

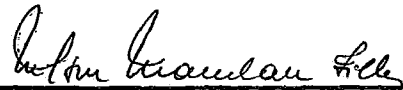
U M P R O B L E M A D E P L A N E J A M E N T O

D E R E D E S T E L E F Ô N I C A S

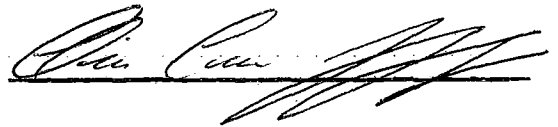
Gerson Couto de Oliveira

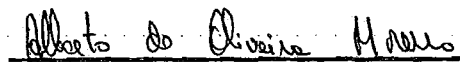
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

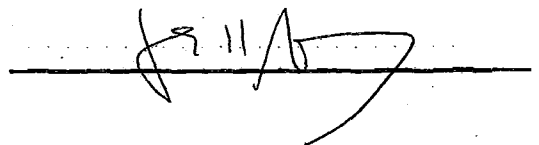
Aprovada por:



Presidente







ESTADO DO RIO DE JANEIRO

DEZEMBRO DE 1975

RESUMO

No Planejamento de Redes Telefônicas Urbanas, um problema a ser resolvido consiste em determinar o número e a localização das centrais a serem instaladas e as suas respectivas áreas de influência. Para isso, a ligação entre as centrais é considerada de forma simplificada, supondo-se a inexistência de centrais "tandem". Deseja-se que o custo global do sistema, incidente no ano em estudo, resulte mínimo, impostas as restrições que garantem a qualidade dos serviços prestados, no que concerne à qualidade da transmissão e ao grau de serviço. O problema é resolvido utilizando-se técnicas de programação matemática.

ABSTRACT

On planning urban telephone networks, a problem which needs solving is to find out the number and the location of exchanges to build and also their boundaires. To do this, connection between the exchanges is considered in a simple way, supposing that there aren't "tandem" exchanges. It is desired that the global cost involved in the year under study is minimum, guaranteeing the standard of the services offered, concerning quality of transmission and grade of service.

AGRADECIMENTO

Agradeço a cooperação e a ajuda dos técnicos Alberto de Oliveira Moreno, Ramiro de Almeida Sobrinho, Sérgio Ellery Girão e Paulo Pavanini Raj da Gerência de Estatística e Pesquisa Operacional da CTB, cujo apoio e incentivo foram de valor inestimável ao desenvolvimento deste trabalho.

ÍNDICE DE CAPÍTULOSUm problema de planejamento de redes telefônicas

I. Introdução	1
II. Modelo Matemático	3
II.1 - Conceitos Básicos	
II.2 - Variáveis do Modelo	
II.3 - Função Objetivo	
II.4 - Restrições	
III. Método de Solução	16
III.1 - Solução Inicial	
III.2 - Solução do Subproblema 1	
III.3 - Solução do Subproblema 2	
III.4 - Convergência	
IV. Conclusões e Comentários	29
IV.1 - Aplicabilidade do Programa	
IV.2 - Generalizações Possíveis	
Apêndice I - Experiência Computacional	32
Apêndice II - Descrição do "Cyclic Coordinate Descent Method"	79
Apêndice III - Função de Erlang com Número de Meios Contínuo e suas Derivadas Parciais	82
Bibliografia	84

ÍNDICE DAS FIGURAS

	Pag.
Figura 1	3
2	4
3	5
4	6
5	8
6	9
7	10
8	11
9	14
10	16
11	30

I - Introdução

Um sistema telefônico pode ser definido como um conjunto de facilidades que tem por objetivo satisfazer as necessidades de comunicação entre assinantes localizados numa determinada área. Como apenas uma pequena parcela da totalidade de assinantes manifesta simultaneamente o desejo de se comunicar, seria demasiado oneroso munir o sistema de meios que permitissem a todos os pares de assinantes comunicação ao mesmo tempo, pois o equipamento ficaria ocioso durante um largo período de tempo. A solução adotada é introduzir equipamentos denominados centrais telefônicas. Cada assinante é então filiado a uma central, ou seja, se estabelece uma ligação rígida de cada assinante da área a cada central do sistema, sendo as centrais interconectadas por meio de cabos. O papel das centrais é estabelecer um caminho elétrico temporário para os assinantes ligados a elas. A operação de seleção de um percurso elétrico realizado pelas centrais é denominada comutação.

Dois critérios são usualmente empregados pelas empresas que administram os serviços telefônicos para exprimir a qualidade desses serviços. Um deles diz respeito à qualidade de transmissão e o outro, conhecido como grau de serviço, se refere ao congestionamento do sistema, expresso pela probabilidade de que um assinante, que deseja se comunicar com outro, encontre todos os percursos que os ligam ocupados. Diz-se que um sistema telefônico satisfaz aos dois critérios de qualidade, quando as atenuações das ligações do sistema forem inferiores a uma quantidade pré-fixada e quando o grau de serviço for também inferior a um certo valor pré-fixado. A satisfação ao critério de qualidade da transmissão pode ser garantida proporcionando-se meios de comunicação de um material adequado e a satisfação ao grau de serviço imposto é obtida munindo-se o sistema de um número de meios adequado.

O desejo de comunicação entre assinantes do sistema pode ser avaliado por uma grandeza denominada tráfego telefônico. Tal parâmetro depende da categoria dos assinantes e varia razoavelmente ao longo do tempo. É usual estabelecer-se, para fins de projeto e planejamento, um período de tempo padrão denominado "Hora de Maior Movimento" (HMM), sendo o tráfego telefônico definido para este intervalo de tempo.

A introdução de novos assinantes em um sistema telefônico torna necessário que se promova a expansão continuada do referido sistema. É necessário que se instalem novas centrais, que se filiem os novos assinantes às centrais e que se promova a existência de meios capazes de interconectar as centrais. A qualidade dos serviços telefônicos prestados deve se situar acima de valores pré-fixados e é conveniente, para a empresa que explora os serviços, que a satisfação da demanda se faça a custo mínimo.

O problema geral de planejamento da expansão de uma rede telefônica local consiste na determinação espaço-temporal dos meios de comunicação que integram tal sistema.

A realização de um estudo global dinâmico desse sistema leva a modelos matemáticos dificilmente processáveis, devido ao grande número de variáveis envolvidas e às não-linearidades existentes. Adota-se então uma hipótese simplificadora, que consiste na consideração estática do estado do sistema num instante do futuro, isto é, faz-se um estudo tipo "cross-section". Ademais, divide-se o problema em dois subproblemas. No primeiro (PROBLEMA A) cuida-se da determinação do número de centrais, de suas localizações e da filiação dos assinantes, levando-se em conta, de forma simplificada, o circuito de junção que interconecta as centrais, não considerando a existência de "tandems". No segundo (PROBLEMA B), a partir da localização das centrais e de suas respectivas áreas de influência, procura-se determinar o número de tandems a instalar, suas localizações, os tipos de ligações entre as centrais, as quantidades e tipos de cabos a instalar nos trechos da rede, as configurações das centrais e tandems com relação aos juntores de entrada e saída, as acessibilidades e o número de meios nas ligações entre centrais e tandems, impostas as restrições que garantem a qualidade dos serviços telefônicos prestados.

Nos dois problemas, deseja-se minimizar o custo global incidente no período em estudo.

Este trabalho apresenta uma solução do tipo "cross-section" para o problema A, supondo a disjunção usual entre os dois problemas citados [1], [6], [7].

II - MODELO MATEMÁTICO

II.1 - Conceitos Básicos

A consideração da área urbana em estudo, como um conjunto contínuo de pontos, gera modelos matemáticos de manipulação complexa e exige dados com um detalhamento difícil de ser obtido. Inscrevendo-se a área em estudo num reticulado uniforme, obtém-se um número finito de pontos, ditos quadrículas, que são suas células elementares (v. Fig. 1). Admite-se que as características da área encerrada numa quadrícula estejam concentradas no seu centro geométrico. Ao se dimensionar uma quadrícula está em jogo um compromisso entre a precisão desejada (e também o detalhe dos dados) e o número de quadrículas criadas e, portanto, de variáveis no modelo.

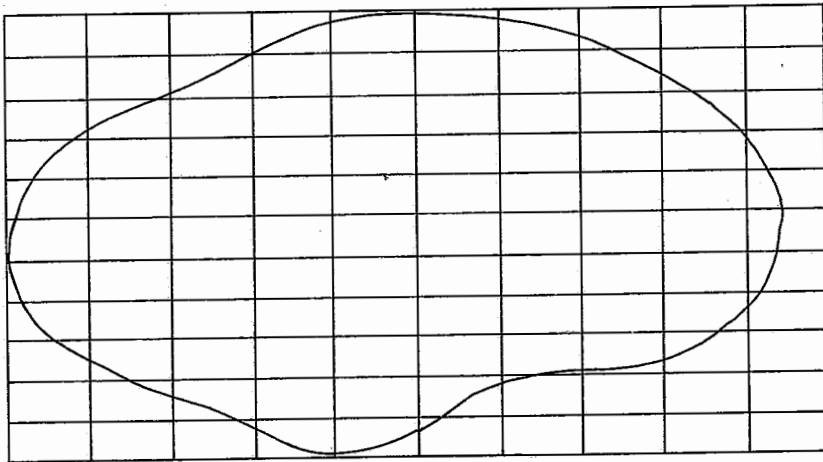


FIG.1 - RETICULAÇÃO DA ÁREA

Seja J , JCN , o conjunto das quadrículas. O reticulado permite identificar uma quadrícula $j \in J$ por meio de um sistema de coordenadas, conforme a Fig. 2, que a ela associa um par (x_j, y_j) , $x_j, y_j \in \mathbb{N}$. Assim, no exemplo da Fig. 2, $J = \{1, 2, \dots, 110\}$ e a quadrícula $j=25$ tem coordenadas $x_{25}=5$, $y_{25}=3$.

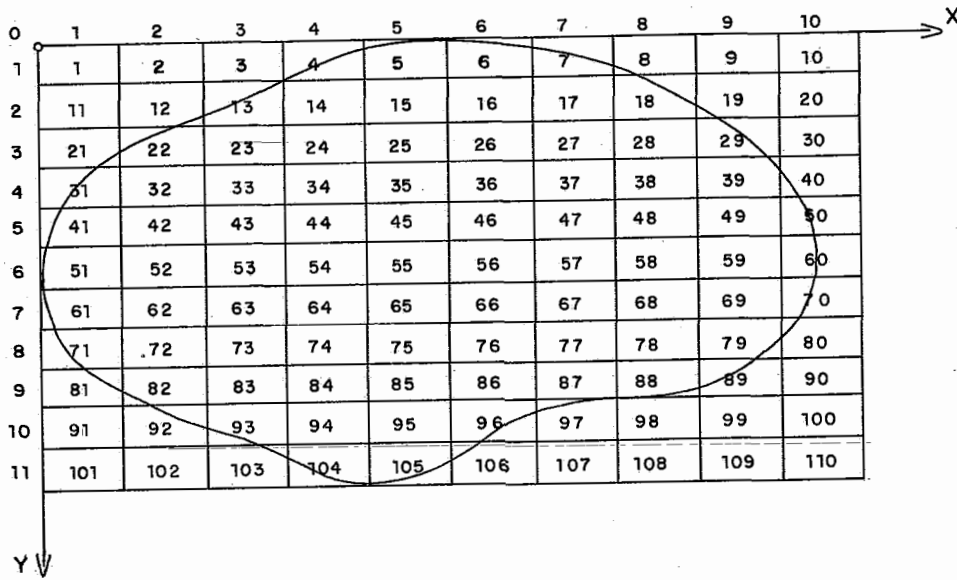


FIG.2-IDENTIFICAÇÃO DAS QUADRÍCULAS

A topologia da área é definida usando a noção de distância retangular. Se δ_x e δ_y são as dimensões de cada quadrícula nos sentidos x e y , a distância $d(j, j')$ entre duas quadrículas que se ligam diretamente é uma função

$$d: j \times J \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(j, j') \mapsto \delta_x |x_j - x_{j'}| + \delta_y |y_j - y_{j'}|$$

Essa definição é utilizada, por ser a que melhor representa o caminho seguido por um cabo telefônico numa área urbana. A Fig. 3 exemplifica a aplicação dessa definição às quadrículas 84 e 27.

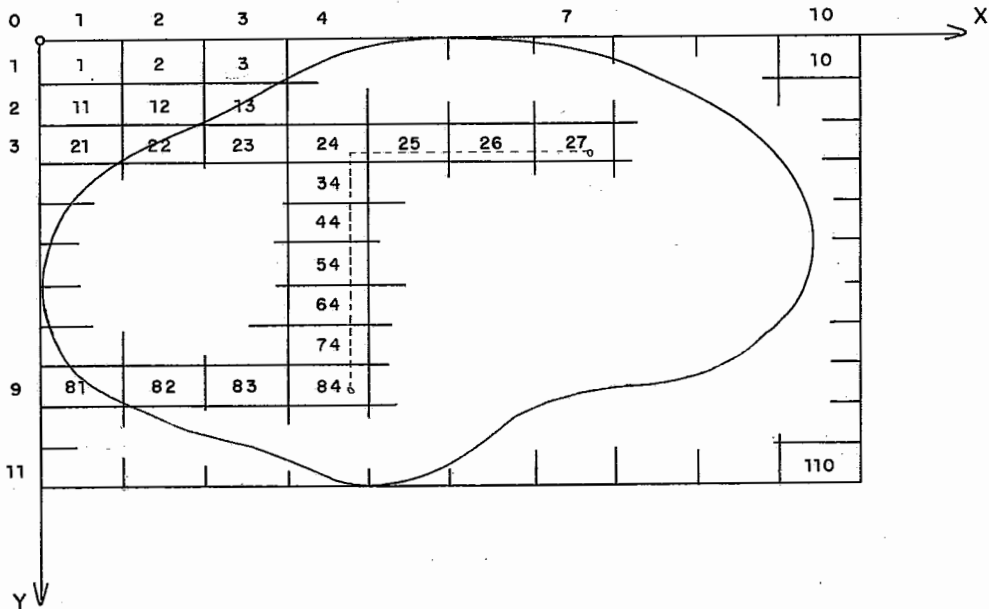


FIG.3-EXEMPLO DA DETERMINAÇÃO DE DISTÂNCIA SEM ROTEAMENTO ENTRE QUADRÍCULAS

Admitindo $\delta_x=300\text{m}$ e $\delta_y=200$,

$$d(27,84)=100|7-4| +200|3-9|=1500\text{m}$$

A presença de possíveis obstáculos físicos impedindo uma ligação direta entre duas quadrículas, como por exemplo a existência de morros, lagos, rios etc., impõe a criação de "pontos de passagem

forçada" ou "de roteamento" de modo que, havendo obstáculos à ligação, esta é feita de forma indireta, passando por um ou mais pontos de roteamento que permitem o contorno dos obstáculos.

A Fig. 4 ilustra o conceito acima. Havendo obstáculos entre as quadrículas 84 e 59, cria-se um ponto de passagem na quadrícula 27, de modo que a ligação entre elas contorne os obstáculos. Desse modo tem-se,

$$d(59,84)=d(59,27)+d(27,84)$$

onde as quadrículas 59 e 27 se ligam diretamente, o mesmo ocorrendo com as quadrículas 27 e 84.

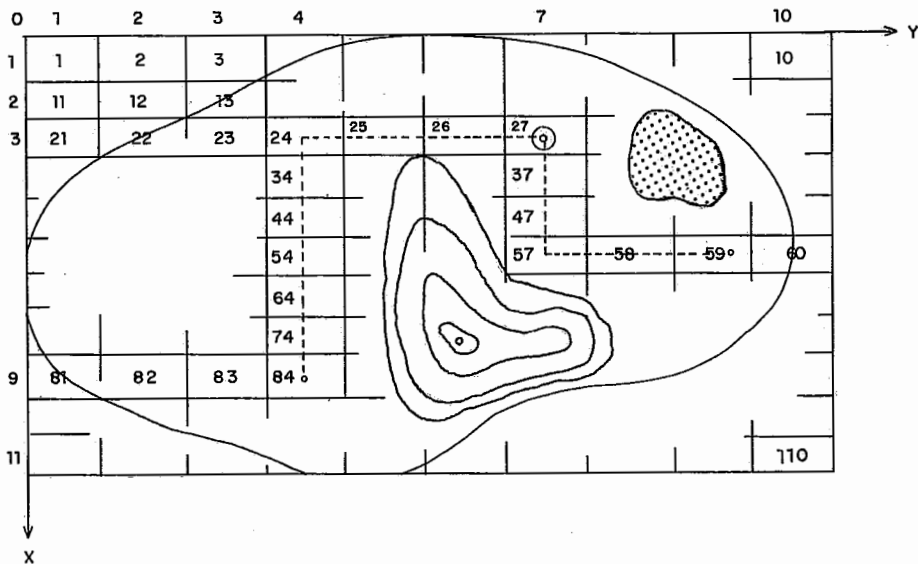


FIG.4- EXEMPLO DA DETERMINAÇÃO DA DISTÂNCIA ENTRE QUADRÍCULAS COM ROTEAMENTO.

Caracterizados os obstáculos, particiona-se a área em estudo em zonas de roteamento, de modo que a cada par de zonas está associado um ponto de passagem obrigatório, para a ligação entre quadrículas situadas uma em cada zona.

Sendo R o conjunto das zonas de roteamento, a aplicação

$$\begin{aligned} r: J \rightarrow R \\ j \rightarrow r(j) \end{aligned}$$

define a zona de roteamento, $r(j)$, da quadrícula j .

A aplicação

$$\begin{aligned} p: R \times R \rightarrow J \\ (r_1, r_2) \rightarrow p(r_1, r_2) \end{aligned}$$

define o ponto de roteamento, $p(r_1, r_2)$, entre as regiões r_1 e r_2 .

Convenciona-se que, caso não haja roteamento entre duas regiões, isto é, quando $r_1 = r_2$ ou quando a ligação é direta, $p(r_1, r_2) = 0$. No exemplo apresentado na Fig. 4,

$$\begin{aligned} p(r(59), r(84)) &= 27 \\ p(r(59), r(27)) &= 0 \\ p(r(27), r(84)) &= 0. \end{aligned}$$

A demanda de terminais é definida pela aplicação

$$\begin{aligned} \eta: J \rightarrow N \\ j \rightarrow \eta(j) \end{aligned}$$

que, a cada quadrícula j , associa o número de assinantes $\eta(j)$ a ela pertinentes.

Para efeito de cálculo de custo de terreno a área é particionada em "zonas de terreno", de modo que em cada zona o custo unitário de terreno seja uniforme (vide Fig. 5)

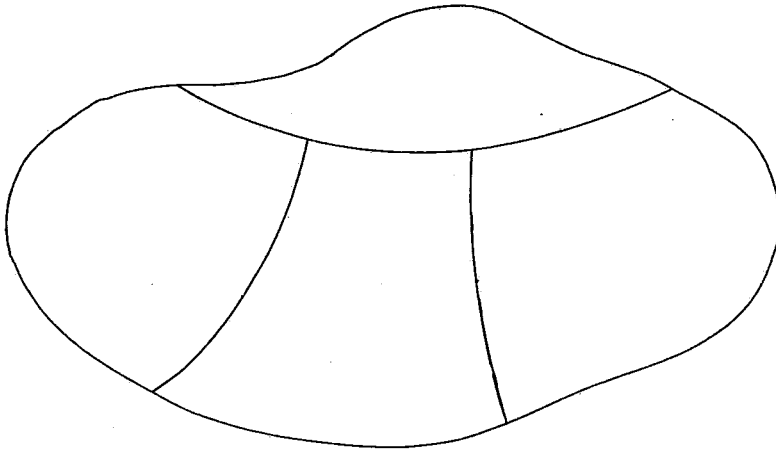


FIG.5 - PARTIÇÃO EM ZONAS DE TERRENO

Para efeito de consideração do tráfego, identificam-se as quadrículas que contêm assinantes que originam e recebem o mesmo tráfego. A área é então particionada em "zonas de tráfego", de modo que duas quadrículas, de uma dessas zonas, originam o mesmo tráfego e recebem o mesmo tráfego (vide Fig. 6).

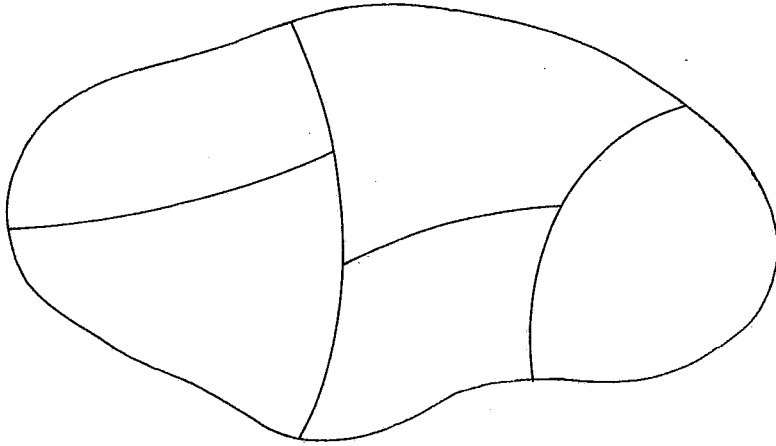


FIG.6- PARTIÇÃO EM ZONAS DE TRÁFEGO

A justaposição dessas duas partições gera uma nova partição em "zonas de tráfego-terreno", caracterizada pela aplicação

$$s:J \rightarrow S$$

$$j \rightarrow s(j)$$

onde S é o conjunto das zonas de tráfego-terreno e $s(j)$ é a zona de tráfego-terreno da quadrícula j (vide Fig. 7).

A aplicação que caracteriza o tráfego originado de um assinante da zona s_1 a um da zona s_2 , $\xi(s_1, s_2)$, é definida por

$$\xi: S \times S \rightarrow R^+$$

$$(s_1, s_2) \rightarrow \xi(s_1, s_2)$$

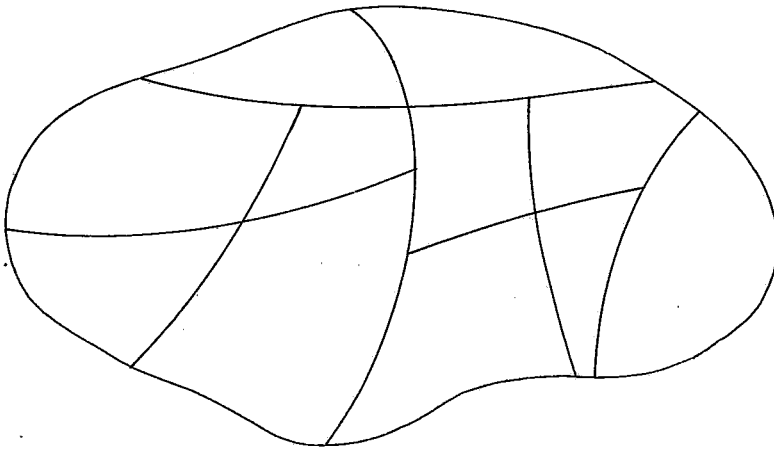


FIG.7- PARTIÇÃO EM ZONAS TRÁFEGO / TERRENO

A comunicação da quadrícula j , filiada à central i , com a quadrícula j' , filiada à central i' , faz uso dos seguintes equipamentos: pares de fios de cabo que conectam a quadrícula j à central i e respectivos dispositivos de ligação desses pares à central; pares de fios do cabo de junção da central i à central i' e respectivos juntores de saída da central i e entrada na central i' ; e, pares de fios de cabo que conectam a quadrícula j' à central i' e respectivos dispositivos de ligação desses pares à central, conforme mostra a Fig. 8.

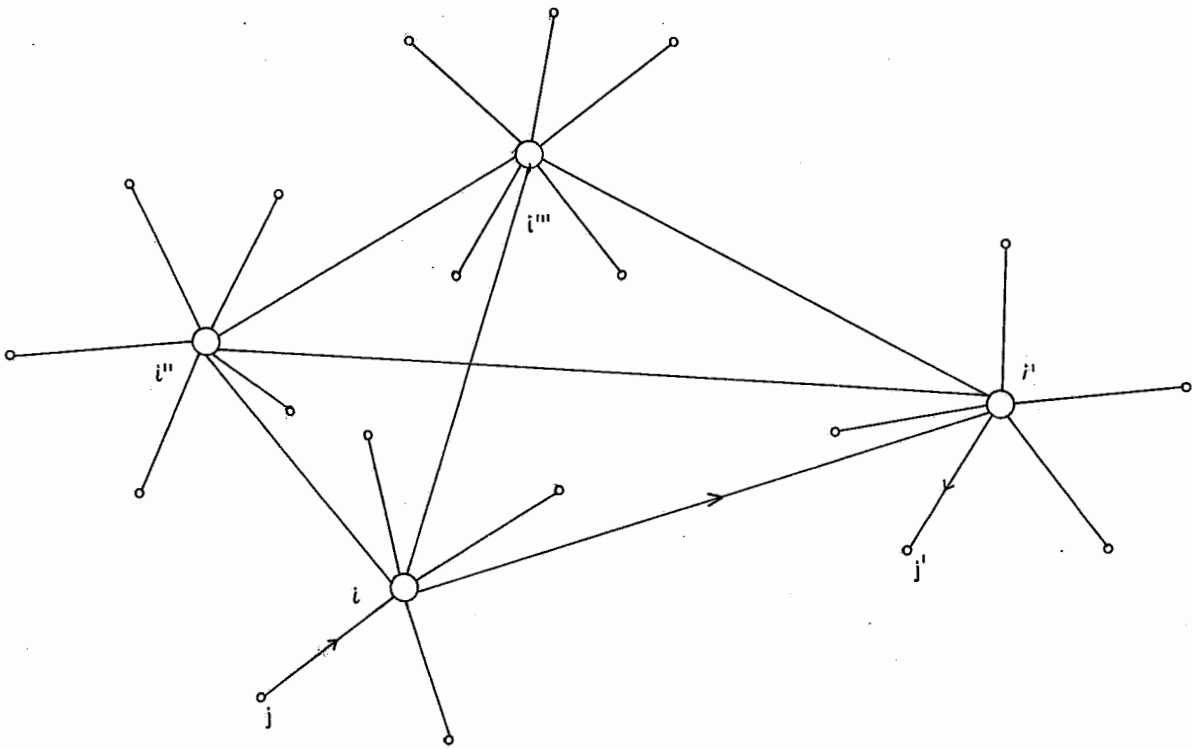


FIG. 8

Denomina-se "rede de assinantes" a parte do sistema constituída dos equipamentos que ligam os assinantes às centrais as quais estão filiados, e denomina-se "rede de junção" a parte do sistema constituída dos equipamentos que interligam as centrais.

A hipótese adotada, das centrais serem ligadas diretamente (não se considera a existência de centrais tandem), é calcada na predominância do custo da rede de assinantes sobre o custo da rede de junção. Rapp [7] reporta que a utilização desta hipótese não altera substancialmente a configuração final da rede.

Considera-se um único grau de serviço G , isto é, a perda de tráfego máxima admissível para qualquer ligação entre centrais (vide apêndice III). Essas ligações são supostas feitas através de meios unidirecionais, utilizando o mesmo tipo de cabo.

Cada central i é suposta ter uma capacidade mínima $\underline{n}(i)$, $\underline{n}(i) \in \mathbb{N}$, e máxima $\bar{n}(i)$, $\bar{n}(i) \in \mathbb{N}$, de assinantes e ela filiados.

A parte da rede interna às quadrículas não foi levada em conta. É admitida constante.

II.2 - Variáveis do Modelo

O problema pode ser representado por um modelo matemático constituído de duas famílias de variáveis, que estabelecem respectivamente o esquema de filiação das quadrículas e a localização das centrais.

Seja $J, J \subset \mathbb{N}$, o conjunto das quadrículas e $I, I \subset \mathbb{N}$ o conjunto das centrais. Define-se

$e(i, j)$, variável relativa à filiação da quadrícula j à central i , $i \in I$ e $j \in J$.

A variável de filiação $e(i, j) = 1$, se a quadrícula j se filia à central i , e é nula em caso contrário. Define-se

$l(i)$, variável relativa à localização da central i , $i \in I$.

A variável $l(i) = j$ se a central i se localiza na quadrícula j .

Criam-se também duas famílias de variáveis auxiliares, para facilitar a manipulação do modelo:

$a(i,i')$, tráfego originado na central i destinado à central i' , $i \in I$, $i' \in I$.

$n(i,i')$, números de meios de transmissão da central i para a central i' , destinados à condução de $a(i,i')$, $i \in I$, $i' \in I$. É tomado como sendo um número real não negativo.

As expressões abaixo relacionam as variáveis principais às variáveis auxiliares:

$$a(i,i') = \sum_{j \in J} \sum_{j' \in J} \eta(j) \cdot e(i,j) \cdot \xi(s(j), s(j')) \cdot \eta(j') \cdot e(i',j')$$

$$n(i,i') = E^{-1}(a(i,i'), G)$$

onde $E^{-1}(a, G)$ representa a função inversa de Erlang (vide apêndice III).

II.3 - Função Objetivo

A função objetivo retrata o custo total da rede incidente no período em estudo, supondo que a área urbana é virgem, isto é, não possui equipamentos instalados. Este custo resulta da soma de 3 parcelas: custo de comutação e transmissão da rede de assinantes (Z_1), custo de edificação-terreno-energia das centrais (Z_2) e custo de comutação e transmissão da rede de junção (Z_3).

Definindo

$\alpha_1(d)$ - Custo por unidade de comprimento da ligação de um assinante pertinente a uma quadrícula distante d da quadrícula onde se situa a central a que está filiado. É uma função do tipo sugerido na Fig. 9

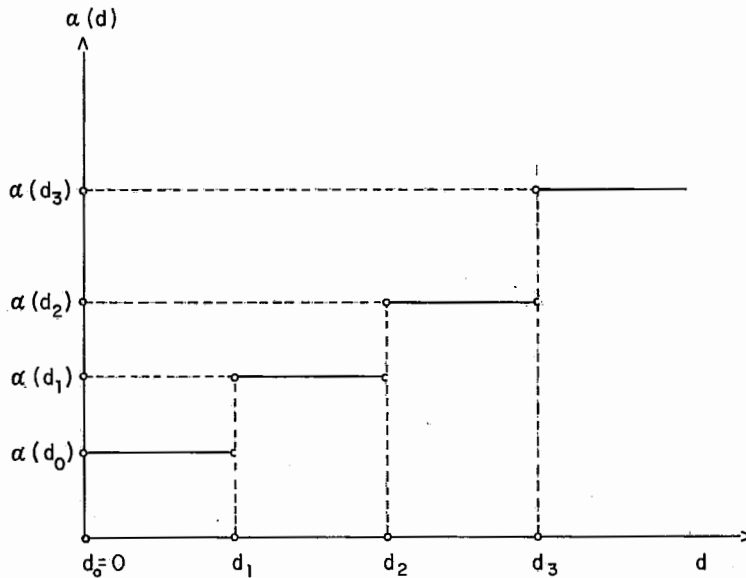


FIG. 9

- $\alpha_2^{\prime}(i)$ - Custo fixo de comutação referente à central $i \in I$.
- $\alpha_2^{\prime\prime}(i)$ - Custo de comutação de um assinante filiado à central $i \in I$.
- $\alpha_3^{\prime}(i)$ - Custo fixo de edificação-energia referente à central $i \in I$.
- $\alpha_3^{\prime\prime}(i)$ - Custo de edificação-energia referente à filiação de um assinante à central $i \in I$.
- $\alpha_4(s)$ - Custo da unidade da área de terreno das quadriculas pertencentes à zona $s \in S$.
- $\alpha_5(d)$ - Custo por unidade de comprimento de um meio unidirecional de ligação entre centrais localizadas em quadriculas distantes d . É uma função do tipo mostrado na Fig. 9.

$\alpha_6(i, i')$ - Custo de comutação da central $i \in I$ à central $i' \in I$.

$\gamma'(i)$ - Área fixa de terreno necessária à localização da central $i \in I$.

$\gamma''(i)$ - Área necessária à filiação de cada assinante à central $i \in I$.

As expressões abaixo relacionam as parcelas da função objetivo Z_1, Z_2, Z_3 às variáveis do modelo:

$$i) Z_1 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \alpha_1(d(j, l(i))) \cdot d(j, l(i)) \cdot \eta(j) \cdot e(i, j) + \sum_{i \in I} \{\alpha_2'(i) + \alpha_2''(i)\} \cdot \sum_{j \in J} \eta(j) \cdot e(i, j)$$

$$ii) Z_2 = \sum_{i \in I} \{\alpha_3'(i) + \alpha_3''(i)\} \cdot \sum_{j \in J} \eta(j) \cdot e(i, j) + \alpha_4(s(l(i))) \cdot [\gamma'(i) + \gamma''(i)] \cdot \sum_{j \in J} \eta(j) \cdot e(i, j)$$

$$iii) Z_3 = \sum_{i \in I} \sum_{i' \in I} \{\alpha_5(d(l(i), l(i'))) \cdot d(l(i), l(i')) \cdot n(i, i') + \alpha_6(i, i')\}$$

Deseja-se minimizar $Z = Z_1 + Z_2 + Z_3$, sujeito às restrições que são apresentadas a seguir.

II.4 - Restrições

As restrições impostas às variáveis $e(i, j)$ e $l(i)$ são as seguintes:

(i) Pela definição da variável de filiação,
 $e(i, j) \in \{0, 1\}$, $\forall i \in I, \forall j \in J$

(ii) Pela definição da variável de localização, $l(i) \in L$,
 $\forall i \in I$ onde $L \subset J$ é o conjunto das quadrículas onde é possível localizar centrais.

(iii) Cada quadrícula se filia a uma única central:

$$\sum_{i \in I} e(i, j) = 1, \forall j \in J$$

(iv) A cada central só é possível filiar-se assinantes, cuja soma se situe nos limites de sua capacidade:
 $\underline{n}(i) \leq \sum_{j \in J} \eta(j) \cdot e(i, j) \leq \bar{n}(i)$, $\forall i \in I$

III - MÉTODO DE SOLUÇÃO

O modelo definido supõe um número fixo de centrais. Para se determinar o número ótimo de centrais do sistema, varia-se a $\#I$ e, a cada alternativa de número de centrais, determina-se a solução ótima dada pelo modelo. Escolhe-se então a alternativa que corresponda ao menor valor da função objetivo. O problema se apresenta graficamente conforme a figura 10.

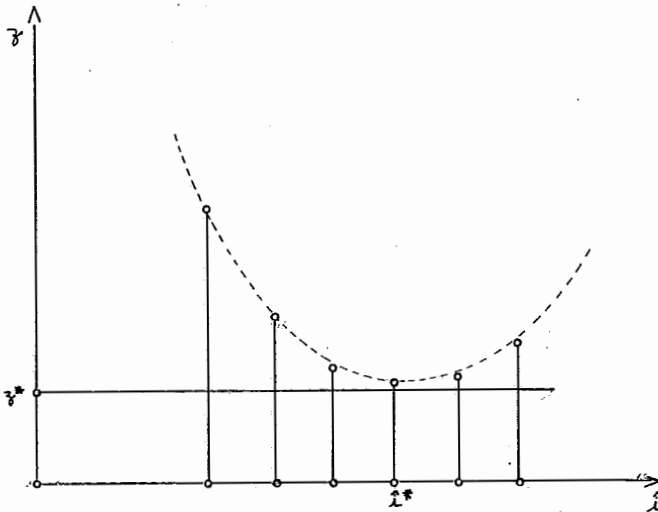


FIG.10 - DETERMINAÇÃO DO NÚMERO ÓTIMO DE CENTRAIS ALTERNATIVAS

A modelagem resultou em um problema de programação não linear inteira. Devido ao grande número de variáveis e devido à inexistência de um algoritmo capaz de garantir a convergência para uma solução ótima de maneira eficiente, optou-se por um procedimento de decomposição exposto no apêndice II.

O procedimento consiste em, partindo-se de uma solução inicial cuja obtenção será descrita em III.1, resolver alternadamente os seguintes subproblemas:

Subproblema 1: fixadas as variáveis de localização \underline{l} , determinam-se as variáveis de filiação que minimizam Z sujeito às restrições (i), (iii), (iv).

Subproblema 2: fixadas as variáveis de filiação \underline{e} , determinam-se as variáveis de localização \underline{l} que minimizam Z sujeito à restrição(ii).

O processo é repetido até encontrar-se uma solução (e_p, l_p) de valor Z_p , que é um mínimo local para o problema (o estudo da convergência será o objeto de estudo do próximo capítulo).

III.1 - Solução Inicial

O método de decomposição exige que se disponha de uma solução de partida. Recorre-se à predominância do custo da rede de assinantes em relação ao custo da rede de junção, para obter-se, de modo eficiente, uma solução inicial "próxima" da solução ótima.

O processo consiste em fixar uma localização inicial qualquer para as centrais $l_0(i)$, $i \in I$ e minimizar

$$z' = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \alpha(i, j) \cdot \eta(j) \cdot e(i, j),$$

sendo sujeito a (i), (ii), (iv), onde

$$\alpha(i, j) = \alpha_1(d) \cdot d(j, l_0(i)) + \alpha_2''(i) + \alpha_3''(i) + \gamma''(i) \cdot \alpha_4(s(l_0(i)))$$

Devido à fixação do número e da localização das centrais, os custos fixos são constantes e portanto não são considerados. O custo da rede de junção é desprezado na obtenção da solução inicial.

O modelo acima caracteriza um problema de programação linear inteira. Para resolvê-lo, a restrição (i) é relaxada e são criadas variáveis auxiliares

$$x(i, j) = \eta(j) \cdot e(i, j), \quad i \in I, \quad j \in J$$

Introduzindo essas variáveis no modelo e desprezando suas inteirezas, chega-se ao seguinte problema:

$$(P) \quad \min z'' = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \alpha(i, j) \cdot x(i, j)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i \in I} x(i, j) = \eta(j), \quad \forall j \in J = \{1, \dots, m\} \quad (1)$$

$$\underline{n}(i) \leq \sum_{j \in J} x(i, j) \leq \bar{n}(i), \quad \forall i \in I = \{1, \dots, n\} \quad (2)$$

$$x(i, j) \geq 0, \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in J \quad (3)$$

O problema (P) é um problema de transporte generalizado [2]. Como \bar{n} , \underline{n} , $\eta \in \mathbb{Z}$, se (P) admitir solução, a solução ótima será inteira [4]. Para colocar (P) numa forma padrão utiliza-se a seguinte transformação [2]:

$$n(i) = \begin{cases} \underline{n}(i), & i=1, n \\ \bar{n}(i) - \underline{n}(i), & i=n+1, 2n \end{cases}$$

$$x(i, j) = x'(i, j) + x'(i+n, j), \quad \forall i=1, n, \quad \forall j=1, m$$

$$\alpha'(i+n, j) = \alpha'(i, j) = \alpha(i, j), \quad \forall i=1, n, \quad \forall j=1, m$$

Essa transformação gera o problema equivalente (P')

$$(P') \min z'' = \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^n \alpha'(i, j) \cdot x'(i, j)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i=1}^{2n} x'(i, j) = \eta(j), \quad \forall j=1, m \quad (1')$$

$$\sum_{j=1}^n x'(i, j) = n(i), \quad \forall i=1, n \quad (2'A)$$

$$\sum_{j=1}^n x'(i, j) < n(i), \quad \forall i=n+1, 2n \quad (2'B)$$

$$x'(i, j) \geq 0, \quad \forall i=1, 2n, \quad \forall j=1, m \quad (3')$$

Para tornar as desigualdades (2'B) em igualdades, adota-se a seguinte transformação [2]:

$$\alpha''(i, j) = \alpha'(i, j), \quad \forall i=1, 2n, \quad \forall j=1, m$$

$$\alpha''(i, m+1) = \begin{cases} M, & \forall i=1, n \\ 0, & \forall i=n+1, 2n \end{cases}$$

$$\eta(m+1) = \sum_{i=1}^n n(i) + \sum_{i=n+1}^{2n} n(i) - \sum_{j=1}^m \eta(j) = \sum_{i=1}^n \bar{n}(i) - \sum_{j=1}^m \eta(j)$$

$$x''(i, j) = x'(i, j), \quad \forall i=1, n, \quad \forall j=1, m$$

Dessa maneira, obtém-se uma forma padrão de um problema de transportes:

$$(P'') \min z'' = \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^{m+1} \alpha''(i, j) \cdot x''(i, j)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i=1}^{2n} x''(i, j) = \eta(j), \quad \forall j=1, m+1 \quad (1'')$$

$$\sum_{j=1}^{m+1} x''(i,j) = n(i), \quad \forall i=1, 2n \quad (2'')$$

$$x''(i,j) \geq 0, \quad \forall i=1, 2n, \quad \forall j=1, m+1 \quad (3'')$$

Para que o problema (P'') tenha solução, as relações abaixo devem ser satisfeitas

$$\sum_{i=1}^n \underline{n}(i) \leq \sum_{j=1}^m \eta(j) \leq \sum_{i=1}^n \bar{n}(i)$$

O problema (P'') é resolvido usando-se o algoritmo de Hitchcock [4]. Para se obter a solução $x^*(i,j)$ do problema (P), a partir da solução $x''(i,j)$ do problema (P''), recorre-se à equação

$$x^*(i,j) = x''(i,j) + x''(i+n,j), \quad \forall i=1, n, \quad \forall j=1, m$$

A solução ótima obtida será sempre inteira [4]. Como a restrição (i) foi relaxada, para que a solução inicial seja viável é necessário que cada quadrícula j esteja associada a uma única central, isto é, $x^*(i,j) > 0$ para uma única central i . Quando tal não ocorre, diz-se que a quadrícula está particionada.

Uma quadrícula particionada corresponde a uma solução tal que a restrição (2) é ativa para uma das centrais na qual ela se filia, isto é, se \bar{j} está particionada, então existe \bar{i} tal que

$$0 < x^*(\bar{i}, \bar{j}) < \eta(\bar{j}) \quad \text{e} \quad \left(\sum_{j \in J} x^*(\bar{i}, j) = \underline{n}(\bar{i}) \quad \text{ou} \quad \sum_{j \in J} x^*(i, j) = \bar{n}(\bar{i}) \right)$$

Seja $v(i)$ a variável dual correspondente à restrição (2) e $u(j)$ a variável dual correspondente à restrição (1). Seja

$$\bar{\alpha}(i,j) = \alpha(i,j) + v(i) - u(j)$$

O algoritmo de Hitchcock geralmente filia uma quadrícula \bar{j} a uma única central i_1 . Quando esta central tem sua capacidade exaurida, a quadrícula \bar{j} fica particionada entre i_1 e outras centrais que possuem alguma folga na sua capacidade. Aproveita-se então essa folga, para tentar filiar a quadrícula \bar{j} a alguma outra central i_2 . No caso da quadrícula \bar{j} estar particionada entre as centrais i_1 e i_2 , temos então o seguinte aumento de custo por assinante:

$$v(i_1) > 0 \quad \therefore \alpha(i_1, \bar{j}) = \mu(\bar{j}) - v(i_1) \quad (\bar{\alpha}(i_1, \bar{j}) = 0)$$

$$v(i_2) = 0 \quad \therefore n(\bar{j}) = \alpha(i_2, \bar{j}) \quad (\bar{\alpha}(i_2, \bar{j}) = 0)$$

logo

$$\alpha(i_2, \bar{j}) = \alpha(i_1, \bar{j}) + v(i_1)$$

Haverá então um acréscimo de custo de $v(i_1) \cdot x(i_1, \bar{j})$

Caso a folga da central i_2 seja inferior a $x(i_1, \bar{j})$, recorre-se a degeneração da solução para aumentar-lhe a folga, de modo a ser possível filiar-lhe a quadrícula \bar{j} . Para isso, tome j tal que:

$$\bar{\alpha}(i_2, j) = 0, \quad x(i_2, j) = \eta(j)$$

$$\bar{\alpha}(i', j) = 0, \quad x(i', j) = 0, \quad v(i') = 0$$

Trocam-se os fluxos em i_2 e i' para $x(i_2, j) = 0$, $x(i', j) = \eta(j)$ (sem mudar o custo da solução).

Dessa maneira, a folga da central i_2 fica aumentada de $\eta(j)$. Se sua nova folga já for maior que $x(i_1, \bar{j})$, filia-se \bar{j} a ela. Se não, toma-se outra quadrícula com as propriedades acima, de modo a aumentar sua folga até que ela supere $x(i_1, \bar{j})$.

Embora não se possa garantir que isso sempre seja possível, devido à pequena percentagem de quadrículas particionadas na solução (menos de 0,5%, quando a degeneração é da ordem de 5%) não é necessário maiores preocupações. A filiação das quadrículas particionadas a uma única central tem peso desprezível no custo da solução, não influenciando na sua otimalidade.

O procedimento que se segue utiliza os conceitos acima, para obter uma solução inicial viável.

P1: Determine: J'_{CJ} , conjunto das quadrículas correspondentes às soluções degeneradas

J''_{CJ} , conjunto das quadrículas particionadas

I'_{CI} , conjunto das centrais correspondentes às soluções degeneradas

P2: Calcule $\bar{f}(i) = \bar{n}(i) - \sum_{j \in J} x^*(i, j)$, $\forall i \in I'$ (folga superior das centrais)

$\underline{f}(i) = \sum_{j \in J} x^*(i, j) - \underline{n}(i)$, $\forall i \in I'$ (folga inferior das centrais)

P3: Ache i' tal que $\bar{f}(i') = \max_{i \in I'} \bar{f}(i)$, (central de maior folga superior em I')

Tome $j'' \in J''$ tal que $x^*(i, j'') > 0$ e $\eta(j'') - x^*(i', j'') < \bar{f}(i')$, e faça $x^*(i', j'') = \eta(j'')$, $x^*(i, j'') = 0$, $i \neq i'$ e vá para P4.

Se não houver j'' satisfazendo as condições acima, vá para P5.

P4: Reformule J' , J'' , I' . Se $J'' = \emptyset$, vá para P6, senão vá para P2.

P5: Tome $j' \in J'$ tal que $x^*(i', j') > 0$. Faça $x^*(i', j') = 0$, coloque o fluxo numa central em que esta quadra se degenera e volte a P2.

P6: Para cada $j \in J$ tal que $\eta(j) > 0$, varie $i \in I$:

se $x^*(i, j) = \eta(j)$, faça $e_0(i, j) = 1$

se $x^*(i, j) = 0$, faça $e_0(i, j) = 0$

Dessa maneira obtêm-se uma solução inicial (e_0, l_0) "bastante boa". Convém observar que a localização inicial das centrais foi arbitrada. Tal fato não acarreta grandes problemas, porque o algoritmo de solução depende fracamente desta localização inicial, de acordo com experiências numéricas que serão descritas posteriormente.

III.2 - Solução do Subproblema 1 (Refiliação de assinantes)

Neste subproblema, deseja-se minimizar Z sujeito à (i), (iii), (iv), onde a variável l é fixada. Devido ao grande número de variáveis bivalentes e à não linearidade de Z , recorre-se a um método denominado dos custos incrementais [1].

Define-se $z_i(j)$ como custo incremental de filiação dos

assinantes da quadrícula j à central i . Esse custo compõe-se de:

- 1) acréscimo de meios de ligação da central i às demais centrais
- 2) decréscimo de meios de ligação da central \bar{i} , à qual a quadrícula j atualmente se filia, às demais centrais
- 3) ligação e comutação da quadrícula j à central i
- 4) edificação-energia-terreno correspondente à central i considerada (vide Fig. 11).

Pode-se expressar este custo do seguinte modo:

$$z_i(j) = \{d(j, l(i)) \cdot \alpha_1(d) + \alpha_2''(i) + \alpha_3''(i) + \gamma''(i) \cdot \alpha_4(s(l(i)))\} \eta(j) +$$

$$\sum_{i' \in I} \{d(l(i), l(i')) \cdot \alpha_5(d) + \alpha_6(i, i')\} \cdot \Delta n(i, i') -$$

$$- \sum_{i' \in I} \{d(l(\bar{i}), l(i')) \cdot \alpha_5(d) + \alpha_6(\bar{i}, i')\} \Delta n(\bar{i}, i'), \text{ onde}$$

$\Delta n(i_1, i_2)$ é o acréscimo de meios de i_1 para i_2 , quando os assinantes da quadrícula j são filiados à central i_1 . Note-se que, caso $i = \bar{i}$ na expressão de $z_i(j)$, os dois somatórios se anulam.

Para se calcular esse acréscimo de meios, usa-se a expressão

$$\Delta n(i_1, i_2) = \Delta a(i_1, i_2) \cdot \frac{\partial n(i_1, i_2)}{\partial a(i_1, i_2)}$$

O termo $a(i_1, i_2)$ é o acréscimo de tráfego de i_1 para i_2 , quando os assinantes da quadrícula j são filiados à central i_1 :

$$\Delta a(i_1, i_2) = \sum_{j' \in J} \eta(j) \cdot \xi(s(j), s(j')) \cdot e(i_2, j') \cdot \eta(j')$$

Para calcular a derivada $\frac{\partial n}{\partial a}$, como não há uma fórmula explícita de n em função de a , usa-se a função de Erlang:

$$\frac{\partial n}{\partial a} = - \frac{\partial E / \partial a}{\partial E / \partial n} \Big|_{E=G}$$

Cada derivada acima é calculada usando as expressões apresentadas no apêndice III:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \left(\frac{n}{a} - 1 + E \right) E$$

$$\frac{\partial E}{\partial n} = - \frac{E^2}{2\sqrt{n}} \left(a_0 - \frac{a_2}{n} \right) - \frac{(n+a)E}{2n} \left(\frac{n}{a} - 1 + E \right) \quad , \text{ onde}$$

a_0, a_1, a_2 são funções do parâmetro $c = \frac{a-n}{\sqrt{n}}$:

$$a_0(c) = e^{c^2/2} \cdot \int_c^\infty e^{-u^2/2} du$$

$$a_1(c) = 2/3 + c^2/3 - a_0(c) \cdot c^3/3$$

$$a_2(c) = -c^5/18 - 7c^3/36 + c/12 + a_0(c) \cdot (1/12 + c^4/4 + c^6/18)$$

As funções acima também são usadas para se obter uma equação que relaciona n, a, G :

$$\frac{1}{E} \Big|_{E=G} = a_0(c) \sqrt{n} + a_1(c) + \frac{a_2(c)}{\sqrt{n}}$$

Para determinar o valor de n que satisfaz a equação acima, partindo-se do valor $n=a$, isto é, $c=0$, usa-se o método de Newton Raphson, aproveitando-se a expressão da derivada $\partial E / \partial n$. Esse método converge em, no máximo, 3 iterações, sendo bastante rápido.

Utilizando-se as expressões anteriores, pode-se calcular o custo incremental $z_i(j)$. Diz-se que a quadrícula j é potencialmente refiliável, se o $\min_{i \in I} z_i(j)$ for menor que $z_{\bar{i}}(j)$. Devido à

restrição (iv), nem todas as quadrículas que atendem a esta relação podem ser refiliadas. Adota-se então o seguinte procedimento:

P0: Obtenha J_1 , o conjunto das quadras potencialmente refiliáveis, e I_1 , o conjunto das centrais correspondentes a estas quadrículas.

P1: Calcule $\bar{f}(i) = \bar{n}(i) - \sum_{j \in J} \eta(j) \cdot e(i, j)$, $i \in I_1$ (folga superior à central i)

$\underline{f}(i) = \sum_{j \in J} \eta(j) \cdot e(i, j) - \underline{n}(i)$, $i \in I_1$ (folga inferior à central i)

Determine $i' \in I_1$ de modo que $\bar{f}(i) = \max_{i \in I_1} \bar{f}(i)$

P2: Determine $j' \in J_1$ de modo que $z_{\bar{i}}(j'') - z_{\underline{i}}(j') = \max_{j \in J_1} \{z_{\bar{i}}(j) - z_{\underline{i}}(j)\}$, onde

de $e(\bar{i}, j) = 1$,

suja $\bar{f}(i) > \eta(j)$

$\underline{f}(\bar{i}) > \eta(j)$.

Se não houver $j' \in J'$ que satisfaça a condição acima, vá para P3, caso contrário faça $e(\bar{i}, j') = 0$, $e(\bar{i}, j') = 1$.

P3: Reformule J_1 e I_1 . Se $J_1 = \emptyset$ ou $I_1 = \emptyset$, pare, caso contrário volte a P1.

O passo 1 visa o melhor aproveitamento das folgas superiores das centrais $i \in I_1$ que são geralmente bem menores que as inferiores.

O passo 2 visa, a cada refiliação, obter-se o maior ganho possível, refiliando-se uma quadrícula à central escolhida no passo anterior.

O passo 3 visa, a cada refiliação, retomar o passo 1, caso ainda hajam quadrículas refiliáveis a centrais que tenham folgas suficientes para que estas se refiliem.

Devido à pequena parcela de quadrículas potencialmente refiliáveis, em relação ao número total de quadrículas, o procedimento acima permite obter-se uma solução aproximada para o subproblema 1.

III.3 - Solução do Subproblema 2 (Movimento de centrais)

Nesse subproblema, deseja-se minimizar Z sujeito a (ii), onde a variável \underline{e} está fixada.

Esse subproblema de programação não linear inteira é resolvido utilizando-se, também, um método de decomposição, que consiste em fixar a localização de todas as centrais, exceto uma, e de terminar a localização ótima desta central dentro de sua área de influência. Este processo é repetido sequencialmente até que nenhuma central altere sua localização.

O custo envolvido na movimentação da central i , considerando as demais fixadas, é dado por

$$z(l_i) = \sum_{j \in J} d(j, l_i) \cdot \alpha_1(d) \cdot \eta(j) \cdot e(i, j) +$$

$$\sum_{i' \in I} d(l_i, l(i')) \cdot \alpha_5(d) \cdot \{n(i, i') + n(i', i)\} +$$

$$\{\gamma'(i) + \gamma''(i) \sum_{j \in J} \eta(j) \cdot e(i, j)\} \alpha_4(s(l_i))$$

Para cada central $i \in I$, e para cada quadrícula l_i pertencente a intercessão da vizinhança de centro na localização atual desta central, \bar{l}_i , e de raio ϵ (número de quadrículas em cada direção), com sua área de influência ($L_\epsilon(i)$) calcula-se $z(l_i)$.

$$\text{Se } \min_{l_i \in L_\epsilon(i)} z(l_i) < z(\bar{l}_i),$$

movimenta-se a central i para a quadrícula $l(i) = l_i$.

O cálculo de $n(i, i')$ é feito utilizando-se as funções

a_0 , a_1 , a_2 definidas na seção III.2, e a equação

$$\frac{1}{E} \Big|_{E=G} = a_0(c) \sqrt{n} + a_1(c) + a_2(c) / \sqrt{n}$$

como no subproblema 1.

Experiências numéricas realizadas mostraram que depois de uma varredura nas centrais, não há alterações nas localizações.

III.4 - Convergência

O método de decomposição adotado gera uma sequência de soluções $(l_0, e_0), (l_1, e_1), \dots, (l_r, e_r)$ de custos decrescentes, que convergem a uma solução cujo custo pouco difere do custo da solução ótima. Embora não seja possível teoricamente que este seja um mínimo global, experiências feitas com várias soluções iniciais levaram sempre à mesma solução final, variando apenas o número de iterações. O número máximo de iterações necessárias para se obter um mínimo, em experiências já feitas, foi de cinco.

Para a solução inicial, a qual despreza o custo da rede de junção, garante-se otimicidade. A diferença de custo dessa solução para a solução final é da ordem de 10%. Pode-se concluir, então, que a solução gerada pelo algoritmo se aproxima, em relação ao custo, da solução ótima.

O método heurístico, adotado na solução do subproblema 1, apoia-se no fato de que, fixadas as variáveis tipo 1, só é possível diminuir Z refiliando-se assinantes. O custo $z_i(j) - z_{\bar{i}}(j)$ retrata o ganho no sistema ao refiliar-se a quadrícula j à central i . O procedimento descrito visa obter refiliações que diminuam Z . Este procedimento leva à configuração em que não é possível haver refiliações que diminuam a função objetivo.

O método de decomposição adotado na solução do subproblema 2, ao fixar-se a variável e , consiste em variar sequencialmente a localização de uma central fixando a localização das demais. A cada iteração, varia-se a localização de uma central i na intercessão de sua área de influência com uma vizinhança de raio ϵ (número de quadrículas em cada direção). Repete-se o processo até chegar-se a uma solução em que não é desejável movimentar nenhuma central de sua localização atual.

Os dois subproblemas são resolvidos alternadamente até que não hajam alterações em suas soluções, quando então o processo termina.

IV - CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS:

IV.1 - Aplicabilidade do programa

O algoritmo descrito foi programado numa linguagem alto nível (PL/I), podendo admitir um número qualquer de quadrículas e de centrais. Embora o modelo se aplique fundamentalmente a áreas urbanas virgens, a consideração de restrições permite que se estudem áreas em expansão. Por exemplo:

- i) No caso de já existirem algumas centrais instaladas, é possível fixar suas localizações.
- ii) Pode-se também fixar a área de influência de uma ou mais centrais, isto é, as quadrículas a ela filiadas não podem alterar sua filiação.
- iii) Pode-se impedir a localização de centrais em certas áreas. Isto é feito atribuindo-se um custo de terreno elevado às quadrículas pertinentes a essa área.

Cumpramos ressaltar a importância da exatidão dos dados oferecidos ao modelo, no que concerne à matriz de assinantes por quadrícula e à matriz de interesse de tráfego para o período em estudo. Foi comprovado que a solução gerada pelo algoritmo é bastante sensível a esses dados.

IV.2 - Generalizações Possíveis

A generalização natural do problema consiste em criar um modelo de decisões sequenciais para, ao longo do horizonte de estudo, definir a expansão da rede. Para estudar a expansão da rede de assinantes de uma área urbana é necessário considerar, a cada etapa, a utilização e a disponibilidade de cabos desta rede, devido ao remanejamento e ao aproveitamento de cabos que ocorrem quando é feito um corte de área, isto é, quando quadrículas passam a se filiar a uma central anteriormente inexistente (vide figura 11). A quantificação desses fatores exigiria que o modelo considerasse de maneira mais detalhada a geometria da rede de assinantes.

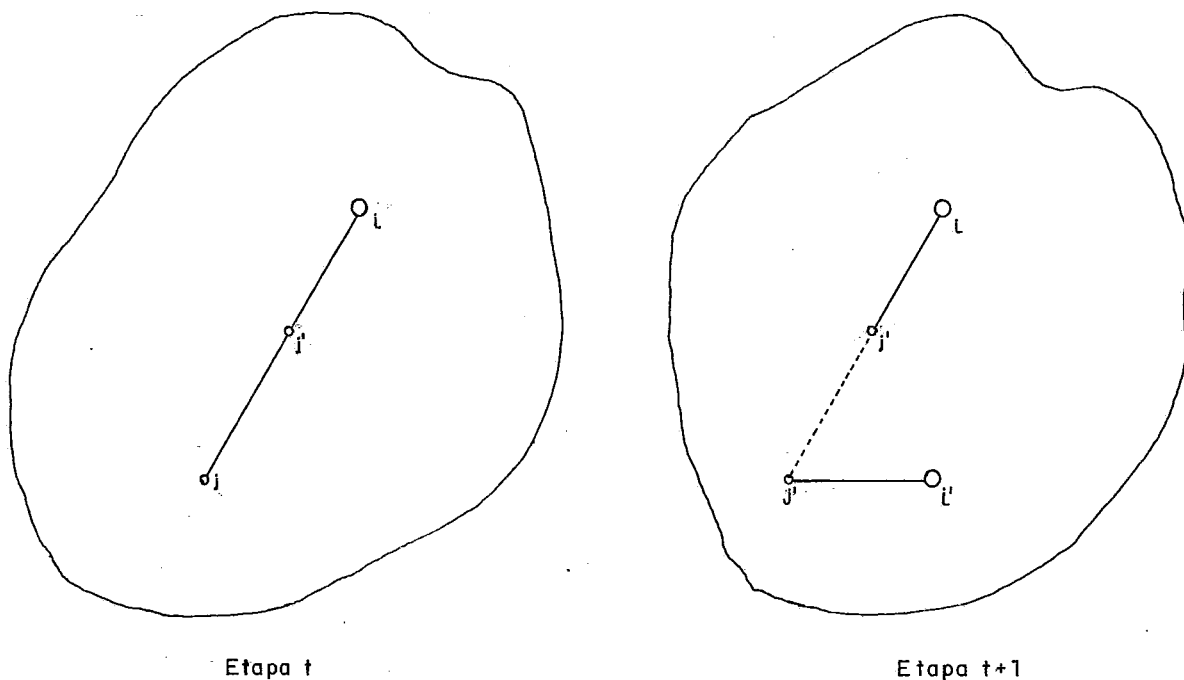


FIG.11

O grande número de informações necessárias para caracterizar cada possível configuração do sistema e a investigação dessas possíveis configurações, a cada etapa, torna difícil um tratamento eficiente desse problema. Está-se estudando uma alternativa a esse enfoque, que utiliza certos coeficientes de aproveitamento de cabos, em função da posição relativa das centrais. A caracterização de uma dada configuração é feita em termos do número de módulos de equipamentos de comutação (nº de terminais, nº de juntores de entrada e de saída) de cada central.

Apêndice I - Experiência Computacional

Neste apêndice apresenta-se um estudo feito na CTB, em uma área que possui duas centrais instaladas e na qual desejava-se fazer um planejamento para 1990. Para tal utilizou-se o programa citado, mantendo estas duas centrais fixas em cada um dos seguintes casos: instalar mais uma, mais duas, mais três ou mais quatro centrais. A área reticulada em 720 quadrículas com dimensões iguais a 0,35km por 0,35km.

Na tabela abaixo, apresenta-se o custo da rede correspondente à solução ótima obtida em cada alternativa:

nº centrais	custo da rede (Cr\$)
3	638 032 384,00
4	626 771 200,00
5	626 628 864,00
6	626 746 624,00

Os custos apresentados não retratam o custo real de investimento devido a existência de parte da rede.

Apresenta-se, em cada alternativa, o relatório de saída do programa, onde a cada iteração imprime-se uma matriz de filiação de assinantes, na qual a cada quadrícula associa-se o número de central à qual ela se filia. Na quadrícula onde está localizada a central i aparece o símbolo $*i$. A seguir, imprime-se o número de assinantes filiados a cada central e o custo da rede correspondente. Devido à não convexidade da função objetivo, os custos correspondentes à solução de cada subproblema não são necessariamente decrescentes, porém, a cada iteração, isto é, a cada solução consecutiva dos subproblemas 1 e 2, os custos são decrescentes.

DADOS DO PROBLEMA EXEMPLO (PARA 1a. ALTERNATIVA)

CENTRAL	CUSTO FIXO DE COMUTACAO	CUSTO POR ASS	CUSTO FIXO DE EDIF-FORCA	CUSTO POR ASS	AREA FIXA	AREA POR ASS
1	0.00	3500.00	8039292.27	231.57	1500.00	0.00
2	0.00	3500.00	8039292.27	231.57	1500.00	0.00
3	0.00	3500.00	8039292.27	231.57	1500.00	0.00
4	0.00	3500.00	8039292.27	231.57	1500.00	0.00
5	0.00	3500.00	8039292.27	231.57	1500.00	0.00
6	0.00	3500.00	8039292.27	231.57	1500.00	0.00

CUSTO DE COMUTACAO ENTRE PARES DE CENTRAIS

	1	2	3	4	5	6
1	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00
2	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00
3	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00
4	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00
5	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00
6	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00	5463.00

CAPACIDADE DAS CENTRAIS

CENTRAL	LIMITE INFERIOR	LIMITE SUPERIOR
1	10000	40000
2	10000	40000
3	10000	45000
4	10000	50000

5	10000	40000
6	10000	40000

CUSTO UNITARIO DE TERRENO POR ZONA

ZONA	1	1700.00
ZONA	2	2000.00
ZONA	3	2200.00
ZONA	4	3300.00

CUSTO DE PARES POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

DISTANCIA MAXIMA	4.00	230.00
DISTANCIA MAXIMA	6.50	329.00
DISTANCIA MAXIMA	7.80	399.00
DISTANCIA MAXIMA	20.00	420.00

CUSTO DE TRONCOS POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

DISTANCIA MAXIMA	3.60	250.00
DISTANCIA MAXIMA	4.80	305.00
DISTANCIA MAXIMA	9.40	329.00
DISTANCIA MAXIMA	20.00	428.00

TRAFEGO ENTRE ASSINANTES POR ZCNAS(FATOR DE ESCALA DE 1.00E-08)

	1	2	3	4
1	25.83	5.50	25.83	5.50
2	10.00	23.16	10.00	23.16
3	25.83	5.50	25.83	5.50
4	10.00	23.16	10.00	23.16

GRADU DE SERVICU ESPECIFICADU..... 0.03000

PCNTCS DE ROTEAMENTO ENTRE REGIOES

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	554	0	524	524	350	138	350	176	55	114	114
2	554	0	379	0	0	350	138	350	176	55	114	114
3	0	524	0	524	524	350	138	350	176	55	114	114
4	379	0	379	0	0	350	138	410	176	55	114	114
5	379	0	380	0	0	350	138	382	176	55	114	114
6	288	288	288	288	350	0	138	0	176	55	114	114
7	138	138	138	138	138	138	0	138	176	55	114	114

1a. ALTERNATIVA: 6 CENTRAIS

OBS.: AS CENTRAIS 3 E 4 TEM SUAS LOCALIZAÇÕES
FIXADAS

FILIAÇÃO INICIAL DE ASSINANTES

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1																	1												1	
2																	1										1	1	1	1
3																		1		1		1	1		1		1	1	1	1
4																	1	1						1	1		1	1	1	
5																		1	1	1	1	1	1	1		1		1		
6																		1	1	1	1	1	1	1	1					
7																		1	1	1	1	1	1	1	1		1			
8					5	5	5	5	5								1	1	1	1	1	1	1*	1	1		1			
9						5	5	5	5	5					2	2		1	1	1	1	1	1	1	1					
10							5	5	5	5	5	2	2	2	2		2			3	1	1	1	1	1	1				
11							5	5	5	5	5	2	2	2	2	2	2	2		3		1	1	1	1	1				
12							5	5	5*	5	5	2	2	2*	2	2	2	3				3	1	1	1	1				
13							5	5	5	5	5	2	2	2	2	2	3	3	3	3		3								
14						5	5	5	5	5	4	4	4	4	2	2	2	3		3	3*	3	3	3	3					
15								5	4	4	4	4	4	4	4	4		3	3	3	3	3	3							
16							4	4	4	4	4	4	4*	4	4		6	3	3	3	3	3								
17								4		4	4	4	4	6		6	6	6	6	3	3	3	3							
18									4				6	6*	6	6	6	6	6	6	3	3								
19									6	6		6	6	6	6	6	6	6												
20					6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6															
21						6	6	6																						
22					6	6																								
23		6	6																											
24	6																													

CENTRAL	2	NO. ASSINANTES	18610
CENTRAL	3	NO. ASSINANTES	38445
CENTRAL	4	NO. ASSINANTES	18725
CENTRAL	5	NO. ASSINANTES	18645
CENTRAL	6	NO. ASSINANTES	30010

QUADRAS POTENCIALMENTE REFILIAVEIS

318	2	2.04978E+04	3	2.03573E+04
348	3	1.36882E+06	2	1.36450E+06
377	3	7.64934E+05	2	7.62521E+05
407	3	6.41582E+06	2	6.39595E+06

CUSTO DA FIL.INICIAL

674936576.00

QUADRAS REFILIADAS

407	3	6.41582E+06	2	6.39595E+06
348	3	1.36882E+06	2	1.36450E+06
377	3	7.64934E+05	2	7.62521E+05

45
NOVA FILIACAO DAS QUADRAS CONSIDERANDO-SE OS CUSTOS DE TRANSMISSAO E COMUTACAO ENTRE CENTRAIS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
1																	1												1		
2																		1										1	1	1	1
3																			1		1		1	1			1	1	1	1	
4																		1	1						1	1		1	1	1	
5																			1	1	1	1	1	1	1		1		1		
6																			1	1	1	1	1	1	1	1					
7																			1	1	1	1	1	1	1	1		1			
8					5	5	5	5	5									1	1	1	1	1	1	1*	1	1		1			
9						5	5	5	5	5					2	2			1	1	1	1	1	1	1	1					
10							5	5	5	5	5	2	2	2	2						3	1	1	1	1	1	1	1	1		
11							5	5	5	5	5	2	2	2	2	2	2	2			3		1	1	1	1	1	1	1		
12							5	5	5*	5	5	2	2	2*	2	2	2	2					3	1	1	1	1	1	1		
13							5	5	5	5	5	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3		3								
14						5	5	5	5	5	4	4	4	2	2	2	2			3	3*	3	3	3	3	3					
15								5	4	4	4	4	4	4	4	4			3	3	3	3	3	3	3						
16							4	4	4	4	4	4	4*	4	4			6	3	3	3	3	3	3							
17								4		4	4	4	4	6			6	6	6	3	3	3	3								
18									4				6	6*	6	6	6	6	6	6	3	3									
19										6	6		6	6	6	6	6	6	6												
20						6	6	6	6	6	6	6	6	6	6																
21							6	6	6																						
22							6	6																							
23			6	6																											
24	6																														

CENTRAL	2	NO. ASSINANTES	20705 ⁴⁶
CENTRAL	3	NO. ASSINANTES	36350
CENTRAL	4	NO. ASSINANTES	18725
CENTRAL	5	NO. ASSINANTES	18645
CENTRAL	6	NO. ASSINANTES	30010

MOVIMENTACAO DAS CENTRAIS FIXADAS SUAS FILIACOES

MOVIMENTO 1

CUSTO DA REFIL 1 626746624.00

NAO HOUVE MOVIMENTACAO DE CENTRAIS

2a. ALTERNATIVA - 5 CENTRAIS

MESMOS DADOS EXCETO QUANTO AO NÚMERO DE CENTRAIS
E ÀS CAPACIDADES

CENTRAL	CAPACIDADE INFERIOR	CAPACIDADE SUPERIOR
1	20 000	50 000
2	20 000	50 000
3	20 000	50 000
4	20 000	55 000
5	20 000	60 000

OBS.: AS CENTRAIS 3 E 4 TEM SUAS LOCALIZAÇÕES FIXADAS

FILIAÇÃO INICIAL DE ASSINANTES

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1																	1												1	
2																	1										1	1	1	1
3																		1		1		1	1			1	1	1	1	
4																	1	1						1	1		1	1	1	
5																		1	1	1	1	1	1	1		1		1		
6																		1	1	1	1	1	1	1	1					
7																		1	1	1	1	1*	1	1	1		1			
8					2	2	2	2	2								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	
9						2	2	2	2	2					5	5		5	1	1	1	1	1	1	1	1				
10							2	2	2	2	2	2	5	5	5		5			3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
11							2	2	2	2	2	2	5	5	5	5	5	5		3		1	1	1	1	1	1	1	1	
12							2	2	2	2	2	2	5	5	5*	5	5	5				3	3	3	3	3	3	3	3	
13							2	2	2	2	2*	2	2	5	5	5	5	3	3	3		3								
14						2	2	2	2	2	2	2	4	5	5	5	5		3	3*	3	3	3	3	3					
15									2	2	2	4	4	4	5	5		3	3	3	3	3	3	3						
16								4	4	4	4	4	4*	4	4		3	3	3	3	3	3	3							
17									4		4	4	4	4		4	3	3	3	3	3	3	3							
18											4			4	4	4	4	3	3	3	3									
19										4	4		4	4	4	4	4	3												
20						4	4	4	4	4	4	4	4	4	4															
21							4	4	4																					
22						4	4																							
23		4	4																											
24	4																													

CENTRAL	2	NO. ASSINANTES	24840 ⁵⁰
CENTRAL	3	NO. ASSINANTES	45720
CENTRAL	4	NO. ASSINANTES	34770
CENTRAL	5	NO. ASSINANTES	20405

258

QUADRAS POTENCIALMENTE REFILIAVEIS
5 1.87792E+05

1

1.87088E+05

CUSTO DA FIL.INICIAL

667,777,792.00

258

QUADRAS REFILIADAS
5 1.87792E+05

1

1.87088E+05

52
NOVA FILIACAO DAS QUADRAS CONSIDERANDO-SE OS CUSTOS DE TRANSMISSAO E COMUTACAO ENTRE CENTRAIS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
1																1												1			
2																	1											1	1	1	1
3																		1		1		1	1		1		1	1	1	1	
4																	1	1						1	1		1	1	1		
5																		1	1	1	1	1	1	1			1		1		
6																			1	1	1	1	1	1	1						
7																			1	1	1	1	1*	1	1	1		1			
8					2	2	2	2	2								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1			
9						2	2	2	2	2					5	5			1	1	1	1	1	1	1	1					
10							2	2	2	2	2	2	5	5	5		5			3	1	1	1	1	1	1	1				
11							2	2	2	2	2	2	5	5	5	5	5	5		3		1	1	1	1	1	1				
12							2	2	2	2	2	2	5	5	5*	5	5	5					3	3	3	3	3				
13							2	2	2	2	2*	2	2	5	5	5	5	5	3	3	3		3								
14						2	2	2	2	2	2	2	4	5	5	5	5			3	3*	3	3	3	3						
15									2	2	2	4	4	4	5	5			3	3	3	3	3	3							
16								4	4	4	4	4	4*	4	4			3	3	3	3	3	3								
17									4		4	4	4	4		4	3	3	3	3	3	3	3								
18											4			4	4	4	4	3	3	3	3										
19										4	4		4	4	4	4	4	3													
20					4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4																
21						4	4	4																							
22						4	4																								
23		4	4																												
24	4																														

CENTRAL 2 NO. ASSINANTES 24840

CENTRAL 3 NO. ASSINANTES 45720

CENTRAL 4 NO. ASSINANTES 34770

CENTRAL 5 NO. ASSINANTES 20360

MOVIMENTACAO DAS CENTRAIS FIXADAS SUAS FILIACOES

MOVIMENTO	1				
1		202	1.02878E+07	203	1.01729E+07
2		371	9.37172E+06	340	8.68505E+06

MOVIMENTO 2

CUSTO DA REFIL 1 627705344.00

CENTRAL	LOCALIZACAO
1	203
2	340
3	410
4	463
5	345

QUADRAS POTENCIALMENTE REFILIAVEIS

258	1	1.91104E+05	3	1.89424E+05
258	1	1.89424E+05	5	1.86464E+05
259	1	1.25195E+05	3	1.24075E+05
260	1	9.01905E+05	3	8.93693E+05
291	1	7.58420E+05	3	7.51514E+05
322	1	4.09956E+05	3	4.06224E+05
353	3	8.19913E+05	1	8.18213E+05
354	3	1.14762E+06	1	1.14527E+06
355	3	2.18708E+06	1	2.18270E+06
356	3	1.14489E+06	1	1.14263E+06
373	2	1.79155E+06	4	1.76753E+06
402	2	2.39545E+06	4	2.36332E+06
431	2	5.05259E+06	4	4.98484E+06

CUSTO DE MOV 1

666977792.00

QUADRAS REFILIADAS

355	3	2.18708E+06	1	2.18270E+06
354	3	1.14762E+06	1	1.14527E+06
356	3	1.14489E+06	1	1.14263E+06
353	3	8.19913E+05	1	8.18213E+05
431	2	5.05259E+06	4	4.98484E+06
402	2	2.39545E+06	4	2.36332E+06
373	2	1.79155E+06	4	1.76753E+06
260	1	9.01905E+05	3	8.93693E+05
291	1	7.58420E+05	3	7.51514E+05
322	1	4.09956E+05	3	4.06224E+05
259	1	1.25195E+05	3	1.24075E+05

56
NOVA FILIACAO DAS QUADRAS CONSIDERANDO-SE OS CUSTOS DE TRANSMISSAO E COMUTACAO ENTRE CENTRAIS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1																1												1		
2																	1										1	1	1	1
3																		1		1		1	1			1	1	1	1	
4																	1	1						1	1		1	1	1	
5																		1	1	1	1	1	1	1		1		1		
6																		1	1	1	1	1	1	1	1					
7																		1	1	1	1	1	1*	1	1		1			
8					2	2	2	2	2								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1		
9						2	2	2	2	2					5	5		1	3	3	1	1	1	1	1					
10							2	2	2	2	2	2	5	5	5		5			3	3	1	1	1	1	1	1			
11							2	2	2	2	2	2	5	5	5	5	5	5		3		3	1	1	1	1	1			
12							2	2	2	2*	2	2	5	5	5*	5	5	5				3	1	1	1	1	1			
13							2	2	2	2	2	2	4	5	5	5	5	3	3	3		3								
14						2	2	2	2	2	2	4	4	5	5	5	5		3	3*	3	3	3	3						
15								2	2	4	4	4	4	5	5		3	3	3	3	3	3	3							
16								4	4	4	4	4	4*	4	4		3	3	3	3	3	3	3							
17								4		4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3							
18										4		4	4	4	4	4	4	3	3	3	3									
19									4	4		4	4	4	4	4	4	3												
20					4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4															
21						4	4	4																						
22					4	4																								
23		4	4																											
24	4																													

CENTRAL	2	NO. ASSINANTES	22545 ⁵⁷
CENTRAL	3	NO. ASSINANTES	45000
CENTRAL	4	NO. ASSINANTES	37065
CENTRAL	5	NO. ASSINANTES	20360

MOVIMENTO 1

CUSTO DA REFIL 2 626628864.00

NAO HOUVE MOVIMENTACAO DE CENTRAIS

3a. ALTERNATIVA - 4 CENTRAIS

MESMOS DADOS EXCETO QUANTO AO NÚMERO DE CENTRAIS
E AS CAPACIDADES

CENTRAL	CAPACIDADE INFERIOR	CAPACIDADE SUPERIOR
1	20 000	40 000
2	20 000	40 000
3	30 000	45 000
4	30 000	50 000

OBS.: AS CENTRAIS 3 E 4 TEM SUAS LOCALIZAÇÕES FIXADAS

FILIAÇÃO INICIAL DE ASSINANTES

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1																	1												1	
2																	1										1	1	1	1
3																		1		1		1	1		1		1	1	1	1
4																	1	1						1	1		1	1	1	
5																		1	1	1	1	1	1	1		1		1		
6																		1	1	1	1	1	1	1	1					
7																		1	1	1	1	1*	1	1	1		1			
8					2	2	2	2	2								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
9						2	2	2	2	2					2	2			1	1	1	1	1	1	1	1				
10							2	2	2	2	2	2	2	2	2		1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
11							2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3		3		1	1	1	1	1	1			
12							2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3				1	1	1	1	1	1			
13							2	2	2	2	2*	2	2	2	2	2	3	3	3	3		3								
14						2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4		3	3*	3	3	3	3	3					
15								2	2	2	4	4	4	4	4	4		3	3	3	3	3	3	3						
16							4	4	4	4	4	4	4*	4	4		3	3	3	3	3	3	3							
17							4		4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3							
18									4			4	4	4	4	4	4	4	3	3	3									
19									4	4		4	4	4	4	4	4	4												
20					4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4															
21						4	4	4																						
22					4	4																								
23		4	4																											
24	4																													

CENTRAL 2 NO. ASSINANTES 36515

CENTRAL 3 NO. ASSINANTES 43040

CENTRAL 4 NO. ASSINANTES 44205

QUADRAS POTENCIALMENTE REFILIAVEIS				
256	2	1.27425E+06	3	1.26536E+06
287	1	2.39780E+06	3	2.33712E+06
290	1	3.48463E+05	3	3.39170E+05
316	2	1.08292E+06	3	1.07511E+06
346	2	4.46529E+06	3	4.43253E+06
352	1	1.43484E+05	3	1.39658E+05
353	1	8.34633E+05	3	8.12767E+05
354	1	1.16786E+06	3	1.13779E+06
355	1	2.22499E+06	3	2.16868E+06
356	1	1.16440E+06	3	1.13542E+06
376	2	3.23866E+06	3	3.21447E+06
407	4	6.53101E+06	3	6.36639E+06
497	4	8.87574E+06	3	8.78163E+06
528	4	3.14260E+06	3	3.06476E+06
558	4	4.32036E+04	3	4.21518E+04

CUSTO DA FIL.INICIAL

66,0057,088.00

QUADRAS REFILIAVAS				
407	4	6.53101E+06	3	6.36639E+06
290	1	3.48463E+05	3	3.39170E+05
316	2	1.08292E+06	3	1.07511E+06
352	1	1.43484E+05	3	1.39658E+05

63
NOVA FILIACAO DAS QUADRAS CONSIDERANDO-SE OS CUSTOS DE TRANSMISSAO E COMUTACAO ENTRE CENTRAIS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
1																	1												1		
2																	1											1	1	1	1
3																		1		1			1	1		1		1	1	1	
4																	1	1						1	1		1	1	1		
5																		1	1	1	1	1	1	1		1		1			
6																		1	1	1	1	1	1	1	1	1					
7																		1	1	1	1	1*	1	1	1			1			
8					2	2	2	2	2								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1			
9						2	2	2	2	2						2	2		1	1	1	1	1	1	1	1					
10							2	2	2	2	2	2	2	2	2		1				3	1	1	1	1	1	1	1	1		
11							2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3			3		1	1	1	1	1				
12							2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3					3	1	1	1	1				
13							2	2	2	2	2*	2	2	2	2	2	3	3	3	3			3								
14						2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	3		3	3*	3	3	3	3	3						
15								2	2	2	2	4	4	4	4	4		3	3	3	3	3	3	3							
16								4	4	4	4	4	4*	4	4		3	3	3	3	3	3	3								
17								4		4	4	4	4	4		4	4	3	3	3	3	3	3								
18									4			4	4	4	4	4	4	4	3	3	3										
19									4	4		4	4	4	4	4	4	4													
20					4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4																
21						4	4	4																							
22					4	4																									
23		4	4																												
24	4																														

CENTRAL	2	NO. ASSINANTES	36260
CENTRAL	3	NO. ASSINANTES	44980
CENTRAL	4	NO. ASSINANTES	42640

MOVIMENTACAO DAS CENTRAIS FIXADAS SUAS FILIACOES

MOVIMENTO	1				
1		202	1.14342E+07	233	1.11986E+07
2		371	1.36636E+07	341	1.29424E+07

MOVIMENTC	2
-----------	---

CUSTO DA REFIL	1	627770880.00
----------------	---	--------------

CENTRAL	LOCALIZACAO
1	233
2	341
3	410
4	463

QUADRAS POTENCIALMENTE REFILIAVEIS

287	1	2.39780E+06	2	2.38573E+06
287	1	2.38573E+06	3	2.33747E+06
316	3	1.08292E+06	2	1.06227E+06
376	2	3.29680E+06	3	3.21356E+06
497	4	8.87574E+06	3	8.78113E+06
528	4	3.14260E+06	3	3.06389E+06
558	4	4.32036E+04	3	4.21400E+04

CUSTO DO MOV 1 658918144.00

316	3	QUADRAS REFILIADAS 1.08292E+06	2	1.06227E+06
-----	---	-----------------------------------	---	-------------

67

NOVA FILIACAO DAS QUADRAS CONSIDERANDO-SE OS CUSTOS DE TRANSMISSAO E COMUTACAO ENTRE CENTRAIS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1																1												1		
2																1											1	1	1	1
3																	1		1		1	1		1		1	1	1	1	
4																1	1							1	1		1	1	1	
5																	1	1	1	1	1	1	1		1		1			
6																	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
7																	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1			
8					2	2	2	2	2							1	1	1	1	1	1	1	1*	1	1		1			
9					2	2	2	2	2	2					2	2		1	1	1	1	1	1	1	1	1				
10							2	2	2	2	2	2	2	2	2		1			3	1	1	1	1	1	1	1	1		
11							2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3		3		1	1	1	1	1	1	1		
12							2	2	2	2	2*	2	2	2	2	2	3	3				3	1	1	1	1	1	1		
13							2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3			3							
14						2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	3		3	3*	3	3	3	3	3					
15								2	2	2	2	4	4	4	4	4		3	3	3	3	3	3	3						
16							4	4	4	4	4	4	4*	4	4		3	3	3	3	3	3	3							
17							4		4	4	4	4	4	4		4	4	3	3	3	3	3	3							
18									4			4	4	4	4	4	4	4	3	3	3									
19									4	4		4	4	4	4	4	4	4												
20					4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4															
21						4	4	4																						
22					4	4																								
23		4	4																											
24	4																													

CENTRAL 2 NO. ASSINANTES 36515

CENTRAL 3 NO. ASSINANTES 44725

CENTRAL 4 NO. ASSINANTES 42640

MOVIMENTACAO DAS CENTRAIS FIXADAS SUAS FILIACOES

MOVIMENTC 1

CUSTO DA REFIL 2 626771200.00

NAO HOUVE MOVIMENTACAO DE CENTRAIS

4a. ALTERNATIVA - 3 CENTRAIS

MESMOS DADOS EXCETO QUANTO AO NÚMERO DE CENTRAIS
E ÀS CAPACIDADES

CENTRAL	CAPACIDADE INFERIOR	CAPACIDADE SUPERIOR
1	30 000	50 000
2	30 000	55 000
3	30 000	60 000

OBS.: AS CENTRAIS 2 E 3 TEM SUAS LOCALIZAÇÕES
FIXADAS

FILIAÇÃO INICIAL DE ASSINANTES

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
1																	2												2		
2																	2										2	2	2	2	
3																		2		2		2	2		2		2	2	2	2	
4																	2	2						2	2		2	2	2		
5																		2	2	2	2	2	2	2		2		2			
6																		2	2	2	2	2	2	2	2						
7																		2	2	2	2	2	2	2	2		2				
8					1	1	1	1	1								2	1	2	2	2	2	2	2	2	2		2			
9						1	1	1	1	1					1	1		1	2	2	2	2	2	2	2						
10							1	1	1	1	1	1	1	1	1		1			2	2	2	2	2	2	2	2				
11							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		2		2	2	2	2	2	2				
12							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				2	2	2	2	2	2				
13							1	1	1	1	1*	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2		2								
14						1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3			2	2*	2	2	2	2						
15									1	1	1	3	3	3	3	3			2	2	2	2	2	2							
16								3	3	3	3	3	3*	3	3			3	2	2	2	2	2								
17									3		3	3	3	3		3	3	3	3	2	2	2									
18											3			3	3	3	3	3	3	3	3										
19										3	3		3	3	3	3	3	3													
20						3	3	3	3	3	3	3	3	3	3																
21							3	3	3																						
22							3	3																							
23																															
24																															

CENTRAL	2	NO. ASSINANTES	⁷² 53490
---------	---	----------------	------------------------

CENTRAL	3	NO. ASSINANTES	53125
---------	---	----------------	-------

QUADRAS POTENCIALMENTE REFILIAVEIS

228	1	8.07584E+05	2	7.51928E+05
256	1	1.27425E+06	2	1.26739E+06
258	1	2.04352E+05	2	1.90040E+05
287	1	2.43865E+06	2	2.34383E+06
316	1	1.08292E+06	2	1.07689E+06
317	1	1.92256E+06	2	1.84653E+06
318	1	2.19698E+04	2	2.03796E+04
346	1	4.46529E+06	2	4.44000E+06
347	1	2.35695E+06	2	2.26214E+06
348	1	1.46892E+06	2	1.36079E+06
376	1	3.23866E+06	2	3.21998E+06
377	1	7.92902E+05	2	7.60443E+05
378	1	7.11333E+06	2	6.58062E+06
407	3	6.53101E+06	2	6.37891E+06
467	3	1.15569E+07	2	1.09032E+07
497	3	8.87574E+06	2	8.78208E+06
498	3	9.00797E+06	2	8.49842E+06
499	3	8.70005E+06	2	7.92472E+06
528	3	3.14260E+06	2	3.07069E+06
529	3	2.22499E+06	2	2.09912E+06
530	3	1.64773E+06	2	1.50089E+06
531	3	5.76316E+06	2	5.25802E+06
558	3	4.32036E+04	2	4.22318E+04

CUSTO DA FIL. INICIAL

662632448.00

QUADRAS REFILIADAS

531	3	5.76316E+06	2	5.25802E+06
228	1	8.07584E+05	2	7.51928E+05
258	1	2.04352E+05	2	1.90040E+05

74
NOVA FILIACAO DAS QUADRAS CONSIDERANDO-SE OS CUSTOS DE TRANSMISSAO E COMUTACAO ENTRE CENTRAIS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30			
1																	2												2				
2																	2											2	2	2	2		
3																		2		2		2	2			2	2	2	2				
4																	2	2						2	2		2	2	2				
5																		2	2	2	2	2	2	2		2		2					
6																		2	2	2	2	2	2	2	2								
7																		2	2	2	2	2	2	2	2		2						
8					1	1	1	1	1								2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		2					
9						1	1	1	1	1					1	1		2	2	2	2	2	2	2	2	2							
10							1	1	1	1	1	1	1	1	1		1			2	2	2	2	2	2	2	2		2				
11							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		2		2	2	2	2	2	2		2				
12							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				2	2	2	2	2	2		2				
13							1	1	1	1	1*	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2		2										
14						1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3			2	2*	2	2	2	2								
15								1	1	1	3	3	3	3	3	3			2	2	2	2	2	2									
16								3	3	3	3	3	3*	3	3			3	2	2	2	2	2										
17								3		3	3	3	3	3			3	3	3	3	2	2	2										
18									3				3	3	3	3	3	3	3	3	3	2											
19									3	3		3	3	3	3	3	3	3	3														
20					3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3																		
21						3	3	3																									
22					3	3																											
23		3	3																														
24	3																																

CENTRAL	2	NO.ASSINANTES	⁷⁵ 55000
---------	---	---------------	------------------------

CENTRAL	3	NO.ASSINANTES	51835
---------	---	---------------	-------

MOVIMENTACAO DAS CENTRAIS FIXADAS SUAS FILIACOES

MOVIMENTC 1	1	371	1.57152E+07	341	1.50167E+07
----------------	---	-----	-------------	-----	-------------

MOVIMENTC	2
-----------	---

CUSTO DA REFIL	1	€38032384.00
----------------	---	--------------

CENTRAL	LOCALIZACAO
1	341
2	410
3	463

QUADRAS POTENCIALMENTE REFILIAVEIS

287	1	2.39780E+06	2	2.34281E+06
317	1	1.88981E+06	2	1.84571E+06
318	1	2.16018E+04	2	2.03704E+04
347	1	2.31610E+06	2	2.26111E+06
348	1	1.44390E+06	2	1.36016E+06
376	1	3.29680E+06	2	3.21852E+06
377	1	8.06886E+05	2	7.60092E+05
378	1	7.23661E+06	2	6.57753E+06
407	3	6.53101E+06	2	6.37770E+06
467	3	1.15569E+07	2	1.09011E+07
497	3	8.87574E+06	2	8.78174E+06
498	3	9.00797E+06	2	8.49681E+06
499	3	8.70005E+06	2	7.92318E+06
528	3	3.14260E+06	2	3.07011E+06
529	3	2.22499E+06	2	2.09873E+06
530	3	1.64773E+06	2	1.50060E+06
558	3	4.32036E+04	2	4.22240E+04

CUSTO DO MOV 1

661387008.00

QUADRAS REFILIADAS

NOVA FILIACAO DAS QUADRAS CONSIDERANDO-SE OS ⁷⁸ CUSTOS DE TRANSMISSAO E COMUTACAO ENTRE CENTRAIS

NAO HOVERAM NOVAS REFILIACOES

Apêndice II - Descrição do Cyclic Coordinate Descent Method

O método de solução adotado neste trabalho faz uso de uma técnica de decomposição denominada "Cyclic Coordinate Descent Method", assim descrita por Zadeh [3].

Sejam $\phi: SCR^n \rightarrow R$ e $s_0 \in S$. Define-se uma sequência $\{s_n\}_{n=1, m}$ onde s_i difere de s_{i-1} no máximo quanto ao valor da sua i -ésima coordenada, $1 < i < m$. Seja $s_{m+1} \in S$ que difere de s_m no máximo quanto ao valor de sua primeira coordenada e que minimize ϕ em S , com relação a todos os pontos com essa propriedade.

Gera-se a sequência $\{s_n\}$ indutivamente, da seguinte maneira:

- i) $i > 0$, escolha $s_i \in S$
- ii) Seja C_i o conjunto dos pontos de S que diferem de s_i no máximo quanto ao valor da coordenada correspondente ao resto da divisão de i por n acrescida de uma unidade. Seleciona-se $s_{i+1} \in C_i$ tal que $\phi(s_{i+1}) = \min_{s \in C_i} \phi(s)$

Para demonstrar que a sequência definida acima converge, introduz-se as seguintes definições:

Def.: $(\forall s \in R^n) s = (s^1, s^2, \dots, s^n)$

Def.: SCR^n é dito retangular $\exists \alpha, \beta \in R^n$ tal que

$$(\forall s \in S) (\forall i = 1, 2, \dots, n) \alpha^i \leq s^i \leq \beta^i$$

Def.: $C(s, S, i) \triangleq \{x \in S \mid (\forall j = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, n) x^j = s^j\}$ é o conjunto dos pontos de S que diferem de s no máximo quanto ao valor da i -ésima coordenada.

Def.: $\phi: SCR^n \rightarrow R$ é convexa em S em cada coordenada se ela é contínua e convexa e se para todo $s \in S$ e para todo $i = 1, \dots, n$, ϕ possui um único argumento que a minimiza em $C(s, S, i)$.

Def.: $T(\phi, S, i)$ é a transformação de S em S que associa a cada $s \in S$ um único ponto em $C(s, S, i)$ que minimiza ϕ em $C(s, S, i)$.

Pode-se demonstrar o seguinte teorema:

Teo: Sejam SCR^m retangular

$\phi: S \rightarrow R$ convexa em S em cada coordenada

$(\forall r \in R) \{x \in S \mid \phi(x) \leq r\}$ é limitado

ϕ tem derivadas parciais contínuas em S

$P = P_n \cdot P_{n-1} \cdot \dots \cdot P_1: S \rightarrow S$ onde $P_i \triangleq T(\phi, S, i)$

Se $\{s_n\}$ é uma sequência tal que $\{\phi(s_n)\}$ é monotonicamente decrescente, possuindo uma subsequência infinita $\{s'_n\}$ satisfazendo a $\phi(s'_{n+1}) \leq \phi(P(s'_n))$, então:

i) M , o conjunto dos pontos de acumulação de $\{s_n\}$ é não vazio

ii) todo $s \in M$ minimiza ϕ em S .

iii) $M = \{s\}, s \in S$ se ϕ é estritamente convexa

iv) $\{\phi(s_n)\}$ decresce monotonicamente para ϕ_{\min}

v) Se S é limitado, então

$$\max_{s \in S} \sum_{i=1}^m \frac{\partial \phi(s_n)}{\partial s^i} (s_n^i - s^i)$$

é um limite superior para $\phi(s_n) - \phi_{\min}$ e

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \phi(s_n) - \phi_{\min} = 0$$

vi) O limite superior definido acima é igual a

$$\sum_{i=1}^m \frac{\partial \phi(s_n)}{\partial s^i} u^i, \text{ onde } u^i = \begin{cases} \beta^i - s_n^i, & \text{se } \frac{\partial \phi(s_n)}{\partial s^i} \gg 0 \\ s_n^i - \alpha^i, & \text{se } \frac{\partial \phi(s_n)}{\partial s^i} \leq 0 \end{cases}$$

Observa-se que a função objetivo definida no modelo não atende às hipóteses deste teorema. Em particular, ela não é convexa. Pode-se, no entanto, supor que o algoritmo utilizado leva a mínimos locais, o que é confirmado por experiências numéricas já realizadas.

Outro fato que apoia a utilização do algoritmo é que a solução ótima independe da escolha da variável l_0 , para obtenção da solução inicial (l_0, e_0) .

Apêndice III - Função de Erlang com o número de meios contínuo e suas derivadas parciais

A função de Erlang é usada na teoria de tráfego telefônico, para exprimir a probabilidade de uma chamada ser rejeitada ao chegar a um grupo de n meios, segundo um processo de Poisson de parâmetro a para um tempo unitário de retenção.

Erlang obteve a seguinte expressão para a função de perda:

$$E(n, a) = \frac{a^n/n!}{\sum_{j=0}^n a^j/j!}$$

Estudos de dimensionamento de rotas ensejaram a maior aplicabilidade da função de perda, no caso em que o número de meios é contínuo. Tais estudos fazem uso das derivadas da função de perda, com respeito ao número de meios e ao tráfego.

Jagerman [5] generalizou este conceito para o caso em que os parâmetros da função de perda, z e α , são complexos, obtendo uma função transcendente $E(z, \alpha)$. Essa extensão permite a utilização de métodos de análise complexa, para se obter representações exatas e aproximadas e expansões assintóticas dessa função.

Apresenta-se neste apêndice teoremas cujos resultados são utilizados no algoritmo.

Teo 1:
$$E(z, z+c\sqrt{z})^{-1} \sim \sum_{j=0}^{\infty} a_j(c) z^{-(j-1)/2}, z \rightarrow \infty, [\arg z] < \frac{\pi}{2}, c \in \mathbb{R}$$

onde
$$a_0(c) = e^{c^2/2} \int_0^{\infty} e^{-u^2/2} du$$

$$a_1(c) = \frac{2}{3} + \frac{c^2}{3} - \frac{c^3}{3} \cdot a_0(c)$$

$$a_2(c) = -\frac{c^5}{18} - \frac{7c^3}{36} + \frac{c}{12} + \left(\frac{c^6}{18} + \frac{c^4}{4} + \frac{1}{12}\right) \cdot a_0(c)$$

Tomando $z = n \in \mathbb{R}, \alpha = a = n + c\sqrt{n} \therefore c = \frac{a-n}{\sqrt{n}}$.

Truncando a série no 4º termo, chega-se à seguinte aproximação:

$$E(n, a)^{-1} \approx a_0(c) \sqrt{n} + a_1(c) + a_2(c) / \sqrt{n} \quad (1)$$

Esta aproximação depende dos valores de \underline{n} e \underline{a} . Para c fixo ela dá melhores aproximações com n crescente. Para n fixo, ela dá piores aproximações quando c cresce negativamente. Para os casos utilizados ela se revelou exata até a 4a. casa decimal.

Teo 2: $\frac{\partial E(z, \alpha)}{\partial \alpha} = \left\{ \frac{z}{\alpha} - 1 + E(z, \alpha) \right\} \cdot E(z, \alpha), \quad \text{Re } \alpha > 0$

Tomando $z=n, \alpha=a,$

$$\frac{\partial E(n, a)}{\partial a} = \left\{ \frac{n}{a} - 1 + E(n, a) \right\} \cdot E(n, a); \quad a > 0 \quad (2)$$

Do primeiro teorema, derivando-se em relação a z , obtem-se a seguinte aproximação para a derivada $\partial E / \partial n$:

$$\frac{\partial E(n, a)}{\partial n} = -\frac{E(n, a)^2}{2\sqrt{n}} \left\{ a_0(c) - \frac{a_2(c)}{n} \right\} - \frac{n+a}{2n} E(n, a) \left\{ \frac{n}{a} - 1 + E(n, a) \right\} \quad (3)$$

Dados, então, a perda admissível \underline{G} e o tráfego \underline{a} entre duas centrais quaisquer, determina-se o valor de n que atende à equação (1) com $E(n, a)^{-1} = 1/G$. Com este valor, calcula-se $\frac{\partial E(n, a)}{\partial a}$ da equação (2) e $\frac{\partial E(n, a)}{\partial n}$ da equação (3) com $E(n, a) = G$, obtendo-se então

$$\frac{\partial n}{\partial a} = \frac{\partial E / \partial a}{\partial E / \partial n} .$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] - Gutierrez, I.L, Gonzales, J.C, Programa de ordenador para el emplazamiento de centrales telefonicas en areas urbanas 053ITT10003PD, 1973
- [2] - Bridgen, M.E.B, A variant of the transportation problem in which the constraints are of the unixed type. Oper. Res. Quarterly - vol. 25 n°3 sep. 74
- [3] - Zadeh, M., A note on the cyclic coordinate descent method. Berkely University of California, s.d
- [4] - Ford, L.R., Fulkerson, D.K., Flows in Networks, New Jersey, Princeton 1962
- [5] - Jagerman, D.L., Some properties of the Erlang loss function BSTJ, vol 53 n°3 março 74
- [6] - Moreno, A.O., Planejamento de redes telefônicas, determinação do circuito de junção. Tese mestrado, ITA 1974
- [7] - Rapp, Y., Planning of exchange locations and boundaries in multi-exchange networks. Ericsson Technics, n° 2, 1962
- [8] - Lasdon, Leon S., Optimization theory for large scale systems, MacMillan, New York, 1970