



UM MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DE TRENS

Kelligton Fabricio de Souza Neves

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas e Computação, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Sistemas e Computação.

Orientador: Nelson Maculan Filho

Rio de Janeiro

Maio de 2013

UM MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE
SEQUENCIAMENTO DE TRENS

Kelligton Fabricio de Souza Neves

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE
SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Examinada por:

Prof. Nelson Maculan Filho, D.Sc.

Prof. Marcia Helena Costa Fampa, D.Sc.

Dr. Oscar Porto, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MAIO DE 2013

Neves, Kelligton Fabricio de Souza

Um modelo matemático para o problema de sequenciamento de trens/Kelligton Fabricio de Souza Neves. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2013.

XI, 49 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Nelson Maculan Filho

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 45 – 49.

1. Sequenciamento de trens.
 2. Fluxo em redes.
 3. Programação inteira.
- I. Maculan Filho, Nelson.
II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação. III. Título.

*Aos meus pais, Jazon e Euza.
Ao meu irmão, Kennedy. Aos
meus familiares e amigos.*

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, irmão e a toda minha família que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Ao professor Alexandre Ribeiro, que possui grande parcela de culpa do que eu sou hoje, por ter me ajudado, desde o início da graduação, a trilhar o meu caminho da melhor forma possível, pelos ensinamentos e conselhos inestimáveis e por ter se tornado mais que um professor, um grande amigo.

A todos do Laboratório de Otimização (LabOtim), em especial meus amigos Alejandra Troyo, Jesus Ossian e Renan Vieira, pela valiosa amizade e ajuda nesses dois anos.

Aos professores Thierson Couto Rosa e Wellington Santos Martis, pela confiança e por terem me iniciado no mundo científico.

A todos da Gapso, em especial aos grandes amigos Karen Schvartzman, Marcos Mallet, Nara Marquez, Natália de Oliveira, Pablo Catalão, Pedro Cunha, Ricardo Penna e Rodrigo Campello, a famosa “Galera do Mal”, pelos incontáveis momentos de felicidade e descontração dentro e fora da empresa e por terem proporcionado um ambiente de trabalho prazeroso e cooperativo, que transmitiu segurança e conhecimento para a composição dessa dissertação.

A Maria de Fátima Cruz Marques por toda a ajuda, em todos os âmbitos, sempre disponível e amável para me atender, escutar e proporcionar uma prazerosa prazerosos diálogos.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo auxílio financeiro que possibilitou a realização deste trabalho e ao Programa de Engenharia de Sistemas e Computação da COPPE-UFRJ.

E, por último, mas não menos importante, agradeço imensamente ao professor e orientador Nelson Maculan Filho, um grande exemplo pessoal e profissional a ser seguido, pela confiança depositada e pelos valiosos ensinamentos que me levaram à execução e conclusão desta dissertação.

Considerando esta dissertação como resultado de uma caminhada que não começou na COPPE-UFRJ, agradecer pode não ser tarefa fácil, muito menos justa. Para não correr o risco da injustiça, agradeço a todos que de alguma forma passaram pela minha vida e contribuíram para a construção de quem sou hoje e a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, com essa dissertação.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UM MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DE TRENS

Kelligton Fabricio de Souza Neves

Maio/2013

Orientador: Nelson Maculan Filho

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Esse trabalho apresenta o Problema de Sequenciamento de Trens em um território de múltiplas vias como um problema de programação matemática, considerando informações disponibilizadas pela competição anual promovida pela *Railway Applications Section* (RAS), uma partição do *Institute for Operations Research and the Management Sciences* (INFORMS). Para a solução desse problema foram estudados vários modelos propostos na literatura e sobre a abordagem mais adequada são apresentadas uma formulação de programação inteira e uma formulação de programação inteira mista baseado no conceito de fluxo em redes. Propomos algumas estratégias para a otimização que permite a obtenção mais rápida de uma solução viável para o problema e apresentamos uma heurística baseada na segunda formulação proposta na literatura estudada. Tanto as duas formulações quanto a heurística foram implementadas e os resultados comparados.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A MATHEMATICAL MODEL FOR THE TRAIN SCHEDULING PROBLEM

Kelligton Fabricio de Souza Neves

May/2013

Advisor: Nelson Maculan Filho

Department: Systems Engineering and Computer Science

This work presents the Train Dispatching Problem in an multi-track territory as a mathematical programming problem, based on information provided by the annual competition sponsored by the *Railway Applications Section* (RAS), a partition of *Institute for Operations Research and the Management Sciences* (INFORMS). For the solution of this problem were studied several models proposed in the literature and about the most appropriate model is presented a formulation of integer programming and mixed integer programming formulation based on the concept of network flow. We propose some strategies for optimization that allows to obtain quickest a viable solution to the problem and present a heuristic based on the second formulation proposed in the literature studied. Both the two formulations as heuristics were implemented and the results compared.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xi
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Proposição e Roteiro da Dissertação	3
2 Problemas em Ferrovias	5
2.1 Problema de Blocação de Vagões	5
2.2 Problema de Localização de Pátios	6
2.3 Problema de Programação de Trens	7
2.4 Problema de Programação de Locomotivas	7
2.5 Problema de Sequenciamento de Trens	8
3 O Problema de Sequenciamento de Trens	10
3.1 Descrição	10
3.2 Suposições Iniciais	13
3.3 Definições	14
3.4 Regras Operacionais	17
3.5 Objetivo	17
4 Formulação	20
4.1 Formulação Inteira	20
4.1.1 Rede tempo-espaço	21
4.1.2 Definições	25
4.1.3 Formulação Matemática	25
4.2 Formulação Inteira Mista	27
4.2.1 Definições	28
4.2.2 Formulação Matemática	29
4.3 Abordagens de Solução	32
4.3.1 Melhoramento da Formulação	32

4.3.2	Algoritmo de Incrementação	34
4.3.3	Algoritmo de Decomposição	35
5	Resultados e Discursões	36
6	Conclusão	41
6.1	Trabalhos Futuros	41
A	Território	42
B	Segmentos	43
C	Lista de Segmentos	44
	Referências Bibliográficas	45

Lista de Figuras

3.1	Encontro de dois trens em uma via única (adaptado de [1])	12
3.2	Encontro de três trens em uma via dupla (adaptado de [1])	12
3.3	Impasse (adaptado de [1])	14
4.1	Um diagrama de tempo-espaço (adaptado de [2])	22
4.2	Parte de uma rede tempo-espaço para um trem (adaptado de [2])	24
4.3	Exemplo de como o território é segmentado	27
5.1	Diagrama Tempo-Espaço: Conjunto de Dados 1	39
5.2	Diagrama Tempo-Espaço: Conjunto de Dados 2	39
5.3	Diagrama Tempo-Espaço: Conjunto de Dados 3	40
A.1	Território	42
B.1	Divisão do território em segmentos	43

Lista de Tabelas

3.1	Custo relativo de impacto de atraso por tipo de trem	18
4.1	Conjuntos de entrada: formulação PI	25
4.2	Dados de entrada e parâmetros: formulação PI	25
4.3	Conjuntos de entrada: formulação PIM	28
4.4	Dados de entrada e parâmetros: formulação PIM	28
4.5	Variáveis de decisão: formulação PIM	29
5.1	Resultados: computador pessoal	36
5.2	Resultados: computador de alto desempenho	37
5.3	Comparação entre formulações	37
C.1	Lista de segmentos e arcos correspondentes	44

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O transporte é um dos serviços mais importantes na economia moderna. Nesse contexto as ferrovias desempenham um papel essencial, fornecendo serviços eficientes e de baixo-custo para o transporte de produtos e mercadorias em muitos países. A indústria ferroviária é uma indústria de capital intensivo, com grande investimento realizado em equipamentos e funcionários. Além disso, operar uma ferrovia requer muitos processos complexos de decisão, devido à necessidade de agendar várias centenas de trens ao longo de milhares de quilômetros distâncias. Mesmo uma pequena porcentagem de melhoria na eficiência da operação global pode trazer retorno financeiro significativo.

Esses complexos processos de decisão envolvidos fazem com que as ferrovias representem algumas das oportunidades mais interessantes e desafiadoras para a aplicação de ferramentas e metodologias de otimização. Do lado da oferta, que envolve todas as ações necessárias para prestar serviços de transporte de carga eficientes e eficazes, companhias ferroviárias enfrentam inúmeras decisões e problemas em diferentes níveis (estratégico, tático e operacional), em geral, muito mais complexas que os que se encontram em outras áreas como transporte aéreo ou por caminhões.

Uma diferença importante é que as ferrovias são responsáveis pela construção, operação e manutenção de toda a infra-estruturas física relacionada com as respectivas operações. Ela engloba trilhos em que os comboios viajam; estações e pátios onde os trens são formados e vagões são carregados ou descarregados; despacho em tempo real, controle de tráfego e sinalização. O número de decisões envolvidas é enorme, geralmente inter-relacionadas, e de natureza muito complexa. Entre elas estão decisões estratégicas de investimento de capital, tais como a expansão da rede ferroviária, duplicação e aumento da capacidade de linhas;

construção, melhoria e fechamento de pátios e estações, a aquisição de novas locomotivas, vagões e outros equipamentos caros para uso diverso como carga e descarga; decisões táticas, relacionadas com os horários dos comboios e locomotivas e planos de manutenção; decisões operacionais, envolvendo despacho de trens, operações de pátio, o movimento de vagões vazios, agendamento de locomotivas, gerenciamento de equipes, etc

Sabendo desses problemas desafiadores a *Railway Applications Section* (RAS), uma partição do *Institute for Operations Research and the Management Sciences* (INFORMS) fundada em 1994 com o objetivo de facilitar a melhoria da produtividade e do crescimento do setor de transporte ferroviário, propõe a cada ano uma competição destinada a introduzir os participantes aos problemas ferroviários. A competição do ano de 2012 aborda um problema da vida real para o qual o setor ferroviário tem tentado encontrar uma solução de referência por décadas [1]. O problema é o sequenciamento do movimento de trens de forma ótima em uma rede ferroviária detalhada de tal maneira que os trens não colidam, atendendo requisitos operacionais e minimizando o atraso total dos trens. Esse problema é conhecido na literatura como problema de despacho ou problema de sequenciamento de trens (PST). Embora existam muitas soluções para o modo de planejamento do problema, só agora, depois de décadas de trabalho, que algumas soluções para a variação em tempo real estão começando a entrar em uso operacional; além do mais, a versão do problema introduzido na competição tem alguns desafios da vida real que não foram totalmente abordados na literatura. O problema apresentado é uma simplificação de um caso real dos Estados Unidos; ainda assim, a solução aqui proposta pode ser aplicada em qualquer ferrovia no mundo que apresente problema semelhante.

Em uma ferrovia típica dos Estados Unidos, sua rede é constituída por mais de 10.000 quilômetros de trilhos [3], com milhares de trens semanais, movimentando cerca de 2.000-3.000 locomotivas e nada menos do que 80 mil vagões entre 200-300 metros, utilizando-se cerca de 5.000 membros na tripulação. Ferrovias de carga funcionam todos os dias do ano. Toda a rede ferroviária dos Estados Unidos compreende mais de 140.000 quilômetros de trilhos sobre os quais sete grandes companhias ferroviárias (BNSF, CN, CP, CSX, FFX, KCS, NS, TFM e UP) operam.

No Brasil o transporte ferroviário é constituído de quase 30 mil quilômetros de extensão, localizados em 22 estados e no Distrito Federal [4]. As primeiras ferrovias brasileiras surgiram na década de 1830, passou por uma grande expansão no período de 1889 a 1930 e foi operada pelo estado até meados da década de 1990. A partir de 1992 deu-se início ao processo de privatização do sistema ferroviário brasileiro. Das concessionárias que assumiram, houve um rearranjo e hoje a malha ferroviária brasileira é controlada por três grandes operadoras (Vale, ALL e MRS).

1.2 Proposição e Roteiro da Dissertação

A proposta desse trabalho é apresentar o PST em um território de múltiplas vias como um problema de programação matemática, considerando informações disponibilizadas pela competição anual promovida pela RAS-INFORMS, e implementar uma solução eficiente para resolução do problema.

Foram estudados vários modelos propostos na literatura e sobre a abordagem mais adequada são apresentadas uma formulação de programação inteira e uma formulação de programação inteira mista baseado no conceito de fluxo em redes. Dado que um tempo aceitável para obtenção de uma solução em uma fase operacional é em torno de 5 minutos, propomos algumas estratégias para a otimização que permitem a obtenção mais rápida de uma solução viável para o problema e, além disso, apresentamos uma heurística que foi proposta na literatura estudada e que se baseia na segunda formulação para obtenção de uma solução de boa qualidade em um tempo aceitável. Tanto as duas formulações quanto a heurística foram implementadas e os resultados comparados.

A indústria de transporte ferroviário é rica em termos de problemas que podem ser modelados e resolvidos utilizando técnicas de otimização matemática. No Capítulo 2 nós descrevemos alguns dos problemas mais relevantes no planejamento e programação de ferrovias e que podem ser modelados utilizando o conceito de fluxo em redes. Para cada problema são apresentadas suas características, contexto e importância para ferrovias, bem como uma revisão bibliográfica contendo as principais abordagens existentes na literatura para resolução dos mesmos.

O PST, juntamente com outros problemas, compõe o conjunto de operações em ferrovias que são inerentemente complexas e de grande escala. No Capítulo 3 é apresentada uma descrição detalhada do PST, bem como as suposições iniciais e informações preliminares a considerar na resolução do problema. Nesse capítulo também serão introduzidos jargões ferroviários relevantes, as restrições operacionais do problema, os critérios de viabilidade da solução e os componentes da função objetivo que serão utilizados para avaliar a validade e qualidade da solução.

A seguir, no Capítulo 4, é apresentando o modelo de fluxo em redes para o PST; em seguida, utilizando o conceito de rede tempo-espaco, apresentamos uma formulação matemática de programação inteira para o problema. Nesse mesmo capítulo apresentamos ainda uma outra formulação de programação inteira mista que faz uso das vantagens do modelo de fluxo em redes, bem como as abordagens e algoritmos heurísticos adotados para resolver o problema.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta detalhes da implementação da solução e os resultados computacionais obtidos pela implementação das formulações e algoritmos apresentados no Capítulo 4 para solução do problema de sequenciamento de trens

definido no Capítulo 3. Nesse capítulo também são apresentados gráficos de tempo-espaco que permitem uma análise mais detalhada da solução. E, finalmente, a dissertação é concluída com a proposta de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Problemas em Ferrovias

A indústria de transporte ferroviário é rica em termos de problemas que podem ser modelados e resolvidos utilizando técnicas de otimização matemática. Em [5] é apresentada uma descrição detalhada sobre operações ferroviárias e transporte de carga, bem como uma introdução interessante para a modelagem e otimização de problemas ferroviários.

Em [3] são apresentados alguns dos problemas mais relevantes de planejamento e programação de ferrovias e que podem ser resolvidos utilizando-se modelos de fluxo em redes. A seguir, descrevemos esses problemas, suas características, contexto e importância para ferrovias, e uma revisão bibliográfica contendo as principais abordagens existentes na literatura para resolução dos mesmos.

2.1 Problema de Blocagem de Vagões

Uma ferrovia pode transportar milhões de carregamentos da suas origens para o seus respectivos destinos. Um carregamento típico é definido como um conjunto de vagões que possui a mesma origem e hora de partida, assim como o mesmo destino e hora de chegada. Os vagões de um carregamento pode passar por vários pátios entre sua origem e destino e em alguns desses pátios ocorre o processo de reclassificação, que consiste na separação dos vagões e ordenação dos mesmos de acordo com seu destino. Para reduzir a quantidade de reclassificações, muitos vagões são agrupados para formar um ou mais blocos, que posteriormente serão alocados a um trem. Após a formação do bloco, os vagões não são reclassificados até atingirem o destino, o qual pode ser um pátio final ou um pátio intermediário de reclassificação. Essa consolidação de vagões em blocos permite às ferrovias aproveitar as economias associadas a trens totalmente carregados. A decisão de quais vagões devem ser agrupados é chamada de política de blocagem.

Dessa forma, o Problema de Blocagem de Vagões (PBV) consiste em gerar um plano de blocagem que minimize o custo total de manipulação e transporte. Um

plano de blocagem de uma ferrovia envolve a formação de blocos para todos os carregamentos, e possui custo total dependente da soma dos custos de classificação dos vagões nos blocos e da distância total percorrida na ferrovia. Dada a natureza altamente combinatória do problema, a determinação da política de blocagem ótima constitui uma questão complexa.

Esse problema é tratado em [6] e [7] onde é proposto uma formulação do PBV como um problema de fluxo em rede multiproduto, utilizando programação inteira mista, e utiliza-se o algoritmo de busca local Very Large-Scale Neighborhood Search (VLSN) para a resolução. Baseado nesse último, é proposto em [8] uma adaptação com a pretensão de gerar um modelo matemático mais próximo da realidade.

Em [9] e [10] é proposto formulações similares para o PBV utilizando programação inteira mista e solucionado com um algoritmo baseado em relaxação Lagrangiana.

Variantes deste problema podem surgir em vários setores de transporte incluindo empresas de distribuição de encomendas e cartas postais, empresas de caminhão, e o setor de aviação onde a companhia aérea consolida o tráfego de milhares de passageiros entre pares de origem-destino em trechos de vôos realizados por diferentes aeronaves. O mesmo problema é encontrado em telecomunicações onde as mensagens de voz ou dados são consolidados e encaminhados ao longo da rede de telecomunicações projetada.

2.2 Problema de Localização de Pátios

Os pátios de uma ferrovia desempenham um papel vital e podem ser considerados os mais importantes nós em uma rede ferroviária, pois são onde os vagões que chegam são reclassificados e alocados em blocos de saída. Estes pátios são geralmente referidos como os centros nervosos do sistema ferroviário. Dessa forma, uma vez definido o problema de blocagem, o Problema de Localização de Pátios (PLP) consiste em encontrar a melhor configuração da rede em termos da quantidade e localização dos pátios onde os vagões podem ser reclassificados em blocos novos. Essas decisões afetam significativamente a política de blocagem.

Ao prestar mais atenção nesse problema estratégico, as ferrovias entendem que alguns dos principais pátios atuais podem ser fechados com pouco ou nenhum impacto sobre o custo de transporte, ou que algum dos pátios importantes podem ser realocados para reduzir significativamente os custos de transporte. Mesmo assim, na maioria dos casos, esses locais foram determinados historicamente e não são mudados apesar das implicações significativas de custos. Talvez por essas razões a pesquisa sobre esta questão em particular não tem atraído a atenção na literatura de pesquisa operacional.

Uma formulação para esse problema é apresentada em [11], essa formulação é baseada na mesma formulação matemática para o problema de blocagem apresentado em [7], com a adição de variáveis binárias de decisão que identificam os locais dos pátios selecionados em um dado conjunto de locais candidatos.

2.3 Problema de Programação de Trens

Uma vez que a ferrovia possui um plano de blocagem, deve elaborar uma programação de trens que permita um transporte eficiente dos blocos entre suas origens e destinos. O Problema de Programação de Trens (PPT) consiste em determinar quantos trens colocar em circulação, qual a origem, o destino e itinerário de cada trem, qual o tempo de chegada e partida de cada estação onde ele pára, qual o horário de funcionamento semanal para cada trem e a atribuição de blocos de vagões para os comboios, de tal forma que minimize o custo total de transporte.

O objetivo do PPT é minimizar a soma ponderada da distância total percorrida pelos vagões em trens, o tempo total do fluxo dos vagões que viajam de suas origens para seus destinos, o número total de trocas de blocos de vagões entre trens, o número de locomotivas e tripulação requerida e o número total de trens formado durante a semana.

O PPT pode compor uma rede de otimização de grande escala chegando a trilhões de variáveis de decisão. Essa dificuldade impedia o desenvolvimento de algoritmos para programação de trens e muito esforço foi despendido para a solução desse problema, incluindo [12], [13], [14], [15], [16], [17] e [18]. Esses trabalhos dividem o problema em duas fases distintas que são resolvidas separadamente. A primeira fase determina a rota dos trens e a segunda fase roteia os blocos aos trens. Outra abordagem onde o problema é considerado integralmente, pode ser encontrado em [19]. Porém, a maioria dessas abordagens não são escaláveis para grandes problemas reais de programação de trens ou ignoram realidades práticas necessárias para gerar soluções implementáveis, dessa forma são inviáveis para uso prático. Porém, nos últimos anos houve grandes avanços na solução do PPT, trabalhos mais recentes e que já abordam problemas reais podem ser encontrados em [20], [21], [22] e [23].

2.4 Problema de Programação de Locomotivas

Dada uma programação de trens, o Problema de Programação de Locomotivas (PPL) consiste em designar de forma eficiente diferentes tipos de locomotivas para os trens programados respeitando uma variedade de restrições, incluindo requisitos de manutenção e abastecimento das locomotivas, força de tração necessária dos trens, compatibilidade entre locomotivas e trens, entre outras. Os trens podem

ter frequência diferente na semana, ou seja, alguns trens podem rodar todos os dias, enquanto outros podem rodar menos frequentemente. O objetivo geral é melhorar a utilização média das locomotivas reduzindo assim o número necessário de locomotivas.

Por envolver um recurso muito caro, o PPL é um dos problemas mais importantes em ferrovias. Devido a essa importância, há uma grande quantidade de trabalhos na literatura dedicados a esse problema.

A pesquisa inicial sobre o PPL foi conduzida por Charnes e Miller [24], que usaram programação linear para alocar tripulação e locomotivas em um conjunto de viagens para fornecer cada trem em uma dada programação com recursos suficientes.

Em [25] podemos encontrar um *survey* dos modelos e algoritmos existentes para esse problema até 1998. Alguns modelos encontrados, por exemplo, em [26] e [27], assumem que um trem é designado para apenas uma locomotiva. Outros modelos assumem que os trens pode ser designados para múltiplas locomotivas, esses modelos podem ser encontrados em [28], [29], [30], [31], [32] e [33]. Existe ainda alguns trabalhos que consideram a alocação de locomotivas para trens de passageiros, como em [34] e [35].

2.5 Problema de Sequenciamento de Trens

O Problema de Sequenciamento de Trens (PST) consiste em determinar detalhadamente o movimento e horários dos trens em uma rede ferroviária obedecendo várias restrições operacionais de forma a minimizar o desvio da programação planejada. O objetivo pode variar de acordo com a necessidade da ferrovia e pode envolver outros quesitos. Esse problema assume que uma programação ideal dos trens é dada, ou seja, para cada trem programado se sabe os horários de partida e chegada planejados nas correspondentes estações de origem e destino, bem como os tempos de viagem ao longo do itinerário. Essa programação ideal dos trens é resultado da solução do PPT discutido anteriormente.

O PST pode surgir em diferentes contextos. Em uma programação de tempo real, isso permite ajudar os despachantes que estão controlando o tráfego a tomar decisões sobre qual trem parar e aonde. No planejamento tático, que consiste em encontrar a melhor programação de horários em uma base periódica regular (semanal, mensal ou trimestral, por exemplo). No planejamento estratégico, que se refere a decisões de investimento em infraestrutura da ferrovia como novos desvios a serem construídos, extensão dos desvios existentes para acomodar trens mais longos e duplicação de segmentos de linhas simples. Esse problema vem recebendo mais atenção ultimamente com o sistemas avançados de controle que fornecem informações em tempo real sobre a posição e velocidade do trem que estão sendo

desenvolvidos e implementados por várias companhias ferroviárias.

Esse problema é extensamente estudado na literatura de pesquisa operacional. Vários trabalhos de pesquisa anteriores estudam modelos, cujo principal objetivo é estimar o atraso de cada trem causado por interferências em uma linha de trem em função das políticas de expedição, distribuição de tráfego, pista e topologia física. Uma revisão até 1998 pode ser encontrada em [25]. As primeiras ferramentas informatizadas foram implementadas em meados dos anos 80 e podem ser encontradas em [36], [37] e [38]. Grande parte dos trabalhos encontrados na literatura propõem formulações de programação inteira, modelando o problema como uma rede de tempo-espaço como em [39], [40], [41], [42], e [2]. Outras formulações de programação inteira e métodos para soluções aproximadas são propostos em [43], [44] e [45]. Outros trabalhos como [46], [43] e [47] propõem um modelo contínuo para o problema. À medida que o tamanho do problema aumenta, torna-se difícil encontrar uma solução exata e se faz necessário uma ferramenta para chegar a uma solução rapidamente, em face disso algoritmos heurísticos também foram propostos em [48] e [49].

O PST é o problema abordado nessa dissertação e será melhor detalhado no próximo capítulo.

Capítulo 3

O Problema de Sequenciamento de Trens

Muitas ferrovias de carga operam seus trens em extensas faixas de linha única em que o comboio deve tomar um desvio para cruzar ou ultrapassar outro trem, isso pode causar atrasos indesejáveis ao transporte e embarque/desembarque de mercadorias, além da redução de produtividade das locomotivas e vagões. Isso torna relevante o planejamento no sequenciamento dos trens levando em consideração o tempo e os recursos disponíveis na ferrovia.

O PST, juntamente com outros problemas, compõe o conjunto de operações em ferrovias que são inerentemente complexas e de grande escala. Essas operações são fonte de muitos problemas desafiadores de pesquisa operacional. Dessa forma, o *Institute for Operations Research and the Management Sciences - Informs* propõe a cada ano uma competição com propósito de introduzir os participantes para os problemas em ferrovias. A competição, intitulada *RAS Problem Solver Competition*, de 2012 [1] lançou como desafio projetar um algoritmo para planejamento e despacho de trens em territórios de múltiplas vias.

Essa dissertação utiliza as especificações e dados fornecidos pela competição para estudo de um modelo matemático capaz de resolver o problema proposto de forma eficaz. Nesse capítulo serão introduzidos jargões ferroviários relevantes, as restrições operacionais do problema, os critérios de viabilidade da solução e os componentes da função objetivo que serão utilizados para avaliar a validade e qualidade da solução.

3.1 Descrição

Dado um território ferroviário, o problema consiste em programar a circulação de trem de forma ótima ao longo de uma rede de vias ferroviárias de tal forma que os trens não colidam, obedecendo restrições operacionais e alcançando a máxima

eficiência global. Isso é feito decidindo qual trem toma um desvio quando dois trens que viajam em direções opostas se encontram, ou quando um trem mais rápido está ultrapassando um trem mais lento. Deve-se também decidir o horário de partida do trem e o tempo de espera nos terminais. Alguns problemas reais demandam ainda decisões quanto à velocidade dos trens, o que dificulta ainda mais o problema, porém essa decisão não será considerada aqui.

O planejamento detalhado do sequenciamento de trens consiste de uma tabela de horários que compreende os tempos de partida e chegada de cada trem em cada seção da sua rota de forma que todas as restrições de tráfego na ferrovia são obedecidas, especialmente a capacidade dos trilhos, garantindo que todos os cruzamentos ou ultrapassagens de trens acontecem com a utilização de desvios ou em estações intermediárias onde há espaço suficiente para os trens envolvidos serem acomodados. Portanto, o resultado do planejamento de sequenciamento também compreende a informação detalhada de todos os trens que foram atrasados devido a conflitos com outros trens, reportando o local em que o trem parou e os tempos inicial e final da parada.

A rede ferroviária pode ser composta por uma ou mais linhas conectando estações principais. Cada linha pode comportar inúmeras seções de linhas intermediárias simples ou duplas entre estações intermediárias. Uma seção de linha simples é definida como um segmento de trilhos que pode acomodar apenas um trem por vez. Enquanto que uma seção de linha dupla pode suportar até dois trens por vez, viajando na mesma direção ou em direção oposta. No problema apresentado aqui, o território é composto de vias simples e duplas. Tanto as seções de via simples e de via dupla possuem desvios onde os trens não favoráveis podem aguardar até que o próximo segmento na rota esteja disponível.

Quando dois trens estão para se encontrarem em um segmento de trilho de uma via única, um dos trens deve tomar um desvio antes de chegar a este segmento. A Figura 3.1 retrata esse cenário, os arcos 2-4 e 6-7 são chamados de faixas de comutação, o qual permitem os trens se moverem para o desvio a partir da via principal e retornar à via principal a partir do desvio, respectivamente. De forma similar, em um trecho de múltiplas vias (veja a Figura 3.2), se o número de trens é maior que o número de vias paralelas, um ou mais dos trens devem parar nos desvios para evitar colisões.

Em territórios de múltiplas vias, trens podem se mover entre as vias principais utilizando faixas de cruzamento (veja os arcos entre os nós 2-17, 5-18, 10-27, e 13-28 na Figura 3.2). Por exemplo, em uma situação onde dois trens estão ambos na Via 1 e pertos um do outro, os cruzamentos 10-27 e 13-28 permitem esses trens andarem concorrentemente entre os nós 10 e 13 na Via 1 e entre os nós 26 e 29 na Via 2. Essas vias paralelas podem ser usadas na mesma direção ou em direção opostas.

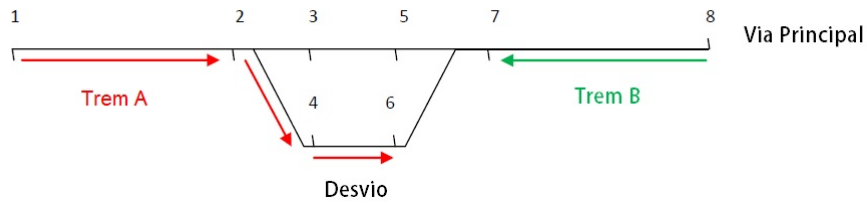


Figura 3.1: Encontro de dois trens em uma via única (adaptado de [1])

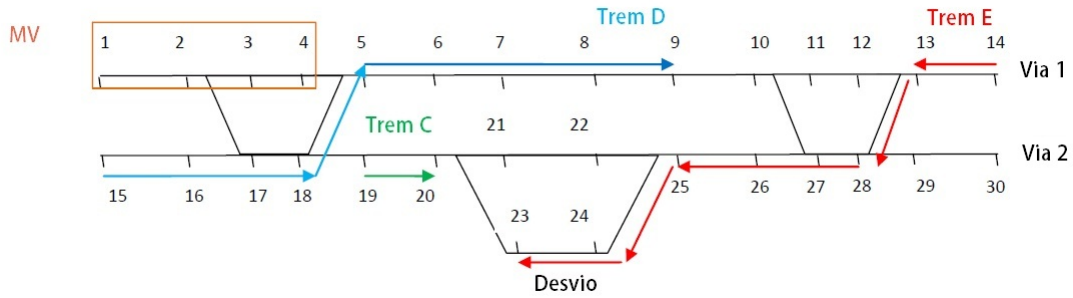


Figura 3.2: Encontro de três trens em uma via dupla (adaptado de [1])

Na Figura 3.2, Trem D e Trem E estão se movendo um em direção ao outro e o Trem E foi instruído a utilizar o cruzamento 13-28, dessa forma o Trem E não colide com o Trem D e continua na Via 2. Contudo, desde que há outro trem (Trem C) vindo em direção ao Trem E agora que o Trem E está na Via 2, o Trem E é instruído a tomar o desvio até que o Trem C libere o arco 20-21. A decisão sobre qual trem tomar o desvio é resultado de múltiplos critérios de decisão, o qual será expressado utilizando uma função objetivo multi-critério que será descrita detalhadamente adiante.

A Figura 3.2, também ilustra a noção de janela de manutenção da via. Devido as atividades de reparos ou inspeção nos trilhos entre os nós 1 e 4, essa parte da ferrovia deve ficar indisponível para o tráfego de trens por uma quantidade de tempo específica, Portanto, o Trem D se move na Via 2 e então toma o cruzamento 18-5 ultrapassando o trecho interrompido.

Um desvio pode acomodar no máximo um trem aguardando por um cruzamento ou ultrapassagem, enquanto que uma estação intermediária pode servir como um pátio ou um terminal onde trens podem esperar por ultrapassagens ou cruzamentos e de onde trens podem partir ou chegar. Uma seção de trilho é delimitada em cada extremidade por um desvio ou uma estação intermediária.

Trens na ferrovia possuem velocidades diferentes. A velocidade de um trem depende de vários fatores, dentre eles a configuração do acelerador, a potência total das locomotivas, o território (subida ou descida), a tonelage do trem, resistência aerodinâmica, resistência do rolamento, entre outros. A velocidade também pode ser

impactada pelo limite de velocidade imposto para cada segmento de trilho. Como resultado, a velocidade dos trens varia de acordo com os fatores acima e o tempo que levam para atravessar uma seção da ferrovia depende da aceleração e desaceleração, velocidade e necessidade de parar para outros trens. Para simplificar o complexo cálculo para determinar a velocidade precisa de um trem em várias situações, para os fins desse problema, cada trem terá uma velocidade fixa baseada na classe do trem (A, B, D, E ou F), o tipo do segmento (Via 1, Via 2, Faixa de Comutação, Cruzamento e Desvios) e a direção de movimento (Saída ou Entrada).

Além das restrições operacionais de movimentação na ferrovia, podem surgir outras restrições práticas. Comprimento de trilhos insuficiente ou a natureza da carga sendo carregada podem restringir quais trens podem parar em um local. Pode não ser permitido que alguns trens parem em algum desvio específico por não ter força de tração suficiente para voltar a se movimentar se ele tomar o desvio, dependendo do declive do desvio. De forma similar, a falta de infraestrutura adequada para as tripulações pode limitar o tempo máximo que um trem pode esperar em um desvio. Outras restrições práticas podem aparecer dependendo da realidade do problema.

3.2 Suposições Iniciais

Assume-se uma aceleração e desaceleração instantânea para que o trem alcance sua velocidade padrão e para que o trem pare. O trem deve se mover na velocidade indicada para cada segmento dos trilhos ou estar completamente parado. Uma movimentação de um trem em uma velocidade que não a indicada não é permitido. Além disso, assume-se que a velocidade do trem é em relação ao motor principal do trem, ou seja, o trem se movimenta como um ponto.

Normalmente, em uma ferrovia, utiliza-se um sistema de sinalização para diversas finalidades como proteção e espaçamento, limite de velocidade, indicação de direção, etc. Essa sinalização se baseia em várias normas de segurança e regras de separação de comboio. Esses sinais aparecem em pontos de controle indicando ao maquinista se os trilhos seguintes estão disponíveis para continuar ou não. Esses sinais atualmente foram substituídos por Controles de Tráfego Centralizados (CTC), um sistema mais seguro composto por circuitos de via, relés elétricos e sinais indicativos de tráfego, ligados a um centro de controle. No problema aqui tratado, o território usa uma sinalização simplificada onde não há sinais ou pontos de controle. Ao invés dos sinais de controle, deve haver 5 minutos de separação entre trens para evitar colisões.

Apenas um trem pode ocupar o segmento de trilhos entre dois nós consecutivos por vez por razões de segurança. Isto é, em uma situação onde dois trens estão se movimentando na mesma direção ou em direções opostas, o segundo trem não

pode entrar em um segmento de trilhos ocupado pelo primeiro trem até que saia do segmento e se passe 5 minutos como definido anteriormente.

Os trens só podem se mover em uma direção pré-especificada. Retornos não são permitidos. Por exemplo, se um trem entrar em um desvio pelo lado oeste, ele deve deixar o desvio pelo lado leste, e não por onde ele entrou no desvio. Impasses, do tipo que a continuação do movimento dos trens só pode ser obtida movendo algum dos trens no sentido inverso, devem ser evitados. A Figura 3.3 é um exemplo de situação de impasse, o Trem A impede que o Trem C tome o desvio e dessa forma nenhum trem pode continuar seu caminho sem colisão.

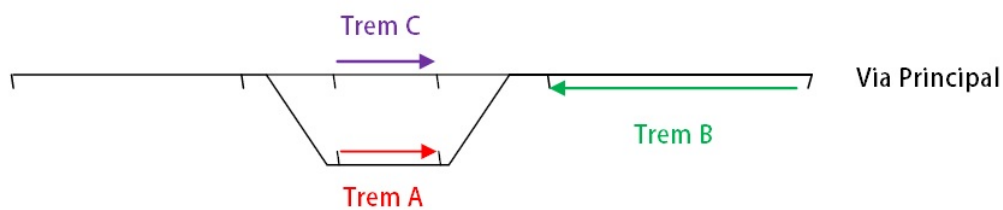


Figura 3.3: Impasse (adaptado de [1])

3.3 Definições

Tempo de entrada e saída: Assume-se que um trem entra em um arco quando a extremidade dianteira do trem entra no arco. E assume-se que o trem deixa o arco quando sua extremidade dianteira sai do arco.

Atraso do trem: O atraso do trem é definido como o tempo perdido enquanto o trem está parado em um terminal ou em qualquer lugar do território aguardando alguma manutenção nos trilhos ou a passagem de outro trem.

Adesão de horário: Quanto à aderência de horário, há dois tipos de trens de carga. Trens de passageiros não são considerados aqui.

- Trens com Adesão de Horário (AH) - Espera-se que o movimento desses trens esteja de acordo com um cronograma pré-determinado. Qualquer desvio do cronograma deve ser evitado, a menos que não esteja impactando significativamente a velocidade média do sistema. Nos dados de entradas, os tipos de trem A, B, C e D são trens com adesão de horário.
- Trens sem Adesão de Horário (NAH) - Apesar de possuir um cronograma conhecido, os movimentos desses trens não precisam necessariamente cumprir seus horários. Esses trens têm menor prioridade quando se trata de decisões de alocação. Os trens do tipo E e F são trens sem adesão de horário.

A adesão de horário é baseada no tempo de entrada de um trem no nó.

Seção: Uma seção pode ser construída como uma coleção de nós. por exemplo, na Figura 3.1 os nós entre 2 e 7 podem ser chamados de uma seção.

Evento de Encontro e Passagem: Um evento de encontro e passagem pode acontecer em duas situações:

- Encontro - dois trens se movendo em direções opostas se encontram na mesma via em uma estação onde há um desvio ou um cruzamento para outra via. Durante um evento de encontro, se o primeiro trem chegando nessa estação toma o desvio, ele terá que esperar até o outro trem chegar e passar pelo primeiro trem, liberando a via. Se o primeiro trem chega e espera na via principal, então o segundo trem deve tomar o desvio e continuar.
- Passagem - dois trens se movendo na mesma direção, onde o trem de trás é mais rápido que o trem a frente. Nesse caso o despachante pode optar que o trem anterior ultrapasse o trem que vai adiante no que é chamado um evento de “passagem”. Semelhante ao encontro, em um território com de via única, o trem da frente poderia tomar um desvio e esperar até que o trem anterior passe por ele. Em um território com duas ou mais vias, os trens podem usar cruzamentos para se moverem para outra via paralela para executar a ultrapassagem ou permitir o trem anterior passar, evitando assim uma possível colisão.

Manutenção de Via (MV): Devido aos regulamentos do governo e para a segurança dos funcionários e comunidades, os trilhos e sinais na ferrovia devem ser regularmente inspecionadas e reparadas quando necessário. O fechamento de um segmento para fins de inspeção ou reparação é chamado de janela de Manutenção de Via (MV), onde a “janela” se refere a um período específico de tempo durante o qual a faixa não pode ser utilizada. Embora procura-se colocar as janelas MV nos momentos em que há pouco trânsito, às vezes, um trilho quebrado ou outra questão exige atenção imediata e o fechamento de um segmento da pista.

Quando uma janela MV ocorre, o despachante precisa fechar a parte da ferrovia para o tráfego de trens para manter os trabalhadores da reparação seguros. Uma janela MV é fornecida com dois atributos: espaço (de qual até qual nó) e tempo (minuto inicial até o minuto final). Quando uma janela MV é colocada sobre uma via única na linha principal, onde não há via alternativa (como um desvio) para dar a volta, todos os trens que estão destinados a atravessar a faixa fechada devem realizar seu movimento pela pista impactada antes de começar a janela de interrupção ou após o fim desta. Os locais de espera dos trens podem ser os terminais em ambas as extremidades do território, os desvios e os segmentos de trilho na via principal anteriores à pista fechada. Em um trecho de múltiplas pistas, os trens podem

utilizar cruzamentos para mudar de faixa, de modo que os trens possam continuar se movendo no caminho paralelo.

O despachante procura colocar os trens em segmentos das vias principais, desvios ou mantê-los nos terminais, de tal forma que, quando a janela MV está prestes a terminar, os trens com prioridade mais alta e cronograma de horários críticos são menos afetados por atraso.

Direção do Trem: O território inclui dois terminais, um no extremo oeste e um na extremidade leste. Todo trem tem como destino final um desses dois terminais, definimos como Trens de Saída os trens que se destinam ao terminal leste e Trens de Chegada os trens com destino ao terminal oeste.

Tempo de Preferência do Terminal (TPT): Os terminais têm pátios com capacidade finita. Quando há um tráfego pesado de entrada ou saída em um terminal, os terminais poderão pedir ao despachante para atrasar a entrada de alguns trens no terminal, a fim de aceitá-los em seus pátios quando eles acreditam que têm capacidade de fazê-lo. O Tempo de Preferência do Terminal representa o melhor horário para um trem chegar a um terminal. Embora seja desejável respeitar esse tempo preferencial, eles não são restrições fortes. Quando um terminal fornece um TPT para um trem específico, é apreciado se o trem chega dentro das próximas três horas depois do TPT. Além disso, não é desejado que esse trem chegue mais do que uma hora antes do TPT. Isso fornece uma janela de tempo de quatro horas de preferência para o trem chegar ao terminal.

Trem em Movimento: Não necessariamente um trem parte de um dos terminais principais. Um conjunto de dados de entrada pode conter trens que partem de qualquer estação intermediária ou desvio dentro do território. Esses trens possuem um tempo de entrada no território igual a 0 e são denominados como trens em movimento.

Uso de Trilho Não-preferencial: A decisão de tomar um desvio ou se mover em uma via paralela é impulsionado pela eficiência geral do sistema e é deixada a critério do despachante. No caso de múltiplas vias paralelas, cada faixa terá uma direção específica preferida. Sempre que possível, os trens devem se mover na sua faixa preferencial ao invés da faixa paralela. Prefere-se que os trens de saída usem a Via 2 e que os trens de entrada usem a Via 1, sempre que possível. Os desvios e segmentos de entrada e saída diretamente ligados a uma via não preferencial também são não-preferenciais. Na Figura 3.2, após passar pelo cruzamento 13-28, o Trem E está usando uma via não-preferencial ao passar pela Via 2 entre 28-25, pela faixa de comutação 25-24, pelo desvio 24-23, e até utilizar um cruzamento para retornar a Via 1.

3.4 Regras Operacionais

O peso de um trem geralmente é calculado em Toneladas por Freio Operativo (TFO), que é a tonelagem bruta do trem, dividido pelo número total de carros com freios operatórios. Trens com mais de 100 TFO são considerados pesados. Trens pesados podem pertencer a qualquer um dos tipos de trem, de A a F. Nos casos em que um trem pesado está passando por um evento de encontro e passagem e o segundo trem não possui aderência de horário, o trem pesado deve esperar na pista principal e o segundo trem toma o desvio. Se o segundo trem possui aderência de horário, independente do tipo do trem pesado, a decisão sobre qual trem usará o desvio é baseada na eficiência geral do sistema.

Os trens longos não podem usar desvios que são mais curtos que o comprimento do trem. Os arcos de desvio são indicados nos dados de entrada com seus comprimentos correspondentes. O comprimento dos segmentos de entrada e saída do desvio não pode ser adicionado ao comprimento do desvio para determinar se o trem cabe nesse desvio ou não. Por exemplo, na Figura 3.1, o comprimento do trem deve ser comparado com o comprimento do arco 4-6, não à soma dos comprimentos dos arcos 2-4, 4-6 e 6-7. Um trem longo deverá então esperar no segmento de trilho da via principal correspondente ao desvio (arco 3-5) independente de qual tipo de trem está vindo.

Trens com Material Perigoso (MP) estão proibidos de ocupar os desvios para garantir à segurança pública. Trens desse tipo são indicados nos dados de entrada.

A solução não deve apresentar nenhuma espera em um desvio quando não há nenhum evento de encontro e passagem acontecendo. Ou seja, não é permitido atribuir trens a um desvio a fim de aliviar um congestionamento iminente à frente. Uma melhor solução seria deixar o trem seguir no seu ritmo normal e então parar o trem instantaneamente antes do congestionamento e atrasar o tempo necessário para evitar o congestionamento.

O horizonte de planejamento é 12 horas. As penalidades para aderência de horário e Tempo de Preferência do Terminal vão ser ativadas apenas para os eventos que ocorrerem dentro do horizonte de planejamento. De forma similar, as penalidades para tempo de atraso e uso de vias não preferências também só serão contadas apenas para o tempo gasto no horizonte de planejamento.

3.5 Objetivo

O objetivo é projetar um algoritmo que forneça uma solução em primeiro lugar viável e livre de impasses (ou seja, sem acidentes e sem retorno de trens), minimizando o atraso dos trens, maximizando a aderência ao horário, minimizando

o desvio do tempo de preferência do terminal e minimizando o uso de vias não preferenciais.

Relações numéricas podem ser dadas para os componentes da função objetiva, conforme segue:

- Um atraso de 60 minutos, independente de ter acontecido no terminal ou em qualquer lugar do território, custa para a ferrovia os valores mostrados na Tabela 3.1.
- Um desvio de cronograma de 60 minutos custa à ferrovia aproximadamente \$200. Isso se deve ao prejuízo e estresse gerado ao cliente. Essa regra só se aplica para trens que possuem aderência de horário e que estão mais do que 2 horas atrasados. Ou seja, a cada hora extra de atraso para além de 2 horas custa \$200.
- Um desvio de 6 minutos da janela do Tempo de Preferência do Terminal custa para a rodovia aproximadamente \$75, devido à criação de congestionamento indesejada nos terminais, portanto exigindo uma tripulação maior nos pátios. O custo é aplicado apenas para a quantidade de desvio fora da janela de 4 horas.
- Um tempo de utilização de 60 minutos de uma via não preferencial tem uma penalidade de \$60.

Tipo do Trem	Custo do Atraso Por Hora
A	\$600
B	\$500
C	\$400
D	\$300
E	\$150
F	\$100

Tabela 3.1: Custo relativo de impacto de atraso por tipo de trem

Esses valores são fictícios e podem não ser os mesmos custos usados por uma companhia ferroviária real.

O custo total para o sistema pode ser calculado conforme segue:

$$\begin{aligned}
 \text{Custo Total} = & (\text{Atraso Total} * \text{Penalidade por Atraso/Hora}) + \\
 & (\text{Desvio de Cronograma} * \text{Penalidade de Desvio/Hora}) + \\
 & (\text{Desvio da janela TPT} * \text{Penalidade para TPT/Hora}) + \\
 & (\text{Uso de Via Não Preferencial} * \text{Penalidade de Via Não Preferencial/Hora})
 \end{aligned}$$

No próximo capítulo será apresentado as formulações e abordagens utilizadas para solução do PST em um território de múltiplas vias apresentado aqui.

Capítulo 4

Formulação

Em particular, o PST foi formulado como um problema de fluxo em redes em [2], utilizando o conceito de rede tempo-espço e propondo uma formulação matemática de programação inteira. As vantagens do modelo de fluxo em redes também foram utilizados na formulação de programação inteira mista proposta em [50]. Nesse capítulo serão apresentadas ambas as formulações, bem como algoritmos heurísticos baseados nessas formulações para a solução do problema.

4.1 Formulação Inteira

Em [2] é proposta uma abordagem para modelagem do PST como um problema de fluxo multiproduto com algumas restrições em uma rede tempo-espço. Cada trem t (pertencendo a um conjunto T de trens a serem sequenciados) funciona como um produto na rede. A representação em uma rede tempo-espço permite que a formulação seja facilmente adaptada para redes mais complexas ou de múltiplas vias ao invés de uma única via. A grande vantagem dessa abordagem é que a maioria das restrições práticas é tratada na construção da rede.

A maioria das restrições práticas que fariam o tamanho do problema ainda maior com as abordagens de formulação anteriores encontrados na literatura são tratadas na fase de construção da rede. A formulação proposta é flexível o suficiente para incorporar a maioria das limitações práticas, sem ter que alterar a sua estrutura subjacente. Dessa forma, a formulação proposta é simples e flexível o suficiente para incorporar a maioria das limitações práticas sem ter que alterar sua estrutura fundamental.

O que apresentamos a seguir é uma descrição de como a rede tempo-espço é construída e uma adaptação da formulação proposta para atender as necessidades do PST conforme descrição apresentada no Capítulo 3.

4.1.1 Rede tempo-espaço

Todos os problemas apresentados no Capítulo 2 possuem em comum a característica de que podem ser modelados como um problema de fluxo em rede. De forma geral, uma rede é definida como um grafo $G = (N, A)$, onde N denota o conjunto de nós e A denota o conjunto de arcos, um conjunto de custos $c_{i,j}$ e de capacidades u_{ij} associados a cada arco (i, j) de A e um conjunto de demandas b_i associadas a cada nó i de N (veja, por exemplo, [51]).

Para entendimento de como a rede tempo-espaço é construída, considere um território com vias que ligam dois terminais principais e é composto por seções de via única ou múltiplas vias. A representação de rede proposta é baseada no conceito de diagrama de tempo-espaço, o qual é um método padrão para apresentação de resultados de sequenciamento de trens, pontos de encontro e atrasos associados. Muitas ferrovias de carga ainda dependem de sequenciamento de trens que são feitos manualmente por despachantes qualificados que utilizam esse tipo de diagrama. A Figura 4.1 ilustra um exemplo de um diagrama de tempo-espaço para um território de via única que conecta o terminal 1 ao 6. Pontos de encontro intermediários estão localizados nas estações 2 a 5. Os eixos vertical e horizontal representam espaço e tempo, respectivamente. Há dois trens de saída (Trem B e Trem C) que se movem de 1 para 6, e um trem de entrada (Trem A). O Trem A sofre dois atrasos, nos pontos de encontro 4 e 3, como uma possível solução para o conflito com o Trem B e Trem C. Mesmo nesse exemplo simples, há muitas possibilidades de combinações de desvios e tempo que podem ser escolhidos que permitem os eventos de encontro e passagem, sem mencionar os tempos de partida de estações intermediárias. Isso ilustra como o PST é um problema combinatorial muito grande. Quando inúmeros trens em ambas as direções são sequenciados, muitos conflitos podem surgir. Cada conflito envolve ou trens em direções opostas ou trens na mesma direção. Dependendo da solução escolhida para um conflito envolvendo dois trens (ou seja, qual trem irá tomar o desvio e/ou esperar que o outro passe), o local e a hora de conflitos posteriores podem mudar, novos conflitos em locais diferentes podem surgir, e conflitos existentes podem deixar de existir. Dessa forma, o número de possíveis soluções para os conflitos de trem pode ser muito grande.

Para a formulação inteira do PST, o tempo do horizonte de planejamento é discretizado em instantes com espaço igual entre instantes consecutivos, denotamos $Q = \{1, 2, \dots, q\}$ como sendo o conjunto de instantes de tempo. No problema tratado aqui, o horizonte de planejamento de 12 horas foi discretizado em períodos de 5 minutos, portanto $q = 720$.

Nas vias que ligam os dois terminais principais, seja $S = 0, \dots, s$ o conjunto de estações e desvios, numerados de acordo com a ordem que aparecem no território.

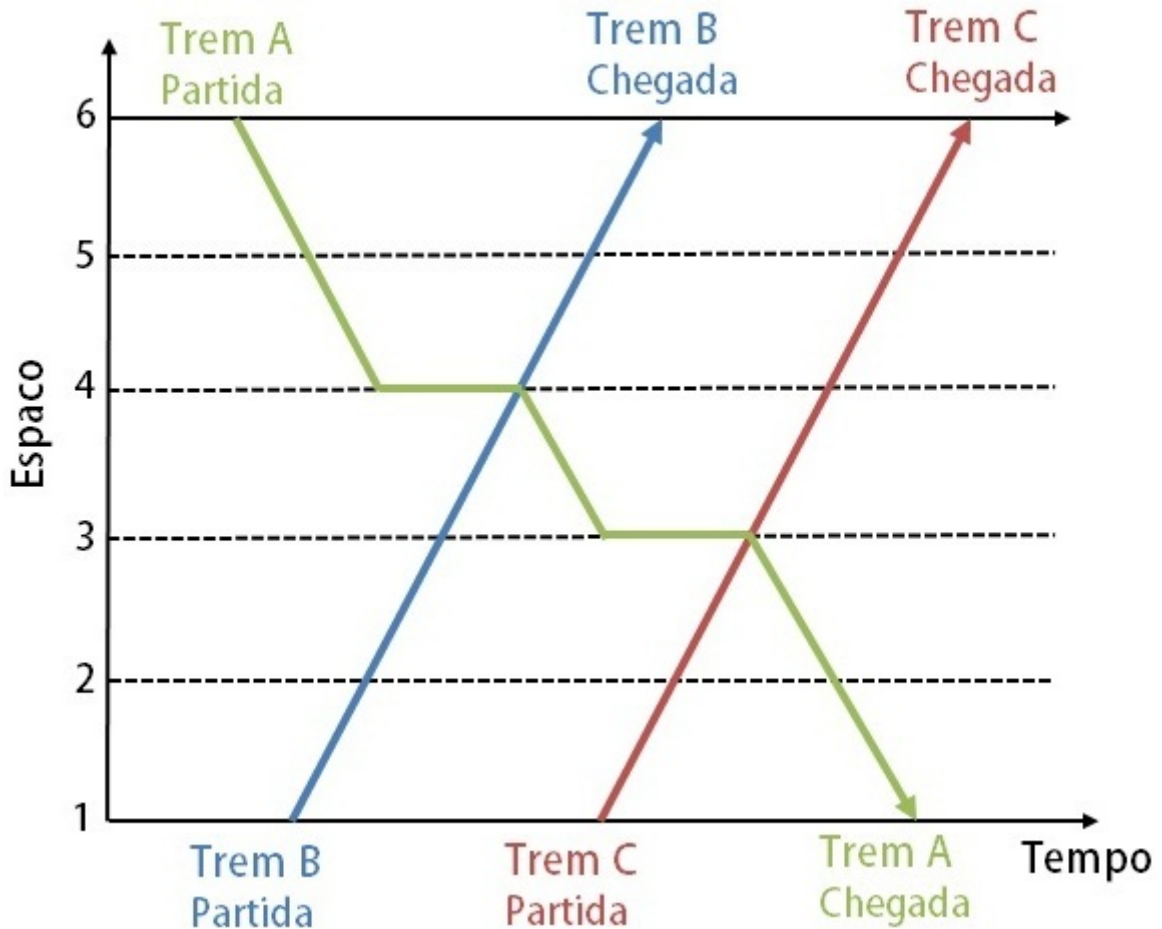


Figura 4.1: Um diagrama de tempo-espaco (adaptado de [2])

De forma geral, cada trem $t \in T$ pode partir de qualquer estaçao $s_1 \in S$ e chegar em $s_2 \in S$, no problema tratado aqui sabemos que s_2 sempre será um terminal principal, ou seja, um dos dois terminais que se localizam nos extremos do território. Também definimos o conjunto de segmentos de trilho para representar a faixa entre duas estaçoes consecutivas ou desvios s_i e s_{i+1} como $L = 0, \dots, s - 1$. $SI(t) \subset S$ denota o conjunto de estaçoes intermediárias e desvios $s \in S$ onde o trem $t \in T$ pode passar ou parar para cruzamentos e ultrapassagens, enquanto que $C(t)$ denota o conjunto consecutivo de estaçoes $(o^t - s_1, s_1 - s_2, \dots, s_k - d^t)$ que compoem o caminho do trem. Para cada trem $t \in T$ são dados as estaçoes de origem o^t e destino d^t ; o tempo de partida ed^t é conhecido, bem como o tempo de viagem ao longo de cada segmento.

A rede tempo-espaco é representada como um grafo $G = (N, A)$, onde N e A denotam o conjunto de nós e arcos, respectivamente. O conjunto de nós da rede é dividido em 3 tipos, a saber:

- *PreNos* - representa o conjunto de nós artificiais no qual o fluxo de saída indica a partida do trem da origem. Há um no de partida para cada trem $t \in T$ que

não esteja em movimento denotado por Ini^t .

- $FimNos$ - corresponde aos nós no qual o fluxo de entrada representa a chegada de um trem no destino final.
- $IntNos$ - é o conjunto de nós intermediários e que possuem dois atributos: lugar e tempo. Nós do conjunto $IntNos$ correspondem a cópias de cada terminal $s \in S$ em cada período $k \in Q$. Um elemento desse conjunto é denotado como i_k , onde $i \in S$ e $k \in Q$.

O conjunto de arcos é composto de quatro subconjuntos conforme mostrado na Figura 4.2. Os arcos no conjunto dos arcos de origem surgem dos nós em $PreNos$ e arcos de destino terminam nos $FimNos$. Para representar a partida de um trem t para seu terminal de origem o^t , é criado arcos do nó Ini^t para nós o_k^t para cada instante de tempo que essa partida for possível. Similarmente, para modelar a chegada de um trem t em seu terminal de destino d^t , pode foram criados arcos dos nós d_k^t para o nó Fim^t para cada instante da janela de tempo onde essa chegada é possível.

Os arcos de viagem ($Varcos$) e arcos de espera ($Earcos$) da rede de tempo-espço são criados com base nas informações de cada trem. Para um trem t , observa-se a sequencia de terminais e desvios possíveis que esse trem pode passar da sua origem o^t até o terminal de destino d^t . O conjunto de arcos de saída incluem os arcos do nó i_k para um nó consecutivo $(i+1)_l$ onde $k+1 \leq l \leq maxTime$ ($maxTime$ denota o tempo máximo do planejamento). Para modelar a possibilidade de movimento de um trem t do terminal i para o terminal j no tempo k , é criado um arco do nó i_k para o nó j_l , onde $l = k + f_{ij}^t$, observando se i_k possui um arco de chegada do trem t . O conjunto de arcos de espera para o trem t inclui os arcos do nó i_k para o nó i_{k+1} para todos os desvios do território. Portanto, se um nó de um desvio possui um arco de entrada representando um possível movimento de um trem t , então cria-se arcos de espera consecutivos nesse mesmo nó para toda a janela de tempo que é possível que esse trem fique parado. Um exemplo apresentado na Figura 4.2 mostra um subconjunto de arcos definidos para um trem programado para sair da Estação 0 no tempo t e chegar na Estação 2 no tempo $t+2$ com um atraso de no máximo 3 períodos de tempo.

O custo dos arcos de espera é o comprimento (em horas) no qual o tempo está discretizado, multiplicado pela penalidade de espera por hora do tipo do trem. De forma similar, o custo dos arcos de origem correspondem ao respectivo atraso inicial multiplicado pela penalidade de espera por hora para o tipo do trem. Os arcos que chegam em nós que possuem tempo de chegada agendado para determinados trens, possuem um custo correspondente ao atraso acima de 2 horas do tempo agendado multiplicado pela penalidade de atraso por hora para o tipo do trem. Os arcos de

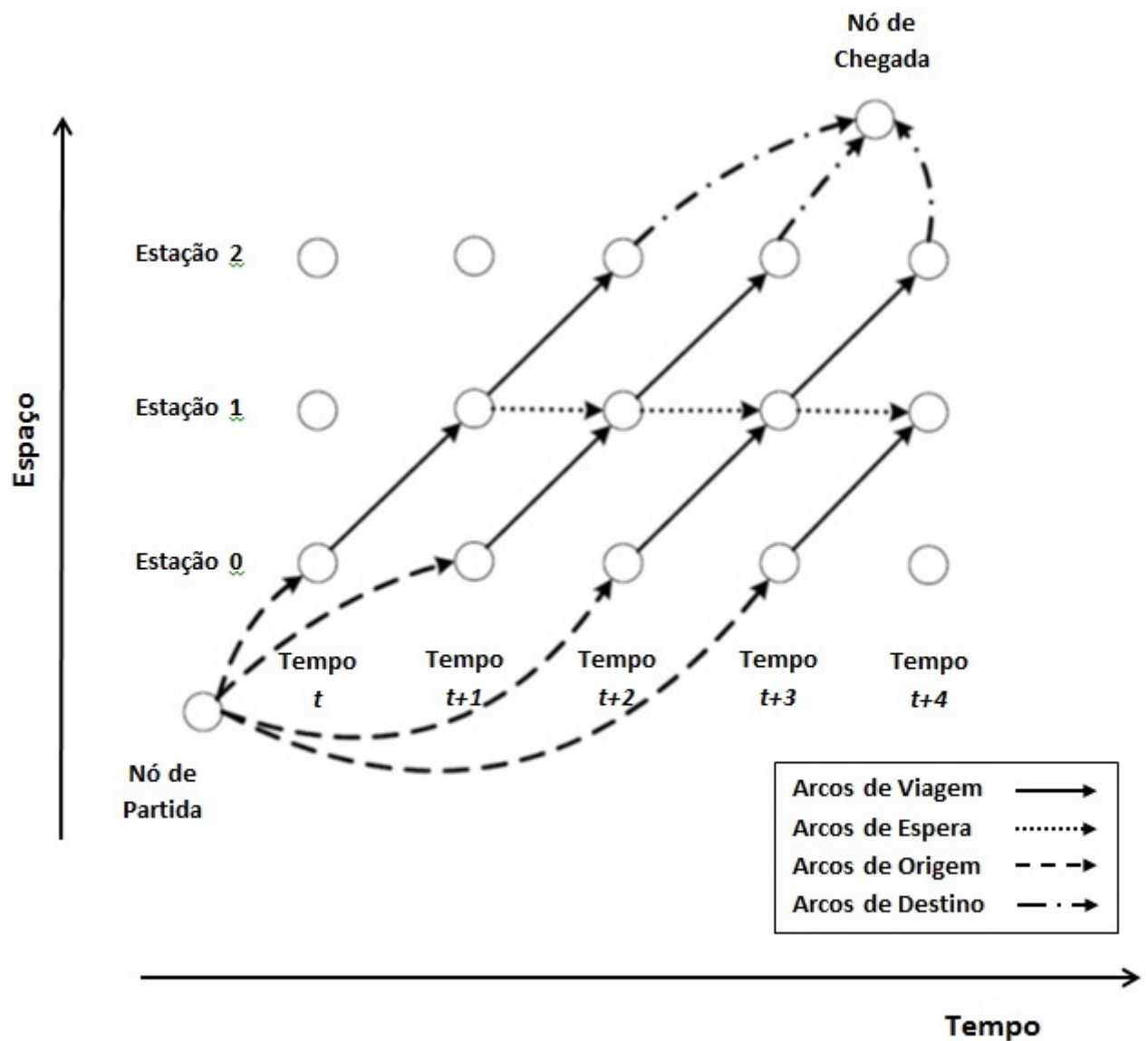


Figura 4.2: Parte de uma rede tempo-espaco para um trem (adaptado de [2])

destino possuem um custo correspondente ao tempo de desvio da janela de 4 horas preferencial para a chegada daquele trem no destino, multiplicado pela penalidade para atraso de chegada por hora para o tipo do trem.

No caso de múltiplas vias paralelas, cada via possui uma direção específica preferida. Trens devem se mover nas suas vias preferidas sempre que possível. Neste caso, arcos que saem de nós cuja via não é a preferida para a direção do trem e chegam em nós dessa mesma via ou em nós que não da via preferida (desvios, cruzamentos), terão seus custos acrescidos do tempo de utilização desses arcos que não são preferidos, multiplicado pela penalidade por hora pelo uso desses arcos. Todos os custos dos outros arcos são 0.

4.1.2 Definições

A seguir são apresentados os dados de entrada e definições de variáveis para a formulação do problema de programação inteira (PI). Os conjuntos de entrada e os parâmetros e dados de entrada são denotados na Tabela 4.1 e Tabela 4.2.

Notação	Definição
\mathcal{T}	Conjunto de trens, indexado por t
\mathcal{T}^{out}	Conjunto de trens de saída
\mathcal{T}^{in}	Conjunto de trens de entrada
\mathcal{T}^{mov}	Conjunto de trens em movimento, pode começar em qualquer nó $n \in N$
\mathcal{N}	Conjunto de nós da rede
\mathcal{A}	Conjunto de arcos da rede
S	Conjunto de terminais da ferrovia
Q	Conjunto de instantes de tempo

Tabela 4.1: Conjuntos de entrada: formulação PI

O conjunto S de terminais está numerado de acordo com a ordem que eles aparecem no território, da esquerda para a direita, de cima para baixo. Seja $esq(S)$ o conjunto de pontos finais que ficam no extremo esquerdo das vias e $dir(S)$ o conjunto de pontos finais do lado direito. Cada trem $t \in T$ pode partir de qualquer terminal $s_1 \in esq(S)$ e chegar em qualquer terminal $s_2 \in dir(S)$ ou vice-versa, isso significa que os trens só podem viajar entre pontos finais de S e indo de um extremo a outro.

Notação	Definição
ε	tempo final do horizonte de planejamento
Δ^P	Tempo de separação, 5 minutos nesse caso
Δ^S	Tolerância de desvio de horário, 2 horas nesse caso
Δ^{TPT+}	Tolerância de chegada após o TPT, 3 horas nesse caso
Δ^{TPT-}	Tolerância de chegada antes do TPT, 1 hora nesse caso
o^t	Terminal de origem do trem t
d^t	Terminal de destino do trem t

Tabela 4.2: Dados de entrada e parâmetros: formulação PI

4.1.3 Formulação Matemática

Baseado das definições apresentadas, o problema é formulado como um problema de Programação Inteira (PI) como segue. A formulação PI possui variáveis binárias de decisão $x_{i_k j_l}^t$ representando o fluxo do trem t no arco (i_k, j_l) , cada variável de

fluxo é definida apenas para movimentos viáveis correspondentes a um dos quatro conjunto de arcos descrito anteriormente.

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^t \quad (4.1)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{k \in Q} x_{Ini^t d_k}^t = 1 \quad \forall t \in T \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in IntNodes} x_{ij}^t - \sum_{i \in IntNodes} x_{ji}^t = 0 \quad \forall t \in T, \forall j \in IntNodes \quad (4.3)$$

$$\sum_{t \in T^{out}} \sum_{l \leq k-1} \sum_{m+\Delta^P \geq k} x_{il(i+1)_m}^t + \sum_{t \in T^{in}} \sum_{l \leq k-1} \sum_{m+\Delta^P \geq k} x_{(i+1)_i m}^t \leq 1, \quad \forall i \in S, \forall k \in Q \quad (4.4)$$

$$M x_{i_k j_l}^t + \sum_{t \in T} \sum_{p < l+c^t} \sum_{q > k} x_{i_p j_q}^t \leq M \quad \forall t \in T, \forall (i_k j_l) \in Earcos \quad (4.5)$$

$$x_{ij}^t \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall t \in T \quad (4.6)$$

A função objetivo 4.1 minimiza o atraso dos trens, maximiza a aderência aos horários, minimiza o desvio do tempo esperado pelo terminal e minimiza o uso de vias que não são as preferidas. A restrição 4.2 garante que para cada trem t haja um fluxo de saída unitário do nó de partida para um dos nós que é a cópia do terminal de origem em um tempo dentro da janela possível de partida. Restrição 4.3 garante a conservação de fluxo para os nós em $IntNodes$, tudo que entra nesses nós deve ser igual ao que sai. Restrição 4.4 garante que em qualquer intervalo de tempo, o número de trens esperando em um desvio não será maior do que um. Restrição 4.5 garante que em qualquer intervalo de tempo não haja mais do que um trem viajando em um mesmo arco. Isto é conseguido assegurando que, no máximo, um dos arcos passando através do mesmo intervalo de tempo em uma determinada seção possua um fluxo unitário. E a restrição 4.6 garante que um trem não entrará em uma seção enquanto outro trem não desocupar totalmente essa seção.

A grande vantagem dessa abordagem é que a maioria das restrições práticas são tratadas na construção da rede. No caso da restrição do uso de desvio, que obriga que a solução não apresente nenhuma espera em um desvio quando não há nenhum evento de encontro e passagem acontecendo, nós resolvemos essa restrição com um pós-processamento, ou seja, se um trem tomar um desvio sem necessidade de cruzar ou ultrapassar outro trem, nós simplesmente reconfiguramos a solução para que o trem passe pela via principal correspondente e acrescentamos o custo na função objetivo. De forma similar, a restrição que obriga que se um trem pesado está passando por um evento de encontro e passagem com um segundo trem que não possui aderência de horário, o trem pesado deve esperar na pista principal, também

é resolvido com pós-processamento, nesse caso, se a restrição for violada, a solução é reconfigurada trocando os caminhos entre os dois trens e corrigindo o valor da função objetivo.

4.2 Formulação Inteira Mista

Em [50] é apresentado uma formulação de programação inteira mista para o problema que integra o conceito de segmentos apresentado em [52] e a representação por meio de um modelo de fluxo em rede abordado em [53]. O conceito de segmentos evita a criação de variáveis em excesso para arcos que não são utilizados, já a representação por meio de rede permite que as regras de desvio sejam implementadas explicitamente. Aqui nós apresentamos essa formulação e suas características.

Nessa formulação um segmento é definido como uma coleção de vias entre dois nós adjacentes. Os segmentos cobrem o território de forma que um trem deve passar através de cada segmento entre sua origem e seu destino e viajar em uma via específica em cada segmento. A malha ferroviária foi dividida em 53 segmentos e alguns arcos falsos foram adicionados para facilitar a segmentação. A Figura 4.3 mostra um exemplo de como a ferrovia é segmentada. A Tabela C.1 no Apêndice C apresenta a lista completa dos 53 segmentos e os arcos que cada segmento contém.

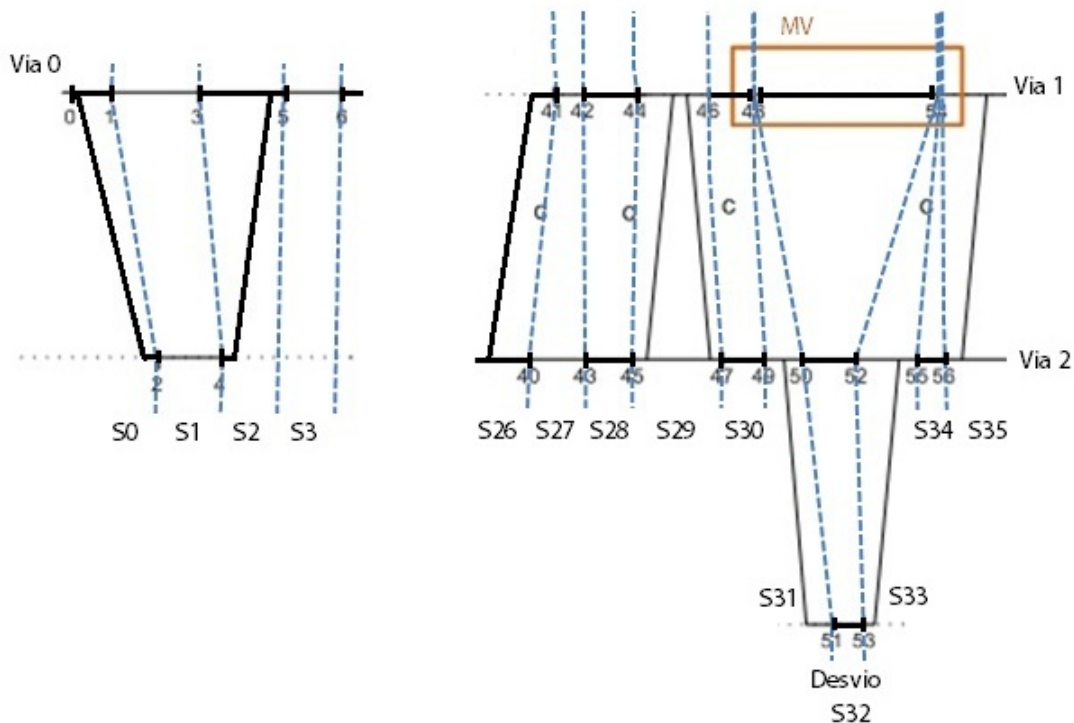


Figura 4.3: Exemplo de como o território é segmentado

4.2.1 Definições

As Tabelas 4.3 e 4.4 apresentadas a seguir denotam os conjuntos de entrada, dados e parâmetros. As variáveis de decisão utilizadas no são apresentadas na Tabela 4.5.

Notação	Definição
\mathcal{T}	conjunto de trens
\mathcal{T}^{out}	conjunto de trens de saída
\mathcal{T}^{in}	conjunto de trens de entrada
\mathcal{T}^K	conjunto de trens com aderência de horários
\mathcal{T}^H	conjunto de trens pesados
\mathcal{T}^I	conjunto de trens transportando Material Perigoso
\mathcal{G}	conjunto de segmentos indexados por i , $ \mathcal{G} = n$, i aumenta da esquerda para a direita
\mathcal{G}^D	conjunto de segmentos que contém desvios
\mathcal{B}_t	conjunto de segmentos ocupados pelo trem t
\mathcal{C}_i	conjunto de trens que ocupam o segmento i
\mathcal{L}_i	conjunto de vias do segmento i
\mathcal{V}_t	conjunto de nós em que o trem t pode passar, excluindo origem e destino
$\mathcal{E}(v)$	conjunto dos arcos de entrada do nó v da esquerda para a direita
$\mathcal{W}(v)$	conjunto dos arcos de saída do nó v da esquerda para a direita
\mathcal{O}_t	conjunto dos arcos conectados ao nó de origem do trem t que podem ser ocupados
\mathcal{D}_t	conjunto dos arcos conectados ao nó de destino do trem t que podem ser ocupados
\mathcal{F}_t	conjunto de arcos que são desvios e tem comprimento menor que o trem t
\mathcal{X}_t	conjunto de segmentos de entrada em MV's para o trem t
\mathcal{Y}_t	conjunto de segmentos de saída de MV's para o trem t
\mathcal{N}_t	conjunto de segmentos onde o nó de saída para o trem t possui horário programado
$\mathcal{U}_{t,i}$	conjunto de trechos não-preferenciais no segmento i para o trem t

Tabela 4.3: Conjuntos de entrada: formulação PIM

Notação	Definição
ϵ	tempo final do horizonte de planejamento
Δ^P	tempo de separação entre trens, 5 minutos nesse caso
Δ^S	tolerância de desvio do horário programado, 2 horas nesse caso
Δ^{TPT+}	tolerância de chegada após o TPT, 3 horas nesse caso
Δ^{TPT-}	tolerância de chegada antes do TPT, 1 hora nesse caso
o_t	índice do segmento de origem do trem t
d_t	índice do segmento de destino do trem t
b_t	tempo de entrada na origem para o trem t
$r_{t,i,j}$	Tempo de deslocamento do trem t no trecho j do segmento i
s_i	índice do trecho de desvio no segmento i
m_i	índice do trecho principal no segmento i
w_i	índice do trecho no segmento i que tem uma janela de manutenção
$\zeta_{j,j',i}$	igual a 1 se os trechos j e j' são conflitantes ou se $j = j'$ no segmento i , 0 caso contrário
$HP_{t,i}$	horário programado para o trem t no nó de saída do segmento i
TPT_t	tempo de preferência do terminal para o trem t
MV_i^{ini}	tempo inicial da manutenção de via para o segmento i
MV_i^{fim}	tempo final da manutenção para o segmento i
c_t^D	custo de atraso por unidade de tempo para o trem t
c^S	custo de desvio do horário de aderência por unidade de tempo
c^{TPT}	custo de desvio da janela do TPT por unidade de tempo
c^U	custo de utilização de trilho não-preferencial por unidade de tempo
M	número suficientemente grande

Tabela 4.4: Dados de entrada e parâmetros: formulação PIM

Notação	Definição
$x_{t,i}^{entry}$	tempo de entrada do trem t no segmento i
$x_{t,i}^{exit}$	tempo de saída do trem t do segmento i
x_t^{init}	tempo em que o trem t começa a se movimentar
$q_{t,i,j}$	igual a 1 se o trem t utiliza a via j no segmento i , 0 caso contrário
$\gamma_{t,t',i}$	igual a 1 se o trem t é agendado antes do trem t' no segmento i , 0 caso contrário
$\lambda_{t,t',i}$	igual a 1 se o trem t é agendado depois do trem t' no segmento i , 0 caso contrário
$u_{t,t',d}$	igual a 1 se $\lambda_{t,t',r_d-1} - \lambda_{t,t',r_d+1} = 1$, 0 caso contrário
$u'_{t,t',d}$	igual a 1 se $\lambda_{t,t',r_d-1} - \lambda_{t,t',r_d+1} = -1$, 0 caso contrário
$y_{t,t',d}$	igual a 1 se os trens t e t' se encontram no desvio d , 0 caso contrário
z_t^W	atraso do trem t no terminal
z_t^D	atraso do trem t no segmento i
$z_{t,i}^S$	desvio acima de 2 horas do horário agendado para o trem t no nó i
z_t^{TPT+}	desvio para mais fora da janela de 4 horas para o trem t
z_t^{TPT-}	desvio para menos fora da janela de 4 horas para o trem t
z_t^U	tempo de uso de trilho não-preferencial pelo trem t no segmento i
$a_{t,i}$	igual a 1 se o trem t deixou o segmento i antes do tempo final
$\beta_{t,i}$	igual a 1 se $x_{t,i}^{entry} \geq MV_i^{fim}$, 0 caso contrário
$\xi_{t,i}$	Igual $x_{t,i}^{exit}$ se $\alpha_{t,i} = 0$, ϵ caso contrário

Tabela 4.5: Variáveis de decisão: formulação PIM

4.2.2 Formulação Matemática

A formulação do problema é dada como segue:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{t \in \mathcal{T}} c_t^D (z_t^W + \sum_{i \in \mathcal{B}^t} z_{t,i}^D) + \sum_{t \in \mathcal{T}^K} \sum_{i \in \mathcal{N}_t} c^S z_{t,i}^S + \sum_{t \in \mathcal{T}} c^{TPT} (z_t^{TPT+} + z_t^{TPT-}) + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{i \in \mathcal{B}^t} c^U z_{t,i}^U \quad (4.7)$$

Sujeito a

Restrições de movimentação do trem:

$$x_{t,i}^{exit} = x_{t,i+1}^{entry}, \quad \forall t \in \mathcal{T}^{out}, \forall i \in \mathcal{B}_t : i \neq n \quad (4.8)$$

$$x_{t,i}^{exit} = x_{t,i-1}^{entry}, \quad \forall t \in \mathcal{T}^{in}, \forall i \in \mathcal{B}_t : i \neq 1 \quad (4.9)$$

$$x_{t,o_t}^{entry} \geq b_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.10)$$

$$x_{t,i}^{exit} \geq x_{t,i}^{entry} + \sum_{j \in \mathcal{L}_i} r_{t,i,j} q_{t,i,j}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{B}_t \quad (4.11)$$

Restrições de tráfego de rede:

$$\sum_{j \in \mathcal{O}_t} q_{t,o_t,j} = 1, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.12)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{D}_t} q_{t,d_t,j} = 1, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.13)$$

$$\sum_{(j,i) \in \mathcal{E}(v)} q_{t,i,j} = \sum_{(j',i') \in \mathcal{W}(v)} q_{t,i',j'}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall v \in \mathcal{V}_t \quad (4.14)$$

Restrições de não-concorrência e avanço:

$$q_{t,i,j} + q_{t',i',j} - 1 \leq \lambda_{t,t',i} + \gamma_{t,t',i}, \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i \in \mathcal{G}, \forall j, j' \in \mathcal{L}_i : t \neq t', \zeta_{j,j',i} = 1 \quad (4.15)$$

$$x_{t',i}^{entry} - x_{t,i}^{exit} \geq \Delta^P - M(1 - \gamma_{t,t',i}), \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i \in \mathcal{G}, \forall j, j' \in \mathcal{L}_i : t \neq t', \zeta_{j,j',i} = 1 \quad (4.16)$$

$$x_{t,i}^{entry} - x_{t',i}^{exit} \geq \Delta^P - M(1 - \lambda_{t,t',i}), \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i \in \mathcal{G}, \forall j, j' \in \mathcal{L}_i : t \neq t', \zeta_{j,j',i} = 1 \quad (4.17)$$

$$\lambda_{t,t',i} + \gamma_{t,t',i} \leq 1, \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i \in \mathcal{G} : t \neq t' \quad (4.18)$$

Restrições de ocupação de desvio:

$$\lambda_{t,t',i-1} - \lambda_{t,t',i+1} = u_{t,t',i} - u'_{t,t',i}, \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i \in \mathcal{G}^D : t \neq t' \quad (4.19)$$

$$u_{t,t',i} + u'_{t,t',i} \leq 1, \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i \in \mathcal{G}^D : t \neq t' \quad (4.20)$$

$$y_{t,t',i} \geq u_{t,t',i} + u'_{t,t',i} + q_{t',i,m_i} - 1, \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i \in \mathcal{G}^D : t \neq t' \quad (4.21)$$

$$2y_{t,t',i} \leq u_{t,t',i} + u'_{t,t',i} + q_{t',i,m_i}, \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i \in \mathcal{G}^D : t \neq t' \quad (4.22)$$

$$q_{t,i,s_i} \leq \sum_{\substack{t' \in \mathcal{C}_i, \\ t' \neq t}} y_{t,t',i}, \quad \forall t \in \mathcal{C}_i, \forall i \in \mathcal{G}^D \quad (4.23)$$

Restrições de trens especiais:

$$q_{t,i,s_i} = 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{F}_t \quad (4.24)$$

$$q_{t,i,s_i} = 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}^I, \forall i \in \mathcal{B}_i \cap \mathcal{G}^D \quad (4.25)$$

$$q_{t,i,s_i} + q_{t',i,m_i} \leq 2 - u_{t,t',i} - u'_{t,t',i}, \quad \forall t \in \mathcal{C}_i \cap \mathcal{T}^H, \forall t' \in \mathcal{C}_i \cap (\mathcal{T} \setminus \mathcal{T}^K), \forall i \in \mathcal{G}^D : t \neq t' \quad (4.26)$$

Restrições de Manutenção de Via:

$$x_{t,i}^{entry} \geq MV_i^{fim} q_{t,i,w_i} - MV_i^{fim} (1 - \beta_{t,i}), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{X}_t \quad (4.27)$$

$$x_{t,i}^{exit} \leq MV_i^{ini} + M(i - q_{t,i,w_i}) - M\beta_{t,i'}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{Y}_t, \forall i' \in \mathcal{X}_t \quad (4.28)$$

Restrições relacionadas à função objetivo:

$$\varepsilon - x_{t,i}^{exit} \leq M\alpha_{t,i}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{B}_t \quad (4.29)$$

$$x_{t,i}^{exit} - \varepsilon \leq M(1 - \alpha_{t,i}), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{B}_t \quad (4.30)$$

$$\xi_{t,i} \geq x_{t,i}^{exit} - M(1 - \alpha_{t,i}), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{B}_t \quad (4.31)$$

$$\xi_{t,i} \geq \varepsilon(1 - \alpha_{t,i}), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{B}_t \quad (4.32)$$

$$z_t^W \geq x_{t,o_t}^{entry} - b_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.33)$$

$$z_{t,i}^D \geq \xi_{t,i} - x_{t,i}^{entry} - r_{t,i,j} q_{t,i,j}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{B}_t \quad (4.34)$$

$$z_{t,i}^S \geq x_{t,i}^{exit} - HP_{t,i} - \Delta^S - M(1 - \alpha_{t,i}), \quad \forall t \in \mathcal{T}^K, \forall i \in \mathcal{N}_t \quad (4.35)$$

$$z_t^{TPT+} \geq x_{t,d_t}^{exit} - TPT_t - \Delta^{TPT+} - M(1 - \alpha_{t,d_t}), \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.36)$$

$$z_t^{TPT-} \geq -(x_{t,d_t}^{exit} - TPT_t + \Delta^{TPT-}) - M(1 - \alpha_{t,d_t}), \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.37)$$

$$z_{t,i}^U \geq \xi_{t,i} - x_{t,i}^{entry} - M(1 - \sum_{j \in \mathcal{U}_{t,i}} q_{t,i,j}), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{B}_t \quad (4.38)$$

Restrições de variáveis:

$$x_{t,i,j}^{entry}, x_{t,i,j}^{exit}, \xi_{t,i,j}, z_{t,i,j}^D, z_{t,i,j}^U \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall (i,j) \in \mathcal{A} \quad (4.39)$$

$$q_{t,i,j} \in 0, 1, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall (i,j) \in \mathcal{A} \quad (4.40)$$

$$\gamma_{t,t',r}, \lambda_{t,t',r} \in 0, 1, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall (i,j) \in \mathcal{A} : t \neq t' \quad (4.41)$$

$$u_{t,t',d}, u'_{t,t',d}, y_{t,t',d} \in 0, 1, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall d \in \mathcal{D} : t \neq t' \quad (4.42)$$

$$z_{t,i}^S \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}^K, \forall i \in \mathcal{N}_t \quad (4.43)$$

$$z_t^{TPT+}, z_t^{TPT-}, z_t^W \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.44)$$

$$\alpha_{t,i,j} \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall (i,j) \in \mathcal{A} \quad (4.45)$$

$$\beta_{t,m} \geq 0, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall m \in \mathcal{M} \quad (4.46)$$

A função objetivo 4.7 minimiza o custo total do atraso dos trens, desvio de horário acima de 2 horas para trens com aderência de horário, desvio além da janela

de 4 horas do Tempo de Preferência do Terminal e uso de trilhos não-preferenciais.

A restrição 4.8 requer que cada trem saia de um segmento no mesmo momento que entra no próximo. Restrição 4.10 garante que nenhum trem entre na ferrovia mais cedo que o horário de entrada pré-especificado. A restrição 4.11 indica que o tempo decorrido quando um trem ocupa uma via em um dado segmento deve ser pelo menos o tempo de deslocamento do trem nessa via. Qualquer tempo além disso é considerado como atraso.

As restrições 4.12 e 4.13 requer que cada trem começa no seu nó de origem e termina em seu nó de destino. Restrição 4.14 garante a conservação do fluxo pela rede.

As variáveis $\lambda_{t,t',i}$ e $\gamma_{t,t',i}$ indicam qual trem ocupa um segmento primeiro. Para evitar colisões, a restrição 4.15 denota que se dois trens estão usando a mesma via ou vias conflitantes no mesmo segmento i , isto é, $q_{t,i,j} = q_{t',i,j} = 1$, então os dois eventos não vão se sobrepor cronologicamente, ou seja, ou $\lambda_{t,t',i}$ ou $\gamma_{t,t',i}$ devem assumir o valor 1. Seguindo essa restrição, a restrição 4.16 se torna ativa se $\lambda_{t,t',i} = 1$ ou a restrição 4.17 se torna ativa caso $\gamma_{t,t',i} = 1$. Restrição 4.16 e 4.17 respeitam a regra operacional de 5 minutos de separação entre trens. A restrição 4.18 garante a relação cronológica entre dois trens quando ocupam o mesmo segmento, isto é, $\lambda_{t,t',i}$ e $\gamma_{t,t',i}$ não podem ser 1 simultaneamente.

O conjunto de restrições de ocupação do desvio força com que um trem não tome um desvio a não ser que ocorra um evento de encontro-e-passagem. As restrições 4.19 e 4.20 implicam que $u_{t,t',i} + u'_{t,t',i} = 1$ se e somente se $|\lambda_{t,t',i-1} + \lambda_{t,t',i+1}| = 1$. Restrições 4.21 e 4.22 denotam que $y_{t,t',i} = 1$ se e somente se as duas condições forem simultaneamente satisfeitas. A restrição 4.23 indica em que situação um trem pode ser despachado para um desvio.

As restrições 4.24 e 4.25 obriga os trens a não ocuparem os desvios mais curtos que seu comprimento os trens com Material Perigoso (MP) a também não passem pelo desvio. Restrição 4.26 implica que se um trem pesado e um trem sem Aderência de Horário (NAH) passarem por um evento de encontro-e-passagem, o trem NAH terá preferência pelo desvio.

As restrições 4.27 e 4.28 garantem que nenhum trem irá utilizar vias durante o a janela de tempo pré-especificada de manutenção.

O conjunto de restrições relacionado à função objetivo foram introduzidas para prevenir que eventos ocorridos fora do horizonte de planejamento sejam considerados na função objetivo. Restrições 4.29 e 4.30 denota que $\alpha_{t,i} = 1$ se o trem t sair do segmento j antes do fim do horizonte de planejamento. As restrições 4.31 e refobj4 implicam que $\xi_{t,i}$ é igual ao mínimo entre $x_{t,i}^{exit}$ e ε . A restrição 4.33 denota o tempo de atraso do trem antes de entrar na ferrovia. A restrição 4.34 denota o atraso do trem em cada um dos segmentos ocupados. A restrição 4.35 denota o desvio do

horário programado para cada trem no nós com aderência de horário. As restrições 4.36 e 4.37 denotam o desvio do além da janela de 4 horas do TPT. E por fim, a restrição 4.38 denota o tempo de uso de via não-preferencial para cada trem em cada segmento ocupado.

4.3 Abordagens de Solução

Nas duas formulações apresentadas o problema é combinatorialmente difícil e resolvê-lo implica substanciais esforços computacionais. Isso exige que o modelo seja reexaminado em busca de possíveis melhorias. Por outro lado, obter a solução ótima podem não justificar o enorme tempo computacional gasto, uma vez que uma solução de alta qualidade geralmente serve para fins práticos. A seguir apresentaremos algumas melhorias na formulação de programação inteira mista com a adição de restrições que não sacrificam a solução ótima e também um algoritmo de decomposição que aborda o problema com uma técnica de “dividir para conquistar”, ambos propostos em [50].

Antes de qualquer melhoria, a primeira modificação é a introdução de $\underline{x}_{t,i}^{exit}$, um limite inferior para $x_{t,j}^{exit}$. Esse valor equivale ao menor tempo possível que um trem t pode deixar o segmento i e é calculado simplesmente somando o tempo de deslocamento da menor via principal em cada segmento a partir do nó de entrada e adicionando o tempo de entrada do trem.

$$\underline{x}_{t,i}^{exit} = b_i + \sum_{k=\min(o_t,i)}^{\max(o_t,i)} \min_{j \in \mathcal{M}_k} (r_t, k, j), \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{B}_i \quad (4.47)$$

onde \mathcal{M}_k é o conjunto de vias principais do segmento k . Em um trecho de via única, esse limite inferior é o tempo que o trem vai deixar o segmento sempre viajar na via principal e sem nenhum delay. Em um contexto de via dupla, onde o trem deve usar cruzamentos pelo menos uma vez, esse limite é estritamente menor que $x_{t,i}$ uma vez que o limite assume que o trem pode “pular” instantaneamente de uma via principal pra outra.

4.3.1 Melhoramento da Formulação

A seguir descrevemos as restrições que buscam fortalecer a formulação sem comprometer a solução ótima.

Igualando variáveis $\lambda_{t,i}$ e $\gamma_{t,i}$ para segmentos adjacentes

Para dois segmentos geograficamente adjacentes onde nenhum evento de encontro-e-passagem pode acontecer, a sequência entre os dois trens nos dois segmentos vão permanecer inalterada. Por exemplo, na ferrovia apresentada na Figura A.1, se um trem A ocupar o arco (5,6) mais cedo do que o trem B, então o trem A também deverá ocupar o arco (6,7) mais cedo. Expressado matematicamente, isto é

$$\lambda_{t,t',i} = \lambda_{t,t',i+1} \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i, i+1 \in \mathcal{G}' \quad (4.48)$$

$$\gamma_{t,t',i} = \gamma_{t,t',i+1} \quad \forall t, t' \in \mathcal{C}_i, \forall i, i+1 \in \mathcal{G}' \quad (4.49)$$

onde \mathcal{G}' é o conjunto de segmentos de via única onde nenhum evento de encontro-e-passagem pode ocorrer. Esses segmentos são 2-10, 12-22, 24-26, 41-49 e 51-52.

Sem atraso em nós intermediários

Apesar de que seja permitido paradas em nós intermediários, não há nenhum incentivo real para fazê-lo. Por exemplo, na Via Principal 0 da Figura A.1, é desnecessário parar no nó 8 para trens de saída. Um lugar mais adequado para esperar pode ser o nó 17 ou 18. Dessa forma, a restrição de inequação 4.11 pode ser revisada para restrição de igualdade para alguns segmentos. A condição para que essa restrição possa ser revisada não depende apenas do território, mas também depende da direção do trem. Para trens de saída, as paradas foram permitidas apenas nos trechos referentes aos segmentos 1, 11, 23, 28, 32, 34, 40 e 50. Já para trens de entrada, é permitido parar apenas em trechos que pertencem aos segmentos 1, 11, 23, 27, 30, 32, 36 e 50. Impedir que os trens parem em alguns nós serve para eliminar cenários duplicados ou ótimos alternativos, melhorando assim o desempenho computacional.

Fixação de variáveis $\beta_{t,i}$ relacionadas a MV

Se na restrição 4.27 o limite inferior de $x_{t,i}^{entry}$ (similarmente calculado como o limite inferior de $x_{t,i}^{exit}$) for maior do que ou igual a MV^{end}_i , então por definição $\beta_{t,i}$ deve assumir o valor 1. Isso permite pré-ativar algumas das restrições 4.27 e desativar algumas restrições 4.28.

Ajuste de *big-M*

Customizar *big-M* para cada restrição pode fortalecer a formulação mais do que se *big-M* for atribuído arbitrariamente. O valor de *big-M* foi configurado com base

no limite inferior de x_t^{exit}, i na maioria das restrições. Nas restrições 4.16 e 4.17, $big-M$ é dado como

$$M = \max(\underline{x}_{t,i}^{exit} - \underline{x}_{t,i}^{entry}, 0) + \Delta^T \quad (4.50)$$

onde Δ^T é uma tolerância de 5 horas. Nas restrições 4.28, 4.30, 4.31, 4.35 e 4.36, o valor de $big-M$ é configurado como

$$M = \underline{x}_{t,i}^{exit} + \Delta^T \quad (4.51)$$

Nas restrições 4.29 e 4.38, $big-M$ assume o valor do horizonte de planejamento ε . E, por fim, o $big-M$ da restrição 4.37 recebe o valor de TPT_t .

4.3.2 Algoritmo de Incrementação

Ao tentar resolver o modelo proposto acima até a otimalidade, observou-se que o resolvidor possui uma grande dificuldade para encontrar uma única solução viável para o problema, podendo ficar rodando por horas sem ao menos encontrar uma solução que atenda todas as restrições. Com base nessa observação, propomos aqui um algoritmo de incrementação onde a idéia é, como o nome sugere, adicionar os trens de forma incremental e resolver os subproblemas até a otimalidade, fixar a solução encontrada e adicionar o próximo trem. Isso permite que o resolvidor comece cada subproblema sempre com uma solução viável que melhora consideravelmente o tempo para encontrar uma solução viável e, conseqüentemente, convergir para uma solução ótima ou próxima a ela. Uma ordenação inicial dos trens pelo tempo de entrada, permite encontrar uma melhor solução viável. Apresentamos a seguir o algoritmo proposto:

Algoritmo 1: Incrementação

início

 Define *tempoLimite*

 Ordena os trens pelo seu tempo de entrada, indexado por t .

para todo $trem\ t \in T$ **faça**

 Adiciona o trem t ao subproblema

 Resolve o subproblema até a otimalidade

 Fixar todas as variáveis para o trem t .

fim para todo

 Desafixar variáveis e resolver o problema até a otimalidade ou até atingir o *tempoLimite* **retorna** trens sequenciados

fim

4.3.3 Algoritmo de Decomposição

Motivado pelo fato de que trens cronologicamente distantes são relativamente independentes e o impacto entre eles é insignificante, é proposto por [50] um algoritmo de decomposição baseado no horizonte de planejamento. Primeiramente, os trens são ordenados pelo tempo de entrada. Então, em cada iteração i , otimiza-se um subproblema contendo apenas os trens cujo tempo de entrada é menor do que um limiar δ_i . Após a obtenção da solução ótima do subproblema, para os trens que chegam em seu destino antes do tempo δ_i , todas as variáveis (qual trecho tomar, tempo de entrada e saída em cada segmento, etc) são fixadas no seu valor ótimo, incluindo as variáveis de sequencia com outros trens. Para os trens que não conseguiram chegar antes do tempo δ_i , fixa-se apenas as variáveis correspondentes a eventos que ocorrem antes de um tempo $\delta_i - \delta^r$, com δ^r sendo um tempo de reversão. Dessa forma, os trens são despachados dinamicamente em cada iteração até que todos os trens sejam programados. Apresentamos a seguir o algoritmo proposto:

Algoritmo 2: Decomposição

```
início
  Ordena os trens pelo seu tempo de entrada, indexado por  $t$ .
  Define o número de iterações  $m$ , indexado por  $i$ , e o limiar  $\delta_i$ .
  Define  $\delta_m = \varepsilon$ .
  Define  $i = 1$ .
  enquanto  $i \leq m$  faça
    Resolve o subproblema que despacha os trens com  $b_t < \delta_i$ .
    se  $i = m$  então
      | Pára
    fim se
    para todo trem sequenciado faça
      | se  $x_{t,d_t}^{exit} \leq \delta_i$  então
        | Fixar todas as variáveis para o trem  $t$ .
      | fim se
      | senão
        | Fixar todas as variáveis para eventos com  $x_{t,i}^{exit} < \delta_i - \delta^r$ 
      | fim se
    fim para todo
     $i = i + 1$ 
  fim enquanto
  retorna trens sequenciados
fim
```

No próximo capítulo, apresentaremos detalhes da implementação das formulações e algoritmos apresentados acima, bem como os resultados computacionais obtidos para solução do PST.

Capítulo 5

Resultados e Discursões

Esse capítulo apresenta os resultados computacionais obtidos pela implementação das formulações e algoritmos apresentados no Capítulo 4 para solução do problema de sequenciamento de trens definido no Capítulo 3.

A implementação foi feita utilizando a linguagem de programação Java (veja, por exemplo, [54]) invocando o resolvidor comercial ILOG CPLEX V12.4, um resolvidor de programação matemática de alto desempenho para programação linear, programação mista e programação quadrática [55]. Todos os parâmetros do resolvidor foram mantidos com sua configuração padrão, exceto para o tempo máximo de processamento que foi fixado em 1 hora.

Como problema para validação da eficiência das formulações e algoritmos, foram utilizados as três instâncias fornecidas pela competição. Essas instâncias tem tamanho e complexidade crescentes, sendo que a primeira possui 12 trens a serem sequenciados, a segunda possui 18 trens com possibilidade de trens que já estão em movimento na ferrovia

Os resultados apresentados na Tabela 5.1 foram executados em um computador com um processador Intel Core i7, com um clock de 2.2GHz e 8Gb de memória RAM disponível. O sistema operacional utilizado foi o Windows Seven Professional de 64 bits.

Entrada	Decomposição			Incrementação			PIM			PI		
	Obj.	Tempo(s)	Gap(%)	Obj.	Tempo(s)	Gap(%)	Obj.	Tempo(s)	Gap(%)	Obj.	Tempo(s)	Gap(%)
1	873.33	16.62	0.0	799.94	1204.32	0.0	11391.36	3600	98.53	2981.24	1896.33	0.0
2	4499.68	66.24	86.09	5464.46	3600	86.09	-	-	-	-	-	-
3	7138.30	640.61	74.09	9918.02	3600	74.09	-	-	-	-	-	- ¹

Tabela 5.1: Resultados: computador pessoal

Na tentativa de encontrar a solução ótima ou uma solução que se aproxima mais da otimalidade, os mesmos testes foram executados em um computador de alto desempenho com um processador Intel(R) Xeon(R), clock de 3.07GHz e 48Gb de

¹: “-” Nenhuma solução viável encontrada dentro de 1 hora.

memória RAM disponível. Os resultados decorrentes desses testes são reportados na Tabela 5.2.

Entrada	Decomposição		Incrementação			PIM			PI		
	Obj.	Tempo (s)	Obj.	Tempo (s)	Gap(%)	Obj.	Tempo (s)	Gap(%)	Obj.	Tempo (s)	Gap(%)
1	873.33	10.04	799.94	808.686	0.0	1173.76	3600	80.41	2981.24	1014.26	0.0
2	4499.68	47.83	4042.93	3600	84.18	-	-	-	7172.91	3600	35.72
3	7138.30	443.90	8805.90	3600	70.60	-	-	-	-	-	-

Tabela 5.2: Resultados: computador de alto desempenho

Para os testes computacionais das diferentes abordagens de solução, as Tabelas 5.1 e 5.2 reportam o custo da função objetivo (“Obj.”) em valor monetário, o tempo de CPU (“Tempo”) em segundos e a folga (“Gap”) entre as soluções do modelo primal e dual, ou seja, o quão próximo a solução pode está do valor ótimo. As colunas “PI” e “PIM” relatam os resultados dos testes para a formulação inteira e a formulação inteira mista, respectivamente. A coluna “Incrementação” reporta os resultados dos testes ao implementar a formulação inteira mista utilizando o Algoritmo de Incrementação proposto no Capítulo 4. E, por fim, a coluna “Decomposição” relata os resultados para o Algoritmo de Decomposição apresentado anteriormente. Foram feitos vários testes para encontrar um tamanho de passo para incremento do limiar δ^i e um tempo de reversão δ^r satisfatório e reportados os resultados com o melhor desempenho computacional. Para a Entrada 1 foi utilizado um tamanho de passo de 4 horas e para a Entrada 2 e Entrada 3 utilizou-se um passo de 1 hora. O tempo de reversão foi de 2 horas para a Entrada 1 e de meia hora para a Entrada 2 e Entrada 3. A escolha dos parâmetros pode configurar uma desvantagem no Algoritmo de Decomposição, pois não é possível saber de antemão o valor a adotar para uma entrada nova, porém, o que se pode fazer é uma análise dos dados de entrada de forma que o tamanho do passo divida de forma homogênea a quantidade de trens para os subproblemas.

A Tabela 5.3 fornece informações para comparação da formulação inteira com a formulação inteira mista em termos de números de variáveis e restrições. Percebemos que mesmo a formulação PIM sendo muito mais complexa que a formulação PI, ainda assim possui um número de variáveis e restrições consideravelmente menor que a formulação PI. Além do mais, das variáveis da formulação PIM, uma certa quantidade são variáveis continua, o que pode facilitar ainda mais ao tentar resolver o problema.

Dados	PIM Melhorado		IP Original	
	Variáveis	Restrições	Variáveis	Restrições
1	12441	30240	53119	53949
2	23259	58280	100087	94183
3	28500	62678	99648	93532

Tabela 5.3: Comparação entre formulações

Os resultados computacionais claramente demonstram a eficácia do Algoritmo de Incrementação proposto aqui quando o objetivo é chegar à otimalidade da solução. Para a Entrada 1, ao implementar o Algoritmo de Incrementação foi possível encontrar a solução ótima em menos de meia hora, enquanto que a formulação PIM implementada sem essa estratégia, executando durante 1 hora em um computador pessoal, encontrou um valor para a função objetivo mais que 13 vezes maior e com uma folga de 98,5%.

Fica evidente também nos resultados a vantagem da formulação PIM sobre a formulação PI. Nos testes executados tanto no computador pessoal quanto no computador de alto desempenho, para a Entrada 1 a solução ótima encontrada na formulação PI é quase 4 vezes maior que a solução ótima da formulação PIM, além desta primeira ter despendido mais tempo que a última. Para a Entrada 2 o valor da função objetivo encontrado em 1 hora de execução é melhor que o valor objetivo encontrado para a formulação PI ao executar pelo mesmo tempo em um computador de alto desempenho. Já para a Entrada 3, a mais difícil, a abordagem PI não foi capaz de nem mesmo fornecer uma solução viável dentro de 1 hora de processamento.

Mesmo com a eficácia da abordagem PIM e do Algoritmo de Incrementação, tentar chegar a uma solução ótima para o problema pode demandar muito tempo, nesse sentido o Algoritmo de Decomposição demonstrou ser capaz de encontrar um valor muito próximo da solução ótima ou da melhor solução encontrada nas outras abordagens. Nos testes executados no computador pessoal, o algoritmo de decomposição encontrou uma solução para o problema da Entrada 1 muito próxima da solução ótima em aproximadamente 16 segundos. Para a Entrada 2, em pouco mais de 1 minuto o Algoritmo de Decomposição foi capaz de encontrar uma solução viável melhor que a encontrada ao buscar a solução ótima pelo Algoritmo de Incrementação. O mesmo acontece para a Entrada 3, a instância mais difícil, o Algoritmo de Decomposição encontra uma solução viável com valor objetivo de \$7138.30 em aproximadamente 440 segundos, enquanto que rodando em um computador de alto desempenho por 1 hora o melhor valor encontrado foi de \$9918.02.

As Figuras 5.1, 5.2 e 5.3 apresentam um diagrama tempo-espaço para o resultado obtido a partir do algoritmo de decomposição. Esses diagramas permitem uma análise gráfica do atraso de cada trem e identificar onde houve cruzamento entre trens através de vias paralelas ou eventos de encontro-e-passagem.

O diagrama de tempo-espaço é um método padrão para apresentação de resultados de sequenciamento de trens, pontos de encontro e atrasos associados. Muitas ferrovias de carga ainda dependem de sequenciamento de trens que são feitos manualmente por despachantes qualificados que utilizam esse tipo de diagrama.

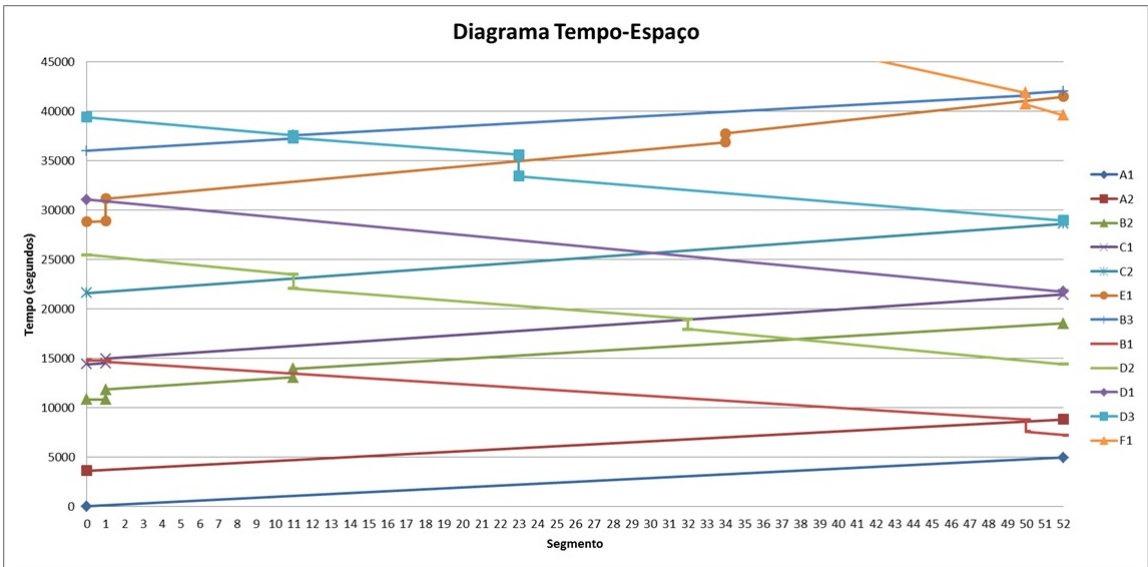


Figura 5.1: Diagrama Tempo-Espaço: Conjunto de Dados 1

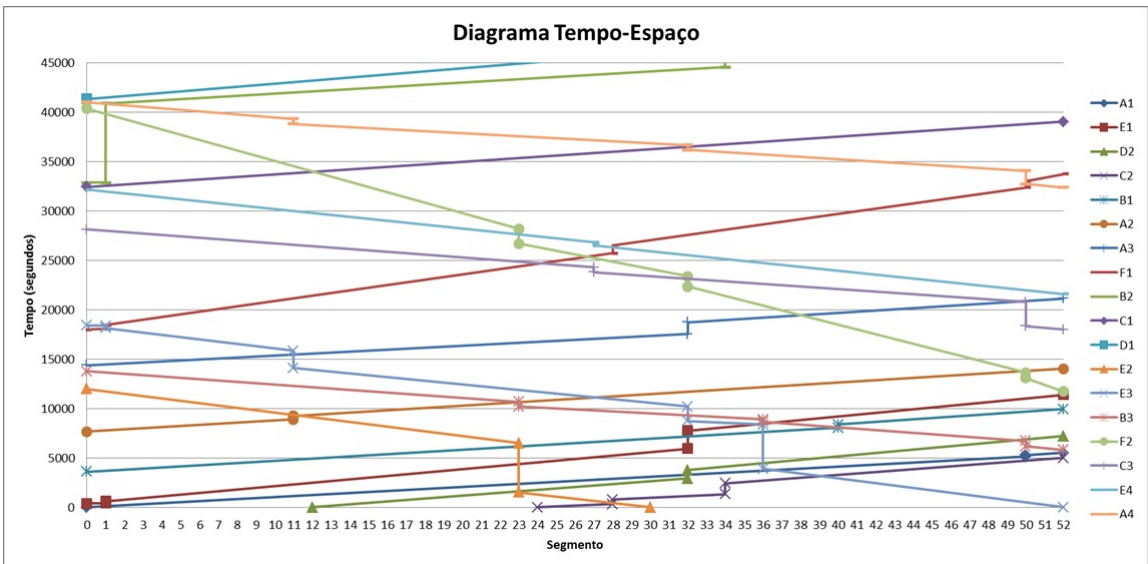


Figura 5.2: Diagrama Tempo-Espaço: Conjunto de Dados 2

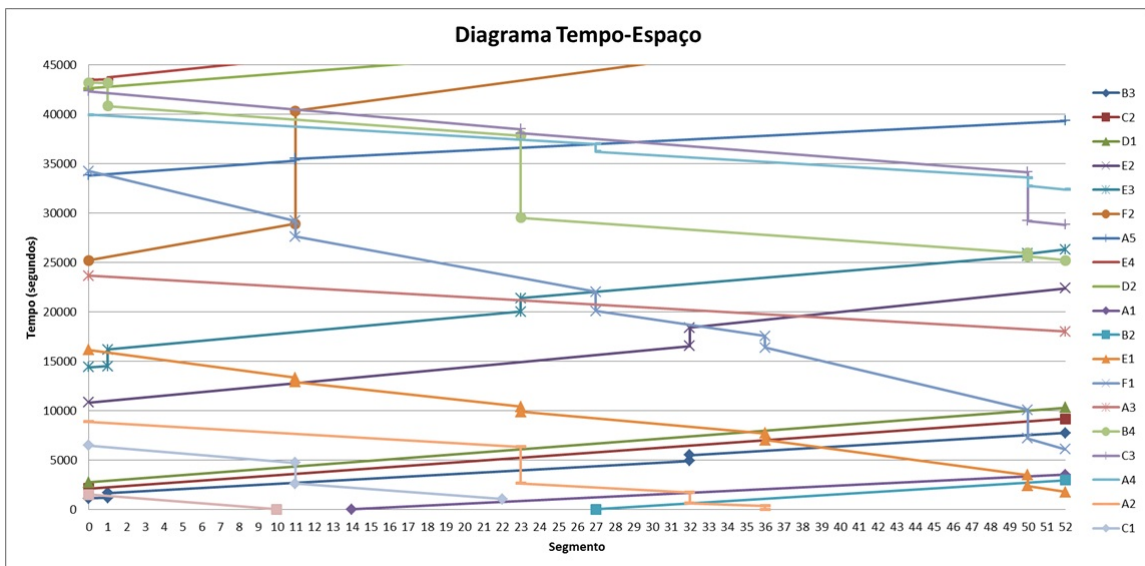


Figura 5.3: Diagrama Tempo-Espaço: Conjunto de Dados 3

Capítulo 6

Conclusão

Nessa dissertação, o Problema de Sequenciamento de Trens foi apresentado como um problema de programação matemática e modelado como um problema de fluxo em redes. Foram estudadas várias abordagens para a resolução do problema e apresentadas duas formulações matemáticas, além de um algoritmo heurístico. Baseado em uma das formulações, o algoritmo incremental proposto se mostrou eficaz na busca de uma solução viável inicial de qualidade para o problema e, conseqüentemente, acelerando a convergência para a solução ótima. Foi possível perceber a vantagem da formulação mista em relação à programação inteira, tanto em número de restrições e variáveis, quanto em tempo de resolução e qualidade da solução. O algoritmo de decomposição apresentado se mostrou capaz de encontrar uma solução muito próxima da solução ótima para o problema, acelerando o processo de resolução em mais de 80 vezes em relação à segunda melhor abordagem. O algoritmo também foi capaz de fornecer uma solução de alta qualidade para entradas maiores respeitando os requisitos operacionais.

6.1 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros há a possibilidade de aplicar o algoritmo de decomposição no modelo de programação inteira, o que poderia melhorar o tempo de solução e permitir uma discretização menor do horizonte de planejamento, o que pode melhorar consideravelmente a qualidade da solução. Outra possibilidade é estudar uma forma de seleção mais sofisticada e inteligente para os parâmetros de tamanho do passo e tempo de reversão do algoritmo de decomposição, visto que esses parâmetros tem um grande impacto no tempo e qualidade da solução.

Apêndice A

Território

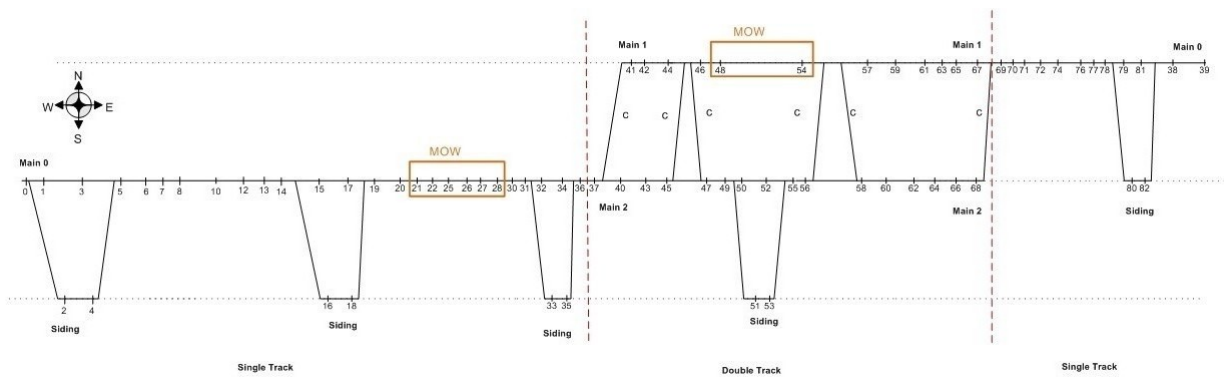


Figura A.1: Território

Apêndice B

Segmentos

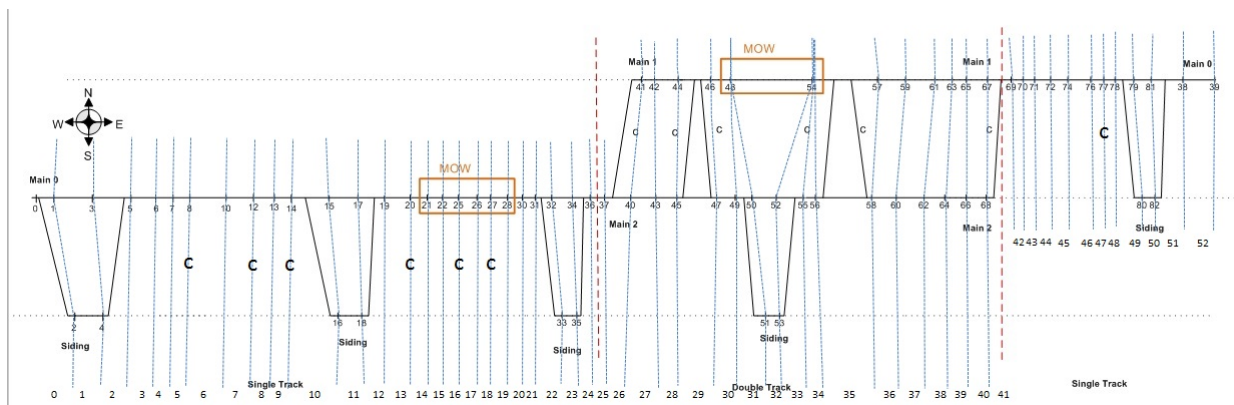


Figura B.1: Divisão do território em segmentos

Apêndice C

Lista de Segmentos

ID do Segmento	Arcos		ID do Segmento	Arcos		
0	(0,1)	(0,2)	27	(41,42)	(40,43)	
1	(1,3)	(2,4)	28	(42,44)	(43,45)	
2	(3,5)	(4,5)	29	(44,46)	(44,47)	(45,47) (45,46)
3	(5,6)		30	(46,48)	(47,49)	
4	(6,7)		31	(49,50)	(49,51)	(48,48)
5	(7,8)		32	(50,52)	(51,53)	(48,54)
6	(8,10)		33	(52,55)	(53,55)	(54,54)
7	(10,12)		34	(55,56)	(54,54)	
8	(12,13)		35	(54,57)	(54,58)	(56,58) (56,57)
9	(13,14)		36	(57,59)	(58,60)	
10	(14,15)	(14,16)	37	(59,61)	(60,62)	
11	(15,17)	(16,18)	38	(61,63)	(62,64)	
12	(17,19)	(18,19)	39	(63,65)	(64,66)	
13	(19,20)		40	(65,67)	(66,68)	
14	(20,21)		41	(67,69)	(68,69)	
15	(21,22)		42	(69,70)		
16	(22,25)		43	(70,71)		
17	(25,26)		44	(71,72)		
18	(26,27)		45	(72,74)		
19	(27,28)		46	(74,76)		
20	(28,30)		47	(76,77)		
21	(30,31)		48	(77,78)		
22	(31,32)	(31,33)	49	(78,79)	(78,80)	
23	(32,34)	(33,35)	50	(79,81)	(80,82)	
24	(34,36)	(35,36)	51	(81,38)	(82,38)	
25	(36,37)		52	(38,39)		
26	(37,40)	(37,41)				

Tabela C.1: Lista de segmentos e arcos correspondentes

Referências Bibliográficas

- [1] INFORMS. “2012 RAS Problem Solving Competition @ONLINE”. jun. 2012. Disponível em: <<http://www.informs.org/Community/RAS/Problem-Solving-Competition/2012-RAS-Problem-Solving-Competition>>.
- [2] ŞAHIN, G., AHUJA, R., CUNHA, C. “Integer programming based solution approaches for the train dispatching problem”, *European Journal of Operational Research*, 2010.
- [3] AHUJA, R., CUNHA, C., SAHIN, G. “Network models in railroad planning and scheduling”, *TutORials in Operations Research*, v. 1, pp. 54–101, 2005.
- [4] ANTT. “Transporte Ferroviário de Cargas @ONLINE”. jun. 2013. Disponível em: <<http://www.antt.gov.br/index.php/content/view/4735.html>>.
- [5] BECKMANN, M., MCGUIRE, C., WINSTEN, C. B. *Studies in the Economics of Transportation*. Relatório técnico, 1956.
- [6] LIU, J. *Solving real-life transportation scheduling problems*. Tese de Doutorado, University of Florida, 2003.
- [7] AHUJA, R. K., JHA, K. C., LIU, J. “Solving real-life railroad blocking problems”, *Interfaces*, v. 37, n. 5, pp. 404–419, 2007.
- [8] SARMENTO, R. A., GARCIA, A. S., BOERES, M. C., et al. “UMA PROPOSTA DE FORMULAÇÃO PARA O PROBLEMA DE BLOCAGEM DE VAGÕES EM FERROVIAS”, .
- [9] NEWTON, H. N. *Network Design Under Budget Constraints With Application To The Railroad Blocking Problem*. Relatório técnico, DTIC Document, 1997.
- [10] BARNHART, C., JIN, H., VANCE, P. H. “Railroad blocking: A network design application”, *Operations Research*, v. 48, n. 4, pp. 603–614, 2000.

- [11] AHUJA, R., LIU, J., SAHIN, G. *Railroads yard location problem*. Relatório técnico, Working paper, Innovative Scheduling Systems, Inc., Gainesville, FL, 2005.
- [12] ASSAD, A. “Models for rail transportation”, *Transportation Research Part A: General*, v. 14, n. 3, pp. 205–220, 1980.
- [13] CRAINIC, T., FERLAND, J., ROUSSEAU, J. “A tactical planning model for rail freight transportation”, *Transportation Science*, v. 18, n. 2, pp. 165–184, 1984.
- [14] CRAINIC, T., ROUSSEAU, J. “Multicommodity, multimode freight transportation: A general modeling and algorithmic framework for the service network design problem”, *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 20, n. 3, pp. 225–242, 1986.
- [15] HAGHANI, A. “Formulation and solution of a combined train routing and makeup, and empty car distribution model”, *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 23, n. 6, pp. 433–452, 1989.
- [16] KEATON, M. “Designing optimal railroad operating plans: Lagrangian relaxation and heuristic approaches”, *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 23, n. 6, pp. 415–431, 1989.
- [17] KEATON, M. “Service-cost tradeoffs for carload freight traffic in the US rail industry”, *Transportation Research Part A: General*, v. 25, n. 6, pp. 363–374, 1991.
- [18] KEATON, M. “Designing railroad operating plans: A dual adjustment method for implementing Lagrangian relaxation”, *Transportation Science*, v. 26, n. 4, pp. 263–279, 1992.
- [19] FRANCIS GORMAN, M. “An application of genetic and tabu searches to the freight railroad operating plan problem”, *Annals of Operations Research*, v. 78, pp. 51–69, 1998.
- [20] CAPRARA, A., FISCHETTI, M., GUIDA, P. L., et al. “Solution of real-world train timetabling problems”. In: *System Sciences, 2001. Proceedings of the 34th Annual Hawaii International Conference on*, pp. 10–pp. IEEE, 2001.
- [21] CAPRARA, A., MONACI, M., TOTH, P., et al. “A Lagrangian heuristic algorithm for a real-world train timetabling problem”, *Discrete Applied Mathematics*, v. 154, n. 5, pp. 738–753, 2006.

- [22] STROTMANN, C. *Railway scheduling problems and their decomposition*. Tese de Doutorado, PhD thesis, Universität Osnabrück, 2007.
- [23] FISCHER, F., HELMBERG, C., JANŠEN, J., et al. “Towards Solving Very Large Scale Train Timetabling Problems by Lagrangian Relaxation”. In: Fischetti, M., Widmayer, P. (Eds.), *ATMOS 2008 - 8th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems*, Dagstuhl, Germany, 2008. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum fuer Informatik, Germany. Disponível em: <<http://drops.dagstuhl.de/opus/volltexte/2008/1585>>.
- [24] CHARNES, A., MILLER, M. H. “A model for the optimal programming of railway freight train movements”, *Management Science*, v. 3, n. 1, pp. 74–92, 1956.
- [25] CORDEAU, J., TOTH, P., VIGO, D. “A survey of optimization models for train routing and scheduling”, *Transportation Science*, v. 32, n. 4, pp. 380–404, 1998.
- [26] FORBES, M., HOLT, J., WATTS, A. “Exact solution of locomotive scheduling problems”, *Journal of the Operational Research Society*, pp. 825–831, 1991.
- [27] WRIGHT, M. “Applying stochastic algorithms to a locomotive scheduling problem”, *Journal of the Operational Research Society*, pp. 187–192, 1989.
- [28] CHIH, K., HORNING, M., ROTHENBERG, M., et al. “Implementation of a real time locomotive distribution system”. 1990.
- [29] NOU, A., DESROSIERS, J., SOUMIS, F. “Weekly locomotive scheduling at Swedish state railways”, *Cahiers du GERAD*, 1997.
- [30] FLORIAN, M., GUÉRIN, G., BUSHELL, G., et al. *The engine scheduling problem in a railway network*. Département d’informatique, Université de Montréal, 1972.
- [31] SMITH, S., SHEFFI, Y. *Locomotive scheduling under uncertain demand*. N. 1251. 1989.
- [32] ZIARATI, K., SOUMIS, F., DESROSIERS, J., et al. “Locomotive assignment with heterogeneous consists at CN North America”, *European journal of operational research*, v. 97, n. 2, pp. 281–292, 1997.

- [33] ZIARATI, K., SOUMIS, F., DESROSIERS, J., et al. “A branch-first, cut-second approach for locomotive assignment”, *Management Science*, pp. 1156–1168, 1999.
- [34] CORDEAU, J., SOUMIS, F., DESROSIERS, J. “A Benders decomposition approach for the locomotive and car assignment problem”, *Transportation Science*, v. 34, n. 2, pp. 133–149, 2000.
- [35] RAMANI, K. “An information system for allocating coach stock on Indian Railways”, *Interfaces*, pp. 44–51, 1981.
- [36] RIVIER, R., TZIEROPOULOS, P. “Interactive graphic models for railway operational planning”, *PRACTICE OF TRANSPORTATION PLANNING*, 1985.
- [37] RIVIER, R., TZIEROPOULOS, P. “Computer-aided planning for railway networks, lines and stations”. In: *Computers in railway management*, pp. 3–16. Springer-Verlag New York, Inc., 1987.
- [38] SAUDER, R., WESTERMAN, W. “Computer aided train dispatching: decision support through optimization”, *Interfaces*, pp. 24–37, 1983.
- [39] MEES, A. “Railway scheduling by network optimization”, *Mathematical and Computer Modelling*, v. 15, n. 1, pp. 33–42, 1991.
- [40] BRÄNNLUND, U., LINDBERG, P., NOU, A., et al. “Railway timetabling using lagrangian relaxation”, *Transportation Science*, v. 32, n. 4, pp. 358–369, 1998.
- [41] OLIVEIRA, E., SMITH, B. “A job-shop scheduling model for the single-track railway scheduling problem”, *RESEARCH REPORT SERIES-UNIVERSITY OF LEEDS SCHOOL OF COMPUTER STUDIES LU SCS RR*, , n. 21, 2000.
- [42] CAPRARA, A., FISCHETTI, M., TOTH, P. “Modeling and solving the train timetabling problem”, *Operations Research*, pp. 851–861, 2002.
- [43] HIGGINS, A., KOZAN, E., FERREIRA, L. “Optimal scheduling of trains on a single line track”, *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 30, n. 2, pp. 147–161, 1996.
- [44] HIGGINS, A., KOZAN, E., FERREIRA, L. “Heuristic techniques for single line train scheduling”, *Journal of Heuristics*, v. 3, n. 1, pp. 43–62, 1997.

- [45] KRAAY, D., HARKER, P. “Real-time scheduling of freight railroads”, *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 29, n. 3, pp. 213–229, 1995.
- [46] CAREY, M. “A model and strategy for train pathing with choice of lines, platforms, and routes”, *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 28, n. 5, pp. 333–353, 1994.
- [47] NAGARAJAN, V., RANADE, A. “Exact train pathing”, *Journal of Scheduling*, v. 11, n. 4, pp. 279–297, 2008.
- [48] CAI, X., GOH, C., MEES, A. “Greedy heuristics for rapid scheduling of trains on a single track”, *IIE transactions*, v. 30, n. 5, pp. 481–493, 1998.
- [49] SAHIN, I. “Railway traffic control and train scheduling based on inter-train conflict management”, *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 33, n. 7, pp. 511–534, 1999.
- [50] YAN, C., YANG, L. *Mixed-integer Programming Based Approaches for the Movement Planner Problem: Model, Heuristics and Decomposition*. Relatório técnico, Department of Industrial Engineering, Tsinghua University, Beijing, China, October 2012. Disponível em: <https://www.informs.org/content/download/263138/2473569/file/RAS2012_Bamboo@Tsinghua.pdf>.
- [51] AHUJA, R. K., MAGNANTI, T. L., ORLIN, J. B. *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice Hall, fev. 1993. ISBN: 9780136175490. Disponível em: <<http://www.amazon.com/exec/obidos/redirect?tag=citeulike07-20&path=ASIN/013617549X>>.
- [52] PERSSON, J. A., OTHERS. “N-Tracked Railway Traffic Re-Scheduling During Disturbances”, *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 41, n. 3, 2007.
- [53] MU, S., DESSOUKY, M. “Scheduling freight trains traveling on complex networks”, *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 45, n. 7, pp. 1103–1123, 2011.
- [54] DEITEL, H. M., DEITEL, P. J. *Java: how to program: with an introduction to Visual J++*. Prentice-Hall, Inc., 1997.
- [55] IBM. “CPLEX Optimizer @ONLINE”. 2013. Disponível em: <<http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer/index.html>>.