

MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE INVESTIMENTOS PARA O ATENDIMENTO  
DA DEMANDA DE LINHAS PRIVATIVAS  
DE COMUNICAÇÃO DE DADOS

CÉLIA GOMES VIEIRA SOSA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS  
DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO  
DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE  
SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

APROVADA POR



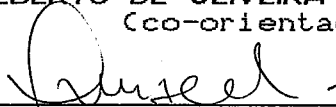
---

NELSON MACULAN FILHO, PH.D  
(Presidente)



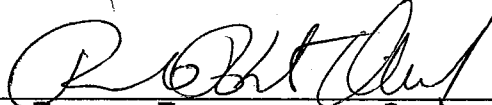
---

ALBERTO DE OLIVEIRA MORENO, M.Sc.  
(co-orientador)



---

LUIZ SATORU OCHI, D.Sc.



---

PAULO ROBERTO DE OLIVEIRA, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 1992

SOSA,CÉLIA GOMES VIEIRA

MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE INVESTIMENTOS PARA O ATENDIMENTO DA DEMANDA DE LINHAS PRIVATIVAS DE COMUNICAÇÃO DE DADOS [RIO DE JANEIRO] 1992.

VII , 80 P. 29.7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc. , ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO, 1992).

TESE - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COPPE.

I - COPPE/UFRJ.

II. TÍTULO (SÉRIE)



## AGRADECIMENTOS

Ao professor Nelson Maculan Filho, pelo apoio e compreensão pelos momentos difíceis que ocorreram durante a elaboração da tese.

Ao engenheiro Túlio Gontijo Rocha , da TELERJ, pela proposição do tema e acompanhamento durante a fase inicial de modelagem .

Ao engenheiro Alberto de Oliveira Moreno, da TELERJ, que acompanhou a fase final de modelagem e implementação e cujo apoio e incentivo foram de valor inestimável a confecção deste trabalho.

Aos engenheiros Sérgio Alex e Celso ,da TELERJ, pelo apoio e contribuições na área técnica.

A todos os colegas e professores da Coppe.

Um agradecimento especial a meu pai que contribuiu enormemente com sua ajuda e incentivo para que esta tese chegasse a seu final e a meu marido pela paciência e apoio.

RESUMO DA TESE APRESENTADA À COPPE/UFRJ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE INVESTIMENTOS PARA O ATENDIMENTO  
DA DEMANDA DE LINHAS PRIVATIVAS  
DE COMUNICAÇÃO DE DADOS

Célia Gomes Vieira Sosa

MAIO, 1992

Orientador: Nelson Maculan Filho

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Estudo de um problema de fluxo de multicomodidade com a formulação de dois modelos matemáticos cujo objetivo é encontrar a solução ótima com relação à implantação de equipamentos sobre uma rede de Telecomunicações para atender uma demanda de Linhas Privativas de Comunicações de Dados à baixa velocidade ( até 9600 bps ).

ABSTRACT OF THESIS PRESENTED TO COPPE/UFRJ AS PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE (M.Sc.).

INVESTMENT OPTIMIZATION MODEL  
TO ATTEND A DEMAND  
OF PRIVATE DATA CIRCUITS

Célia Gomes Vieira Sosa

MAIO, 1992

Thesis Supervisors: Nelson Maculan Filho

Department: Systems Engineering and Computing

Study of a multicommodity flow problem with the formulation of two mathematical models which the objective is to find the optimal solution with regard to equipment implantation over a telecommunication network to attend a demand of private data circuits at a low speed (until 9600 bps).

## INDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	01
CAPÍTULO II - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA .....	06
II.1 - INTRODUÇÃO.....	06
II.2 - DEFINIÇÕES E CONCEITOS BÁSICOS.....	06
II.3 - EQUIPAMENTOS UTILIZADOS.....	09
II.4 - OBJETIVO E CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	13
CAPÍTULO III - PROCESSO DE MODELAGEM .....	18
III.1 - INTRODUÇÃO .....	18
III.2 - FORMULAÇÃO NÓ-ARCO.....	19
III.2.1 - MODELAGEM CLÁSSICA.....	19
III.2.1 - MODELO 1.....	21
III.3 - FORMULAÇÃO ARCO-CAMINHO.....	39
III.3.1 - MODELAGEM CLÁSSICA.....	39
III.3.2 - MODELO 2.....	41
CAPÍTULO IV - MÉTODO DE SOLUÇÃO .....	60
CAPÍTULO V - VALIDAÇÃO DO MODELO 2 PARA UMA REDE EXEMPLO..	61
V.1 - TESTES REALIZADOS .....	61
CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS.....	73
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	75

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

É um fato notório que a informática vem sendo usada de forma cada vez mais intensa e diversificada na sociedade, como forma de aumento da produtividade e melhoria de serviços.

Assim, o atendimento do mercado de Comunicação de Dados, que constitui uma parte substancial das Telecomunicações exerce um papel fundamental no domínio e desenvolvimento da tecnologia de informática. Por sua vez, decorre do crescimento do parque de computadores no país e da necessidade de conexão entre eles um crescimento do mercado de Comunicações de Dados a taxas bem mais elevadas que o mercado de serviços de telefonia gerando, com isto, uma necessidade de se ter suporte para o atendimento desta explosão de demanda.

A motivação para a elaboração deste trabalho surgiu do fato de, atualmente, a demanda de circuitos dedicados de Comunicações de Dados ( LPCD's ) estar altamente reprimida ( Ver definição de Lpcd no Capítulo II.2). Esta situação requer que se faça um planejamento adequado para o atendimento da demanda atual e futura com a máxima eficiência.

Este planejamento pode ser estratégico ou tático. Será considerado aqui o planejamento a curto prazo e com a instalação apenas de equipamentos periféricos, ou seja, sem a realização de obras de infra-estrutura na rede ou instalação de equipamentos rádio. Estes equipamentos periféricos (Ver Capítulo II.3) ampliam a capacidade da rede através da otimização dos recursos instalados.



Este controle de atendimento a demanda normalmente é realizado sem a utilização de nenhum instrumento computacional que auxilie o planejador . A grande variedade de equipamentos envolvidos e os seus altos custos juntamente com a topologia da rede existente geram um grande número de informações que tornam esta tarefa bastante laboriosa e complexa. Portanto , devido ao grande número de combinações possíveis e as limitações humanas não pode haver garantias de que a solução encontrada pelo método tradicional seja a melhor possível.

Assim foi desenvolvido um modelo que se propõe a minimizar os investimentos (em termos de equipamentos) a serem feitos em uma rede interurbana de telefonia, de tal forma que seja atendida a demanda total de LPCD's de baixa velocidade (até 9600 bps).

Na verdade, este problema faz parte de um problema maior que foi subdividido em quatro subproblemas:

- rede interurbana de baixa velocidade - IU/BV
- rede urbana de baixa velocidade - URB/BV
- rede urbana de alta velocidade - URB/AV
- rede interurbana de alta velocidade - IU/AV

Os problemas acima foram colocados em função da demanda de serviços e do seu porte, ou seja o primeiro a ser resolvido será o de atender a demanda de LPCD's de baixa velocidade numa rede interurbana de telefonia , que é suporte deste tipo de circuito.

Esta escolha foi feita na tentativa de se conciliar o benefício (receita a ser gerada) com o custo de desenvolvimento do software ( o de resolução mais simples).

Ou seja, temos que este problema é de grande significado econômico e apresenta uma topologia de rede mais simplificada se comparada com a da rede urbana, por exemplo.

Uma outra classificação dos subproblemas anteriormente mencionados, mas em função da remuneração decorrente, seria:

- IU/AV
- URB/AV
- IU/BV
- URB/BV

O primeiro problema acima envolve os mega-clientes, que são os grandes usuários, no qual os volumes de tráfego demandam redes dedicadas, com velocidades cada vez maiores ( 64 kbps e 2Mbps ). Embora em pequeno número, representam individualmente significativa receita. Sempre que suas necessidades não são atendidas possuem condições para planejar, implantar e operar serviços próprios, formando redes paralelas e desviando, desta maneira, receita das concessionárias.

Contudo, a quantidade destes usuários não é no momento tão numerosa quanto os da rede IU/BV e a sua resolução poderá ficar para uma etapa posterior assim como os demais subproblemas não resolvidos nesta tese.

As razões que levaram a divisão do problema foram as seguintes:

- resolver um único problema monolítico é quase sempre impossível devido às suas dimensões muito grandes medida em termos de número de nós , links e pares de demanda

origem-destino ).

- os diferentes níveis da rede empregam tecnologias diferentes ( ex.: cabos de cobre versus transmissão via rádio, PCM x FDM, fibra ótica) e mais importante do que isso, tem-se diferentes critérios de projeto, filosofia de planejamento e prioridades.

Esta tese , portanto, se propõe a fornecer uma solução otimizada para o caso de uma rede IU/BV (que tem características equivalentes a rede IU do Estado do Rio de Janeiro, sob o ponto de vista do entroncamento existente) com o aproveitamento da planta existente através de equipamentos que ampliem a sua capacidade.

Devido ao rápido crescimento da tecnologia e às rápidas mudanças nas políticas de planejamento, este trabalho não contempla todas as alternativas de equipamentos que poderiam ser consideradas.

Contudo mesmo dentro de certos limites e simplificações adotadas, a elaboração e a aplicação computacional do modelo cumpre bem as suas finalidades, quais sejam:

- redução de investimentos
- automatização
- subsidio para futuras ferramentas
- atendimento de uma maior fatia do mercado de

Comunicações de Dados

Os capítulos que se seguem obedecem a uma metodologia para o desenvolvimento de um sistema que visa obter uma solução otimizada para o atendimento de uma demanda.

No capítulo II é definido de forma clara e precisa o problema a ser resolvido. São fornecidos inicialmente alguns conceitos e definições necessários ao bom entendimento deste trabalho, e a seguir são definidos os equipamentos que serão utilizados, o objetivo e as condições de contorno.

No capítulo III, o problema a ser resolvido é apresentado através de duas formulações matemáticas: formulação nó-arco (modelo 1) e formulação arco-caminho (modelo 2), contendo definição das variáveis, restrições impostas às variáveis e um objetivo representado através de uma função matemática das variáveis.

No capítulo IV, é discutido o método de solução.

No capítulo V é feita a validação do modelo 2 para uma rede exemplo e, finalmente no capítulo VI são feitos alguns comentários.

## CAPÍTULO II

### APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

#### II.1 - INTRODUÇÃO:

Serão vistos inicialmente alguns conceitos relativos a área de Telecomunicações para um bom entendimento do problema em estudo que será apresentado logo a seguir.

#### II.2 - DEFINIÇÕES E CONCEITOS BÁSICOS:

##### 1) Canal e Circuito de voz

É o conjunto de recursos técnicos que permitem a transmissão da informação de um ponto A para um ponto B. Este conceito é o de uma ligação unidirecional.

Na prática, entretanto, na maioria das utilizações, como por exemplo , numa ligação telefônica, deve haver recursos tanto para transmitir informação de A para B como de B para A. Ou seja, deve ser provido tanto um canal de ida quanto um canal de retorno.

O conjunto canal de ida e canal de retorno é denominado de circuito.

##### 2) Comutação Telefônica

É a operação de interligação de todos os interlocutores que desejam se comunicar, chamados assinantes, que estão ligados a uma central telefônica.

##### 3) Central Telefônica

É o centro telefônico onde se encontra o conjunto de

equipamentos essenciais e acessórios à comutação telefônica.

A Central Telefônica pode ser Local, Tandem e Interurbana ou de Trânsito.

Central Telefônica Local é aquela onde convergem as linhas de assinantes.

Central Telefônica Tandem é aquela usada como centro comutador para o tráfego entre outras centrais da mesma área local.

Os circuitos que interligam os assinantes às Centrais Telefônicas Locais chamam-se *Linhas de assinantes*. Aqueles que interligam as Centrais Telefônicas Locais, Tandem e Interurbana chamam-se *Linhas Tronco*.

Central Telefônica Interurbana ou de Trânsito é aquela que interliga Linhas Tronco aos circuitos interurbanos, possuindo também a função de interligar circuitos interurbanos.

Os circuitos interurbanos envolvem cidades diferentes e até países diferentes (ligação interurbana internacional).

#### 4) LPCD'S - Linhas Privativas de Comunicação de Dados

Uma LPCD é um circuito que interliga dois pontos distintos não conectado aos equipamentos de comutação (centrais telefônicas) das estações públicas de telefonia e que é adequado ao uso de transmissão de dados. Constitui uma ligação ponta a ponta e também é denominado de circuito dedicado para dados.

#### 5) Multiplexação

É uma técnica que permite que vários circuitos

telefônicos que são transmitidos entre dois pontos A e B, utilizando um meio de transmissão comum, possam se comunicar sem interferência.

São utilizados diversos tipos de multiplexação, os quais estão divididos em dois grupos, de acordo com a técnica utilizada: técnica digital (multiplexação por divisão no tempo-TDM) e técnica analógica (multiplexação por divisão de frequência -FDM).

#### 6) rota multiplex

Conjunto de canais com constituição e características semelhantes, que possuem a mesma origem e o mesmo destino.

#### 7) Estações rádio rependedoras

Estações intermediárias ao longo das rotas de rádio para regenerar ou retransmitir as ondas de rádio.

#### 8) Estações rádio terminais

Estações onde ocorre a separação do sinal multiplex do sinal de rádio frequência (portadora).

#### 9) Estações multiplex

Estações onde ocorrem a multiplexação e a demultiplexação do sinal. Temos multiplex FDM, que utiliza a técnica de multiplexação por divisão de frequência, e o multiplex PCM, que utiliza a técnica TDM.

#### 10) Banda Básica

No sentido multiplex, é a faixa de frequências necessária para a transmissão do sinal multiplex por um meio de transmissão qualquer.

#### 11) bps

Bits por segundo. É a capacidade de uma linha de

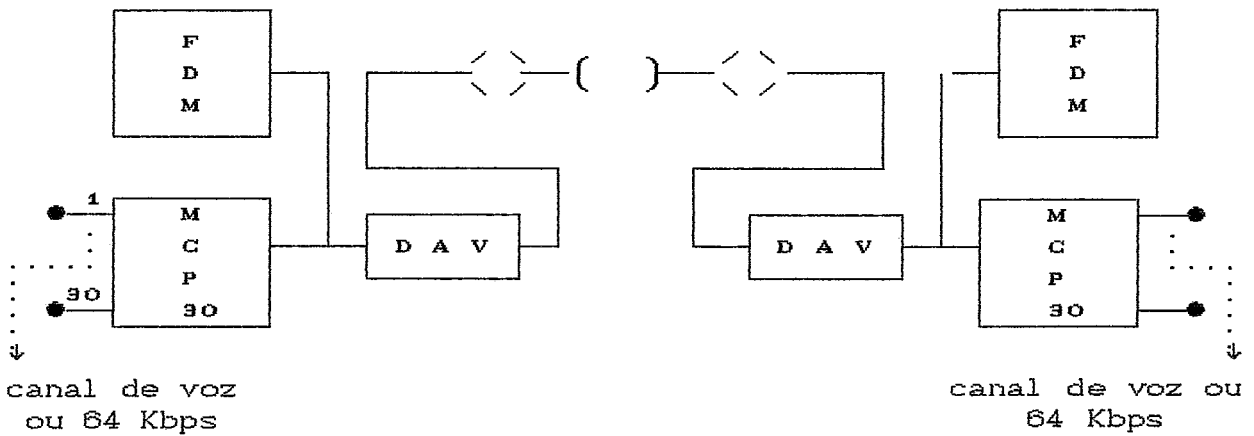
transmissão de dados.

### II.3 - EQUIPAMENTOS DE OTIMIZAÇÃO UTILIZADOS:

- DAV
- MDT-64
- TLD
- MODEM-MUX
- MCP-30
- MULTIPLEX FDM

DAV - O equipamento "Data Above Voice" - Dados acima da voz - permite que um trem de bits PCM de 2048 kbps ( 30 canais de 64 kbps ou de voz ) seja transmitido acima da banda básica analógica, sem passar pelo MUX FDM . Assim esta opção pode atender circuitos de voz ( dedicados ou comutados ) e / ou suportes de dados a alta velocidade ( 64 kbps ) para mux de dados ou lpcd's entre processadores cuja conexão exija a operação a essa velocidade . O DAV somente pode ser utilizado em rotas rádio analógica de alta capacidade. (  $\geq 960$  canais ). A vantagem na utilização deste equipamento está no fato de ele oferecer um ganho de no mínimo 30 circuitos sem afetar a capacidade do sistema multiplex FDM.

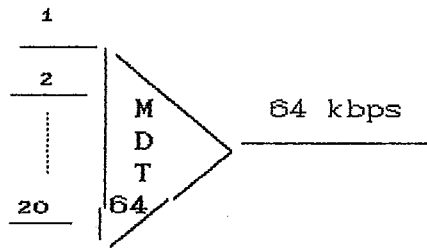




Nota: O símbolo  $\langle \rangle$  identifica rádio analógico

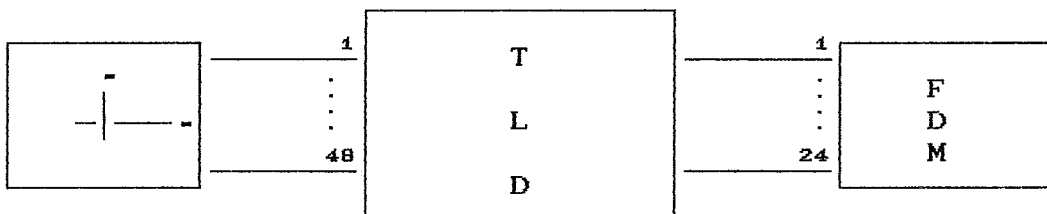
MDT-64 - É um multiplexador digital determinístico por divisão no tempo que permite a concentração de até 20 circuitos de dados agregados em um tronco PCM de 64 kbps. As velocidades dos canais de entrada podem ser: 1200, 2400, 4800, 9600, 19200 e 48000 kbps. Do agregado de 64 kbps, somente a banda de 48kbps é utilizada como suporte dos sinais de dados multiplexados. O restante ( 16 kbps ) é utilizada como suporte para sincronismo, sinalização e sinais de supervisão. Isto limita em até 48 kbps a soma das velocidades dos circuitos a serem multiplexados.

É um equipamento de atendimento a circuitos de dados de baixa velocidade que sejam suportes de dados com alta taxa de utilização ( taxa de utilização = tempo efetivo de envio dos sinais / tempo total de conexão ).



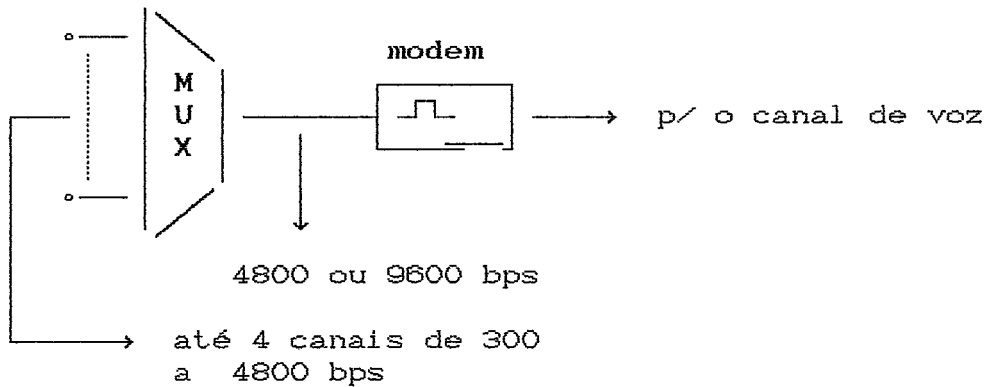
TLD - O Duplicador de Linhas Telefônicas dobra a utilização dos canais que transportam conversações telefônicas, utilizando as ligações convencionais FDM a 4 fios . Esta duplicação do número de conversações simultâneas pode ser obtida em função dos intervalos nos quais não é transmitido nenhum sinal através do canal em uso, já que como estabelecido estatisticamente cada interlocutor utiliza seu canal de transmissão, com sua própria voz , em menos de 40% do tempo , sendo o restante utilizado para ouvir outro assinante, pausas para a respiração , pausas entre palavras e mesmo o tempo para desligamento.

Portanto, o TLD multiplica facilidades de voz de um circuito comutado liberando canais de voz para atender novos circuitos dedicados, inclusive lpcd's.

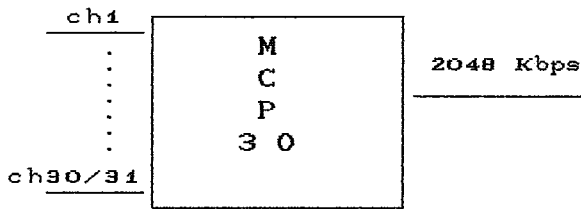


MODEM-MUX - É um equipamento constituído basicamente por dois dispositivos: modem analógico e um multiplexador digital

determinístico por divisão de tempo que permite a concentração de até 4 circuitos de dados, agregados em um tronco de 4800 bps ou 9600 bps, vinculado sobre um circuito de voz. As velocidades dos canais de entrada podem ser de 300 a 4800 bps, sendo que a soma das velocidades dos canais multiplexados não pode ultrapassar o agregado de saída. ( 4800 ou 9600 bps ). Pode ser utilizado em cima de circuito de voz livre ou em cima de circuito de voz ocupado com dados cuja velocidade seja menor do que 9600 bps. No primeiro caso, tem-se 4 circuitos que podem ser usados para dados e no segundo caso, tem-se apenas tres, visto que uma das entradas já foi ocupada.



MCP-30 - é um equipamento que codifica digitalmente 30 entradas analógicas (canal de voz) ou 31 entradas digitais de 64kbps e as multiplexa em um único feixe de 2048 Kbps(2Mbps).



- MULTIPLEX FDM - É um equipamento de multiplexação, no qual diversos canais de voz, todos com a mesma faixa de frequências, são transladados para posições adjacentes e predeterminadas do espectro de frequências de um meio de transmissão único, onde são agrupados e transmitidos, sem que haja interferência mútua. Na recepção o processo é inverso, reconstituindo-se cada canal de voz e o enviando separadamente ao seu destino.

#### II.4 - OBJETIVO E CONDIÇÕES DE CONTORNO

##### - Objetivo:

O objetivo do problema consiste em atender a demanda de LPCD's a um mínimo custo de investimento em termos de equipamentos que podem ser instalados na rede. A rede a ser considerada tem características da rede interurbana do RJ sob o ponto de vista do entroncamento existente.

##### - Condições de Contorno:

- Como estamos considerando a rede interurbana, pode-se afirmar que todo circuito de voz via rádio ou cabo coaxial é de alta qualidade e, portanto pode ser utilizado para transmissão de dados.

- Com relação ao aspecto técnico, não nos interessa saber certas características de transmissão como, por exemplo, se ela é assíncrona ou síncrona, série ou paralelo, duplex ou half-duplex, etc, pois isto é definido pelo modem que o usuário decidir utilizar. Apenas a velocidade será um dado importante a ser considerado, devido às limitações dos equipamentos considerados com relação a este fator.

- As LPCD's aqui consideradas são apenas as de baixa velocidade : 1200 bps, 2400 bps, 4800 bps e 9600 bps.

- Existem dois tipos de meios de transmissão na rede:

- analógica ( rádio analógico e multiplex FDM )

- digital ( rádio digital e multiplex PCM )

A tendência é a digitalização total da rede , mas, no momento convive-se com os dois tipos de tecnologia.

- Assim os equipamentos considerados, segundo cada tipo de tecnologia, são os seguintes:

ANALÓGICO:

1) MULTIPLEX FDM

2) MODEM-MUX

3) DAV

4) TLD

DIGITAL:

1) MULTIPLEX MCP-30

2) MODEM-MUX

3) MDT-64

- A unidade básica de compra de equipamentos FDM é o supergrupo básico (60 canais) e do equipamento PCM é um módulo de 30 canais. Assim sendo, uma das modalidades de atendimento é a compra de circuitos de voz para equipamentos FDM e PCM.

- Será considerado o multiplex MCP-30B, que é um modelo que aceita todas as entradas digitais(para dados), se for necessário.

- Outra modalidade de atendimento é através de equipamentos modem-mux, que podem ser instalados tanto em circuitos livres como em circuitos já ocupados com dados. Neste trabalho será adotado apenas o modem-mux cuja saída é de 9600 bps.

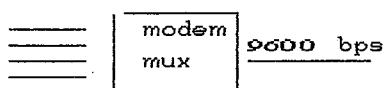
Temos, então:

1) modem-mux em cima de circuito livre:

Antes:

Depois:

circuito livre  
(9600 bps)



neste caso, ganha-se a cada modem-mux instalado 4 circuitos, cujas velocidades podem ser: 1200, 2400 e 4800 bps., de forma que a soma das velocidades destes circuitos seja menor ou igual a 9600 bps.

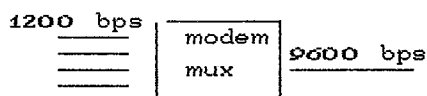
2) modem-mux em cima de circuito ocupado com dados:

Ex. para uma linha ocupada de 1200 bps:

Antes:

Depois:

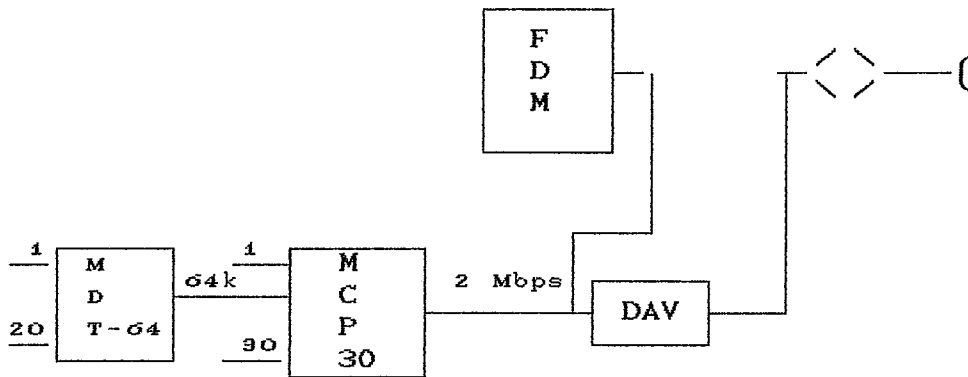
circuito ocupado  
(1200 bps)



neste caso, ganha-se a cada modem-mux instalado 3 circuitos. A soma das velocidades dos circuitos de entrada deve ser menor ou igual a 9600 bps. Assim, não tem sentido colocar modem-mux em cima de um circuito ocupado com dados cuja velocidade é de 9600 bps.

- O DAV é um equipamento que pega um sinal de 2Mbps e

transmite acima da banda básica analógica, sem passar pelo MUX FDM. Ele somente pode ser utilizado em rotas rádio analógicas de alta capacidade ( $\geq 960$  circuitos). É utilizado juntamente com outros tres equipamentos para formar a modalidade de atendimento analógica: MDT-64 com DAV + PCM.



Acima está representado a configuração em uma das pontas da rota. Na outra ponta tem-se a mesma representação.

A cada estação de passagem que existir na rota devem ser instalados dois equipamentos DAV "back to back".

Cada configuração desta completa fornece um ganho de 600 circuitos, pois tem-se em cada entrada do MCP-30 um equipamento MDT-64, que por sua vez possui 20 entradas .

- O TLD é um equipamento que libera canais comutados para serem utilizados como LPCD's . A cada TLD instalado ganha-se 24 circuitos para dados.

- Assim, tem-se as seguintes modalidades de atendimento:

ANALÓGICA:

- 1) circuito de voz(FDM)
- 2) modem-mux em circuito de voz livre

- 3) modem-mux em circuito de voz ocupado
- 4) MDT-64 com DAV + PCM
- 5) TLD

DIGITAL:

- 1) circuito de voz(PCM)
- 2) modem-mux em circuito de voz livre
- 3) modem-mux em circuito de voz ocupado
- 4) MDT-64

- A rota já foi definida anteriormente e neste trabalho ela é classificada em tres tipos:

- rota direta
- rota direta passando por estação de passagem
- rota composta

Definiu-se como estação de passagem aquela estação na qual não ocorre demultiplexação para um certo grupo de circuitos e para estes ela é considerada de passagem.

- Numa rota direta a tecnologia ( analógica ou digital ) é a mesma ao longo de todo o caminho.

- Uma rota composta é ,na verdade, uma composição de rotas e ela surge quando estas rotas utilizam parte de seus circuitos( existentes e os que forem adicionados a ela ) para atender a uma demanda que não corresponde a destas rotas.

Nesta situação pode haver mudança de tecnologia ao longo do percurso, ou seja, como haverá a ligação dos circuitos de uma rota com uma outra a nível de canal de voz a tecnologia existente nestas pode ser diferente.



### CAPÍTULO III

#### PROCESSO DE MODELAGEM

##### INTRODUÇÃO:

Pode-se dizer que o problema a ser modelado pertence a uma classe especial de problemas em rede que são denominados problemas de fluxo multiproduto ou de multicomodidade.

Estes problemas surgem quando vários itens ou comodidades compartilham arcos em uma rede capacitada. Este tipo de rede ocorre, por exemplo, em sistemas de comunicação, sistemas de tráfego urbano, sistemas de produção/distribuição multiproduto, e sistemas logísticos militares.

Os problemas de fluxo em rede multiproduto (PFM) tem sido extensivamente estudados devido ao seu largo campo de aplicações e a sua intrigante estrutura de rede.

Os modelos de fluxo em rede de multicomodidade podem ser divididos em duas classes: modelos lineares e não lineares. Os modelos lineares são resolvidos por aproximações de programação linear.

As restrições de um PFM incluem equações de conservação de fluxo. Estas equações garantem que a demanda para todas as comodidades seja satisfeita e que nenhuma quantidade de uma comodidade seja perdida ou ganha através do fluxo. Outras restrições comuns são as restrições de não negatividade. Além destas, pode haver restrições que restringem o fluxo, por exemplo, as restrições de capacidade do fluxo.

O problema em estudo constitui uma extensão do

problema acima e que é denominado problema de fluxo de custo mínimo multiproduto , cujo fluxo são os circuitos que serão utilizados como lpcd's e a comodidade é considerada como a tripla origem-destino-velocidade, pois este é um fator de caracterização da demanda.

Neste problema, tem-se que em cada rota existe um conjunto de equipamentos que podem ser nela instalados e que cada equipamento é caracterizado por sua tecnologia e um certo número de circuitos que ele pode suportar.

Assim, quando se projeta um sistema, as seguintes decisões tem que ser tomadas:

- 1 - Que rotas deveriam fazer parte do planejamento final.
- 2 - Para cada rota que é parte do planejamento final, qual a combinação de tipos de equipamentos que deveriam ser nela instalados.
- 3- que rotas deveriam ser usadas para cada comodidade.

A modelagem tem por finalidade a automatização dos procedimentos acima.

Serão apresentados , a seguir, dois modelos que são do tipo programação linear mista.

### III.2- FORMULAÇÃO NÓ-ARCO

#### III.2.1 - MODELAGEM CLÁSSICA:

A formulação clássica para um problema linear de fluxo de custo mínimo para uma rede de multicomodidade é a seguinte:

Seja  $G(V,A)$  uma rede direcionada onde  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  é o seu conjunto de nós e  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  é o seu conjunto de arcos. Um arco de  $v_i$  até  $v_j$  também será denotado por  $[i,j], i,j = 1, \dots, n, i \neq j$ .

Suponhamos existir  $k$  comodidades ( produtos ) para serem transportadas . Para cada comodidade  $k$  , onde  $k = 1, 2, \dots, \hat{k}$  temos um par de nós  $\{v_s^k, v_t^k\}$  como sendo o par origem-destino para o fluxo requerido  $d^k$  daquela comodidade.

Seja  $f_{ij}^k$  (ou  $f_i^k$ ) e  $w_{ij}^k$  (ou  $w_i^k$ ) o fluxo e o custo unitário de incremento do fluxo, respectivamente, para a comodidade  $k, k = 1, 2, \dots, \hat{k}$  sobre o arco  $[i,j]$  ou  $(a_i)$  em  $A$ .

Assim, teremos:

$$\text{Minimizar } \sum_{k=1}^{\hat{k}} \sum_{[i,j] \in A} w_{ij}^k \cdot f_{ij}^k \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in J(i)} f_{ij}^k - \sum_{j \in F(i)} f_{ij}^k = \begin{cases} d^k, & \text{se } v_i = v_s^k \\ -d^k, & \text{se } v_i = v_t^k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2)$$

$$\forall k = 1, 2, \dots, \hat{k}$$

$$\forall v_i, i = \overline{1, n}$$

onde,

$$J(i) = \{v_j \in V \mid [i, j] \in A\}, v_i \in V$$

$$F(i) = \{v_j \in V \mid [j, i] \in A\}, v_i \in V$$

$$f_{ij}^k \geq 0, \forall [i, j] \in A, k = 1, 2, \dots, \hat{k} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{\hat{k}} f_{ij}^k \leq q_{ij}, \forall [i, j] \in A \quad (4)$$

onde  $q_{ij}$  (ou  $q_i$ ) é a capacidade de fluxo no arco  $[i, j]$  (ou  $a_i$ ).

Note que as restrições (2) são equações de conservação que implicam que para cada comodidade  $k$ , a diferença entre oferta e demanda no nó origem  $v_s^k$  é  $d^k$ , no nó destino  $v_t^k$  é  $-d^k$ , e em qualquer outro nó é zero.

As restrições (4) impõem uma limitação de capacidade sobre o fluxo total  $f_{ij}$  em cada arco, onde

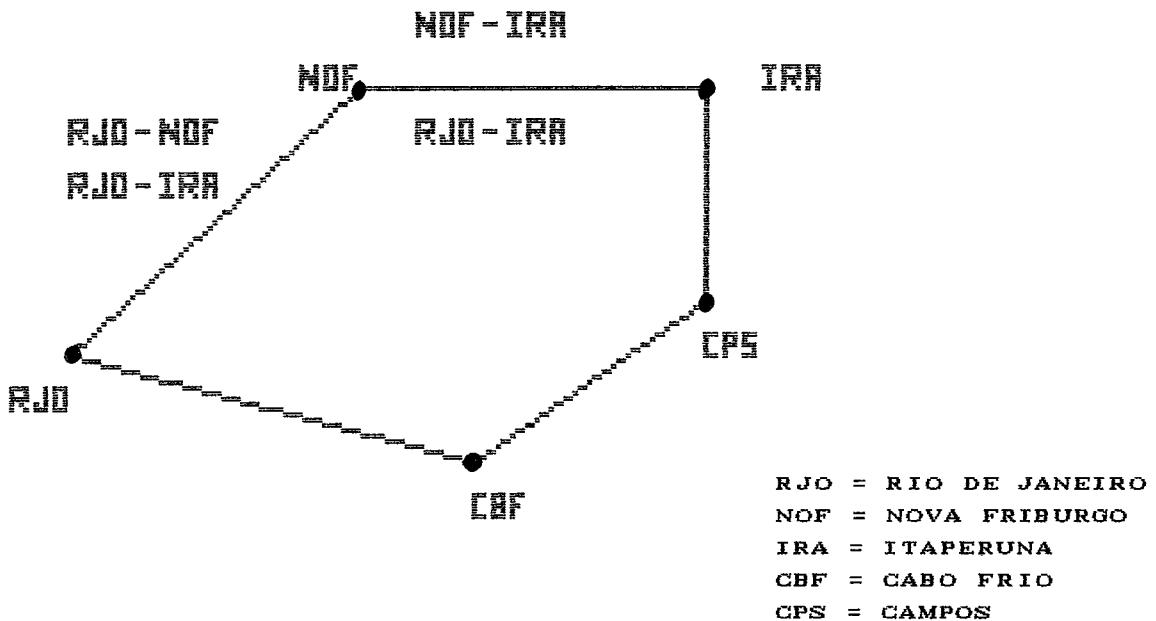
$$f_{ij} = \sum_{k=1}^{\hat{k}} f_{ij}^k$$

O modelo a seguir é, na verdade, uma variação do modelo acima para se adequar aos interesses e as características do problema em estudo.

## III.2.2 - MODELO 1:

## Hipóteses adotadas:

- não é permitida a expansão de canalização ( compra de circuitos de voz ) em rotas diretas que passam por estações de passagem, para simplificação na modelagem, visto que a folga existente em termos de MCP-30 e FDM são comuns tanto à rota direta que passa por estação de passagem como àquela que não passa por tal estação.



Na figura acima, por exemplo, a capacidade de expansão dos equipamentos existentes em IRA poderia ser utilizada tanto para aumentar a capacidade da rota direta NOF-IRA, como para aumentar a capacidade da rota direta IRA-RJO que passa pela estação NOF. Assim, optou-se por ampliar a capacidade apenas das rotas que não passam por estação de passagem, neste caso, seria a rota IRA-NOF.

- se existir folga de circuitos em sistemas FDM ou PCM de

alguma rota ,esta é totalmente utilizada para o atendimento da demanda de lpcd's.

- não é considerada a folga de circuitos em equipamentos já instalados, no caso: em modems-mux e MDT-64.

- com relação aos equipamentos serão utilizados o MCP-30B, que é um modelo que aceita todas as entradas digitais se for necessário e, apenas um tipo de modem-mux cuja saída é de 9600 bps. Além destes, serão usados todos os outros equipamentos mencionados anteriormente, ou seja, multiplex FDM, DAV, TLD e MDT-64.

- Por restrição técnica, são utilizados como lpcd's apenas 15 circuitos dos 60 que se ganha quando é comprado um supergrupo básico.

- são consideradas apenas as lpcd's de baixa velocidade (até 9600 bps).

#### **Definição de Parâmetros:**

Seja  $G = (N, R)$  um grafo onde  $N$  é o conjunto dos nós do grafo e  $R$  o conjunto de seus arcos, tal que:

$N = \{ 1, \dots, \hat{n} \}$  = o conjunto de nós ( estações terminais e de passagem ) na rede.

Como já visto anteriormente tem-se atualmente a convivência de duas tecnologias na rede: analógica e digital.

Temos também dois tipos de rotas diretas: uma que passa apenas por estações repetidoras de sinal (RD1) e aquelas que passam por estações de passagem (RD2), mas que não demultiplexam seus circuitos (ou canais) a nível de canal de voz naquela localidade.

Considera-se, portanto , os dois tipos de rotas

acima com sendo arcos da rede, pois os equipamentos que são considerados devem ser instalados apenas na estação origem e destino. Desta forma, o custo é associado ao arco.

No entanto, tem-se uma modalidade de atendimento que constitui exceção a regra acima, que é a instalação de MDT-64 com DAV + PCM, pois a característica do equipamento DAV requer que seja instalado um par a cada estação de passagem. Desta forma, o custo desta modalidade para RD2 é diferente de RD1.

Assim sendo, é necessário distinguirmos os quatro tipos de arcos da rede (analógico, digital, RD1 e RD2).

Criou-se, então, quatro subconjuntos de  $R$ :  $R^{t,l}$ , onde  $t = A, D$  e  $l = 1, 2$ .

Assim, temos:

$R^{A,1}$  = conjunto de arcos diretos da rede cujo suporte de transmissão é analógico.

$R^{A,2}$  = conjunto de arcos diretos da rede cujo suporte de transmissão é analógico e que passam em pelo menos uma estação de passagem.

$R^{D,1}$  = conjunto de arcos diretos da rede cujo suporte de transmissão é digital.

$R^{D,2}$  = conjunto de arcos diretos da rede cujo suporte de transmissão é digital e que passam em pelo menos uma estação de passagem.

Como pode haver mais de uma rota direta para o mesmo par origem-destino torna-se necessário enumerar estas rotas, pois, por exemplo, se tivermos uma rota passando por duas estações de passagem e uma outra passando por três o custo para a modalidade DAV é diferente.

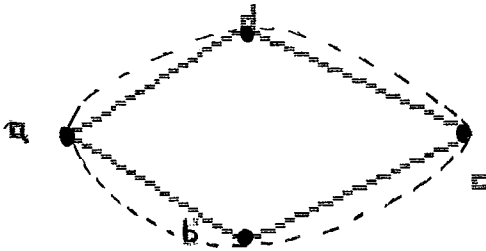
Assim temos que os arcos lógicos de nossa rede são do tipo  $(i,j,s)$ , onde:

$i$  = nó origem

$j$  = nó destino

$s$  = identifica um determinado link de transmissão entre  $i$  e  $j$   $(1, 2, \dots)$

Para exemplificar o que foi dito ,seja a rede abaixo:



Neste caso, poderia-se ter ,por exemplo:

arcos diretos:  $(a,b,1)$ ,  $(b,c,1)$ ,  $(a,d,1)$ ,  $(c,d,1)$  e  $(a,c,1)$

arcos diretos que passam em uma estação de passagem (os que estão em pontilhado):

$(a,c,2)$  = arco ac passando por b

$(a,c,3)$  = arco ac passando por d

Seja  $D$  o conjunto dos pares de nós que possuem demanda.

Seja,

$M^A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$  = o conjunto de índices associados as modalidades de atendimento da demanda de LPCD's em tronco de rádio analógico.



onde:

$m^A = 1 \longrightarrow$  circuito de voz

$m^A = 2 \longrightarrow$  modem-mux em circuito de voz livre

$m^A = 3 \longrightarrow$  modem-mux em circuito de voz

ocupado com dados

$m^A = 4 \longrightarrow$  MDT-64 com DAV + PCM

$m^A = 5 \longrightarrow$  TLD

$M^D = \langle 1, 2, 3, 4 \rangle =$  conjunto de índices associados as modalidades de atendimento da demanda de LPCD's em tronco de rádio digital.

onde:

$m^D = 1 \longrightarrow$  circuito de voz

$m^D = 2 \longrightarrow$  modem-mux em circuito de voz livre

$m^D = 3 \longrightarrow$  modem-mux em circuito de voz ocupado

com dados

$m^D = 4 \longrightarrow$  MDT-64

Para facilitar a modelagem a comodidade será caracterizada apenas como o par origem-destino, pois será necessário o índice de velocidade na variável de fluxo para a restrição de velocidade.

$K = \langle 1, \dots, \hat{k} \rangle =$  conjunto das  $k$  comodidades

onde,

$\forall k \in K, k = (i, j) | (i, j) \in D$

$f_k =$  nó fonte da comodidade  $k$

$s_k =$  nó sumidouro da comodidade  $k$

$V = \langle 1, 2, 3, 4 \rangle =$  conjunto de índices de

velocidades das lpcd's demandadas, tal que:

v	$\rho^v$
1	1200 bps
2	2400 bps
3	4800 bps
4	9600 bps

$d_{(i,j)}^v$  = demanda de lpcd's da velocidade  $\rho^v$  para o par  $(i,j)$  .

$$\forall (i,j) \in D.$$

$A^{A,l}(n)$  = conjunto dos nós adjacentes ao nó  $n$  , tal que

$$A^{A,l}(n) = \{ i \in N / (n,i,s) \vee (i,n,s) \in R^{A,l} \}$$

$$\forall l = 1,2$$

$A^{D,l}(n)$  = conjunto dos nós adjacentes ao nó  $n$  , tal que

$$A^{D,l}(n) = \{ i \in N / (n,i,s) \vee (i,n,s) \in R^{D,l} \}$$

$$\forall l = 1,2$$

$\beta_{(i,j,s)}^A$  = capacidade disponível de canais de voz analógicos (  $n^0$  de canais livres ) no arco  $(i,j,s)$ .

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

$\beta_{(i,j,s)}^D$  = capacidade disponível de canais de voz digitais (  $n^0$  de canais livres ) no arco  $(i,j,s)$ .

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

$\alpha_{(i,j,s)}^A$  = capacidade ocupada de canais de voz analógicos não considerando aqueles com modem-mux

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

$\alpha_{(i,j,s)}^D$  = capacidade ocupada de canais de voz

digitais não considerando aqueles com modem-mux

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

$p_{(i,j,s)}^A$  = capacidade máxima do sistema FDM em termos de supergrupos básicos que pode ser comprado para o arco  $(i,j,s)$  até completar o  $n^o$  de grupos mestres existentes naquele arco.

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1}$$

$p_{(i,j,s)}^D$  = capacidade máxima do sistema PCM em termos de módulos de 30 canais (MCP-30) que pode ser comprado para o arco  $(i,j,s)$  até completar o  $n^o$  de MCP-120 existentes naquele arco

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1}$$

$q_{(i,j,s)}^A$  = número de sistemas rádio com capacidade maior ou igual a 960 canais telefônicos, do arco  $(i,j,s)$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

$w_{(i,j,s)}^A$  = número de canais de voz comutados existentes no arco  $(i,j,s)$  da rede analógica excluindo aqueles que já tem TLD's

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

**Parâmetros de Custos para cada modalidade de atendimento:**

$C_{(i,j,s)}^{A,m}$  = custo associado a implantação de um sistema ( equipamento ) na modalidade de atendimento  $m$  no arco  $(i,j,s)$  da rede analógica

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}, m \in M$$

$C_{(i,j,s)}^{D,m}$  = custo associado a implantação de um sistema ( equipamento ) na modalidade de atendimento  $m$  no arco

$(i,j,s)$  da rede digital

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}, m \in M$$

**Definição das variáveis auxiliares e de decisão:**

**Variável Auxiliar:**

$x_{(i,j,s)}^{A,k,m,v}$  = fluxo da comodidade  $k$ , na modalidade de atendimento  $m$  e da velocidade  $\rho^v$  ao longo do arco  $(i,j,s)$  da rede analógica.

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

$$\forall k \in K, m \in M \text{ e } v \in V$$

$x_{(i,j,s)}^{D,k,m,v}$  = fluxo da comodidade  $k$ , na modalidade de atendimento  $m$  e da velocidade  $\rho^v$  ao longo do arco  $(i,j,s)$  da rede digital.

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

$$\forall k \in K, m \in M \text{ e } v \in V$$

**Variável de Decisão:**

$y_{(i,j,s)}^{A,m}$  = número de equipamentos relacionados a modalidade de atendimento  $m$  a serem instalados no arco  $(i,j,s)$  da rede analógica

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1}$$

$$\forall m \in M$$

$y_{(i,j,s)}^{D,m}$  = número de equipamentos relacionados a modalidade de atendimento  $m$  a serem instalados no arco  $(i,j,s)$  da rede digital

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1}$$

$$\forall m \in M$$

Função Objetivo:

$$\sum_{m \in M^A} \sum_{(i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}} c_{(i,j,s)}^{A,m} y_{(i,j,s)}^{A,m} +$$

$$\sum_{m \in M^D} \sum_{(i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}} c_{(i,j,s)}^{D,m} y_{(i,j,s)}^{D,m}$$

CONJUNTO DE RESTRIÇÕES:

Restrições de atendimento a demanda e equilíbrio de fluxo:

$$\sum_{m \in M^A} \sum_{v \in V} \sum_{l=1}^2 \sum_{j \in A_{,l}} (x_{(i,j,s)}^{A,k,m,v} - x_{(j,i,s)}^{A,k,m,v}) +$$

$$\sum_{m \in M^D} \sum_{v \in V} \sum_{l=1}^2 \sum_{j \in A_{,l}} (x_{(i,j,s)}^{D,k,m,v} - x_{(j,i,s)}^{D,k,m,v}) = \begin{cases} d_k, & \text{se } i=f_k \\ -d_k, & \text{se } i=s_k \\ 0, & \text{caso} \\ & \text{contrario} \end{cases}$$

$$\forall i, f_k, s_k \in N$$

$$\forall k \in K$$

Estas restrições garantem o balanço de fluxo e o atendimento da demanda para cada comodidade da rede.

1) Restrições de Capacidade - Analógico: (1a)

a) circuito de voz ( m = 1 ): (1.1a)

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} x_{(i,j,s)}^{A,k,1,v} \leq \beta_{(i,j,s)}^A + 15y_{(i,j,s)}^{A,1} - y_{(i,j,s)}^{A,2}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições procuram limitar o fluxo de comodidades em cada arco da rede à sua capacidade máxima para a modalidade de atendimento circuito de voz FDM, que é dada pelos circuitos de voz livres existentes ( $\beta_{(i,j,s)}^A$ ) mais o número de supergrupos básicos que podem ser comprados (cada um fornece um ganho de 15 circuitos) menos aqueles circuitos que foram utilizados como suporte para modems-mux.

b) modem-mux em circuito de voz livre (  $m = 2$  ): (1.2a)

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} x_{(i,j,s)}^{A,k,2,v} \leq 4y_{(i,j,s)}^{A,2}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições garantem que para cada arco a soma dos circuitos de todas as comodidades que utilizam a modalidade de atendimento modem-mux em cima de circuito livre deve ser menor ou igual do que o número de modems-mux multiplicado por 4, já que cada modem-mux fornece um ganho de 4 circuitos.

c) modem-mux em circuito de voz ocupado com dados (  $m = 3$  ): (1.3a)

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} x_{(i,j,s)}^{A,k,3,v} \leq 3y_{(i,j,s)}^{A,3}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições garantem que para cada arco a soma dos circuitos de todas as comodidades que utilizam a modalidade de atendimento modem-mux em cima de circuito ocupado com dados deve ser menor ou igual do que o número de modems-mux multiplicado por 3 ,já que cada modem-mux, neste caso, fornece um ganho de 3 circuitos.

d) MDT-64 com DAV + PCM ( m = 4 ): (1.4a)

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} x_{(i,j,s)}^{A,k,4,v} \leq 600 y_{(i,j,s)}^{A,4}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições garantem que para cada arco a soma dos circuitos de todas as comodidades que utilizam a modalidade de atendimento MDT-64 com DAV mais PCM deve ser menor ou igual do que o número destes sistemas ( $y_{(i,j,s)}^{A,4}$ ) multiplicado por 600 ,já que cada configuração destas fornece um ganho de 600 circuitos.

e) TLD ( m = 5 ): (1.5a)

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} x_{(i,j,s)}^{A,k,5,v} \leq 24 y_{(i,j,s)}^{A,5}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições garantem que para cada arco a soma dos circuitos de todas as comodidades que utilizam a modalidade de atendimento TLD deve ser menor ou igual do que o número destes sistemas ( $y_{(i,j,s)}^{A,5}$ ) multiplicado por 24 ,já que cada configuração destas libera 24 circuitos que podem ser utilizados para dados.

f) Limite máximo de equipamentos ( $y_{(i,j,s)}^{A,m}$ ) em cada arco: (2a)

$$y_{(i,j,s)}^{A,1} \leq p_{(i,j,s)}^A \quad (2.1a)$$

$$y_{(i,j,s)}^{A,2} \leq \beta_{(i,j,s)}^A + 15y_{(i,j,s)}^{A,1} \quad (2.2a)$$

$$y_{(i,j,s)}^{A,3} \leq \alpha_{(i,j,s)}^A \quad (2.3a)$$

$$y_{(i,j,s)}^{A,4} \leq q_{(i,j,s)}^A \quad (2.4a)$$

$$y_{(i,j,s)}^{A,5} \leq \left\lfloor \frac{v_{(i,j,s)}^A}{48} \right\rfloor \quad (2.5a)$$

nota:  $\lfloor x \rfloor$  significa o maior inteiro contido em x

## 2) Restrições de Capacidade - Digital:

a) circuito de voz ( m = 1 ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} x_{(i,j,s)}^{D,k,1,v} \leq \beta_{(i,j,s)}^D + 30y_{(i,j,s)}^{D,1} - y_{(i,j,s)}^{D,2} -$$



$$y_{(i,j,s)}^{D,4} \quad \forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

Estas restrições procuram limitar o fluxo de comodidades em cada arco da rede à sua capacidade máxima para a modalidade de atendimento circuito de voz PCM, que é dada pelos circuitos de voz livres existentes ( $\beta_{(i,j,s)}^D$ ) mais o número MCP-30 que podem ser comprados (cada um fornece um ganho de 30 circuitos) menos aqueles circuitos que foram utilizados como suporte para modems-mux.

b) modem-mux em circuito de voz livre (  $m = 2$  ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} x_{(i,j,s)}^{D,k,2,v} \leq 4y_{(i,j,s)}^{D,2}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

a explicação é a mesma de (1.2a)

c) modem-mux em circuito de voz ocupado com dados (  $m = 3$  ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} x_{(i,j,s)}^{D,k,3,v} \leq 3y_{(i,j,s)}^{D,3}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

a explicação é a mesma de (1.3a)

d) MDT-64 (  $m = 4$  ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} x_{(i,j,s)}^{D,k,4,v} \leq 20y_{(i,j,s)}^{D,4}$$

$$\forall (i, j, s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

Estas restrições garantem que para cada arco a soma dos circuitos de todas as comodidades que utilizam a modalidade de atendimento MDT-64 deve ser menor ou igual do que o número de MDT's-64 ( $y_{(i,j,s)}^{D,4}$ ) multiplicado por 20, já que cada MDT-64 fornece um ganho de 20 circuitos.

f) Limite máximo de equipamentos ( $y_{(i,j,s)}^{D,m}$ ) em cada arco: (2. d)

$$y_{(i,j,s)}^{D,1} \leq p_{(i,j,s)}^D \quad (2.1d)$$

$$y_{(i,j,s)}^{D,2} \leq \beta_{(i,j,s)}^D + 30y_{(i,j,s)}^{D,1} \quad (2.2d)$$

$$y_{(i,j,s)}^{D,3} \leq \alpha_{(i,j,s)}^D \quad (2.3d)$$

$$y_{(i,j,s)}^{D,2} + y_{(i,j,s)}^{D,4} \leq \beta_{(i,j,s)}^D + 30y_{(i,j,s)}^{D,1} \quad (2.4d)$$

Obs.: O modem-mux utilizado em cima de circuito de voz livre (analógico ou digital) pode usar tanto a folga existente em um dado arco como os circuitos adquiridos através da compra de canais de voz ( $m = 1$ ). Isto está representado através das restrições (2.2a) e (2.2d). A restrição (2.4d) justifica-se pelo fato de dois equipamentos (modem-mux e MDT-64) compartilharem do mesmo recurso (circuitos de voz existentes e comprados).

## 3) Restrições de velocidade - analógico:

a) modem-mux:

- m = 2:

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} p^v \cdot x_{(i,j,s)}^{A,k,2,v} \leq 9600 y_{(i,j,s)}^{A,2}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Para cada arco tem-se que a soma das velocidades de todos os circuitos que são entradas no modem-mux (m = 2) deve ser menor ou igual do que 9600 bps.

- m = 3:

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} p^v \cdot x_{(i,j,s)}^{A,k,3,v} \leq 4800 y_{(i,j,s)}^{A,3}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Para cada arco tem-se que a soma das velocidades de todos os circuitos que são entradas no modem-mux (m = 3) deve ser menor ou igual a 4800 bps, pois uma das entradas já estava ocupada com uma certa velocidade. Considerou-se, então, a velocidade da outra entrada de 4800 bps.

b) DAV + PCM + MDT-64 ( m = 4 ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} p^v \cdot x_{(i,j,v)}^{A,k,4,v} \leq 48000 \cdot 30 y_{(i,j,s)}^{A,4}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Para cada arco tem-se que a soma das velocidades de todos os circuitos que são entradas no MDT-64 deve ser menor ou igual do que 48k bps ( velocidade de saída do MDT-64) multiplicado por 30 (número de entradas do MCP-30).

#### 4) Restrições de velocidade - digital:

##### a) modem-mux:

- m = 2:

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} p^v \cdot x_{(i,j,s)}^{D,k,2,v} \leq 9600 y_{(i,j,s)}^{D,2}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

explicação é a mesma da restrição analógica

- m = 3:

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} p^v \cdot x_{(i,j,s)}^{D,k,3,v} \leq 4800 y_{(i,j,s)}^{D,3}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

explicação é a mesma da restrição analógica

##### b) MDT-64 ( m = 4 ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} p^v \cdot x_{(i,j,v)}^{D,K,4,v} \leq 48000 y_{(i,j)}^{D,4}$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

Para cada arco tem-se que a soma das velocidades de todos os circuitos que são entradas no MDT-64 ( $m = 4$ ) deve ser menor ou igual a 48000 bps.

As restrições de velocidade garantem que a soma da velocidade dos circuitos de entrada em cada equipamento respeitem as restrições técnicas de velocidade de saída.

#### 5) Restrições de integralidade das variáveis:

$$x_{r_n}^{k,m} \in \mathbb{N} \quad \forall (i,j) \in D$$

$$\forall k \in K$$

$$\forall m \in M$$

$$y_{(i,j,s)}^{A,m} \in \mathbb{N} \quad \forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

$$\forall m \in M$$

$$y_{(i,j,s)}^{D,m} \in \mathbb{N} \quad \forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

$$\forall m \in M$$

### III.3 - FORMULAÇÃO ARCO-CAMINHO:

#### III.3.1 - MODELAGEM CLÁSSICA:

Qualquer fluxo sobre uma rede  $G$  pode ser representada em termos de fluxos sobre caminhos daquela rede. Esta seção apresenta esta representação alternativa.

A formulação clássica para um problema linear de fluxo de custo mínimo para uma rede de multicomodidade é a seguinte:

Seja  $G(V,A)$  uma rede direcionada onde  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  é o seu conjunto de nós e  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  é o seu conjunto de arcos. Um arco de  $v_i$  até  $v_j$  também será denotado por  $[i,j], i,j = 1, \dots, n, i \neq j$ .

Suponhamos existir  $k$  comodidades ( produtos ) para serem transportadas . Para cada comodidade  $k$  , onde  $k = 1, 2, \dots, \hat{k}$  temos um par de nós  $\{v_s^k, v_t^k\}$  como sendo o par origem-destino para o fluxo requerido  $d^k$  daquela comodidade.

Seja  $f_{ij}^k$  (ou  $f_l^k$ ) e  $w_{ij}^k$  (ou  $w_l^k$ ) o fluxo e o custo unitário de incremento do fluxo, respectivamente, para a comodidade  $k$ ,  $k = 1, 2, \dots, \hat{k}$  sobre o arco  $[i,j]$  ou  $(a_l)$  em  $A$ .

Seja  $R^k$  o conjunto de todos os caminhos simples conectando o par  $\{v_s^k, v_t^k\}$  e  $h_r^k$  o fluxo da comodidade  $k$  sobre o caminho  $r$ ,  $r \in R^k$ . O custo unitário de incremento do fluxo sobre o caminho  $r$  em  $R^k$  denotado por  $W_r^k$  é dado por:

$$W_r^k = \sum w_l^k \quad \forall a_l \in r$$

Assim, teremos:

$$\text{Minimizar } \sum_{k=1}^{\hat{k}} \sum_{r \in R^k} w_r h_r \quad (1)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{r \in R^k} h_r^k = d^k, \quad k = 1, 2, \dots, \hat{k} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{\hat{k}} \sum_{r \in R^k} \delta_{lr} h_r^k \leq q_l, \quad a_l \in A \quad (3)$$

$$h_r^k \geq 0, \quad r \in R^k$$

$$\forall k = 1, 2, \dots, \hat{k}$$

onde,

$$\delta_{lr} = \begin{cases} 1, & \text{se } a_l \in r \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e  $q_l$  é a capacidade de fluxo no arco  $a_l$

As restrições (2) garantem a conservação do fluxo e as restrições (3) garantem que o fluxo nos arcos sejam menores do que as capacidades dadas.

O modelo a seguir é, na verdade, uma variação do modelo acima para se adequar aos interesses e as características do problema em estudo.

### III.3.2 - MODELO 2:

#### Hipóteses adotadas:

- para simplificação de modelagem, no processo de composição de rotas é permitida apenas a modalidade de atendimento em circuito de voz.

- para simplificação de modelagem, não é permitida a expansão

de canalização ( compra de circuitos de voz ) em rotas diretas que passam por estações de passagem.

- se existir folga de circuitos em sistemas PCM ou FDM de alguma rota, esta é totalmente utilizada para o atendimento da demanda de lpcd's.

- não é considerada a folga de circuitos em equipamentos já instalados, no caso: em modens-mux e MDT-64.

- com relação aos equipamentos serão utilizados o MCP-30B, que é um modelo que aceita todas as entradas digitais se for necessário e, apenas um tipo de modem-mux cuja saída é de 9600 bps. Além destes, serão usados todos os outros equipamentos mencionados anteriormente, ou seja, multiplex FDM, DAV, TLD e MDT-64.

- Por restrição técnica, são utilizados como lpcd's apenas 15 circuitos dos 60 que se ganha quando é comprado um supergrupo básico.

- são consideradas apenas as lpcd's de baixa velocidade (até 9600 bps).

#### **Definição de Parâmetros:**

Seja  $G = (N, R)$  um grafo onde  $N$  é o conjunto dos nós do grafo e  $R$  o conjunto de seus arcos, tal que:

$N = \{ 1, \dots, \hat{n} \}$  = o conjunto de nós ( estações terminais e de passagem ) na rede.

Como já visto anteriormente tem-se atualmente a convivência de duas tecnologias na rede: analógica e digital.

Temos também dois tipos de rotas diretas: uma que passa apenas por estações repetidoras de sinal (RD1) e aquelas que passam por estações de passagem (RD2), mas que não



demultiplexam seus circuitos (ou canais) a nível de canal de voz naquela localidade.

Considera-se, portanto, os dois tipos de rotas acima com sendo arcos da rede, pois os equipamentos que são considerados devem ser instalados apenas na estação origem e destino. Desta forma, o custo é associado ao arco.

No entanto, tem-se uma modalidade de atendimento que constitui exceção a regra acima, que é a instalação de MDT-64 com DAV + PCM, pois a característica do equipamento DAV requer que seja instalado um par a cada estação de passagem. Desta forma, o custo desta modalidade para RD2 é diferente de RD1.

Assim sendo, é necessário distinguirmos os quatro tipos de arcos da rede (analógico, digital, RD1 e RD2).

Criou-se, então, quatro subconjuntos de  $R$ :  $R^{t,l}$ , onde  $t = A, D$  e  $l = 1, 2$ .

Assim, temos:

$R^{A,1}$  = conjunto de arcos diretos da rede cujo suporte de transmissão é analógico.

$R^{A,2}$  = conjunto de arcos diretos da rede cujo suporte de transmissão é analógico e que passam em pelo menos uma estação de passagem.

$R^{D,1}$  = conjunto de arcos diretos da rede cujo suporte de transmissão é digital.

$R^{D,2}$  = conjunto de arcos diretos da rede cujo suporte de transmissão é digital e que passam em pelo menos uma estação de passagem.

Como pode haver mais de uma rota direta para o mesmo par origem-destino torna-se necessário enumerar estas

rotas , pois,por exemplo, se tivermos uma rota passando por duas estações de passagem e uma outra passando por tres o custo para a modalidade DAV é diferente.

Assim temos que os arcos lógicos de nossa rede são do tipo  $(i,j,s)$ , onde:

$i$  = nó origem

$j$  = nó destino

$s$  = um determinado link de transmissão

Seja  $D$  o conjunto dos pares de nós que possuem demanda.

Suponhamos existir  $c$  caminhos possíveis para o atendimento da demanda entre  $i$  e  $j \forall i,j \in D$  considerando os caminhos que são rotas diretas e aquelas que são composição de rotas , então:

Seja  $R(i,j) = \{r_1(i,j), \dots, r_c(i,j)\}$  o conjunto de caminhos possíveis entre  $i$  e  $j$  , tal que  $(i,j) \in D$  e onde cada rota  $r_n$  possui a seguinte característica:

$$r_n(i,j) = ((i_1, j_1, s_1), (i_2, j_2, s_2), \dots, (i_m, j_m, s_m)) , t_1, t_2, \dots, t_m$$

$$\forall n = \overline{1, c}$$

onde,

$(i_1, j_1, s_1), \dots, (i_m, j_m, s_m)$  são arcos da rede, ou seja, pertencem ao conjunto  $R^{A,1} \cup R^{A,2} \cup R^{D,1} \cup R^{D,2}$ , tal que:

$$j_{p-1} \equiv i_p \quad \forall p = 2, m$$

$t_1, \dots, t_m$  = indicadores de certas características da rota  $r$ .

Ex.:  $t_1$  é o indicador de tecnologia do primeiro arco da rota  $r$ .

Seja a tabela de indicadores de tecnologia

consideradas:

t	tecnologia
1	rádío analógico ( > 900 canais )
2	radio analógico ( < 900 canais )
3	rádío digital

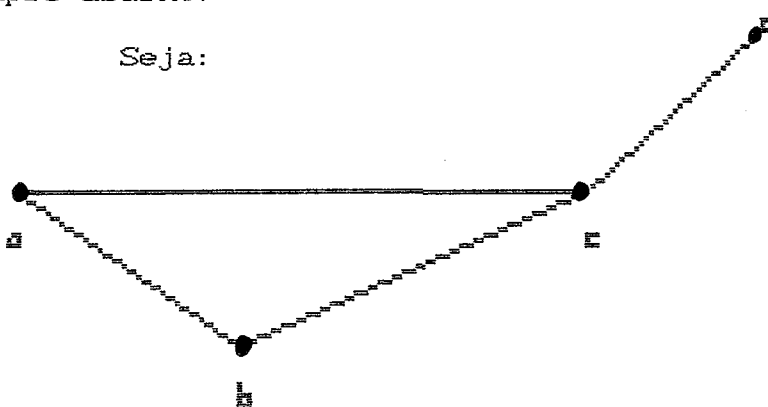
Seja  $R^A(i,j,s)$  = o conjunto das rotas que possuem o arco  $(i,j,s)$  analógico.

Seja  $R^D(i,j,s)$  = o conjunto das rotas que possuem o arco  $(i,j,s)$  digital.

Estes dois conjuntos acima são úteis para as restrições de capacidade, pois temos que na composição de rotas a capacidade de um arco pode ser utilizada para atender a demanda do mesmo ou de uma outra comodidade (tripla origem-destino-velocidade).

O que foi visto pode ser melhor visualizado no exemplo abaixo:

Seja:



com os seguintes arcos:

$(a,b,1), (b,c,1), (a,c,1)$  = arcos diretos sem passar por estação de passagem( do tipo RD1)

$(a,c,2), (b,d,1)$  = arcos diretos que passam por estação de passagem( do tipo RD2)

digital:

$(a,c,1), (c,d,1)$  = arcos do tipo RD1

Suponhamos uma demanda entre A e C e uma outra entre A e D.

Assim para atender a demanda entre A e C podemos ter:

$$R(A,C) = \{ r_1(a,c), r_2(a,c), r_3(a,c), r_4(a,c) \}$$

onde,

$$r_1(a,c) = ((a,c,1),1)$$

$$r_2(a,c) = ((a,c,2),2)$$

$$r_3(a,c) = ((a,c,1),3)$$

$$r_4(a,c) = ((a,b,1),(b,c,1),1,1) \longrightarrow \text{composição de rotas}$$

Para atender a demanda entre A e D podemos ter :

$$R(A,D) = \{ r_1(a,d), r_2(a,d), r_3(a,d) \}$$

onde,

$$r_1(a,d) = ((a,c,1), (c,d,1),1,3)$$

$$r_2(a,d) = ((a,b,1), (b,d,1), 1,2)$$

$$r_3(a,d) = ((a,c,2),(c,d,1),2,3) \longrightarrow \text{composição de rotas}$$

Seja:

$M^A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \}$  = o conjunto de índices associados as modalidades de atendimento da demanda de LPCD's em tronco de rádio analógico.

onde:

$m^A = 1 \longrightarrow$  circuito de voz

$m^A = 2 \longrightarrow$  modem-mux em circuito de voz livre

$m^A = 3 \longrightarrow$  modem-mux em circuito de voz

ocupado com dados

$m^A = 4 \longrightarrow$  MDT-64 com DAV + PCM

$m^A = 5 \longrightarrow$  TLD

$M^D = \{ 1, 2, 3, 4 \} =$  conjunto de índices

associados as modalidades de atendimento da demanda de LPCD's em tronco de rádio digital.

onde:

$m^D = 1 \longrightarrow$  circuito de voz

$m^D = 2 \longrightarrow$  modem-mux em circuito de voz livre

$m^D = 3 \longrightarrow$  modem-mux em circuito de voz ocupado

com dados

$m^D = 4 \longrightarrow$  MDT-64

$K = \{ 1, 2, 3, 4 \} =$  conjunto de índices de

velocidades das lpcd's demandadas, tal que:

k	$v^k$
1	1200 bps
2	2400 bps
3	4800 bps
4	9600 bps

$d_{(i,j)}^k =$  demanda de lpcd's da velocidade k para o

par  $(i,j) \forall (i,j) \in D \wedge k \in K.$

$\beta_{(i,j,s)}^A =$  capacidade disponível de canais de voz

analógicos (  $n^{\circ}$  de canais livres ) no arco (i,j,s)

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

$\beta_{(i,j,s)}^D$  = capacidade disponível de canais de voz digitais (  $n^{\circ}$  de canais livres ) no arco (i,j,s)

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

$\alpha_{(i,j,s)}^A$  = capacidade ocupada de canais de voz analógicos não considerando aqueles com modem-mux

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

$\alpha_{(i,j,s)}^D$  = capacidade ocupada de canais de voz digitais não considerando aqueles com modem-mux

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

$P_{(i,j,s)}^A$  = capacidade máxima do sistema FDM em termos de supergrupos básicos que podem ser comprados para o arco (i,j,s) até completar o  $n^{\circ}$  de grupos mestres existentes naquele arco

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1}$$

$P_{(i,j,s)}^D$  = capacidade máxima do sistema PCM em termos de módulos de 30 canais (MCP-30) que podem ser comprados para o arco (i,j,s) até completar o  $n^{\circ}$  de MCP-120 existentes naquele arco.

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1}$$

$q_{(i,j,s)}^A$  = número de sistemas rádio com capacidade maior ou igual a 960 canais telefônicos, do arco (i,j,s)

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

$w_{(i,j,s)}^A$  = número de canais de voz comutados existentes no arco (i,j,s) da rede analógica excluindo aqueles que já tem TLD's

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Parâmetros de Custos para cada modalidade de atendimento:

$C_{(i,j,s)}^{A,m}$  = custo associado a implantação de um sistema ( equipamento ) na modalidade de atendimento  $m$  no arco  $(i,j,s)$  da rede analógica

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}, m \in M^A$$

$C_{(i,j,s)}^{D,m}$  = custo associado a implantação de um sistema ( equipamento ) na modalidade de atendimento  $m$  no arco  $(i,j,s)$  da rede digital

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}, m \in M^D$$

Definição das variáveis auxiliares e de decisão:

Variável Auxiliar:

$x_{r_n(i,j)}^{k,m}$  = fluxo na velocidade  $k$  ao longo da rota

$r_n(i,j)$  na modalidade de atendimento  $m$

$$\forall r(i,j) \in R(i,j), \text{ tal que } (i,j) \in D$$

$$\text{ e } n \in \mathbb{N}$$

$$\forall k \in K, m \in M^A \vee M^D$$

Variável de Decisão:

$y_{(i,j,s)}^{A,m}$  = número de equipamentos relacionados a modalidade de atendimento  $m$  a serem instalados no arco  $(i,j,s)$  da rede analógica

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1}$$

$$\forall m \in M^A$$

$y_{(i,j,s)}^{D,m}$  = número de equipamentos relacionados a modalidade de atendimento  $m$  a serem instalados no arco  $(i,j,s)$  da rede digital

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1}$$

$$\forall m \in M^D$$

Função Objetivo:

$$\sum_{m \in M^A} \sum_{(i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}} c_{(i,j,s)}^{A,m} \cdot y_{(i,j,s)}^{A,m} \quad +$$

$$\sum_{m \in M^D} \sum_{(i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}} c_{(i,j,s)}^{D,m} \cdot y_{(i,j,s)}^{D,m}$$

Restrição de atendimento a demanda:

$$\sum_{\substack{m \in M^A \\ \vee \\ m \in M^D}} \sum_{r \in R(i,j)} x_r^{k,m} \geq d_{(i,j)}^k$$

$$\forall (i,j) \in D$$

$$\forall k \in K$$

Este conjunto de restrições obriga que para cada par  $(i,j)$   $(i,j) \in D$ , a soma dos fluxos (lpcd's) das diversas rotas existentes entre este par atenda a demanda do mesmo para uma dada velocidade.

1) Restrições de Capacidade - Analógico: (1a)

a) circuito de voz (  $m = 1$  ):



$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{r_n(i,j) \\ \in R^A(i,j,s)}} x_{r_n(i,j)}^{k,1} \leq \beta_{(i,j,s)}^A + 15y_{(i,j,s)}^{A,1} - y_{(i,j,s)}^{A,2}$$

$$\forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições limitam o fluxo de lpcd's para cada arco direto analógico da rede, de forma que, para cada arco, a soma do fluxo de todas as rotas que o contem na modalidade de atendimento circuito de voz FDM para todas as velocidades seja menor do que a capacidade existente ( $\beta_{(i,j,s)}^A$ ) mais o que será comprado em termos de supergrupos básicos (cada um fornece um ganho de 15 circuitos) menos aqueles circuitos que foram utilizados como suporte para modems-mux.

b) modem-mux em circuito de voz livre (  $m = 2$  ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{r_n(i,j) \\ \in R^A(i,j,s)}} x_{r_n(i,j)}^{k,2} \leq 4y_{(i,j,s)}^{A,2}$$

$$\forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições garantem que, para cada arco  $(i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$ , a soma dos circuitos de todas as rotas  $r_n(i,j)$  para todas as velocidades demandadas entre  $(i,j) \in D$  e na modalidade de atendimento modem-mux em cima de circuito livre, tal que  $r_n(i,j)$  contenha o arco  $(i,j,s)$  deve ser menor ou igual do que o número de modems-mux multiplicado por 4, já

que, neste caso, cada modem-mux fornece um ganho de 4 circuitos.

c) modem-mux em circuito de voz ocupado com dados (  $m = 3$  ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{r_n(i,j) \\ \in R^A(i,j,s)}} x_{r_n(i,j)}^{k,3} \leq 3y_{(i,j,s)}^{A,3}$$

$$\forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições garantem que, para cada arco  $(i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$ , a soma dos circuitos de todas as rotas  $r_n(i,j)$  para todas as velocidades demandadas entre  $(i,j) \in D$  e na modalidade de atendimento modem-mux em cima de circuito ocupado com dados, tal que  $r_n(i,j)$  contenha o arco  $(i,j,s)$  deve ser menor ou igual do que o número de modems-mux multiplicado por 3, já que, neste caso, cada modem-mux fornece um ganho de 3 circuitos.

d) MDT-64 com DAV + PCM (  $m = 4$  ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{r_n(i,j) \\ \in R^A(i,j,s)}} x_{r_n(i,j)}^{k,4} \leq 600y_{(i,j,s)}^{A,4}$$

$$\forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições garantem que, para cada arco

$(i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$ , a soma dos circuitos de todas as rotas  $r_n(i,j)$  para todas as velocidades demandadas entre  $(i,j) \in D$  e na modalidade de atendimento MDT-64 com DAV mais PCM, tal que  $r_n(i,j)$  contenha o arco  $(i,j,s)$ , deve ser menor ou igual do que o número destes sistemas multiplicado por 600, já que cada configuração destas fornece um ganho de 600 circuitos.

e) TLD (  $m = 5$  ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{r_n(i,j) \\ \in R^A(i,j,s)}} x_r^{k,5} \leq 24y_{(i,j,s)}^{A,5}$$

$$\forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

Estas restrições garantem que, para cada arco  $(i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$ , a soma dos circuitos de todas as rotas  $r_n(i,j)$  para todas as velocidades demandadas entre  $(i,j) \in D$  e na modalidade de atendimento TLD, tal que  $r_n(i,j)$  contenha o arco  $(i,j,s)$ , deve ser menor ou igual do que o número de TLD's multiplicado por 24, já que cada configuração destas fornece um ganho de 24 circuitos.

f) Limite máximo de equipamentos (  $y_{(i,j,s)}^{A,m}$  ) em cada arco:

(2a)

$$y_{(i,j,s)}^{A,1} \leq p_{(i,j,s)}^A \quad (2.1.a)$$

$$y_{(i,j,s)}^{A,2} \leq \beta_{(i,j,s)}^A + 15y_{(i,j,s)}^{A,1} \quad (2.2a)$$

$$y_{(i,j,s)}^{A,3} \leq \alpha_{(i,j,s)}^A \quad (2.3.a)$$

$$y_{(i,j,s)}^{A,4} \leq c_{(i,j,s)}^A \quad (2.4.a)$$

$$y^{A,5} \leq \left\lfloor \frac{v_{(i,j,s)}^A}{48} \right\rfloor \quad (2.5.a)$$

nota:  $\lfloor x \rfloor$  significa o maior inteiro contido em  $x$

## 2) Restrições de Capacidade - Digital:

### a) circuito de voz ( $m = 1$ ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{r_n(i,j) \\ \in R^D(i,j,s)}} x_r^{k,1}(i,j) \leq \beta_{(i,j,s)}^D + 30y_{(i,j,s)}^{D,1} - y_{(i,j,s)}^{D,2} - y_{(i,j,s)}^{D,4} \quad \forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

Estas restrições limitam o fluxo de lpcd's para cada arco direto digital da rede, de forma que, para cada arco, a soma do fluxo de todas as rotas que o contem na modalidade de atendimento circuito de voz PCM para todas as velocidades seja menor do que a capacidade existente ( $\beta_{(i,j,s)}^D$ ) mais o que será comprado em termos de MCP-30(cada um fornece um ganho de 30 circuitos) menos aqueles circuitos que foram utilizados como suporte para modems-mux e menos aqueles que foram usados como suporte para MDT-64.

### b) modem-mux em circuito de voz livre( $m = 2$ ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{r_n(i,j) \\ D}} x_r^{k,2} \leq 4y_{(i,j,s)}^{D,2}$$

$$\forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

Estas restrições garantem que, para cada arco  $(i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$ , a soma dos circuitos de todas as rotas  $r_n(i,j)$  para todas as velocidades demandadas entre  $(i,j) \in D$  e na modalidade de atendimento modem-mux em cima de circuito livre, tal que  $r_n(i,j)$  contenha o arco  $(i,j,s)$  deve ser menor ou igual do que o número de modems-mux multiplicado por 4, já que, neste caso, cada modem-mux fornece um ganho de 4 circuitos.

c) modem-mux em circuito de voz ocupado com dados ( $m = 3$ ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{r_n(i,j) \\ \in R^D(i,j,s)}} x_r^{k,3} \leq 3y_{(i,j,s)}^{D,3}$$

$$\forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

Estas restrições garantem que, para cada arco  $(i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$ , a soma dos circuitos de todas as rotas  $r_n(i,j)$  para todas as velocidades demandadas entre  $(i,j) \in D$  e na modalidade de atendimento modem-mux em cima de circuito ocupado com dados, tal que  $r_n(i,j)$  contenha o arco  $(i,j,s)$  deve ser menor ou igual do que o número de modems-mux

multiplicado por 3, já que, neste caso, cada modem-mux fornece um ganho de 3 circuitos.

d) MDT-64( m = 4 ):

$$\sum_{k \in K} \sum_{\substack{r_n(i,j) \\ \in R^D(i,j,s)}} x_r^{k,4} \leq 20y_{(i,j,s)}^{D,4}$$

$$\forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

Estas restrições garantem que, para cada arco  $(i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$ , a soma dos circuitos de todas as rotas  $r_n(i,j)$  para todas as velocidades demandadas entre  $(i,j) \in D$  e na modalidade de atendimento MDT-64, tal que  $r_n(i,j)$  contenha o arco  $(i,j,s)$ , deve ser menor ou igual do que o número de MDT-64 multiplicado por 20, já que cada configuração destas fornece um ganho de 20 circuitos.

f) Limite máximo de equipamentos (  $y_{(i,j,s)}^{D,m}$  )  
em cada arco:

(2. d)

$$y_{(i,j,s)}^{D,1} \leq p_{(i,j,s)}^D \quad (2.1d)$$

$$y_{(i,j,s)}^{D,2} \leq \beta_{(i,j,s)}^D + 30y_{(i,j,s)}^{D,1} \quad (2.2d)$$

$$y_{(i,j,s)}^{D,3} \leq \alpha_{(i,j,s)}^D \quad (2.3d)$$

$$y_{(i,j,s)}^{D,2} + y_{(i,j,s)}^{D,4} \leq \beta_{(i,j,s)}^D + 30y_{(i,j,s)}^{D,1} \quad (2.4d)$$

Obs.: O modem-mux utilizado em cima de circuito de voz livre (analógico ou digital) pode usar tanto a folga existente em um dado arco como os circuitos adquiridos através da compra de canais de voz (  $m = 1$  ). Isto está representado através das restrições (2.2a) e (2.2d). A restrição (2.4d) justifica-se pelo fato de dois equipamentos ( modem-mux e MDT-64 ) compartilharem do mesmo recurso ( circuitos de voz existentes e comprados ).

O grupo de restrições (1.a) e (1.d) impõe que o total de fluxos ( lpcd's ) de um dado arco utilizado para atender a demanda daquele arco ( rota direta ) ou de qualquer outra rota que contenha aquele arco ( rota composta ) seja menor ou igual a capacidade do mesmo.

### 3) Restrições de velocidade - analógico:

#### a) modem-mux:

-  $m = 2$ :

$$\sum_k v^k \cdot x_{r(i,j)}^{k,2} \leq 9600y_{(i,j,s)}^{A,2} \quad \forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

-  $m = 3$ :

$$\sum_k v^k \cdot x_{r(i,j)}^{k,3} \leq 4800y_{(i,j,s)}^{A,3} \quad \forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

#### b) DAV + PCM + MDT-64 ( $m = 4$ ):

$$\sum_k v^k \cdot x_{r(i,j)}^{k,4} \leq 48000 \cdot 30 y_{(i,j,s)}^{A,4} \quad \forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

#### 4) Restrições de velocidade - digital:

##### a) modem-mux:

- m = 2:

$$\sum_k v^k \cdot x_{r(i,j)}^{k,2} \leq 9600 y_{(i,j,s)}^{D,2} \quad \forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

- m = 3:

$$\sum_k v^k \cdot x_{r(i,j)}^{k,3} \leq 4800 y_{(i,j,s)}^{D,3} \quad \forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

##### b) MDT-64 ( m = 4 ):

$$\sum_k v^k \cdot x_{r(i,j)}^{k,4} \leq 48000 \cdot y_{(i,j,s)}^{D,4} \quad \forall (i,j) \in D$$

$$\forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

As restrições de velocidade garantem que a soma da velocidade dos circuitos de entrada em cada equipamento respeitem as restrições técnicas de velocidade de saída.



## 5) Restrições de integralidade das variáveis:

$$x_{r_n(i,j)}^{k,m} \in \mathbb{N} \quad \forall (i,j) \in D$$

$$\forall k \in K$$

$$\forall m \in M$$

$$y_{(i,j,s)}^{A,m} \in \mathbb{N} \quad \forall (i,j,s) \in R^{A,1} \cup R^{A,2}$$

$$\forall m \in M$$

$$y_{(i,j,s)}^{D,m} \in \mathbb{N} \quad \forall (i,j,s) \in R^{D,1} \cup R^{D,2}$$

$$\forall m \in M$$

## CAPÍTULO IV MÉTODO DE SOLUÇÃO

Os modelos apresentados constituem um modelo linear de fluxo em rede de multicomodidade e normalmente estes problemas são programas especialmente estruturados linearmente e podem ser resolvidos utilizando o método simplex. Como são programas lineares de grande porte são utilizados métodos de decomposição, nos quais se aproveita da estrutura do problema para obter soluções mais eficientes. Inclusive a sua particular estrutura (em bloco diagonal) apresenta matrizes unimodulares que garantem uma solução ótima inteira mesmo que as variáveis de decisão não o sejam.

Os modelos deste trabalho são do tipo programação linear mista (Mixed Integer Programming) e infelizmente devido a inclusão de certas restrições (restrições de velocidade) os nossos modelos não apresentam a característica de unimodularidade.

Para este tipo de problema estão disponíveis softwares de uso geral, tais como: Mathematical Programming System Extended - Mathematical Integer Programming (MPSX-MIP) da IBM para computadores de grande porte e Linear, Interactive and Discrete Optimizer (LINDO) para microcomputadores.

Foi utilizado para validação do modelo2 (carco-caminho) a versão hiperlindo do software LINDO que pode resolver problemas de até 2000 variáveis e 4000 restrições e possui uma subrotina para cálculo da solução

inteira que utiliza o método de "branch and bound".

Cabe ressaltar, que para a resolução do problema em suas dimensões reais, deve-se procurar meios mais apropriados e eficientes, como por exemplo, métodos baseados em relaxação Lagrangeana.

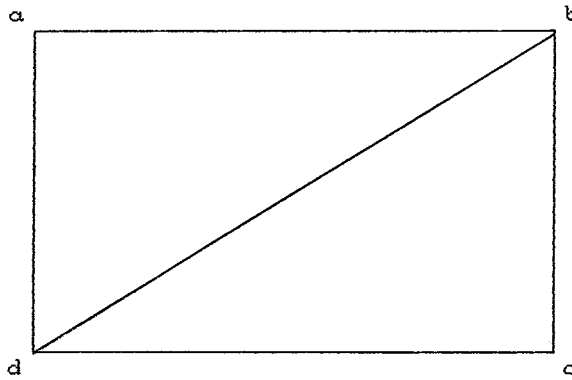
## CAPÍTULO V

## VALIDAÇÃO DO MODELO2 PARA UMA REDE EXEMPLO

## V.1 - TESTES REALIZADOS :

Realizou-se testes para uma rede hipotética, mas com as características da rede real, com o objetivo de validar a modelagem arco-caminho apresentada.

Seja a rede abaixo:



onde:

$N = \{ a, b, c, d \}$  = conjunto de estações terminais e de passagem

$D = \{ (a,b), (a,c), (a,d), (b,d), (c,d) \}$  = conjunto dos pares de nós ( estações terminais ) que possuem demanda

A demanda por velocidade  $d_{(i,j)}^k$  associada a cada par  $(i,j)$  tal que  $(i,j) \in D$  é dada na tabela abaixo:

$(i, j) \backslash k$	1	2	3	4
(a, b)	50		30	
(a, c)		100		10
(a, d)	100			50
(b, d)	40			200
(c, d)		50	150	

$R^{A,1} = \{ (a,b,1), (b,c,1), (b,d,1), (c,d,1) \} =$   
conjunto dos arcos ( rotas analógicas ) diretos

$R^{D,1} = \{ (a,b,1), (a,d,1), (b,c,1), (b,d,1), (c,d,1) \} =$   
conjunto dos arcos ( rotas digitais ) diretos

$R^{A,2} = \{ (a,c,1), (c,d,2) \} =$  conjunto dos arcos  
diretos ( rotas ) analógicos que passam em pelo menos uma  
estação de passagem

$R^{D,2} = \{ (a,b,2), (b,d,2) \} =$  conjunto dos arcos  
diretos ( rotas ) digitais que passam em pelo menos uma  
estação de passagem

onde, para a rede analógica temos:

$(a,b,1) =$  arco ab

$(b,c,1) =$  arco bc

$(b,d,1) =$  arco bd

$(c,d,1) =$  arco cd

$(a,c,1) =$  arco ac passando por b

$(c,d,2) =$  arco cd passando por b

e para a rede digital:

$(a,b,1) =$  arco ab

$(a,d,1)$  = arco ad

$(b,c,1)$  = arco bc

$(b,d,1)$  = arco bd

$(c,d,1)$  = arco cd

$(a,b,2)$  = arco ab passando por d

$(b,d,2)$  = arco bd passando por c

Considerando os seguintes indicadores:

$t = 1$   $\longrightarrow$  rádio analógico (  $> 960$  canais )

$t = 2$   $\longrightarrow$  rádio analógico (  $< 960$  canais )

$t = 3$   $\longrightarrow$  rádio digital

Temos a seguinte tabela:

ARCOS	T
$(a,b,1)$	1, 3
$(a,d,1)$	3
$(b,c,1)$	1, 3
$(b,d,1)$	1
$(c,d,1)$	2, 3
$(a,c,1)$	1
$(c,d,2)$	1
$(a,b,2)$	3
$(b,d,2)$	3

As rotas consideradas para cada par  $(i,j) | (i,j) \in D$  são as seguintes:

$$R(a,b) = \{ r_1(a,b), r_2(a,b), r_3(a,b) \}$$

onde,

$$r_1(a,b) = ((a,b,1), 1)$$

$$r_2(a,b) = ((a,b,1), 3)$$

$$r_3(a,b) = ((a,b,2), 3)$$

$$R(a,c) = \{ r_1(a,c), r_2(a,c), r_3(a,c) \}$$

onde,

$$r_1(a,c) = ((a,c,1), 1)$$

$$r_2(a,c) = ((a,b,1), (b,c,1), 3, 3) \longrightarrow \text{rota composta}$$

$$r_3(a,c) = ((a,d,1), (d,c,1), 3, 2) \longrightarrow \text{rota composta}$$

$$R(b,d) = \{ r_1(b,d), r_2(b,d), r_3(b,d), r_4(b,d) \}$$

onde,

$$r_1(b,d) = ((b,d,1), 1)$$

$$r_2(b,d) = ((b,d,1), 3)$$

$$r_3(b,d) = ((b,d,2), 3)$$

$$r_4(b,d) = ((b,c,1), (c,d,1), 1, 3) \longrightarrow \begin{array}{l} \text{rota} \\ \text{composta} \end{array}$$

$$R(c,d) = \{ r_1(c,d), r_2(c,d), r_3(c,d), r_4(c,d) \}$$

onde,

$$r_1(c,d) = ((c,d,1), 2)$$

$$r_2(c,d) = ((c,d,1), 3)$$

$$r_3(c,d) = ((c,d,2), 1)$$

$$r_4(c,d) = ((b,c,1), (b,d,1), 3, 3) \longrightarrow \begin{array}{l} \text{rota} \\ \text{composta} \end{array}$$

$$R(a,d) = \{ r_1(a,d), r_2(a,d) \}$$

onde,

$$r_1(a,d) = ((a,d,1), 3)$$

$$r_2(a,d) = ((a,c,1), (a,d,1), 1, 3) \longrightarrow \begin{array}{l} \text{rota} \\ \text{composta} \end{array}$$

Seja a tabela abaixo que mostra a disponibilidade de circuitos livres e ocupados em cada rota: rota direta = arco ) analógica e digital:

ARCO	$\beta^A$	$\beta^D$	$\alpha^A$	$\alpha^D$
(a,b,1)	10	15	180	210
(b,c,1)	15	-	180	180
(b,d,1)	40	25	60	240
(c,d,1)	-	20	60	180
(a,d,1)	-	10	-	240
(a,c,1)	20	-	180	-
(c,d,2)	-	-	180	-
(a,b,2)	-	10	-	360
(b,d,2)	-	5	-	90

Número máximo de módulos MCP-30 que podem ser comprados para as rotas digitais diretas que não passam por estações de passagem:



ARCOS	MÁXIMO DE MCP-30
(a, b, 1)	1
(a, d, 1)	1
(b, c, 1)	2
(b, d, 1)	0
(c, d, 1)	2

Número máximo de supergrupos básicos (SGB) que podem ser comprados para as rotas analógicas diretas:

ARCOS	MÁX. DE SGB
(a, b, 1)	0
(b, c, 1)	0
(b, d, 1)	1
(c, d, 1)	1

Os custos unitários por modalidade de atendimento são os seguintes:

- 1) super grupo básico ( 60 canais ) FDM = 6750 dólares
- 2) módulo de 30 canais do MCP-30 = 10676 dólares
- 3) modem-mux = 10000 dólares
- 4) MDT-64 = 47092 dólares
- 5) DAV = 40000 dólares
- 6) TLD = 251732 dólares
- 7) MDT-64 com DAV mais PCM = 1463436 dólares

Nota: Estes custos correspondem a um par de equipamentos.

A simbologia utilizada para representar as variáveis de compra e as variáveis de fluxo é a seguinte:

Variável de compra:  $y_{(i,j,s)}^{A,m} = EIJSTM$

onde E = equipamento

IJS = arco (i,j,s)

T = tecnologia

M = modalidade de atendimento

Ex.: Seja a variável de compra EAB1A1 = número de equipamentos que serão comprados para o arco (a,b,1) analógico na modalidade de atendimento circuito de voz FDM.

Variável de fluxo: FRNIJKM

onde F = fluxo

RN = rota r índice n

IJ = par origem-destino (i,j) | (i,j) ∈ D

K = velocidade

M = modalidade de atendimento

Seja a variável de fluxo FR1AB12 = fluxo na rota  $r_1(a,b)$  na velocidade k para a modalidade de atendimento modem-mux em cima de circuito livre.

Para a rede hipotética em questão chegou-se a um total de 46 variáveis de compra e um total de 96 variáveis de fluxo. Definiu-se as variáveis de compra como inteiras e relaxou-se as variáveis de fluxo deixando que fossem contínuas.

As restrições são as seguintes:

## FUNCAO OBJETIVO:

MIN 6750 EAB1A1 + 10000 EAB1A2 + 10000 EAB1A3 + 1463436 EAB1A4  
 + 251732 EAB1A5 + 6750 EBC1A1 + 6750 EBD1A1 + 10000 EBD1A2  
 + 10000 EBD1A3 + 1463436 EBD1A4 + 251732 EBD1A5 + 6750 ECD1A1  
 + 10000 ECD1A2 + 10000 ECD1A3 + 251732 ECD1A5 + 10000 EAC1A2  
 + 10000 EAC1A3 + 1503436 EAC1A4 + 251732 EAC1A5 + 10000 ECD2A2  
 + 10000 ECD2A3 + 1503436 ECD2A4 + 251732 ECD2A5 + 10676 EAB1D1  
 + 10000 EAB1D2 + 10000 EAB1D3 + 47092 EAB1D4 + 10676 EBC1D1  
 + 10676 EAD1D1 + 10000 EAD1D2 + 10000 EAD1D3 + 47092 EAD1D4  
 + 10676 EBD1D1 + 10000 EBD1D2 + 10000 EBD1D3 + 47092 EBD1D4  
 + 10676 ECD1D1 + 10000 ECD1D2 + 10000 ECD1D3 + 47092 ECD1D4  
 + 10000 EAB2D2 + 10000 EAB2D3 + 47092 EAB2D4 + 10000 EBD2D2  
 + 10000 EBD2D3 + 47092 EBD2D4

## SUBJECT TO

## RESTRICOES DE ATENDIMENTO A DEMANDA:

- 1) FR1AB11 + FR1AB12 + FR1AB13 + FR1AB14 + FR1AB15 + FR2AB11 + FR2AB12 + FR2AB13 + FR2AB14 + FR3AB11 + FR3AB12 + FR3AB13 + FR3AB14  $\geq 50$
- 2) FR1AB31 + FR1AB32 + FR1AB33 + FR1AB34 + FR1AB35 + FR2AB31 + FR2AB32 + FR2AB33 + FR2AB34 + FR3AB31 + FR3AB32 + FR3AB33 + FR3AB34  $\geq 30$
- 3) FR1AC22 + FR1AC23 + FR1AC24 + FR1AC25 + FR2AC21 + FR3AC21  $\geq 100$
- 4) FR1AC44 + FR1AC45 + FR2AC41 + FR3AC41  $\geq 10$
- 5) FR1BD11 + FR1BD12 + FR1BD13 + FR1BD14 + FR1BD15 + FR2BD11 + FR2BD12 + FR2BD13 + FR2BD14 + FR3BD12 + FR3BD13 + FR3BD14 + FR4BD11  $\geq 40$
- 6) FR1BD41 + FR1BD44 + FR1BD45 + FR2BD41 + FR2BD44 + FR3BD44 + FR4BD41  $\geq 200$
- 7) FR1CD21 + FR1CD22 + FR1CD23 + FR1CD25 + FR2CD21 + FR2CD22 + FR2CD23 + FR2CD24 + FR3CD23 + FR3CD24 + FR3CD25 + FR4CD21  $\geq 50$
- 8) FR1CD31 + FR1CD32 + FR1CD33 + FR1CD35 + FR2CD31 + FR2CD32 + FR2CD33 + FR2CD34 + FR3CD32 + FR3CD33 + FR3CD34 + FR3CD35 + FR4CD31  $\geq 150$
- 9) FR1AD11 + FR1AD12 + FR1AD13 + FR1AD14 + FR2AD11  $\geq 100$
- 10) FR1AD41 + FR1AD44 + FR2AD41  $\geq 50$

## RESTRICOES DE CAPACIDADE - ANLOGICO:

M = 1:

- 11) FR1AB11 + FR1AB31 - 15 EAB1A1 + EAB1A2  $\leq 10$
- 12) FR4BD11 + FR4BD41 - 15 EBC1A1  $\leq 15$
- 13) FR1BD11 + FR1BD41 - 15 EBD1A1 + EBD1A2  $\leq 40$
- 14) FR3AC21 + FR3AC41 + FR1CD21 + FR1CD31 - 15 ECD1A1 + ECD1A2  $\leq 0$
- 15) FR1AC21 + FR1AC41 + FR2AD11 + FR2AD41 + EAC1A2  $\leq 20$
- 16) FR3CD21 + FR3CD31 + ECD2A2  $\leq 0$

M = 2:

- 17) FR1AB12 + FR1AB32 - 4 EAB1A2  $\leq 0$
- 18) FR1BD12 - 4 EBD1A2  $\leq 0$
- 19) FR1CD22 + FR1CD32 - 4 ECD1A2  $\leq 0$
- 20) FR1AC22 - 4 EAC1A2  $\leq 0$
- 21) FR3CD22 + FR3CD32 - 4 ECD2A2  $\leq 0$

M = 3:

- 22) FR1AB13 + FR1AB33 - 3 EAB1A3  $\leq 0$
- 23) FR1BD13 - 3 EBD1A3  $\leq 0$
- 24) FR1CD23 + FR1CD33 - 3 ECD1A3  $\leq 0$
- 25) FR1AC23 - 3 EAC1A3  $\leq 0$
- 26) FR3CD23 + FR3CD33 - 3 ECD2A3  $\leq 0$

M = 4:

- 27)FR1AB14 + FR1AB34 - 600 EAB1A4 <= 0  
 28)FR1BD14 + FR1BD44 - 600 EBD1A4 <= 0  
 29)FR1AC24 + FR1AC44 - 600 EAC1A4 <= 0  
 30)FR3CD24 + FR3CD34 - 600 ECD2A4 <= 0

M = 5:

- 31)FR1AB15 + FR1AB35 - 24 EAB1A5 <= 0  
 32)FR1BD15 + FR1BD45 - 24 EBD1A5 <= 0  
 33)FR1CD25 + FR1CD35 - 24 ECD1A5 <= 0  
 34)FR1AC25 + FR1AC45 - 24 EAC1A5 <= 0  
 35)FR3CD25 + FR3CD35 - 24 ECD2A5 <= 0

NO. MAXIMO DE MODENS-MUX(M =2):

- 36)EAB1A2 - 15 EAB1A1 <= 10  
 37)EBD1A2 - 15 EBD1A1 <= 40  
 38)ECD1A2 - 15 ECD1A1 <= 0

RESTRICOES DE CAPACIDADE - DIGITAL:

M = 1:

- 39)FR2AB11 + FR2AB31 + FR2AC21 + FR2AC41 - 30 EAB1D1 +  
 EAB1D2 + EAB1D4 <= 15  
 40)FR2AC21 + FR2AC41 + FR4CD21 + FR4CD31 - 30 EBC1D1 <= 0  
 41)FR2BD11 + FR2BD41 + FR4CD21 + FR4CD31 - 30 EBD1D1 +  
 EBD1D2 + EBD1D4 <= 25  
 42)FR4BD11 + FR4BD41 + FR2CD21 + FR2CD31 - 30 ECD1D1 +  
 ECD1D2 + ECD1D4 <= 20  
 43)FR3AC21 + FR3AC41 + FR1AD11 + FR1AD41 + FR2AD11 + FR2AD41  
 - 30 EAD1D1 + EAD1D2 + EAD1D4 <= 10  
 44)FR3AB11 + FR3AB31 + EAB2D2 + EAB2D4 <= 10  
 45)FR3BD11 + FR3BD41 + EBD2D2 + EBD2D4 <= 5

M = 2:

- 46)FR2AB12 + FR2AB32 - 4 EAB1D2 <= 0  
 47)FR2BD12 - 4 EBD1D2 <= 0  
 48)FR2CD22 + FR2CD32 - 4 ECD1D2 <= 0  
 49)FR1AD12 - 4 EAD1D2 <= 0  
 50)FR3AB12 + FR3AB32 - 4 EAB2D2 <= 0  
 51)FR3BD12 - 4 EBD2D2 <= 0

M = 3:

- 52)FR2AB13 + FR2AB33 - 3 EAB1D3 <= 0  
 53)FR2BD13 - 3 EBD1D3 <= 0  
 54)FR2CD23 + FR2CD33 - 3 ECD1D3 <= 0  
 55)FR1AD13 - 3 EAD1D3 <= 0  
 56)FR3AB13 + FR3AB33 - 3 EAB2D3 <= 0  
 57)FR3BD13 - 3 EBD2D3 <= 0

M = 4:

- 58)FR2AB14 + FR2AB34 - 20 EAB1D4 <= 0  
 59)FR2BD14 + FR2BD44 - 20 EBD1D4 <= 0

60)FR2CD24 + FR2CD34 - 20 ECD1D4 <= 0  
 61)FR1AD14 + FR1AD44 - 20 EAD1D4 <= 0  
 62)FR3AB14 + FR3AB34 - 20 EAB2D4 <= 0  
 63)FR3BD14 + FR3BD44 - 20 EBD2D4 <= 0

NO. MAXIMO DE MODENS--MUX E MDT--64:

64)EAB1D2 - 30 EAB1D1 <= 15  
 65)EBD1D2 - 30 EBD1D1 <= 25  
 66)ECD1D2 - 30 ECD1D1 <= 20  
 67)EAD1D2 - 30 EAD1D1 <= 10  
 68)EAB1D2 + EAB1D4 - 30 EAB1D1 <= 15  
 69)EBD1D2 + EBD1D4 - 30 EBD1D1 <= 25  
 70)ECD1D2 + ECD1D4 - 30 ECD1D1 <= 20  
 71)EAD1D2 + EAD1D4 - 30 EAD1D1 <= 10  
 72)EAB2D2 + EAB2D4 <= 10  
 73)EBD2D2 + EBD2D4 <= 5

RESTRICOES DE VELOCIDADE - ANALOGICO:

M = 2:

74)1200 FR1AB12 + 4800 FR1AB32 - 9600 EAB1A2 <= 0  
 75)1200 FR1BD12 - 9600 EBD1A2 <= 0  
 76)2400 FR1CD22 + 4800 FR1CD32 - 9600 ECD1A2 <= 0  
 77)2400 FR1AC22 - 9600 EAC1A2 <= 0  
 78)2400 FR3CD22 + 4800 FR3CD32 - 9600 ECD2A2 <= 0

M = 3:

79)1200 FR1AB13 + 4800 FR1AB33 - 4800 EAB1A3 <= 0  
 80)1200 FR1BD13 - 4800 EBD1A3 <= 0  
 81)2400 FR1CD23 + 4800 FR1CD33 - 4800 ECD1A3 <= 0  
 82)2400 FR1AC23 - 4800 EAC1A3 <= 0  
 83)2400 FR3CD23 + 4800 FR3CD33 - 4800 ECD2A3 <= 0

M = 4:

84)1200 FR1AB14 + 4800 FR1AB34 - 1440000 EAB1A4 <= 0  
 85)1200 FR1BD14 + 9600 FR1BD44 - 1440000 EBD1A4 <= 0  
 87)2400 FR1AC24 + 9600 FR1AC44 - 1440000 EAC1A4 <= 0  
 88)2400 FR3CD24 + 4800 FR3CD34 - 1440000 ECD2A4 <= 0

RESTRICOES DE VELOCIDADE-DIGITAL:

M = 2:

89)1200 FR2AB12 + 4800 FR2AB32 - 9600 EAB1D2 <= 0  
 90)1200 FR2BD12 - 9600 EBD1D2 <= 0  
 91)2400 FR2CD22 + 4800 FR2CD32 - 9600 ECD1D2 <= 0  
 92)1200 FR1AD12 - 9600 EAD1D2 <= 0  
 93)1200 FR3AB12 + 4800 FR3AB32 - 9600 EAB2D2 <= 0  
 94)1200 FR3BD12 - 9600 EBD2D2 <= 0

M = 3:

95)1200 FR2AB13 + 4800 FR2AB33 - 4800 EAB1D3 <= 0  
 96)1200 FR2BD13 - 4800 EBD1D3 <= 0  
 97)2400 FR2CD23 + 4800 FR2CD33 - 4800 ECD1D3 <= 0

98)1200 FR1AD13 - 4800 EAD1D3 <= 0  
 99)1200 FR3AB13 + 4800 FR3AB33 - 4800 EAB2D3 <= 0  
 100)1200 FR3BD13 - 4800 EBD2D3 <= 0

M = 4:

101)1200 FR2AB14 + 4800 FR2AB34 - 48000 EAB1D4 <= 0  
 102)1200 FR2BD14 + 9600 FR2BD44 - 48000 EBD1D4 <= 0  
 103)2400 FR2CD24 + 4800 FR2CD34 - 48000 ECD1D4 <= 0  
 104)1200 FR1AD14 + 9600 FR1AD44 - 48000 EAD1D4 <= 0  
 105)1200 FR3AB14 + 4800 FR3AB34 - 48000 EAB2D4 <= 0  
 106)1200 FR3BD14 + 9600 FR3BD44 - 48000 EBD2D4 <= 0

LIMITES SUPERIORES:

EAB1A1 <= 0  
 EAB1A3 <= 180  
 EAB1A4 <= 1  
 EAB1A5 <= 2  
 EBC1A1 <= 0  
 EBD1A1 = 1  
 EBD1A3 <= 60  
 EBD1A4 <= 1  
 EBD1A5 <= 1  
 ECD1A1 = 1  
 ECD1A3 <= 60  
 ECD1A5 <= 2  
 EAC1A2 <= 20  
 EAC1A3 <= 180  
 EAC1A4 <= 1  
 EAC1A5 <= 4  
 ECD2A2 <= 0  
 ECD2A3 <= 180  
 ECD2A4 <= 1  
 ECD2A5 <= 2  
 EAB1D1 = 1  
 EAB1D3 <= 210  
 EBC1D1 <= 2  
 EBD1D1 <= 0  
 EBD1D3 <= 240  
 ECD1D1 <= 2  
 ECD1D3 <= 180  
 EAD1D1 = 1  
 EAD1D3 <= 240  
 EAB2D2 <= 10  
 EAB2D3 <= 360  
 EBD2D2 <= 5  
 EBD2D3 <= 90  
 EBD2D4 = 5  
 END.  
 GIN EAB1A1  
 GIN EAB1A2  
 GIN EAB1A3  
 GIN EAB1A4  
 GIN EAB1A5  
 GIN EBC1A1

GIN EBD1A2  
GIN EBD1A3  
GIN EBD1A4  
GIN EBD1A5  
GIN ECD1A2  
GIN ECD1A3  
GIN ECD1A5  
GIN EAC1A2  
GIN EAC1A3  
GIN EAC1A4  
GIN EAC1A5  
GIN ECD2A2  
GIN ECD2A3  
GIN ECD2A4  
GIN ECD2A5  
GIN EAB1D2  
GIN EAB1D3  
GIN EAB1D4  
GIN EBC1D1  
GIN EBD1D1  
GIN EBD1D3  
GIN EBD1D4  
GIN ECD1D1  
GIN ECD1D2  
GIN ECD1D3  
GIN ECD1D4  
GIN EAD1D2  
GIN EAD1D3  
GIN EAD1D4  
GIN EAB2D2  
GIN EAB2D3  
GIN EAB2D4  
GIN EBD2D2  
GIN EBD2D3  
GIN EBD1D2  
SUB EBD1A4 2  
SUB ECD2A4 1  
SUB EAB1D4 4  
SUB ECD1D4 2  
SUB EAD1D4 6

Foram realizados testes para a demanda dada anteriormente e para a mesma demanda com acréscimo de 50% e chegou-se aos seguintes resultados:

a) Para a demanda sem acréscimo:

solução ótima contínua: cr\$ 2091437.00

melhor solução inteira: cr\$ 2392968.00

b) Para a demanda com acréscimo de 50%:

solução ótima contínua: cr\$ 4210635.00

melhor solução inteira: cr\$ 4476048.00

Verificou-se que os resultados foram coerentes com os dados fornecidos e que a demanda foi atendida sempre com o menor investimento possível. Foi utilizada sempre em primeiro lugar as folgas existentes( custo zero ) e pode-se constatar que para uma demanda maior houve uma elevação do custo não somente pelo aumento do n<sup>o</sup> de equipamentos, mas também porque tornou-se necessária a utilização de equipamentos de maior capacidade e conseqüentemente mais caros.



## CAPÍTULO VI

### CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Ao contrário da formulação clássica nó-arco e arco-caminho vistas no início das seções III.2 e III.3, respectivamente, o custo nos modelos formulados nesta tese está associado à variável de compra  $y$  e não à variável de fluxo  $x$ . Isto foi feito, pois queria-se obter diretamente a quantidade de equipamentos que deveria ser implantado em cada arco para satisfazer a demanda total de lpcd's com um investimento mínimo. Contudo, esta hipótese de trabalho pode implicar em uma solução que utilize equipamentos de investimento mais barato, mas de baixa modularidade. Ou seja, um equipamento de investimento menor, mas de baixa modularidade e eventualmente, com um custo final por canal de voz mais alto do que um de alta modularidade e de custo final por canal de voz mais barato, será escolhido em detrimento deste último. Ambos atenderão a demanda, mas este último deixaria uma folga que poderia ser utilizada posteriormente.

Assim, para contornar a situação acima, pode-se associar o custo à variável de fluxo  $x$ , de modo que se compute no modelo apenas o custo das facilidades utilizadas. Isto pode ser feito sem nenhuma dificuldade e sem grandes modificações nos modelos propostos.

Uma outra observação é quanto a utilização da folga existente. Neste modelo considerou-se a possibilidade de usar toda a folga de circuitos de voz para atender a demanda de lpcd's.

Contudo, esta folga poderia ser utilizada para o atendimento de outros serviços como, por exemplo, a demanda de telefonia da rede comutada, lp's de telex e lp's de voz. Desta maneira, poderia-se acrescentar um custo a esta folga de forma a penalizar um pouco a sua utilização e assim, poder deixar em alguns casos, circuitos livres existentes para serem usados a posteriori.

A formulação arco caminho tem a vantagem de ser capaz de lidar com arcos direcionados e não direcionados, pois a direcionalidade ou não dos arcos é considerada implicitamente na matriz arco-caminho. Porém, apresenta a desvantagem de exigir que se defina, a priori, as rotas que cada comodidade pode utilizar. Esta exigência pode comprometer a otimalidade global, se o planejador excluir rotas potencialmente promissoras. Um outro mérito deste tipo de modelo é que se pode eliminar soluções que numa formulação livre nó-arco poderiam ser escolhidas, a despeito de suas desvantagens operacionais.

A disponibilidade de uma rede de transmissão analógica para atendimento da planta de telefonia levou, inicialmente, a sua utilização como suporte básico para circuitos de comunicação de dados. Os circuitos de voz disponíveis nesta rede foram e continuam sendo em grande parte utilizadas para conexões até 9600 bps, através do uso de modems analógicos.

Com a utilização crescente de sistemas de Telecomunicações, incluindo os de transmissão, as redes de Comunicações de Dados estão evoluindo através de equipamentos

de multiplexação, roteadores e concentradores que usam os suportes digitais para se interconectarem.

Estes suportes, que operam em velocidades cada vez maiores, permitem a veiculação de significativa quantidade de circuitos de dados.

Para efeito comparativo, um circuito de voz pode ser utilizado como suporte de 4 circuitos de 2400 bps. Para um circuito de 64 Kbps, usado para um canal de voz PCM, pode se veicular no mínimo 20 circuitos de 2400 bps.

O presente trabalho enfoca alternativas de solução de atendimento sobre uma rede de transmissão analógica, considerando também algumas configurações de atendimento sobre infra-estrutura digital.

Cabe também observar que o referido estudo abrange particularmente circuitos interurbanos, que é o segmento do mercado de maior rentabilidade.

Entretanto, o modelo utilizado pode ser aplicado para circuitos urbanos considerando, neste caso, meios de transmissão específicos para este tipo de circuito. Pode-se citar, por exemplo, os cabos ópticos, que são utilizados com maior frequência para os entrocamentos urbanos em comparação com os enlaces rádio digitais usados para conexões a grandes distâncias. Cabe ressaltar, que devido a minimização dos custos de fabricação dos cabos ópticos, estes meios começam a ser utilizados no Brasil também para entroncamentos interurbanos.

Os problemas da área de Telecomunicações são realmente de um alto grau de complexidade, já que cada estação

não é simplesmente uma origem ou um destino para comodidades, mas é simultaneamente uma origem, um destino e ponto de passagem.

Já existem vários trabalhos publicados nesta área, mas como é um campo em contínua e rápida modificação devido ao rápido desenvolvimento da tecnologia ,pode-se dizer que apresenta sempre novos problemas muito interessantes.

Por exemplo, o próximo passo do presente estudo poderia ser o desenvolvimento e/ou adaptação dos modelos aqui apresentados para as redes de Comunicação de Dados que utilizam suportes digitais e equipamentos terminais mais inteligentes.

Uma outra linha de pesquisa poderia ser a generalização do modelo de forma a torná-lo dinâmico, considerando demandas em várias etapas do horizonte de estudo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) Assad, A. A. , "Multicommodity Network Flows - A Survey", *Networks*, vol 8, 37-91, 1978.
- 2) Bazaraa, M. S. e Jarvis, J. J. , "Linear Programming and Network Flows", John Wiley, New York, 1977.
- 3) Bortolon, S. , "Otimização do Roteamento de Troncos Telefônicos usando Sistemas de Alta Hierarquia em Fibras Ópticas", Tese de Mestrado, Departamento de Sistemas da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, 1990.
- 4) Chien, R. T. , Gomory R. E. , e Hu, T. C. , "Communication Networks", *IEEE Trans. Circuit Theory* CT-11, 19-22, 1964.
- 5) Chen, S. e Saigal, R. , "A Primal Algorithm for Solving a Capacitated Network Flow Problem with Additional Linear Constraints", *Networks*, 7, 59-79, 1977.
- 6) Elmaghraby, S. L. , "The Theory of Networks and Management Science. Part I. ", *Manegement Science*, vol 17, no. 1. setembro, 1970.
- 7) Ford, L. R. e Fulkerson, D. R. , "Flows in Networks", Princeton University Press, Princeton, N. J. , 1962.

- 8) Gavish, B. e Neuman, I., "A System for Routing and Capacity Assignment in Computer Communication Networks", IEEE Transactions on Communications, vol. 37, no. 4, abril de 1989.
- 9) Hadley, G., "Linear Programming", Reading - Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1965.
- 10) Hu, T. C., "Multicommodity Network Flows", Operations Research, vol. 11, no. 3, 344-360, maio-junho/1966.
- 11) Jewell, W. S., "Multi-Commodity Network Solutions", ORC 66-23, Operations Research Center, University of California, Berkeley, 1966.
- 12) Kalaba, R. E. e Juncosa, M. L., "Optimal Design and Utilization of Communication Networks", Management Science 3, 33-44 (1957).
- 13) Lasdon, L. S., "Optimization Theory for Large Systems", MacMillan Co., New York, 1970.
- 14) Matos, R. R. L., "Problemas de Multicomodidade em redes não orientadas", Tese de Mestrado - COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, 1974.
- 15) Minoux, M., "Network Synthesis and Optimum Network Design Problems: Models, Solution Methods and Applications", Network, vol 19, 313-360, 1989.

16) Soroush, H. and Mirchandani, P. B., "The Stochastic Multicommodity Flow Problem", *Networks*, vol 20, 121-155, 1990.

17) Tomlin, J. A., "Minimum Cost Multicommodity Network Flows", *Operations Research*, vol 14, no. 1, 45-51, 1966.