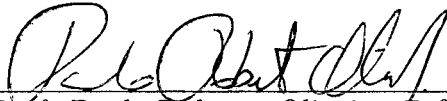


UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA
PARA A OTIMIZAÇÃO DOS HORÁRIOS DOS TRENS
DO METRÔ DO RIO DE JANEIRO.

Celso Cunha

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

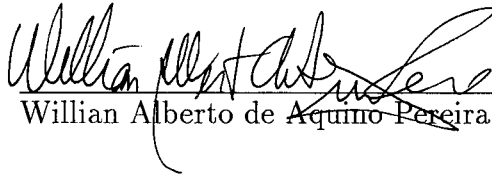
Aprovada por:



Prof. Paulo Roberto Oliveira, D.Sc.
(Presidente)



Profa. Susana Scheimberg-de-makler, D.Sc.



Willian Alberto de Aquino Pereira, M.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
ABRIL DE 1994

CUNHA, CELSO

Um Modelo de Programação Matemática para Otimização dos Horários dos Trens do Metrô Rio de Janeiro [Rio de Janeiro] 1994 V, 111 p., 29.7 cm, (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia de Sistemas e Computação, 1994)

TESE – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Otimização em Sistemas de Transporte Metroviário.
I. COPPE/UFRJ II. Título (série).

*A minha família,
por todo apoio
e amor a mim dedicados.*

AGRADECIMENTOS:

- A minha esposa Valéria por todo amor, carinho e apoio a mim dedicados, o que foi o alicerce para a construção deste trabalho.
- Ao Professor Paulo Roberto Oliveira, pela sua orientação e principalmente sua amizade, que possibilitaram o desenvolvimento deste trabalho.
- Ao Engenheiro Francisco José Velloso Leal , pelo crédito, incentivo, amizade e apoio recebido.
- Aos professores Nelson Maculan e Edson Watanabe pelo apoio que possibilitou o início deste trabalho;
- Aos amigos do Metrô, Marcos Zylberberg, Celso Fisbhen, Sueli, Mauricio, Carlos Renato, Rui Nelson, Antonio Anibal e Isidoro Diaz Carrion pelo apoio e incentivo.
- Aos colegas Fernando, Niza e Victor pelas sugestões e informações.
- Aos amigos do mestrado.
- Aos professores e funcionários da COPPE, pela orientação, amizade e apoio recebidos.
- A Companhia do Metropolitano do Rio de Janeiro pela licença concedida.
- Ao C.N.P.Q. pela Bolsa concedida.

Resumo da Tese apresentada à COPPE como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA
OTIMIZAÇÃO DOS HORÁRIOS DOS TRENS DO
METRÔ DO RIO DE JANEIRO

Celso Cunha
Abril de 1994

Orientador : Paulo Roberto Oliveira
Programa : Engenharia de Sistemas e Computação

A obtenção manual de uma tabela de horários de despacho de trens metroviários, além de muito trabalhosa é ineficiente, se considerarmos a divisão do dia em períodos distintos.

Assim, o objetivo deste trabalho é aplicar ferramentas de programação matemática para obter a programação horária dos trens de uma rede metroviária de linha singular com inserções e retiradas pelas extremidades e pelo meio da linha.

O modelo discreto formulado é referenciado nos pontos de embarque / desembarque de passageiros.

O modelo foi formulado para a geração de um programa horário otimizado dos serviços dos trens do Metrô RJ, segundo um critério de manutenção do nível de conforto adequado aos usuários, com um uso racional de trens em operação, do gasto de energia na movimentação destes e levando em consideração a variação contínua do fluxo de passageiros durante o dia nas estações.

Um método de otimização hierárquico com decomposição paramétrica foi selecionado e implementado, para a obtenção das trajetórias otimizadas.

Gerou-se as trajetórias otimizadas para o período correspondente ao movimento de pico da manhã, onde os primeiros resultados demonstraram uma economia e uma melhora de performance considerável do sistema em estudo.

Abstract of Thesis presented to COPPE as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A MODEL OF MATHEMATICAL PROGRAMMING TO OPTIMIZE A
TRAINS TABLE TIME OF METRÔ FROM RIO DE JANEIRO

Celso Cunha

April, 1994

Thesis Supervisor : Paulo Roberto Oliveira
Department : System Engineering and Computing.

The attainment of a handwritten table time trains is very difficulty and inefficient mainly we considerer the day division in distinct periods.

Thus, the purpose of this work is to apply some technics of mathematical programming in order to obtain a table time of passengers using the Metrô RJ. It operates in a single line and with insertion and removal from the extremity and from the middle of the line.

The discret model formulated is referenced to the embarking / disembarking points.

The model was formulated to indicate an optimized table time in according with a maintenance criterion of proper confort level for users, with a rational use of trains in operation, the energy expended on these movement and considering a continuous variation of passengers flow during all day in each station.

One optimization hierarchical method with parametrical decomposition was selected and implemantated, to obtain optimal trajectory.

Optimized trajectory was originated for the correspondent period of peak moviment at morning. First results demonstrated an economy and a better performance of the studied system.

Índice

I	Introdução	1
I.1	Objetivo	7
I.2	Características dos sistemas	8
I.2.1	Sistema de Pilotagem Automática	8
I.2.2	Sistema de Propulsão dos Trens	10
I.2.3	Sistema de Alimentação de Energia Elétrica	10
I.2.4	Circuito alimentador do sistema de tração	11
I.3	Sistema Tarifário de Energia	12
II	Modelo Matemático	16
II.1	Restrições do Modelo	18
II.1.1	Equação do Headway	18
II.1.2	Estabelecimento de Folgas	25
II.1.3	Equação dos Passageiros	28
II.1.4	Restrições nas variáveis \vec{X} , \vec{P} , $\vec{\Delta t}$ e $\vec{\Delta t}_p$	34
II.1.5	Equação de Energia	39
II.2	Função Objetivo	47
III	Otimização do Modelo	51
III.1	Descrição do Método	51
III.1.1	O problema de controle reduzido	51
III.1.2	O Problema Dual Relaxado	53
III.2	Resolução dos KT Problemas	54
III.3	Atualização dos Multiplicadores $\vec{\delta}$ e da variável $\vec{\lambda}$	62
IV	Implementação do Modelo, Método e Resultados	69
IV.1	Obtenção dos Pesos	69
IV.2	Obtenção dos Parâmetros $\alpha_{1_i}(k, j)$ e $\alpha_i(k)$	72
IV.3	Determinação das Referências	72
IV.4	Obtenção de $tp_i(k)$ e $tpe_i(k, nd)$	75
IV.5	Implementação do Método	76
IV.6	Resultados	79

Lista de Figuras

I.1	Configuração da rede básica do Metrô - RJ	1
I.2	Curvas de Simulação do P.A.	3
I.3	Demanda horária de passageiros	5
I.4	Sistema de P.A.	8
I.5	Sistema de Distribuição de Energia Elétrica	10
I.6	Diagrama unifilar da Alimentação de Tração	11
II.1	Grafo representativo da linha 1 do Metrô-RJ	16
II.2	Headway nos nós $K = 19$ e 20 , para $i \in I2$	23
II.3	Obtenção da Constante de Sinalização de Saens Peña	26
II.4	Evolução do valor médio $\bar{\alpha}1(k, j)$	30
II.5	Curva $\alpha1(k, j)$ x tempo	31
II.6	Número de passageiros que entram em um trem i	32
II.7	Gráfico do tempo gasto no terminal de Saens Peña	36
II.8	Ilustração do terminal de Saens Peña	37
II.9	Ilustração do terminal de Botafogo	38
II.10	Curva de Solicitação de Potência Elétrica	39
II.11	Localização das Barras de Potência na Linha	44
II.12	Acúmulo de passageiros	47
III.1	Função $L = B * X + \frac{C}{X}$	57
III.2	Função $L = B * X + \frac{C}{X}$	58
III.3	Função $L = A * X^2 + B * X + \frac{C}{X}$	58
III.4	Estrutura Multinível	67
III.5	Estrutura do Algoritmo	68
IV.1	Comparação entre $PC_i(k)$ e $P_I^R(k)$	73
IV.2	Diagrama de Estrutura Modular - DEM	76
IV.3	Gráfico do N^Q de viagens X Tempo de processamento	78
IV.4	Headway em $K = 1$	81
IV.5	Comparação entre $X0_i$ e $X_i(k)$	82
IV.6	Carregamento ao longo da Linha	83

Lista de Tabelas

II.1	Constante Característica do Terminal	27
II.2	Tabela de headway mínimo	34
II.3	distância física entre as estações da linha 1	42
II.4	Localização das Subestações Retificadoras	43
II.5	Localização das Barras de Potência	44
IV.1	Testes do Valor de $\beta * S_i^0$	71
IV.2	Testes para Determinação de $S_i(k)$	71
IV.3	Sequência de Cálculo $L(\Delta \vec{t}p, \vec{X})$	79
IV.4	Horário de Partida dos Trens - Gerado	80
IV.5	Valores de $X0_i$	81
V.1	Desempenho de Referência	88
V.2	Comparação entre Simulações	89
V.3	Horário Atual de Partida dos Trens	90
V.4	Carregamento de Referência	91
V.5	Headway Gerado	93
V.6	Folga	95
V.7	Carregamento nos Trens	96
V.8	Nível de Desempenho entre Estações	98
V.9	Tempos de Parada nos Pontos de Embarque	100

Capítulo I

Introdução

O Metrô do Rio de Janeiro foi projetado com uma rede básica de 45,6 Km, que está dividida em três linhas; linha 1 de General Osório à Tijuca com 18,5 Km e 19 estações, a linha 2 da estação Barcas à Maria da Graça com 12,5 Km e 8 estações e do Pré-Metrô, de Maria da Graça à Pavuna com 14,6 Km e 12 estações.

CONFIGURAÇÃO DA REDE - 1991

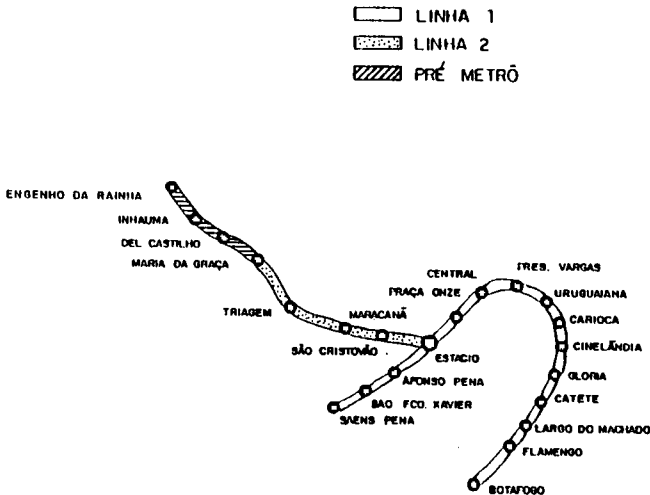


Figura I.1: Configuração da rede básica do Metrô - RJ

A linha 1 foi concebida para que os trens possam circular com intervalo mínimo de 90 segundos, em composições de 6 carros e capacidade de 70 mil passageiros por hora em cada direção e cada trem transportando confortavelmente cerca de 1726 passageiros.

A linha 2 foi planejada para no seu estágio final, quando o Pré-Metrô tiver também se transformado em Metrô, os trens possam circular com intervalos de 100 segundos, com composições de 8 carros, conduzindo 85 mil passageiros / hora em cada direção e transportando 2272 passageiros confortavelmente.

O Pré-Metrô em seu estágio final, foi concebido para que os trens possam circular com intervalo mínimo de 5 minutos, em composições de até 4 carros e capacidade para 10 mil passageiros / hora em cada direção e cada trem transportando cerca de 950 passageiros confortavelmente.

Ao longo das linhas, existem vias que podem ser utilizadas como estacionamento para trens e/ou como vias de manobra de retorno, criando-se assim, possibilidade de tráfego em anéis internos àquele formado pelas estações terminais. Hoje em dia, este tipo de operação não é utilizada.

O centro de manutenção situa-se próximo da estação Central da linha 1 e da estação São Cristovão na linha 2.

Hoje os trens que atuam nas 3 linhas do Metrô ficam estacionados no Centro de Manutenção, no terminal de Botafogo e no Pátio de Maria da Graça.

A operação na linha 1 é automatizada, sendo utilizada a operação manual controlada ou manual, nos caso de ocorrência de falha no sistema, ou no horário de vale, neste último caso com o intuito de manter os pilotos reciclados, uma vez que o sistema quando em pilotagem automática só necessita do piloto para soar o alarme sonoro de fechamento de portas e para fechar as mesmas, por questão de segurança.

No caso das demais linhas, só é utilizada a condução manual, ou seja, todas as ações para dar movimento ao trem dependem do piloto.

O controle do tráfego dos trens é realizado pelo Centro de Controle Operacional(C.C.O.), que fica localizado próximo à estação Central e do Centro de manutenção.

Através do envio das informações do campo para o Centro de Controle Operacional, é possível realizar a gestão do tráfego de trens nas linhas pelos Operadores do Centro de Controle Operacional e pelos computadores que são capazes de gerir a movimentação dos trens no caso da linha 1.

Existem 2 computadores no C.C.O. carregados com o software de controle do processo de movimentação dos trens, sendo que um 'é o reserva do outro (configuração " Hot stand-by ").

Devido à linha 1 possuir o sistema de Pilotagem Automática (P.A.) é possível controlar, através do Posto de Comando Centralizado (computadores de gestão de tráfego), os programas de velocidades existentes na via, que consideram as limitações de velocidade, as indicações dos sinais de manobra e das condições de ocupação da via adjacente, bem como o tempo de estacionamento dos trens nas plataformas.

Este controle, uma vez efetuado, é automatizado até a próxima plataforma, onde então poderá ser realizada uma nova atuação sobre estes.

São seis os níveis de desempenho, R3, R2, R1, An, A1 e A2 , correspondendo a cada um, um perfil de velocidade entre estações.

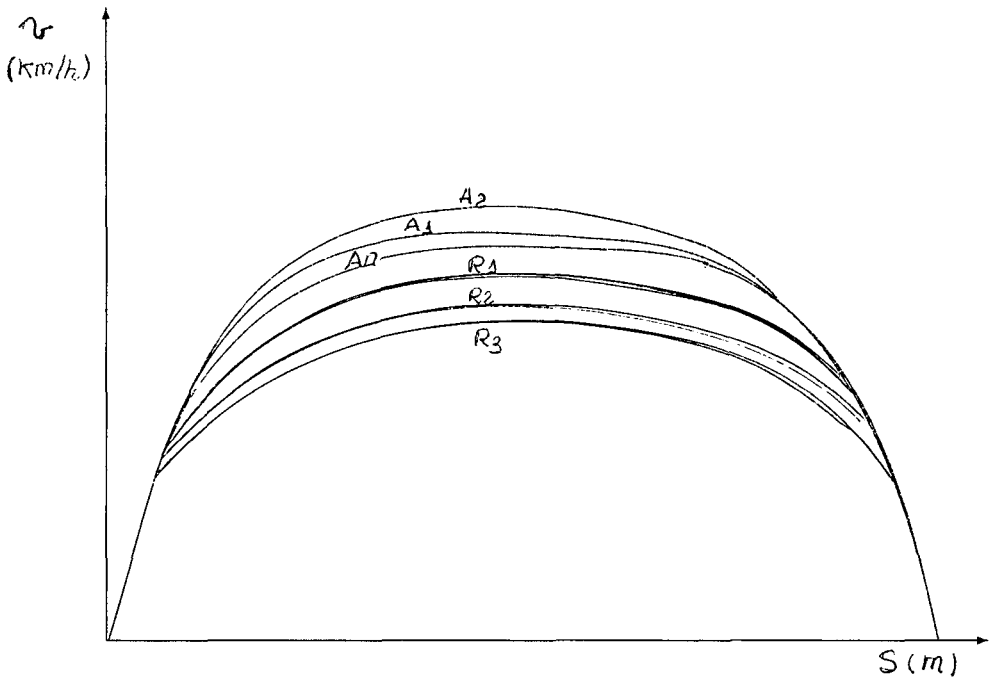


Figura I.2: Curvas de Simulação do P.A.

Considerando-se o sistema operando em 100 % de sua capacidade, os tempos de percurso decrescem com níveis de desempenho selecionado, ou seja, R3 é o maior e A2 é o menor tempo de percurso entre duas estações.

Os tempos de parada dos trens nas estações, bem como seus níveis de desempenho são no início de cada dia de operação, carregados no computador de controle, de modo que os trens sigam um referencial horário pré-estabelecido, denominado Programa Horário.

A cada trem inserido na via é relacionado um número que o identifica junto ao Programa de Gestão de tráfego, de forma que as informações, oriundas do campo, possam ser identificadas e atribuídas aos referidos trens, a todo instante ao longo da via.

O programa de gestão de tráfego é capaz de tratar as perturbações ocorridas no sistema, de forma a reduzir ou eliminar as distorções horárias geradas durante todo o processo.

O programa trata estas distorções, atuando com as seguintes estratégias corretivas :

1. Modificação do nível de desempenho programado e/ou do seu tempo de estacionamento nas plataformas a fim de corrigir seu horário de linha;
2. distribuição do atraso de um ou mais trens aos trens à frente, atrás ou em ambas as direções;
3. defasamento de todo o referencial horário para se ter um novo referencial mais adequado à posição atual dos trens.

As estações ao longo da linha possuem uma movimentação de entrada e saída de passageiros, que se altera ao longo do período operacional que é de 06:00 às 23:00 hs.

Essa variação de fluxo de passageiros nas estações pode ser prevista, considerando-se o dia do mês, estação do ano, feriados, etc...

A determinação do Programa horário deve ser feita, levando-se em conta o fluxo de passageiros nas estações, de modo a que se atenda a demanda global eficientemente, mantendo-se um nível de conforto desejado para o usuário e com o menor custo operacional possível.

Atualmente a Companhia do Metrô do R.J., utiliza como referencial horário o dia de operação normal, dividido em 3 períodos horários distintos, pico da manhã (PM), pico da tarde (PT) e horários de vale (VM e VT).

Em cada um desses períodos, mantem-se um número fixo de trens na linha gerando um " Headway " (intervalo entre trens) de 4 , 3 e 5 minutos respectivamente nos períodos considerados. Essa programação horária é feita manualmente .

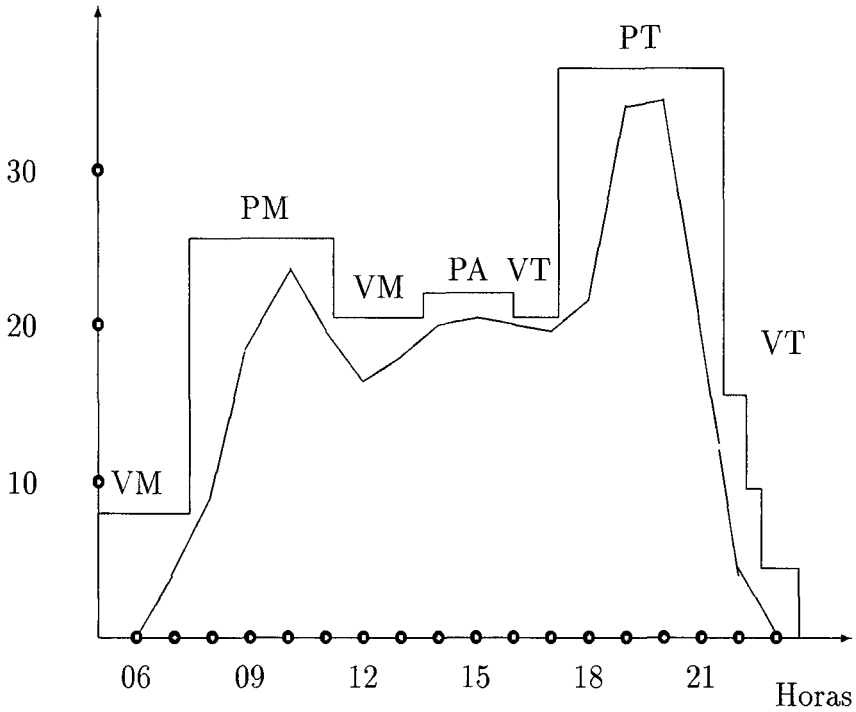


Figura I.3: Demanda horária de passageiros

A variação de fluxo de passageiros nas estações ao longo do dia dá-se de modo contínuo e portanto, a divisão do dia em três períodos, nas quais se mantêm um número fixo de trens na linha, não atende à demanda de passageiros de uma maneira uniforme em cada um desses períodos, ou seja, o nível de conforto para o usuário não é o mesmo nos períodos considerados.

Supondo que a determinação do número de trens na linha seja feita de modo a que nos pontos críticos (maior demanda global) de cada período, se consiga um nível adequado de conforto é evidente que se estará usando um número excessivo de trens em circulação, quando se considerar o período como um todo.

Sabe-se ainda que o movimento de passageiros não varia só com o tempo, mas também com as estações. Desse modo, a manutenção de um mesmo intervalo entre trens em todo o percurso, provoca variações no nível de conforto ao longo da linha.

Outro ponto importante, e que o planejamento operacional não busca uma otimização, do gasto de energia elétrica trativa.

O faturamento da demanda e do consumo de energia elétrica é feito de acordo com os critérios estabelecidos na legislação dos serviços de energia elétrica e pelas tarifas, inclusive de ultrapassagem, e/ou critério de proporcionalidade fixado periodicamente pelo D.N.A.E.E. (Departamento Nacional de Aguas e Energia Elétrica).

A estrutura tarifária Horó-sazonal, a qual é aplicada aos consumidores de energia elétrica do grupo A, atendidos em tensão igual ou superior a 69 kV, e que se inclui o Metrô, prevê a cobrança da maior demanda de energia elétrica e do consumo durante o período de faturamento, com tarifas diferenciadas de acordo com o horário do dia e do período do ano.

Hoje em dia, o gasto com a energia trativa representa cerca de 70 % do custo total gasto com energia elétrica pela empresa, o que é um fator muito significativo se considerarmos que isto representa cerca de 5% do custo total operacional ou 25% da arrecadação do Metrô-R.J..

Os trens possuem 6 fases de solicitação de potência durante a sua movimentação, bem definidas, e que estão ligadas ao tipo de movimento que o trem esteja realizando :

- (a) tração Plena;
- (b) tração mínima;
- (c) frenagem mínima;
- (d) frenagem plena;
- (e) frenagem pneumática e
- (f) parado na estação.

Podemos observar que é possível planejar uma movimentação ótima dos trens, também com vista à redução dos custos referentes ao gasto de energia elétrica já que, durante estas fases, existem graus diferentes de demanda, consumo e regeneração de energia elétrica, com custos tarifários diferenciados no decorrer do dia e da estação do ano.

I.1 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo, a geração de um programa horário otimizado, segundo um critério de manutenção do nível de conforto adequado aos usuários, com um uso racional de trens em operação, do gasto de energia na movimentação destes e levando em consideração a variação contínua do fluxo de passageiros durante o dia nas estações.

I.2 Características dos sistemas

I.2.1 Sistema de Pilotagem Automática

O sistema de piloto automático do Metrô-Rio tem por objetivo a condução automática dos trens, desde a partida de uma estação até a parada na estação seguinte, com a máxima segurança e com velocidades otimizadas de maneira a assegurar a melhor performance de circulação na linha, ao mesmo tempo em que controla uma série de funções.

Este sistema é concebido em duas partes :

1. equipamento fixo, instalado nas estações e na via corrida;
2. equipamentos embarcados, que fica instalado nos trens.

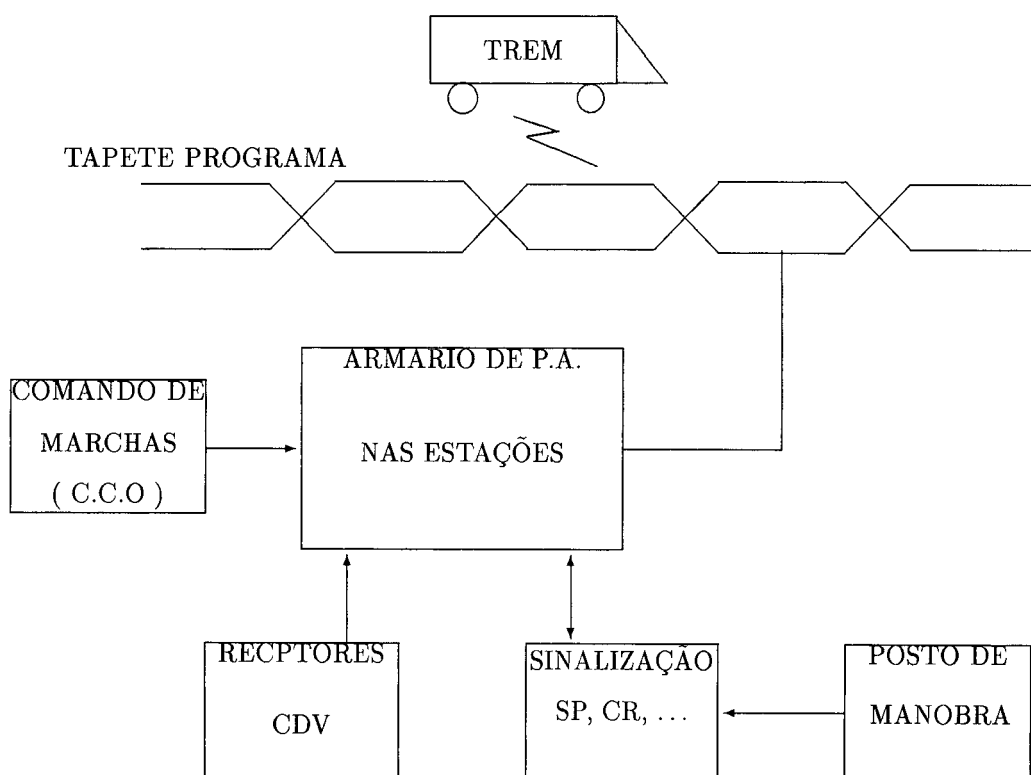


Figura I.4: Sistema de P.A.

O equipamento instalado na estação tem como objetivo alimentar uma antena emissora, situada ao longo da via, entre os trilhos.

Esta antena transmitirá ao trem em segurança o perfil de velocidade em cada ponto da linha, além de algumas informações auxiliares (abertura de

portas, autorização de marcha, etc..) necessárias para o completo automatismo da pilotagem ao longo da via..

O piloto automático embarcado interpreta os sinais de comando que recebe da via, oriundos dos armários de pilotagem automática da estação e realiza funções de comando e controle a nível do trem.

Na figura I.2, vê-se seis tipos de perfis de velocidades, cada um deles divididos em 2 tipos de programas :

- programa de passagens verde e
- programa de parada.

Estes programas não são únicos e sofrem cortes, que são devidos a juntas (JE, JS) dos circuitos de via(CDV), mudanças das baixas frequências e a pontos de perturbações.

Existem 3 modos de condução :

O modo PA, onde o piloto automático prepara todas as condições de partida da estação, comanda as velocidades mais apropriadas ao percurso, mantém uma distância calculada em segurança do trem à frente, para com precisão na plataforma e abre automaticamente as portas na chegada, sendo a única ação do condutor apertar um botão fechando as portas e autorizando a partida após ter verificado que nenhum passageiro ficou preso na porta.

O modo CMC (Condução Manual Controlada), onde o condutor comanda o trem, mas a segurança do trajeto permanece sob supervisão do piloto automático, que toma o controle do trem, caso o condutor ultrapasse os limites de velocidade e para o trem caso ultrapasse um ponto de parada ou sinal.

E por último, o modo CML (Condução Manual Livre), onde o piloto automático é inativo e somente a sinalização de cabine funciona, cabendo a responsabilidade totalmente ao condutor. Só é usado em casos excepcionais de falha de equipamento.

No Metrô, ao invés de existir sinalização na via para o sequenciamento dos trens, só existe para manobras, onde as condições da via à frente são visualizadas a bordo por meio de um dispositivo com as três lâmpadas verde, amarelo e vermelho, colocado no controle do condutor. No modo PA, a função do dispositivo é meramente indicativa, pois a lógica local cuida deste controle através da informação de ocupação dos CDV que nada mais são do que "Sinais Lógicos" existentes na via. Já nos modos CMC e CML, elas orientam as ações do piloto, informando-o sobre as condições da via a frente.

I.2.2 Sistema de Propulsão dos Trens

Os trens utilizados na linha 1, possuem 4 motores de 190 Hp por carro. A composição utilizada é de 6 carros, com uma aceleração máxima de $1.5m/seg^2$, velocidade máxima de 100 km/h e um peso médio, quando sem passageiros, de 41 ton., e lotado, de 57,8 ton..

O sistema de controle dos motores é do tipo " Chopper Control ", o qual possui 3 níveis de tração (plena, mínima e reduzida).

O sistema de frenagem é dividido em 2 fases a saber, frenagem elétrica (mínima e plena) e frenagem pneumática, que atua quando o trem está abaixo de 8 km/h.

Durante o processo de frenagem elétrica, o trem é capaz de regenerar energia elétrica desde que a linha esteja receptiva, ou seja, exista um sinal no sistema de pilotagem automática que autoriza a injeção da energia elétrica regenerada na linha.

Caso não haja autorização para a injeção desta energia na linha, ela é totalmente queimada em um banco de resistores.

I.2.3 Sistema de Alimentação de Energia Elétrica

A energia elétrica utilizada pelo Metrô é fornecida pela Light, basicamente através de três ligações de 138 kV existindo ainda três ligações de 13,8 kV em 3 (três) estações do Prê-Metrô não interligadas à rede.

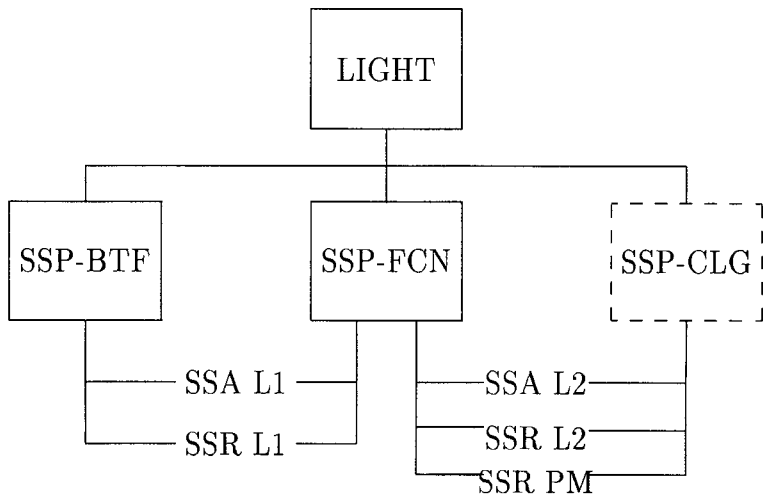


Figura I.5: Sistema de Distribuição de Energia Elétrica

Essa energia é transformada e/ou retificada em função das necessidades operacionais da rede de consumo.

A energia fornecida pela Light (138 kV) alimenta uma das três subestações primárias - SSP 138 - Frei Caneca (FCN), Botafogo (BTF) e Colégio (CLG

- a ser instalada) através de duas entradas independentes, permanentemente em carga.

As subestações principais (SSP 22) têm função de distribuir energia na tensão de 22 kV para as subestações retificadoras (SSR), que tem a função de alimentar em 750 Vcc o trilho condutor de corrente de tração - 3º trilho, e as subestações auxiliares (SSA), que alimentam as cargas das estações, e ainda para as instalações de oficinas, plataforma de ensaio e posto central.

I.2.4 Circuito alimentador do sistema de tração

O circuito de alimentação dos trens, utiliza como alimentador, um 3º trilho que é alimentado em 750 Vcc.

O 3º trilho, constitui-se basicamente de uma barra de aço especial de 79 Kg/m, de resistividade de 16 mΩ / Km, assentada sobre isoladores de fibra dispostos a cada 3 metros.

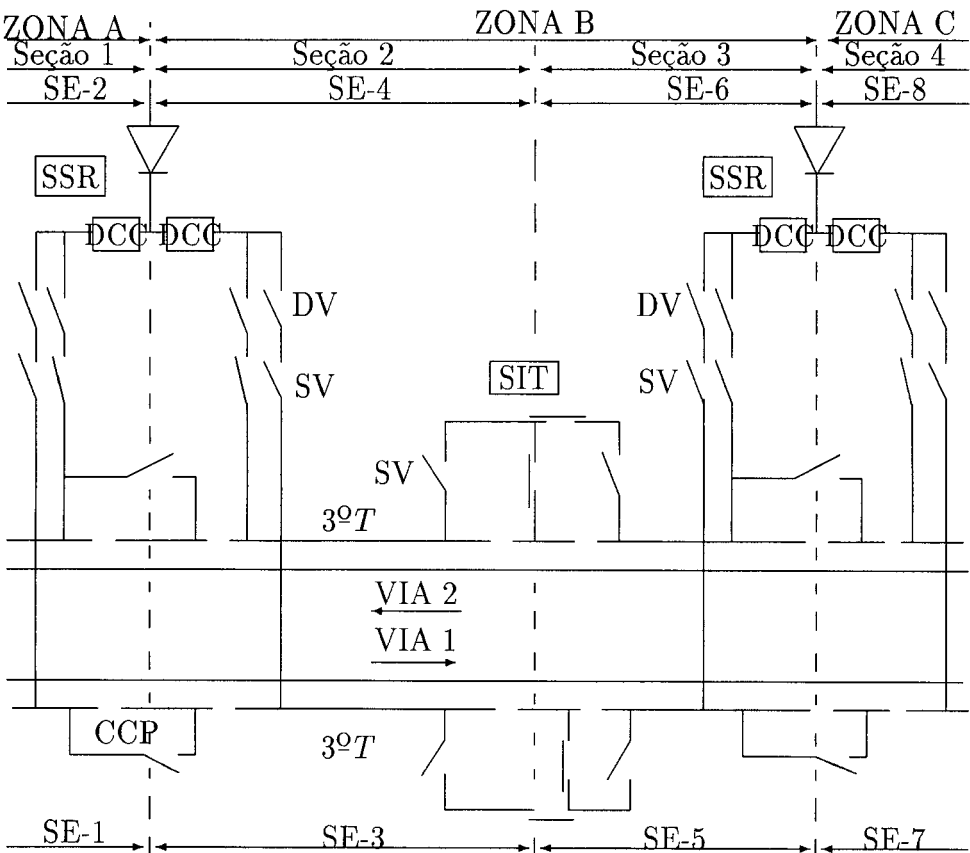


Figura I.6: Diagrama unifilar da Alimentação de Tração

O sistema de 3º trilho no Metrô-RJ, apresenta como característica principal, o fato de ser subdividido em zonas, seções e seções elementares, conforme mostra a figura abaixo.

As zonas de tração constituem-se em seccionamentos elétricos com a finalidade de facilitar a detecção de defeitos. São porções de linha delimitadas por equipamentos de manobra telecomandadas com poder de ruptura (Disjuntores de via - DV's) localizados nas Subestações (S/E) retificadoras (SSR's).

Seções são seccionamentos da linha, cuja finalidade é dar maior flexibilidade operacional ao sistema. Constituem-se em subdivisões das zonas de tração (podendo coincidir com uma zona sendo delimitadas por equipamentos telecomandados, que se localizam nas SSR's e/ou nas cabines de seccionamento.

A existência destas seções operacionais, conjugadas com aparelhos de movimentação de vias (AMV's), permite o isolamento de um trecho da linha (seção) e a continuidade da operação no restante da mesma com as estações extremas da seção isolada, tomadas como terminais provisórios.

Seções elementares são seccionamentos também de ordem operacional, que se destinam a confinar os trechos em manutenção. São subdivisões das seções operacionais, sendo delimitadas por equipamentos de manobra telecomandados ou não, com ou sem poder de ruptura.

Cupons de proteção constituem-se em pequenos trechos de 3º trilho, isolados em ambas as extremidades do restante do circuito alimentador por " Gap's ".

O dimensionamento do sistema de tração do Metrô do Rio levou, para o caso da linha 1 (SPN - BTF), à implantação de 8 S/E retificadoras de 4 MW, distânciadas aproximadamente de 1500 m uma das outras. Este sistema tem características tais que permite o tráfego de 30 trens por hora, em cada sentido, mesmo no caso da perda de 1 S/E a cada grupo de 3 S/E.

I.3 Sistema Tarifário de Energia

Os consumidores de energia elétrica do Brasil, pertencentes ao grupo A2, os quais são atendidos em tensão igual ou superior a 69 kV, na qual se inclui o Metrô conforme já foi mencionado antes, estão submetidos ao sistema de tarifação Horó-sazonal, tarifa azul, como determina a portaria nº 033, de 11 de fevereiro de 1988 e pela portaria nº 085 de 26 de março de 1992 do DNAEE .

A estrutura tarifária Horó-sazonal pretende basicamente estimular o deslocamento de parte da carga do consumidor para os horários mais convenientes ao sistema elétrico das concessionárias, bem como orientar o consumo de energia para os períodos do ano em que haja maior disponibilidade de água nos reservatórios, para a geração de energia elétrica.

Estrutura Tarifária Horo-Sazonal Tarifa azul

As tarifas horo-sazonais são caracterizadas por preços diferenciados de demanda e consumo de energia elétrica de acordo com as horas do dia (ponta e fora de ponta) e os períodos do ano (seco e úmido).

O horário de ponta é composto por 3 horas consecutivas, situadas no intervalo compreendido diariamente entre 17:00 e 22:00 hs, exceção feita aos sábados e domingos, definidos no contrato de fornecimento de energia elétrica estabelecido com a concessionária. No caso do Metrô, este horário é definido no intervalo de 17:30 as 20:30 hs.

O horário fora de ponta é o conjunto das horas complementares às 3 horas consecutivas definidas no horário de ponta.

O período úmido corresponde a 5 meses consecutivos compreendendo os fornecimentos abrangidos pelas leituras de dezembro de um ano a abril do ano seguinte.

O período seco corresponde a 7 meses consecutivos compreendendo os fornecimentos abrangidos pelas leituras de maio a novembro.

O custo referente à energia elétrica é composto de 4 (quatro) parcelas conforme já mencionado.

$$C.(p) := Cons(p) + dem(p) + M(p) + ICMS$$

onde,

$$ICMS := 0.18 * [Cons(p) + dem(p) + M(p)]$$

ICMS é o imposto cobrado pelo estado sobre circulação de mercadorias e serviço;

M(p) multa por ultrapassagem do limite mínimo do fator de potência no período do ano p;

Cons(p) custo total da parcela referente ao consumo de energia elétrica no período do ano p;

Dem(p) custo total da parcela referente a demanda do período do ano p.

$$M(p) := \sum_{h=1}^2 M1(h, p)$$

tal que,

$$M1(h, p) := \begin{cases} 0 & fp \leq 0.92 \\ (Dem(h, p) + Cons(h, p)) * \left(\frac{0.92}{Fp(h, p)} - 1\right) * TM & fp > 0.92 \end{cases}$$

M1(h,p) é a multa por ultrapassagem do limite mínimo do fator de potência do horário h, no período do ano p;

Fp(h,p) fator de potência médio da instalação, no horário h e no período do ano p;

TM tarifa de ultrapassagem do limite mínimo de fator de potência;

A legislação vigente prevê que o faturamento da demanda deve ser feito para as tarifas horo-sazonais da seguinte forma .

$$Dem(h, p) := \begin{cases} Tn(h, p) * Dc(h, p) & \text{se } Dm(h, p) \leq Dc(h, p) \\ Tn(h, p) * Dm(h, p) & \text{se } Dm(h, p) \leq 1.05 * Dc(h, p) \\ Tn(h, p) * Dc(h, p) + M2 & \text{se } Dm(h, p) > 1.05 * Dc(h, p) \end{cases}$$

tal que,

$$M2 := \begin{cases} 0 & \text{se } Dm(h, p) \leq 1.05 * Dc(h, p) \\ [Dm(h, p) - Dc(h, p)] * Tult(h, p) & \text{se } Dm(h, p) > 1.05 * Dc(h, p) \end{cases}$$

$$Dm(h, p) := \max_{y \in ID} \left\{ \frac{\int_{t=t_0+y}^{t=t_0+y+15} P(t, p) * dt}{15} \right\}$$

onde

$$ID := \{0, 15, 30, \dots, tf - 15\}$$

M2 multa por ultrapassagem da demanda contratual;

P(t,p) potência solicitada no instante t, do período do ano p tal que $t \in h$;

tf último período de 15 (quinze) minutos do mês tarifário;

t0 instante inicial do período tarifário;

Dm(h,p) maior demanda medida no horário tarifário h, do período do ano p;

Dc(h,p) demanda contratada com a concessionária para o horário tarifário h, do período do ano p;

tn(h,p) tarifa normal de demanda do horário tarifário h, do período do ano p;

Tult(h,p) tarifa de ultrapassagem de demanda do horário tarifário h, do período do ano p;

Dem(h,p) parcela do custo referente à demanda de energia elétrica do horário tarifário h, do período do ano p .

$$Dem(p) := \sum_{h=1}^2 Dem(h, p)$$

Da mesma forma, a legislação prevê que o faturamento do consumo de energia elétrica seja processado da seguinte forma

$$Cons(p) := \sum_{h=1}^2 Tcn(h, p) * Cons(h, p)$$

onde

$$Cons(h, p) := \sum_{(t_a, t_b) \in H} \int_{t_a}^{t_b} P(t, p) * dt$$

H é o conjunto de todas as horas dos dias do período tarifário pertencente ao horário h;

Tcn(h,p) tarifa de consumo do horário tarifário h, do período do ano p;

Cons(h,p) é o consumo de energia elétrica no horário tarifário h, do período do ano p.

Capítulo II

Modelo Matemático

O modelo matemático que será apresentado a seguir se apoia fundamentalmente na caracterização do problema apresentado no capítulo I. Este tipo de modelo é aplicável a linhas que possam ser representadas por um grafo unidirecional, com inserções e retiradas pelas extremidades e pelo meio do grafo. Neste trabalho, limitar-nos-emos à avaliação da linha 1 do Metrô-RJ, a qual será representada pelo grafo apresentado a seguir, onde não foi considerada a possibilidade de loops internos ao formado pelas estações extremas.

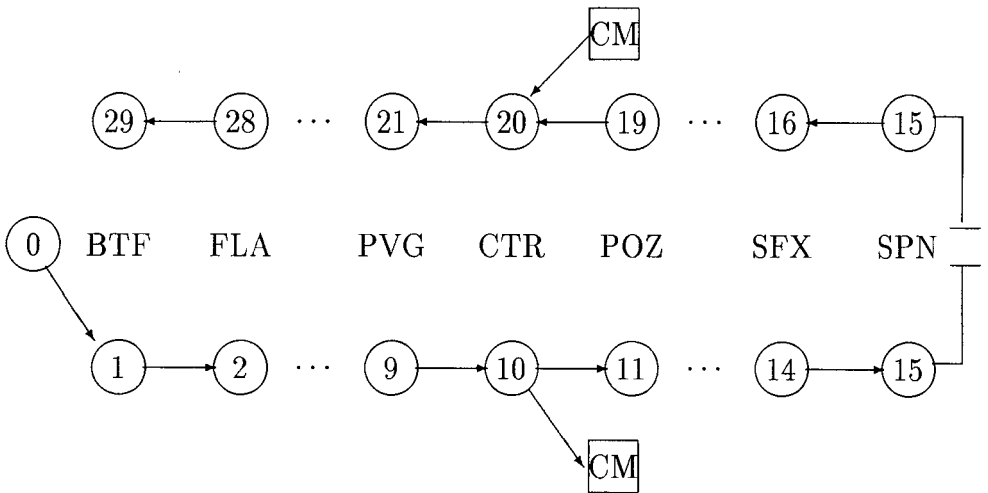


Figura II.1: Grafo representativo da linha 1 do Metrô-RJ

Existem 3 tipos de viagens que o modelo deve considerar,

1. os trens que saem da zona de manobra de Botafogo ($k = 0$), vão até Saens Penã ($k = 15$) e retornam à Botafogo, realizando serviço de passageiros;
2. os trens que são inseridos na linha pelo centro de manutenção (CM) através da estação Central ($k = 20$) e vão até Botafogo, realizando serviço de passageiros a partir da estação de Central, e
3. os trens que são retirados da zona de manobra de Botafogo ($k = 0$) para o Centro de Manutenção através da estação Central ($k = 10$), devido à falta de espaço nesta área de estacionamento. Neste trecho, estes trens não realizam serviço de passageiros;

Assim, definimos os conjuntos que representam estas viagens da seguinte forma:

$I1$ = conjunto dos trens que realizam viagens do tipo 1 ;

$I2$ = conjunto dos trens que realizam viagens do tipo 2 ;

$I3$ = conjunto dos trens que realizam viagens do tipo 3 e

$IT = I1 \cup I2 \cup I3$.

Considerações iniciais :

1. Todos os despachos serão feitos, a partir da estação de Botafogo ($k = 0$);
2. a cada estação corresponderão 2 pontos de embarque distintos, exceção feita à estação de Saens Penã, que devido a só descerem usuários em um dos pontos de embarque e no outro só subirem, será vista como tendo um único ponto de embarque ;
3. sabe-se que um determinado trem, ao chegar a Botafogo, pode ser aproveitado para um novo despacho. Para o modelo, este trem é visto como um novo trem. Assim, a cada novo despacho corresponde um novo trem;
4. serão considerados separadamente conjuntos de n despachos. Desta forma, o modelo a ser desenvolvido corresponderá ao modelo de um sub-sistema do sistema global, composto de todos os despachos do dia;
5. os trens a serem despachados serão considerados juntos na zona de manobra de Botafogo;

6. os trens que forem recolhidos em Botafogo e não puderem permanecer lá, serão recolhidos para o centro de manutenção, sendo que não farão serviço de portas entre as estações de Botafogo ($k = 0$) e Central ($k = 10$);
7. os trens que forem injetados por Central, farão serviço de portas entre Central e Botafogo, sendo que sua referência de partida será rebatida a Botafogo.
8. o último trem anterior ao conjunto de despachos deverá obrigatoriamente pertencer ao conjunto I1 ou I2, ou seja, $i \in \{I1 \cup I2\}$.

Podemos observar que o sistema metroviário aqui considerado tem plenamente conhecido seu estado, se conhecermos a distribuição física dos trens, os estágios de solicitação de potência destes trens durante o seu movimento e o carregamento de passageiros ao longo da linha.

As equações desenvolvidas a seguir caracterizam o comportamento dos sistemas e as condições estabelecidas anteriormente. O modelo matemático discreto, é referenciado nos pontos de embarque / desembarque. Seguimos, fundamentalmente o trabalho desenvolvido por Cury, J.E.R. [3], onde as diferenças serão posteriormente explicitadas.

II.1 Restrições do Modelo

II.1.1 Equação do Headway

Se observamos que a movimentação dos trens ao longo da linha pode ser descrita através dos instantes em que um trem chega a dois pontos de embarque consecutivos, teremos :

$$t_i(k + 1) := t_i(k) + tp_i(k) + tpe_i(k, nd) + f_i(k) \quad (\text{II.1})$$

onde

k : k -ésimo ponto de embarque / desembarque;

i : i -ésimo trem ou despacho do conjunto considerado;

$t_i(k)$: instante de chegada do trem " i ", no ponto " k ";

$t_i(k + 1)$: instante de chegada do trem " i ", no ponto " $k+1$ ";

$tp_i(k)$: tempo de parada do trem " i ", no ponto " k ";

$f_i(k)$: folga deixada para a compensação das perturbações ocorridas durante a operação comercial do trem i entre os pontos k e $k + 1$;

$tpe_i(k, nd)$: tempo de percurso do trem " i ", entre os pontos de embarque " k " e " $k+1$ ", de acordo com o nível de desempenho " nd ";

nd : nível de desempenho de um trem " i ", entre os pontos " k " e " $k+1$ ", tal que $nd \in \{A2, A1, An, R1, R2, R3\}$

Fazendo

$$\Delta t_i(k) := tp_i(k) + tpe_i(k, nd) \quad (\text{II.2})$$

e, substituindo II.2 em II.1, obtemos :

$$t_i(k + 1) := t_i(k) + \Delta t_i(k) + f_i(k) \quad (\text{II.3})$$

Como em sistemas metroviários é mais apropriado representarmos diretamente o espaçamento de trens consecutivos (" Headway ") ao longo da linha, em lugar dos instantes de chegada dos trens nos pontos de embarque, definimos que

$$X_i(k) := t_i(k) - t_{i-1}(k) \quad (\text{II.4})$$

onde

$X_i(k)$ é a diferença entre os instantes de chegada dos trens " i " e " $i-1$ " no ponto de embarque/desembarque " k ", ou seja, headway do trem " i " no ponto de embarque/desembarque " k ".

Considerando - se agora a equação II.3 para os trens i e $i - 1$, teremos que :

$$t_i(k + 1) = t_i(k) + \Delta t_i(k) + f_i(k) \quad (\text{II.5})$$

$$t_{i-1}(k + 1) = t_{i-1}(k) + \Delta t_{i-1}(k) + f_{i-1}(k) \quad (\text{II.6})$$

Subtraindo-se II.6 de II.5, ficaremos com a seguinte expressão

$$\begin{aligned}
t_i(k+1) - t_{i-1}(k+1) &= t_i(k) - t_{i-1}(k) + \Delta t_i(k) - \Delta t_{i-1}(k) \\
&+ f_i(k) - f_{i-1}(k)
\end{aligned} \tag{II.7}$$

Utilizando agora a definição II.4 , teremos que :

$$X_i(k+1) := X_i(k) + \Delta t_i(k) - \Delta t_{i-1}(k) + f_i(k) - f_{i-1}(k) \tag{II.8}$$

Casos particulares

A partir das premissas iniciais adotadas, as equações desenvolvidas e suas respectivas variáveis , torna-se necessário avaliarmos alguns casos particulares.

Para $k = 0$, temos pela hipótese 5 das considerações iniciais , que todos os trens são considerados estando juntos na zona de manobra de Botafogo, antes de serem despachados, mesmo aqueles que estão fisicamente no centro de manutenção. De II.4, temos que

$$X_i(0) = t_i(0) - t_{i-1}(0) = 0, \forall i. \tag{II.9}$$

Ainda, para $k = 0$, pela equação II.3 , temos que

$$t_i(1) = t_i(0) + \Delta t_i(0) + f_i(0), \forall i \tag{II.10}$$

como $f_i(0) := 0$ e $t_i(0) := 0$ para $\forall i$, conforme descrito na seção II.1.3 , isto implica que $t_i(1) = \Delta t_i(0)$ onde $\Delta t_i(0)$, indica o tempo necessário para a chegada de trens no ponto de embarque $k = 1$.

Agora, para $i = 1$, teremos por II.4, que

$$X_1(k) = t_1(k) - t_0(k) \tag{II.11}$$

onde $\{i = 0\} \notin I3$ conforme proposto na hipótese 8 das considerações iniciais. Logo, se faz necessário definir $t_0(k)$. Dois casos são considerados separadamente :

- O sub-sistema considerado corresponde aos primeiros n despachos do dia. Nesse caso, $t_0(k)$ é o instante de abertura da plataforma k .

- O sub-sistema considerado não corresponde aos primeiros n despachos. Nesse caso, considerando que os sub-sistemas serão tratados um após o outro e que o primeiro trem de um sub-sistema é o seguinte ao último do sub-sistema anterior, define-se $t_0(k)$ como o instante de chegada do último trem do conjunto anterior, na plataforma k .

Assim, podemos concluir que $t_0(k)$ é um parâmetro fixo e conhecido. Quando $i = 0$, teremos pela equação II.3 que

$$\Delta t_0(k) + f_0(k) = t_0(k+1) - t_0(k) := -C(k) \quad (\text{II.12})$$

tornando-se também necessário definirmos $f_0(k)$, onde $k \in \{1, 15\}$.

Da mesma forma, dois casos são possíveis de ocorrer.

- O subsistema considerado corresponde aos primeiros n despachos do dia. Nesse caso, $f_0(k) := 0$;
- o subsistema considerado não corresponde aos primeiros n despachos. Nesse caso, considerando que os sub-sistemas serão tratados um após o outro e que o primeiro trem de um sub-sistema é o seguinte ao último do sub-sistema anterior, define-se $f_0(k)$, como a folga atribuída ao último trem do conjunto anterior, no ponto de embarque k .

Assim, podemos observar que $C(k)$ é um parâmetro conhecido do modelo.

Desta forma, podemos então reescrever a equação II.8, utilizando a equação II.12 para $i = 1$ onde $i \in I1$, tal que

$$X_1(k+1) := X_1(k) + \Delta t_1(k) + f_1(k) + C(k) \quad (\text{II.13})$$

Definimos agora para $i \in I3$ que

$$X_i(k) := \begin{cases} t_i(k) - t_{i-1}(k) & \text{se } k \leq 10 \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

logo

$$t_i(k) = t_{i-1}(k), \text{ para } k > 10 \quad (\text{II.15})$$

Assim, pela equação II.14, podemos dizer que o trem que foi retirado em Central ($k = 10$) ocupará logicamente os mesmos pontos de embarque que seu antecessor a partir de $k = 11$.

Seja

$$\Delta tp_i(k) := \begin{cases} tp_i(k) - tp_{i-1}(k) & \text{se } i \notin \{ \{i \in I3\} \wedge \{k \geq 11\} \} \vee \\ & \{ \{i \in I2\} \wedge \{k \leq 19\} \} \} \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Veremos, na seção II.1.3, que tal atribuição se faz necessária para que possamos manter a consistência da equação de passageiros.

Definimos ainda que para $i \in I2$

$$X_i(k) := \begin{cases} 0 & \text{se } k \leq 19 \\ t_i(k) - t_{i-1}(k) & \text{outros casos} \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

A figura II.2 ilustra a movimentação dos trens nos nós $K = 19$ e 20 , onde $i \in I2$ e $i - 1 \in I1$.

Para $k = 19$ temos pela equação II.8 que

$$X_i(20) = X_i(19) + \Delta t_i(19) - \Delta t_{i-1}(19) + f_i(19) - f_{i-1}(19).$$

Como $X_i(19) = f_i(19) = \Delta tp_i(19) = 0$, para $i \in I2$, teremos que

$$X_i(20) = tpe_i(19, nd) - tpe_{i-1}(19, nd^1).$$

Na seção II.1.4, definimos que $X_i(k+1) \geq Xmin_i(20)$ onde $Xmin_i(20)$ é o menor headway admitido em $K = 20$. Logo

$$tpe_i(19, nd) \geq Xmin_i(20) + tpe_{i-1}(19, nd^1).$$

Temos pela tabela II.2 que $Xmin_i(20) = 94.7$ e que o menor valor de $tpe_{i-1}(19, nd^1) = 94.7$. Então teremos que

$$tpe_i(19, nd) \geq 189.4.$$

Porém o maior valor que $tp_i(19, nd) = 109.0$. Desta forma podemos concluir que para $i \in I2$ teremos que arbitrar um valor para $tpe_i(19, nd) \geq 189.4$, o que então corresponderá ao tempo necessário para que o trem i , que será inserido na linha a partir do centro de manutenção, chegue ao nó $K = 20$.

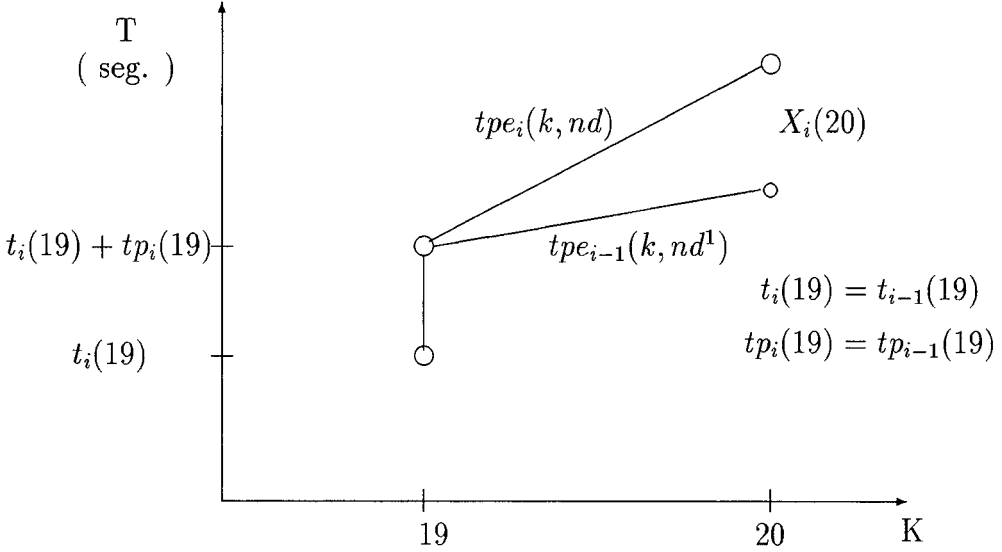


Figura II.2: Headway nos nós $K = 19$ e 20 , para $i \in I2$

Agrupando vetorialmente as equações dinâmicas do "Headway" para o conjunto de n trens, onde $i \in IT$, obtemos através de II.8 e dos casos particulares que :

$$\begin{aligned} \vec{X}(0) &:= 0 \\ \vec{X}(k+1) &:= g2(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{X}(k+1) + g(\vec{\lambda}, k) * [\vec{X}(k) + L * \vec{\Delta}t(k) \\ &\quad + L * \vec{f}(k) + \vec{C}(k)] \end{aligned}$$

onde,

$$\vec{X}(k) := [X_1(k), X_2(k), \dots, X_n(k)]^T$$

$$\vec{\Delta}t(k) := [\Delta t_1(k), \Delta t_2(k), \dots, \Delta t_n(k)]^T$$

$$\vec{C}(k) := [C(k), 0, 0, \dots, 0]^T$$

$$\vec{f}(k) := [f_1(k), f_2(k), \dots, f_n(k)]^T$$

$$g2(\vec{\lambda}, k) := \text{diag}(g2(\vec{\lambda}_1, k), \dots, g2(\vec{\lambda}_n, k))$$

$$g(\vec{\lambda}, k) := \text{diag}(g(\vec{\lambda}_1, k), \dots, g(\vec{\lambda}_n, k))$$

$$g2(\vec{\lambda}_i, k) := \begin{cases} 1 - \lambda_i^2 & k = 20 \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$

$$g(\vec{\lambda}_i, k) := \begin{cases} \lambda_i^2 & 0 \leq k \leq 10 \\ 1 - \lambda_i^1 & 11 \leq k \leq 19 \\ \lambda_i^3 & k \geq 20 \end{cases}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

λ_i^j é a variável de determinação do tipo da viagem que o trem i executará, a partir de $k = 0$, tal que $\lambda_i^j = 0$ significa que $i \in I_j$

$$\vec{\lambda}^j = \text{diag} (\lambda_1^j, \lambda_2^j, \dots, \lambda_n^j)$$

$$j \in \{1, 2, 3\}$$

$$\vec{\lambda} := (\vec{\lambda}^1, \vec{\lambda}^2, \vec{\lambda}^3)$$

$$\lambda_i^j \in \{0, 1\}$$

$$\sum_{j=1}^3 \lambda_i^j := 2, \forall i.$$

II.1.2 Estabelecimento de Folgas

Devido a perturbações que ocorrem durante a operação comercial, é necessário a adoção de uma folga nos tempos de partida dos trens nos pontos de embarque/desembarque, com intuito de criarmos alguma flexibilidade à operação da linha e assim permitirmos a absorção dos atrasos ocorridos . Assim, definimos que

$$Fmin_i(k) \leq F_i(k) \leq Fmax_i(k), \forall k,$$

onde

$$Fmax_i(k) := h(k, t), Fmin_i(k) := 15 \text{ e}$$

$h_i(k, t)$: é a função estatística que define o tempo de reação do piloto ao sinal de autorização de partida no ponto de embarque k no horário t , ou tempo máximo que não acarreta alteração na rotação dos trens, quando k for um terminal;

t horário do dia .

Neste trabalho estamos concentrando os valores das folgas, no terminal, isto é, $h_i(k, t) \neq 0$ somente para $K \in \{1, 15\}$, $i \in I1$ e para $\forall t$. Estabelecemos os limites de máximo e mínimo segundo os seguintes critérios :

- o mínimo é determinado pela Companhia do Metropolitano do Rio de Janeiro, que considera 15 segundos o menor valor aceitável;
- e o máximo é o maior valor que não acarreta nenhuma alteração na rotação dos trens. Este valor nunca deverá ser ultrapassado sob pena de termos trens parados na entrada do terminal .

Desta forma, temos que

$$Fmax_i(k) := [NP * X_i(k) - CS(k, pil_i)]^+, \text{ onde}$$

onde

NP : número máximo de trens em operação que podem parar simultaneamente ao longo das rotas que estes trens devem tomar para efetuar as manobras de mudança de via;

$CS(k, pil_i)$: constante característica da sinalização do terminal, ao qual pertence o ponto de embarque k , que considera o somatório dos tempos de abertura dos sinais que protegem as manobras no terminal e o sinal de saída em função do tipo de manobra e da existência ou não de piloto de reforço para o trem i ;

pil_i : variável de determinação da existência de piloto de reforço no terminal, para a troca de cabine no trem i , onde $pil_i = 1$ se existir piloto de reforço e 0 no caso contrário.

A obtenção das constante de sinalização é exemplificada abaixo, onde calculamos o valor desta para o terminal de Saens Peña que é ilustrado na figura II.3.

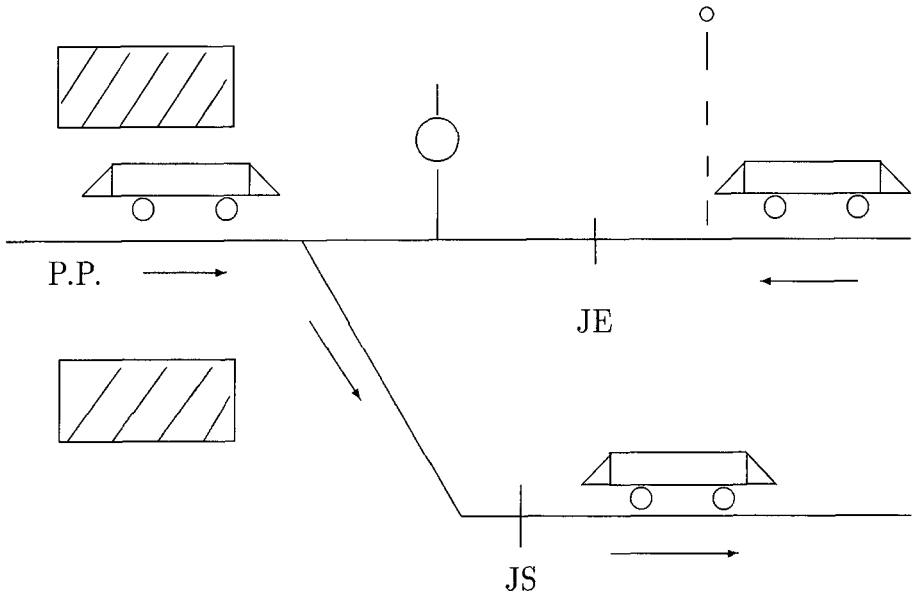


Figura II.3: Obtenção da Constante de Sinalização de Saens Peña

Seja,

$$CS(15, pil_i) = t_{JE \rightarrow PP} + TTcab(pil_i) + t_{PP \rightarrow JS}$$

onde

$TTcab(pil_i)$: tempo necessário para o piloto do trem i efetuar a troca de cabine ;

JE : junta de entrada da estação, ou seja, "Sinal Lógico" existente na via que define o início de um circuito de via;

JS : junta de saída de uma estação que é o "Sinal Lógico" existente na via que define o fim de um circuito de via;

PP : ponto de parada do trem na estação;

$t_{JE \rightarrow PP}$: tempo de percurso entre JE e PP;

$t_{PP \rightarrow JS}$: tempo de percurso entre PP e JS.

No nosso modelo não estamos considerando manobras que não sejam AVG (manobra antes da estação) para Saens Peña e ARG (manobra após a estação) para Botafogo. Desta forma temos que, para Saens Peña

$$Fmax_i(15) := [X_i(15) - CS(15, pil_i)]^+, i \in I1 \quad (II.18)$$

e para Botafogo,

$$Fmax_i(1) := [3 * X_i(1) - CS(1, pil_i)]^+, i \in I1 \quad (II.19)$$

Os valores de $CS(k, pil_i)$, são apresentados na tabela II.1.

K	pil_i			
	1		0	
	CMC	PA	CMC	PA
1	5'05"	5'05"	7'55"	7'55"
15	2'27"	2'42"	4'57"	4'57"

Tabela II.1: Constante Carcterística do Terminal

$$15 * (I - \bar{\lambda}^1) \leq \vec{f}(1) \leq (I - \bar{\lambda}^1) * [3 * \vec{X}(1) - \vec{CS}(1, pil_i)]^+ \text{ e}$$

$$15 * (I - \bar{\lambda}^1) \leq \vec{f}(15) \leq (I - \bar{\lambda}^1) * [\vec{X}(15) - \vec{CS}(15, pil_i)]^+$$

$$pil \in \{0, 1\}.$$

onde

I é a matriz identidade;

$$\vec{CS}(k, \vec{pil}) := [CS_1(k, pil_1), \dots, CS_N(k, pil_n)]^T$$

$$\vec{pil} := [pil_1, \dots, pil_n]^T$$

II.1.3 Equação dos Passageiros

Considerando agora a variável número de passageiros dentro de um trem quando este chega a um ponto de embarque, podemos expressar a movimentação de passageiros no sistema da seguinte forma :

$$P_i(k+1) := P_i(k) + Pe_i(k) - Ps_i(k) \quad (\text{II.20})$$

onde

$P_i(k+1)$: número de passageiros presentes no trem i , quando este chega ao ponto de embarque / desembarque $k+1$;

$P_i(k)$: número de passageiros presentes no trem i , quando este chega ao ponto de embarque / desembarque k ;

$Pe_i(k)$: número de passageiros que entram no trem i , no ponto k ;

$Ps_i(k)$: número de passageiros que descem do trem i , no ponto k .

As variáveis $Pe_i(k)$ e $Ps_i(k)$ podem ser escritas como funções de parâmetros conhecidos e variáveis já definidas.

Para a variável $Pe_i(k)$ o número de passageiros que entra no trem em uma estação é igual ao número de passageiros que se acumulou neste ponto de embarque , desde a passagem do último trem, já que estamos tratando de uma situação não perturbada, ou seja sem atrasos no cumprimento do programa de horários estabelecido.

Supondo uma variação temporal linear, podemos dizer que o acúmulo de passageiros no ponto de embarque é proporcional à diferença de tempos de partida mais a diferença entre os tempos de parada de 2 trens consecutivos, no ponto de embarque considerado.

$$Pe_i(k) := \alpha_i(k) * [X_i(k) + \Delta tp_i(k)] \quad (\text{II.21})$$

onde,

$\alpha_i(k)$ é o número de passageiros por segundo, que chegam ao ponto de embarque k , quando da passagem do trem i .

Para a variável $Ps_i(k)$, temos

$$Ps_i(k) := \sum_{j=1}^{k-1} Pe_i(j, k) \quad (\text{II.22})$$

$$Pe_i(j, k) := \alpha 1_i(j, k) * [X_i(j) + \Delta tp_i(j)] \quad (\text{II.23})$$

onde,

$Pe_i(j, k)$: número de passageiros que entram no trem i , no ponto de embarque j , com destino ao ponto de embarque k ;

$\alpha 1_i(j, k)$: número de passageiros por segundo que chegam ao ponto de embarque j , com destino a k , quando da passagem aí do trem i .

Portanto,

$$Ps_i(k) := \sum_{j=1}^{k-1} \alpha 1_i(j, k) * [X_i(j) + \Delta tp_i(j)] \quad (\text{II.24})$$

ou, por conveniência,

$$Ps_i(k) := \sum_{j=1}^{k-1} \alpha 1_i(k - j, k) * [X_i(k - j) + \Delta tp_i(k - j)] \quad (\text{II.25})$$

Podemos dizer ainda que $\alpha_i(k)$ está relacionado com $\alpha 1_i(k, j)$ pela seguinte expressão :

$$\alpha_i(k) := \sum_{j=k+1}^{kt} \alpha 1_i(k, j), \text{ onde } kt = 29 \quad (\text{II.26})$$

Assim, voltando a II.20, temos

$$P_i(k + 1) = P_i(k) + \alpha_i(k) * [X_i(k) + \Delta tp_i(k)] \quad (\text{II.27})$$

$$- \sum_{j=1}^{k-1} \alpha 1_i(k - j, k) * [X_i(k - j) + \Delta tp_i(k - j)] \quad (\text{II.28})$$

O parâmetro $\alpha_{1_i}(k, j)$ é determinado a partir da matriz Origem x Destino (O x D). Seus elementos correspondem ao número médio de passageiros por hora que afluem a uma determinada estação com destino a qualquer outra. Tal matriz é considerada em intervalos de uma hora ou de 10 minutos.

A parte triangular superior das matrizes O x D corresponde ao movimento de passageiros no sentido Botafogo a Saens Peña (origem : linha - destino : coluna), e a parte triangular inferior corresponde ao movimento de passageiros no sentido Saens Peña a Botafogo (origem : coluna - destino : linha).

Para ilustração, considere o elemento (i, j) da parte triangular superior de uma matriz O x D. Dividindo-se esse número por 3600, obtem-se a média de passageiros por segundo que afluem á plataforma i com destino a plataforma j , no intervalo de tempo ao qual corresponde a matriz.

A figura abaixo, representa a forma como pode evoluir essa média, de acordo com a matriz.

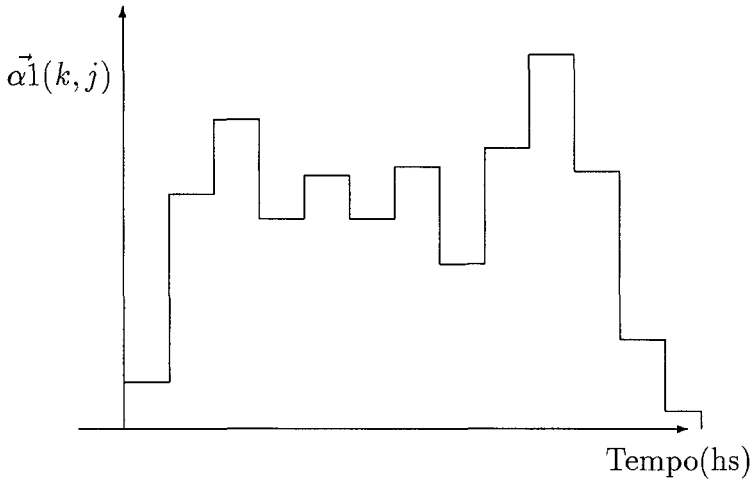


Figura II.4: Evolução do valor médio $\alpha_{1_i}(k, j)$

A partir da informação dada pela matriz $O \times D$, aproximou-se neste trabalho, $\alpha 1(k, j)$ por uma curva formada por segmentos de reta, ligando os valores médios nos pontos médios de cada intervalo de tempo correspondente a uma matriz $O \times D$, como ilustra a figura a seguir.

Observa-se portanto, uma dependência direta de $\alpha 1(k, j)$ com o tempo, justificando-se então que se considere esse parâmetro variável por trem, desde que os tempos de chegada de trens nos pontos de embarque são diferentes.

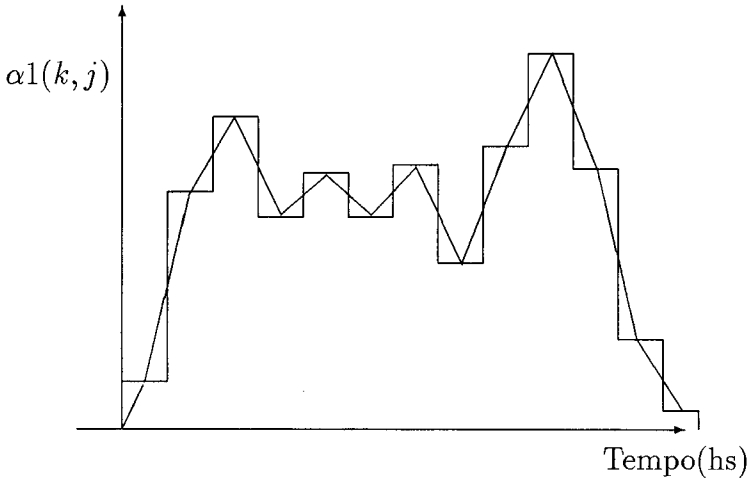


Figura II.5: Curva $\alpha 1(k, j)$ x tempo

Casos particulares :

Devemos lembrar que quando o trem chega a Botafogo (sentido : Botafogo a Saens Penã), ele se encontra vazio. Logo

$$P_i(0) = P_i(1) = 0, \forall i.$$

Para $i \in I_2$, teremos que para $k < 20$, $X_i(k) := 0$ e $\Delta tp_i(k) := 0$, implicando então por II.21 e II.24 , que $P_i(k) = 0$

Para $i \in I_3$, temos 2 casos a considerar :

- Se $k > 10$, como $X_i(k) = \Delta tp_i(k) = 0$, a equação II.28 , leva a $P_i(k) = 0$.
- Se $k \leq 10$ temos pelo item 7 das considerações iniciais, que o trem não faz serviço de portas, logo $P_i(k) = 0$.

Contudo, este fato traz implicações na equação II.28, uma vez que o intervalo entre trens que executam serviço de passageiros é maior, conforme observamos na figura II.6.

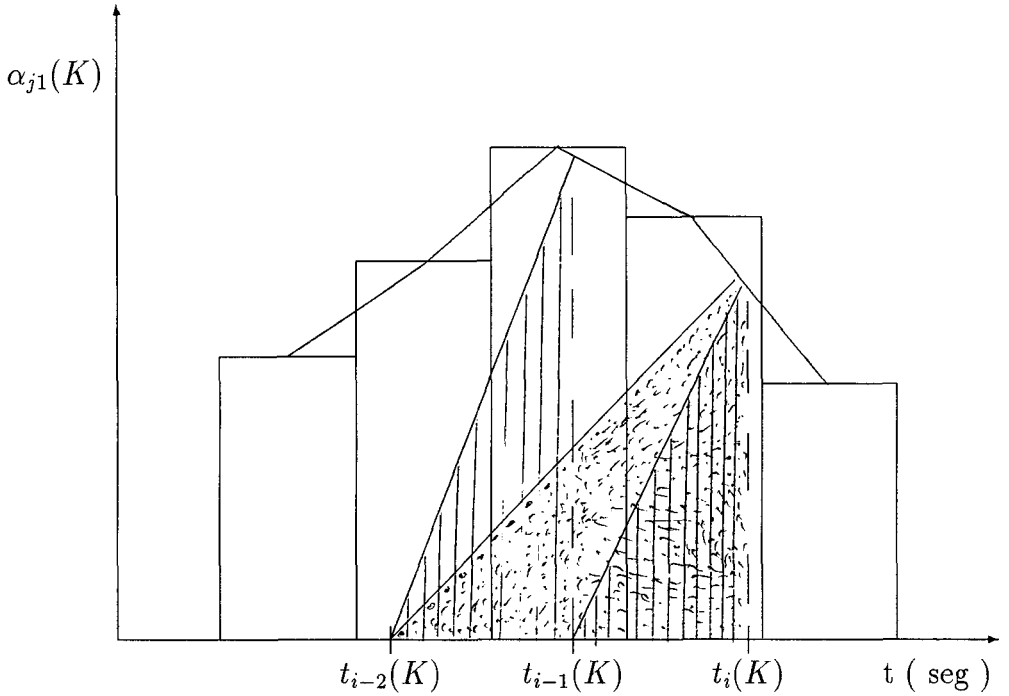


Figura II.6: Número de passageiros que entram em um trem i

Verificamos para $i-2, i-1$ e $i \in I1$, que o intervalo entre trens a executarem serviço de passageiros por ser menor, naturalmente nos acarretará valores de carregamento menores.

Quando fazemos $i-1 \in I3$ e $i-2$ e $i \in I1$, observamos que o carregamento do trem i será maior do que na situação anterior, conforme ilustrado na figura II.6.

Podemos reescrever as equações II.21 e II.25 da seguinte forma :

$$Pe_i(k) = \lambda_i^3 * \alpha_i(k) * \sum_{j^1=i^1+1}^i X_{j^1}(k) + g(\vec{\lambda}_{j^1}, k) * \Delta tp_{j^1}(k) \quad (\text{II.29})$$

e

$$Ps_i(k) = \lambda_i^3 * \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{j^1=i^1+1}^i \alpha_{1,j^1}(k-j, k) * (X_{j^1}(k-j) + g(\vec{\lambda}_{j^1}, k-j) * \Delta tp_{j^1}(k-j)) \quad (\text{II.30})$$

onde,

$$i^1 = \arg \max\{i^2 : i^2 \notin I3 \wedge i^2 \in \{i-1, i-2, \dots, 0\}\}. \quad (\text{II.31})$$

Agrupando as equações dinâmicas de passageiros, para o conjunto de n trens considerados, com $i \in IT$ as equações (II.20) implicam em :

$$\begin{aligned} \vec{P}(k+1) &:= \vec{P}(k) + \vec{\lambda}^3 * G(k) * H * [(\vec{X}(k) + g(\vec{\lambda}, k)\Delta t\vec{p}(k)) \\ &- \sum_{j=1}^{k-1} G1(k-j, k) * (\vec{X}(k-j) + g(\vec{\lambda}, k-j) * \Delta t\vec{p}(k-j))] \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

onde

$$\vec{P}(k) := [P_1(k), P_2(k), \dots, P_n(k)]^T$$

$$\vec{X}(k) := [X_1(k), X_2(k), \dots, X_n(k)]^T$$

$$G(k) = \text{diag} (\alpha_1(k), \alpha_2(k), \dots, \alpha_n(k))$$

$$G1(k, j) = \text{diag} (\alpha_{1_1}(k, j), \alpha_{1_2}(k, j), \dots, \alpha_{1_n}(k, j))$$

$$\Delta t\vec{p}(k) := [\Delta t\vec{p}_1(k), \Delta t\vec{p}_2(k), \dots, \Delta t\vec{p}_n(k)]^T$$

$$\vec{\lambda}^3 := \text{diag} (\lambda_1^3, \lambda_2^3, \dots, \lambda_n^3)$$

$$H = \begin{bmatrix} h_{(1,1)} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ h_{(2,1)} & h_{(2,2)} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ h_{(3,1)} & h_{(3,2)} & h_{(3,3)} & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ h_{(n,1)} & h_{(n,2)} & h_{(n,3)} & \dots & h_{(n,n-1)} & h_{(n,n)} \end{bmatrix}$$

$$h(i, j) := \begin{cases} 1 & \text{Se } j \in \{i, \dots, i^1 + 1\}, \text{ talque} \\ & i^1 = \arg \max \{i^2 : i^2 \notin I3 \wedge i^2 \in \{i-1, i-2, \dots, 0\}\} \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$

II.1.4 Restrições nas variáveis \vec{X} , \vec{P} , $\vec{\Delta t}$ e $\vec{\Delta tp}$

As variáveis \vec{X} , \vec{P} , $\vec{\Delta tp}$ e $\vec{\Delta t}$ que aparecem nas equações de " Headway " e de passageiros, devem todas obedecer às restrições de mínimo e de máximo que lhes são impostas pelo sistema. Assim,

$$\begin{aligned}\vec{X}_{min}(k) &\leq \vec{X}(k) \leq \vec{X}_{max}(k) \\ \vec{P}_{min}(k) &\leq \vec{P}(k) \leq \vec{P}_{max}(k) \\ \vec{\Delta t}_{min}(k) &\leq \vec{\Delta t}(k) \leq \vec{\Delta t}_{max}(k) \\ \vec{\Delta tp}_{min}(k) &\leq \vec{\Delta tp}(k) \leq \vec{\Delta tp}_{max}(k)\end{aligned}$$

Os limites de máximo e mínimo na variável $\vec{X}(k)$, são estabelecidos da seguinte forma :

- O mínimo é devido à característica de concepção do sistema de sinalização, que foi projetado para termos um " Headway " mínimo de acordo com a tabela II.2.
- o máximo é imposto pelo decreto lei 2522 de 26 de março de 1979, artigo 26, que criou a companhia do Metropolitano do Rio de Janeiro, que é de 1200 segundos. Hoje em dia o valor máximo adotado é de 600 segundos.

Devemos observar também que para $\{i \in I2\} \wedge \{k < 20\}$ e $\{i \in I3\} \wedge \{k > 10\}$, temos $X_i(k) = 0$. Logo, basta definir os valores máximos e mínimos para $X_i(k)$ nas demais situações.

$$X_{max_i}(k) := \begin{cases} 600 & \text{se } \{k \leq 10\} \wedge \{i \in I3\} \\ 600 & \text{se } \{k \geq 20\} \wedge \{i \in I2\} \\ 600 & \text{para } \{i \in I1\} \end{cases}$$

onde $k = \{1, 2, 3, \dots, kt\}$ e $kt = 29$.

K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Xmin	35.0	105.2	61.0	55.6	58.1	77.7	45.5	56.9	44.9	60.6
K	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Xmin	81.5	63.7	89.2	61.0	76.3	86.0	58.0	94.4	62.8	94.7
K	21	22	23	24	25	26	27	28	29	-
Xmin	51.1	45.7	56.9	46.2	78.7	56.8	59.3	62.7	108.6	-

Tabela II.2: Tabela de headway mínimo

As restrições na variável $\vec{P}(k)$ são impostas pela capacidade dos trens.

Assim

$$Pmin_i(k) := 0, \forall i.$$

Da mesma forma que tivemos os valores máximos de $X_i(k)$ limitados somente para alguns casos, temos, como já foi demonstrado anteriormente, que para $\{i \in I2\} \wedge \{k < 20\}$ e para $\{i \in I3\}$, $P_i(k) = 0$. Por outro lado, se tem definido :

$$Pmax_i(k) := \begin{cases} 1726 & \text{se } \{k \geq 20\} \wedge \{i \in I2\} \\ 1726 & \text{para } \{\forall k\} \wedge \{i \in I1\} \end{cases}$$

$$k = \{1, 2, 3, \dots, kt\} \text{ e } kt = 29.$$

As restrições na variável Δtp são feitas de forma que a variação do tempo de parada permaneça dentro de padrões estabelecidos.

Na realidade, é frequente que o tempo mínimo de parada de um trem, necessário para a saída e entrada de passageiros será maior que o valor padrão, podendo até ultrapassar ao valor máximo estabelecido.

Assim sendo, para estes casos, modulações foram feitas nestas restrições de forma que estes valores consideram o valor do fluxo de entrada e saída de passageiros para cada trem. Definimos

$$\Delta tpmin_i(k) := \begin{cases} tp^Rmin(k) - tp^Rmax(k) & \text{se } tpmin_i(k) \leq tp^Rmax(k) \\ tp^Rmin(k) - tpmin_i(k) & \text{se } tpmin_i(k) > tp^Rmax(k) \end{cases} \text{ e}$$

$$\Delta tpmax_i(k) := \begin{cases} tp^Rmax(k) - tp^Rmin(k) & \text{se } tpmin_i(k) \leq tp^Rmax(k) \\ tp^Rmin(k) - tpmin_i(k) & \text{se } tpmin_i(k) > tp^Rmax(k) \end{cases}$$

onde,

$$tpmin_i(k) = (Pe_i(k) + Ps_i(k)) \div KP$$

KP é a taxa de entrada e saída de passageiros nos trens, $KP = 14$ quando em operação normal, ou seja, não há saturação de passageiros nos trens ou plataformas (o valor utilizado, tem como referência o Metrô-SP, tendo em vista que o Metrô-RJ não possui este dado até o presente momento).

$tp^Rmax(k)$ é o tempo de parada máximo de referência em k , que é igual a 60 s.;

$tp^Rmin(k)$ é o tempo de parada mínimo de referência em k , que é igual a 15 s..

Por último, as restrições na variável $\vec{\Delta t}(k)$ são impostas pelos tempos máximos e mínimos de parada nas estações e de percurso entre estações :

- o tempo de parada mínimo regulamentado pelo decreto lei já citado anteriormente, determina em seu artigo 27 que o tempo deverá ser maior ou igual a 5 segundos, contudo, hoje em dia, o valor utilizado é de 15 segundos no mínimo e de 60 segundos no máximo.
- os tempos mínimos e máximos de percurso, correspondem, respectivamente, aos níveis de desempenho R3 e A2, quando em P.A. (piloto automático) e em CMC¹ (modo de condução controlada) a um valor igual a CMC.

Deste modo, os limites impostos a variável $\vec{\Delta t}(k)$ são :

$$\begin{aligned}\Delta t_{min_i}(k) &= 15 + tpe_i(k, A2) \\ \Delta t_{max_i}(k) &= 60 + tpe_i(k, R3) \\ k &= \{1, 2, 3, \dots, 13, 15, 16, \dots, kt - 1\} .\end{aligned}$$

Como a estação de Saens Peña ($k = 15$), foi considerada de modo especial no modelo, devemos então considerar os seguintes fatos que estão ilustrados na figura II.7 e são descritos logo a seguir .

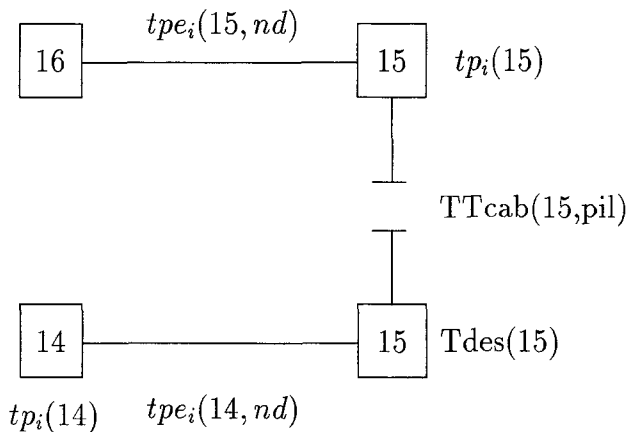


Figura II.7: Gráfico do tempo gasto no terminal de Saens Peña

¹O tempo de percurso entre cada duas estações, no horário em que se opera com C.M.C., é obtido, a partir de medições efetuadas por funcionários alocados dentro dos trens, obtendo-se assim os tempos de percurso realizados pelos pilotos nas interestações, que são tratados estatisticamente e atribuído um valor para cada interestação, que será o valor utilizado no planejamento do horário de partida dos trens durante o período considerado.

A estação de Saens Peña possui na realidade, 2 plataformas distintas para o serviço de embarque e desembarque de passageiros, apesar do modelo trata-la como se tivesse uma única plataforma, conforme é ilustrado na figura II.8.

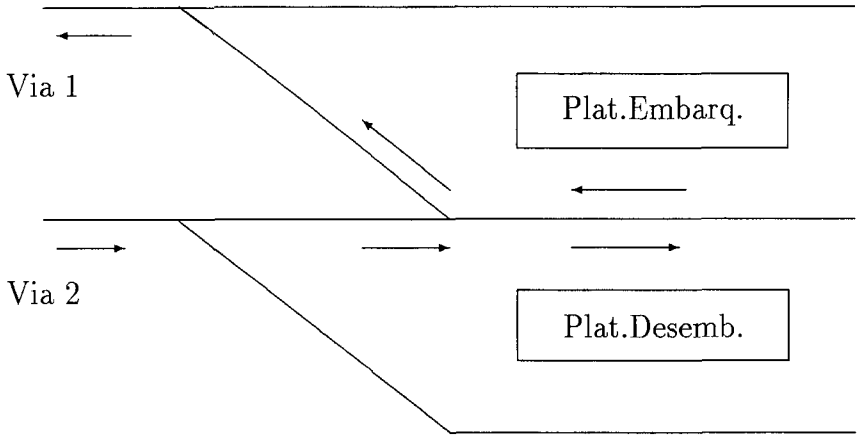


Figura II.8: Ilustração do terminal de Saens Peña

Na modelagem, incluiu-se na variável $\Delta t_i(14)$ os tempos de desembarque e o tempo para troca de cabine pelo piloto no terminal ($k = 15$).

Devemos salientar que a inclusão realizada garante que o trem sucessor não ficará parado na entrada do terminal, aguardando a liberação deste pelo trem anterior, pois o sistema de sinalização impede que ele entre na plataforma enquanto esta estiver ocupada, o que ocorre durante todo este período.

Em concordância com o exposto, definimos :

$$\Delta t_i(14) := tp_i(14) + tpe_i(14, nd) + Tdes_i(15) + TTcab(pil) \text{ onde,}$$

$Tdes_i(k)$: tempo de desembarque dos passageiros do trem i em k .

O tempo de parada em $K = 15$ ($tp_i(15)$) neste caso corresponde somente ao tempo necessário para embarque dos passageiros no trem i ($temb_i(k)$), de forma que

$$\Delta t_i(15) = temb_i(15) + tpe_i(15, nd)$$

Da mesma forma que em SPN, necessitamos definir os tempos de movimentação dos trens, denom o tro do terminal de Botafogo. A figura II.9 ilustra este terminal de forma a compreendermos sua estrutura.

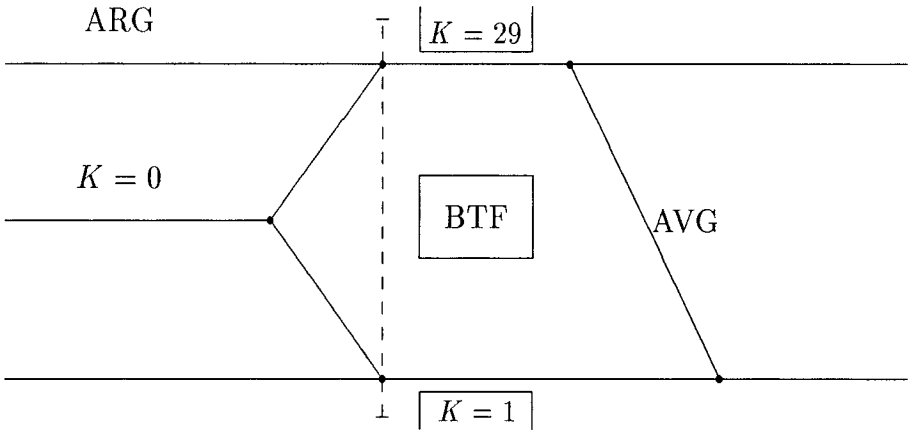


Figura II.9: Ilustração do terminal de Botafogo

Temos pela equação II.1, para $k = 0$, que

$$t_i(1) := t_i(0) + tp_i(0) + tpe_i(0, nd) + f_i(0)$$

onde se faz necessário definir $tp_i(0)$ e $tpe_i(0, nd)$.

Como existe um tempo para a troca de cabine do piloto, quando o trem chega ao terminal, então

$$tp_i(0) := TTcab(pil_i).$$

Para $tpe_i(0, nd)$, devemos salientar que não existe hoje em dia tapete de pilotagem automática neste trecho, logo

$$tpe_i(0, nd) := \varepsilon_1, \forall nd, \text{ e para } i \in I1, I3.$$

onde ε_1 é obtido, através de medições realizadas por funcionários do Metrô e tratados estatisticamente.

II.1.5 Equação de Energia

Conforme descrito no capítulo I, podemos observar que a energia solicitada ou regenerada por um trem para ir do ponto de embarque k a $k+1$, pode ser expressa pelo tempo em que cada trem se encontra em uma certa fase de solicitação ou regeneração de potência, que por sua vez é função do nível de desempenho adotado para este trem. A figura II.10, ilustra estas fases mencionadas :

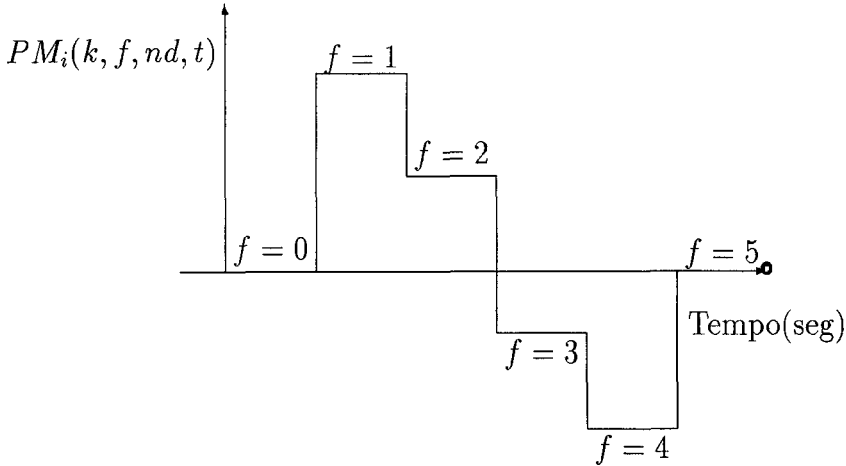


Figura II.10: Curva de Solicitação de Potência Elétrica

Assim, podemos expressar a solitação de potência para um trem em um dado instante t da seguinte forma :

$$PM_i(k, f, nd, t) := \begin{cases} PM(k, f, nd) & \text{se } \{f \in \{1, 2, 3, 4, 5\}\} \wedge \{\{i \in I1, \forall k\} \cup \\ & \{i \in I2, k \geq 20\}\} \cup \{i \in I3, k \leq 10\}\} \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

onde,

$$f := \begin{cases} 0 & \text{se } t_i(k) \leq t < t_{1,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \\ 1 & \text{se } t_{1,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \leq t < t_{2,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \\ 2 & \text{se } t_{2,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \leq t < t_{3,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \\ 3 & \text{se } t_{3,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \leq t < t_{4,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \\ 4 & \text{se } t_{4,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \leq t < t_{5,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \\ 5 & \text{se } t_{5,i}(k, nd) + f_i(k) + t_i(k) \leq t < t_i(k+1) \end{cases}$$

onde

$$t_{f,i}(k, nd) := \Phi(f, nd, k) * \Delta t_i(k)$$

$PM(f, nd, k)$: potência média solicitada ou regenerada por um trem qualquer, que se encontra na fase f com o nível de desempenho nd , entre os pontos de embarque k e $k+1$;

$PM_i(k, f, nd, t)$: potência média que o trem i , que se encontra na fase f , nível de desempenho nd entre k e $k+1$, esta solicitando ou regenerando no instante t .

f é a fase de solicitação / regeneração de potência em que um trem se encontra :

$f = 0$ parado na estação;

$f = 1$ tração plena;

$f = 2$ tração mínima;

$f = 3$ frenagem mínima;

$f = 4$ frenagem plena;

$f = 5$ frenagem pneumática;

t : é o instante de tempo considerado, tal que $t_1(0) \leq t \leq t_n(29)$ e $t := t+l$, onde l é o passo de integração;

$\Phi(f, nd, k)$: proporção do tempo em que um trem começa a fase f , com nível de desempenho nd entre os pontos de embarque k e $k+1$, em relação a soma do tempo de percurso deste trem entre k e $k+1$ com o nível de desempenho nd e o tempo de parada deste em k .

Observando a equação de definição do headway II.4, podemos deduzir que

$$t_i(k) := t_0(k) + \sum_{v=1}^i X_v(k), \forall k \quad (\text{II.34})$$

Observamos que a energia regenerada ($f = 3$ ou 4) por um trem , só será aproveitada por outros que estejam dentro de uma determinada distância daquele.

A partir das premissas abaixo, faremos um cálculo aproximado desta distância, a fim de determinarmos a área de interação.

1. a tensão máxima(V_{max}) que a linha pode atingir é de 900 V e a mínima é de 600 V;
2. consideraremos as duas vias como uma barra única de alimentação, ou seja, os trens que estiverem em uma dada região da linha serão possíveis candidatos a receber uma certa parcela desta energia regenerada;
3. esta representação tenta de uma forma simplificada, limitar o nível de tensão da linha ;
4. a tensão nominal(V_n) do motor é igual a 750 Vcc;
5. a potência nominal do motor da composição é igual a 3432 kW;
6. a potência regenerada(P_{reg}) é aproximadamente 66 % da potência da máquina (P_{Motor}), quando esta estiver em estado motor.

Encontraremos a distância entre trens da seguinte forma. Calculamos inicialmente a corrente possível de ser regenerada por um trem , ou seja :

$$I_{reg} \cong \frac{P_{reg}}{V_{max}} \cong \frac{0.66 * n^{\circ}motores * P.motor}{V_{max}}$$

$$I_{reg} \cong \frac{0.66 * 3432 \times 10^3}{900} = 2.5168 kA$$

onde

I_{reg} é aproximadamente a corrente máxima que pode ser regenerada por um trem.

Por outro lado a resistência linear equivalente(R_{Leq}) da linha de alimentação dos trens é aproximadamente 16 m Ω /km, logo

$$V_{max} - V_n = R_{Leq} * l_c * I_{reg}$$

onde

l_c é a distância que a energia regenerada alcança, antes de ser dissipada em $R_{Leq} * l_c$.

Portanto,

$$l_c \cong \frac{900 - 750}{16 \times 10^{-3} * 2.5168 \times 10^3} = 3,725 \text{ km}$$

Faz-se necessário agora introduzirmos um outro conceito que será utilizado mais adiante, que é o de Barras de Potência : Dividimos a linha do Metrô em barra fictícias que concentrarão o fluxo de potência, de tal forma que a distância entre elas esteja em torno dos 3,725 km já definidos.

Necessitamos inicialmente das distâncias entre sucessivas estações :

Interestação	distância (m)
Z.MAN - BTF	250
BTF - FLA	1622
FLA - LMC	681
LMC - CTT	621
CTT - GLR	654
GLR - CNL	1055
CNL - CRC	455
CRC - URG	660
URG - PVG	437
PVG - CTR	550
CTR - POZ	1151
POZ - ESA	776
ESA - AFP	1265
AFP - SFX	705
SFX - SPN	998

Tabela II.3: distância física entre as estações da linha 1

onde

Z.MAN. zona de manobra de Botafogo, $K = 0$;

BTF estação de Botafogo, $K = 1$ e 29;

FLA estação de Flamengo, $K = 2$ e 28

LMC estação de Largo do Machado, $K = 3$ e 27;

CTT estação de Catete, $K = 4$ e 26;

GLR estação de Gloria, $K = 5$ e 25;

CNL estação de Cinelândia, $K = 6$ e 24;

- CRC** estação de Carioca, $K = 7$ e 23 ;
- URG** estação de Uruguaiana, $K = 8$ e 22 ;
- PVG** estação de Presidente Vargas, $K = 9$ e 21 ;
- CTR** estação de Central, $K = 10$ e 20 ;
- POZ** estação de Praça Onze, $K = 11$ e 19 ;
- ESA** estação de Estácio, $K = 12$ e 18 ;
- AFP** estação de Afonso Peña, $K = 13$ e 17 ;
- SFX** estação de São Francisco Xavier, $K = 14$ e 16 ;
- SPN** estação de Saens Peña, $K = 15$.

Outro fator importante para podermos posicionar as barras de potência é a localização das SSR's que existem na linha, pois nestes pontos os níveis de tensão são praticamente o nominal utilizado para o cálculo de lc .

SSR's	Posição
Botafogo	1,29
Flamengo	2,28
Catete	4,26
Carioca	7,23
Central	10,20
Estácio	12,18
São Franc. Xavier	14,16
Saens Penã	15

Tabela II.4: Localização das Subestações Retificadoras

A posição das SSR's na via constantes na tabela II.4 é dada pelos pontos de embarque / desembarque das estações onde estão alocadas fisicamente as SSR's.

Desta forma consideramos que a barra B^0 esteja localizada na zona de manobra de Botafogo ($K = 0$), que coincide praticamente com a localização da SSR BTF.

Obteremos através da premissa básica que a distância entre duas barras não deve ultrapassar a 3.725 Km, que a primeira SSR dentro deste intervalo é a SSR CTT que está a aproximadamente 3.174 Km (vide tab II.3 e II.4) de B^0 .

Logo, consideramos B^1 como estando localizada na estação de Catete ($K = 4$ e 26). As demais barras foram obtidas de forma sucessiva a partir de B^1 , e são apresentadas na tabela II.5.

Barra (B)	interestações (K)
0	0
1	4,26
2	7,23
3	12,18
4	15

Tabela II.5: Localização das Barras de Potência

talque,

$$B := \{B^0, B^1, B^2, B^3, B^4\}$$

onde

B é o conjunto das barras de potência fictícias, que ficam localizadas nas estações, definidas na tabela II.5 e que são representados na figura II.11 .

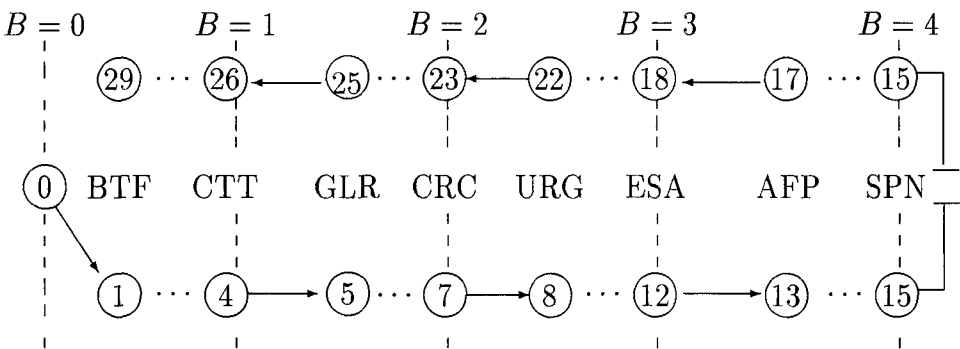


Figura II.11: Localização das Barras de Potência na Linha

Uma vez definida a posição destas barras que concentrarão o fluxo de potência despendido pelos trens durante sua movimentação ao longo da linha, conforme representado na figura II.11, é necessário localizarmos em que ponto da via este trem encontra-se em um dado instante t .

A partir desta localização, nos será possível através da equação II.33 quantificarmos a potência que está sendo consumida regenerada e quanto

desta potência será atribuída as barras a montantes e a jusantes a posição do trem i no instante t .

Podemos observar que a potência que for atribuída a uma determinada barra em um dado instante será oriunda dos trens que estiverem em torno desta. Por exemplo, a potência atribuída à barra B^2 será proporcional à potência solicitada/regenerada pelos trens que estejam entre $4 \leq K \leq 12$ e $18 \leq K \leq 26$ no instante t .

$$IB := \{(0, 4), (26, 29), (0, 7), (23, 29), (4, 12), (18, 26), (7, 15), (15, 23), (12, 15), (15, 18)\}$$

IB^Y é o intervalo dos pontos de embarque / desembarque K que compõem a área de influência de uma certa barra B^r , onde $IB^Y = [a, b]$, $Y \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $a, b \in \{0, 1, \dots, 29\}$ e a é o limite inferior do intervalo IB^Y e b o limite superior.

Assim podemos dizer que $i \in \{IB^Y\}$ no instante t se $\{t_i(a) \leq t \leq t_i(b)\}$ onde $IB^Y = [a, b]$.

Definimos então que

$$\begin{aligned} i \in B^0, & \text{ se } \{ i \in \{IB^Y\} \text{ no instante } t, \text{ tal que } Y \in \{1, 2\}\} \\ i \in B^1, & \text{ se } \{ i \in \{IB^Y\} \text{ no instante } t, \text{ tal que } Y \in \{3, 4\}\} \\ i \in B^2, & \text{ se } \{ i \in \{IB^Y\} \text{ no instante } t, \text{ tal que } Y \in \{5, 6\}\} \\ i \in B^3, & \text{ se } \{ i \in \{IB^Y\} \text{ no instante } t, \text{ tal que } Y \in \{7, 8\}\} \\ i \in B^4, & \text{ se } \{ i \in \{IB^Y\} \text{ no instante } t, \text{ tal que } Y \in \{9, 10\}\} \end{aligned}$$

onde $i \in \{IB^Y\}$ no instante t , se $\{ t_i(a) \leq t \leq t_i(b) \}$ tal que $IB^Y = [a, b]$.

Podemos observar que um mesmo trem será considerado em duas barras distintas. Desta forma, fazemos uma ponderação da potência solicitada / regenerada por estes trens em função da distância deles em relação a barra a jusante e a montante a posição deste, ou seja,

$$\frac{D_{i,B^{r1}}}{D_{B^{r1},B^{r2}}} \cong \frac{|t - t_i(a^r)|}{t_i(b^r) - t_i(a^r)}$$

onde

$D_{i,B^{r1}}$ é a distância do trem i à barra a montante B^{r1} a no sentido de movimento do trem i , no instante t ;

$D_{B^{r1},B^{r2}}$ é a distância entre as barras adjacentes B^{r1} e B^{r2} no trem i , no instante t ;

a^r é o ponto do início do intervalo IB^Y , que define a posição de B^{r1} , na qual o trem i está contido, no instante t ;

b^r é o ponto do fim do intervalo IB^Y , que define a posição de B^{r2} , na qual o trem i está contido, no instante t e

$r1 \neq r2$.

Assim, teremos que cada trem terá uma parcela de sua potência, influindo de forma proporcional nas barras que estejam a jusante e a montante a este trem.

II.2 Função Objetivo

A função de custo global do problema deve atender aos objetivos traçados no capítulo I, seção II.1. Esta função é composta de 6 (seis) parcelas, cada uma representando um custo a ser minimizado.

O primeiro termo corresponde ao tempo de espera de passageiros na plataforma. Se considerarmos o tempo entre 2 (dois) trens consecutivos em um ponto k da linha tal que $i \in I1$ e $i - 1 \in I1$, tomemos durante o período de $t1 := t_{i-1}(k) + tp_{i-1}(k)$ à $t2 := t_i(k) + tp_i(k)$, o acúmulo dos passageiros que chegaram neste ponto, conforme é ilustrado na figura II.12.

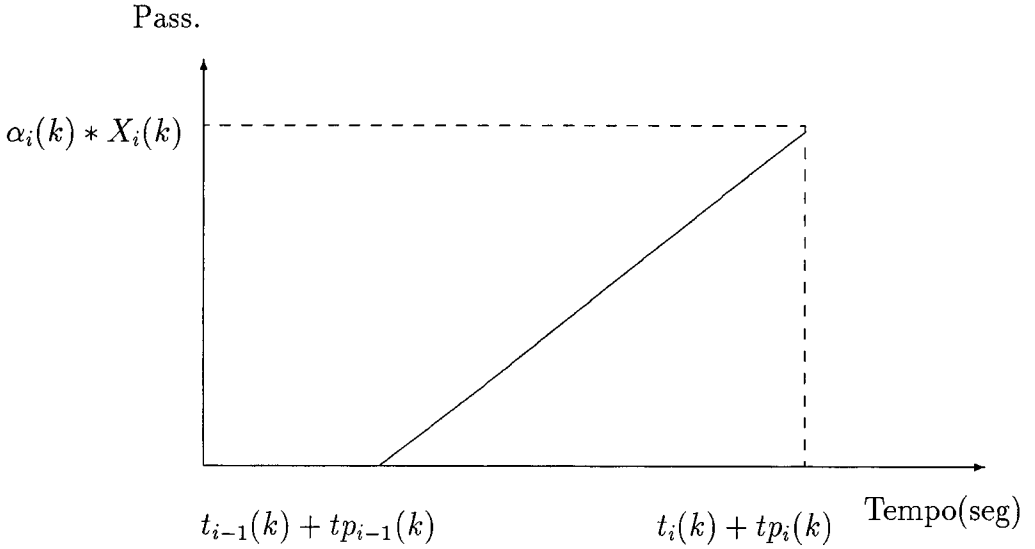


Figura II.12: Acúmulo de passageiros

Desta forma, o número total de passageiros acumulados no citado intervalo é :

$$PE := \int_{t=t_{i-1}(k)+tp_{i-1}(k)}^{t_i(k)+tp_i(k)} [t_i(k) + tp_i(k) - t] * \alpha_i(k) * dt$$

ou seja,

$$PE := \alpha_i(k)/2 * [t_i(k) + tp_i(k) - t_{i-1}(k) - tp_{i-1}(k)]^2$$

Utilizando a definição das equações II.4 e II.16, reescreveremos PE como

$$PE := \alpha_i(k)/2 * [X_i(k) + \Delta tp_i(k)]^2 \quad (\text{II.35})$$

Para i qualquer,

$$PE := \lambda_i^3 * \alpha_i(k)/2 * \left[\sum_{j^1=i^1+1}^i X_{j^1}(k) + g(\vec{\lambda}_{j^1}, k) * \Delta tp_{j^1}(k) \right]^2 \quad (\text{II.36})$$

onde,

$$i^1 = \arg \max\{i^2 : i^2 \notin I3 \wedge i^2 \in \{i-1, i-2, \dots, 0\}\}. \quad (\text{II.37})$$

Considerando esse termo para os n trens, podemos escrever a expressão II.36 da seguinte forma

$$T1(k) := \sum_{i=1}^n 1/2 * R_i(k) * \lambda_i^3 * \alpha_i(k) * \left[\sum_{j^1=i^1+1}^i X_{j^1}(k) + g(\vec{\lambda}_{j^1}, k) * \Delta t p_{j^1}(k) \right]^2 \quad (\text{II.38})$$

onde $R_i(k)$ é um parâmetro que pondera esse termo de custo.

O segundo termo corresponde ao custo de manutenção de trens na linha. Ela é definida por

$$T2(k) := \sum_{i=1}^n (V_i(k) * g(\vec{\lambda}_i, k+1)) / X_i(k) \quad (\text{II.39})$$

onde $V_i(k)$ é o parâmetro de ponderação. Pode-se observar que, à diminuição deste termo corresponde a um aumento nos Headways e portanto, a diminuição do número de trens na linha.

O terceiro termo corresponde ao afastamento entre o carregamento real e o desejado de passageiros nos trens. Assim, podemos dizer que

$$T3(k) := 1/2 * [\vec{P}(k) - \vec{P}^R(k)]^2 * \tilde{P}(k) \quad (\text{II.40})$$

onde,

$\vec{P}^R(k)$ é o carregamento de passageiros desejado no ponto k da linha;

$\tilde{P}(k)$ é o termo de ponderação do custo.

O quarto termo se refere a variável de folga, a qual deve ser a maior possível, de forma a flexibilizarmos ao máximo o controle de tempo real do sistema:

$$T4(k) := \sum_{i=1}^n \frac{S_i(k) * (1 - \lambda_i^1)}{f_i(k)} \quad (\text{II.41})$$

onde,

$S_i(k)$ é o termo de ponderação do custo.

O penúltimo termo, corresponde ao afastamento entre o controle real (tempo de parada + tempo de percurso) é o de referência. Devemos observar a importância deste termo, pois nós é permitido utilizar todos os níveis

de desempenho e ao mesmo tempo restringir a utilização deste a favor da flexibilização do controle de tempo real. Assim definimos que

$$T5(k) := 1/2 * [\Delta t_i(k) - \Delta t_i^R(k)]^2 * B(k) \quad (\text{II.42})$$

onde,

$\Delta t_i^R(k)$ controle de referência;

$B(k)$ termo de ponderação do custo.

E por último, o termo referente ao custo de energia elétrica. Conforme definimos no capítulo I, seção I.3, o custo de energia elétrica está dividido em 2 parcelas : demanda e consumo. Podemos representar de forma simplificada estas parcelas, da seguinte forma :

$$\begin{aligned} Cons(h, p) := & \sum_{t=t_1(0)}^{t_n(29)} Tcn(h, p) * \sum_{r=0}^4 [\sum_{i \in B^r} PM_i(k, f, nd, t) * l \\ & * [1 - \frac{\|t - t_i(a)\|}{t_i(b) - t_i(a)}]]^+ \end{aligned}$$

para, $t \in h$.

A outra parcela, corresponde à demanda solicitada do sistema, onde

$$\begin{aligned} dem(h, p) := & Tn(h, p) * \max_{j \in ID} \left(\sum_{t=t_1(0)+j}^{t_1(0)+j+15} \sum_{r=0}^4 [\sum_{i \in B^r} PM_i(k, f, nd, t) \right. \\ & \left. * l * [1 - \frac{\|t - t_i(a)\|}{t_i(b) - t_i(a)}]]^+ \right) \div 15 \end{aligned}$$

para, $t \in h$.

$$ID := \{0, 15, 30, \dots, \text{int}\{(t_n(29) - t_1(0)) \div 900\} - 15\}$$

$$h := \begin{cases} 0 & \text{se } 17:30 \leq t \leq 20:30 \\ 1 & \text{outros casos} \end{cases}$$

Desta forma, teremos

$$T6 := \sum_{i=1}^n g(\vec{\lambda}_i, k) * Y * \left(\sum_{h=0}^1 (cons(h, p) + Dem(h, p)) \right) \quad (\text{II.43})$$

onde

\mathbf{Y} é o termo de ponderação do custo.

A função de custo global, pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \tilde{J}(\vec{X}, \vec{P}, \vec{\Delta}t, \vec{\Delta}t_p, \vec{F}, \vec{PM}) &:= T6 + \sum_{k=0}^{kt-1} [T1(k+1) + T2(k+1) + T3(k+1) \\ &+ T4(k+1) + T5(k)] \end{aligned}$$

Capítulo III

Otimização do Modelo

Optamos pela Relaxação Lagrangeana, que cria sub-problemas de resolução relativamente simples, onde são separadas as variáveis pelos pontos de embarque / desembarque.

III.1 Descrição do Método

O método se baseia essencialmente na relaxação das equações de Headway e de passageiros, a partir do que se define o problema dual.

III.1.1 O problema de controle reduzido

Neste trabalho, limitamo-nos a uma formulação simplificada do modelo, onde não consideramos as equações de energia e tornamos constante a variável p_{il_i} , sendo

$$Z(\vec{X}, \vec{P}, \vec{\Delta}t, \vec{F}, \vec{\Delta}tp, \vec{\lambda}) = \sum_{k=\{0,14\}} \sum_{i=1}^n \frac{S_i(k+1) * (1 - \lambda_i^1)}{f_i(k+1)} + \sum_{k=0}^{kt-1} J(.) \quad (\text{III.1})$$

$$\begin{aligned} J(.) &= \sum_{i=1}^n \{1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 * [\sum_{j^1=i^1+1}^i (X_{j^1}(k+1) \\ &+ \Delta tp_{j^1}(k+1) * g(\vec{\lambda}_{j^1}, k+1))]^2 + g(\vec{\lambda}_i, k+1) * \frac{V_i(k+1)}{X_i(k+1)} \\ &+ 1/2 * \| \vec{P}(k+1) - \vec{P}^R(k+1) \|^2 * \tilde{P}(k+1) + 1/2 \\ &* \| \vec{\Delta}t(k) - \vec{\Delta}t^R \|^2 * B(k) \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

Definimos :

$$\min Z(\vec{X}, \vec{P}, \vec{\Delta}t, \vec{F}, \vec{\Delta}tp, \vec{\lambda})$$

S.A.

$$\vec{X}(0) = \vec{P}(0) = 0 \quad (\text{III.3})$$

$$\begin{aligned} \vec{X}(k+1) &= g2(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{X}(k+1) + g(\vec{\lambda}, k) * [\vec{X}(k) + L * \vec{\Delta t}(K) \\ &+ L * \vec{F}(K) + \vec{C}(k)] \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

$$\begin{aligned} \vec{P}(k+1) &= \vec{P}(k) + \vec{\lambda}^3 * [G(k) * H * (\vec{X}(k) + g(\vec{\lambda}, k) * \vec{\Delta t}p(k)) \\ &- \sum_{j=1}^{k-1} G1(k-j, k) * H * (\vec{X}(k-j) + g(\vec{\lambda}, k-j) * \vec{\Delta t}p(k-j))] \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

$$\vec{\Delta t}p(0) = 0 \quad (\text{III.6})$$

$$\sum_{j=1}^3 \lambda_i^j = 2, \forall i \quad (\text{III.7})$$

$$\begin{aligned} (I - \vec{\lambda}^1) * Fmin(k+1) \leq \vec{F}(k+1) \leq (I - \vec{\lambda}^1) * [NP(k+1) \\ * \vec{X}(k+1) - CS(k+1, pil_i)]^+, \quad k \in \{0, 14\} \text{ e pil é } C^{te}, \forall i \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

$$\begin{aligned} g(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{\Delta t}pmin(k+1) \leq g(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{\Delta t}p(k+1) \leq \vec{\Delta t}pmax(k+1) \\ g(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{X}min(k+1) \leq g(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{X}(k+1) \leq \vec{X}max(k+1) \\ \vec{\lambda}^3 * g(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{P}min(k+1) \leq g(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{P}(k+1) \leq \vec{P}max(k+1) \\ \vec{\Delta t}min(k) \leq \vec{\Delta t}(k) \leq \vec{\Delta t}max(k) \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

$$k = \{0, 1, 2, \dots, KT - 1\}$$

$$g2(\vec{\lambda}_i, k) = \begin{cases} 1 - \lambda_i^2 & , k = 20 \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$

$$g(\vec{\lambda}_i, k) = \begin{cases} \lambda_i^2 & , 0 \leq k \leq 10 \\ 1 - \lambda_i^1 & , 11 \leq k \leq 19 \\ \lambda_i^3 & , k \leq 20 \end{cases}$$

$$\vec{\lambda} = (\vec{\lambda}^1, \vec{\lambda}^2, \vec{\lambda}^3), \lambda_i^j \in \{0, 1\} \text{ e } j \in \{1, 2, 3\}$$

$$h_{i,j^1} = \begin{cases} 1 & \text{Se } j^1 \in \{i, \dots, i^1 + 1\}, \text{ talque} \\ & i^1 = \arg \max\{i^2 : i^2 \notin I3 \wedge i_2 \in \{i-1, i-2, \dots, 0\}\} \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$

$$H = \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ h_{2,1} & h_{2,2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ h_{n,1} & h_{n,2} & \cdot & \dots & \cdot & h_{n,n} \end{bmatrix}$$

Logo, o problema de controle é o de achar a sequência de $(\vec{\Delta t}(0), \vec{\Delta t}p(0), \vec{\lambda})$; $(\vec{\Delta t}(1), \vec{\Delta t}p(1), \vec{\lambda})$; \dots , que minimiza a função objetivo (III.1).

III.1.2 O Problema Dual Relaxado

Definimos a lagrangeana através das equações III.3 a III.5 :

$$\begin{aligned}
 L(.) = & \sum_{k=\{0,14\}} \sum_{i=1}^n \frac{S_i(k+1) * (1 - \lambda_i^1)}{f_i(k+1)} + \sum_{k=0}^{kt-1} \{J(.) - \vec{\delta}_1^T(k) * [\vec{X}(k+1) \\
 & - g2(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{X}(k+1) - g(\vec{\lambda}, k) * (\vec{X}(k) + L * \vec{\Delta}t(K) + L * \vec{F}(K) \\
 & + \vec{C}(k))] - \vec{\delta}_2^T(k) * [\vec{P}(k+1) - \vec{P}(k) - \vec{\lambda}^3 * [G(k) * H * (\vec{X}(k) \\
 & + g(\vec{\lambda}, k) * \vec{\Delta}tp(k)) - \sum_{j=1}^{k-1} G1(k-j, k) * H * (\vec{X}(k-j) \\
 & + g(\vec{\lambda}, k-j) * \vec{\Delta}tp(k-j))]\} \quad (III.10)
 \end{aligned}$$

onde, $\vec{\delta}_1$ e $\vec{\delta}_2$ são os respectivos multiplicadores de Lagrange.

A função dual $\Theta(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2)$ é

$$\Theta(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) = \begin{cases} \min L(\vec{X}, \vec{P}, \vec{\Delta}t, \vec{F}, \vec{\Delta}tp, \vec{\lambda}, \vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) \\ \text{S.A.} \\ (III.6) \text{ a } (III.9) \end{cases} \quad (III.11)$$

O problema dual se escreve então :

$$\max_{\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2} \Theta(\vec{\delta}_1(0), \vec{\delta}_1(1), \dots, \vec{\delta}_1(KT-1); \vec{\delta}_2(0), \vec{\delta}_2(1), \dots, \vec{\delta}_2(KT-1)) \quad (III.12)$$

Algumas propriedades da função dual :

São clássicos os seguintes resultados :

Θ é concava;

Teorema da dualidade : Se $\vec{\delta}^0$ e \vec{V}^0 são soluções ótimas respectivamente dos problemas dual e primal, então para toda solução viável \vec{V} e todo $\vec{\delta}$ se tem

$$\Phi(\vec{\delta}) \leq \Phi(\vec{\delta}^0) \leq f(\vec{V}^0) \leq f(\vec{X})$$

Reescrevemos a função lagrangeana, de modo que cada variável seja expressa em k ou $k+1$;

$$\begin{aligned}
L(.) &= \sum_{k \in \{0,14\}} \sum_{i=1}^n \frac{S_i(k+1) * (1 - \lambda_i^1)}{f_i(k+1)} + \sum_{k=0}^{kt-1} \{J(.) - \vec{\delta}_1^T(k) * \vec{X}(k+1) \\
&+ \vec{\delta}_1^T(k) * g_2(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{X}(k+1) + \vec{\delta}_1^T(k+1) * g(\vec{\lambda}, k+1) \\
&* [\vec{X}(k+1) + L * \vec{F}(K+1)] + \vec{\delta}_1^T(k) * g(\vec{\lambda}, k) * [L * \vec{\Delta}t(K) \\
&+ \vec{C}(k)] - \vec{\delta}_2^T(k) * \vec{P}(k+1) + \vec{\delta}_2^T(k+1) * \vec{P}(k+1) + \vec{\delta}_2^T(k+1) \\
&* \vec{\lambda}^3 * [G(k+1) * H * (\vec{X}(k+1) + g(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{\Delta}t p(k+1)) \\
&- \sum_{j=k-2}^{kt-1} \vec{\delta}_2^T(j) * \vec{\lambda}^3 * G_1(k+1, j) * H * (\vec{X}(k+1) + g(\vec{\lambda}, k+1) \\
&* \vec{\Delta}t p(k+1))] \} \tag{III.13}
\end{aligned}$$

onde, $\vec{\delta}_1(k) = \vec{\delta}_2(k) = 0$, $k \geq KT$

Temos agora

$$\begin{aligned}
\Theta(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) &= \min L(\vec{X}, \vec{P}, \vec{\Delta}t, \vec{F}, \vec{\Delta}t p, \vec{\lambda}, \vec{\delta}_1^*, \vec{\delta}_2^*) \tag{III.14} \\
&\text{S.A.} \\
&(\text{eq.})(III.6) \text{ a } (III.9)
\end{aligned}$$

Dada a condição de separabilidade aditiva da função lagrangeano obtida, podemos decompor o problema (III.14) em KT pequenos problemas de minimização, para valores fixados de $\vec{\delta}_1^*$, $\vec{\delta}_2^*$ e $\vec{\lambda}^*$.

III.2 Resolução dos KT Problemas

Variáveis $\vec{\Delta}t$ e \vec{P}

Analisando as condições de primeira ordem para as variáveis $\vec{\Delta}t$ e \vec{P} que compõem os KT problemas de minimização e considerando que \vec{P} e B são matrizes diagonais e definidas positivas teremos para $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, que $\frac{d(L(.))}{d(\vec{P}_i(k+1))} = 0$ implica em :

$$\vec{P}_{i,i}(k+1) * [P_i^+(k+1) - P_i^R(k+1)] - \delta_{2,i}(k) + \delta_{2,i}(k+1) = 0$$

ou

$$P_i^+(k+1) = P_i^R(k+1) + \vec{P}_{i,i}^{-1}(k+1) * [\delta_{2,i}(k) - \delta_{2,i}(k+1)]$$

Para um conjunto de n viagens, teremos que

$$\vec{P}^+(k+1) = \vec{P}^R(k+1) + \vec{P}^{-1}(k+1) * [\vec{\delta}_2(k) - \vec{\delta}_2(k+1)] .$$

Agora, $\frac{d(L(\cdot))}{d(\Delta t_i(k))} = 0$ leva a

$$B_{i,i}(k) * [\Delta t_i^+(k) - \Delta t_i^R(k)] + \delta_{1,i}(k) * g(\vec{\lambda}_i, k) - \delta_{1,i+1}(k) * g(\vec{\lambda}_{i+1}, k) = 0$$

ou

$$\Delta t_i^+(k) = \Delta t_i^R(k) - B_{i,i}^{-1}(k) * [\delta_{1,i+1}(k) * g(\vec{\lambda}_{i+1}, k) - \delta_{1,i}(k) * g(\vec{\lambda}_i, k)].$$

Agrupando as n soluções , ficaremos com

$$\vec{\Delta t}^+(k) = \vec{\Delta t}^R(k) - B^{-1}(k) * L^T * g(\vec{\lambda}, k) * \vec{\delta}_1(k)$$

A obtenção das variáveis \vec{X} , $\vec{\Delta t}p$ e \vec{F} , foi feita apartir da análise das parcelas da função lagrangeana, compostas por estas variáveis.

Análise da Função L(.) em relação ao Headway (\vec{X})

A parcela da função lagrangeana dependente de \vec{X} é :

$$\begin{aligned} L(\vec{X}) &= \sum_{k=0}^{kt-1} \left\{ \sum_{i=1}^n \left\{ 1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 * \left[\sum_{j^1=i^1+1}^i (X_{j^1}(k+1) \right. \right. \right. \\ &+ \left. \left. \Delta t p_{j^1}(k+1) * g(\vec{\lambda}_{j^1}, k+1) \right]^2 + g(\vec{\lambda}_i, k+1) * \frac{V_i(k+1)}{X_i(k+1)} \right\} \right. \\ &- \left. \vec{\delta}_1^T(k) * \vec{X}(k+1) + \vec{\delta}_1^T(k) * g2(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{X}(k+1) \right. \\ &+ \left. \vec{\delta}_1^T(k+1) * g(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{X}(k+1) + \vec{\delta}_2^T(k+1) * \vec{\lambda}^3 \right. \\ &* \left. G(k+1) * H * \vec{X}(k+1) - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \vec{\delta}_2^T(j) * \vec{\lambda}^3 * G1(k+1, j) \right. \\ &*\left. H * \vec{X}(k+1) \right\} \end{aligned} \quad (III.15)$$

Para cada par $(i, k+1)$, temos ainda :

$$\begin{aligned} L(X_i(k+1)) &= 1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 * \left(\sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \right)^2 * [X_i^2(k+1) \\ &+ 2 * \Delta t p_i(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) * X_i(k+1)] + g(\vec{\lambda}_i, k+1) \\ &* \frac{V_i(k+1)}{X_i(k+1)} - \delta_{1,i}(k) * X_i(k+1) + \delta_{1,i}(k) * g2(\vec{\lambda}_i, k+1) \\ &* X_i(k+1) + \delta_{1,i}(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) * X_i(k+1) + \delta_{2,i}(k+1) \\ &* \lambda_i^3 * \alpha_i(k+1) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} * X_i(k+1) - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_{2,i}(j) * \lambda_i^3 \\ &* \alpha_{1,i}(k+1, j) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} * X_i(k+1) \end{aligned} \quad (III.16)$$

onde

$$i^1 = \arg \max\{i^2 : i^2 \notin I3 \wedge i_2 \in \{i-1, i-2, \dots, 0\}\}$$

Esta expressão pode ser reagrupada através de

$$L(X_i(k+1)) = A * X_i^2(k+1) + B * X_i(k+1) + \frac{C}{X_i(k+1)} \quad (\text{III.17})$$

onde,

$$\begin{aligned} A &= 1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 * \left(\sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \right)^2 \\ B &= R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 * \left(\sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \right)^2 * \Delta t p_i(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) \\ &\quad - \delta_{1,i}(k) * g2(\vec{\lambda}_i, k+1) + \delta_{1,i}(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) + \delta_{2,i}(k+1) * \lambda_i^3 \\ &\quad * \alpha_i(k+1) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_{2,i}(j) * \lambda_i^3 * \alpha_{1i}(k+1, j) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \\ C &= g(\vec{\lambda}_i, k+1) * V_i(k+1) \end{aligned}$$

Podemos observar que $A \geq 0$ e $C \geq 0$. Analizando (III.17) em função dos valores de A, B e C teremos os seguintes casos a considerar :

1. CASO : $A = B = C = 0$

Definimos que $X_i^*(k+1) := X0_i$

2. CASO : $A > 0$ e $C = 0$

A expressão (III.17) ficará reduzida a uma função do 2^o grau, ou seja

$$L(X_i(k+1)) = A * X_i^2(k+1) + B * X_i(k+1),$$

cujo ponto de mínimo é

$$X_i(k+1) = -\frac{B}{A}.$$

Como $X_i(k+1) > 0$, temos :

$$X_i^*(k+1) = Proj\left(-\frac{B}{2A}, [X_{min_i}(k+1), X_{max_i}(k+1)]\right).$$

3. - CASO : $B = 0$, $C > 0$ e $A > 0$

A função $L(X_i(k+1))$, se transformará em

$$L_{X_i(k+1)} = A * X_i^2(k+1) + \frac{C}{X_i(k+1)}$$

sendo seu ponto de mínimo dado por :

$$X_i(k+1) = \pm \sqrt[3]{\frac{C}{2 * A}}$$

Assim,

$$X_i^*(k+1) = Proj(\sqrt[3]{\frac{C}{2A}}, [X_{min_i}(k+1), X_{max_i}(k+1)])$$

4. CASO : $A = 0$

A expressão (III.17) será igual a

$$L(X_i(k+1)) = B * X_i(k+1) + \frac{C}{X_i(k+1)}$$

cujos pontos extremais são :

$$X_i(k+1) = \pm \sqrt{\frac{C}{B}}$$

(a) $B > 0$ e $C \geq 0$.

Como $X_i(k+1) > 0$, a solução de mínimo será igual a

$$X_i^*(k+1) = Proj(\sqrt{\frac{C}{B}}, [X_{min_i}(k+1), X_{max_i}(k+1)])$$

conforme, ilustrado na figura (III.1) .

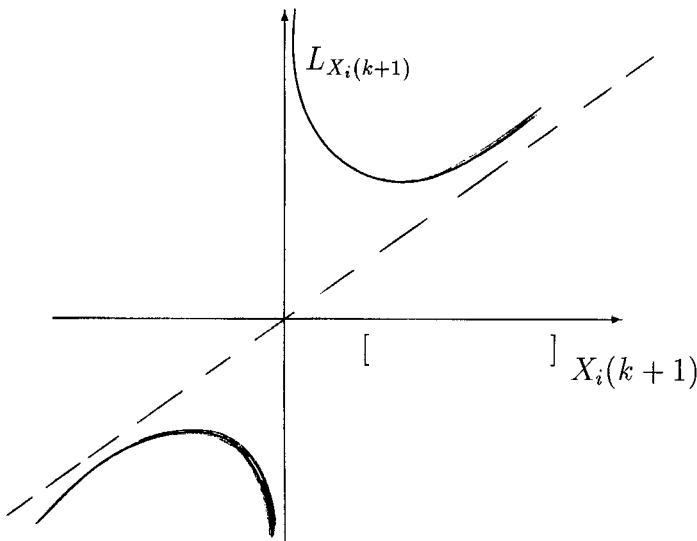


Figura III.1: Função $L = B * X + \frac{C}{X}$

(b) $B \leq 0$ e $C > 0$, verificamos da figura (III.2) que o mínimo da função é atingido em

$$X_i^*(k+1) = X_{max_i}(k+1)$$

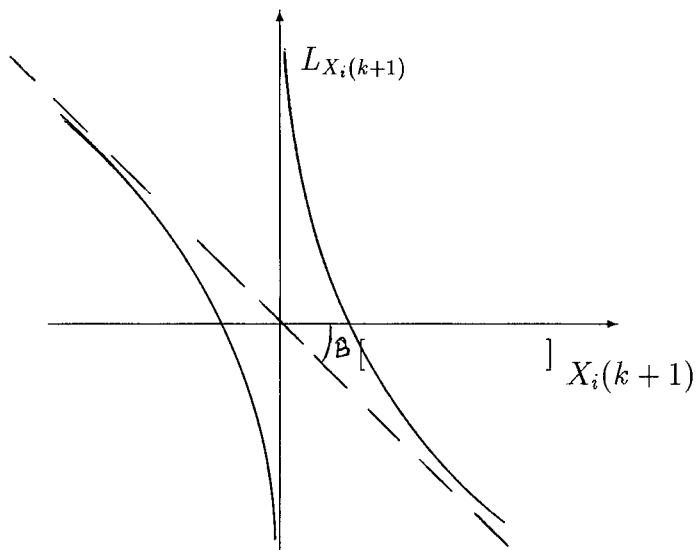


Figura III.2: Função $L = B * X + \frac{C}{X}$

5. - CASO : Por último A, B e $C > 0$. Neste caso a nossa função poderá ter 3 raízes reais (III.3 - A) ou 1 raiz real e duas complexas (III.3 - B).

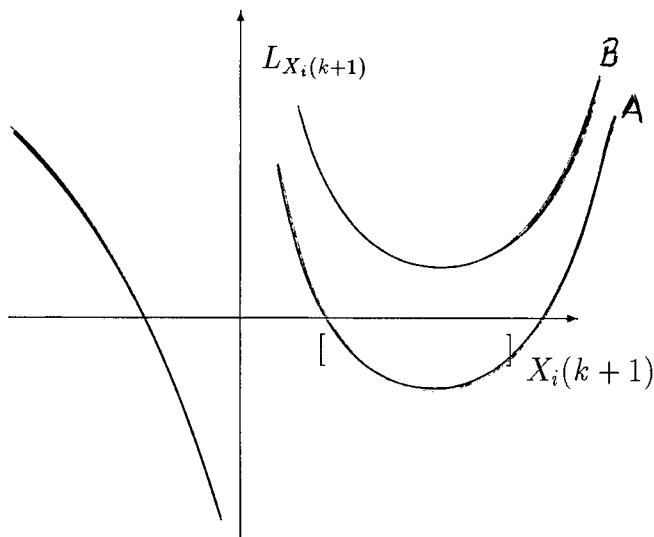


Figura III.3: Função $L = A * X^2 + B * X + \frac{C}{X}$

Como só estamos interessados nos $X_i(k+1) \geq 0$, três hipóteses devem ser consideradas :

(a) SE ($L'_{X_i(k+1)} < 0$ até $X_i(k+1) = Xmax_i(k+1)$) ENTÃO

$$X_i^*(k+1) = Xmax_i(k+1)$$

(b) SE ($L'_{X_i(k+1)} > 0$ para $X_i(k+1) = Xmin_i(k+1)$) ENTÃO

$$X_i^*(k+1) = Xmin_i(k+1)$$

(c) Nos demais casos. Aplicar o método de NEWTON.

Aplicação do Método de NEWTON ao problema

$$\min L(X_i(k+1)) = A * X_i^2(k+1) + B * X_i(k+1) + \frac{C}{X_i(k+1)}$$

logo, a obtenção do ponto de mínimo será feita da seguinte forma :

ALGORITMO

1. Seja $X_i(k+1)$, o último valor assumido pela variável.

2. ENQUANTO $X_i(k+1)$ não for ponto de mínimo FAÇA

$$X_i^N(k+1) = \frac{3 * C * X_i(k+1) - X_i^3(k+1)}{2 * A * X_i^3(k+1) + 2 * C}$$

$$X_i(k+1) = X_i^N(k+1)$$

FIM DO ENQUANTO.

3. FAÇA $X_i^*(k+1) = Proj(X_i^N(k+1)) [Xmin_i(k+1), Xmax_i(k+1)]$

4. FIM.

Análise da Função L(.) em relação a Folga (\vec{f})

Tem-se a parcela de interesse em L(.) dada por :

$$\begin{aligned} L(\vec{F}(k+1)) &= \sum_{k=\{0,14\}} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{S_i(k+1) * (1 - \lambda_i^1)}{f_i(k+1)} + \delta_1^T(k+1) * g(\vec{\lambda}, k+1) \right. \\ &\quad \left. * L * \vec{F}(K+1) \right\} \end{aligned} \quad (III.18)$$

Em $(i, k+1)$ a expressão (III.18) é

$$\begin{aligned} L(F_i(k+1)) &= \frac{S_i(k+1) * (1 - \lambda_i^1)}{f_i(k+1)} + f_i(k+1) * [\delta_{1,i}^T(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) \\ &\quad - \delta_{1,i+1}^T(k+1) * g(\vec{\lambda}_{i+1}, k+1)] \end{aligned} \quad (III.19)$$

que pode ser reescrita como

$$L(F_i(k+1)) = \frac{A1}{f_i(k+1)} + B1 * f_i(k+1) \quad (\text{III.20})$$

onde

$$\begin{aligned} A1 &= S_i(k+1) * (1 - \lambda_i^1) \\ B1 &= \delta_{1,i}^T(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) - \delta_{1,i+1}^T(k+1) * g(\vec{\lambda}_{i+1}, k+1) \end{aligned}$$

Assim, como $A1 \geq 0$, teremos 3 casos a analisar ;

1 - CASO : $B1 > 0$ e $A1 > 0$

Os pontos extremais da função são

$$F_i(k+1) = \pm \sqrt{\frac{A1}{B1}}$$

Tem-se portanto :

$$F_i^*(k+1) = Proj(\sqrt{\frac{A1}{B1}}, [Fmin_i(k+1), Fmax_i(k+1)])$$

2 - CASO : $B1 \leq 0$ e $A1 \geq 0$

É fácil ver que

$$F_i^*(k+1) = Fmax_i(k+1).$$

3 - CASO : $A1 = 0$ e $B1 > 0$

É imediato que :

$$F_i^*(k+1) = Fmin_i(k+1)$$

Análise da Função $L(\cdot)$ em relação a Variação do tempo de parada ($\Delta \vec{t}p$)

$$\begin{aligned} L(\Delta \vec{t}p(k+1)) &= \sum_{k=0}^{kt-1} \left\{ \sum_{i=1}^n \{1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 * [\sum_{j^1=i^1+1}^i (X_{j^1}(k+1) \right. \\ &+ \Delta tp_{j^1}(k+1) * g(\vec{\lambda}_{j^1}, k+1)]^2 \} + \delta_2^T(k+1) * \vec{\lambda}_3 * G(k+1) \\ &* H * g(\vec{\lambda}, k+1) * \Delta \vec{t}p(k+1)) - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_2^T(j) * \vec{\lambda}_3 * G1(k+1, j) \\ &* H * g(\vec{\lambda}_j, k+1) * \Delta \vec{t}p(k+1)) \} \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

Considerando (III.21) para um certo $\Delta tp_i(k+1)$ teremos que

$$\begin{aligned}
L(\Delta tp_i(k+1)) &= 1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 * \left(\sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \right)^2 * (\Delta tp_i^2(k+1)) \\
&* g^2(\vec{\lambda}_i, k+1) + 2 * X_i(k+1) * \Delta tp_i(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) \\
&+ \delta_{2,i}(k+1) * \lambda_i^3 * \alpha_i(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \\
&* \Delta tp_i(k+1) - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_{2,i}(j) * \lambda_i^3 * \alpha_{1,i}(k+1, j) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \\
&* g(\vec{\lambda}_i, k+1) * \Delta tp_i(k+1) \} \tag{III.22}
\end{aligned}$$

onde,

$$i^1 = \arg \max \{ i^2 : i^2 \notin I3 \wedge i_2 \in \{i-1, i-2, \dots, 0\} \}$$

Podemos expressar a equação (III.22) da seguinte forma :

$$L(\Delta tp_i(k+1)) = A2 * \Delta tp_i^2(k+1) + B2 * \Delta tp_i(k+1)$$

onde,

$$\begin{aligned}
A2 &= 1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 * \left(\sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \right)^2 * g(\vec{\lambda}_i, k+1) \\
B2 &= \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 * [R_i(k+1) * \left(\sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \right)^2 * X_i(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) \\
&+ \delta_{2,i}(k+1) * g(\vec{\lambda}_i, k+1) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i}] - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_{2,i}(j) * \lambda_i^3 * \alpha_{1,i}(k+1, j) \\
&* \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} * g(\vec{\lambda}_i, k+1)
\end{aligned}$$

Seja, $A2 > 0$, logo o valor mínimo da função é

$$\Delta tp_i(k+1) = Proj\left(\frac{-B2}{2*A2}\right), [\Delta tp_{min_i}(k+1), \Delta tp_{max_i}(k+1)]$$

Agora, para $A2 = 0$ e $B2 \neq 0$, 2 situações devem ser consideradas

1. $B2 > 0$, $\Delta tp_i(k+1) = \Delta tp_{min_i}(k+1)$
2. $B2 < 0$, $\Delta tp_i(k+1) = \Delta tp_{max_i}(k+1)$

Por último considerando $A2 = B2 = 0$, arbitramos o seguinte valor,

$$\Delta tp_i(k+1) := \Delta tp_{min_i}(k+1)$$

III.3 Atualização dos Multiplicadores $\vec{\delta}$ e da variável $\vec{\lambda}$

Podemos observar, que a decomposição do problema em 2 níveis hierárquicos nos permitiu obter a solução dos KT problemas de minimização definidos através da decomposição paramétrica efetuada sobre a função lagrangeano.

A resolução do problema global é obtida a partir da solução dos KT problemas onde, através da análise da função lagrangeana em relação à variável $\vec{\lambda}$ e pela aplicação de um método do tipo subgradiente nos multiplicadores de Lagrange, nos será possível obter a solução do problema global.

Análise da função Lagrangeana em relação à variável Lambda (λ)

Seja

$$\begin{aligned}
 L_{\vec{\lambda}}(\cdot) = & \sum_{k \in \{0,14\}} \sum_{i=1}^n \frac{S_i(k+1) * (1 - \lambda_i^1)}{f_i(k+1)} + \sum_{k=0}^{kt-1} \sum_{i=1}^n \{1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) \\
 & * \lambda_i^3 * [\sum_{j^1=i^1+1}^i (X_{j^1}(k+1) + \Delta t p_{j^1}(k+1) * g(\vec{\lambda}_{j^1}, k+1))]^2 + g(\vec{\lambda}_i, k+1) \\
 & * \frac{V_i(k+1)}{X_i(k+1)} + \delta_1^T(k) * g_2(\vec{\lambda}, k+1) * \vec{X}(k+1) + \delta_1^T(k+1) * g(\vec{\lambda}, k+1) \\
 & * [\vec{X}(k+1) + L * \vec{F}(K+1)] + \delta_1^T(k) * g(\vec{\lambda}, k) * [L * \vec{\Delta}t(K) + \vec{C}(k)] \\
 & + \delta_2^T(k+1) * \vec{\lambda}^3 * [G(k+1) * H * (\vec{X}(k+1) + g(\vec{\lambda}, k+1) * \Delta \vec{t} p(k+1))] \\
 & - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_2^T(j) * \vec{\lambda}^3 * G_1(k+1, j) * H * (\vec{X}(k+1) + g(\vec{\lambda}_j, k+1) \\
 & * \Delta \vec{t} p(k+1))] \} \tag{III.23}
 \end{aligned}$$

Considerando a equação (III.23), para uma certa viagem i , teremos que

$$\begin{aligned}
 L_{\vec{\lambda}_i}(\cdot) = & \sum_{k \in \{0,14\}} \frac{S_i(k+1) * \lambda_i^1}{f_i(k+1)} + \sum_{k=0}^{kt-1} \{1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * \lambda_i^3 \\
 & * [(\sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i})^2 X_i^2(k+1) + (2 * \frac{\delta_{2,i}(k+1)}{R_i(k+1)} - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_{2,i}(j) \\
 & * \alpha_{1,i}(k+1, j)) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} * X_i(k+1) + \Delta t p_i^2(k+1) * g^2(\vec{\lambda}_i, k+1)] \\
 & + \delta_{1,i}(k) * g_2(\vec{\lambda}_i, k+1) * X_i(k+1) \delta_{1,i}(k) * g(\vec{\lambda}_i, k) * [\Delta t_i(K) \\
 & - \Delta t_{i-1}(k) + C_i(k)] + g(\vec{\lambda}_i, k+1) * (\lambda_i^3 * (2 * X_i(k+1) * \Delta t p_i(k+1) \\
 & - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_{2,i}(j) * \alpha_{1,i}(k+1, j) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} * \Delta t p_i(k+1)) + [X_i(k+1)
 \end{aligned}$$

$$+ F_i(k+1) - F_{i-1}(K+1)] * \delta_{1,i}(k+1) + \frac{V_i(k+1)}{X_i(k+1)} \} \quad (\text{III.24})$$

ou

$$\begin{aligned} L_{\bar{\lambda}_i}(\cdot) &= A * \lambda_i^3 + B * \lambda_i^2 + C * \lambda_i^1 + D * (\lambda_i^3)^3 + E * (\lambda_i^3)^2 + z1 * \lambda_i^3 \\ &* (\lambda_i^2)^2 + z2 * \lambda_i^2 * \lambda_i^3 + z3 * \lambda_i^3 * (\lambda_i^1)^2 + z4 * \lambda_i^1 * \lambda_i^3 \quad (\text{III.25}) \end{aligned}$$

onde,

$$\begin{aligned} a_i(k+1) &= 1/2 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1) * [(\sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i})^2 * X_i^2(k+1) \\ &+ (2 * \frac{\delta_{2,i}(k+1)}{R_i(k+1)} - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_{2,i}(j) * \alpha_{1_i}(k+1, j)) * \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} \\ &* X_i(k+1) \end{aligned}$$

$$b_i(k+1) = 1/2 * \Delta t p_i^2(k+1) * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1)$$

$$l_i(k+1) = \delta_{1,i}(k) * X_i(k+1)$$

$$d_i(k) = \delta_{1,i}(k) * (\Delta t_i(k) - \Delta t_{i-1}(k) + C_i(k))$$

$$\begin{aligned} e_i(k+1) &= 2 * X_i(k+1) * \Delta t p_i(k+1) - \sum_{j=k-2}^{kt-1} \delta_{2,i}(j) * \alpha_{1_i}(k+1, j) \\ &* \sum_{j^1=i^1+1}^i h_{j^1,i} * \Delta t p_i(k+1) \end{aligned}$$

$$o_i(k+1) = \delta_{1,i}(k+1) * (F_i(k+1) - F_{i-1}(k+1) + X_i(k+1)) + \frac{V_i(k+1)}{X_i(k+1)}$$

$$u_i(k+1) = \frac{S_i(k+1) * (1 - \lambda_i^1)}{f_i(k+1)}$$

$$A = \sum_{k=0}^{kt-1} a_i(k+1) + \sum_{k=10}^{18} (b_i(k+1) + e_i(k+1))$$

$$+ \sum_{k=20}^{kt-1} d_i(k) + \sum_{k=19}^{kt-1} o_i(k+1)$$

$$B = \sum_{k=0}^{10} d_i(k) + \sum_{k=0}^9 o_i(k+1) - l_i(20)$$

$$C = - \sum_{k=10}^{18} t_i(k+1) - \sum_{k=11}^{19} d_i(k) - u(1) - u(15)$$

$$D = \sum_{k=11}^{kt-1} b_i(k+1)$$

$$E = \sum_{k=19}^{kt-1} e_i(k+1)$$

$$\begin{aligned}
z1 &= \sum_{k=0}^9 b_i(k+1) \\
z2 &= \sum_{k=0}^9 e_i(k+1) \\
z3 &= \sum_{k=10}^{18} -(b_i(k+1) + e_i(k+1)) \\
z4 &= b_i(11)
\end{aligned}$$

Podemos observar que $\lambda_i^j = 1 - \lambda_i^{j^1} * \lambda_i^{j^2}$, onde $\sum_{v=1}^3 \lambda_i^v = 2$, para $j \neq j^1$ e $j \neq j^2$. Logo, podemos reescrever a equação (III.25), de forma que as variáveis λ_i^j apareçam linearmente, ou seja,

$$L_{\lambda_i}(\cdot) = C_i^1 * \lambda_i^1 + C_i^2 * \lambda_i^2 + C_i^3 * \lambda_i^3 \quad (\text{III.26})$$

onde

$$\begin{aligned}
C_i^1 &= A + z3 - z2 \\
C_i^2 &= B + z1 - z4 \\
C_i^3 &= C + D + E + z1 + z3
\end{aligned}$$

Assim sendo, teremos o seguinte sub-problema a resolver

$$\min \sum_{j=1}^n C_i^j * \lambda_i^j + C_i^3 * \lambda_i^3 \quad (\text{III.27})$$

S.A.

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^3 \lambda_i^j &= 2 \\
\lambda_i^j &\in \{0, 1\}, j = \{1, 2, 3\} \text{ e } i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}
\end{aligned}$$

Podemos observar que problema (III.28) é fácil de ser resolvido, bastando para tanto que façamos o valor de $\lambda_i^j = 0$ para o $\max_j \{C_i^j\}$ e os demais iguais a 1, ou seja

$$\lambda_i^j = \begin{cases} 0 & , \text{ Se } C_i^j = \max\{C_i^1, C_i^2, C_i^3\} \\ 1 & , \text{ nos outros casos} \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

Caso ocorra um ou mais valores iguais, como maior coeficiente, utilizamos um critério de planejamento, baseado nos seguintes fatos :

1. - tendo em vista que a viagem I1 significa que o trem já est na linha;
2. a viagem dois irá inserir um novo trem na linha e
3. a viagem I3 irá retirar um trem da linha.

Teremos que,

Se ($C_i^1 = C_i^2 \neq C_i^3$) ENTÃO

$$\lambda_i^1 = 0$$

$$\lambda_i^2 = \lambda_i^3 = 1$$

Senão

Se ($C_i^1 = C_i^3 \neq C_i^2$) ENTÃO

$$\lambda_i^1 = 0$$

$$\lambda_i^2 = \lambda_i^3 = 1$$

Senão

Se ($C_i^1 = C_i^2 = C_i^3$) ENTÃO

$$\lambda_i^1 = 0$$

$$\lambda_i^2 = \lambda_i^3 = 1$$

Senão

Se ($C_i^3 = C_i^2 \neq C_i^1$) ENTÃO

$$\lambda_i^3 = 0$$

$$\lambda_i^2 = \lambda_i^1 = 1$$

Fim do SE

Fim do SE

Fim do SE

Fim do SE.

onde, os elementos da igualdade testados são os maiores coeficientes.

Agora, a partir da equação (III.10), temos que

$$\Theta(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) = L(\vec{X}^*, \vec{F}^*, \vec{P}^*, \Delta\vec{T}^*, \Delta\vec{t}p^*, \vec{\lambda}^*, \vec{\delta}_1^*, \vec{\delta}_2^*)$$

e que

$$\begin{aligned} \nabla_{\delta_1} \Theta(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) &= \vec{X}^*(k+1) * (g2(\vec{\lambda}^*, k+1) - 1) - g(\vec{\lambda}^*, k) * [\vec{X}^*(K) + L * \Delta\vec{t}^*(K) \\ &+ L * \vec{f}^*(K) + \vec{C}(k)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla_{\delta_2} \Theta(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) &= -\vec{P}^*(k+1) + \vec{P}^*(k) + \vec{\lambda}^{3*} * [G(k) * H * (\vec{X}^*(k) + g(\vec{\lambda}^*, k) \\ &* \Delta\vec{t}p^*(k)) - \sum_{j=1}^{k-1} G1(k-j, k) * H * (\vec{X}^*(k-j) + g(\vec{\lambda}_j^*, k-j) \\ &* \Delta\vec{t}p(k-j)^*)] \end{aligned}$$

$$k = 0, 1, \dots, kt - 1$$

Definido-se que

$$\nabla_{\delta} = \begin{bmatrix} \nabla_{\delta_1} \Theta(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) \\ \nabla_{\delta_2} \Theta(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) \end{bmatrix}$$

poderemos utilizar a informação do subgradiente acima para cada $\vec{\delta} = \vec{\delta}^*$ fixado, de forma a resolvermos o problema dual.

Seja, $\vec{Y}^J \in \nabla \Theta(\vec{\delta}^J)$, onde \vec{Y}^J é um subgradiente de $\Theta(\vec{\delta}^J)$, na iteração J. Logo,

$$\vec{\delta}^{J+1} = \vec{\delta}^J - \alpha_J * \frac{Y^J}{\|Y^J\|}, \text{ Se } \vec{Y}^J \neq 0 \quad (\text{III.29})$$

Caso contrário, $\vec{\delta}^J$ é o ponto ótimo (teste teórico).

A escolha do tamanho do passo α^J a ser dado deve ser cuidadosamente feita, pois caso contrário a convergência para o ponto ótimo, geralmente é muito lenta.

Utilizamos no nosso trabalho o método de Relaxação proposto por Held & al.,1974 [9], onde

$$\alpha_J = \rho * \frac{\Theta(\vec{\delta}^J - \Theta^0)}{\|Y^J\|} \quad (\text{III.30})$$

tal que

Θ_0 é uma estimativa do valor ótimo é Θ^* , que no nosso caso é zero, e

ρ que é o coeficiente de relaxação, onde $0 < \rho \leq 2$, de forma que possamos garantir a convergência do método em um número finito de iterações.

O método aqui descrito é representado em sua estrutura multinível na figura (III.4), onde o nível superior é um nível de coordenação que atualiza $\vec{\delta}$ e $\vec{\lambda}$ e o nível inferior corresponde aos KT problemas de minimização já definidos.

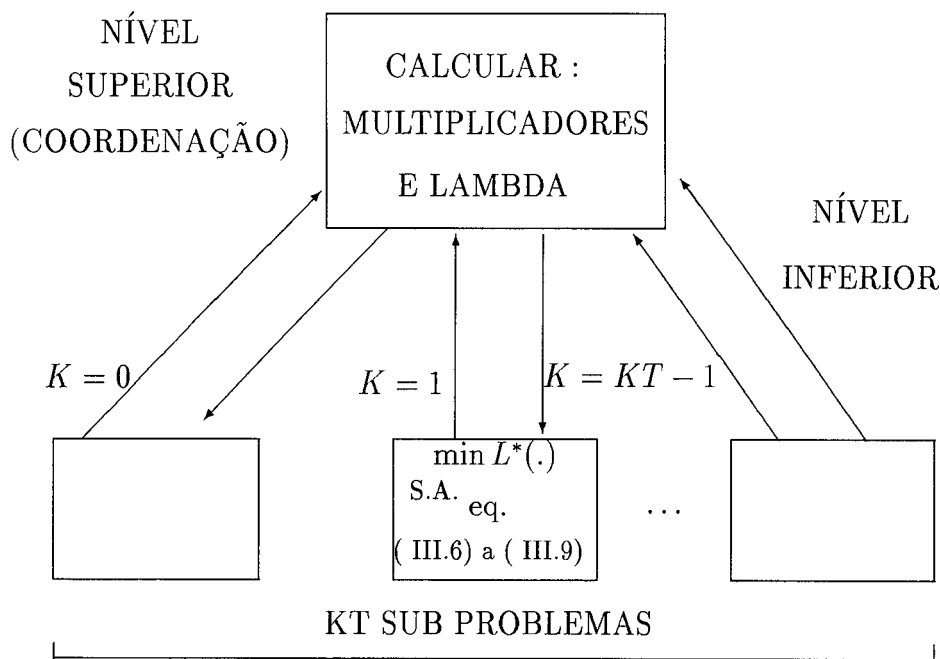


Figura III.4: Estrutura Multinível

O ALGORITMO

O algoritmo para resolução do problema é representado na figura (III.5) e descrito no sumário abaixo.

SUMÁRIO :

1. escolha os valores iniciais para os multiplicadores $\vec{\delta}_1$ e $\vec{\delta}_2$ e para as variáveis $\vec{\lambda}$ e \vec{X} e faça $j = 1$.
2. calcule e projete \vec{P} , $\vec{\Delta t}$, $\vec{\Delta t p}$, \vec{X} e \vec{F} .
3. compute o valor do vetor subgradiente $\nabla\Theta(\vec{\delta}^j)$. Se for menor que uma certa tolerância determinada, a solução ótima é considerada para $\vec{\delta} = \vec{\delta}^j$, senão execute 4.
4. atualize os valores de $\vec{\delta}^j$
5. calcule o valor de $\vec{\lambda}$ e incremente j de 1 e retorne ao passo 2.

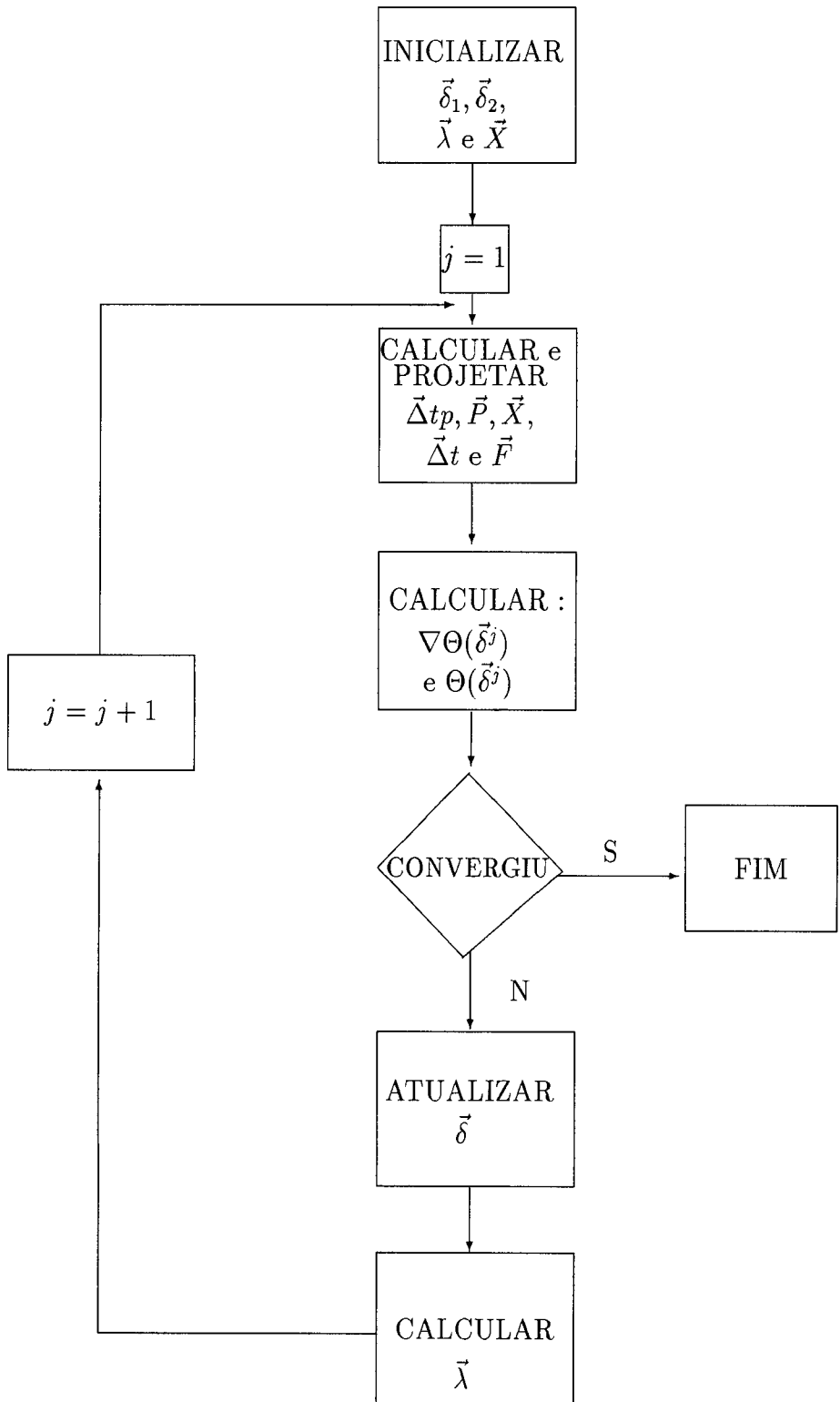


Figura III.5: Estrutura do Algoritmo

Capítulo IV

Implementação do Modelo, Método e Resultados

O modelo testado neste trabalho foi simplificado, já que não consideramos a existência das viagens do tipo I2 e I3. Esta simplificação nos permitirá uma primeira avaliação da metodologia desenvolvida.

Na implementação do método, urge a necessidade de obtenção das referências, pesos e dos parâmetros a serem adotados na resolução do problema. É proposta na seção (IV.3) uma metodologia para a obtenção dos valores das referências.

IV.1 Obtenção dos Pesos

A função objetivo (III.1) possui 5 ponderações diferentes para as parcelas dos custos.

A obtenção destes pesos é difícil, por não existir nenhum estudo no Metrô que demonstre o grau de importância relativa entre os fatores que são representados.

A escolha de valores arbitrários para estes pesos pode nos levar a problemas de convergência do algoritmo.

Assim, escolhemos os valores de B , \tilde{P} e R , a partir de testes computacionais realizados, onde se considerou

$$\begin{aligned} R_i(k) &= 10 \quad \forall i, k \\ \tilde{P}(k) &= I, \quad \forall i, k \\ B(k) &= I * 10^{-15}, k \in \{1, 2, \dots, kt - 1\}, \forall i \\ B(0) &= I * 10^{-16}, \forall i \end{aligned}$$

A ponderação mais baixa no termo de controle, para $k = 0$, é devido ao fato de que este termo corresponde ao custo em tempo de despacho.

O termo $V_i(k)$ foi escolhido de forma a facilitar a solução de (IV.1), onde

$$L_{X_i(k+1)} = A * X_i^2(k+1) + B * X_i(k+1) + \frac{C}{X_i(k+1)} \quad (IV.1)$$

Supondo que inicializemos $\vec{\delta} = \vec{\Delta}tp = 0$, teremos que a função anterior já definida em III.17 ficará reduzida a

$$L_{X_i(k+1)} = A * X_i^2(k+1) + \frac{C}{X_i(k+1)} \quad (IV.2)$$

onde o mínimo desta função, conforme já foi visto, é

$$X_i^*(k+1) = Proj(\sqrt[3]{\frac{C}{2a}}, [X_{min_i}(k+1), X_{max_i}(k+1)])$$

Supondo $i \in I1$ e definindo $X_i^+(k+1) = X0_i$, onde $X0_i \in [X_{min_i}(k+1), X_{max_i}(k+1)]$, teremos que

$$X0_i = \sqrt[3]{\frac{V_i(k+1)}{R_i(k+1) * \alpha_i(k+1)}}$$

ou seja,

$$V_i(k+1) = X0_i^3 * R_i(k+1) * \alpha_i(k+1)$$

Na prática, a utilização deste valor, demonstrou ser satisfatório.

Por último, temos o peso $S_i(k+1)$. Utilizamos a mesma linha de raciocínio que para o peso $V_i(k)$. Temos por que

$$L_{F_i(k+1)} = \frac{A1}{F_i(k+1)} + B1 * F_i(k+1) \quad (IV.3)$$

Para $\vec{\delta} = 0$ teremos que $B1 = 0$, onde $B1$ é definido em III.20, logo

$$L_{F_i(k+1)} = \frac{A1}{F_i(k+1)},$$

onde o ponto de mínimo é $F_i(k+1) = F_{max_i}(k+1)$

Fazendo agora $X_i(k+1) = X0_i$ e $S_i(k+1) = \beta * F_{max_i}(k+1)$ teremos que

$$S_i(k+1) = \beta * [NP * X0_i - CS(k+1, pil_i)]^+ = \beta * S_i^0$$

A obtenção do fator β , onde β é a contante que pondera o valor de S_i^0 , foi feita através de testes computacionais, onde obtivemos como melhor valor, no sentido que explicaremos abaixo, $\beta = 10^{-3}$, de forma que a solução ótima é obtido em 4 iterações (vide tab. IV.1).

S	Nº Iterações
$S_i^0 X 10$	8
$S_i^0 X 1$	7
$S_i^0 X 10^{-1}$	6
$S_i^0 X 10^{-2}$	5
$S_i^0 X 10^{-3}$	4
$S_i^0 X 10^{-4}$	4
$S_i^0 X 10^{-5}$	4
$S_i^0 X 10^{-7}$	4
1	4

Tabela IV.1: Testes do Valor de $\beta * S_i^0$

As experiências computacionais realizadas demonstraram que a utilização deste valor como peso, nos determinou folgas mais uniformes no conjunto de N viagens consideradas. Isto é ilustrado na tabela IV.2, onde as oscilações que ocorreram nas viagens 11 e 13 para $F_i(1)$, 13 e 15 para $F_i(15)$, com $S = 1$, foram eliminadas.

N	$F_i(1)$		$F_i(15)$	
	$S = S^0$	$S = 1$	$S = S^0$	$S = 1$
1	554.4	554.4	122.1	122.1
2	555.3	555.3	122.0	122.0
3	556.6	535.9	122.4	122.4
4	548.4	548.4	122.9	122.9
5	547.0	548.4	122.6	122.6
6	560.2	459.0	121.3	121.3
7	560.5	560.5	121.0	121.0
8	630.7	630.7	144.7	144.7
9	706.1	706.1	166.6	166.6
10	859.4	859.4	211.8	211.8
11	854.6	305.8	221.1	221.1
12	924.8	924.8	251.1	251.1
13	948.2	201.5	254.2	214.2
14	957.4	957.4	261.4	261.4
15	1098.7	1098.7	305.6	65.6

Tabela IV.2: Testes para Determinação de $S_i(k)$

IV.2 Obtenção dos Parâmetros $\alpha_1(k, j)$ e $\alpha_i(k)$

Conforme descrito no capítulo (II), a evolução dos parâmetros $\alpha_1(k, j)$ com o tempo pode ser determinada pela curva da figura(I.3).

Para calcularmos $\alpha_1(k, j)$ é necessário portanto, que conheçamos o tempo de chegada do trem i à plataforma k ($t_i(k)$), que é facilmente obtido a partir da equação (II.4).

Seja,

$$t_i(k) = t_{i-1}(k) + X_i(k)$$

logo, como $t_0(k)$ é um valor conhecido, teremos que

$$t_i(k) = t_0(k) + \sum_{v=1}^i X_v(k), \text{ onde } i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Assim, os valores de $t_i(k)$ serão inicialmente obtidos a partir da inicialização de $X_v(k) = X_{0i}, \forall k$ e atualizado a cada iteração do processo de simulação.

Uma vez obtido $t_i(k)$, calculamos o valor de $\alpha_1(k, j)$ através da curva representada na figura (I.3) onde para cada instante t do período operacional do Metrô existe um $\alpha_1(k, j)$ correspondente.

A obtenção do valor de $\alpha_i(k)$ é feita utilizando a equação (II.26).

IV.3 Determinação das Referências

De acordo com a Cia do Metrô - RJ, existe um nível de conforto ótimo nos trens, que corresponde a um carregamento de 1246 passageiros, ou seja 4 pass. por m^2 .

Devemos observar, que fisicamente é irrealizável um carregamento como esse ao longo de toda a via, uma vez que as matrizes origem x destino forçam a existência de perfis de carregamento típicos, consoante com a hora do dia.

Esse perfil corresponde àquele carregamento que se obtém mantendo-se um mesmo "Headway" para os trens, ao longo da linha, onde os valores máximos das curvas dependem de qual é esse "Headway".

Modificações na forma de um perfil podem ser efetuadas operando-se variações nos "Headways" ao longo da linha. A esse fenômeno usa-se chamar de "Sanfonamento".

No entanto, o sanfonamento é limitado pelas restrições de máximo e mínimo nas velocidades e tempos de parada dos trens.

Desta forma, um perfil a "Headway" constante é facilmente obtido a partir da equação (II.33) onde se faz

$$\vec{X} = \vec{X}0, \vec{\Delta}tp = 0 \text{ e } i \in I1.$$

Logo, a equação (II.33) ficará igual a

$$PC_i(k+1) = PC_i(k) + X0_i * [\alpha_i(k) - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha 1_i(j, k)]$$

onde

$PC_i(k)$ é o carregamento do trem i na plataforma k , para um perfil a "Headway" constante.

Uma outra forma de obtenção desta referência é proposta por Cury, [3], onde ele cita a existência de problemas para a convergência do algoritmo quando da utilização de uma referência $\bar{P}^R(k)$ constante para toda a linha e igual a 1246 passageiros.

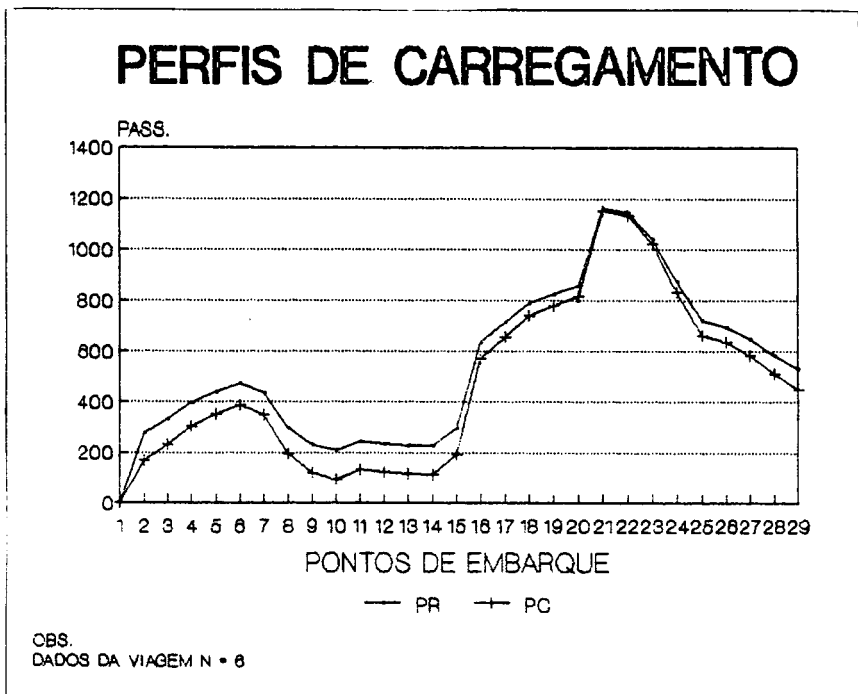


Figura IV.1: Comparação entre $PC_i(k)$ e $P_I^R(k)$

Desse modo, a determinação dessa referência é feita a partir de uma modificação no perfil a "Headway" constante, de forma que

$$P_i^R(k) = (1 - \gamma) * PC_i(k) + 1246 * \gamma \quad (IV.4)$$

onde, γ é o percentual de variação considerado (vide fig. IV.1). Neste trabalho, os valores de $P_i^R(k)$ foram obtidos através de IV.4, onde atribuíamos um valor para $X0_i$ e verificávamos se o valor de $P_i^R(k)$ não ultrapassava o valor de 1246 passageiros.

Sugerimos também que os $P_i^R(k)$ sejam obtidos através da resolução do problema (IV.6) abaixo, onde os valores a seguir são pré-definidos :

$$\begin{aligned}\vec{X} &= \vec{X0} \forall k \\ \vec{\Delta}tp(k) &= 0 \forall k \\ \vec{\Delta}t(k) &= \vec{\Delta}t^R(k) \\ P_i^R(k) &= (1 - \gamma) * PC_i(k) + 1246 * \gamma \\ P_i(k) &= PC_i(k) \text{ e } i \in I1\end{aligned}$$

Assim, o nosso problema se reduziria a

$$\begin{aligned}\min_{\vec{X0}, \vec{PC}, \vec{F}} \sum_{i=1}^n & \left\{ \sum_{k=0}^{kt-1} (1/2 * R_i(k+1) * X0_i^2 + \frac{V_i}{X0_i}) + (\gamma * (PC_i(k+1) - 1246))^2 \right. \\ & \left. * \tilde{P}_{i,i}(k+1) \right\} + \sum_{k=0}^{kt-1} \frac{S_i}{F_i(k+1)}\end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

S.A.

$$\vec{PC}(0) = \vec{PC}(1) = 0$$

$$\vec{PC}(k+1) = \vec{PC}(k) + [G(k) - \sum_{j=1}^{k-1} G1(k-j, k)] * \vec{X0}$$

$$15 \leq \vec{F}(k+1) \leq [NP * \vec{X0} - \vec{CS}(k+1, pil)]^+, k = \{0, 14\}$$

$$\vec{X}_{min} \leq \vec{X0} \leq \vec{X}_{max}$$

$$\vec{P}_{min}(k) \leq \vec{PC}(k) \leq \vec{P}_{max}(k)$$

$$k \in \{0, 1, 2, \dots, KT - 1\}$$

Em operação normal, o nível de desempenho desejado para os trens corresponde a $nd = An$.

Existe ainda uma lista de tempos de parada nominais ao longo do dia. Desta forma, a determinação de $\vec{\Delta}t^R(k)$ é feita considerando-se o tempo de percurso $Tpe(k, An)$ e o tempo de parada nominal, ou seja,

$$\vec{\Delta}t^R(k) = t\vec{pe}(k, An) + t\vec{pn}(k)$$

onde

$t\vec{pn}(k)$ é o vetor de tempo de parada nominal da plataforma k e

$t\vec{pe}(k, An)$ é o tempo de percurso entre k e k+1 de acordo com o nível de desempenho nominal An.

IV.4 Obtenção de $tp_i(k)$ e $tpe_i(k, nd)$

Após a obtenção da trajetória ótima de controle, torna-se necessário a especificação dos valores dos tempos de parada ($tp_i(k)$) e de percurso ($tpe_i(k, nd)$).

Existe um grau de liberdade para determinação destes valores, a partir do fato que existem seis níveis de desempenho que podem ser utilizados. Contudo, estes valores estão limitados ao valor de $tp_i(k)$ máximo.

Além disso, é interesse do Metrô que o controle enquanto possa, seja feito no tempo de parada, mantendo-se o tempo de percurso sempre que possível em An .

Assim, a separação do controle total ($\Delta t_i(k)$) em tempo de parada e tempo de percurso é feita da seguinte forma :

ALGORITMO

1. Seja, $ND \in \{A2, A1, An, R1, R2, R3\}$
2. FAÇA $NA = An$
3. Calcule : $tp = \Delta t_i(k) - tpe_i(k, NA)$
4. ENQUANTO (($tp > 60$) ou ($NA = R3$)) FAÇA
 $NA = NA + 1$
 $tp = \Delta t_i(k) - tpe_i(k, NA)$
 FIM DO ENQUANTO
5. $tp_i(k) = tp$
 $ND = NA$
6. FIM

IV.5 Implementação do Método

Os testes computacionais do método foram realizados em um micro computador tipo IBM-PC 486 DX-33 com 4Mbytes de memória RAM, utilizando um compilador FORTRAN da LAHEY.

O software foi desenvolvido de forma modular de maneira que sua implementação e manutenção fosse facilmente realizada.

Esta modularização consiste em compor o programa como um conjunto de varias rotinas, todas pequenas o suficiente para serem entendidas com muita facilidade.

A esta forma de criação destas rotinas é denominado de abordagem "Top-Down".

O programa desenvolvido é representado através da figura (IV.2), onde os primeiros níveis do diagrama de estrutura modular são apresentados .

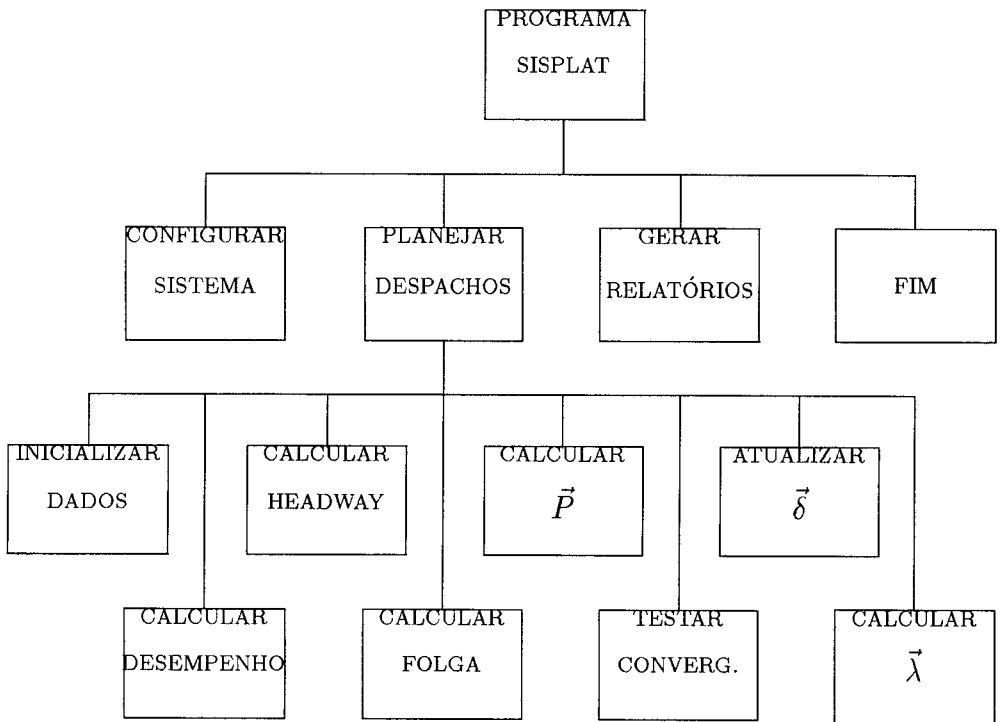


Figura IV.2: Diagrama de Estrutura Modular - DEM

Os módulos são os seguintes :

1. configuração das bases de dados a serem utilizadas pela simulação;
2. resolução do problema;
3. impressão de relatórios e gráficos;
4. inicialização das variáveis, parâmetros, referências e multiplicadores de Lagrange.
5. cálculo das variáveis $\vec{\Delta}t$ e $\vec{\Delta}tp$;
6. cálculo da variável \vec{X} ;
7. cálculo da variável \vec{F} ;
8. cálculo da variável \vec{P} ;
9. teste da convergência do problema;
10. atualização dos multiplicadores de Lagrange e ;
11. determinação do tipo de viagem a ser realizada.

Testes do Algoritmo

Conforme o item 4 das considerações iniciais que estão descritas no capítulo II, o algoritmo trata um conjunto de n viagens separadamente.

Na implementação do método, testes com o número de viagens a serem simuladas foram realizados, de forma que nos permitisse uma avaliação do tempo de processamento X número de viagens e do compromisso entre a otimalidade da solução global e o aspecto computacional referente a dimensão do problema que possui $N * (6 * KT + 5)$ variáveis, ou no caso da linha 1 do Metrô-RJ considerada $179 * N$.

Podemos observar na figura IV.3 que nos testes realizados, o algoritmo manteve um tempo de processamento muito baixo, mesmo quando aumentamos a dimensão do nosso problema.

Quanto ao aspecto da otimalidade global, podemos observar na tabela de horário de despachos dos trens (vide tabela V.2), geradas a partir da solução de 2 problemas sequenciais de N viagens, onde $N = 15$, e para um só problema com $N = 30$ em que, a partir da 16ª viagem, os horários começam a ter pequenas diferenças, que chegam a acumular até 00:06:44 h de diferenças.

Logo podemos concluir que esta divisão do problema global em Q problemas de N viagens, pode provocar um afastamento considerável da solução ótima global. Contudo este fato pode ser contornado com uma escolha adequada do valor de N .

A inicialização dos multiplicadores conforme descrito na seção IV.3 é igual a $\vec{\delta}_1 = \vec{\delta}_2 = 0$.

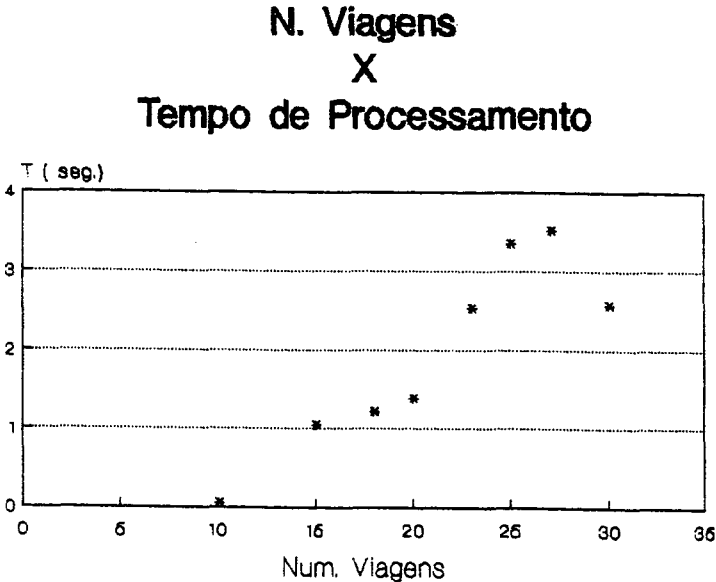


Figura IV.3: Gráfico do N^o de viagens X Tempo de processamento

A variável \vec{X} foi inicializada com o valor de $\vec{X}0$, tendo em vista que todas as referências e parâmetros são obtidos a partir de $\vec{X}0$.

Nos testes computacionais realizados com o algoritmo, o valor da função Lagrangeana convergiu sempre para um valor aproximadamente ZERO ($L(.) \leq 10^{-1}$) em todas as simulações realizadas para $15 \leq N \leq 30$.

Na simulação com $N = 10$ o algoritmo convergiu quando o valor de decréscimo da função Lagrangeana foi menor que 10^{-1} .

Outro fato importante a mencionar é a dependência existente entre as variáveis \vec{X} e $\vec{\Delta}tp$.

Segundo os testes computacionais que realizamos (vide tab. IV.3), tivemos os melhores resultados calculando $\vec{\Delta}tp$ e em seguida \vec{X} (2º caso).

Com esta sequência podemos evidenciar que no 2º caso após 4 iterações o algoritmo convergiu enquanto que no 1º caso o algoritmo necessitou de 10 iterações para convergir.

N° Iterações	1 ^o Caso	2 ^o Caso
1	1542.269	23.929
2	-114.204	1.043
3	-831.925	0.110
4	-579.333	0.239
5	-125.537	-
6	-59.458	-
7	-34.864	-
8	-9.920	-
9	-1.808	-
10	-0.160	-
11	-0.017	-

Tabela IV.3: Sequência de Cálculo $L(\Delta\vec{t}_p, \vec{X})$

IV.6 Resultados

O Metrô RJ inicia sua operação a partir das 06:00 hs e termina as 23:00 hs, conforme descrito anteriormente.

A fim de realizarmos os primeiros testes computacionais, optamos em gerar os despachos a partir das 07:20:00 hs, que é uma hora pertencente ao horário de pico da manhã do sistema.

Foi tomada como viagem de referência a N° 25 a partir do terminal de Botafogo, que é realizada pelo trem 127 (vide tabela V.3).

O modelo obteve como resposta um total de 30 despachos a partir dos 2 terminais no caso de $N = 15$ que cobriu o período de 07:21:29 as 09:25:26 hs (vide tabela IV.4), que antes eram realizadas pelo Metrô através de 47 despachos (vide tabela V.3), economizando 36.1 % despachos no total o que acarretou um acréscimo no tempo médio de espera dos passageiros de 45 % .

Este fato é explicado pelo valor de \vec{X}_0 utilizado. Hoje o Metrô utiliza durante o período simulado, $\vec{X}_0 = 225$ para quase todas as viagens, enquanto nos utilizamos os valores constantes na tabela IV.5.

Não podemos esquecer que a partir dos valores de \vec{X}_0 é que são calculados os \vec{P}^R que entram na função custo.

Assim é fácil percebermos que valores utilizados para \vec{X}_0 maiores que os atuais nos levaram a uma economia no número de despachos e consequentemente um aumento no tempo de espera dos passageiros.

Se compararmos os resultados obtidos com os de uma tabela gerada a headway constante e igual ao utilizado para obtermos as referências $\vec{P}^R(k)$ (vide tabela IV.5), observamos um pequeno aumento no tempo de espera

dos passageiros de 4.78 % o que demonstra na realidade que obtivemos uma grande economia no número de despachos sem que tenhamos influenciado de forma significativa o tempo de espera dos passageiros.

Foram utilizados os valores constantes nas tabelas (V.4) e (V.1) respectivamente para $P_i^R(k)$ e $\Delta t_i^R(k)$.

N	T(I,1)	T(I,15)
1	7:21:29	8: 5: 9
2	7:26:16	8: 9:53
3	7:31: 3	8:14:37
4	7:35:47	8:19:22
5	7:40:31	8:24: 7
6	7:45:20	8:28:50
7	7:50: 8	8:33:33
8	7:55:20	8:38:40
9	8: 0:57	8:44: 8
10	8: 7:25	8:50:22
11	8:13:52	8:56:45
12	8:20:42	9: 3:39
13	8:27:39	9:10:35
14	8:34:40	9:17:38
15	8:42:28	9:25:26

Tabela IV.4: Horário de Partida dos Trens - Gerado

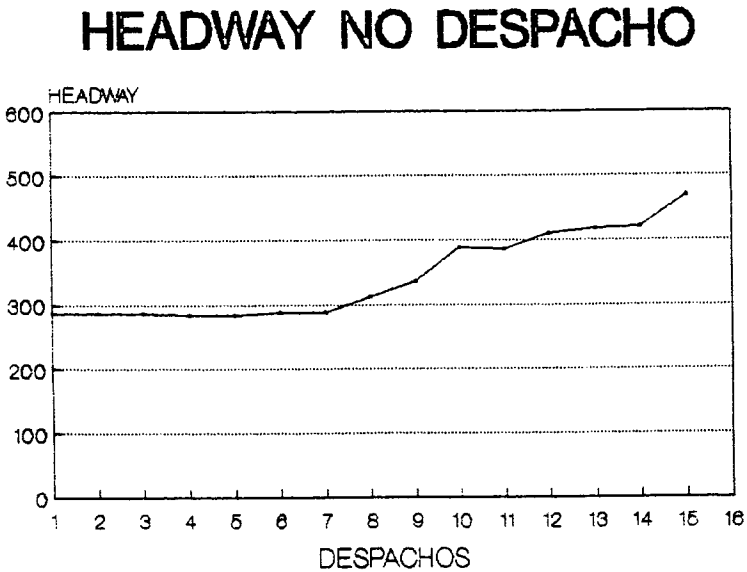
Quanto aos valores de $X0_i$ adotados hoje em dia, o Metrô RJ utiliza os valores constantes na 1ª coluna da tabela IV.5 para o referido horário de simulação.

A partir dos testes já mencionados na seção IV.3 , verificamos que a capacidade máxima de transporte não era atingida, o que nos levou a utilizar valores de $X0_i$ que gerassem um valor de $P_i^R(k)$ mais próximo de $Pmax_i(k)$ (vide 3ª coluna da tabela IV.5)

Nº da Viagem	Hoje	Simulado
1	225	300
2	225	300
3	225	300
4	225	300
5	225	300
6	225	300
7	225	300
8	225	325
9	225	350
10	225	400
11	225	400
12	225	425
13	225	425
14	225	500
15	225	500

Tabela IV.5: Valores de $X0_i$

O gráfico da figura (IV.4) mostra o "Headway" no despacho dos 15 trens considerados na plataforma da estação de Botafogo ($K = 1$).

Figura IV.4: Headway em $K = 1$

Podemos observar um valor crescente do headway, a partir da sétima viagem, correspondendo exatamente com o período onde a movimentação de passageiros no sistema é reduzida.

Os gráficos da figura (IV.5) ilustra as trajetórias de headway dos despachos 7 e 9 , onde duas curvas são mostradas : uma correspondente ao "Headway" de inicialização e outra à trajetória ótima gerada.

Observa-se para todos os despachos uma flutuação desta trajetória abaixo do valor de X_{0i} , de modo que os "Headway" tendem a aumentar nas estações de menor movimento e a diminuir nas estações de maior movimento.

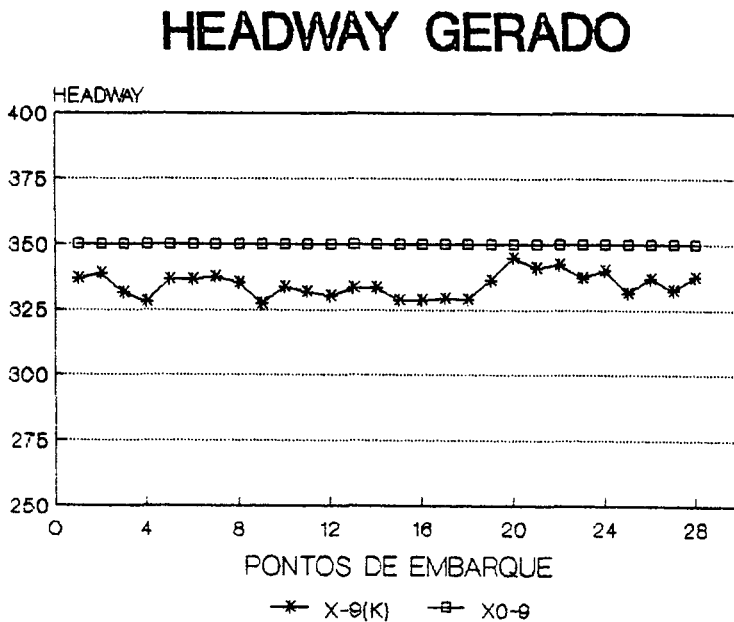


Figura IV.5: Comparação entre X_{0i} e $X_i(k)$

O fato destes valores ficarem abaixo da referência se deve às ponderações utilizadas, ao perfil de referência do carregamento utilizado e ao sistema do Metrô estar muito abaixo de sua capacidade nominal, o que faz com que o termo de tempo de espera de passageiros tenha maior importância e obtendo como resposta, praticamente o mesmo carregamento que o de referência, conforme ilustrado na figura IV.6.

Nas tabelas (V.5, V.6, V.7, V.8 e V.9) podemos observar respectivamente os valores de Headway, folga, carregamento, nível de desempenho e tempo de parada gerado pelo algoritmo.

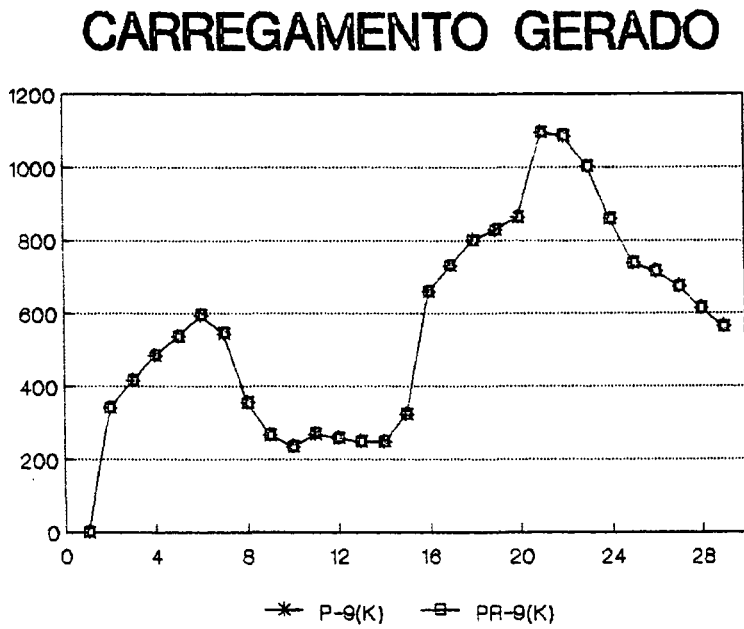


Figura IV.6: Carregamento ao longo da Linha

Capítulo V

CONCLUSÕES

Um programa horário adequado é fundamental para a boa performance do processo de controle de trens.

A confecção manual de uma tabela de horário de despacho dos trens, além de ser muito trabalhosa é ineficiente. Se considerarmos a divisão do dia em períodos distintos, nos quais se mantém um número de trens em circulação de modo a atender a demanda máxima de passageiros em cada período, isto provoca uma sobre-oferta de trens, em relação à consideração do período como um todo.

Outro fator importante é que devido a eventos que ocorrem na cidade do Rio de Janeiro, muitas vezes esta "GRADE HORÁRIA" tem que ser alterada de forma a atender a estas situações em um curto prazo de tempo.

Neste trabalho ampliamos o modelo para geração de um programa de horários desenvolvido por Cury [3], onde, além de incorporarmos novos tipos de viagens ao modelo e torná-lo mais preciso, através da inclusão das variáveis $\bar{\Delta}tp$ e \bar{F} , incluímos na função objetivo um novo termo que representa o custo da energia elétrica para movimentar os trens do Metrô-RJ.

A fim de obtermos uma primeira metodologia para geração de uma tabela de horários de despachos dos trens baseado no modelo desenvolvido, o termo referente à energia elétrica foi desconsiderado, bem como a variável que determina a existência de piloto de reforço nos terminais (PIL) foi considerada constante para um conjunto de N viagens.

A partir das características do modelo, selecionou-se um método de otimização hierárquica, com decomposição paramétrica e coordenação pelo multiplicador de Lagrange.

Analisando os resultados obtidos neste trabalho, onde só testamos o modelo considerando a existência de viagens do tipo II, concluímos que :

1. a evolução dos "Headways" no despacho e conseqüentemente, o número de trens em circulação, segue as flutuações na demanda de passageiros;

2. variações no "Headways" de um trem no seu percurso (sanfonamento) ocorrem, de modo a carregar os trens de maneira mais uniforme ao longo da linha;
3. os primeiros resultados demonstraram uma economia significativa no número de despachos efetuados segundo o programa horário atualmente utilizado;
4. concluímos ainda que a metodologia utilizada será de grande valia, quando a capacidade de transporte do sistema estiver muito próximo de sua saturação;
5. outro fato importante, é que esta metodologia permite avaliarmos a situação do sistema, quando novas integrações entre outros meios de transporte e o Metrô forem realizados;
6. espera-se que a utilização do modelo completo ocasione uma economia maior, devido ao fato de que o pico máximo de passageiros que entram no sistema em um intervalo de 10 min. do período considerado ocorre na estação de Central - via 1 ($K = 20$), exatamente onde a viagem do tipo I2 inicia seu percurso físico.

Os resultados obtidos com a metodologia desenvolvida nos permitem ainda sugerir a aplicação do modelo para o controle de "Tempo Real", uma vez que o tempo de processamento do algoritmo é compatível com o necessário para gerar estratégias corretivas otimizadas, para a compensação das perturbações que ocorrem no processo de Tempo Real.

Outra perspectiva interessante que trás o modelo devido ao seu desmembramento em KT problemas, é a adaptação da metodologia de controle descentralizado para linhas de Metrô, o que vem de encontro com as novas tendências tecnológicas de controle de processos produtivos.

Sugerimos como futuras linhas de pesquisa para este trabalho, a adequação do modelo para linhas de Metrô que possam operar em loops internos bem como aquelas que são formadas por vis em Y.

Outros pontos que também podem ser explorados ainda como futuras linhas de pesquisa são :

- introdução da variável de armazenamento dos trens;
- testes do modelo para sistemas próximo ao seu limite de capacidade;
- criação de metodologia para resolução da componente de custo de energia e
- adequação do modelo para corredores servidos por linhas de ônibus.

Referências Bibliográficas

- [1] BENDERS, J. F., "Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems, Numerische Mathematik, 4, p 238-252, 1962.
- [2] BERGAMASCHI, B.E.A. Milani e T.C. Hsin - "Geração de Horários de Despacho de trens em Linhas de Transporte Metroferroviário" - Anais do IV Congresso Brasileiro de Automática, Campinas S.P., 1982.
- [3] CURY, J. E. R., "Metodologia para geração automática de programa horário otimizado, para linha metroviária de São Paulo" - Tese de Mestrado - FEC-UNICAMP, 1979.
- [4] FRITZSCHE, H., "Programação Não - Linear Análise e Métodos", 1978
- [5] GOMIDE, F.C. - "Análise e Implementação de Algoritmos de Controle Hierárquico de Sistemas Dinâmicos" - Tese de Mestrado, FEC, UNICAMP, março de 1979.
- [6] JENSEN, O. H., "Scheduling of Trains : A Pseudo Network approach", working paper, IMSOR, The technical University of Denmark , 1977.
- [7] LASDON, L. S., "Optimization Theory for Large System", Mcmillan, 1970.
- [8] LORENA, P. R. e Victor, P. Daza, COPPE/UFRJ, "Dois Modelos de Programação Matemática para determinar Tabelas de Tempo em Trens de Carga", p 16-25 V.1 n.2 , Revista ANPET, nov/1988.
- [9] M. MINOUX, "Programmation Mathématique Théorie et algorithmes"
- [10] PINHEIRO, L. A. A., "Modelo para Controle de Tráfego de Sistemas Ferroviários Urbanos" - Tese de Mestrado - IME, 1986.
- [11] PRADENAS, L., "Definição de um Conjunto Ótimo de Serviços de Trens de Carga" - Tese de Mestrado - PUC/RJ, 1986.
- [12] SALZBORN, F. J. M., "Timetables for a Suburban Rail Transit System Transpn" - sci 3 - p 297-316, 1969.

- [13] SZPIGEL, Bernardo, "Proceeding of the Single Track Railway", OR'72, p 343-352, V.20 N1.3, North - holland, Amsterdam.
- [14] "The use of Computer-produced Timatables, duty Schedules and Vehicle Shedules including, The interface with Computerised Operating Control Systems, UITP Congress 1981 / 1986.
- [15] TAMURA, H. , "Decentralized Optimization For Distributed-Lag Models of Discrete Systems", Automatica, Vol.11. pag.593-602, 1975;
- [16] V. VAN BREUSEGEM, G. Campion, and G. Bastin - "Traffic Modeling and State Feedback Control for Metro Lines" - IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 36, no. 7, July 1991.

ANEXOS

K	Δt^R	C(K)	K	Δt^R	C(K)
0	65.0	75.0	15	112.0	230.0
1	129.4	310.0	16	84.6	92.0
2	85.0	88.0	17	131.5	130.0
3	81.0	84.0	18	85.8	106.0
4	84.7	87.0	19	131.6	115.0
5	112.8	108.0	20	73.8	98.0
6	80.1	83.0	21	80.3	77.0
7	89.8	94.0	22	91.4	100.0
8	69.0	82.0	23	80.7	87.0
9	95.3	75.0	24	103.4	124.0
10	105.2	120.0	25	80.4	90.0
11	97.8	90.0	26	86.2	93.0
12	117.5	135.0	27	91.2	103.0
13	86.6	85.0	28	147.8	143.0
14	113.4	181.0	-	-	-

Tabela V.1: Desenpenho de Referência

N	T(I,1)	T(I,15)	N	T(I,1)	T(I,15)
1	7:21:29	8: 5: 9	1	7:21:29	8: 5: 9
2	7:26:16	8: 9:53	2	7:26:16	8: 9:53
3	7:31: 3	8:14:37	3	7:31: 3	8:14:37
4	7:35:47	8:19:22	4	7:35:47	8:19:22
5	7:40:31	8:24: 7	5	7:40:31	8:24: 7
6	7:45:20	8:28:50	6	7:45:20	8:28:50
7	7:50: 8	8:33:33	7	7:50: 8	8:33:33
8	7:55:20	8:38:40	8	7:55:20	8:38:40
9	8: 0:57	8:44: 8	9	8: 0:57	8:44: 8
10	8: 7:25	8:50:22	10	8: 7:25	8:50:22
11	8:13:52	8:56:45	11	8:13:52	8:56:45
12	8:20:42	9: 3:39	12	8:20:42	9: 3:39
13	8:27:39	9:10:35	13	8:27:39	9:10:35
14	8:34:40	9:17:38	14	8:34:40	9:17:38
15	8:42:28	9:25:26	15	8:42:28	9:25:26

N	T(I,1)	T(I,15)	N	T(I,1)	T(I,15)
1	8:50:33	9:33:28	16	8:50:40	9:33:22
2	8:58:38	9:41:32	17	8:58:34	9:41:23
3	9: 6:42	9:49:35	18	9: 6:35	9:49:18
4	9:14:48	9:57:36	19	9:14:41	9:57:10
5	9:22:53	10: 5:41	20	9:22:48	10: 5:16
6	9:30:59	10:13:46	21	9:30:51	10:13:31
7	9:38:57	10:21:53	22	9:38:30	10:21:33
8	9:47: 6	10:29:51	23	9:46:46	10:29:22
9	9:55:12	10:37:57	24	9:54:52	10:37:34
10	10: 3:18	10:46: 0	25	10: 3: 5	10:45:35
11	10:11:28	10:54: 7	26	10:11:14	10:53:50
12	10:19:31	11: 2:16	27	10:19:11	11: 2: 0
13	10:27:29	11:10:21	28	10:27: 0	11: 9:58
14	10:35:35	11:18:15	29	10:35: 7	11:17:46
15	10:43:38	11:26:24	30	10:35:57	11:19:40

Tabela V.2: Comparação entre Simulações

$N^{\circ}doTren$	N	T(N,1)	$N^{\circ}doTren$	N	T(N,15)
127	25	7:20:00	127	35	7:44:15
101	26	7:23:45	101	36	7:48:00
103	27	7:27:30	103	37	7:51:45
105	28	7:31:15	105	38	7:55:30
107	29	7:35:00	107	39	7:59:15
109	30	7:38:45	109	40	8:03:00
111	31	7:42:30	111	41	8:06:45
113	32	7:46:15	113	42	8:10:30
115	33	7:50:00	115	43	8:14:15
117	34	7:53:45	117	44	8:18:00

$N^{\circ}doTren$	N	T(N,1)	$N^{\circ}doTren$	N	T(N,15)
119	35	7:57:30	119	45	8:21:45
121	36	8:01:15	121	46	8:25:30
123	37	8:05:00	123	47	8:29:15
125	38	8:08:45	125	48	8:33:00
127	39	8:12:30	127	49	8:36:45
101	40	8:16:15	101	50	8:40:30
103	41	8:20:00	103	51	8:44:15
105	42	8:23:45	105	52	8:48:00
107	43	8:27:30	107	53	8:51:45
109	44	8:31:15	109	54	8:55:30

$N^{\circ}doTren$	N	T(N,1)	$N^{\circ}doTren$	N	T(N,15)
111	45	8:35:00	111	55	8:59:15
113	46	8:38:45	113	56	9:03:00
115	47	8:43:00	115	57	9:07:45
117	48	8:47:15	117	58	9:12:45
119	49	8:52:00	121	59	9:17:45
121	50	8:57:00	123	60	9:22:45
123	51	9:02:00	125	61	9:28:15
125	52	9:07:00	127	62	-
127	53	9:12:30	101	63	-
101	54	9:18:30	103	64	-
103	55	9:24:30	105	65	-

Tabela V.3: Horário Atual de Partida dos Trens

$K \setminus N$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	249.0	267.0	283.5	290.4	278.8	276.2	290.6	317.4
3	317.4	335.0	349.8	353.4	339.6	333.7	346.9	382.9
4	358.8	382.4	404.2	415.5	403.7	396.6	410.0	452.4
5	390.4	419.5	444.5	459.2	448.3	441.9	459.1	509.9
6	422.0	453.2	480.2	496.9	484.9	474.8	495.3	559.2
7	389.9	416.7	440.4	455.3	446.4	439.3	457.1	513.1
8	272.4	286.5	299.0	307.0	302.2	298.5	308.2	338.5
9	215.0	223.2	229.9	234.9	232.9	231.5	237.8	256.3
10	195.2	201.1	205.8	209.7	228.8	207.9	212.7	226.2
11	236.0	236.6	236.6	241.2	242.9	245.7	251.8	262.5
12	228.4	228.3	227.8	231.9	233.6	236.1	241.5	251.3
13	222.5	222.7	222.0	225.5	226.8	228.8	233.7	243.0
14	222.5	223.0	221.9	224.8	226.2	228.1	233.1	242.7
15	288.9	287.5	284.0	288.5	291.7	296.1	303.7	316.8

$K \setminus N$	1	2	3	4	5	6	7	8
16	625.9	619.2	612.0	628.6	642.0	636.9	634.6	655.9
17	702.5	698.9	697.0	719.2	727.6	715.6	709.4	732.9
18	767.2	759.2	761.4	787.5	800.0	791.2	781.8	806.8
19	804.4	794.9	795.0	821.4	836.2	826.0	812.6	835.9
20	839.6	828.5	826.2	854.4	871.5	858.6	842.3	867.8
21	1156.7	1163.0	1167.4	1180.2	1184.1	1162.1	1120.3	1099.4
22	1141.5	1148.9	1151.8	1161.2	1164.3	1144.0	1104.2	1084.9
23	1037.8	1048.1	1050.4	1055.9	1058.1	1042.7	1008.9	991.6
24	860.4	872.4	874.4	878.3	882.3	874.9	850.1	840.0
25	708.1	717.9	718.9	720.8	723.2	721.4	708.8	711.4
26	684.0	692.9	693.6	695.7	698.1	696.6	685.9	690.1
27	638.5	645.2	644.9	648.1	650.9	649.7	641.8	650.1
28	575.1	580.6	580.1	584.0	586.7	586.1	581.6	593.5
29	521.8	526.2	525.1	529.8	531.7	530.7	529.0	543.1

Tabela V.4: Carregamento de Referência

$K \setminus N$	9	10	11	12	13	14	15
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	339.8	384.1	395.7	409.5	439.1	448.4	393.3
3	416.7	480.7	488.8	511.6	548.1	563.5	504.2
4	485.4	553.1	574.8	615.4	659.4	684.6	615.1
5	536.9	604.3	628.1	668.6	710.7	738.9	665.1
6	594.7	671.7	691.6	732.9	769.7	788.4	722.9
7	544.7	612.4	628.3	666.7	701.2	721.9	662.7
8	355.2	391.7	400.6	421.3	439.5	454.1	427.2
9	266.3	288.4	293.8	306.2	318.3	329.6	317.0
10	233.2	250.2	254.9	264.8	274.5	283.8	276.6
11	268.6	286.8	273.5	269.8	289.4	285.4	279.4
12	256.5	272.1	259.4	255.8	273.4	269.1	266.5
13	247.2	260.8	248.8	245.6	261.3	257.5	257.4
14	246.8	260.0	248.0	244.6	258.9	255.5	256.7
15	322.7	341.2	313.7	302.2	326.5	313.3	313.7

$K \setminus N$	9	10	11	12	13	14	15
16	666.5	621.0	635.9	696.4	666.3	644.3	659.0
17	740.1	697.2	709.2	763.3	735.1	723.0	731.2
18	800.5	809.4	759.0	774.8	828.5	803.6	794.4
19	827.7	842.7	793.2	809.2	866.2	843.6	834.6
20	862.8	887.3	835.7	849.9	909.8	877.9	865.6
21	1095.2	1214.7	1097.8	1081.5	1135.5	1090.2	1068.7
22	1084.7	1208.3	1089.8	1072.8	1126.0	1085.5	1067.4
23	1000.9	1127.8	1022.4	1001.7	1046.3	1014.7	1015.5
24	857.8	975.4	894.1	893.8	932.9	911.3	928.9
25	737.1	832.5	766.0	777.5	815.8	807.9	838.8
26	714.2	803.1	741.6	755.1	792.1	781.7	811.3
27	673.1	751.0	695.2	708.6	746.8	735.7	763.2
28	615.3	681.5	632.8	644.2	680.5	670.9	696.9
29	563.1	618.6	576.3	584.2	617.9	607.6	630.9

Carregamento de Referência

$K \setminus I$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	286.4	286.8	287.1	284.5	284.0	288.4	288.5	311.9
2	285.8	285.8	285.2	285.0	284.6	284.2	288.1	313.3
3	286.4	286.8	287.4	287.7	285.3	285.2	286.4	311.4
4	286.5	287.0	286.7	287.0	286.0	286.0	288.3	312.8
5	286.1	286.3	286.5	286.7	283.6	282.9	292.8	317.4
6	285.7	285.6	286.2	286.3	288.2	288.3	285.9	310.9
7	285.9	285.9	286.0	283.1	281.8	285.7	288.3	312.6
8	286.4	284.2	282.8	289.0	289.0	288.3	288.5	310.4
9	286.4	285.6	285.5	287.9	288.1	287.3	287.4	304.6
10	285.5	285.3	285.4	286.4	286.6	287.2	286.9	308.9
11	285.6	285.5	286.3	286.5	284.6	284.2	287.8	313.0
12	286.2	286.5	285.4	285.3	284.6	284.2	287.7	313.0
13	286.0	285.0	284.5	286.9	287.1	287.3	287.5	310.0
14	285.6	285.4	285.5	286.4	286.4	286.7	286.9	309.5
15	284.1	284.1	284.4	285.0	284.6	283.4	283.0	306.7

$K \setminus I$	9	10	11	12	13	14	15
1	337.0	388.1	386.5	409.9	417.8	420.8	467.9
2	339.0	389.4	384.1	414.9	413.8	435.1	470.2
3	331.5	387.2	392.9	415.6	412.7	436.9	470.1
4	328.2	387.3	387.3	406.9	411.8	433.4	470.2
5	336.5	385.6	383.4	408.6	404.2	420.9	488.3
6	336.5	382.0	381.2	416.8	419.8	438.7	469.9
7	337.5	390.4	388.2	406.2	413.8	439.5	493.0
8	335.3	387.8	384.7	409.1	421.9	442.4	482.3
9	327.5	388.6	388.7	415.4	419.4	426.0	485.4
10	333.9	383.6	368.5	408.6	423.7	413.9	483.7
11	331.8	380.3	384.4	414.7	411.2	426.0	490.8
12	330.3	378.2	376.5	413.9	409.3	431.9	493.8
13	333.6	378.3	376.6	402.7	410.5	435.8	485.0
14	333.5	382.5	371.0	409.2	420.3	418.0	485.3
15	328.7	373.9	383.1	413.2	416.2	423.4	467.7

Tabela V.5: Headway Gerado

$K \setminus I$	1	2	3	4	5	6	7	8
16	285.9	286.1	286.6	286.9	283.8	283.2	284.2	308.7
17	285.3	286.3	286.5	286.8	287.0	285.7	284.4	307.3
18	285.6	285.3	285.0	286.9	287.1	282.8	281.8	306.0
19	285.9	285.2	285.0	286.9	287.0	283.5	282.8	310.0
20	286.0	286.2	285.1	284.9	285.0	284.8	279.2	298.7
21	286.0	286.2	283.6	282.2	286.9	287.1	287.2	312.4
22	286.2	286.5	285.6	285.6	286.6	286.7	285.1	309.9
23	286.1	286.1	286.2	287.2	287.4	284.7	284.0	311.8
24	285.7	285.9	286.0	284.6	284.2	288.1	288.2	315.1
25	286.5	285.9	286.0	285.1	284.9	285.0	284.9	305.1
26	285.5	285.3	285.9	286.0	283.2	282.2	284.9	311.7
27	286.0	286.3	285.9	286.0	282.8	281.6	286.1	311.2
28	286.0	286.2	285.7	285.6	282.6	281.3	284.3	308.9

$K \setminus I$	9	10	11	12	13	14	15
16	328.7	385.4	387.5	402.5	407.3	433.6	487.8
17	329.3	379.9	379.4	410.5	410.9	432.7	480.6
18	329.0	388.2	383.8	407.6	416.8	428.4	477.5
19	336.3	388.7	379.5	407.9	414.4	409.2	493.2
20	344.9	394.6	370.8	409.4	408.6	426.5	472.6
21	341.1	385.6	378.3	410.5	415.1	442.4	485.4
22	342.3	390.2	390.0	404.5	411.7	439.2	496.0
23	337.4	388.2	391.2	421.0	408.3	436.5	485.5
24	340.2	378.0	392.4	418.3	414.4	440.4	487.8
25	331.6	387.1	390.8	411.1	404.7	412.2	508.4
26	337.1	387.3	381.1	424.5	421.9	424.5	485.4
27	332.4	382.0	384.1	414.9	410.9	430.4	476.8
28	337.7	382.7	381.8	412.4	406.1	430.3	482.2

Headway Gerado

$I \setminus K$	1	15
1	554.2	122.1
2	555.3	122.1
3	556.3	122.4
4	548.4	123.0
5	546.9	122.6
6	560.2	121.4
7	560.5	121.0
8	630.7	144.7
9	706.1	166.7
10	859.4	211.9
11	854.6	221.1
12	924.8	251.2
13	948.3	254.2
14	957.4	261.4
15	1098.7	305.7

Tabela V.6: Folga

$K \setminus I$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	249.0	267.0	283.5	290.4	278.8	276.2	290.6	317.4
3	317.4	335.0	349.8	353.4	339.6	333.7	346.9	382.9
4	358.8	382.4	404.2	415.5	403.7	396.6	410.0	452.4
5	390.4	419.5	444.5	459.2	448.3	441.9	459.1	509.9
6	422.0	453.2	480.2	496.9	484.9	474.8	495.3	559.2
7	389.9	416.7	440.4	455.3	446.4	439.3	457.1	513.1
8	272.4	286.5	299.0	307.0	302.2	298.5	308.2	338.5
9	215.0	223.2	229.9	234.9	232.9	231.5	237.8	256.3
10	195.2	201.1	205.8	209.7	208.8	207.9	212.7	226.2
11	236.0	236.6	236.6	241.2	242.9	245.7	251.8	262.5
12	228.4	228.3	227.8	231.9	233.6	236.1	241.5	251.3
13	222.5	222.7	222.0	225.5	226.8	228.8	233.7	243.0
14	222.5	223.0	221.9	224.8	226.2	228.1	233.1	242.7
15	288.9	287.5	284.0	288.5	291.7	296.1	303.7	316.8

$K \setminus I$	9	10	11	12	13	14	15
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	339.8	384.1	395.7	409.5	439.1	448.4	393.3
3	416.7	480.7	488.8	511.6	548.1	563.5	504.2
4	485.4	553.1	574.8	615.4	659.4	684.6	615.1
5	536.9	604.3	628.1	668.6	710.7	738.9	665.1
6	594.7	671.7	691.6	732.9	769.7	788.4	722.9
7	544.7	612.4	628.3	666.7	701.2	721.9	662.7
8	355.2	391.7	400.6	421.3	439.5	454.1	427.2
9	266.3	288.4	293.8	306.2	318.3	329.6	317.0
10	233.2	250.2	254.9	264.8	274.5	283.8	276.6
11	268.6	286.8	273.5	269.8	289.4	285.4	279.4
12	256.5	272.1	259.4	255.8	273.4	269.1	266.5
13	247.2	260.8	248.8	245.6	261.3	257.5	257.4
14	246.8	260.0	248.0	244.6	258.9	255.5	256.7
15	322.7	341.2	313.7	302.2	326.5	313.3	313.7

Tabela V.7: Carregamento nos Trems

$K \setminus I$	1	2	3	4	5	6	7	8
16	625.9	619.2	612.0	628.6	642.0	636.9	634.6	655.9
17	702.5	698.9	697.0	719.2	727.6	715.6	709.4	732.9
18	767.2	759.2	761.4	787.5	800.0	791.2	781.8	806.8
19	804.4	794.9	795.0	821.4	836.2	826.0	812.6	835.9
20	839.6	828.5	826.2	854.4	871.5	858.6	842.3	867.8
21	1156.7	1163.0	1167.4	1180.2	1184.1	1162.1	1120.3	1099.4
22	1141.5	1148.9	1151.8	1161.2	1164.3	1144.0	1104.2	1084.9
23	1037.8	1048.1	1050.4	1055.9	1058.1	1042.7	1008.9	991.6
24	860.4	872.4	874.4	878.3	882.3	874.9	850.1	840.0
25	708.1	717.9	718.9	720.8	723.2	721.4	708.8	711.4
26	684.0	692.9	693.6	695.7	698.1	696.6	685.9	690.1
27	638.5	645.2	644.9	648.1	650.9	649.7	641.8	650.1
28	575.1	580.6	580.1	584.0	586.7	586.1	581.6	593.5
29	521.8	526.2	525.1	529.8	531.7	530.7	529.0	543.1

$K \setminus I$	9	10	11	12	13	14	15
16	659.0	666.5	621.0	635.9	696.4	666.3	644.3
17	731.2	740.1	697.2	709.2	763.3	735.1	723.0
18	800.5	809.4	759.0	774.8	828.5	803.6	794.4
19	827.7	842.7	793.2	809.2	866.2	843.6	834.6
20	862.8	887.3	835.7	849.9	909.8	877.9	865.6
21	1095.2	1214.7	1097.8	1081.5	1135.5	1090.2	1068.7
22	1084.7	1208.3	1089.8	1072.8	1126.0	1085.5	1067.4
23	1000.9	1127.8	1022.4	1001.7	1046.3	1014.7	1015.5
24	857.8	975.4	894.1	893.8	932.9	911.3	928.9
25	737.1	832.5	766.0	777.5	815.8	807.9	838.8
26	714.2	803.1	741.6	755.1	792.1	781.7	811.3
27	673.1	751.0	695.2	708.6	746.8	735.7	763.2
28	615.3	681.5	632.8	644.2	680.5	670.9	696.9
29	563.1	618.6	576.3	584.2	617.9	607.6	630.9

Carregamento nos Trens

$K \setminus I$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	An	An	An	R3	An	R3	An	R3
2	An	An	An	An	R3	R3	An	R3
3	An	An	An	R3	An	An	An	An
4	An	An	R3	An	R3	An	R3	An
5	An	R3	An	R3	R3	An	An	R3
6	An	An	R3	R3	An	R3	An	An
7	An	An	R3	An	R3	R3	R3	R3
8	An	R3	An	R3	An	An	R3	R3
9	An	An	R3	An	R3	R3	An	An
10	An	An	R3	An	R3	An	An	R3
11	An	R3	An	An	An	An	R3	An
12	An	An	R3	An	An	An	R3	An
13	An	An	An	An	R3	An	An	R3
14	An	An	An	An	An	An	An	An
15	An	An	An	An	An	An	An	An

$K \setminus I$	1	2	3	4	5	6	7	8
16	An	An	An	An	R3	An	R3	R3
17	An	An	R3	An	R3	R3	An	An
18	An	An	R3	An	An	An	R3	An
19	An	R3	An	An	An	An	R3	An
20	An	An	An	An	R3	An	An	R3
21	An	An	R3	An	An	R3	An	An
22	An	R3	An	An	R3	An	An	R3
23	An	An	R3	An	An	An	R3	An
24	An	R3	An	R3	An	An	R3	An
25	An	An	An	R3	An	An	An	R3
26	An	An	R3	An	An	R3	An	R3
27	An	An	An	R3	An	An	R3	An
28	An	An	An	An	R3	An	R3	R3

Tabela V.8: Nível de Desempenho entre Estações

$K \setminus I$	9	10	11	12	13	14	15
1	An	An	R3	An	An	R3	An
2	An	An	R3	An	R3	An	R3
3	R3	An	R3	An	An	An	An
4	An	R3	An	R3	An	An	R3
5	An	An	An	An	An	R3	An
6	An	An	R3	An	R3	An	R3
7	R3	An	An	An	R3	R3	An
8	An	An	An	R3	R3	An	R3
9	R3	R3	An	An	R3	R3	An
10	An	R3	R3	R3	An	An	R3
11	An	An	R3	An	An	R3	An
12	An	R3	R3	An	An	An	R3
13	R3	An	An	R3	R3	An	An
14	An	An	An	An	An	An	An
15	An	An	An	An	An	An	An

$K \setminus I$	9	10	11	12	13	14	15
16	An	An	An	R3	An	R3	An
17	R3	An	R3	An	R3	An	An
18	An	R3	An	R3	R3	An	R3
19	R3	R3	An	R3	An	R3	An
20	An	An	R3	An	An	An	R3
21	R3	An	R3	An	An	An	R3
22	An	An	An	R3	An	R3	An
23	R3	An	R3	An	An	An	R3
24	An	R3	R3	R3	R3	An	R3
25	R3	R3	An	An	R3	R3	An
26	An	An	R3	R3	An	R3	An
27	R3	An	An	An	An	An	R3
28	R3	R3	R3	An	R3	R3	R3

Nível de Desempenho entre Estações

$K \setminus I$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	55.8	55.8	55.8	60.0	55.8	60.0	55.8	60.0
2	56.0	56.0	56.0	56.0	60.0	60.0	56.0	60.0
3	54.6	54.6	54.6	60.0	54.6	54.6	54.6	54.6
4	53.4	53.4	60.0	53.4	60.0	53.4	60.0	53.4
5	54.9	60.0	54.9	60.0	60.0	54.9	54.9	60.0
6	55.4	55.4	60.0	60.0	55.4	60.0	55.4	55.4
7	57.1	57.1	60.0	57.1	60.0	60.0	60.0	60.0
8	55.9	60.0	55.9	60.0	55.9	55.9	60.0	60.0
9	55.3	55.3	60.0	55.3	60.0	60.0	55.3	55.3
10	56.3	56.3	60.0	56.3	60.0	56.3	56.3	60.0
11	55.9	60.0	55.9	55.9	55.9	55.9	60.0	55.9
12	51.7	51.7	60.0	51.7	51.7	51.7	60.0	51.7
13	54.4	54.4	54.4	54.4	60.0	54.4	54.4	60.0
14	52.9	50.7	50.7	52.9	50.7	50.7	52.9	50.7
15	24.0	24.0	12.3	24.0	12.3	24.0	24.0	12.3

$K \setminus I$	1	2	3	4	5	6	7	8
16	53.4	53.4	53.4	53.4	60.0	53.4	60.0	60.0
17	52.9	52.9	60.0	52.9	60.0	60.0	52.9	52.9
18	57.0	57.0	60.0	57.0	57.0	57.0	60.0	57.0
19	53.1	60.0	53.1	53.1	53.1	53.1	60.0	53.1
20	57.3	57.3	57.3	57.3	60.0	57.3	57.3	60.0
21	55.4	55.4	60.0	55.4	55.4	60.0	55.4	55.4
22	55.5	60.0	55.5	55.5	60.0	55.5	55.5	60.0
23	55.5	55.5	60.0	55.5	55.5	55.5	60.0	55.5
24	55.3	60.0	55.3	60.0	55.3	55.3	60.0	55.3
25	56.4	56.4	56.4	60.0	56.4	56.4	56.4	60.0
26	53.1	53.1	60.0	53.1	53.1	60.0	53.1	60.0
27	51.5	51.5	51.5	60.0	51.5	51.5	60.0	51.5
28	55.8	55.8	55.8	55.8	60.0	55.8	60.0	60.0

Tabela V.9: Tempos de Parada nos Pontos de Embarque

$K \setminus I$	9	10	11	12	13	14	15
1	55.8	55.8	60.0	55.8	55.8	60.0	55.8
2	56.0	56.0	60.0	56.0	60.0	56.0	60.0
3	60.0	54.6	60.0	54.6	54.6	54.6	54.6
4	53.4	60.0	53.4	60.0	53.4	53.4	60.0
5	54.9	54.9	54.9	54.9	54.9	60.0	54.9
6	55.4	55.4	60.0	55.4	60.0	55.4	60.0
7	60.0	57.1	57.1	57.1	60.0	60.0	57.1
8	55.9	55.9	55.9	60.0	60.0	55.9	60.0
9	60.0	60.0	55.3	55.3	60.0	60.0	55.3
10	56.3	60.0	60.0	60.0	56.3	56.3	60.0
11	55.9	55.9	60.0	55.9	55.9	60.0	55.9
12	51.7	60.0	60.0	51.7	51.7	51.7	60.0
13	60.0	54.4	54.4	60.0	60.0	54.4	54.4
14	50.7	52.9	50.7	50.7	52.9	50.7	52.9
15	24.0	12.3	12.3	12.3	24.0	24.0	12.3

$K \setminus I$	9	10	11	12	13	14	15
16	53.4	53.4	53.4	60.0	53.4	60.0	53.4
17	60.0	52.9	60.0	52.9	60.0	52.9	52.9
18	57.0	60.0	57.0	60.0	60.0	57.0	60.0
19	60.0	60.0	53.1	60.0	53.1	60.0	53.1
20	57.3	57.3	60.0	57.3	57.3	57.3	60.0
21	60.0	55.4	60.0	55.4	55.4	55.4	60.0
22	55.5	55.5	55.5	60.0	55.5	60.0	55.5
23	60.0	55.5	60.0	55.5	55.5	55.5	60.0
24	55.3	60.0	60.0	60.0	60.0	55.3	60.0
25	60.0	60.0	56.4	56.4	60.0	60.0	56.4
26	53.1	53.1	60.0	60.0	53.1	60.0	53.1
27	60.0	51.5	51.5	51.5	51.5	51.5	60.0
28	60.0	60.0	60.0	55.8	60.0	60.0	60.0

Tempos de Parada nos Pontos de Embarque