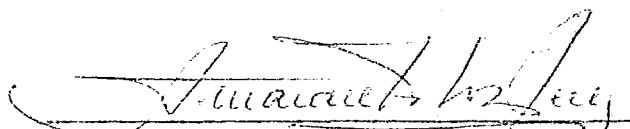


"CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO PROBLEMA DA DISTRIBUIÇÃO
DO TRÁFEGO DE VEÍCULOS NUMA REDE URBANA"

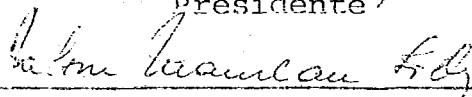
Joana Guimarães Filha

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

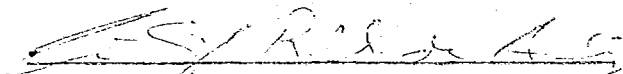
Aprovada por :



Prof. Amaranto L. Pereira
Presidente



Prof. Nelson Maculan Filho



Prof. João Lizardo de Araujo

RIO DE JANEIRO

ESTADO DA GUANABARA - BRASIL

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

- Ao dedicado Prof. Amaranto Lopes Pereira, meu sincero agradecimento pela sua paciente orientação.
- Ao Prof. Gerard Authiê, meu reconhecimento pela colaboração prestimosa para a realização deste trabalho.
- Aos Profs. Nelson Maculan Filho e João Lizardo de Araujo, pelo apoio e participação na banca examinadora.
- À COPPE, como Instituição, pela sua mentalidade de estudo e trabalho.
- Aos meus amigos, pelo estímulo durante todo o curso.

SUMÁRIO

O presente trabalho diz respeito ao estudo de um modelo de distribuição de um fluxo de veículos numa rede urbana de tráfego, de topologia conhecida.

É apresentado o desenvolvimento teórico de algumas características básicas do tráfego de veículos e também os resultados de uma pesquisa visando a determinação dos caminhos mínimos.

Além do estudo do modelo propriamente dito, é tratado um exemplo de aplicação do mesmo, a uma rede real.

ABSTRACT

The present work concerns the study of a distributional model of a flow of vehicles in a urban area with well known topology.

It is presented the theoretical development of some basic traffic characteristics and the results of a search of the shortest path.

Besides the model study, we have an example of its application in a real traffic area.

INDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DO TRÁFEGO DE VEÍCULOS. O PROBLEMA DO ATRASO	9
2.1 - Características básicas do tráfego	9
2.2 - Análise de alguns aspectos da fórmula de Webster e da fórmula de Webster simplificada	18
CAPÍTULO III - DETERMINAÇÃO DOS CAMINHOS MÍNIMOS	24
3.1 - Algoritmo dos caminhos mínimos	24
3.2 - Descrição do algoritmo R.C.M.	27
3.3 - Diagrama de bloco (caminhos mínimos)	30
3.4 - Aplicação do algoritmo	32
CAPÍTULO IV - ESTUDO DE UM MODELO DE DISTRIBUIÇÃO DE UM FLUXO DE VEÍCULOS NUMA REDE URBANA	37
4.1 - Procedimento adotado na pesquisa do modelo em estu do	38
4.2 - Entradas e saídas do modelo em estudo	38
4.3 - Diagrama de bloco do programa principal	42
4.4 - Descrição dos elementos do diagrama de bloco (pro- grama principal)	48
CAPÍTULO V - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MODELO ESTUDADO A UMA RE DE DE SÃO PAULO	54
CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
BIBLIOGRAFIA	66
APÊNDICE	67

CAPÍTULO II N T R O D U C Ã O

Foi certamente a Revolução Industrial, uma das principais causas que contribuíram para o congestionamento do tráfego nas áreas metropolitanas. Tal fenômeno foi observado inicialmente de maneira significativa, na Europa Ocidental e nos Estados Unidos da América.

Na década de 1920, surgiu nos Estados Unidos o automóvel que passou a ser então a causa fundamental da saturação das vias urbanas. O seu rápido aperfeiçoamento fez com que tanto nos Estados Unidos quanto na Europa, o crescimento da circulação de veículos levasse tal circulação a configurar-se sob a forma de anéis periféricos de características concêntricas, tendo um núcleo central (cidade), e pontos de confluência representados pelos bairros (periferia).

Fez-se sentir então a necessidade da organização de serviços de transportes públicos, o que tornou possível não apenas a obtenção de um deslocamento mais rápido por parte dos usuários, como também uma melhor orientação no processo de crescimento dos grandes centros metropolitanos. A evolução natural destes meios de transportes para atendimento público obedeceria a seguinte sequência: bondes, trens, ônibus, metrô, etc.

Em relação ao metrô como sistema de transporte, tem

se notícias de que 38 cidades do mundo, nestes últimos 50 anos , vêm procurando melhorar ou expandir sistemas desse tipo. É oportuno lembrar que o metrô foi utilizado pela primeira vez em Paris em 1910, já cobrindo hoje uma extensão de aproximadamente 400 km, o que bem demonstra a importância desse meio de transporte em cidades densamente habitadas.

A diversificação dos tipos de transportes incluindo particularmente os automóveis, os veículos utilizados nos transportes públicos e os necessários ao abastecimento dos grandes centros consumidores, despertou a atenção dos responsáveis para a necessidade de um melhor equacionamento do problema, com o objetivo principal de disciplinar os dois aspectos básicos: cidade e tráfego.

Assim é que em países como os Estados Unidos, o Canadá, a Austrália e outros, órgãos oficiais específicos foram criados pelos governos para o estudo racional dos problemas decorrentes do congestionamento das grandes cidades pelo tráfego inadequado de veículos.

Por volta de 1954, importantes estudos foram efetuados em Chicago e Detroit, nos quais os objetivos perseguidos davam prioridade às considerações visando favorecer a circulação do tráfego, ainda que muitas vezes com o sacrifício de aspectos paisagísticos das cidades, através de construções tais como: pontes, túneis, vias expressas, etc.

Posteriormente surgiu na Inglaterra um trabalho da autoria de Buchanan [1] que, utilizando uma metodologia mais simples

do que a empregada nas cidades acima citadas, tentou aperfeiçoar o que havia sido feito nos Estados Unidos.

No Brasil, o nosso processo de urbanização seguiu também as fases observadas nos Estados Unidos e na Europa, tendo sido levadas em conta naturalmente as peculiaridades próprias ao nosso país.

Enquanto na Europa as principais empresas fabris davam lugar ao aparecimento de núcleos, aldeias, etc., originando assim os chamados centros de movimentação, aqui aconteceu o inverso, isto é, os nossos centros industriais se aglutinaram em um pequeno número de áreas metropolitanas, tais como: São Paulo, Rio de Janeiro, Porto Alegre, etc.. O automóvel passou a ser utilizado pelas pessoas de nível econômico mais alto, ficando o transporte público para as classes de menor poder econômico. Podemos verificar, por outro lado, tomando por base um levantamento realizado na década de 1960-1970 em alguns países, que na Alemanha Federal a relação representada pelo número de habitantes por número de veículos é de 4,9; no Canadá de 3,6 hab/veic, e no Brasil de 38,8 hab/veic. Outro fato curioso e que foi comprovado neste mesmo levantamento é que em São Paulo a relação é de 14,3 hab/veic, e no Rio de Janeiro, de 20,5 hab/veic, o que bem demonstra acharem-se os automóveis concentrados sobretudo nas áreas metropolitanas.

Os problemas da Engenharia de Tráfego que ocorrem em nosso país, são análogos aos dos demais países onde o assunto tem despertado a atenção dos técnicos.

A maioria dos autores distingue quatro etapas características no estudo dos problemas da Engenharia de Tráfego :

- Geração de Viagens ou de movimentos de usuários nos nós de uma rede de tráfego.
- Distribuição de Viagens ou de movimentos de usuários entre os nós da referida rede.
- Fator de Divisão Modal ou escolha dos modos de transportes.
- Distribuição de Tráfego de Veículos numa rede dada.

O trabalho que nos foi dado desenvolver diz respeito à importante etapa da Distribuição de Tráfego. Em se tratando de um problema de distribuição de tráfego, um dos objetivos imediatos será o estudo de um modelo adequado das condições atuais de um dado sistema de transportes, com vistas a uma melhor distribuição dos movimentos futuros no referido sistema.

Utilizamos um processo iterativo, cuja técnica leva em consideração os tempos de percurso nos arcos. Os referidos tempos dependem fundamentalmente dos fluxos de veículos que circulam nos arcos, ou seja de suas cargas .

O modelo de distribuição de tráfego em um rede urbana de tonologia conhecida a que chegamos, visa reproduzir o fato de que, conforme veremos posteriormente, ao verificarmos o 2º Princípio de Wardrop, para um mesmo par origem-destino, a corrente de ve

ículos tenderá a repartir-se sobre vários itinerários alternativos nos quais os tempos de percurso deverão ser aproximadamente vizinhos, levando em consideração a carga que os arcos podem suportar.

Como já dissemos, o tempo de percurso no ramo é função do volume de tráfego ali distribuído, o que não é outra coisa senão o princípio da distribuição com restrição de capacidade.

O modelo por nós proposto considera o problema da distribuição de veículos numa dada rede urbana, levando em conta dois aspectos fundamentais :

- a) O atraso na via
- b) O atraso no cruzamento

Para estudar as condições do tráfego, ou investigar algum aspecto a este ligado, impõe-se preliminarmente um estudo da velocidade, do fluxo e dos atrasos de veículos nos cruzamentos.

Várias técnicas de modelagem têm sido desenvolvidas e apesar de serem diferentes os métodos de pesquisas empregados, as conclusões alcançadas apresentam-se análogas. Certas técnicas levam em conta ainda os movimentos dos próprios pedestres, enquanto outras recorrem à consideração de veículos em movimento numa determinada via. Na técnica por nós escolhida, consideraremos os dois atrasos já citados acima e utilizaremos a relação exprimindo a velocidade em função do fluxo.

As duas relações empregadas baseiam-se nas pesquisas levadas a efeito no Road Research Laboratory (R.R.L.) - Inglaterra

[3], onde a velocidade em função do fluxo, para o caso de uma via estudada em Londres, foi obtida através da expressão :

$$V = \min(24 ; 31 - \frac{0,70Q+430}{3W}) \quad (1.1)$$

onde :

V = velocidade (dada em milhas/hora)

Q = fluxo (dado em veículos/hora)

W = largura da via, medida em pés

A relação usada para o caso do atraso no cruzamento baseou-se na chamada Fórmula de Webster, o qual propôs um modelo matemático do cruzamento, que permite calcular para cada ramo do cruzamento o retardo médio por veículo em função da duração do ciclo, da duração do sinal verde e do grau de saturação do ramo.

A fórmula proposta por Webster é :

$$A_j = \frac{C(1-L_i)^2}{2(1-L_i X_j)} + \frac{X_j^2}{2Q_j(1-X_j)} - 0,65 \left(\frac{C}{Q_j}\right)^{1/3} X_j^{(2+5L_i)} \quad \dots\dots\dots (1.2)$$

onde :

A_j - retardo médio por veículo sobre a fila j durante a fase i , expressa em segundos.

C - duração do ciclo em segundos.

$L_i = \frac{V_i}{C}$, onde V_i é a duração em segundo do sinal verde efetivo durante a fase i .

Q_j - Fluxo sobre a fila j (veículos/segundos)

$$x_j = \frac{Q_j}{L_i Q_{\max}} \quad \text{grau de saturação da fila } j$$

Q_{\max} - Fluxo de saturação (veículos/segundos)

As fórmulas (1.1), (1.2) e bem assim a fórmula de Webster simplificada serão objeto de estudo mais detalhado no Capítulo II da presente Memória.

É oportuno lembrar que no equacionamento de um problema como o da distribuição de veículos numa rede urbana, há toda a conveniência de se prever um certo encadeamento no procedimento a ser adotado, de modo a ser alcançada na operação a maior economia possível.

Em nosso trabalho procederemos da seguinte maneira :
 dada uma rede urbana, as três fases abaixo serão consideradas :

Problema 1 - Conhecido o fluxo nos ramos e o funcionamento dos sinais, determinar :

- a) O tempo de percurso em cada ramo em função do fluxo.
- b) O atraso correspondente no cruzamento.

Problema 2 -

- a) Determinação dos caminhos mínimos
- b) Conhecido o caminho mínimo de um ponto origem a um ponto destino, proceder a uma primeira distribuição dos veículos.

Problema 3 - Levando em conta os tempos de percurso e os atrasos nos cruzamentos, dar continuidade ao carregamento da rede, de forma progressiva.

Daremos ao longo do trabalho as definições e notações que se forem fazendo necessárias. Consideraremos naturalmente na representação da rede algumas características básicas, tais como: os nós X_i e Y_j (origem e destino respectivamente), o comprimento e a largura do ramo, o número de nós, o fluxo do ramo, além dos movimentos origem-destino.

Veremos no Capítulo II algumas características básicas do tráfego de veículos e o problema do atraso. No Capítulo III estudaremos o algoritmo dos caminhos mínimos, utilizando um método matricial. Nos Capítulos IV e V faremos o estudo do modelo propriamente dito, apresentando uma aplicação do mesmo a uma rede real.

Terminaremos o nosso trabalho, com algumas considerações e conclusões a respeito do método utilizado e dos resultados experimentais decorrentes da aplicação do modelo por nós proposto.

CAPÍTULO II

CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DO TRÁFEGO DE VEÍCULOS

O PROBLEMA DO ATRASO

2.1 - CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DO TRÁFEGO

O estudo de um modelo de distribuição de veículos numa rede dada, leva em consideração características básicas do tráfego, tais como: fluxo, velocidade, tempo de percurso, saturação e sinalização, que julgamos conveniente passar em revista no presente capítulo.

Das características acima, o fluxo é sem dúvida uma das mais importantes, podendo ser definido como o número de veículos que passa através de uma dada secção de via na unidade de tempo. O fluxo ora considerado é geralmente expresso pela relação veículos/hora, sendo o vocábulo "volume" também muitas vezes utilizado na aceção de fluxo.

Sua medida que pode ser efetuada por processo manual ou através de contadores automáticos, é fundamental no estudo dos atrasos antes e depois de um cruzamento, nos gastos com a conservação das vias, etc .

Para a finalidade a que nos propomos, há necessidade do conhecimento do fluxo máximo ou capacidade de uma via, que

pode ser definido como sendo o número máximo de veículos que pode passar por uma dada secção de via na unidade de tempo.

Por outro lado, nenhuma discussão sobre o problema do tráfego de veículos seria completa se não levasse em consideração estudos acerca da velocidade em suas diferentes formas.

Podemos definir a velocidade tal como o fazemos no estudo de um movimento retilíneo e uniforme como a distância percorrida por um veículo na unidade de tempo, geralmente expressa em km/hora.

No modelo que interessa ao nosso estudo, a velocidade será obtida em função do fluxo de veículos na via. A especificação faz-se necessária no nosso entender, tendo em vista os diferentes significados que pode assumir a palavra velocidade. É assim que temos por exemplo: velocidade instantânea, velocidade de operação, velocidade de jornada, etc [4] , [11] .

Conforme citamos anteriormente, utilizaremos a relação empírica entre velocidade e fluxo, dada pelo R.R.L., a saber:

$$V = \min \left(24; 31 - \frac{0,70Q + 430}{3W} \right) \quad (1.1)$$

onde 24 e 31 são tomados em milhas/hora, W corresponde à largura da via (expressa em pés) e Q representa o fluxo (veíc/hora).

Tomando aproximadamente: 1m = 3 pés e 1 milha = 1,6 km, a fórmula (1.1) nos dá :

$$V = \min\left(24 \times 1,6 ; 31 \times 1,6 - \frac{430 \times 1,6}{9W} - \frac{0,70 \times 1,6Q}{9W}\right) \quad (2.1.3)$$

$$V = \min\left(38,4 ; 49,6 - \frac{76,4}{W} - 0,124 \frac{Q}{W}\right) \quad (2.1.4)$$

É oportuno lembrar que Wardrop (proponente da fórmula (1.1)) considerou a largura da via (W) de calçada a calçada, incluindo dois sentidos de circulação. Em nosso trabalho os dois sen tidos de circulação são tratados separadamente.

Pelo motivo exposto, uma relação entre velocidade, flu xo e largura da via para um sentido de circulação, obtêm-se substi tuindo W por 2W na relação (2.1.4) . Temos então :

$$V = \min\left(38,4 ; 49,6 - \frac{76,4}{2W} - \frac{0,124 Q}{2W}\right) \quad (2.1.5)$$

Observ. : Na relação (2.1.5) W representa na realidade a largura correspondente a um sentido de circulação.

Considerando que de acordo com resultados experimen - tais obtidos pelo R.R.L. [3], o fluxo máximo pode ser estimado pe - la expressão $Q_{\max} = 525 W$ (u.c.p./h) , em que W representa a largura medida em metros e relativa a um sentido de circulação, te remos :

$$V = \min\left(38,4 ; 49,6 - \frac{76,4}{2W} - \frac{525 \times 0,124 Q}{2 Q_{\max}}\right) \quad (2.1.6)$$

Esta relação dá as variações da velocidade em função do fluxo (Q) e da largura (W) para uma velocidade máxima de 38,4

km/h .

Supondo que as variações relativas de velocidade independam do valor da velocidade máxima, passemos a expressão (2.1.6) para a fórmula (2.1.7) abaixo, utilizando variáveis reduzidas :

$$\frac{V}{V_{\max}} = \min\left(1 ; \frac{49,6}{38,4} - \frac{76,4}{2 W 38,4} - \frac{525 \times 0,124 Q}{2 Q_{\max} 38,4}\right) \quad (2.1.7)$$

Ou finalmente ,

$$\frac{V}{V_{\max}} = \min\left(1 ; 1,29 - \frac{1}{W} - 0,84 \frac{Q}{Q_{\max}}\right) \quad (2.1.8)$$

A expressão (2.1.8) dá em variáveis reduzidas, V / V_{\max} em função de Q/Q_{\max} para uma largura de via dada (W) .

As figuras (2.1.1) e (2.1.2) fornecem uma representação gráfica para (2.1.8) , a segunda das quais levando em conta a variação do parâmetro W .

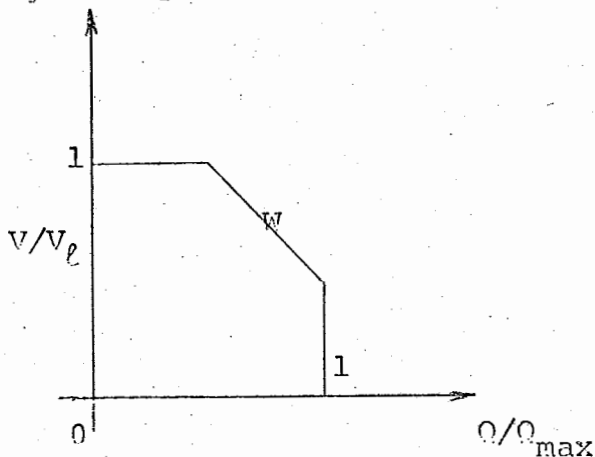


fig. (2.1.1)

V : velocidade (milhas/hora)

V_l : velocidade máxima

Q : fluxo (veículos/hora)

Q_{\max} : fluxo máximo

Como vemos, a largura é um parâmetro de variação. Para $W_1 < W_2 < W_3$, o gráfico apresentará a configuração seguinte,

fig. (2.1.2) :

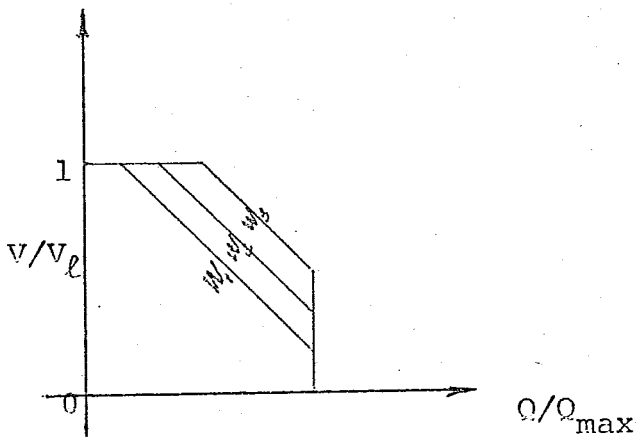


fig. (2.1.2)

Veamos a seguir o comportamento da curva dos tempos de percurso em função do fluxo. Normalmente tal curva apresenta a configuração da fig. (2.1.3) :

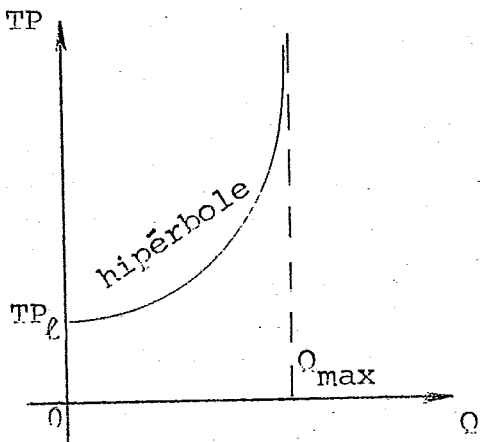


fig. (2.1.3)

Q : fluxo (veíc./hora)

TP : tempo de percurso (dist. em metros) / (veloc. em m/seg.)

TP_ℓ : tempo de percurso livre (em segundos)

Em nosso trabalho, um dos objetivos a que nos propomos é o de fazer uma distribuição homogênea dos fluxos de veículos nos ramos de uma rede urbana, de tal maneira que os tempos de percurso sobre vários itinerários alternativos para um mesmo par ori-

gem-destino sejam aproximadamente vizinhos, levando em consideração a carga que cada ramo pode suportar.

Suponhamos o exemplo lustrativo abaixo, fig.(2.1.4) :

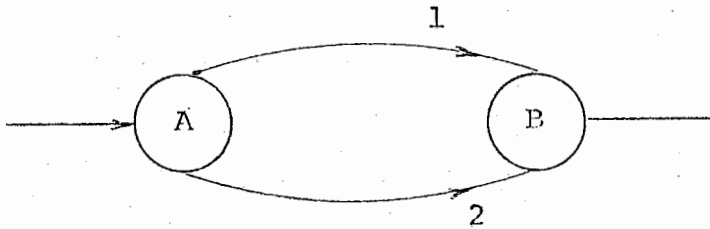


fig. (2.1.4)

Desejamos distribuir 1500 veículos, do nó A (origem, isto é, onde estão sendo geradas as viagens), ao nó B (destino, ou ponto terminal das viagens), sabendo de antemão que há dois itinerários conhecidos 1 e 2 e que os fluxos máximos dos itinerários são 1000 veículos e 1200 veículos, respectivamente.

Chamemos ITMAX o número máximo de iterações, isto é, o número de vezes que partilhamos os fluxos de veículos (entre os diferentes pares origem-destino) a serem distribuídos nos ramos da rede.

Se ITMAX for tomado pequeno, digamos igual a 3, teremos, no caso de ser o itinerário 2 o escolhido na primeira iteração, ($TP_{1l} < TP_{2l}$) a curva dos tempos de percurso dada pela fig.(2.1.6). Se na segunda iteração for o caminho 1 o escolhido, teremos a fig. (2.1.5); na terceira iteração se for o caminho 2, o trecho de curva correspondente é o visto na fig. (2.1.6), bem próximo, como podemos perceber, da saturação. Também verificamos que os tem

pos de percurso são bem diferentes.

Por essa razão, o ideal será que os incrementos sejam tomados os menores possíveis.

Procuramos encontrar um método de carregamento, tal que os tempos de percurso para os vários caminhos utilizados entre uma origem e um destino, fossem aproximadamente iguais.

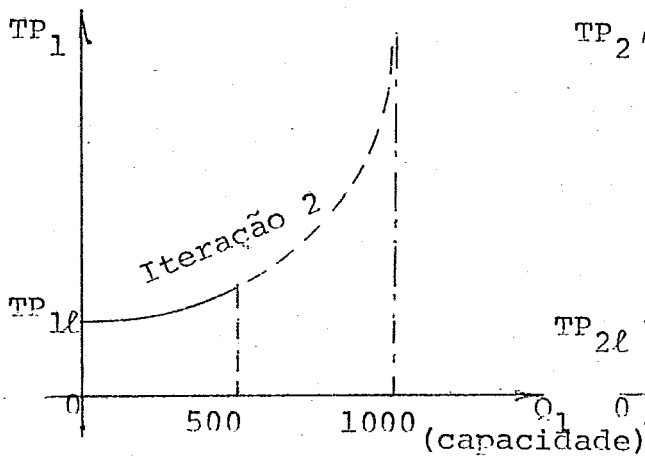


fig. (2.1.5)

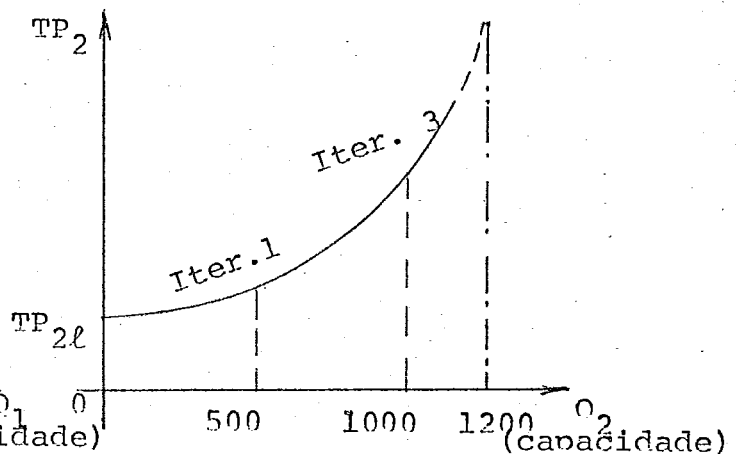


fig. (2.1.6)

Além do atraso na via que já foi objeto de discussão, levaremos em consideração o atraso nos cruzamentos. A idéia que podemos ter inicialmente é a de que as interseções constituem uma das causas principais do atraso global na circulação de veículos. Pelo contrário, tais interseções reduzem não apenas os referidos atrasos como também até o número de acidentes, tendo em vista que o perigo dos cruzamentos pode ser contornado, seja através da proibição de giros à esquerda, seja principalmente, de maneira bem

mais eficaz, pela utilização de semáforos. Neste caso, diz-se que a separação do tráfego se procede por tempo e não por espaço.

Os primeiros semáforos de que se tem notícia foram do tipo STOP / GO , emitindo sinais verde e vermelho, tendo sido instalados em Londres em 1868. A partir de então, grandes aperfeiçoamentos tecnológicos têm experimentado esses equipamentos. Os mais modernos dispõem até de circuitos fechados de televisão, sendo controlados à distância com o auxílio de computadores eletrônicos.

Geralmente podemos dispor de sinais luminosos de dois tipos: sinais de tempo-fixo e sinais "atuados pelos veículos", os quais serão posteriormente caracterizados. Antes, passemos em revista os elementos associados à operação de um sinal luminoso.

Tempo de ciclo - É o intervalo de tempo requerido para a obtenção de uma sequência completa de cores.

Aspecto - É a indicação da cor exibida pela face de um sinal luminoso ; o verde, o amarelo e o vermelho são as cores apresentadas no Brasil.

Fase - É definida segundo o R.R.L., pelas faixas de tráfego que num dado momento recebem o mesmo aspecto.

Normalmente os sinais luminosos envolvem duas fases , embora em alguns casos possam englobar mais de duas.

Tempo verde - É o intervalo de tempo num ciclo, durante o qual aparece a cor verde, assegurando a passagem da fase correspondente.

Período entre verdes - É o intervalo de tempo decorrido entre o fim do tempo verde de uma fase que perde o direito de passagem, e o início do referido tempo de outra fase que ganha esse direito(*).

Dizemos que os sinais são "atuados pelos veículos" quando os tempos verdes dependem da demanda dos fluxos (tráfego), em - quanto que os sinais são ditos de tempo-fixo quando funcionam com o tempo verde pré-fixado. Conseqüentemente, terão o tempo do ciclo também de duração fixa.

Se uma intersecção de vias é controlada por um sinal de tempo fixo, em que o ciclo do sinal está dividido em um período de vermelho efetivo, durante o qual nenhum tráfego é viável, e um período de verde efetivo, durante o qual o tráfego se escoá, conhecidas as durações destes períodos e conhecido o número máximo de veículos que são supostos ultrapassar a fila de espera de um cruzamento na unidade de tempo (fluxo de saturação ou capacidade), o atraso do tráfego pode ser calculado através da fórmula proposta por Webster, já mencionada anteriormente.

(*) No caso do cruzamento de duas vias, em que não se conhece as durações do tempo verde do ciclo, usa-se muitas vezes, para distribuir o verde entre essas vias, a relação:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{Q_1/Q_{1max}}{Q_2/Q_{2max}} = \frac{Y_1}{Y_2}, \text{ onde } V_1 \text{ e } V_2 \text{ são os tempos de duração dos sinais verdes, } Q_1 \text{ e } Q_2, Q_{1max} \text{ e } Q_{2max} \text{ são respectivamente os fluxos e os fluxos de saturação em dois ramos ortogonais 1 e 2.}$$

(continua)

2.2 - ANÁLISE DE ALGUNS ASPECTOS DA FÓRMULA DE WEBSTER E DA FÓRMULA DE WEBSTER SIMPLIFICADA

Para melhor esclarecimento da Fórmula de Webster, analisaremos a seguir alguns aspectos da mesma que estimamos relevantes :

Vejamos assim inicialmente como se poderia proceder em relação ao cálculo do atraso para um fluxo de chegada Q constante e um fluxo de saturação S dado .

Sejam:

Q : Fluxo de chegada constante (veic./seg)

S : Fluxo de saída durante o sinal (fluxo de saturação-veículos/seg.)

R : Duração do sinal vermelho (seg.)

V : Duração do sinal verde (seg.)

C : Duração de um ciclo $C = R + V$ (seg.)

$L = \frac{V}{C}$ Proporção de duração do sinal verde tomada em relação à duração de um ciclo

$\frac{Q}{S} = Y$ Grau de saturação da via

Se E representa o período total de espera (período entre verdes), a duração do ciclo será dada por :

$$C = V_1 + V_2 + E$$

Em nosso trabalho, como não conhecemos a priori os fluxos Q_1 e Q_2 , que resultam do carregamento, o cálculo da duração dos verdes V_1 e V_2 foi efetuado usando os fluxos de saturação Q_{1max} e Q_{2max} conhecidos, ou seja a relação: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{Q_{1max}}{Q_{2max}}$

$\frac{QC}{SV} = \frac{Y}{L} = X$ Taxa de ocupação do sinal verde (grau de saturação da via levando em conta a regulagem do sinal)

A figura (2.2.1) representará a formação da fila que se traduz, em número de veículos, pelo valor QR no fim da duração do vermelho e bem assim a evacuação da mesma durante o verde.

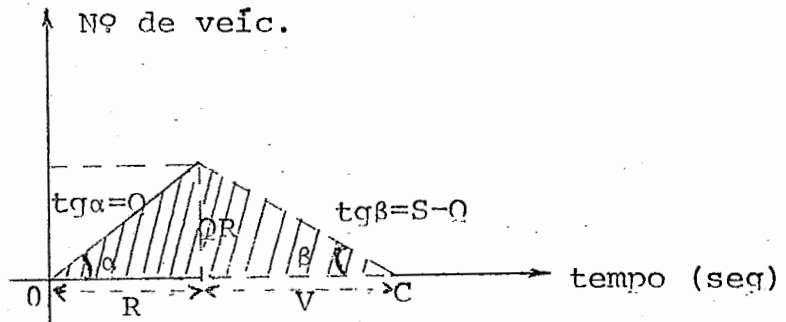


fig. (2.2.1)

sendo $V = \frac{QR}{S - Q}$ o tempo correspondente à evacuação da fila, o atraso total sofrido pelos veículos poderá ser representado pela área hachuriada, cujo valor é dado por :

$$\begin{aligned}
 A_t &= \frac{1}{2} (QR^2 + \frac{Q^2 R^2}{S-Q}) = \frac{1}{2} (\frac{(S-Q)(QR^2) + Q^2 R^2}{S-Q}) = \frac{1}{2} \frac{SQR^2}{(S-Q)} = \\
 &= \frac{1}{2} (\frac{QS(C-V)^2}{S-Q}) = \frac{1}{2} \frac{QS(C-V)^2}{S-SY} = \frac{1}{2} \frac{QS(C-LC)^2}{S-SY} = \frac{1}{2} QC^2 \frac{(1-L)^2}{(1-Y)} \\
 &\dots\dots\dots (2.2.1)
 \end{aligned}$$

QC veículos atravessam o cruzamento durante um ciclo. O atraso médio por veículo para atravessar o cruzamento será pois:

$$A_m = \frac{C(1-L)^2}{2(1-Y)} \quad (2.2.2)$$

Podemos observar que este valor de A nada mais é senão o primeiro termo da Fórmula de Webster.

Consideremos agora o cálculo do atraso para um fluxo de chegada Poissoniano e uma evacuação da fila com um fluxo de saturação.

Neste caso, para levar em conta o efeito de memória que resulta do acúmulo de veículos em fila de espera num dado cruzamento, admitindo para o fluxo de chegada uma Distribuição Poissoniana e utilizando um método de Simulação confirmado na prática, Webster propôs para o atraso no cruzamento a expressão :

$$A = \frac{C(1-L)^2}{2(1-Y)} + \frac{X^2}{2Q(1-X)} - 0,65 \left(\frac{C}{Q^2} \right)^{1/3} X^{(2+5L)} \quad (2.2.3)$$

O terceiro termo corretivo representa aproximadamente 10% do atraso médio por veículo A_m , daí poder-se utilizar uma expressão simplificada constituída dos primeiros termos de (2.2.3) multiplicada por 0,9. Virá então :

$$A = 0,45 C \left(\frac{(1-L)^2}{(1-Y)} + \frac{X^2}{Q C(1-X)} \right) \quad (2.2.4)$$

O atraso dado pela relação (2.2.4) é entretanto rela

tivamente laborioso de calcular. Como no presente trabalho efetuaremos a operação correspondente um grande número de vezes durante a distribuição do fluxo de veículos na rede, fomos conduzidos a procurar uma relação um pouco mais simples que permitisse o cálculo do atraso médio por veículo, com o compromisso rapidez-precisão bem razoável.

Duas idéias de partida podemos considerar para estabelecer esta relação :

a) Se o fluxo é nulo, isto é, se $Q=0 \rightarrow X=0, Y=0$.

Em consequência : $A = 0,45 C(1-L)^2$

b) Se $X \rightarrow 1$, tem-se $A \rightarrow \infty$ (saturação da via no nível do sinal, tendo em vista a sua regulagem)

A fig. (2.2.2) dá a representação gráfica correspondente.

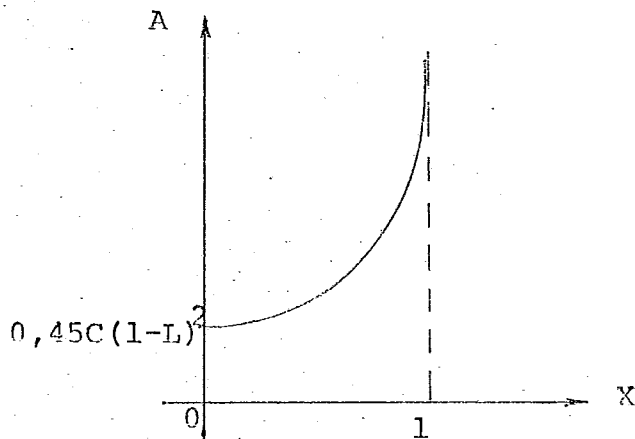


fig. (2.2.2)

Tem-se então uma relação da forma :

$$A = 0,45C(1-L)^2 \left(\frac{K}{1-X} + (1-K) \right) \quad (2.2.5)$$

que verifica as propriedades precedentes sendo K um parâmetro que influe sob a forma da curva $A(X)$. Se o modelo proposto fosse bom, K deveria ser independente de L . Entretanto, para que este modelo apresente resultados muito próximos dos fornecidos pela fórmula de Webster, faz-se necessário sejam utilizados valores de K função de L .

Para $K(L) = \frac{a}{(1-L)^2}$, temos, substituindo K por seu valor em (2.2.5) :

$$A = 0,45C \left(\frac{a}{1-X} - a + (1-L)^2 \right) \quad \text{com } \underline{a=0,115} \quad (2.2.6)$$

A tabela (2.2.7) é obtida a partir da relação

$K(L) = \frac{a}{(1-L)^2}$ cuja representação gráfica pode ser observada na fig. (2.2.3).

L	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	(2.2.7)
K	0,103	0,142	0,195	0,272	0,392	0,598	1,02	

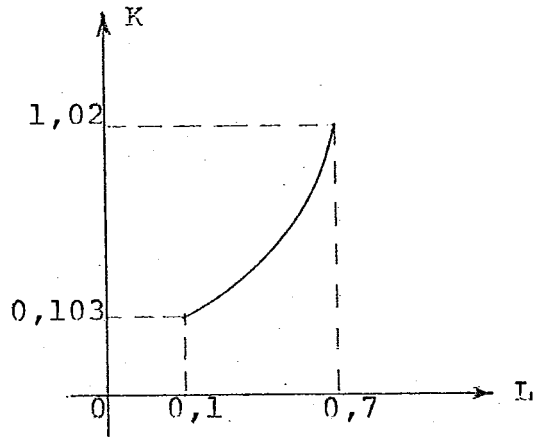


fig.(2.2.3)

Como a Fôrmla de Webster, a fôrmla simplificada(2.2.6), baseada na primeira, é essencialmente empírica. Como já dissemos anteriormente, a fôrmla (2.2.6), sendo mais simples do que a de Webster, é para o tipo de problema considerado no presente trabalho, de uso mais interessante do que esta última assegurando um bom compromisso entre a rapidez e a precisão (*).

(*) Segundo resultados obtidos pelo Prof. GERARD AUTHIÉ do Laboratoire d'Automatique et d'Analyse de Systèmes (L.A.A.S.), Toulouse, França.

CAPÍTULO III

DETERMINAÇÃO DOS CAMINHOS MÍNIMOS

3.1 - ALGORITMO DOS CAMINHOS MÍNIMOS

Dentre as várias indagações comumente feitas em alguns setores do meio estudantil e até mesmo entre profissionais, nos campos da pesquisa operacional e das ciências administrativas, torna-se oportuno mencionar :

O que é a teoria das redes e qual a sua finalidade?

Esta é uma pergunta que certamente, para ser cabalmente respondida, extrapolaria o contexto do presente trabalho; sobre o assunto, faremos aqui apenas um breve comentário, no sentido de por em evidência alguns pontos interessando a nossa exposição.

Inicialmente façamos a distinção entre teoria dos grafos e teoria das redes.

Aquela define o simples relacionamento estrutural entre os nós (pontos de interseção entre dois ou mais arcos, um arco podendo ser definido como um segmento de linha conectando dois nós). Um exemplo clássico, conhecido como da "cobertura mínima" é o seguinte :

Em um grafo G de n nós e A arcos, qual o número mínimo de nós que podem ser removidos de modo a eliminar todos os arcos do grafo?

Podemos observar que a resposta a este problema dependerá apenas da estrutura do grafo.

Por outro lado, consideremos agora um outro problema, tal como: dado um grafo G de n nós e A arcos e sabendo que o arco (i, j) é de comprimento d_{ij} , qual é o menor caminho entre dois nós dados s e t ?

Neste caso, a resposta além de depender da estrutura do grafo, dependerá também dos diferentes valores (comprimentos) dos arcos do grafo. Este problema é conhecido como "o problema dos caminhos mínimos". É portanto um problema de rede.

Com isto verificamos que a teoria das redes preocupa-se não somente com as relações estruturais entre os nós, mas também com as características quantitativas de nós e arcos.

A palavra rede constitui nos nossos dias um vocábulo de corrente utilização, muito embora o seu emprego se faça com acepções diferentes. É natural portanto ouvir-se falar de rede de tráfego, seja este aéreo ou terrestre, rodoviário ou ferroviário.

Por outro lado, é comum ao usuário, ao tentar estabelecer um plano de viagem, recorrer a um mapa em que estejam representados os roteiros ou as rotas possíveis, a partir do que poderá em princípio, fixar a sua escolha ante um critério previamente estabelecido.

Dentre os critérios adotados na escolha acima referida, aparece naturalmente, o que conduz ao estabelecimento do menor

caminho entre dois pontos ou nós, tais como s e t .

Como determinar não apenas o caminho mínimo entre dois nós especificados s e t , mas ainda todos aqueles suscetíveis de serem alcançados a partir de s , eis um problema que tem preocupado muitos estudiosos. Os algoritmos existentes podem ser englobados em duas classes distintas: uma caracterizada pelos "métodos matriciais", em que há uma determinação simultânea do menor caminho, entre cada par de nós da rede e para o que são utilizados algoritmos tais como os de : HU [5], REVISED CASCADE METHOD [6] (RCM), etc..

Outra, representada pelo método da "árvore", no qual o menor caminho é encontrado a partir de um dado nó visando os outros nós, sendo os cálculos repetidos para cada nó tomado como origem (fonte). Desta classe fazem parte os algoritmos de FORD E FULKERSON [7], BELLMAN E KALABA [8], assim como o algoritmo de DANTZIG [9], todos usando a programação dinâmica.

Faremos opção pelo RCM, que é certamente um dos mais eficientes e elegantes métodos matriciais, proporcionando as seguintes vantagens :

1) Requer somente $n(n-1)(n-2)$ operações elementares, onde cada operação é ou uma adição ou uma comparação, o que torna o algoritmo extremamente eficiente.

2) Pode ser aplicado em casos das matrizes de distância não simétricas, com arcos de comprimentos negativos e positivos.

3.2 - DESCRIÇÃO DO ALGORITMO R.C.H.

Dada uma rede, assim como os comprimentos de seus arcos, associemos a esta rede uma matriz distância $|d_{ij}|$ de ordem $N \times N$ e cujas entradas d_{ij} sejam os comprimentos dos arcos orientados que unem os nós N_i e N_j .

Assumamos que $d_{ii} = 0$ para todo i , e que $d_{ij} = \infty$, se não houver ligação direta do nó i com o nó j . Neste último caso, na prática, utilizando o computador digital, representaremos d_{ij} por um número convenientemente elevado. Observemos também que a matriz $|d_{ij}|$ não é necessariamente simétrica.

Consideremos a seguinte operação ligando as distâncias d_{ij} , d_{ik} e d_{kj} , para um k dado e todos os valores de $i \neq j$:

$$d_{ij} = \min(d_{ij}; d_{ik} + d_{kj}) \quad (3.2.1)$$

À mesma, dá-se o nome de "OPERAÇÃO TRIPLA".

Estas distâncias não satisfazem a desigualdade triangular e de um modo geral, por exemplo $d_{ij} \neq d_{ji}$; embora uma distância tal como d_{ij} possa ser negativa, a distância total de qualquer ciclo deverá ser necessariamente positiva.

A fórmula (3.2.1) significa que a entrada d_{ij} será substituída pela soma $d_{ik} + d_{kj}$, se esta soma for menor que a referida entrada, ou melhor, se o caminho passando pelo nó intermediário k for menor do que o caminho d_{ij} entre i e j até en

tão conhecido. No caso contrário, as entradas permanecerão imutáveis.

A "operação tripla" compara o comprimento de um arco com o comprimento do caminho resultante da associação de dois arcos com um nó intermediário N_k , chamado nó pivot, trocando o comprimento original do arco se este for maior do que o dos outros dois arcos associados.

A operação (3.2.1) pode ser executada da seguinte maneira :

Seja k em (3.2.1) um índice podendo assumir sucessivamente os valores: $1, 2, \dots, n$. Para cada valor k , tal como $k=k_0$, a expressão (3.2.1) é operada para cada entrada d_{ij} supondo-se $i \neq k_0 \neq j$.

Quando $k=k_0$ o nó k_0 é chamado nó pivot. Em consequência, os conjuntos dos elementos da k -ésima linha e da k -ésima coluna constituirão respectivamente a k -ésima linha e a k -ésima coluna pivot.

Estes elementos são deletados da matriz. Ficaremos portanto com uma matriz integrada por $(n-1)(n-1)$ elementos. Como $d_{ii} = 0$, para todo i , temos que $n-1$ elementos de entrada (da diagonal principal) são iguais a zero, e necessitamos somente de: $(n-1)^2 - (n-1) = (n-1)(n-2)$ operações triplas, para cada valor fixado de k .

Assim é que para n valores de k , há um total de

$n(n-1)(n-2)$ operações elementares triplas, como afirmado anteriormente.

Vejanos o seguinte :

1) Se d_{k_0j} na linha pivot for igual a ∞ , todas as entradas d_{ij} na mesma coluna não serão mudadas.

Por exemplo, para $i=3$, $j=8$, $k=4$

$$d_{38} = \min(d_{38}; d_{34} + d_{48})$$

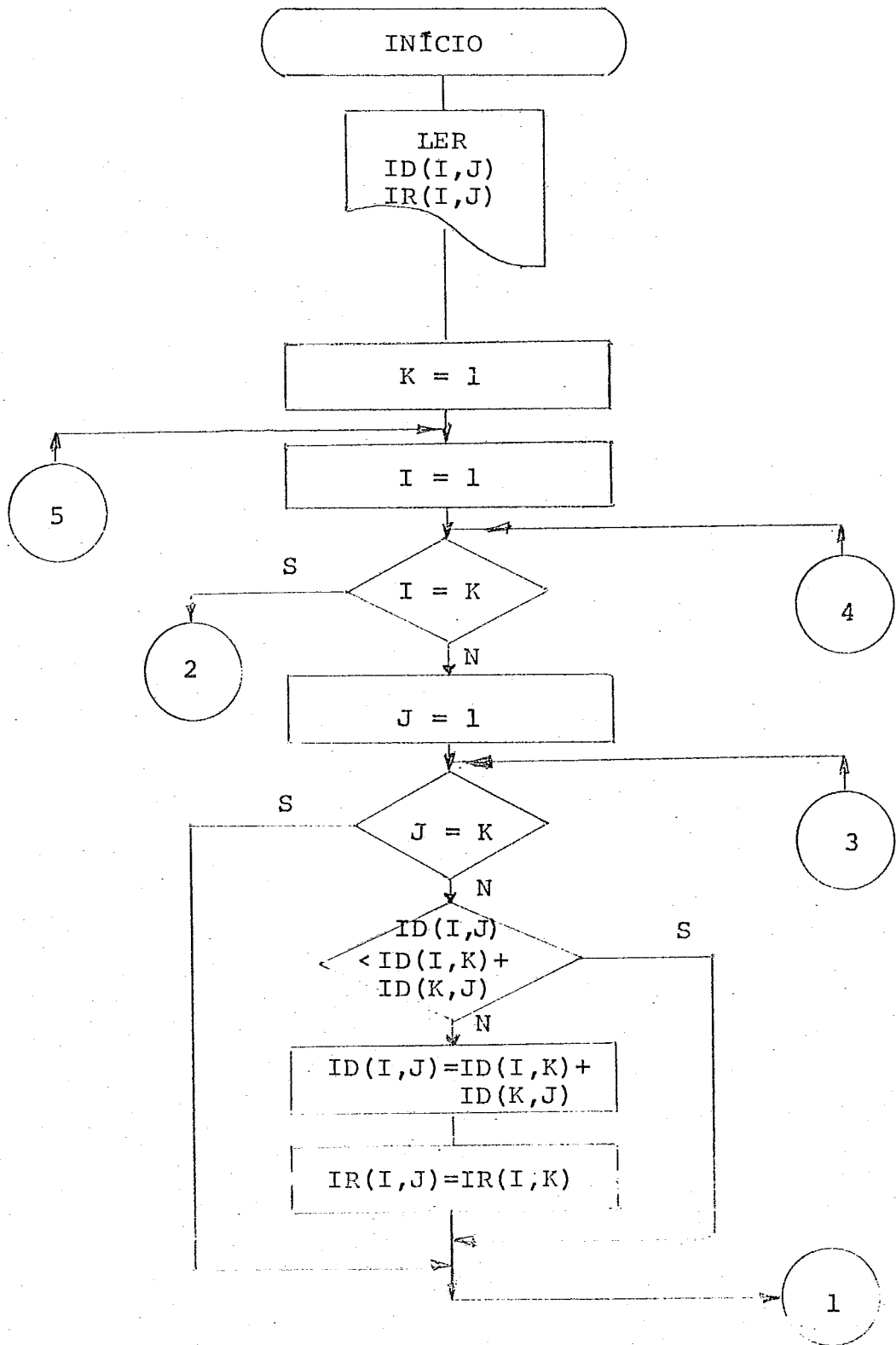
Se $d_{34} = \infty$, obviamente o mínimo será dado por d_{38} .

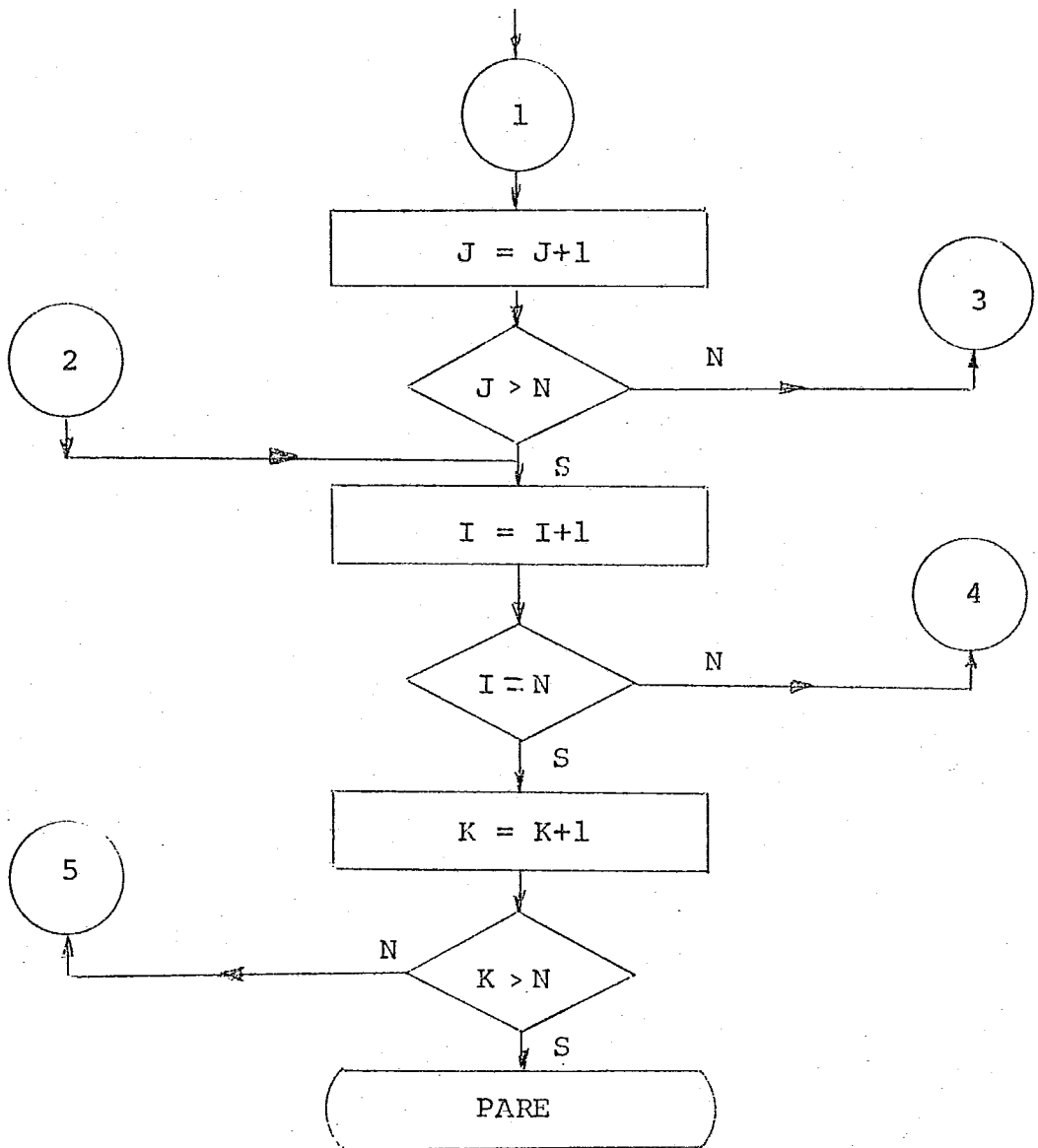
2) Similarmente, se d_{ik_0} na coluna pivot for igual a ∞ , todas as entradas na mesma linha d_{ij} permanecerão imutáveis.

Convém notar que no processo de computação, para um valor $k=k_0$, utilizam-se os resultados obtidos no caso de $k=k_0-1$.

$|R_{ij}|$ é uma matriz auxiliar que operada simultaneamente com $|d_{ij}|$, fornecerá os nós intermediários que ocorrem na consideração dos caminhos mínimos.

O elemento R_{ij} indica o primeiro nó encontrado no caminho mínimo para ir do nó i ao nó j . Assim, quando $d_{ij} \leq d_{ik} + d_{kj}$, o caminho mínimo até então obtido é o mais indicado e R_{ij} não será mudado. Quando $d_{ij} > d_{ik} + d_{kj}$ é melhor passar pelo nó k . O primeiro nó encontrado no caminho ij , é o primeiro nó encontrado no caminho ik , portanto $R_{ij} = R_{ik}$. Esta matriz auxiliar será inicializada por $R_{ij} = j$.

3.3 - DIAGRAMA DE BLOCO -- CÁLCULO DOS CAMINHOS MÍNIMOS



3.4 - APLICAÇÃO DO ALGORITMO DOS CAMINHOS MÍNIMOS

Rede em Estudo : Figura (3.4.1) a seguir :

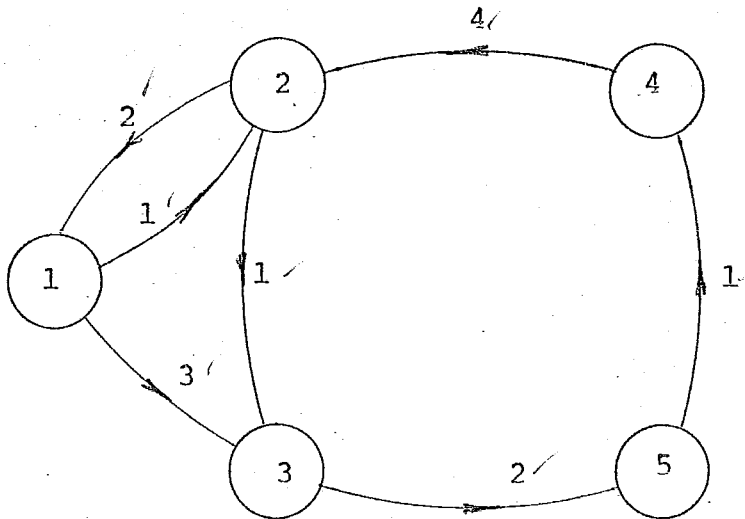


fig. (3.4.1)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & \infty & \infty \\ 2 & 0 & 1 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & 2 \\ \infty & 4 & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

D(i,j)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

R(i,j)

Para $k=1$, teremos :
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & \infty & \infty \\ 2 & 0 & 1 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & 2 \\ \infty & 4 & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 D_{23} &= \min(D_{23} ; D_{21} + D_{13}) \\
 &= \min(1 ; 3 + 2) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$R_{23} = j = 3$$

Para $k=2$, teremos :

$$\begin{pmatrix}
 0 & 1 & 2 & \infty & \infty \\
 2 & 0 & 1 & \infty & \infty \\
 \infty & \infty & 0 & \infty & 2 \\
 6 & 4 & 5 & 0 & \infty \\
 \infty & \infty & \infty & 1 & 0
 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
 1 & 2 & 2 & 4 & 5 \\
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 2 & 2 & 2 & 4 & 5 \\
 1 & 2 & 3 & 4 & 5
 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 D_{13} &= \min(D_{13} ; D_{12} + D_{23}) \\
 &= \min(3 ; 1 + 1) \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$R_{13} = R_{12} = 2$$

$$\begin{aligned}
 D_{41} &= \min(D_{41} ; D_{42} + D_{21}) \\
 &= \min(\infty ; 4 + 2) \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

$$R_{41} = R_{42} = 2$$

$$\begin{aligned}
 D_{43} &= \min(D_{43} ; D_{42} + D_{23}) \\
 &= \min(\infty ; 4 + 1) \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$R_{43} = R_{42} = 2$$

Para $k=3$, teremos :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \infty & 4 \\ 2 & 0 & 1 & \infty & 3 \\ \infty & \infty & 0 & \infty & 2 \\ 6 & 4 & 5 & 0 & 7 \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_{15} &= \min(D_{15} ; D_{13} + D_{35}) \\ &= \min(\infty ; 2 + 2) \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$R_{15} = R_{13} = 2$$

$$\begin{aligned} D_{25} &= \min(D_{25} ; D_{23} + D_{35}) \\ &= \min(\infty ; 1 + 2) \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$R_{25} = R_{23} = 3$$

$$\begin{aligned} D_{45} &= \min(D_{45} ; D_{43} + D_{35}) \\ &= \min(\infty ; 5 + 2) \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$R_{45} = R_{43} = 2$$

Para $k=4$, teremos :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \infty & 4 \\ 2 & 0 & 1 & \infty & 3 \\ \infty & \infty & 0 & \infty & 2 \\ 6 & 4 & 5 & 0 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 D_{51} &= \min(D_{51} ; D_{54} + D_{41}) & R_{51} &= R_{54} = 4 \\
 &= \min(\infty ; 1 + 6) \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{52} &= \min(D_{52} ; D_{54} + D_{42}) & R_{52} &= R_{54} = 4 \\
 &= \min(\infty ; 1 + 4) \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{53} &= \min(D_{53} ; D_{54} + D_{43}) & R_{53} &= R_{54} = 4 \\
 &= \min(\infty ; 1 + 5) \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

Para $k=5$, teremos :

$$\begin{pmatrix}
 0 & 1 & 2 & 5 & 4 \\
 2 & 0 & 1 & 4 & 3 \\
 9 & 7 & 0 & 3 & 2 \\
 6 & 4 & 5 & 0 & 7 \\
 7 & 5 & 6 & 1 & 0
 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
 1 & 2 & 3 & 3 & 3 \\
 5 & 5 & 3 & 5 & 5 \\
 2 & 2 & 2 & 4 & 2 \\
 4 & 4 & 4 & 4 & 5
 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 D_{14} &= \min(D_{14} ; D_{15} + D_{54}) & R_{14} &= R_{15} = 2 \\
 &= \min(\infty ; 4 + 1) \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{24} &= \min(D_{24} ; D_{25} + D_{54}) & R_{24} &= R_{25} = 3 \\
 &= \min(\infty ; 3 + 1) \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{31} &= \min(D_{31} ; D_{35} + D_{51}) & R_{31} &= R_{35} = 5 \\
 &= \min(\infty ; 2 + 7) \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{32} &= \min(D_{32} ; D_{35} + D_{52}) & R_{32} &= R_{35} = 5 \\
 &= \min(\infty ; 2 + 5) \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{34} &= \min(D_{34} ; D_{35} + D_{54}) & R_{34} &= R_{35} = 5 \\
 &= \min(\infty ; 2 + 1) \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

Matriz de custo total resultante :

$$\begin{pmatrix}
 0 & 1 & 2 & 5 & 4 \\
 2 & 0 & 1 & 4 & 3 \\
 9 & 7 & 0 & 3 & 2 \\
 6 & 4 & 5 & 0 & 7 \\
 7 & 5 & 6 & 1 & 0
 \end{pmatrix}$$

$D(i,j)$

$$\begin{pmatrix}
 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
 1 & 2 & 3 & 3 & 3 \\
 5 & 5 & 3 & 5 & 5 \\
 2 & 2 & 2 & 4 & 2 \\
 4 & 4 & 4 & 4 & 5
 \end{pmatrix}$$

$R(i,j)$

Exemplo :

$R_{43} = 2$, $R_{23} = 3$. Portanto, o caminho mínimo entre os nós 4 e 3 é $(4,2,3)$.

CAPÍTULO IVESTUDO DE UM MODELO DE DISTRIBUIÇÃO DE UM FLUXODE VEÍCULOS NUMA REDE URBANA

O modelo de Distribuição de um fluxo de veículos, nas condições do nosso estudo, utiliza um processo iterativo.

O tempo de percurso é função do fluxo de veículos que circula em cada ramo. Conhecidos os fluxos nos diferentes ramos, podemos determinar os respectivos tempos de percurso e também os caminhos mínimos em cada iteração, para os diferentes pares origem-destino considerados em uma dada rede. Convém notar entretanto, que de uma iteração para a outra, faz-se necessária uma realimentação, o que acarreta novos custos.

Como já foi dito no capítulo II, a principal vantagem de se proceder por "incrementos" sucessivos é possibilitar um carregamento progressivo e repartido do fluxo através da rede.

Tais incrementos devem ser suficientemente pequenos para que não venham a ocorrer trechos saturados no princípio do processo de iteração, permitindo assim a obtenção de tempos de percurso sobre diferentes itinerários com valores próximos entre si.

4.1 - PROCEDIMENTO ADOTADO NA PESQUISA DO MODELO EM ESTUDO

Podemos agora passar ao estudo do modelo geral de distribuição de um determinado fluxo de veículos numa rede urbana, suposta conhecida.

Para tanto, consideremos o diagrama representado na Figura (4.1.1) da página seguinte, que indica através de uma forma simbólica o procedimento a ser adotado na pesquisa do referido modelo.

Procedemos em traços gerais como mostra o diagrama seguinte. Dados os custos iniciais, ou seja, a matriz dos tempos de percurso livre, determinamos os caminhos mínimos de todas as origens a todos os destinos visados utilizando a subrotina dos caminhos mínimos.

Fazemos uma malha sobre todas as origens, através de iterações entre todas as origens e todos os destinos. Isto posto, já com os veículos distribuídos, podemos determinar tanto a velocidade quanto o atraso ao cruzamento de cada ramo, o que nos permitirá obter então novos tempos de percurso em toda a rede. Com os dados assim obtidos, procederemos nova distribuição de veículos, levando em conta a distribuição precedente.

O processo de distribuição de veículos continua até que possamos verificar em um estado dito de equilíbrio que os tempos de percurso de cada um dos itinerários utilizados entre um origem e um destino são quase iguais e menores do que os tempos de

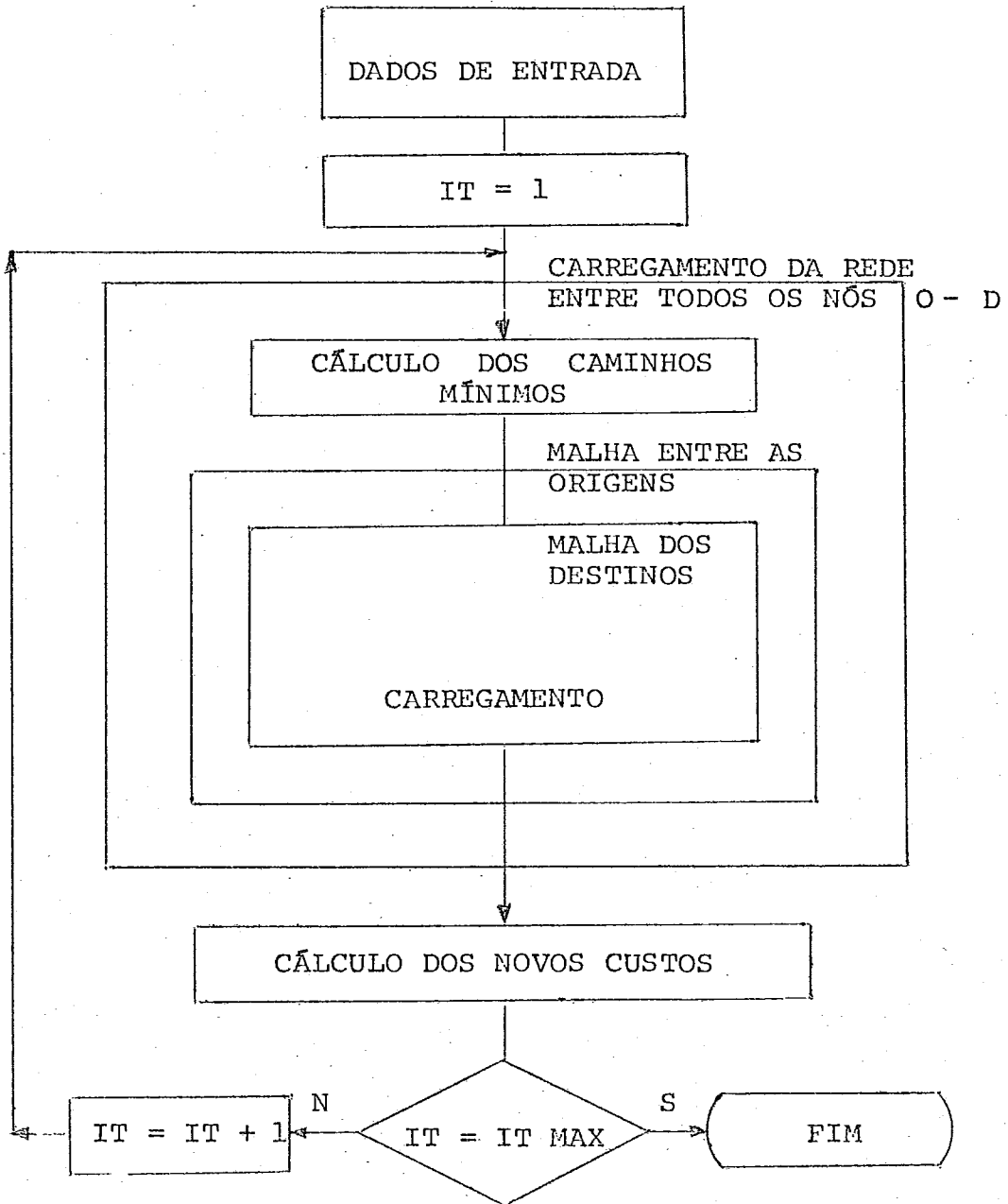


fig. (4.1.1)

percurso de todo outro itinerário não utilizado (2º Princípio de Wardrop) [2] .

Veremos em seguida os dados básicos de entradas e suas respectivas discriminações, bem como as saídas produzidas no modelo ora proposto.

4.2 - ENTRADAS E SAÍDAS DO MODELO EM ESTUDO

O modelo objeto do nosso estudo compreende os seguintes elementos de entrada :

A MATRIZ DOS TEMPO DE PERCURSO , de ordem $N \times N$, dando os tempos de percurso considerados em cada ramo.

A MATRIZ DE DEFINIÇÃO DA REDE - Esta não é outra coisa senão uma matriz de representação, cujos elementos são os nomes (números) dos ramos da rede em consideração, retirados da matriz dos tempos de percurso supostos diferentes de zero e de infinito.

Apesar de ser a matriz de definição da rede uma matriz quadrada, trabalhamos apenas com cerca de 0,3 dos seus elementos, face a natureza dos elementos da matriz de origem.

Uma MATRIZ AUXILIAR , já comentada anteriormente na descrição do algoritmo dos caminhos mínimos. Trata-se de uma matriz que operada juntamente com a matriz dos tempos de percurso , dá os nós intermediários no caminho mínimo, indo de uma origem a

um destino visado.

A MATRIZ DOS MOVIMENTOS ORIGEM-DESTINO que também é uma matriz de ordem $N \times N$, resultante das pesquisas dos movimentos dos usuários, de suas origens aos seus destinos, levando em conta os objetivos principais destes movimentos, tais como: trabalho, passeio, saída do domicílio ou retorno ao mesmo, etc. Em geral, tais pesquisas são efetuadas através de diferentes meios de comunicação como : correios, telégrafos, rodovias, etc.

A MATRIZ DOS FLUXOS que é uma matriz vetor $1 \times N$, dando os fluxos em cada ramo. Na primeira iteração, esta matriz é inicializada com todos os seus elementos supostos iguais a zero.

A MATRIZ DOS FLUXOS MÁXIMOS que é uma matriz vetor, dando o fluxo máximo de veículos em cada ramo.

A MATRIZ DOS SINAIS VERDES que é também uma matriz vetor, dando a duração do período de verde efetivo do ramo da fase em estudo.

A MATRIZ DE DISTÂNCIAS, que dá o comprimento do ramo, geralmente tomado em metros. É também apresentada por um vetor.

A MATRIZ DAS VELOCIDADES MÁXIMAS que é uma matriz vetor, relativa às velocidades máximas dos veículos, tomadas em cada ramo.

As SAÍDAS consideradas no modelo são as designadas na próxima página :

- O tempo de percurso em cada ramo .
- O volume de tráfego distribuído sobre cada ramo.
- Os caminhos mínimos.
- O tempo total de percurso para cada um dos caminhos mínimos
- O tempo total de percurso de cada origem a qualquer destino visado.

4.3 - DIAGRAMA DE BLOCO DO PROGRAMA PRINCIPAL

O programa principal, correspondente ao diagrama dado pela figura (4.1.1) pode ser descrito, em linguagem de máquina, pelo diagrama de bloco representado na figura (4.3.1) da próxima página.

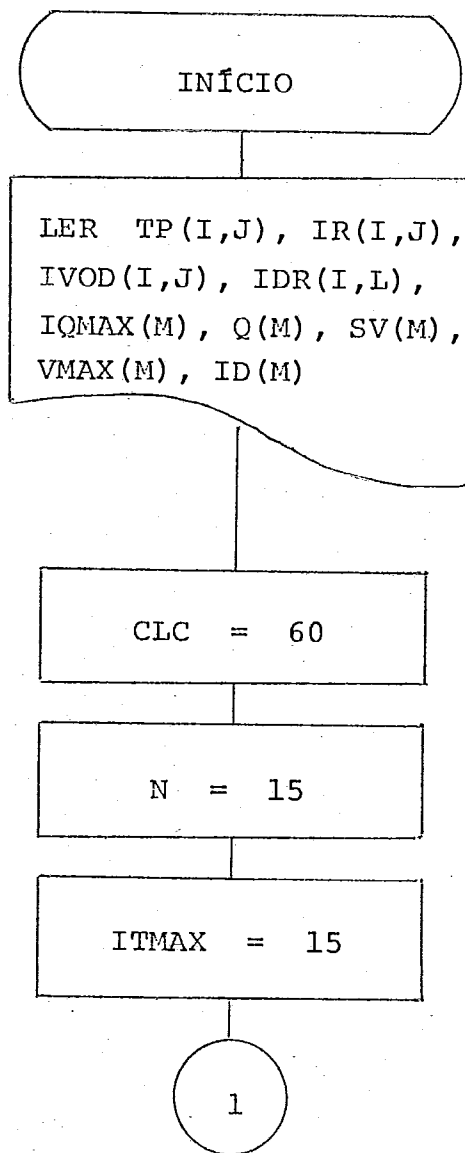
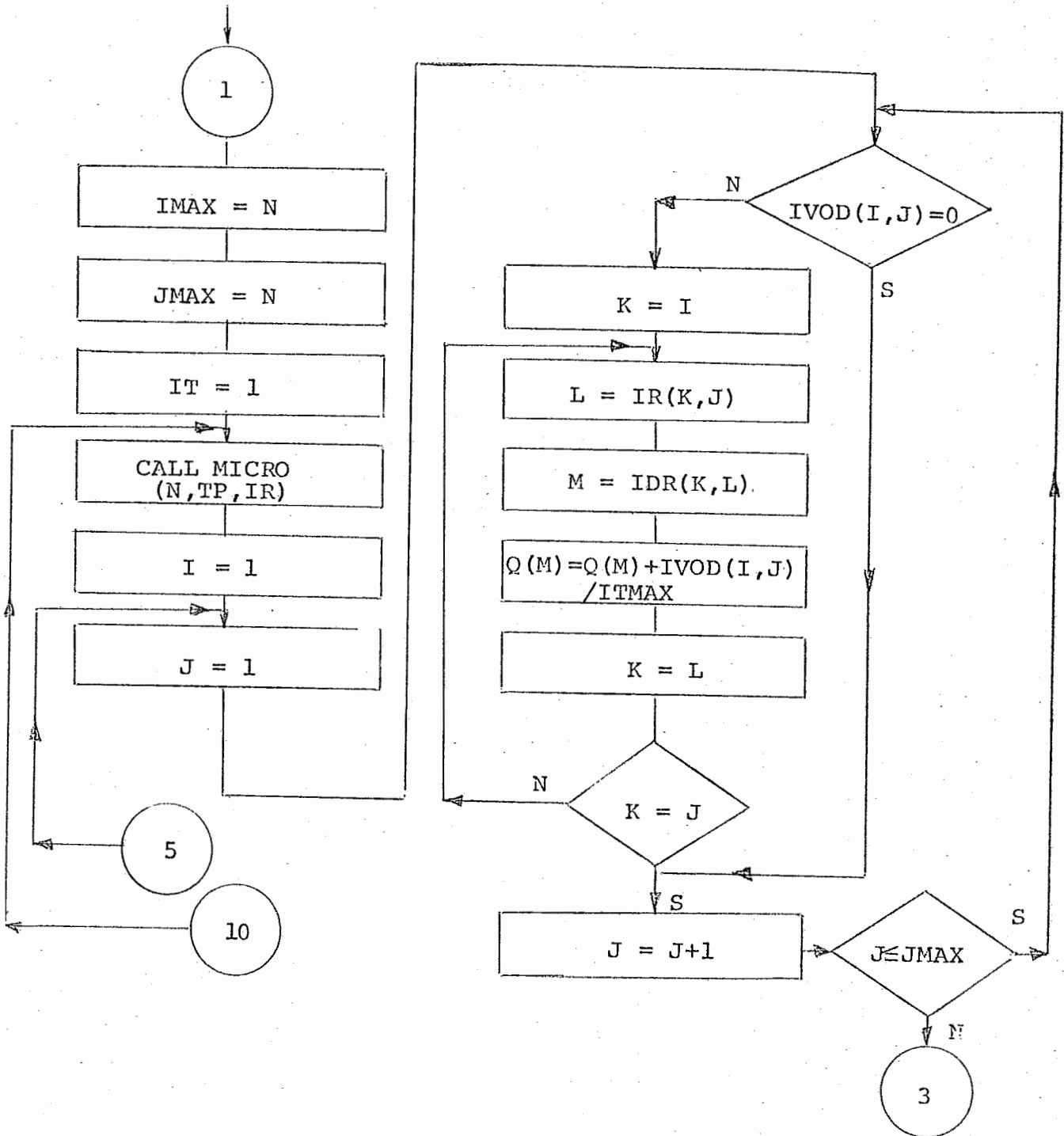
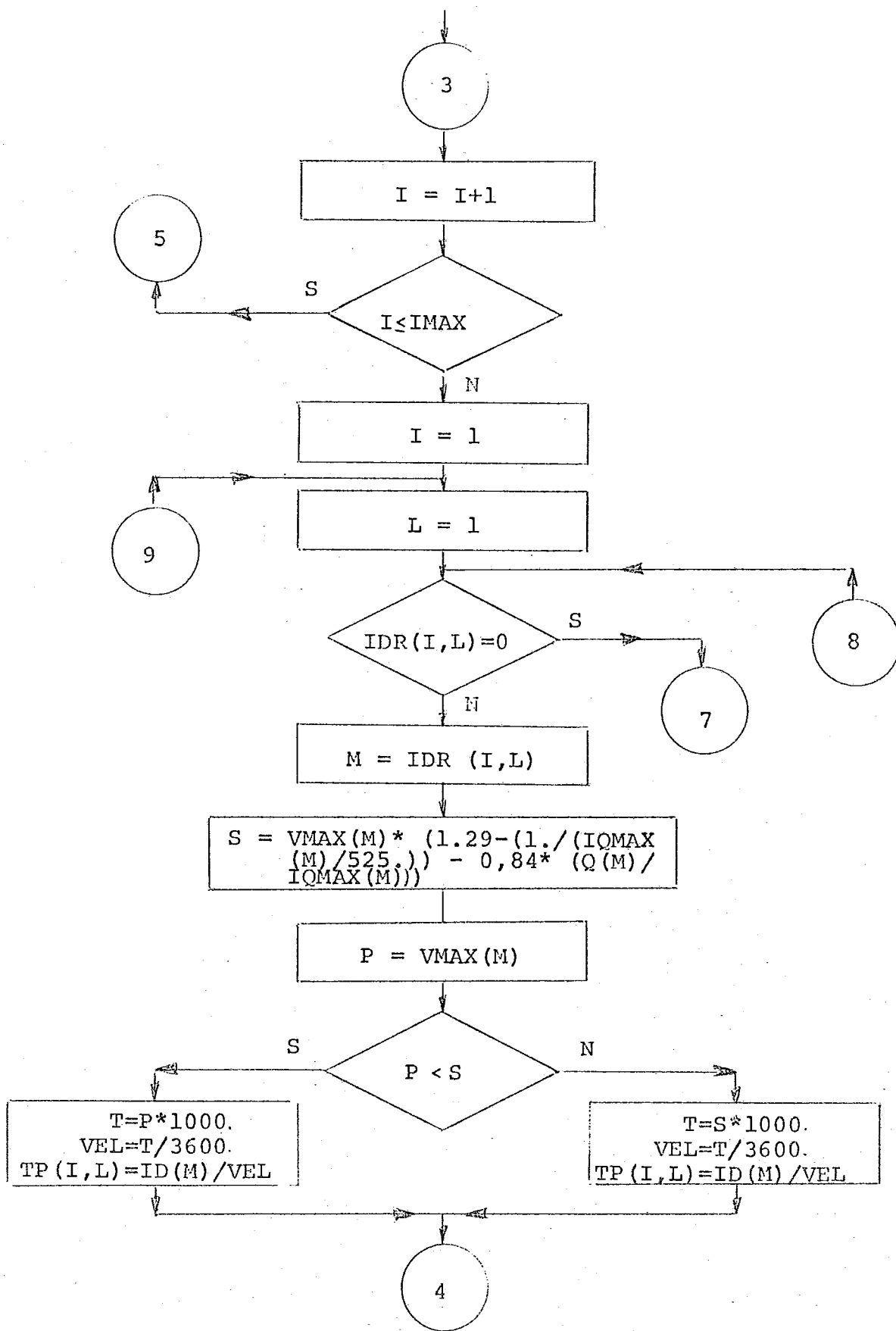
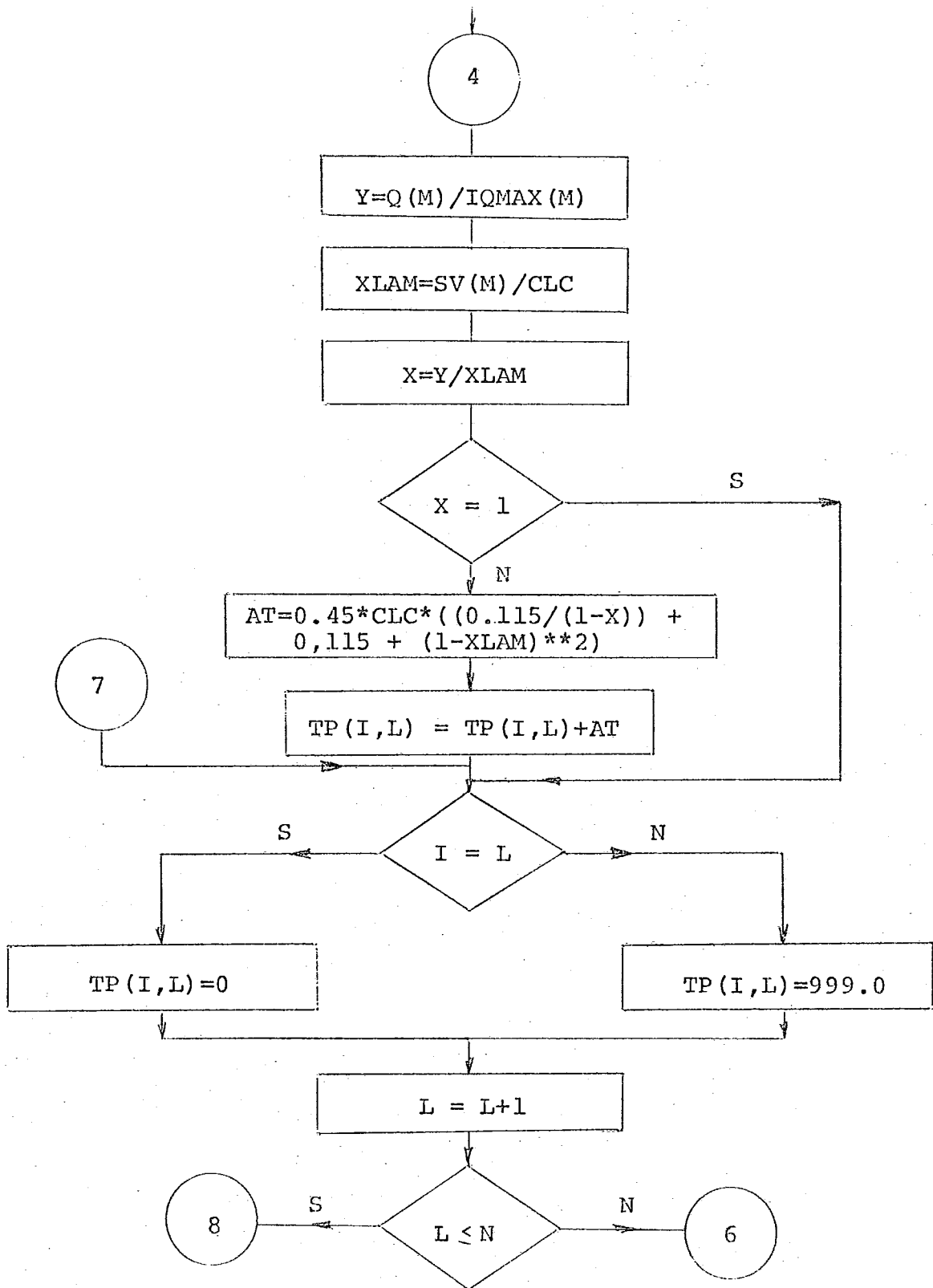
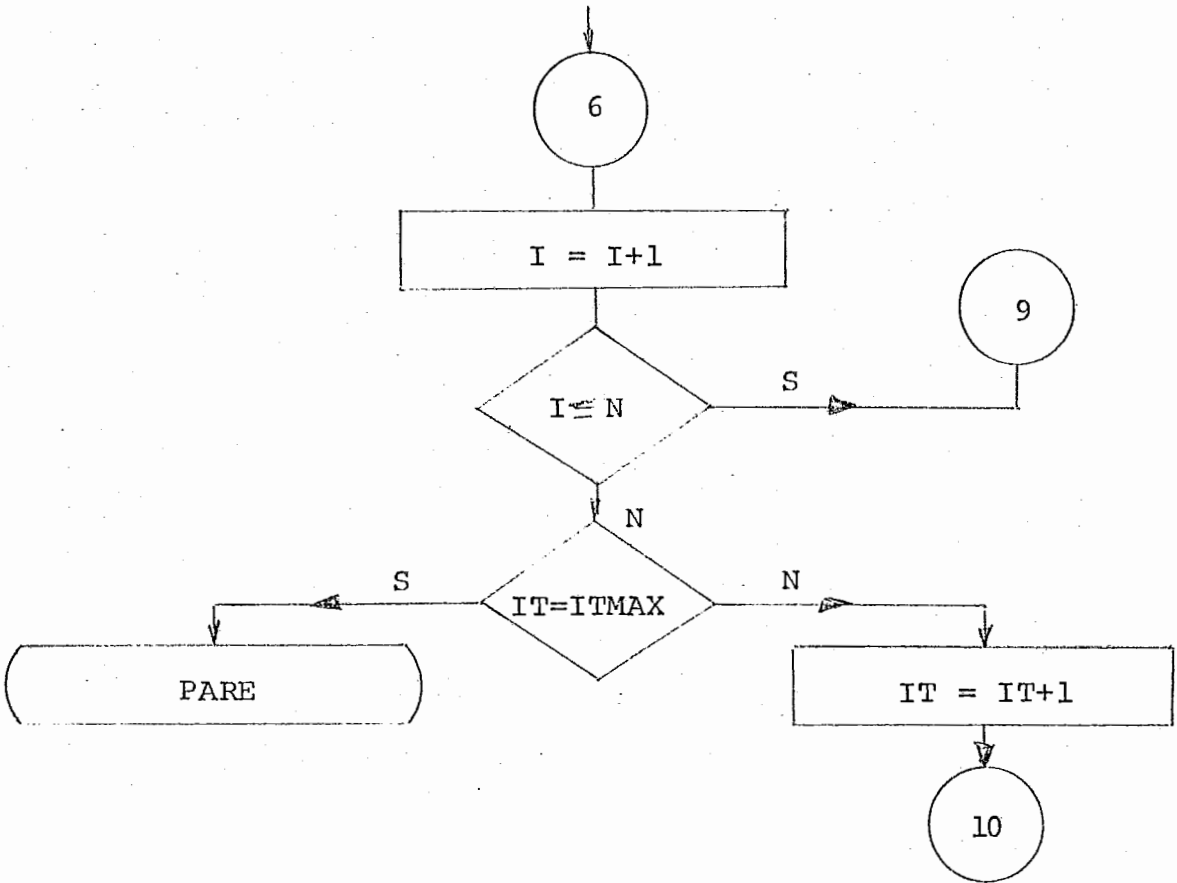
DIAGRAMA DE BLOCO DO PROGRAMA PRINCIPAL

fig. (4.3.1)









4.4 - DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS DO DIAGRAMA DE BLOCOS DO PROGRAMA PRINCIPAL

Vimos anteriormente quais as entradas do programa. Para efeitos computacionais, a matriz dos tempos de percurso ($TP(i,j)$), a matriz origem-destino ($IVOD(i,j)$), a matriz de definição da rede ($IDR(i,j)$) e a matriz auxiliar usada na determinação dos caminhos mínimos ($IR(i,j)$), foram tomadas quadradas ($N \times N$), enquanto as demais matrizes, ou seja, a matriz dos fluxos (QM), a matriz dos fluxos máximos ($IOMAX(M)$), a matriz de duração dos tempos de sinal verde (SVM), a matriz da velocidade máxima ($VMAX(M)$) e a matriz de distância ($ID(M)$), foram tomadas sob a forma de matrizes $l \times N$ -linhas do tipo ($l \times N$).

Os demais símbolos têm a significação abaixo :

CLC - duração do período do ciclo correspondente ao cruzamento em estudo

No programa ilustrativo apresentado no Capítulo V, o ciclo foi tomado igual a 60 segundos.

N - número de nós da rede em estudo

ITMAX - número máximo de iterações

IIMAX e JIMAX - variáveis que representam respectivamente, o número máximo de linhas e o número máximo de colunas das matrizes quadradas (são equivalentes a N).

IT - variável representando a iteração número 1.

MICRO - subrotina relativa aos caminhos mínimos de um determinado percurso.

M - variável correspondente ao número do ramo em estudo.

Y - número representativo do grau de saturação da via, sem levar em consideração o atraso do cruzamento.

XLAM - relação do tempo de sinal verde/ciclo .

X - grau de saturação da via levando em conta o atraso ao cruzamento.

AT - atraso ao cruzamento.

LISTAGENS DA SUBROTINA E DO PROGRAMA PRINCIPAL

```

SUBROUTINE MICRO (N,TP,IR)
  DIMENSION TP (15,15),IR(15,15)
  KJ=1
6  I=1
  8  IF (I-KJ) 10,50,10
  10 J=1
  15 IF (J-KJ) 20,40,20
  20 IF (TP (I,J) - (TP (I,KJ) + TP (KJ,J))) 40,30,30
  30 TP (I,J) = TP (I,KJ) + TP (KJ,J)
  IR (I,J) = IR (I,KJ)
  40 J=J+1
  IF (J-N) 15,15,50

```

```

50 I=I+1
   IF (I-N) 8,8,60

60 KJ=KJ+1
   IF (KJ-N) 6,6,80

80 WRITE (5,90) ((TP(I,J),J=1,N),I=1,N)
90 FORMAT(/,5X,15F8.3)
   WRITE (5,100) ((IR(I,J),J=1,N),I=1,N)
100 FORMAT(/,5X,15I8)

   RETURN

   END

```

PROGRAMA PRINCIPAL

```

DIMENSION TP(15,15),IR(15,15),IVOD(15,15),
IDR(15,15),Q(28),IQMAX(28),SV(28),VMAX(28),ID(28)

CLC=60.

N=15

ITMAX=15

IMAX=N

JMAX=N

READ(8,1) ((TP(I,J),J=1,N),I=1,N)
1 FORMAT(12F6.1,/,3F6.1)
  READ(8,2) ((IR(I,J),J=1,N),I=1,N)
2 FORMAT(15I3)
  READ(8,3) ((IVOD(I,J),J=1,N),I=1,N)
3 FORMAT(15I4)

```



```

\ READ (8,4) ((IDR(I,L),L=1,N),I=1,N)
4  FORMAT(15I3)
\ READ (8,5) (IQMAX(M),M=1,28)
5  FORMAT(14I5,/,14I5)
\ READ (8,6) (Q(M),M=1,28)
6  FORMAT(28F2.0)
\ READ (8,7) (SV(M),M=1,28)
7  FORMAT(17F4.0,/,11F4.0)
\ READ (8,8) (VMAX(M),M=1,28)
8  FORMAT(12F6.2,/,12F6.2,/,4F6.2)
\ READ (8,9) (ID(M),M=1,28)
9  FORMAT(14I4,/,14I4)
    WRITE(5,440)
440 FORMAT(/,5X,'TEMPO DE PERCURSO LIVRE',/)
    WRITE(5,445) ((TP(I,J),J=1,N),I=1,N)
445 FORMAT(5X,15F8.3)
    IT=1
11  WRITE(5,215)IT
215 FORMAT(///,5X,'NUMERO DA ITEPACÃO',I4,/)
    CALL MICRO(N,TP,IR)
    I=1
12  J=1
13  IF(IVOD(I,J))14,22,14
14  K=1
15  L=IR(K,J)
    M=IDR(K,L)

```

```

      Q(M)=Q(M)+FLAT(IVOD(I,J))/FLOAT(ITMAX)
      K=L
      IF(K-J)15,22,15
22  J=J+1
      IF(J-JMAX)13,13,23
23  I=I+1
      IF(I-IMAX)12,12,24
24  I=1
325 L=1
310 IF(IDR(I,L))315,310,315
315 M=IDR(I,L)
      S=VMAX(M)*(1.29-(1./(IQMAX(M)/525.))-0.84(Q(M)/
      (IQMAX(M)))
      P=VMAX(M)
      IF(P-S)330,335,335
330 T=P*1000.
      VEL=T/3600.
      GO TO 340
335 T=S*1000.
      VEL=T/3600.
      TP(I,L)=ID(M)/VEL
340 Y=Q(M)/IQMAX(M)
      XLAM=SV(M)/CLC
      X=Y/XLAM
      IF(X-1)25,300,300
25  AT=0.45CLC((0.115/(1-X)-0.115+(1-XLAM)2)

```

```
WRITE(5,180)
180 FORMAT(/,5X,'M Y XLAM X AT Q(M)',/)
WRITE(5,185)(M,Y,XLAM,X,AT,Q(M))
185 FORMAT(15,4X,5F9.3)
TP(I,L)=TP(I,L)+AT
WRITE(5,170)
170 FORMAT(/,5X,'TEMPO DE PERCURSO COM ATRASO',/)
WRITE(5,175)TP(I,L)
175 FORMAT(5X,F8.3)
GO TO 420
300 IF(I-L)410,400,410
410 TP(I,L)=999.0
GO TO 420
400 TP(I,L)=0.
420 L=L+1
IF(L-N)310,310,320
320 I=I+1
IF(I-N)325,325,28
28 IF(IT-ITMAX)29,35,30
35 CALL MICRO(N,TP,IR)
GO TO 30
29 IT=IT+1
GO TO 11
30 CALL EXIT
END
```

CAPÍTULO VEXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MODELO ESTUDADO A UMA REDE URBANANA CIDADE DE SÃO PAULO

Consideremos a rede urbana representada na Figura (5.1), constituída por 15 nós (crúzamentos), dos quais 6 foram admitidos como nós-origens (entraças) e outros 6 como nós-destinos (saídas). Os 15 nós são interligados por 28 ramos, as características de tráfego de cada um destes, podendo ser observadas nas tabelas (5.2) e (5.3) e demais matrizes a seguir que são os dados de entrada.

Foram utilizadas as seguintes notações :

$TP_{\ell}(M)$: Tempo de percurso livre (seg.)

$Q(M)$: Fluxo de veículos (veic/hora)

$SV(M)$: Duração do período de verde efetivo (seg)

$ID(M)$: Comprimento, distância (metros)

$VMAX(M)$: Velocidade máxima (km/hora)

$IOMAX(M)$: Capacidade, fluxo máximo

$IR(i,j)$: Matriz do nós intermediários nos caminhos mínimos

$IVOD(i,j)$: Matriz dos pares origem-destino

$IDR(i,j)$: Matriz de representação da rede de tráfego

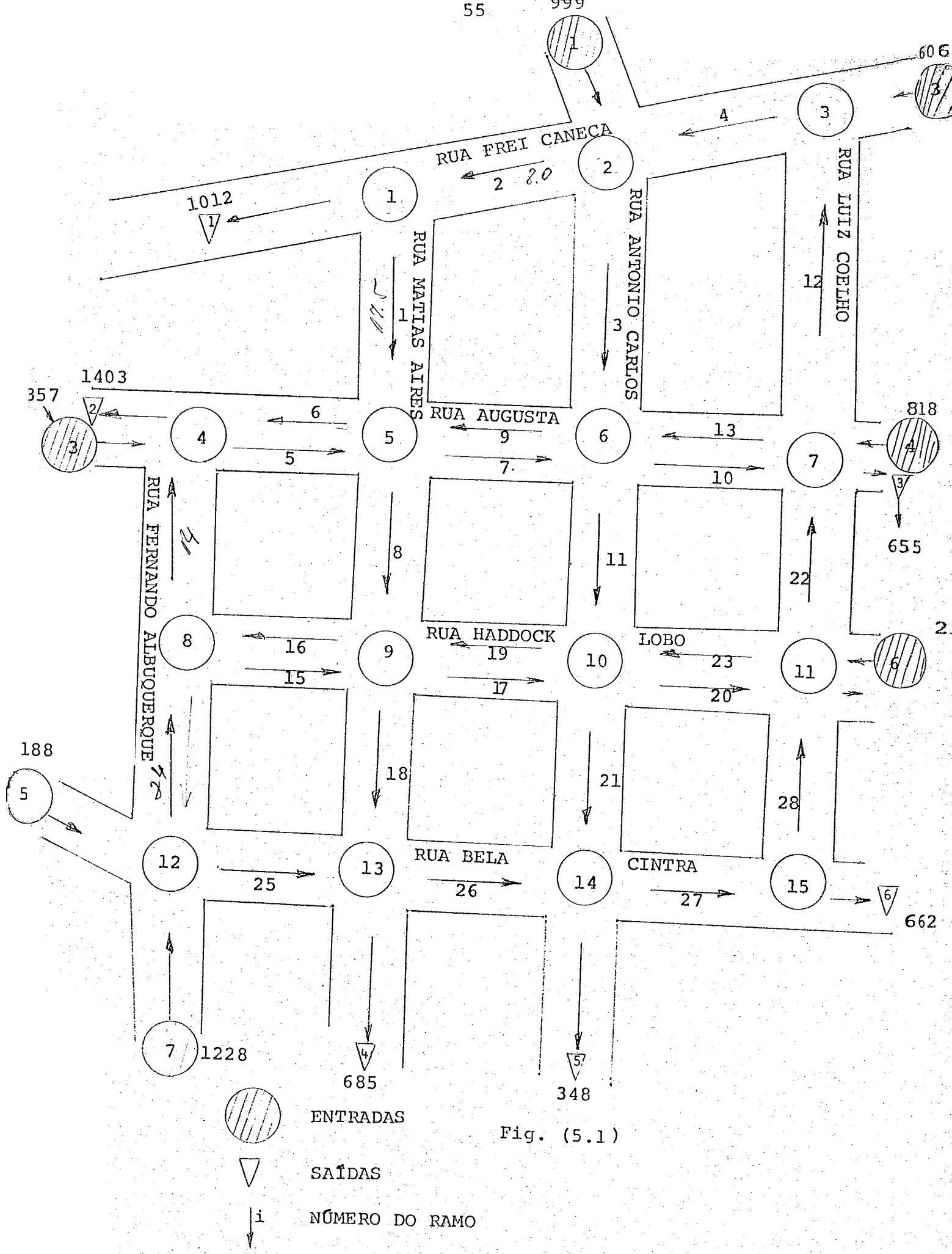


Fig. (5.1)

ENTRADAS

SAÍDAS

NÚMERO DO RAMO

TABELA (5.2)

RAMOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
TP _q (M) (seg)	17.5	8.0	15.9	15.2	13.7	7.3	13.8	19.5	9.2	11.4	20.7	21.1	11.2	11.6
O (M) (nº de veic/ /hora)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SV (M) (seg)	18	60	21	26	36	30	33	37	36	41	39	18	33	24
ID (M) (m)	110	110	130	110	110	110	110	120	110	110	120	150	110	120
VMAX (M) (Km/h)	2237	4942	2940	2589	2882	5423	2858	2205	4432	3486	2081	2559	3717	3700
IOMAX (M) (nº veic/ /hora)	1900	2400	1580	2384	1530	1530	1530	1900	1530	1530	1665	1160	1530	1365

TABELA 5.3

RAIOS	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
TP ₂ (") (seg)	18,6	19,8	18,9	16,5	19,6	17,2	17,5	14,1	17,5	10,8	14,4	13,1	12,0	18,3
O (n) (nº de veic/ / hora)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SV (n) (seg)	17	60	15	24	17	41	22	13	15	60	30	32	60	13
IP (n) (m)	110	110	110	120	110	110	120	120	110	120	110	110	110	120
VMAX (n) (Km/h)	2155	2005	2090	2606	2016	2298	2469	3058	2236	4021	2745	2989	3283	2236
IQMAX (n) (nº veic/ / hora)	1170	1910	1770	1620	1910	1770	1560	1200	1910	1350	2600	1740	1750	1200

MATRIZ IVOD(I,J)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
432	0	0	74	0	0	101	0	0	0	0	0	187	158	47
373	0	0	28	0	0	34	0	0	0	0	0	123	33	15
16	0	0	20	0	0	249	0	0	0	0	0	42	11	19
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
116	0	0	595	0	0	21	0	0	0	0	0	34	38	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	23	0	0	28	0	0	0	0	0	70	45	36
58	0	0	313	0	0	222	0	0	0	0	0	229	63	531
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

MATRIZ IDR (I,J)

0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	6	0	7	0	0	8	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	9	0	10	0	0	11	0	0	0	0	0

(continua)

Na rede aqui considerada, o período de duração do ciclo de cada cruzamento foi tomado igual a 60 segundos. Após alguns testes, chegamos à conclusão de que seriam necessárias de 10 a 15 iterações para que o 2º Princípio de Wardrop pudesse ser verificado de maneira satisfatória.

Os resultados obtidos como saída levando em conta 10 e 15 iterações, são vistos a seguir.

As tabelas (5.4), (5.5) e (5.6) dão o fluxo de veículos em cada ramo, podendo ser vistos os resultados por nós obtidos juntamente com os fornecidos pela Companhia do Metrô de São Paulo. Esta utilizou um método de distribuição de veículos, também considerando uma restrição de capacidade. Como podemos perceber, chegamos a resultados semelhantes, utilizando um método de distribuição relativamente simples.

FLUXO DE VEÍCULOS NOS RAMOS

RAMOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
METRÔ	372	1384	459	844	525	717	450	344	615	575
ITMAX=10	370	1382	430	813	533	718	461	406	681	596
ITMAX=15	385	1397	415	813	524	715	454	485	666	587

Tabela (5.4)

RAMOS	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
METRÔ	408	239	689	505	40	40	77	457	165	76
ITMAX= =10	315	207	702	511	84	2	84	486	82	84
ITMAX= =15	316	207	699	504	93	5	93	484	84	93

Tabela (5.5)

RAMOS	21	22	23	24	25	26	27	28
METRÔ	417	190	173	529	887	661	730	78
ITMAX=10	386	150	153	593	823	624	661	0
ITMAX=15	388	157	157	593	823	622	622	0

Tabela (5.6)

No Apêndice daremos os tempos de percurso (seg.) em cada ramo e para cada par origem-destino (o algoritmo dá estes tempos não apenas para os pares origem-destino previamente definidos, mas para quaisquer outros pares), assim como os itinerários escolhidos no decorrer das 10 e 15 iterações.

Como podemos observar, há em termos percentuais, uma diferença muito pequena de uma iteração para outra no que se refere aos tempos de percurso, mesmo quando passamos de um caminho escolhido para outro.

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo do problema da distribuição do tráfego de veículos numa rede urbana objeto do nosso trabalho, permite-nos aduzir ainda as considerações que se seguem:

1º - O modelo de distribuição de um fluxo de veículos numa rede urbana por nós desenvolvido utiliza um processo iterativo (carregamento progressivo) levando em conta uma restrição de capacidade. Com efeito, o tempo de percurso em cada via é função do fluxo de veículos que circula na mesma, a técnica utilizada permitindo o estudo dos atrasos sofridos pelos veículos, tanto nas vias como nos cruzamentos.

2º - Foi utilizado no processo de distribuição dos veículos para a determinação dos caminhos mínimos, o algoritmo R.C.M. (Revised Cascade Method), que é certamente um dos mais eficientes e elegantes métodos matriciais.

O referido algoritmo (R.C.M.) tem como principal vantagem proporcionar não apenas o estabelecimento do itinerário dos caminhos mínimos para cada par origem-destino previamente definido, como também o itinerário para quaisquer outros pares.

Além da vantagem referida, o algoritmo R.C.M. permite a obtenção do tempo de percurso de cada ramo, do tempo total de percurso de cada um dos caminhos mínimos em consideração e do tem-

no total de percurso de cada origem a qualquer destino visado, no decorrer de cada iteração.

Finalmente, a título de conclusão, podemos dizer que:

I) O método empregado permitiu-nos ainda, verificar praticamente o 2º Princípio de Wardrop, convindo assinalar entretanto que embora não tenhamos verificado matematicamente a convergência entre si dos tempos de percurso dos diferentes itinerários utilizados entre os pares origem-destino considerados na rede real, pelos resultados obtidos, comparados com os do Metrô de São Paulo, a aplicabilidade do método nos parece fora de dúvida.

No exemplo de aplicação do método (Cap. V), o número de iterações utilizado, de 10 a 15, (Quadros Nº 3 e 6 ; 4 e 7) foi suficiente para a verificação do Princípio referido.

O exemplo em questão foi desenvolvido com o auxílio de um computador digital (B 6700), verificando-se que o processamento de 10 iterações consumiu em tempo de computação:

Na fase de compilação :

2,732 seg. C.P.U. (Unidade Central de Processamento)

3,442 seg. E/S (Entradas e Saídas)

Na fase de execução :

10,312 seg. C.P.U.

3,311 seg. E/S

Para 15 iterações, foram necessários :

Na fase de compilação :

2,426 seg. C.P.U.

3,694 seg. E/S

Na fase de execução :

14,615 seg. C.P.U.

3,925 seg. E/S

Sendo razoavelmente próximos os resultados acima mencionados, o que bem demonstra as boas condições de custo de utilização do programa, verificamos o interesse em aumentar judiciosamente o número de iterações, visando homogeneisar os tempos totais de percurso.

II) O conjunto de características do método sugere, ao nosso ver, o seu emprego não apenas em redes urbanas de pequeno porte, como também em redes de maior complexidade estrutural.

BIBLIOGRAFIA

- [1] P. CECCARELLI, B. GABRIELLI, R. ROZZI , "Las Incognitas del Trafico Urbano" - 1971
- [2] LE BOULANGER H. , "Generalites sur les Modeles d'Affectation"
- [3] ROAD RESEARCH LABORATORY , "Research on Road Traffic"
- [4] HIGHWAY CAPACITY MANUAL - 1965
- [5] T.C. HU , "A Decomposition Algorithm for Shortest Paths in a Network", Operation Research, Vol. 16, Nº1, (Jan/Feb-1968)
- [6] S.E. ELMAGHRABY , "The Theory of Networks and Mangement Science" Management Science, Vol.17, Nº 1 (Sept-1970)
- [7] FORD, L.R. and FULKERSON, D.R. , "Flows in Networks", Princeton Univ. Press, 1962.
- [8] BELLMAN, R and KALABA, R., "On the K^{th} Best Policies", Journal of SIAM, Vol. 8, Nº4, (DEC-1960)
- [9] DANTZIG, G.B. , "On the Shortes Route through a Network" , Management Science, Vol.6, Nº2, (Jan-1960)
- [10] METRA INTERNATIONAL - "Les Modeles de Trafic"
- [11] UMBERTO RAFAEL DE MENEZES - "Manejamento de Tráfego - Uma Abordagem Preliminar"

A P É N D I C E

QUADRO Nº 1 (CONTINUAÇÃO)

RAMOS	TP ₈	TP ₉	TP ₁₀
(1,5)	36.386	37.882	39.842
(2,1)	14.283	15.898	17.865
(2,6)	37.466	40.068	43.977
(3,2)	32.143	35.046	39.667
(4,5)	27.393	28.447	29.621
(5,4)	27.792	36.300	67.068
(5,6)	27.558	28.344	28.201
(5,9)	27.752	28.405	29.096
(6,5)	23.130	25.567	28.816
(6,7)	18.699	19.477	20.314
(6,10)	28.654	29.326	30.034
(7,3)	45.460	46.845	48.421
(7,6)	29.409	33.727	41.100
(8,4)	42.149	50.502	75.233
(8,9)	18.790	19.108	19.426
(9,8)	19.751	19.751	19.754
(9,10)	34.729	35.235	35.786
(9,13)	30.066	38.597	42.254
(10,9)	19.961	20.071	20.208
(10,11)	17.632	17.925	18.227
(10,14)	36.700	38.463	40.740
(11,7)	35.782	37.451	39.675
(11,10)	34.649	34.960	35.343
(12,8)	19.413	20.911	22.622
(12,13)	26.417	27.859	29.653
(13,14)	27.224	29.113	31.537
(14,15)	17.741	18.736	19.932
(15,11)	39.231	39.231	39.231

QUADRO Nº 2 (CONTINUAÇÃO)

TEMPOS DE PERCURSO NOS RAMOS

RAMOS	TP ₂	TP _M	TP ₁₀	TP ₁₅
(1,5)	17.5	22.7	39.342	40.650
(2,1)	8.0	19.8	17.852	18.078
(2,6)	15.9	22.3	43.977	42.376
(3,2)	15.2	19.8	39.667	39.667
(4,5)	13.7	22.7	29.621	29.282
(5,4)	7.3	13.2	60.068	64.707
(5,6)	13.8	19.8	29.201	28.956
(5,9)	19.5	22.7	29.096	29.080
(6,5)	9.2	14.6	28.816	27.887
(6,7)	11.4	18.0	20.314	20.113
(6,10)	20.7	27.0	30.034	30.053
(7,3)	21.1	31.7	48.481	48.481
(7,6)	11.2	19.8	41.100	40.753
(8,4)	11.6	19.6	75.233	66.855
(8,9)	18.4	18.8	19.426	19.534
(9,8)	19.8	19.9	19.754	19.758
(9,10)	18.9	19.8	35.786	35.981
(9,13)	16.5	22.6	42.254	42.069
(10,9)	19.6	20.8	20.208	20.220
(10,11)	17.2	18.0	18.227	18.329
(10,14)	17.2	24.0	40.740	40.878
(11,7)	14.1	19.6	39.675	40.299
(11,10)	17.5	18.8	35.343	35.396
(12,8)	10.8	18.8	22.622	22.622
(12,13)	14.4	18.8	29.653	29.653
(13,14)	13.1	19.8	31.537	31.448
(14,15)	12.0	18.8	19.832	19.832
(15,11)	19.3	24.0	39.231	39.231

QUADRO Nº 3

TEMPOS TOTAIS DE PERCURSO ORIGEM-DESTINO (10 iterações)

O - D	TP ₀	TP ₁	TP ₂	TP ₃	TP ₄	TP ₅	TP ₆	TP ₇
(2,1)	8.0	8.150	8.478	9.155	9.917	10.784	11.778	12.930
(2,4)	32.4	54.202	55.617	57.811	60.348	63.349	67.019	71.753
(2,7)	27.3	41.948	43.367	44.932	46.675	48.640	50.890	53.534
(2,13)	61.1	90.442	92.367	95.042	97.999	101.305	105.056	109.393
(2,14)	54.6	84.167	86.027	88.052	90.278	92.757	95.500	98.831
(2,15)	61.1	96.877	99.301	101.932	104.812	107.994	111.569	115.664
(3,1)	23.2	32.380	33.023	34.331	36.027	37.976	40.260	43.004
(3,4)	47.6	78.433	80.162	82.988	86.458	90.541	95.502	101.828
(3,7)	42.5	66.179	67.912	70.108	72.784	75.832	79.372	83.598
(3,13)	76.3	114.672	116.912	120.218	124.108	128.498	133.538	139.467
(3,14)	69.3	108.397	110.573	113.228	116.387	119.947	124.050	128.906
(3,15)	81.3	121.107	123.847	127.108	130.919	135.187	140.051	145.739
(4,1)	83.2	124.486	128.116	132.691	137.984	143.925	150.682	158.502
(4,7)	38.9	53.021	55.319	57.827	60.616	63.729	67.238	71.244
(4,13)	49.7	70.953	73.067	75.379	77.930	80.777	84.000	87.720
(4,14)	62.8	90.884	93.705	96.798	100.220	104.046	108.336	113.403
(4,15)	74.8	103.595	106.979	110.678	114.752	119.283	124.388	130.236
(7,1)	44.3	71.465	72.807	74.864	77.369	80.197	83.444	87.258
(7,4)	27.7	48.053	50.438	53.184	56.406	60.277	65.092	71.405
(7,13)	56.4	84.292	87.188	90.415	94.056	98.233	103.128	108.519
(7,14)	49.4	73.001	75.028	77.264	79.759	82.589	85.807	89.785
(7,15)	61.4	85.711	88.302	91.143	94.291	97.826	101.868	106.618
(11,1)	56.9	104.780	106.304	108.550	111.249	114.278	117.735	121.767
(11,4)	41.8	81.386	83.935	86.870	90.286	94.358	99.383	105.013
(11,7)	14.1	33.315	33.497	33.685	33.880	34.082	34.291	34.508
(11,13)	53.6	80.247	81.143	82.226	83.453	84.832	86.459	88.353

QUADRO Nº 3 (CONTINUAÇÃO)

C - D	TP ₀	TP ₁	TP ₂	TP ₃	TP ₄	TP ₅	TP ₆	TP ₇
(11,14)	35.0	62.814	63.609	64.562	65.634	66.814	68.189	69.619
(11,15)	47.0	75.524	76.883	78.441	80.166	82.051	84.130	86.452
(12,1)	105.6	160.596	166.010	172.645	180.383	189.352	200.137	209.964
(12,4)	22.4	36.110	37.893	39.954	42.399	45.426	49.455	55.622
(12,7)	61.3	89.131	93.203	97.781	103.015	109.155	116.693	122.706
(12,13)	14.4	21.386	21.626	21.904	22.498	23.292	24.188	25.215
(12,14)	27.5	41.317	42.265	43.324	44.787	46.561	48.534	50.899
(12,15)	39.5	54.027	55.539	57.203	59.320	61.789	64.574	67.732

QUADRO Nº 3 (CONTINUAÇÃO)

TEMPOS TOTAIS DE PERCURSO ORIGEM-DESTINO 10 iterações)

C - D	TP ₈	TP ₉	TP ₁₀
(2,1)	14.283	15.898	17.865
(2,4)	78.461	90.080	124.776
(2,7)	56.165	59.545	64.290
(2,13)	114.486	120.782	129.058
(2,14)	102.820	107.856	114.751
(2,15)	120.561	126.592	134.583
(3,1)	46.426	50.944	57.532
(3,4)	110.604	125.126	164.442
(3,7)	88.308	94.591	103.957
(3,13)	146.629	155.828	168.724
(3,14)	134.963	142.902	154.417
(3,15)	152.704	161.638	174.250
(4,1)	165.536	174.058	185.149
(4,7)	73.650	76.269	79.136
(4,13)	91.211	95.449	100.971
(4,14)	118.435	124.561	129.596
(4,15)	136.176	143.298	149.429
(7,1)	91.885	97.790	106.013
(7,4)	80.331	95.595	136.985
(7,13)	114.090	121.721	133.596
(7,14)	94.763	101.516	111.874
(7,15)	112.504	120.252	131.707

QUADRO Nº 3 (CONTINUAÇÃO)

O - D	TP ₈	TP ₉	TP ₁₀
(11,1)	127.667	135.241	145.688
(11,4)	116.113	125.315	150.538
(11,7)	35.782	37.451	39.675
(11,13)	90.675	93.628	97.805
(11,14)	71.349	73.423	76.083
(11,15)	89.090	92.159	95.915
(12,1)	218.240	222.420	241.749
(12,4)	61.562	71.443	97.855
(12,7)	126.355	130.631	135.736
(12,13)	26.417	27.859	29.653
(12,14)	53.640	56.971	61.190
(12,15)	71.381	75.707	81.023

QUADRO Nº 4

TEMPOS TOTAIS DE PERCURSO ORIGEM-DESTINO (15 iterações)

C - D	TP ₂	TP ₁	TP ₂	TP ₃	TP ₄	TP ₅	TP ₆	TP ₇
(2,1)	8.0	8.103	8.238	8.540	8.987	9.471	9.996	10.568
(2,4)	32.4	53.926	54.690	55.877	57.325	58.913	60.670	62.637
(2,7)	27.3	41.271	42.159	43.102	44.107	45.182	46.338	47.586
(2,13)	61.1	90.019	91.101	92.627	94.400	96.292	98.321	100.509
(2,14)	54,6	83,345	84.523	85.762	87.072	88.461	89.941	91.528
(2,15)	66.1	95.876	97.416	99.036	100.744	102.552	104.473	106.524
(3,1)	23.2	32.240	32.568	33.085	33.879	34.944	36.105	37.380
(3,4)	47.6	78.063	79.019	80.423	82.216	84.386	86.780	89.448
(3,7)	42.5	65.409	66.488	67.647	68.999	70.655	72.447	74.398
(3,13)	76.3	114.156	115.431	117.173	119.292	121.765	124.430	127.321
(3,14)	69.3	107.483	108.852	110.308	111.964	113.934	116.050	118.340
(3,15)	81.3	120.013	121.476	123.581	125.636	128.036	130.583	133.333
(4,1)	83.2	123.405	125.641	128.178	131.116	134.464	138.063	141.950
(4,7)	38.9	52.304	53.761	55.310	56.960	58.704	60.616	62.651
(4,13)	49.7	70.315	71.638	73.067	74.584	76.200	77.930	79.791
(4,14)	62.8	90.025	91.797	93.705	95.734	97.899	100.220	102.720
(4,15)	74.8	102.556	104.691	106.979	109.407	111.991	114.752	117.716
(7,1)	44.3	71.102	71.880	72.869	74.156	75.740	77.447	79.299
(7,4)	27.7	47.187	48.664	50.277	52.048	54.007	56.195	58.666
(7,13)	56.4	83.280	85.076	87.027	89.123	91.386	93.846	96.539
(7,14)	49.4	72.364	73.656	75.028	76.492	78.064	79.759	81.602
(7,15)	61.4	84.896	86.549	88.302	90.165	92.155	94.291	96.599

QUADRO Nº 4 (CONTINUAÇÃO)

TEMPOS TOTAIS DE PERCURSO ORIGEM-DESTINO (15 iterações)

C - D	TP ₂	TP ₁	TP ₂	TP ₃	TP ₄	TP ₅	TP ₆	TP ₇
(11,1)	56.9	104.357	105.255	106.366	107.778	109.489	111.327	113.312
(11,4)	41.8	80.443	82.039	83.774	85.669	87.757	90.075	92.680
(11,7)	14.1	33.256	33.375	33.497	33.622	33.749	33.880	34.014
(11,13)	53.6	79.964	80.538	81.148	81.844	82.621	83.453	84.350
(11,14)	35.0	62.562	63.072	63.609	64.224	64.909	65.634	66.407
(11,15)	47.0	75.093	75.965	76.883	77.897	79.000	80.166	81.403
(12,1)	105.6	158.970	162.319	163.072	170.347	175.183	180.462	186.284
(12,4)	22.4	35.565	36.678	37.893	39.231	40.719	42.309	44.334
(12,7)	61.3	87.869	90.439	93.203	96.191	99.443	103.015	106.985
(12,13)	14.4	21.313	21.462	21.626	21.807	22.015	22.408	23.017
(12,14)	27.5	41.023	41.622	42.265	42.957	43.714	44.787	45.946
(12,15)	39.5	53.553	54.516	55.530	56.630	57.805	59.320	60.942

QUADRO Nº 4 (CONTINUAÇÃO)

TEMPOS TOTAIS DE PERCURSO ORIGEM-DESTINO (15 iterações)

C - D	TP ₈	TP ₉	TP ₁₀	TP ₁₁	TP ₁₂	TP ₁₃	TP ₁₄	TP ₁₅
(2,1)	11.194	11.881	12.640	13.844	14.426	15.488	16.694	18.078
(2,4)	64.866	67.441	70.487	74.223	79.064	85.746	96.783	123.434
(2,7)	48.943	50.427	52.065	53.560	55.253	57.216	59.562	62.489
(2,13)	102.882	105.477	108.339	111.532	115.108	119.234	124.116	129.877
(2,14)	93.241	95.104	97.153	99.434	102.060	105.092	108.690	113.308
(2,15)	108.726	111.106	113.701	116.561	119.801	123.485	127.779	133.138
(3,1)	38.789	40.364	42.142	44.122	46.569	49.437	53.015	57.744
(3,4)	92.462	95.923	99.989	104.922	111.207	119.695	133.104	163.101
(3,7)	76.538	78.909	81.567	84.258	87.396	91.165	95.884	102.155
(3,13)	130.478	133.959	137.841	142.231	147.251	153.183	160.429	169.543
(3,14)	120.836	123.586	126.655	130.133	134.203	139.041	145.011	152.973
(3,15)	136.327	139.588	143.203	147.260	151.944	157.434	164.101	172.805
(4,1)	146.171	150.786	155.872	160.174	164.969	170.415	176.771	184.577
(4,7)	64.850	67.238	69.846	71.353	72.941	74.619	76.397	78.351
(4,13)	81.805	84.000	86.415	88.581	90.956	93.656	96.811	100.431
(4,14)	105.429	108.386	111.642	114.747	118.180	122.091	125.524	129.169
(4,15)	120.914	124.388	128.190	131.873	135.921	140.485	144.614	149.001
(7,1)	81.321	83.358	86.026	88.821	92.028	95.796	100.374	106.226
(7,4)	61.497	64.798	68.744	73.627	79.911	88.445	102.216	133.346
(7,13)	99.513	102.834	106.596	110.184	114.056	118.733	124.766	133.094
(7,14)	83.624	85.867	88.391	91.286	94.741	98.862	104.138	111.683
(7,15)	99.109	101.868	104.939	108.413	112.482	117.256	123.228	131.515

QUADRO Nº 4 (CONTINUAÇÃO)

TEMPOS TOTAIS DE PERCURSO ORIGEM-DESTINO (15 iterações)

C - D	TP ₈	TP ₉	TP ₁₀	TP ₁₁	TP ₁₂	TP ₁₃	TP ₁₄	TP ₁₅
(11,1)	115.471	117.839	120.461	124.059	128.210	133.038	138.936	146.52
(11,4)	95.647	99.089	103.179	108.865	114.872	119.636	127.244	142.27
(11,7)	34.151	34.291	34.435	35.238	36.181	37.242	38.562	40.29
(11,13)	85.350	86.459	87.686	89.063	90.663	92.587	94.915	97.68
(11,14)	67.235	68.129	69.099	70.165	71.349	72.716	74.287	76.27
(11,15)	82.721	84.130	85.647	87.292	89.090	91.110	93.376	96.10
(12,1)	192.796	200.240	208.252	213.377	219.145	225.696	233.433	242.99
(12,4)	46.625	49.454	53.186	56.173	59.936	65.347	73.679	89.47
(12,7)	111.475	116.693	122.226	124.556	127.118	129.900	133.059	136.76
(12,13)	23.578	24.188	24.856	25.594	26.417	27.345	28.410	29.65
(12,14)	47.202	48.574	50.084	51.759	53.640	55.781	58.259	61.10
(12,15)	62.688	64.576	66.632	68.886	71.381	74.175	77.348	80.93

QUADRO Nº 5

TEMPOS DE PERCURSO TOTAL ORIGEM-DESTINO

O - D	TP ₂	TP ₁₀	TP ₁₅
(2,1)	8.0	17.865	18.078
(2,4)	32.4	124.776	123.434
(2,7)	27.3	64.290	62.489
(2,13)	61.1	129.058	129.877
(2,14)	54.6	114.751	113.308
(2,15)	66.1	134.583	133.138
(3,1)	23.2	57.532	57.744
(3,4)	47.6	164.442	163.101
(3,7)	42.5	103.957	102.155
(3,13)	76.3	168.724	169.543
(3,14)	69.3	154.417	152.973
(3,15)	81.3	174.250	172.805
(4,1)	83.2	185.149	184.577
(4,7)	38.9	79.136	78.351
(4,13)	49.7	100.971	100.431
(4,14)	62.8	129.596	129.169
(4,15)	74.8	149.429	149.001
(7,1)	44.3	106.013	106.226
(7,4)	27.7	136.985	133.436
(7,13)	56.4	133.596	133.094
(7,14)	49.4	111.874	111.683
(7,15)	61.4	131.707	131.515

QUADRO Nº 5 (CONTINUAÇÃO)

TEMPOS DE PERCURSO TOTAL ORIGEM-DESTINO

C - D	TP _ℓ	TP ₁₀	TP ₁₅
(11,1)	56.9	145.688	146.525
(11,4)	41.8	150.538	142.229
(11,7)	14.1	39.675	40.299
(11,13)	53.6	97.805	97.685
(11,14)	35.0	76.083	76.273
(11,15)	47.0	95.915	96.106
(12,1)	105.6	241.749	242.991
(12,4)	22.4	97.855	89.477
(12,7)	61.3	135.736	136.765
(12,13)	14.4	29.653	29.653
(12,14)	27.5	61.190	61.101
(12,15)	39.5	81.023	80.934

QUADRO Nº 6

ITINERÁRIO DOS CAMINHOS MÍNIMOS ORIGEM-DESTINO (10 iterações)

O - D	TP _ℓ	IT=1	IT=2	IT=3	IT=4	IT=5
(2,1)	(2,1)	-	-	-	-	-
(2,4)	(2,6,5,4)	(2,1,5,4)	-	-	-	-
(2,7)	(2,6,7)	-	-	-	-	-
(2,13)	(2,6,5,9,13)	(2,1,5,9,13)	-	-	-	-
(2,14)	(2,6,10,14)	-	-	-	-	-
(2,15)	(2,6,10,14,15)	-	-	-	-	-
(3,1)	(3,2,1)	-	-	-	-	-
(3,4)	(3,2,6,5,4)	(3,2,1,5,4)	-	-	-	-
(3,7)	(3,2,6,7)	-	-	-	-	-
(3,13)	(3,2,6,5,9,13)	(3,2,1,5,9,13)	-	-	-	-
(3,14)	(3,2,6,10,14)	-	-	-	-	-
(3,15)	(3,2,6,10,14,15)	-	-	-	-	-
(4,1)	(4,5,6,7,3,2,1)	-	-	-	-	-
(4,7)	(4,5,6,7)	-	-	-	-	-
(4,13)	(4,5,9,13)	-	-	-	-	-
(4,14)	(4,5,9,13,14)	-	-	-	-	-
(4,15)	(4,5,9,13,14,15)	-	-	-	-	-
(7,1)	(7,3,2,1)	-	-	-	-	-
(7,4)	(7,6,5,4)	-	-	-	-	-
(7,13)	(7,6,5,9,13)	-	-	-	-	-
(7,14)	(7,6,10,14)	-	-	-	-	-
(7,15)	(7,6,10,14,15)	-	-	-	-	-

Observ.: Os traços significam que o caminho mínimo encontrado corresponde ao mesmo caminho encontrado na iteração precedente.

QUADRO Nº 6 (CONTINUAÇÃO)

O - D	TP ₂	IT=1	IT=2	IT=3	IT=4	IT=5
(11,1)	(11,7,3,2,1)	-	-	-	-	-
(11,4)	(11,7,6,5,4)	-	-	-	-	-
(11,7)	(11,7)	-	-	-	-	-
(11,13)	(11,10,9,13)	-	-	-	-	-
(11,14)	(11,10,14)	-	-	-	-	-
(11,15)	(11,10,14,15)	-	-	-	-	-
(12,1)	(12,8,4,5,6,7,3,2,1)	-	-	-	-	-
(12,4)	(12,8,4)	-	-	-	-	-
(12,7)	(12,8,4,5,6,7)	-	-	-	-	-
(12,13)	(12,13)	-	-	-	-	-
(12,14)	(12,13,14)	-	-	-	-	-
(12,15)	(12,13,14,15)	-	-	-	-	-

QUADRO Nº 6 (CONTINUAÇÃO)

O - D	IT=6	IT=7	IT=8	IT=9	IT=10
(2,1)	-	-	-	-	-
(2,4)	-	-	-	-	-
(2,7)	-	-	-	-	-
(2,13)	-	-	-	-	-
(2,14)	-	-	-	-	-
(2,15)	-	-	-	-	-
(3,1)	-	-	-	-	-
(3,4)	-	-	-	-	-
(3,7)	-	-	-	-	-
(3,13)	-	-	-	-	-
(3,14)	-	-	-	-	-
(3,15)	-	-	-	-	-
(4,1)	-	-	-	-	-
(4,7)	-	-	-	-	-
(4,13)	-	-	-	-	-
(4,14)	-	-	-	-	(4,5,6,10,14)
(4,15)	-	-	-	-	(4,5,6,10,14,15)
(7,1)	-	-	-	-	-
(7,4)	-	-	-	-	-
(7,13)	-	(7,6,10,9,13)	-	-	-
(7,14)	-	-	-	-	-
(7,15)	-	-	-	-	-

QUADRO Nº 6 (CONTINUAÇÃO)

O - D	IT=6	IT=7	IT=8	IT=9	IT=10
(11,1)	-	-	-	-	-
(11,4)	-	-	-	(11,10,9,8,4)	-
(11,7)	-	-	-	-	-
(11,13)	-	-	-	-	-
(11,14)	-	-	-	-	-
(11,15)	-	-	-	-	-
(12,1)	-	(12,8,9,10,11,7,3,2,1)	-	-	-
(12,4)	-	-	-	-	-
(12,7)	-	(12,8,9,10,11,7)	-	-	-
(12,13)	-	-	-	-	-
(12,14)	-	-	-	-	-
(12,15)	-	-	-	-	-

QUADRO Nº 7

ITINERÁRIO DOS CAMINHOS MÍNIMOS ORIGEM-DESTINO (15 iterações)

O - D	TP _ℓ	IT=1	IT=2	IT=3	IT=4	IT=5	IT=6
(2,1)	(2,1)	-	-	-	-	-	-
(2,4)	(2,6,5,4)	(2,1,5,4)	-	-	-	-	-
(2,7)	(2,6,7)	-	-	-	-	-	-
(2,13)	(2,6,5,9,13)	(2,1,5,9,13)	-	-	-	-	-
(2,14)	(2,6,10,14)	-	-	-	-	-	-
(2,15)	(2,6,10,14,15)	-	-	-	-	-	-
(3,1)	(3,2,1)	-	-	-	-	-	-
(3,4)	(3,2,6,5,4)	(3,2,1,5,4)	-	-	-	-	-
(3,7)	(3,2,6,7)	-	-	-	-	-	-
(3,13)	(3,2,6,5,9,13)	(3,2,1,5,9,13)	-	-	-	-	-
(3,14)	(3,2,6,10,14)	-	-	-	-	-	-
(3,15)	(3,2,6,10,14,15)	-	-	-	-	-	-
(4,1)	(4,5,6,7,3,2,1)	-	-	-	-	-	-
(4,7)	(4,5,6,7)	-	-	-	-	-	-
(4,13)	(4,5,9,13)	-	-	-	-	-	-
(4,14)	(4,5,9,13,14)	-	-	-	-	-	-
(4,15)	(4,5,9,13,14,15)	-	-	-	-	-	-
(7,1)	(7,3,2,1)	-	-	-	-	-	-
(7,4)	(7,6,5,4)	-	-	-	-	-	-
(7,13)	(7,6,5,9,13)	-	-	-	-	-	-
(7,14)	(7,6,10,14)	-	-	-	-	-	-
(7,15)	(7,6,10,14,15)	-	-	-	-	-	-

QUADRO Nº 7 (CONTINUAÇÃO)

O - D	TP	IT=1	IT=2	IT=3	IT=4	IT=5	IT=6
(11,1)	(11,7,3,2,1)	-	-	-	-	-	-
(11,4)	(11,7,6,5,4)	-	-	-	-	-	-
(11,7)	(11,7)	-	-	-	-	-	-
(11,13)	(11,10,9,13)	-	-	-	-	-	-
(11,14)	(11,10,14)	-	-	-	-	-	-
(11,15)	(11,10,14,15)	-	-	-	-	-	-
(12,1)	(12,8,4,5,6,7,3,2,1)	-	-	-	-	-	-
(12,4)	(12,8,4)	-	-	-	-	-	-
(12,7)	(12,8,4,5,6,7)	-	-	-	-	-	-
(12,13)	(12,13)	-	-	-	-	-	-
(12,14)	(12,13,14)	-	-	-	-	-	-
(12,15)	(12,13,14,15)	-	-	-	-	-	-

QUADRO Nº 7 (CONTINUAÇÃO)

O - D	IT=7	IT=8	IT=9	IT=10	IT=11	IT=12	IT=13
(2,1)	-	-	-	-	-	-	-
(2,4)	-	-	-	-	-	-	-
(2,7)	-	-	-	-	-	-	-
(2,13)	-	-	-	-	-	-	-
(2,14)	-	-	-	-	-	-	-
(2,15)	-	-	-	-	-	-	-
(3,1)	-	-	-	-	-	-	-
(3,4)	-	-	-	-	-	-	-
(3,7)	-	-	-	-	-	-	-
(3,13)	-	-	-	-	-	-	-
(3,14)	-	-	-	-	-	-	-
(3,15)	-	-	-	-	-	-	-
(4,1)	-	-	-	-	-	-	-
(4,7)	-	-	-	-	-	-	-
(4,13)	-	-	-	-	-	-	-
(4,14)	-	-	-	-	-	-	-
(4,15)	-	-	-	-	-	-	-
(7,1)	-	-	-	-	-	-	-
(7,4)	-	-	-	-	-	-	-
(7,13)	-	-	-	-	(7,6,10,9,13)	-	-
(7,14)	-	-	-	-	-	-	-
(7,15)	-	-	-	-	-	-	-

QUADRO Nº 7 (CONTINUAÇÃO)

O - D	IT=7	IT=8	IT=9	IT=10	IT=11	IT=12	IT=13
(11,1)	-	-	-	-	-	-	-
(11,4)	-	-	-	-	-	-	-
(11,7)	-	-	-	-	-	(11,10,9,8,4)	-
(11,13)	-	-	-	-	-	-	-
(11,14)	-	-	-	-	-	-	-
(11,15)	-	-	-	-	-	-	-
(12,1)	-	-	-	(12,8,9,10,11,7,3,2,1)	-	-	-
(12,4)	-	-	-	-	-	-	-
(12,7)	-	-	-	-	-	-	-
(12,13)	-	-	-	-	-	(12,8,9,10,11,7)	-
(12,14)	-	-	-	-	-	-	-
(12,15)	-	-	-	-	-	-	-

QUADRO Nº 7 (CONTINUAÇÃO)

O - D	IT=14	IT=15
(2,1)	-	-
(2,4)	-	-
(2,7)	-	-
(2,13)	-	-
(2,14)	-	-
(2,15)	-	-
(3,1)	-	-
(3,4)	-	-
(3,7)	-	-
(3,13)	-	-
(3,14)	-	-
(3,15)	-	-
(4,1)	-	-
(4,7)	-	-
(4,13)	-	-
(4,14) (4,5,6,10,14)	-	-
(4,15) (4,5,6,10,14,15)	-	-
(7,1)	-	-
(7,4)	-	-
(7,13)	-	-
(7,14)	-	-
(7,15)	-	-
(11,1)	-	-
(11,4)	-	-
(11,7)	-	-
(11,13)	-	-
(11,14)	-	-
(11,15)	-	-

QUADRO Nº 7 (CONTINUIAÇÃO)

O - D	TP=14	TP=15
(12,1)	-	-
(12,4)	-	-
(12,7)	-	-
(12,13)	-	-
(12,14)	-	-
(12,15)	-	-