k \left\{ 1 - \underbrace{\left( \frac{e^{\gamma_k x_k + \psi_k a_{k-1}} - e^{-\gamma_k x_k - \psi_k a_{k-1}}}{e^{\gamma_k x_k + \psi_k a_{k-1}} + e^{-\gamma_k x_k - \psi_k a_{k-1}}} \right)^m}_{r_k} \right\} \quad (\text{IV.22})$$

$$\underbrace{(\gamma_k x_k + \psi_k a_{k-1})}_{u_k} \geq 0$$

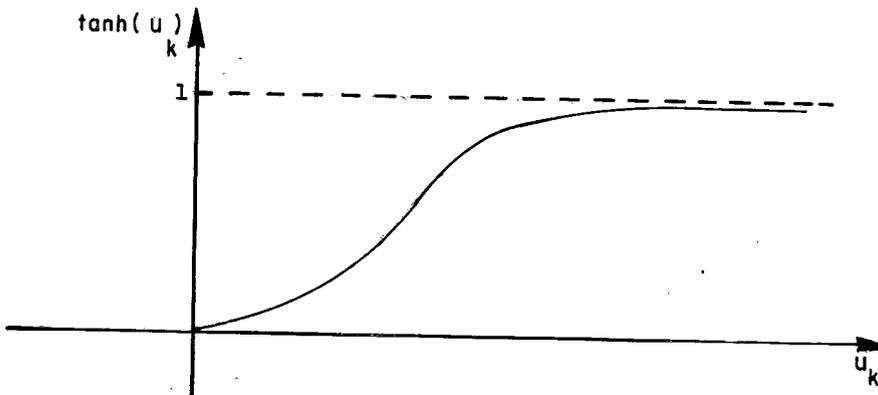


Figura IV.14- Função Tangente Hiperbólica para Argumentos Não Negativos

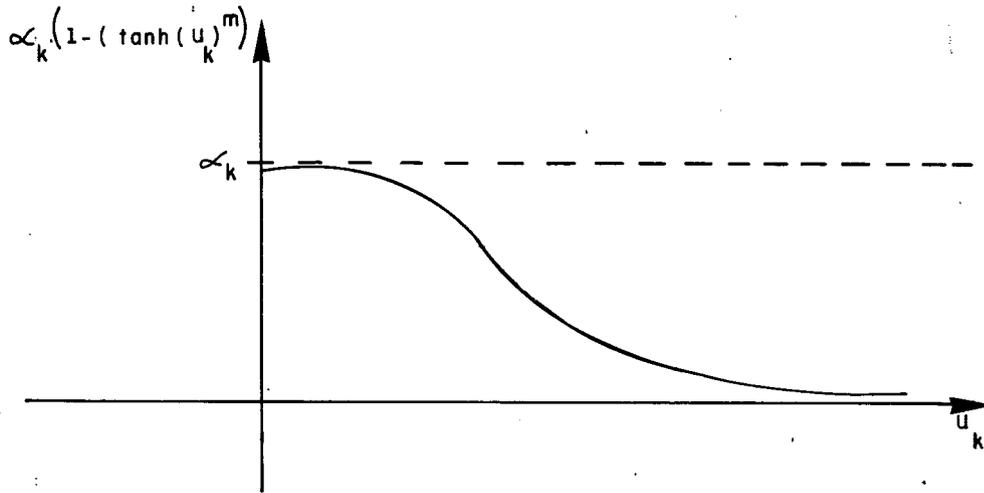


Figura IV.15- Proposta para Novo Ajuste

Esta função engloba os dois formatos característicos da função de custos futuros incrementais:

- Com patamar (meses com alta probabilidade de ocorrência de deficits):

faça  $\alpha_k \cong$  valor do patamar

m "grande"

Neste caso,  $r_k < 1$ ,  $r_k^m \ll 1$  e a função poderá permanecer com o valor  $\alpha_k$  reproduzindo o patamar. Naturalmente os valores de  $\gamma_k$  e  $\psi_k$  deverão ser tais que a partir de determinados valores de  $x_k$  e  $a_{k-1}$  a função possa decair, assumindo a forma conhecida. Isto é possível pois quando o valor de  $(\gamma_k x_k + \psi_k a_{k-1})$  é pequeno,  $r_k$  se aproxima de 1 e  $\alpha_k (1 - r_k^m)$  se distancia do valor  $\alpha_k$ .

- Sem patamar (meses com baixa probabilidade de ocorrência de deficits):

Os parâmetros deverão ser tais que  $r_k^m$  não se aproxime de zero, ou pelo menos não permaneça próximo de zero para muitos valores de  $x_k$  e  $a_{k-1}$ .

Quanto às curvas de nível, suponha  $(x_k^1, a_{k-1}^1)$  e  $(x_k^2, a_{k-1}^2)$  pertencentes à mesma curva de nível.

Seja

$$r_1 = \tanh (\gamma_k x_k^1 + \psi_k a_{k-1}^1) \quad (\text{IV.23})$$

$$r_2 = \tanh (\gamma_k x_k^2 + \psi_k a_{k-1}^2) \quad (\text{IV.24})$$

Então

$$\text{constante} = \theta = \alpha_k (1 - r_1^m) = \alpha_k (1 - r_2^m) \Rightarrow r_1^m = r_2^m \Rightarrow r_1 = r_2 \quad (\text{IV.25})$$

$$\text{ou } r_1 = -r_2$$

Como o domínio da função está restrito a  $(\gamma_k x_k + \psi_k a_{k-1}) \geq 0$ , então

$r_1 = r_2 \Rightarrow \gamma_k x_k^1 + \psi_k a_{k-1}^1 = \gamma_k x_k^2 + \psi_k a_{k-1}^2$ , e as curvas de nível da função são retas de coeficiente angular  $\frac{\psi_k}{\gamma_k} = -\beta_k$

Sendo  $Y_k(x_k, a_{k-1}) =$

$$\{1 - (\tanh(\gamma_k x_k + \psi_k a_{k-1}))^m - f_k(x_k, a_{k-1})\}, \quad (\text{IV.26})$$

a cada mês do horizonte de planejamento a função objetivo é:

$$\min \frac{1}{2} \sum_k Y_k^2(x_k, a_{k-1}) \quad (\text{IV.27})$$

A busca do mínimo global de uma função não é tarefa simples. Não existem métodos que garantam encontrá-lo para qualquer tipo de função. Sempre é necessário que se façam hipóteses sobre a função objetivo. Como o comportamento de  $y_k$  não pode ser "estimado" a priori, na verdade nunca se poderá garantir, por exemplo, que não se esteja num mínimo local quando da convergência do algoritmo de minimização aplicado.

Um outro fator a considerar é o número de iterações necessário para a convergência do método. Conforme mencionado anteriormente, caso esse número seja em média muito elevado e dado que a minimização deverá ser efetuada para todos os meses do período de planejamento, o algoritmo recursivo da Programação Dinâmica Estocástica poderá tornar-se computacionalmente inviável. É claro que em caso de não haver convergência em algum mês do período de planejamento o algoritmo também será inviável.

Além disso, a convergência de um algoritmo de minimização está em geral relacionada com o condicionamento das matrizes envolvidas sobre as quais, a princípio, nada se pode afirmar.

Para o caso em foco, apesar do empenho, não foi possível a obtenção de um método 'robusto' que viabilizasse a utilização da função proposta para a representação dos custos futuros incrementais. Nem o teste inicial de adequação da função pode ser levado a termo, por não ter sido possível alcançar a convergência de qualquer dos métodos de minimização testados (Newton, Gradientes Conjugados, Fletcher-Reeves) [ 6 ] para todos os meses do período de planejamento. Cabe observar que quando a convergência era conseguida, o ajuste era plenamente satisfatório (como, por exemplo, o expresso nas figuras IV.16 e IV.17).

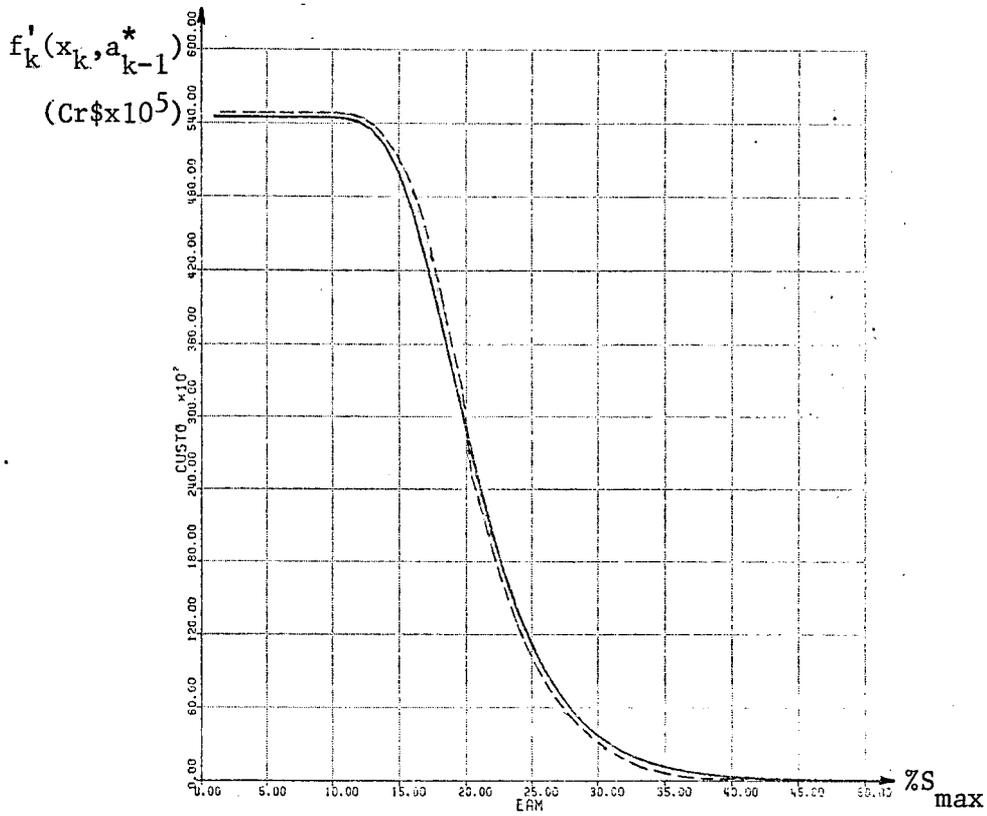


Figura IV.16- Ajuste em um "Corte" da Superfície - Mês 7

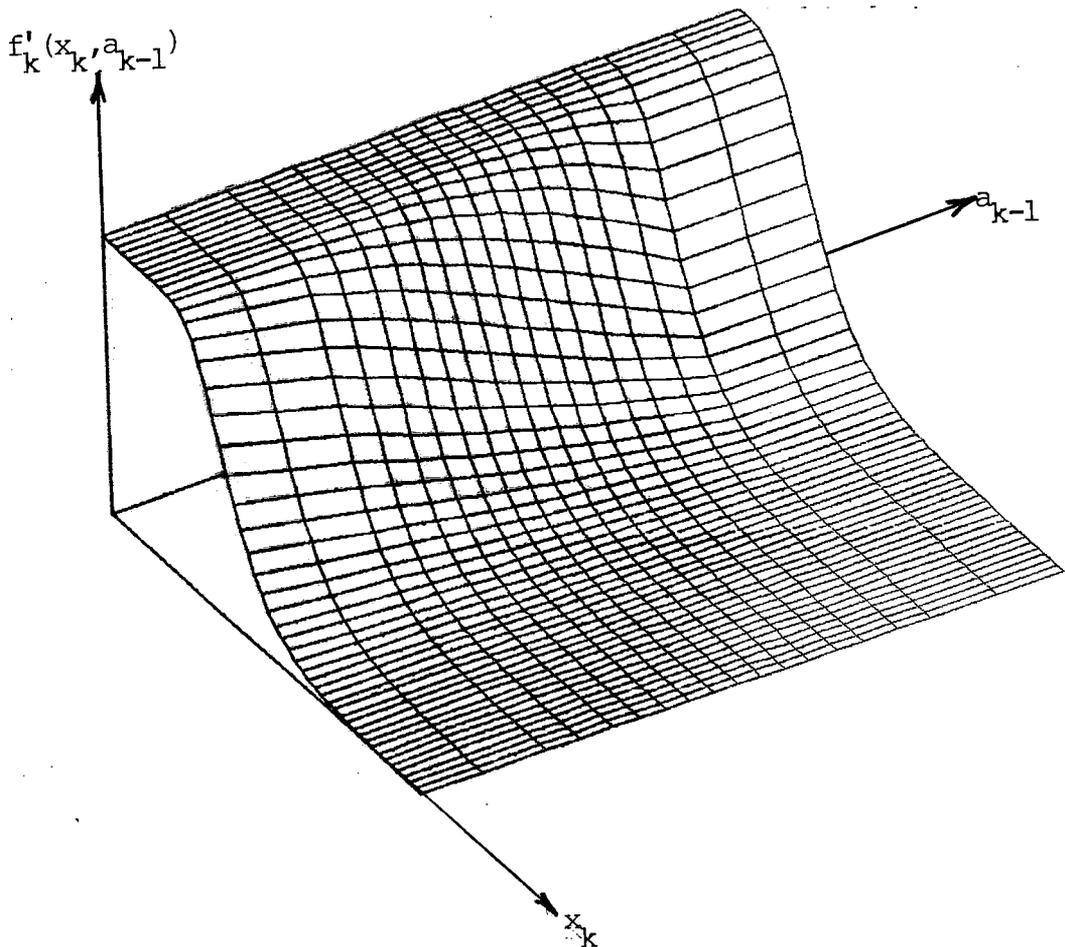


Figura IV.17- Superfície Obtida para o mês 7

IV.4- Interpolações Lineares

Devido aos resultados insatisfatórios obtidos até então nas tentativas de ajuste de superfícies, e dado que a idéia original de simplificação do algoritmo recursivo da Programação Dinâmica Estocástica era a redução para uma variável de estado e que as curvas de nível da função de custo futuro tem aspecto bem definido, o próximo passo na busca de uma boa representação analítica para a tabela de custos futuros incrementais foi o ajuste para um "corte" da superfície de custos futuros.

O processo se resume a:

- a) Considere alguns pontos  $(x_k, a_{k-1})$  da tabela de custos futuros. A partir deles, estime o coeficiente angular médio das curvas de equicusto,  $\beta_k$ .
- b) Escolha um intervalo de energia afluenta. Represente-o pelo seu ponto médio,  $a_{k-1}^*$ .
- c) A partir do coeficiente angular estimado, calcule, para os pontos escolhidos em (a), os "equivalentes energéticos" (de mesmo custo) relativos à afluência escolhida em (b) - (Figura IV.18)

$$\begin{aligned}
 (x_k^1, a_{k-1}^1) &\rightarrow (x_k^{1*}, a_{k-1}^{1*}) \\
 (x_k^2, a_{k-1}^2) &\rightarrow (x_k^{2*}, a_{k-1}^{2*}) \\
 &\vdots \\
 x_k^{i*} &= x_k^i - \beta_k(a_{k-1}^i - a_{k-1}^{i*})
 \end{aligned}
 \tag{IV.28}$$

- d) Para os pares  $(x_k^*, a_{k-1}^*)$  obtidos em (c), ajuste uma função  $f'_k(x_k^*)$ .

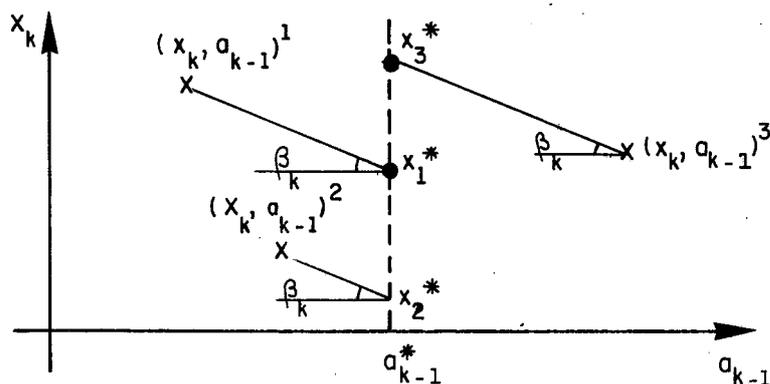


Figura IV.18 - Cálculo dos "Equivalentes Energéticos" de Estados  $(x_k, a_{k-1})^i$

Deste modo, quando do cálculo de  $f'_{k-1}(x_{k-1}, a_{k-2})$ , de acordo com a equação II.12, qualquer que seja o estado final  $(x_k, a_{k-1})$  atingido, o valor de  $f'_k(x_k, a_{k-1})$  é conhecido: basta calcular seu "equivalente energético",  $(x_k^*, a_{k-1}^*)$  e entrar com o valor de  $x_k^*$  obtido como argumento da função ajustada em (d).

O sucesso deste procedimento dependerá de fatores tais como uma boa estimativa do coeficiente angular e a escolha da função adequada para representar  $f'_k(x_k^*)$ .

A decisão inicial se refere ao método de estimação do coeficiente angular  $\beta_k$ .

Uma primeira idéia seria no passo (a) do algoritmo acima descrito não escolher pontos quaisquer, mas procurar pares de pontos de mesmo custo futuro e estimar o coeficiente angular. Assim, a partir de vários coeficientes obtidos, seria calculado o coeficiente médio. Os diversos pares de pontos deveriam ser procurados em regiões distintas da tabela, para se abranger a variação de  $\beta$ .

Este procedimento não se revelou eficiente. A busca de pares de pontos de mesmo custo futuro, feita por tentativas, não é simples: escolhe-se dois pares,  $(x_k^1, a_{k-1}^1)$  e



$(x_k^2, a_{k-1}^2)$  e calcula-se, para cada um, o valor do custo futuro,  $f'_{1k}$  e  $f'_{2k}$  respectivamente. Caso  $f'_{2k} > f'_{1k}$  isto significa que  $(x_k^2, a_{k-1}^2)$  pertence a uma reta de equicusto de valor mais elevado, ou seja, que é um estado mais desfavorável do reservatório. Pode-se então aumentar  $x_k^2$  ou  $a_{k-1}^2$  ou ambos para, obtendo um novo par  $(x_k^2, a_{k-1}^2)^*$ , tentar chegar a um custo  $f_{2k}^* < f'_{2k}$  e mais próximo de  $f'_{1k}$ . O processo continua até a obtenção de dois estados de mesmo custo futuro.

Dado que essa busca deve ser realizada várias vezes para cada mês do período de planejamento e que não se pode garantir nem quantas tentativas são necessárias de cada vez, nem que o coeficiente estimado seja realmente valor médio de cada mês (não se pode garantir que todas os possíveis valores de  $\beta$  foram considerados), o procedimento foi abandonado.

Optou-se então por um outro tipo de enfoque: quando da tentativa de ajuste de uma superfície exponencial, as curvas de nível obtidas do ajuste direto nas tabelas da Programação Dinâmica Estocástica revelaram-se uma boa aproximação. O ajuste exponencial não obteve bons resultados no cálculo recursivo devido ao acúmulo de erros, como já explicado anteriormente. Entretanto, se para cada mês a superfície não for considerada exponencial para efeitos de recursão mas se a hipótese for feita depois de calculados os valores de  $f'_k(x_k, a_{k-1})$  no mês, então o coeficiente angular médio assim estimado pode ser uma boa aproximação. Formalizando:

- . Seja  $f'_{k+1}(x_{k+1}, a_k)$  conhecido
- . Calcule, para alguns pontos  $f'_k(x_k, a_{k-1})$  de acordo com II.12. Para esses pontos, ajuste a superfície exponencial:

$$f'_k(x_k, a_{k-1}) = e^{\alpha_k x_k + \gamma_k a_{k-1} + \psi_k} \quad (\text{IV.29})$$

$$\text{Calcule } \beta_{k\text{m\u00e9dio}} = \frac{-\gamma_k}{\alpha_k} \quad (\text{IV.30})$$

Cabe aqui uma observa\u00e7\u00e3o quanto \u00e0 maneira de selecionar os estados: o procedimento adotado foi dividir o plano em uma grelha uniforme abrangendo, desta maneira, todo o espa\u00e7o de estados.

Desta maneira o passo (a) do algoritmo est\u00e1 completo e passa-se aos itens (b) e (c).

A pr\u00f3xima decis\u00e3o se refere \u00e0 escolha da fun\u00e7\u00e3o adequada para representar  $f(x^*)$ . A escolha foi a utiliza\u00e7\u00e3o de aproxima\u00e7\u00e3o por "splines". A id\u00e9ia geral do m\u00e9todo consiste em dividir o dom\u00ednio da fun\u00e7\u00e3o em intervalos e ajustar um polin\u00f4mio de grau  $n$  para cada intervalo.

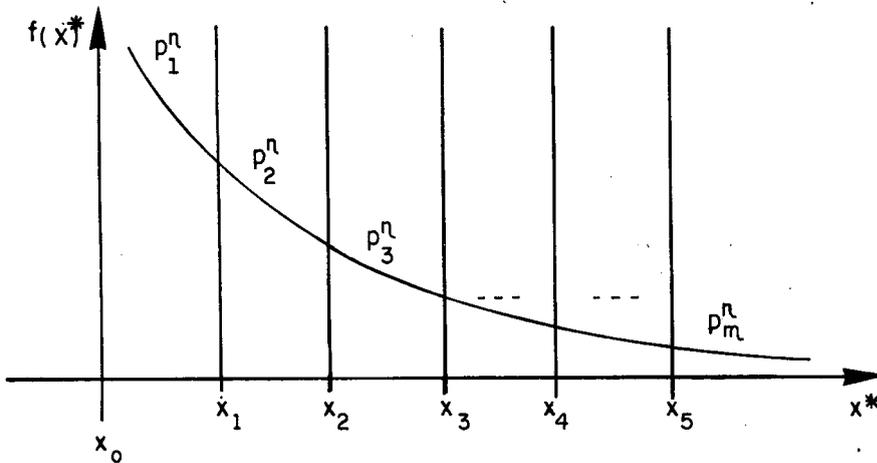


Figura IV.19- Aproxima\u00e7\u00e3o por "Splines"

Esses polin\u00f4mios dever\u00e3o coincidir em valor nos pontos de fronteira ( $p_1^n(x_1) = p_2^n(x_1)$ ,  $p_2^n(x_2) = p_3^n(x_2)$ , ...) e as derivadas at\u00e9 ordem  $n-1$  tamb\u00e9m dever\u00e3o ser coincidentes nesses pontos:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_1^n}{\partial x}(x_1) &= \frac{\partial p_2^n}{\partial x}(x_1) ; & \frac{\partial p_2^n}{\partial x}(x_2) &= \frac{\partial p_3^n}{\partial x}(x_2) ; & \dots\dots\dots \\
\frac{\partial^2 p_1^n}{\partial x^2}(x_1) &= \frac{\partial^2 p_2^n}{\partial x^2}(x_1) ; & \dots\dots\dots & & \dots\dots\dots \\
\vdots & & & & \vdots \\
\frac{\partial^{n-1} p_1^n}{\partial x^{n-1}}(x_1) &= \frac{\partial^{n-1} p_2^n}{\partial x^{n-1}}(x_1) ; & \frac{\partial^{n-1} p_2^n}{\partial x^{n-1}}(x_2) &= \frac{\partial^{n-1} p_3^n}{\partial x^{n-1}}(x_2) ; & \dots\dots\dots
\end{aligned}$$

(IV.31)

Uma descrição completa do método pode ser encontrada em [5].

A idéia é obter o melhor ajuste possível em cada um dos  $m$  intervalos, esperando que as restrições impostas não sejam severas ao ponto de prejudicar os ajustes obtidos.

O método foi aplicado diretamente nas tabelas da PDE usual: para meses quaisquer selecionava-se estados (250) igualmente espaçados e estimava-se o coeficiente angular  $\beta_{\text{medio}}$ . A cada mês, o ponto médio do 5º intervalo de energia afluente foi escolhido como "referência",  $a_{k-1}^*$ , e para este valor (central) de afluência eram calculados os "equivalentes energéticos" dos pontos selecionados. Arbitrou-se  $m = 20$  (número de intervalos em que o domínio é dividido) e  $n = 3$  (grau dos polinômios).

Após o cálculo dos parâmetros dos 19 polinômios, verificou-se o comportamento das funções resultantes. Os resultados obtidos foram plenamente satisfatórios:

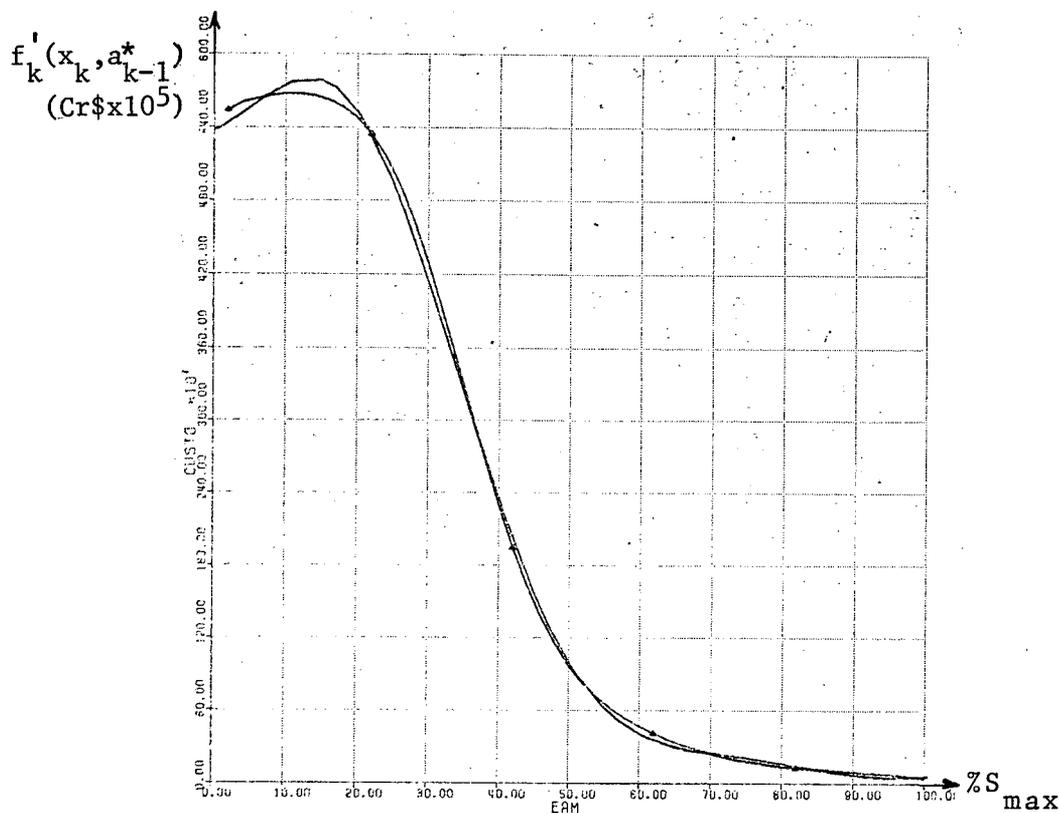


Figura IV.20- Exemplo de Ajuste Obtido -  
Splines Cúbicos - Mês 7

O próximo passo foi a implementação do algoritmo recursivo da PDE.

O número de pontos (250) utilizados a cada mês e o número de intervalos em que o domínio é dividido (20) foram mantidos. Esses valores foram estabelecidos como os limites superiores aceitáveis. Dependendo do desempenho do sistema, e/ou do esforço computacional empregado, os valores poderiam (deveriam) ser diminuídos. Este método exige que, a cada mês, sejam armazenadas não só os parâmetros dos  $m$  polinômios, como os limites dos  $m$  intervalos e os valores do coeficiente angular médio,  $\beta_{\text{medio}}$ , e da energia afluente de referência. Quando se desejar conhecer o valor de  $f'_k(x_k, a_{k-1}^*)$ , sendo  $(x_k, a_{k-1}^*)$  um ponto qualquer, o processo será:

- . Calcular seu "equivalente energético"  $(x_k^*, a_{k-1}^*)$ ,
- . Calcular o intervalo do domínio correspondente a  $x_k^*$ ,
- . Com os parâmetros deste intervalo, calcular então  $f'_k(x_k^*)$ .

Após a implementação do algoritmo, os resultados foram testados. Apesar de melhores que os obtidos até então, ainda não foram consideradas competitivos.

Uma análise ao processo mostrou que um dos principais problemas se referia mais uma vez à monotonicidade e positividade requeridas ao ajuste:

- Suponha um mês qualquer do período de planejamento com as seguintes curvas de nível:

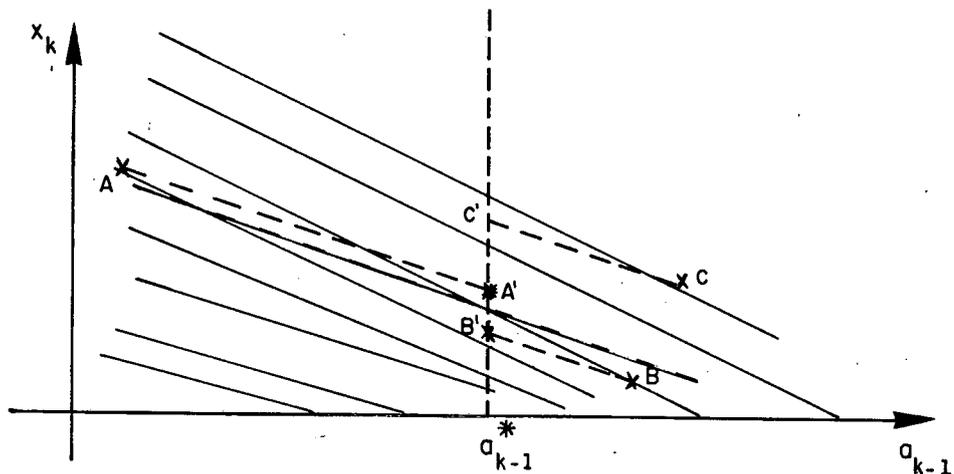


Figura IV.21- Curvas de Nível e Cálculo de "Equivalentes Energéticos" para o mês  $k$

- Suponha ainda que a curva pontilhada corresponda à inclinação estimada,  $\beta_e$  e que os pontos A, B e C estejam sendo considerados para o ajuste da função: eles serão "escorregados" através de uma reta de inclinação  $\beta_e$ , resultando em A', B' e C', "equivalentes energéticos" de A, B e C. Mas sabe-se que  $f'_k(x_k^A, a_{k-1}^A) < f'_k(x_k^B, a_{k-1}^B) < f'_k(x_k^C, a_{k-1}^C)$ . Então a função  $f'_k(x)$ , estimada a partir de uma nuvem de pontos da qual fazem parte A', B' e C' poderá não ser monótona, podendo eventualmente atingir valores negativos (Figura IV.22).

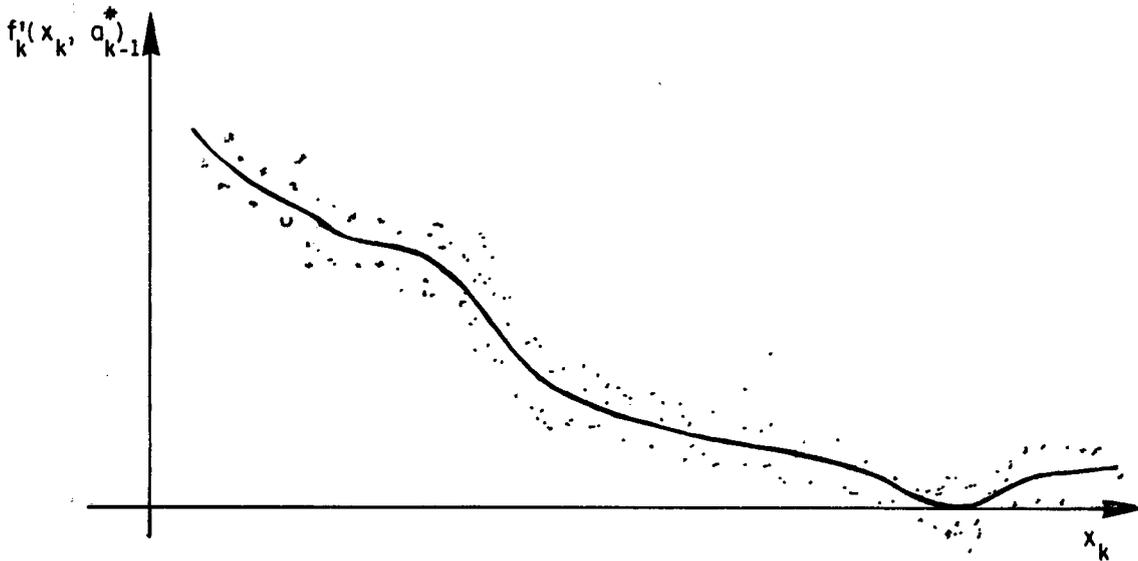


Figura IV.22- Ajuste por Splines Cúbicos

O polinômio ajustado foi uma cúbica (grau 3) portanto capaz de representar as "oscilações" mostradas na figura . Um polinômio de menor grau talvez fosse mais adequado.

Passou-se então à utilização de splines lineares (ajuste linear em cada intervalo do domínio com a garantia de coincidência do valor da função nos pontos de fronteira). Dado que os testes iniciais com a utilização direta das tabelas da PDE apresentaram resultados satisfatórios, passou-se à implementação do algoritmo recursivo. Foi feita uma análise de sensibilidade no que se refere ao número de pontos necessários para a estimação de  $\beta$  e para o ajuste e ao número de polinômios ajustados (correspondente ao número de intervalos do domínio).

Os resultados obtidos foram:

SUDESTE - PLANO 81-90 - VALOR ESPERADO DO CUSTO FUTURO DE OPERAÇÃO - 10 <sup>3</sup> Cr\$						
ANO	POLÍTICA OBTIDA PELA P. D. E.	POLÍTICA OBTIDA ATRAVÉS DO NOVO ENFOQUE				
		125 19 PONTOS INTERVALOS	125 9 PONTOS INTERVALOS	100 9 PONTOS INTERVALOS	75 9 PONTOS INTERVALOS	
1981	6782436	6979904	6976780	6956351	6933384	
1982	5545250	5638924	5637749	5629024	6089641	
1983	2283416	2097715	2095453	2091560	2666428	
1984	2198519	2088723	2120392	2206753	2354899	
1985	37424	45419	47480	44697	71739	
TOTAL	16847045	16850685	16877856	16928386	18116091	
DIFERENÇA %		.02	.18	.40	7.5	

Tabela IV.2 - Comparação dos Custos de Operação  
Região Sudeste, Plano 81-90

O cálculo da política ótima de operação pelo 3º caso apresentado (100 pontos, 10 nós) gastou 47 segundos de CPU do IBM 4341, enquanto o cálculo pelo algoritmo usual da PDE gasta 247 segundos. O novo algoritmo revelou-se portanto 5.2 vezes mais rápido. A diferença percentual de 0.4% nos resultados é plenamente aceitável, principalmente se aliada ao menor gasto computacional e a perspectiva de resolução de sistemas interligados. Quanto as superfícies obtidas (comparar respectivamente com as figuras IV.1 e IV.2):

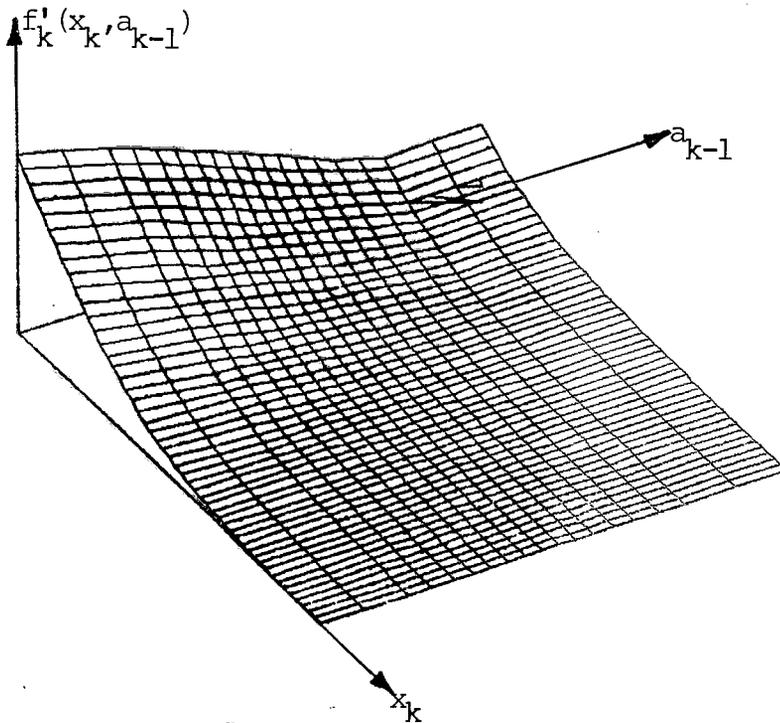


Figura IV.23- Superfície Obtida com o Algoritmo Proposto - Mês 1



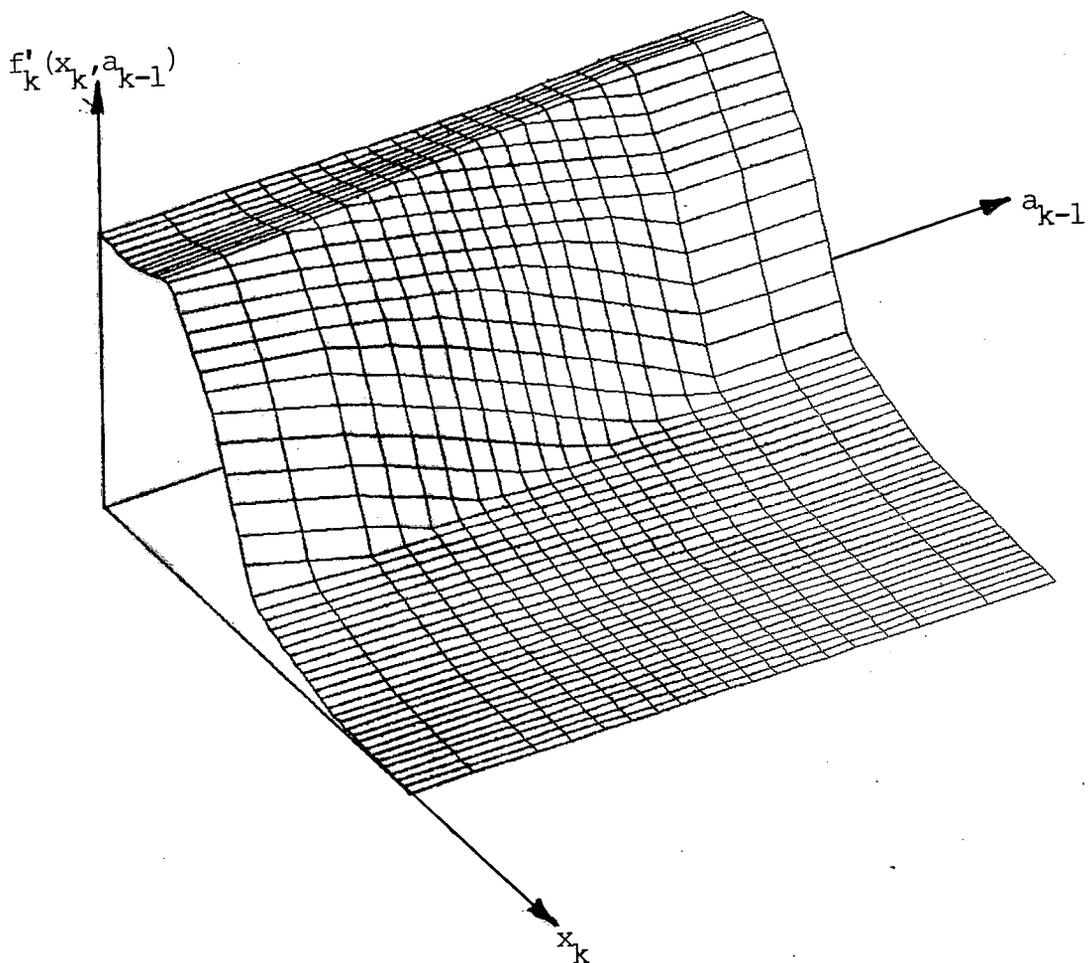


Figura IV.24- Superfície Obtida com o  
Algoritmo Proposto - Mês 7

Para ratificação da eficiência do algoritmo, ele foi testado para a região Sul - plano de operação 82-91: 100 pontos, 10 nós. Foram gastos 36.5 segundos de CPU do IBM4341 enquanto o enfoque usual gastou 240 segundos.

SUL - PLANO 82-91 - VALOR ESPERADO DO CUSTO FUTURO DE OPERAÇÃO - 10 <sup>3</sup> Cr\$		
ANO	POLÍTICA OBTIDA PELA DINÂMICA USUAL	POLÍTICA OBTIDA ATRAVÉS DO NOVO ENFOQUE
1982	678263	687908
1983	634998	622318
1984	627654	629947
1985	583329	584032
TOTAL	2524245	2524205
DIFERENÇA %		.0016

Tabela IV.3- Comparação dos Custos de Operação  
Região Sul, Plano 82-91

Em termos de memória, a cada mês do horizonte de planejamento, ao invés do armazenamento de uma tabela com 1000 valores (para uma discretização de 100 níveis de energia armazenada e 10 intervalos de energia afluyente), basta armazenar 22 valores (energia afluyente de referência, coeficiente angular médio, os 10 limites dos intervalos considerados e os 10 parâmetros das retas ajustadas). O número de balanços mensais é reduzido de 1000 para 100.

## CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO  
PROPOSTO NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS INTERLIGADOS

O algoritmo proposto neste trabalho mostra-se promissor no que diz respeito a resolução de sistemas interligados - dois reservatórios equivalentes.

A proposta inicial de redução analítica das variáveis de estado - apenas uma variável de estado para cada sistema - não se revelou viável. Dado que não foi possível a derivação analítica das curvas de nível da função bivariada  $f'_k(x_k, a_{k-1})$ , pode-se esperar que para a função  $f'_k(x_k^I, a_{k-1}^I, x_k^{II}, a_{k-1}^{II})$ , onde os índices superiores das variáveis indicam o sistema a que pertencem, a derivação analítica das curvas de nível também seja algebricamente intratável.

O ajuste de funções à superfície de custos futuros não foi bem sucedido. Os ajustes lineares (polinomiais) sugeridos inicialmente não foram adequados e os ajustes não-lineares apresentaram sérios problemas de convergência. Esses fatos sugerem a inviabilidade do ajuste de funções de quatro variáveis quando da resolução de sistemas interligados.

O algoritmo desenvolvido no item IV.4, combina as duas propostas anteriores: realiza-se uma redução "artificial" (porque estimada) das variáveis de estado seguida de interpolação linear.

A otimização conjunta de dois sistemas hidrotérmicos introduz o intercâmbio de energia como variável de decisão. Caso a relação linear entre as energias armazenada e afluente não seja alterada em cada sistema, ou seja, caso os coeficientes  $\beta_k^I$  e  $\beta_k^{II}$  estimados ao longo do horizonte de planejamento para cada sistema isoladamente não sejam afetados significativamente pelo intercâmbio, então a política ótima de ope

ração para os dois sistemas integrados poderá ser calculada:

$$\text{seja } f_{N+1}(x_{N+1}^I, a_N^I, x_{N+1}^{II}, a_N^{II}) = f_{N+1}(x_{N+1}^I, x_{N+1}^{II}) \quad (\text{V.1})$$

Como  $\beta_N^I$  e  $\beta_N^{II}$  são conhecidos, então, no mês N, basta determinar

$$f_N(x_N^{I*}, a_{N-1}^{I*}, x_N^{II*}, a_{N-1}^{II*}) \quad (\text{V.2})$$

onde

$a_{N-1}^{I*}$  e  $a_{N-1}^{II*}$  - são as afluências de referência fixadas quando do cálculo de  $\beta_N^I$  e  $\beta_N^{II}$

que o valor esperado do custo futuro estará determinado para qualquer estado  $(x_N^I, a_{N-1}^I, x_N^{II}, a_{N-1}^{II})$ :

$$f_N(x_N^I, a_{N-1}^I, x_N^{II}, a_{N-1}^{II}) = f_N(x_N^{I*}, a_{N-1}^{I*}, x_N^{II*}, a_{N-1}^{II*}) = f_N(x_N^{I*}, x_N^{II*}) \quad (\text{V.3})$$

onde

$$x_N^{I*} = x_N^I - \beta_N^I(a_{N-1}^I - a_{N-1}^{I*}) \quad (\text{V.4})$$

$$x_N^{II*} = x_N^{II} - \beta_N^{II}(a_{N-1}^{II} - a_{N-1}^{II*}) \quad (\text{V.5})$$

Logo, no mês N em particular e em qualquer outro mês k do horizonte de planejamento, basta o armazenamento de uma tabela bivariada de custos futuros:

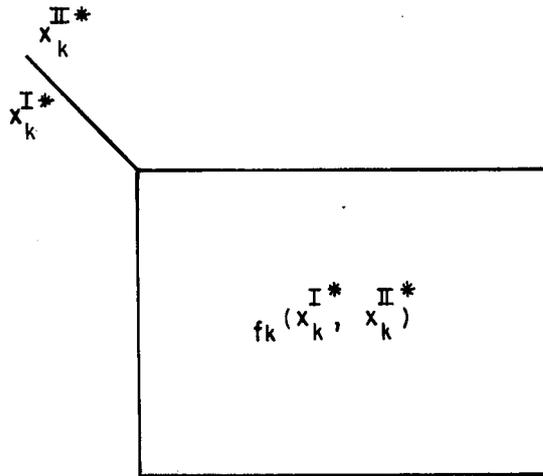


Figura V.1 - Tabela Bivariada de Custos Futuros

Em outras palavras, pode-se dizer que as energias afluentes aos dois sistemas no mês anterior ( $k-1$ ) não precisam ser consideradas variáveis de estado.

No cálculo recursivo de  $f_{k-1}(x_{k-1}^{I*}, x_{k-1}^{II*})$ , os valores de  $f_k(x_k^{I*}, x_k^{II*})$  serão lidos ou interpolados diretamente da tabela da figura V.1:

$$f_{k-1}(x_{k-1}^{I*}, x_{k-1}^{II*}) = c_k(u_1, u_2) + \int_{A_k^I, A_k^{II}} \overbrace{f_k(x_k^I, a_k^I, x_k^{II}, a_k^{II})}^{f_k(x_k^{I*}, x_k^{II*})} g_{A_k^I, A_k^{II}}(a^I, a^{II}) da^I da^{II} \quad (V.6)$$

onde

$c(u_1, u_2)$  = custo associado à decisão energética  $u_1$  para o sistema I e  $u_2$  para o sistema II.

$g_{A_k^I, A_k^{II}}(a^I, a^{II})$  = densidade de probabilidade conjunta das variáveis  $A_k^I$  e  $A_k^{II}$  condicionada à ocorrência de  $a_{k-1}^{I*}$  e  $a_{k-1}^{II*}$  no mês ( $k-1$ ).

Em termos de memória, na resolução isolada de um sistema a tabela de custos futuros tinha dimensão  $NX \times NA$ , onde  $NX$  é o número de níveis em que foi discretizada a energia armazenada e  $NA$  o número de intervalos em que foi discretizada a energia afluyente. A resolução de dois sistemas pela PDE "usual" requer uma tabela quadridimensional:

$$NX^I \times NA^I \times NX^{II} \times NA^{II} \quad (V.7)$$

O algoritmo proposto necessita apenas de uma tabela de dimensão  $NX^I \times NX^{II}$ , reduzindo assim os requisitos de memória de  $(NA^I \times NA^{II})$  vezes. Como usualmente a energia afluyente é discretizada em 10 intervalos, então a memória necessária é dividida por 100.

Em termos do número de balanços que devem ser realizados mensalmente, pelo enfoque usual teríamos:

$$NX^I \times NX^{II} \times NA^I \times NA^{II} \times Nu^{I,II} \times NAK^I \times NAK^{II} \text{ balanços} \\ (10^2 \times 10^2 \times 10 \times 10 \times 20 \times 10 \times 10 = 2 \times 10^9) \quad (V.8)$$

onde

$Nu^{I,II}$  = número de decisões para os dois sistemas, incluindo intercâmbio.

$NAK^I$  = número de intervalos em que é discretizada a energia afluyente ao sistema I no mês corrente.

$NAK^{II}$  = idem, sistema II.

Para um horizonte de planejamento de 10 anos, o número total de balanços seria de ordem de  $10^{11}$  ( $120 \times 2 \times 10^9$ ). Pelo algoritmo sugerido, esse número de balanços também poderia ser reduzido  $(NA^I \times NA^{II})$  vezes  $\rightarrow 10^9$  balanços para um período de planejamento de 10 anos.

Na resolução isolada de um sistema hidrotérmico, pelo enfoque tradicional realizava-se

$$NX^I \times NA^I \times Nu^I \times NAK^I \text{ balanços mensais} \quad (V.9)$$

$$(10^2 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5 \text{ balanços mensais} \rightarrow 10^7 \text{ balanços ao longo de um horizonte de 10 anos})$$

em 247 segundos de CPU (sistema Sudeste).

Então,  $10^9$  balanços poderiam ser realizados em 24700 segundos de CPU - aproximadamente 6,86 horas, o que é razoável, principalmente se considerarmos que  $10^{11}$  balanços (necessários para a resolução de dois reservatórios sem a simplificação proposta) gastariam 686 horas de CPU.

Este trabalho pode ser considerado a primeira parte de uma pesquisa que visa a resolução de sistemas interligados. Cabe agora uma segunda parte que se refere principalmente a verificação da hipótese da inalterabilidade das curvas de nível dos dois sistemas isoladamente após a introdução do intercâmbio como variável de decisão. A possibilidade da aplicação de esquemas de redução na discretização das energias armazenadas nos dois sistemas também deverá ser verificada cuidadosamente.

Caso essas possibilidades sejam confirmadas, acredita-se que o problema do planejamento da operação de 2 sistemas hidrotérmicos interligados possa ser solucionado satisfatoriamente.

## APÊNDICE I

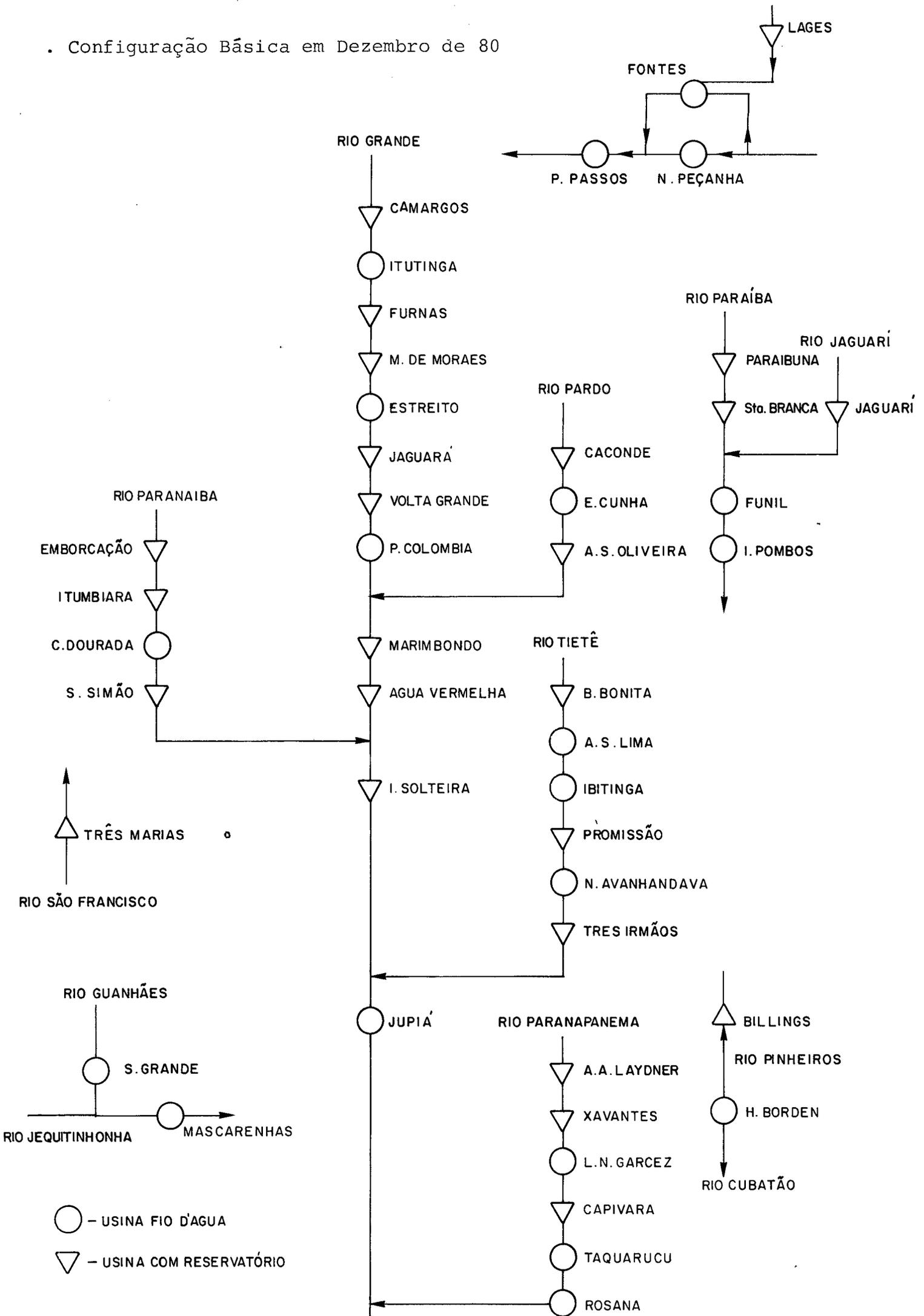
## PLANO DE OPERAÇÃO 81-90 DA REGIÃO SUDESTE

. Configuração Básica em Dezembro de 1980

USINA	POTÊNCIA INSTALADA (MW)	VOLUME MÍNIMO (HM3)	VOLUME MÁXIMO (HM3)	ENERGIA ARMAZENADA (Mw*Mês)
Camargos	48	120	792	1081.9
Itutinga	55	0	0	-
Furnas	1312	5733	22950	25586.0
M.de Moraes	478	1540	4040	2997.7
Estreito	1104	0	0	-
Jaguara	431	0	0	-
Volta Grande	380	0	0	-
Porto Colombia	328	0	0	-
Caconde	80	51	555	626.1
Euclides da Cunha	82	0	0	-
A.S.Oliveira	32	0	0	-
Marimbondó	1488	890	6150	2866.2
Água Vermelha	1380	5856	11025	1886.5
Itumbiara	1200	3360	17027	10224.4
C.Dourada	439	0	0	-
S.Simão	1680	7000	12580	2375.4
I.Solteira	3230	8232	21060	2617.0
B.Bonita	141	569	3135	898.4
A.S.Lima	143	0	0	-
Ibitinga	132	0	0	-
Promissão	264	5168	7296	323.2
Jupia	1411	0	0	-
A.A.Laydner	98	3598	6636	1609.9
Xavantes	414	5754	8795	1331.7
L.N.Garcez	70	0	0	-
Capivara	640	4817	10541	769.4
Billings	0	0	1401	3060.8
H.Borden	880	0	0	-
Jaguari	28	443	1236	1002.3
Paraibuna	85	2096	4732	3461.0
St.Branca	0	0	434	496.1
Funil	222	120	726	655.0
N.Peçanha	380	0	0	-
I.Pombos	164	0	0	-
Fontes	133	0	0	-
Lajes	0	0	435	425.5
P.Passos	100	0	0	-
Salto Grande	103	0	0	-
Mascarenhas	123	0	0	-
Três Marias	397	4250	19528	2331.9



Configuração Básica em Dezembro de 80



• Evolução do Sistema

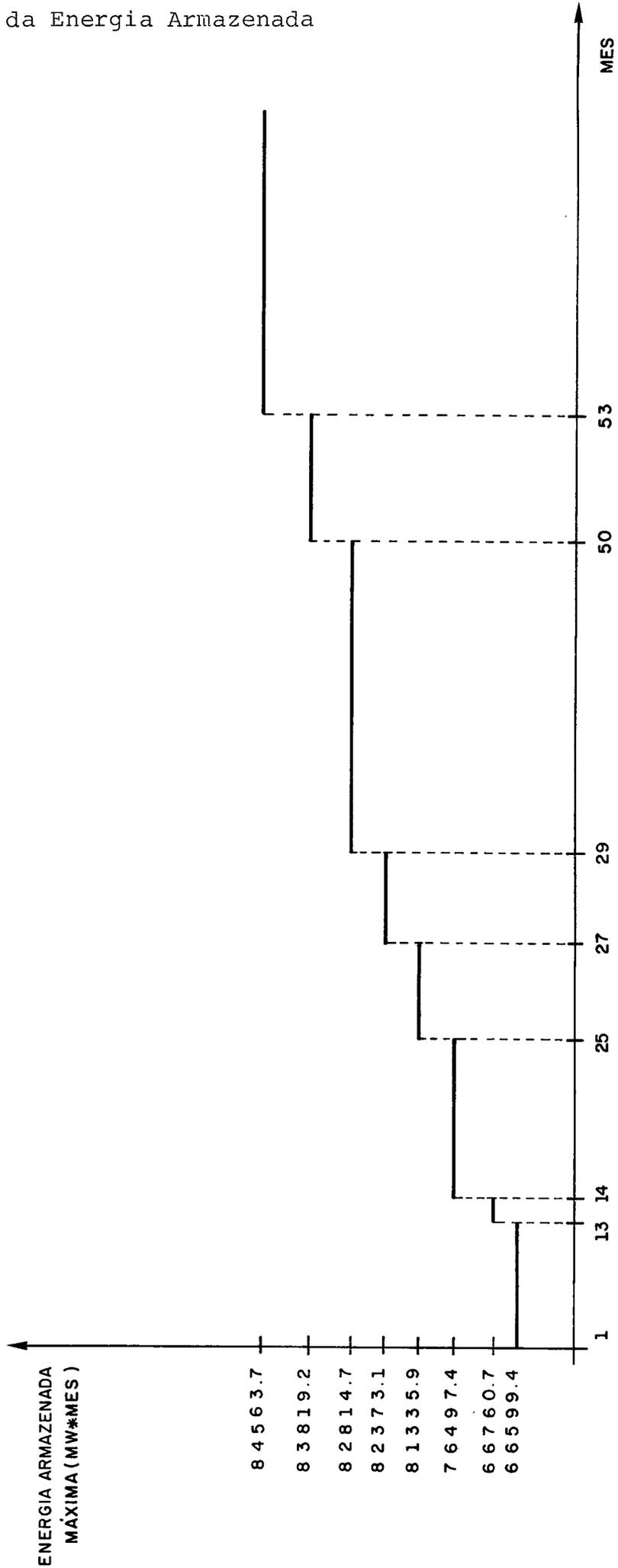
Obs.: M - modificação

A - acréscimo

MÊS	USINAS	POTÊNCIA INSTALADA (MW)	VOLUME MÍNIMO (HM3)	VOLUME MÁXIMO (HM3)	ENERGIA ARMAZENADA (Mw*Mês)
Janeiro/81	Fontes (M)	175	0	0	-
Janeiro/82	Lajes (M)	0	0	600	586.9
Fevereiro/82	Emborcação (A)	0	4621	17636	9736.7
Novembro/82	N. Avandava (A)	100	0	0	-
Janeiro/83	Emborcação (M)	750	4621	17636	14544.1
Janeiro/83	Sta. Branca (M)	60	304	434	157.4
Março/83	Três Irmãos (A)	0	10200	13800	762.6
Março/83	I. Solteira (M)	3230	12743	21060	1761.8
Maió/83	N. Avandava (M)	200	0	0	-
Outubro/83	Nilo Peçanha (M)	510	0	0	-
Novembro/83	N. Avandava (M)	300	0	0	-

MÊS	USINAS	POTÊNCIA INSTALADA (MW)	VOLUME MÍNIMO (HM3)	VOLUME MÁXIMO (HM3)	ENERGIA ARMAZENADA (Mw * Mês)
Janeiro /84	Nilo Peçanha (M)	640	0	0	-
Junho/84	Taguaruçu (A)	100	0	0	-
Setembro/84	Rosana (A)	80	0	0	-
Outubro/84	Taguaruçu (M)	200	0	0	-
Janeiro/85	Rosana (M)	160	0	0	-
Fevereiro/85	Taguaruçu (M)	300	0	0	-
Março/85	Primavera (A)	100	0	0	-
Maió/85	Rosana (M)	240	0	0	-
Junho/85	Primavera (M)	200	0	0	-
Junho/85	Taguaruçu (M)	400	0	0	-
Setembro/85	Rosana (M)	320	0	0	-
Setembro/85	Primavera (M)	300	0	0	-
Outubro/85	Taguaruçu (M)	500	0	0	-

## . Evolução da Energia Armazenada



## . Evolução do Mercado (Mw médio)

MÊS	1981	1982	1983	1984	1985→1990
Janeiro	10884	11847	13126	14443	15756
Fevereiro	11307	12240	13532	14755	16169
Março	11410	12680	13990	15121	16650
Abril	11330	12468	13711	15013	16521
Mai	11457	12617	13978	15310	16785
Junho	11645	12793	14093	15428	16794
Julho	11782	12977	14268	15603	17174
Agosto	11935	13214	14636	16080	17544
Setembro	12007	13237	14594	15876	17415
Outubro	12204	13406	14740	16285	17813
Novembro	12096	13287	14640	16123	17658
Dezembro	11947	13225	14596	15917	17330

BIBLIOGRAFIA

- [1] CEPEL/ELETRONBRÁS, Modelo de Programação Dinâmica Estocástica para Operação de Sistemas Hidrotérmicos- Relatório Técnico CEPEL nº 144.
- [2] PRONOVOST, R; DAVIS, R., Two Stochastic Dynamic Programming Procedures for Long-Term Reservoir Management- IEEE 1972, Summer Power Meeting, San Francisco, C72493-5.
- [3] GAL, S., Optimal Management of a Multireservoir Water Supply System - Water Resources Research, 15(4), 1979.
- [4] DRAPER, N.R.; SMITH, H., Applied Regression Analysis, John Wiley & Sons, 1966.
- [5] LAWSON, C.L.; HANSON, R.J., Solving Least Square Problems- Prentice-Hall, 1974.
- [6] TERRY, L.A., Alguns Algoritmos sobre a Solução de Problemas Não-Lineares Esparsos - Tese de Mestrado Submetida à PUC-RJ, 1973.