

**MODELADORES DIGITAIS DE TERRENO EM SISTEMAS DE
INFORMAÇÃO GEOGRÁFICA**

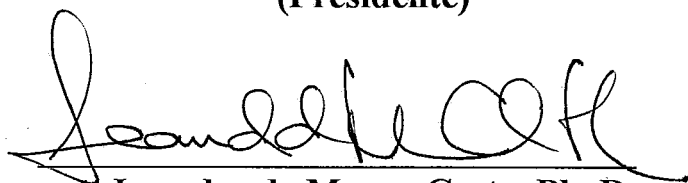
Margareth Gonçalves Simões

**TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO
DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA DE
SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.**

Aprovada por:



**Ronaldo Cesar Marinho Persiano, D.Sc.
(Presidente)**



Leandro de Moura Costa, Ph. D.



Ubiratan Porto dos Santos, Ph. D.

**Rio de Janeiro, RJ - Brasil
Abril de 1993**

SIMÕES, MARGARETH GONÇALVES

Modeladores Digitais de Terreno em Sistemas de Informação Geográfica [Rio de Janeiro] 1993.

xii, 167 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia de Sistemas e Computação, 1993)

Tese, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Modeladores Digitais de Terreno

I. COPPE/UFRJ

II. Modeladores Digitais de Terreno em Sistemas de Informação Geográfica 1993

Aos meus pais Jorge e Cléa

AGRADECIMENTOS

A Deus por me dar vida e saúde para cumprir mais esta jornada.

Aos meus pais pela minha formação.

Ao Prof. Marinho pela orientação, amizade, compreensão e aceitação das minhas limitações como aluna e como ser humano.

Ao amigo Jide Kufonyi do ITC (International Institute for Aerospace Survey and Earth Sciences) pelo carinho com que me recebeu, estímulo e valiosa colaboração em termos de referências bibliográficas atualizadas, bem como pela troca de informação técnica.

Ao Prof. Testard por facilitar meu acesso ao IGN (Institut Geographique National) e pela sua contribuição na indicação de referências bibliográficas. Não posso deixar de estender estes agradecimentos ao *staff* da biblioteca, pela atenção e colaboração, concedendo-me sem ônus cópias xerox, além de publicações originais de trabalhos daquele instituto.

Ao NCE (Núcleo de Computação Eletrônica - UFRJ) pelo suporte material e pelo apoio à elaboração desta dissertação através da liberação das minhas atividades como funcionária para a conclusão deste trabalho.

Aos colegas da COPPE pelo carinho e pelos momentos de descontração.

E a todos aqueles que de forma indireta contribuíram através da demonstração de amizade e estímulo, essenciais à renovação das forças.

"O amor é paciente e bondoso, nunca é invejoso ou ciumento, nunca é presunçoso nem orgulhoso, nunca é arrogante, nem egoísta, nem tampouco rude.

O amor não exige que se faça o que ele quer.

Não é irritadiço, nem melindroso.

Não guarda rancor e dificilmente notará o mal que os outros lhe fazem.

Nunca está satisfeito com a injustiça, mas se alegra quando a verdade triunfa.

Se você amar alguém, será leal para com ele, custe o que custar. Sempre acreditará nele, sempre esperará o melhor dele e sempre se manterá em sua defesa.

Todos os dons e poderes especiais que vêm de Deus terminarão um dia, porém o amor continuará para sempre.

Algum dia a profecia, o falar em línguas desconhecidas e a sabedoria especial - os dons desaparecerão.

Há três coisas que perduram - a fé, a esperança e o amor - e a maior destas coisas, é o amor. "

Apóstolo Paulo

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

MODELADORES DIGITAIS DE TERRENO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO GEOGRÁFICA

**Margareth Gonçalves Simões
Abril de 1993**

Orientador: Ronaldo César Marinho Persiano

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Os Sistemas de Informação Geográfica (SIGs) são sistemas que manipulam informações cuja localização é um fator preponderante. Os Modelos Digitais de Terreno (MDTs) são responsáveis pela representação da distribuição espacial de grandezas que possuam variação espacial contínua, sendo, portanto, um componente importante dos SIGs.

Este trabalho visa abordar o tópico modelagem digital de terreno como parte integrante de um sistema de informação geográfica. Os modelos digitais de terreno são analisados em termos de sua concepção, construção e representação. São, também, apresentadas as informações que se pode gerar e extrair a partir destes modelos e como estas informações são requisitadas pelo SIG, através da descrição e exemplificação de uma especificação funcional. Após o conhecimento teórico da construção/representação de um MDT e da especificação de suas funções, sugere-se a implementação de um modelador digital de terreno orientado à objeto, objetivando promover uma melhor integração de um sistema de modelagem com um SIG.

Abstract of the Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.).

DIGITAL TERRAIN MODELLING FOR GEOGRAPHICAL INFORMATION SYSTEMS

**Margareth Gonçalves Simões
April, 1993**

Thesis Supervisor: Ronaldo César Marinho Persiano

Department: Computing and Systems Engineering

The Geographic Information Systems (GISs) manipulate information which has its location as a preponderant factor. The Digital Terrain Models (DTMs) are responsible for the representation of the spatial distribution of variables which have a continuous spatial variation. Hence, they are an important component of GISs.

This work aims at studying the digital terrain modelling as part of a Geographic Information System. The Digital Terrain Models are analysed in terms of its conception, construction, and representation. Also, a presentation of the types of information that can be generated and extracted from these models and how these information are required by the GIS, is made through the description and exemplification of a functional specification. Based on the theoretical knowledge of the construction/representation of DTMs and on the specification of its functions, the implementation of an object oriented DTM is suggested aiming at promoting a better integration of a digital terrain modelling system with a GIS.

ÍNDICE

1- INTRODUÇÃO	1
2- SISTEMAS DE INFORMAÇÃO GEOGRÁFICA E MODELOS DIGITAIS DE TERRENO	5
2.1 Os Sistemas de Informação Geográfica.....	5
2.1.1 Introdução.....	5
2.1.2 Dados Georeferenciados	6
2.1.3 Componentes de um SIG.....	9
2.1.4 Organização das informações espaciais em um SIG	12
2.2 A Modelagem Digital de Terrenos.....	17
2.2.1 Histórico.....	17
2.2.2 Conceituação.....	18
2.2.3 Aplicações dos Modelos Digitais de Terreno	22
2.2.4 A Modelagem Digital de Terrenos nos SIGs.....	32
3 - O MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO NA REPRESENTAÇÃO DO MDT	34
3.1 Definição matemática do modelo digital de terrenos	34
3.2 Estudo das propriedades da função elevação.....	36
3.2.1 Estudo das propriedades locais de um MDT.....	36
3.2.2 Estudo das propriedades globais de um MDT.....	40
4 - ESPECIFICAÇÃO FUNCIONAL DE UM MODELADOR DIGITAL DE TERRENOS	44
4.1 Especificação das funções de um modelador.....	44
4.1.1 Construção do modelo digital de terreno.....	44
4.1.2 Consultas ao modelo	45
4.1.3 Análise do modelo.....	45
4.2 A modelagem digital de terreno como parte integrante de um SIG.....	48

4.3	Análise de um sistema de modelagem num ambiente SIG	50
4.3.1	Criação do MDT.....	50
4.3.2	Manipulação de Modelos.....	53
4.3.3	Consultas ao Modelo	56
4.3.4	Análise do Modelo	59
4.4	Resumo das funções computacionais de um modelador num SIG.....	70
5	- FORMAS DE REPRESENTAÇÃO DO MODELO DIGITAL DE TERRENO	73
5.1	MODELAGEM ATRAVÉS DE UMA GRADE DE PONTOS	74
5.1.1	Apresentação.....	74
5.1.2	Definição	76
5.1.3	Formas de definição da função interpolação em cada retalho retangular.....	76
5.2	MODELAGEM ATRAVÉS DA TRIANGULAÇÃO DOS PONTOS AMOSTRAIS.....	81
5.2.1	Apresentação.....	81
5.2.2	Definição	82
5.2.3	Formas de definição da função de interpolação em cada triângulo.....	83
6	- FORMAS DE CONSTRUÇÃO DOS MODELOS DIGITAIS DE TERRENO	101
6.1	Construção do modelo digital de terreno por grade de pontos	101
6.1.1	Tamanho a ser utilizado na grade.....	102
6.1.2	Considerações gerais sobre os métodos de estimação utilizados.....	104
6.1.3	Tipos de funções de estimação.....	111
6.1.4	Vantagens do modelo GRID.....	122
6.1.5	Desvantagens do modelo GRID.....	122
6.2	Construção do modelo digital de terreno por triangulação dos pontos amostrais	123
6.2.1	Critérios de escolha da triangulação	123
6.2.2	A construção da triangulação.....	125
6.2.3	A estimativa dos gradientes nos vértices.....	127
6.2.4	Vantagens do modelo TIN.....	128

6.2.5 Desvantagens do modelo TIN.....	132
6.2.6 O modelo híbrido TIN/GRID.....	132
7 - CLASSES DE UM MODELADOR DIGITAL DE TERRENO.....	136
7.1 Conceitos da Orientação a Objetos	136
7.2 Sistema Gerenciador de Banco de Dados (DBMS), Sistema de Informação Geográfica e Modeladores Digitais de Terreno Orientados a Objeto (OO).....	138
7.3 Definição de classes e métodos de um modelador orientado a objetos.....	142
8 - CONCLUSÕES.....	156

ÍNDICE DE FIGURAS

A representação de informações espaciais do mundo real através do SIG	6
Algumas consultas que podem ser realizadas através de um SIG	9
O modelo digital de terreno como parte integrante de um SIG	12
Conceito de plano de informação nos SIGs.....	13
Mosaico de informações temáticas num SIG.	13
Representação da informação através de detalhamentos sucessivos.....	14
Entidades geográficas.	15
Tipos de unidades espaciais.	16
Algumas propriedades espaciais.....	16
Manipulações num SIG.	17
Exemplo de geração de contornos para diferentes fenômenos.	23
Representação tridimensional de um modelo digital de terreno.	24
O modelo digital de terreno simulando uma obra projetada pelo homem.	25
Zonas de visibilidade, calculadas radialmente a partir de um ponto do modelo.	26
Medida da declividade.	27
Medida do aspecto.	27
Convexidade/concavidade de um relevo representadas por um modelo digital do terreno.	28
O modelo digital de terreno fornecendo estereoscopia a uma imagem de satélite.....	29
Formas de relevo representadas num modelo digital de terreno.....	30
Declividade de uma superfície.	37
Linha de nível.....	38
Linha de nível.....	39
Linhas de talwegues principais.....	42
Cumeadas principais.....	43
Estrutura do modelo grade.....	75
Retalho Bézier bicúbico	77
Função de interpolação de grau 1 para um retalho do modelo grade.....	78
Contornos por interpolação linear num retalho do modelo grade	79
Função de interpolação de grau 2 para um retalho do modelo grade.....	80
Estrutura do modelo TIN.....	82

Interpolação linear sobre uma malha triangular	84
Subdivisão de um triângulo em 6 subtriângulos	87
Subdivisão de um triângulo em 12 subtriângulos	88
A geometria das coordenadas baricêntricas.....	90
Retalhos triangulares quadráticos com malha Bézier e polinômios Bernstein.	92
Retalhos triangulares cúbicos com malha Bézier e polinômios Bernstein.....	93
O algoritmo de Casteljau para $n = 3$	94
Retalho triangular num modelo TIN.....	95
Processo de subdivisão dos triângulos num TIN.....	95
A utilização do incentro para a subdivisão do retalho triangular num TIN.....	96
Splines quadráticas diferenciáveis num TIN.....	96
Construção de uma grade de pontos	101
Grade com densidade variável.....	103
Raios de influência delimitando a região de interesse da função de estimação dos nós da grade.....	108
Má distribuição dos pontos amostrais em relação ao nó da grade a ser estimado.....	110
Separação dos pontos amostrais em quadrantes centrados no nó da grade	111
Estimação do nó da grade pela média ponderada das distâncias.....	114
Estimação do valor da ordenada Z do nó da grade pela média ponderada das distâncias projetadas.....	115
Dificuldade do modelo grade na representação de características especiais da superfície	123
Triangulação de quatro pontos.....	124
Triangulação de Delaunay	125
Construção do Diagrama de Voronoi.....	125
Triangulação mantendo as linhas características especiais da superfície	129
TIN com as arestas dos triângulos representando uma característica especial	130
Esquema de um modelo TIN, procurando representar as características especiais de um relevo	130
Inserção de estruturas de falhas num modelo TIN	131
O modelo híbrido TIN/GRID	133
Fluxo de informação num modelador OO.....	159

1 - INTRODUÇÃO

Muitas disciplinas lidam com problemas concernentes à análise e manipulação de entidades que incorporam a relação espaço-tempo. A forma mais comum de armazenamento e apresentação destas informações que se baseiam em coordenadas são os mapas, normalmente reproduzidos em papel. Os elementos espaciais por eles representados como pontos, linhas e áreas estão amarrados a um sistema de coordenadas, normalmente latitude, longitude e a elevação em relação ao nível do mar.

Os mapas são utilizados como uma forma de guardar informações espaciais, analisar estas informações, prever fatos futuros a partir delas, desenvolver decisões sobre o meio físico e como uma forma de comunicar conceitos espaciais. A identificação de elementos de dados espaciais, a determinação de suas localizações num sistema de coordenadas, a medida dos seus atributos espaciais e o armazenamento e recuperação destes elementos de dados em mapas são tarefas muito comuns. A recuperação e a análise destas informações normalmente envolve a inspeção visual do mapa juntamente com uma inspeção intuitiva por parte de quem realiza o trabalho. A recuperação de informações simples é imediata, entretanto a recuperação de uma quantidade grande de informações, juntamente com a realização de relacionamentos complexos entre as informações existentes nos elementos do mapa é uma tarefa muitas vezes lenta.

Normalmente, a integração de um conjunto de dados espaciais é realizada através da transformação de dois ou mais conjuntos de dados para um novo mapa possuindo a mesma escala, utilizando-se para isto um *overlay* transparente para cada conjunto de dados e registrando-se estes *overlays* de tal forma que o sistema de coordenadas fique alinhado. Posteriormente, cria-se manualmente uma composição na forma de um novo *overlay* que apresenta aquelas localizações onde as várias classes de fenômenos estudados ocorrem numa superposição espacial (MARBLE, 1990). O tempo envolvido neste processo é normalmente muito grande. Além disto, a complexidade do mapa gerado representa um fator significativo na lentidão do processo de análise e contribui em geral na geração de erros. Um outro inconveniente dos mapas convencionais é que estes consomem consideráveis recursos e um tempo muito grande quando se faz necessário realizar-se atualizações. Caso as mudanças num elemento de um conjunto de dados espaciais reflita

em outros elementos que estejam logicamente relacionados, não há nenhum dispositivo que indique que possa haver mudanças em outras entidades espaciais também. Por exemplo, uma entidade espacial tal como um trecho de estrada pode tanto pertencer ao mapa de transporte como ao mapa de fronteiras políticas. Se este trecho for removido, esta mudança pode ser refletida no *overlay* de transporte, mas na manipulação convencional dos dados não haverá nenhum dispositivo indicando as mudanças ocorridas em outros *overlays* que também utilizam esta informação.

A utilização da computação digital como uma ferramenta para o manejo de dados, logo estendeu sua aplicação ao armazenamento e manipulação de dados espaciais. Atualmente, os Sistemas de Informação Geográfica (SIGs) juntamente com a computação gráfica estão cumprindo um papel semelhante ao dos mapas convencionais na condução da análise espacial. Os sistemas de informação geográfica são sistemas computacionais nos quais as informações são organizadas, analisadas e apresentadas tendo como referência a localização. Devido a esta característica, os SIGs são utilizados na manipulação de informações geográficas em geral, no desenvolvimento de projetos e no auxílio a tomada de decisões, principalmente por parte de órgãos governamentais, estendendo suas aplicações ao monitoramento ambiental, controle de ocupação e expansão urbana, uso da terra para fins agrícolas, estudo de áreas de risco de poluição, deslizamento etc.

A utilização dos sistemas de geoinformação possui as seguintes vantagens em relação à produção de mapas por meios convencionais (DANGERMOND, 1990):

- Os dados são mantidos num formato físico compacto, através do uso de arquivos magnéticos.
- Os dados podem ser mantidos e extraídos a um custo menor.
- Os dados podem ser recuperados com uma velocidade maior.
- Várias ferramentas computadorizadas permitem que uma variedade de manipulações sejam efetuadas, tais como: superposição de mapas, transformações, desenho gráfico e manipulações na base de dados.
- Informações gráficas e não gráficas podem ser integradas e manipuladas simultaneamente.
- Pode-se elaborar modelos conceituais, tais como: capacidade de uma região para cultivo, controle do uso do solo etc. Isto facilita a avaliação de critérios políticos e técnicos para áreas extensas, utilizando-se um consumo menor de tempo.

- A análise de mudanças ao longo do tempo podem ser efetuadas eficientemente para dois ou mais períodos de tempo.
- Ferramentas automáticas de desenho podem ser utilizadas na produção final de mapas cartográficos.
- Algumas formas de análise, que simplesmente não poderiam ser realizadas eficientemente pelo processo manual, podem ser efetuadas com baixo custo como é o caso da realização de análises de terrenos na forma digital, tais como: cálculo da declividade, aspecto, intensidade do sol ao longo de uma área, delimitação automática de bacias hidrográficas, etc. Estas análises são possíveis através da utilização dos modelos digitais de terreno, cujo estudo mais detalhado é o objetivo deste trabalho.

Os Modelos Digitais de Terreno (MDTs) geram informações espaciais de grande importância na análise de dados tridimensionais, modelando e analisando uma superfície. Uma das aplicações mais frequentes destes modelos é aquela que envolve dados topográficos. Além da representação do terreno, a partir dos modelos digitais, outras informações espaciais a eles relacionadas são extraídas, manipuladas e integradas aos SIGs. O estudo dos modelos digitais de terreno e das informações dele extraídas, como parte integrante de um sistema de informação geográfica, é o objetivo deste trabalho, que foi subdividido nos seguintes tópicos:

- . capítulo 2 - *" Apresentação dos sistemas de informação geográfica, modeladores e modelos digitais de terreno, suas aplicações, conceitos envolvidos e o papel dos MDTs nos SIGs. "* Através deste capítulo observa-se "o que são" e "o que se pode fazer" com os modelos.
- . capítulo 3 - *" Interpretação matemática do modelo digital de terreno".* Baseado nesta abordagem pode-se compreender o significado matemático destes modelos e das informações deles derivadas, advindas das aplicações apresentadas no capítulo 2.
- . capítulo 4 - *"O que um modelador digital de terreno deve oferecer para atender às necessidades de um SIG."* Aqui é fornecida a especificação funcional de um modelador e sua aplicação num sistema de modelagem para SIG, ou seja, é definido um conjunto de funções computacionais que

um modelador deve possuir para que possa satisfazer aos requisitos de um sistema de informação geográfica e às aplicações apresentadas no capítulo 2.

- . capítulo 5 - *"Como a partir de um modelo digital de terreno pode-se representar a superfície modelada e dela extrair as informações derivadas"*. Neste capítulo são apresentadas as "formas de representação" de um modelo, que permitem extrair do MDT as informações que satisfazem aos requisitos descritos na especificação funcional.
- . capítulo 6 - *"Como se constroi o modelo"*. Como a partir de um conjunto de dados amostrais se cria uma estrutura de dados capaz de representar e substituir as amostras fornecidas como dados de entrada, gerando o modelo de uma superfície na forma digital.
- . capítulo 7 - *"Projeto de um modelador utilizando-se a orientação a objetos como uma das soluções para a sua implementação"*. Este capítulo sugere a utilização das propriedades da orientação a objetos como uma forma de manipular as informações e integrar o modelador ao SIG.

2 - SISTEMAS DE INFORMAÇÃO GEOGRÁFICA E MODELOS DIGITAIS DE TERRENO

Neste capítulo será fornecida uma breve apresentação dos Sistemas de Informação Geográfica (SIGs) que, conforme comentado no capítulo anterior, vêm sendo cada vez mais utilizados na geração, análise e manipulação de informações espaciais. Serão também apresentados os conceitos relativos ao modelador e modelo digital de terreno, bem como as informações que podem ser extraídas a partir da sua utilização como ferramenta na manipulação de dados espaciais tridimensionais. Adicionalmente, será discutida a ligação dos modeladores digitais de terreno com os SIGs para a produção de mapas e resultados derivados da análise conjunta destas informações.

2.1 Os Sistemas de Informação Geográfica

2.1.1 Introdução

Os Sistemas de Informação Geográfica (SIGs) são sistemas utilizados para coletar, armazenar e analisar fenômenos cuja localização geográfica é uma característica importante. Devido às inúmeras aplicações existentes, que envolvem a espacialidade dos fenômenos, os SIGs tornaram-se sistemas multidisciplinares, podendo ser utilizados como ferramentas na análise de fenômenos naturais, econômicos e sociais. Estes sistemas oferecem aos usuários a oportunidade de manipular uma base de dados volumosa, selecionando os dados por área ou tema, procurando características específicas nestas áreas, acessando e atualizando uma base de dados georeferenciada. Eles podem também ser utilizados para criar tipos novos e diversificados de dados de saída através de mapas, gráficos, dados tabulares e sumários estatísticos, de acordo com as necessidades específicas.

Os SIGs são utilizados em aplicações que, geralmente, envolvem uma quantidade de dados muito grande para serem manuseados por processos convencionais. Um SIG pode manipular uma base de dados georeferenciados que considere centenas de características

de uma região, bem como centenas de fatores associados a cada característica ou localização, conforme ilustrado na figura 1.

Um Sistema de Informação Geográfica é um instrumento poderoso de manipulação de informações devido a sua habilidade de manipular dados espaciais juntamente com informações não gráficas, além da capacidade de realizar análises espaciais complexas, tais como o cruzamento de informações contidas em diversos mapas, o que possibilita a geração de novos dados geograficamente referenciados e o uso destes num contexto completamente diferente daquele dos dados originais.

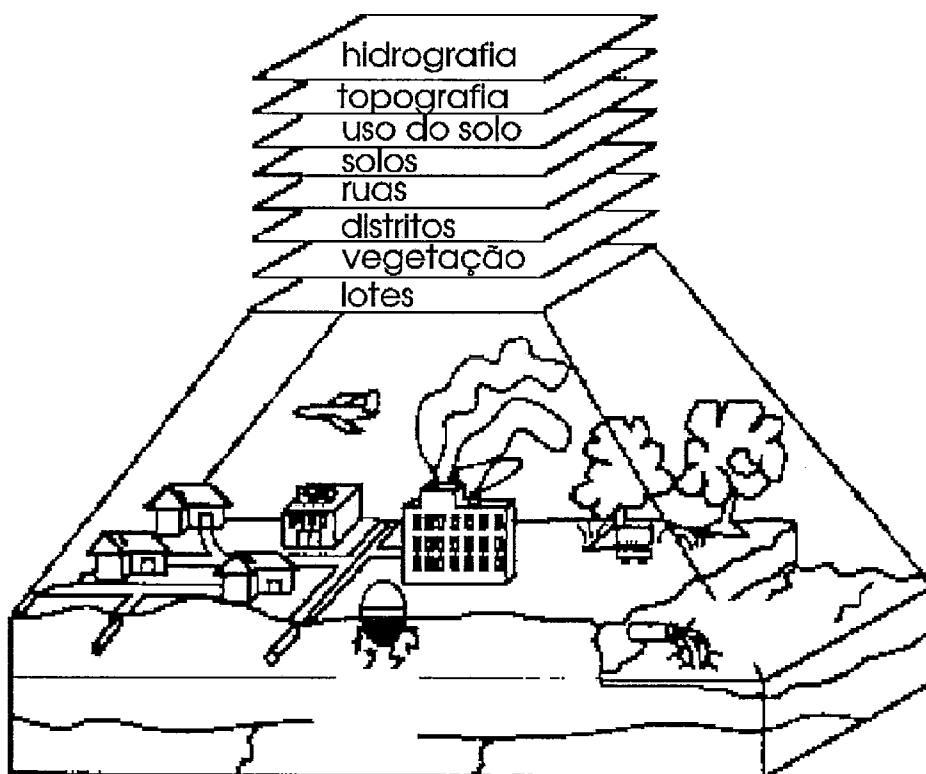


Figura 1 - A representação de informações espaciais do mundo real através do SIG.

2.1.2 Dados georeferenciados

A forma mais familiar de representação dos dados georeferenciados são os mapas. Um mapa é constituído de um conjunto de pontos, linhas e áreas posicionados com

referência a um sistema de coordenadas comuns e são geralmente apresentados em duas dimensões. As legendas dos mapas ligam os atributos não espaciais, tais como símbolos, cores, nome dos lugares etc, aos dados espaciais, ou seja, a localização dos elementos dos mapas. Os mapas servem para armazenar uma quantidade considerável de informações espaciais e apresentá-las aos usuários. Os mapas convencionais são pouco práticos de se manusear, especialmente quando tem-se que analisar diversas informações localizadas em diversos mapas simultaneamente. Num Sistema de Informação Geográfica, o armazenamento e a apresentação dos dados georeferenciados são feitos separadamente. Desta forma, os dados podem ser armazenados com um alto nível de detalhe, podendo também ser apresentados num nível mais geral de informação e em diversas escalas. Num SIG, o desenho de um mapa é uma *visão* de uma *base de dados geográfica*, ou seja, o mesmo dado pode ser visto como diversos tipos de mapa, utilizados para um fim específico.

Nos SIGs, os dados georeferenciados são também representados por pontos, linhas e áreas como nos mapas convencionais. No entanto, estes elementos são organizados de forma diferente da forma analógica. A informação para uma característica geográfica tem quatro componentes principais (ARONOFF, 1989): sua posição geográfica, seus atributos, seus relacionamentos espaciais e o tempo. De forma simplificada, pode-se dizer que estes componentes são: "*onde está*", "*o que representa aquele dado*", "*qual o seu relacionamento com outras características espaciais*" e "*quando a característica existiu*".

. *Posição Geográfica*

Os dados geográficos são fundamentalmente uma forma de dados espaciais, ou seja, cada característica tem uma localização específica. Para os dados geográficos, as localizações são armazenadas em termos de um sistema de coordenadas, tais como : latitude/longitude, UTM (Universal Transverse Mercator) e etc. As coordenadas de um sistema podem ser matematicamente transformadas nas coordenadas de outro sistema, entretanto, nos SIGs deve ser utilizado um sistema de coordenadas comum para toda a base de dados.

. *Atributos*

A segunda característica dos dados geográficos são seus atributos, ou seja, "*o que eles são*". No caso de um mapeamento de solos, por exemplo, os atributos seriam a sua composição, o tipo de rocha que lhe deu origem, etc. Estes atributos são normalmente chamados de *não espaciais*, uma vez que por si só não representam informações posicionais.

. *Relacionamento espacial*

A terceira característica dos dados geográficos é o relacionamento espacial entre entidades geográficas. Estes relacionamentos são normalmente muito numerosos, muitas vezes complexos e muito importantes. Não é suficiente, por exemplo, conhecer a localização de um incêndio e onde se encontram os hidrantes, é necessário, também, saber qual a distância entre os hidrantes e o local onde está ocorrendo o incêndio. Os relacionamentos são intuitivos quando se está olhando diretamente a área ou um mapa, entretanto para um SIG, os relacionamentos devem ser expressos de forma a serem interpretados pelo sistema. Em termos práticos, não é possível armazenar informações sobre todos os relacionamentos espaciais possíveis. Ao invés disto, apenas alguns dos relacionamentos são explicitamente definidos nos SIGs e os demais são calculados quando necessários.

. *Tempo*

A informação geográfica refere-se a um dado relacionado com um tempo ou um período de tempo. Saber o período de tempo em que um dado geográfico foi coletado poderá ser crítico para a utilização deste dado apropriadamente. Por exemplo, uma área considerada residencial pode tornar-se comercial dez anos depois. As informações históricas também podem se tornar componentes valiosas para a base de dados de um SIG, ou seja, conhecer as condições prévias de uma localização geográfica pode ser muito útil.

A representação do tempo num SIG gera um nível de complexidade difícil de se manejar, por isto tais informações ainda não têm sido implementadas de maneira sofisticada.

A agregação das quatro características citadas: posição geográfica, atributos, relacionamento espacial e tempo, torna a informação geográfica difícil de se manipular, sendo muito complexo registrar todas as informações para todas as entidades geográficas. Assim como nos outros sistemas de banco de dados, os SIGs utilizam um modelo de dados para representar as informações consideradas mais importante para a aplicação desejada. Se o modelo for projetado apropriadamente, o SIG irá reproduzir o mundo real de forma precisa o bastante para prover informações úteis, tais como as apresentadas na figura 2. O sistema de banco de dados de um SIG fornece os meios de organizar o atributo espacial e o não espacial para o armazenamento, recuperação e análise eficientes.

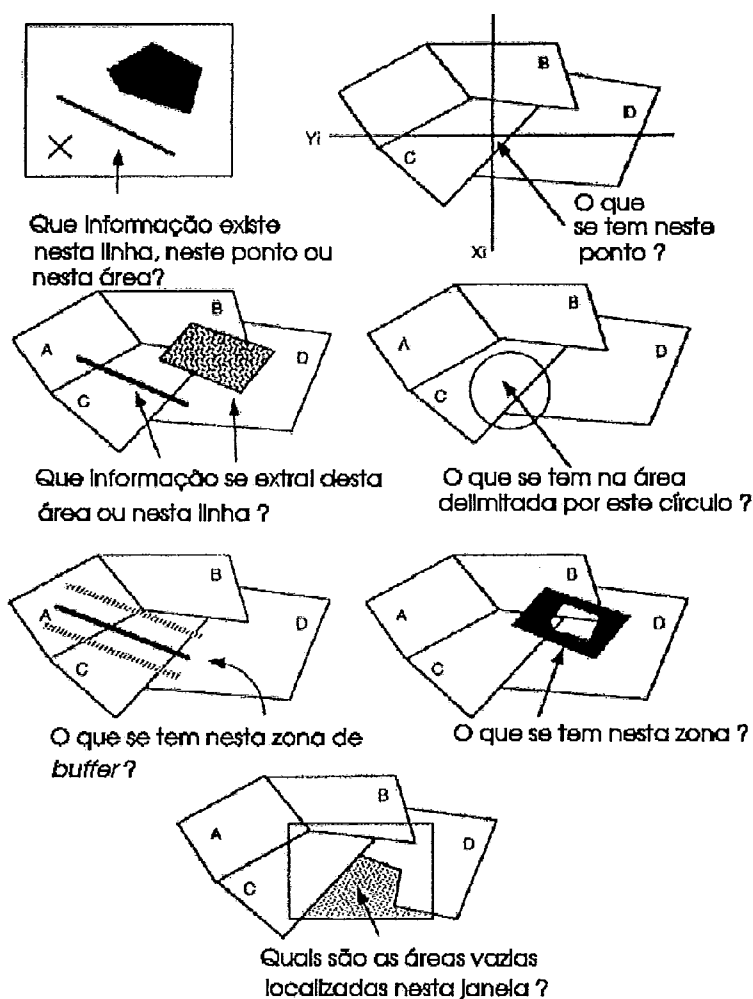


Figura 2 - Algumas consultas que podem ser realizadas através de um SIG, adaptada de LAURINI et al (1992).

2.1.3 Componentes de um SIG

Um Sistema de Informação Geográfica é composto por uma entrada de dados (responsável pela alimentação da base de dados), um sistema gerenciador desta base de dados, programas de manipulação e análise destes dados (responsável pelo entrecruzamento, cálculos e análises dos dados contidos na base de dados, para a geração dos resultados requisitados) e a saída (para que se possa ter uma visualização clara e concisa dos resultados). Formalmente, define-se (ARONOFF, 1989) :

. Entrada de Dados

O componente *entrada de dados* tem por função converter os dados de sua forma original para um formato que possa ser manipulado por um Sistema de Informação Geográfica, gerando uma *base de dados georeferenciados*. Os *dados georeferenciados* associam informações à posição geográfica referente a estas informações e são, geralmente, representados por mapas, tabelas de atributos, mapas digitais com atributos associados, fotos aéreas ou imagens de satélites. A entrada de dados é tipicamente a fase mais demorada da implementação de um SIG, especialmente para a construção de bancos de dados georeferenciados de grande porte. Por esta razão, os métodos de entrada e o padrão da qualidade dos dados devem ser cuidadosamente considerados antes de se iniciar esta fase num SIG. Os vários métodos de entrada de dados devem ser avaliados em termos do processamento a ser efetuado, dos padrões de acuidade previamente estabelecidos e do formato de saída a ser produzido.

. Gerenciamento de Dados

O componente de gerenciamento de dados de um SIG inclui aquelas funções necessárias para o armazenamento e a recuperação dos dados de um banco de dados, organiza os dados espaciais numa forma que permita sua recuperação pelo usuário para sua posterior análise, permitindo, também, que atualizações sejam realizadas. Os métodos utilizados para implementar estas funções influem diretamente na eficiência do sistema em realizar todas as operações envolvendo os dados. A estrutura de dados e a organização do banco de dados impõem limites na recuperação dos dados e na velocidade desta operação.

. Manipulação e Análise de Dados

As funções de manipulação e análise dos dados são responsáveis pela geração de novas informações e resultados requisitados pelo usuário a partir da utilização dos dados inseridos na base de dados espacial. Através destas funções podem ser efetuadas mudanças nos dados a partir de regras de agregação definidas pelo usuário, ou pela produção de parâmetros e restrições para várias otimizações espaço/tempo ou ainda por simulações de modelos. Um Sistema de Informação Geográfica é capaz de manipular e analisar diferentes tipos de dados, tais como :

- dados pontuais - por exemplo: a localização de cidades, localização de poços de petróleo etc, bem como os atributos e características a eles associados.
- dados lineares - por exemplo: localização e características de rios e redes de drenagem.
- dados que caracterizam uma região - por exemplo: áreas que representam e delimitam tipos de solo, ocupação urbana, unidades geológicas, classes de vegetação etc.

No entanto, dentro do contexto de dados georeferenciados, existem algumas informações que não podem ser representadas por nenhum dos tipos descritos acima. Tratam-se de informações representativas das superfícies de variação contínua, ou seja, informações que não se localizam num ponto, numa linha ou numa região, mas que se distribuem espacialmente, possuindo valores variáveis de acordo com a sua localização. Como exemplo destes dados, podem-se citar os valores altimétricos que descrevem o relevo de uma região, valores que expressam a variação de temperatura numa chapa aquecida, valores de tensão de tração/compressão numa estrutura de concreto etc.

A modelagem digital de terrenos é uma das ferramentas disponíveis na fase de manipulação dos SIGs para o tratamento e a análise deste tipo de informação, através da representação destes dados por uma superfície que expressa a variação de uma determinada propriedade, conforme ilustrado através da figura 3. Esta superfície é representada digitalmente por um modelo digital de terreno (MDT). É nesta importante ferramenta integrante dos SIGs que este trabalho irá se concentrar.

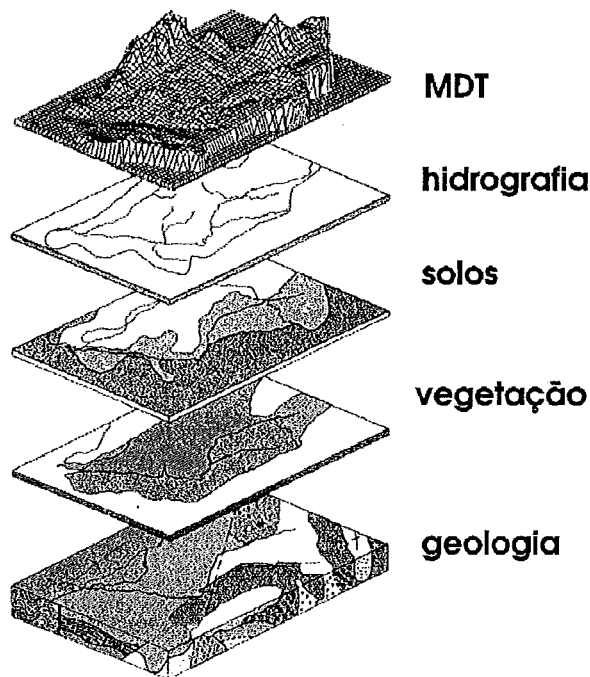


Figura 3 - O modelo digital de terreno como parte integrante de um SIG.

Saida de Dados

A saída ou relatórios de funções de um SIG variam em qualidade, precisão e facilidade de uso. Os relatórios podem estar em forma de mapas ou documentos cartográficos, tabelas de valores ou texto e apresentam os resultados obtidos na fase de manipulação e análise dos dados ou até mesmo de simples consultas à base de dados espaciais.

2.1.4 Organização das informações espaciais em um SIG

Os *planos de informações (PIs)* ou *layers* são a forma mais comum de organização dos dados distribuídos espacialmente. Cada *PI*, representa uma abordagem temática com algum propósito, podendo conter vários tipos de informação, representadas por um conjunto de *classes*. Para o estudo de recursos naturais, por exemplo, pode-se ter diversos mapas temáticos, armazenados como *PIs* : o mapa geológico, o mapa de uso do solo, o mapa de tipo de solos, o mapa de drenagem, o mapa de elevação, o mapa de declividades etc. Para o planejamento urbano, pode-se ter mapas de ruas, mapas com localização de

escolas, mapas de propriedades, mapas contendo estradas etc. Os *layers* podem organizar as informações espaciais de três maneiras (LAURINI et al, 1992):

a) os planos de informação representam diversos temas ou diversos períodos de tempo distintos:



Figura 4 - Conceito de plano de informação nos SIGs

b) a organização das informações espaciais é feita através da utilização de diversos temas para diversos mapas com localização diferente, gerando-se um mosaico contendo informações da combinação dos temas em função de cada área:

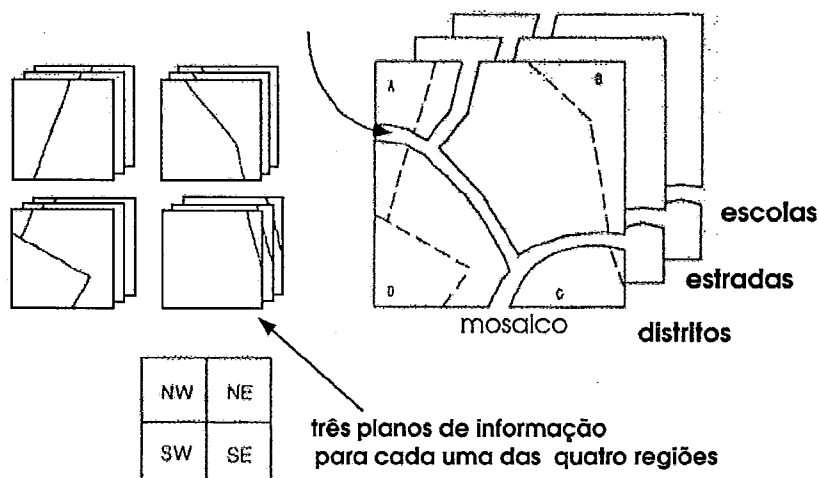


Figura 5 - Mosaico de informações temáticas num SIG.

c) através da utilização de uma única área geográfica, contendo uma variedade de objetos (figura 6). Considera-se que estas entidades estão armazenadas em uma única camada, permitindo que uma terceira dimensão espacial represente as variações verticais, assim como, as estruturas de referência posicional : latitude/longitude etc.

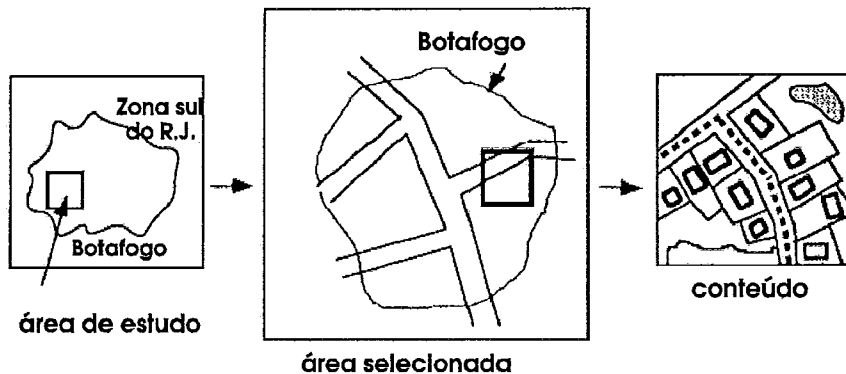


Figura 6 - Representação da informação através de detalhamentos sucessivos.

Para todos estes tipos genéricos de organização, existe um nível mais detalhado de análise que é a *representação física* do fenômeno real, onde se imagina como representar fisicamente a informação. Por exemplo, para se representar um mapa de estradas de uma cidade, pode-se pensar numa tabela contendo números para todas as estradas ou pode-se pensar nas estradas como um conjunto de linhas com as características associadas expressas através de símbolos (largura, número de pistas, etc).

. *A utilização dos sistemas de informação espacial*

As informações espaciais estão relacionadas à diversas áreas de aplicação, como por exemplo: geotecnia, geologia, arqueologia, cartografia, geomarketing, ecologia, geografia, engenharia civil, etc, ou seja, áreas que se utilizam da distribuição espacial para analisar e produzir resultados relativos ao meio físico, econômico ou social, tais como:

- mapeamento automatizado e gerência de serviços ou *facilities* (mapeamento e cadastramento das redes de água, luz, telefone etc).

- modelagem ambiental (modelagem de fenômenos, como deslizamentos de encostas etc).
- modelagem de superfície (representação e manipulação do relevo de uma área).
- gerenciamento de recursos naturais (estudos relativos a poluição, desmatamento, etc).
- respostas a situações emergenciais (otimização de percursos).
- produção e manipulação de mapas temáticos.

As figuras abaixo, adaptadas de LAURINI et al (1992), ilustram os conceitos de informação espacial, suas propriedades e a forma como um SIG as manipula.

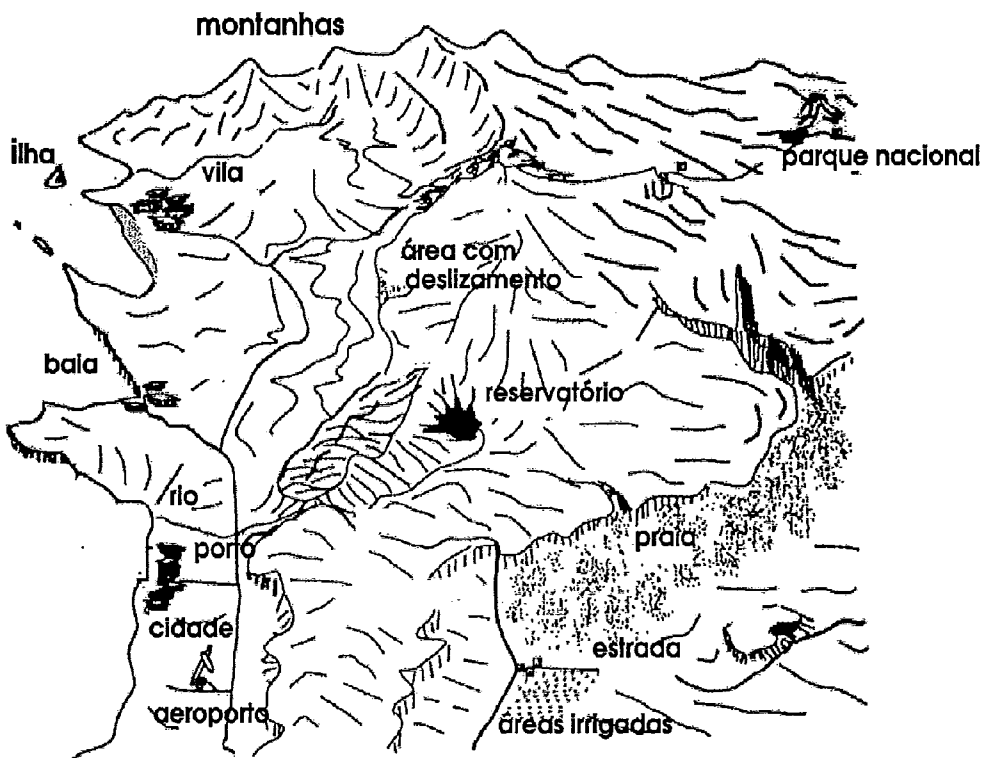


Figura 7 - Entidades geográficas.

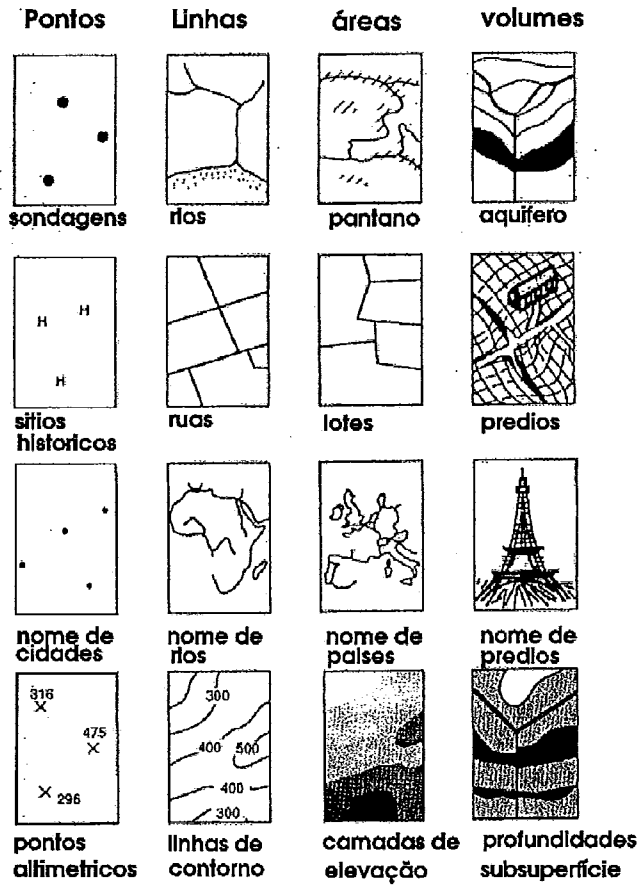


Figura 8 - Tipos de unidades espaciais.



Figura 9 - Algumas propriedades espaciais.

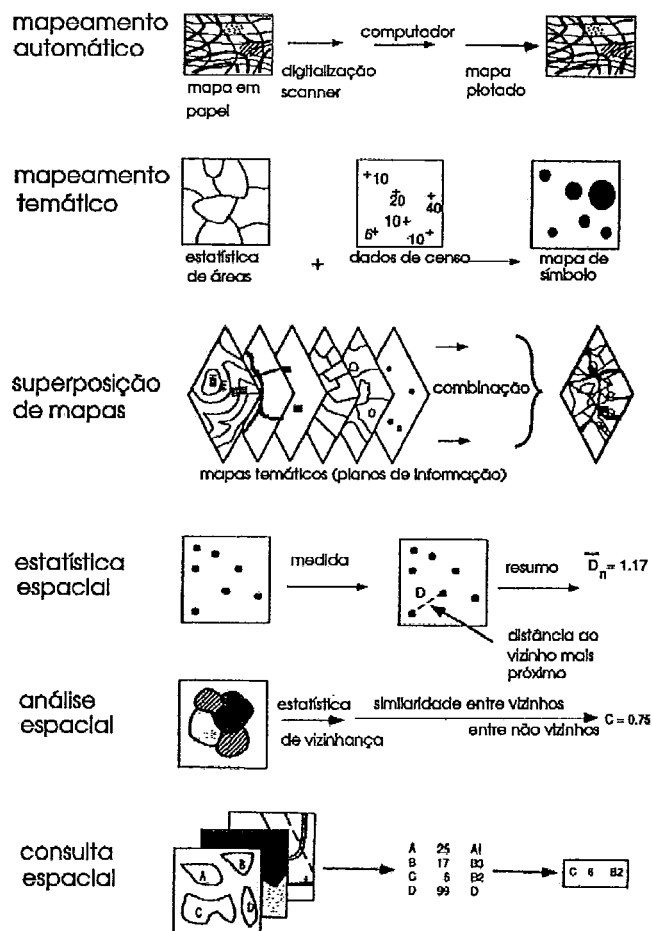


Figura 10 - Manipulações num SIG.

Muitas das aplicações citadas acima utilizam as informações geradas pelos modelos digitais de terreno de forma direta ou como dados adicionais para alimentar o processo de *análise* dos SIGs. Os modeladores digitais de terreno são, portanto, uma ferramenta inserida nos sistemas de informação geográfica, como será visto a seguir.

2.2 A Modelagem Digital de Terrenos

2.2.1 Histórico

A modelagem digital de terrenos teve início nos anos 50 (CHARIF, 1992) simplesmente como um conjunto de pontos de elevação definindo a superfície da terra e era utilizada pelo prof. C.L. Miller em projetos de estradas.

Durante o período de 1966-1972 o "Riverside County Flood Control and Water Conservation District" na Califórnia, produziu um Modelo Digital de Terreno (MDT) para computar os valores utilizados nos projetos de controle de fluxo em canais, estradas, áreas de empréstimos e aterros sanitários. Em 1971 os MDTs foram utilizados para a geração de mapas de contornos.

Durante o período 1966-1976, os MDTs foram utilizados na implementação de algoritmos para a otimização de caminhos no planejamento de transportes.

Entre 1975-1977 o US Geological Survey efetuou a cobertura do território dos EUA na forma digital através de um MDT para o National Cartographic Information Center.

Nos anos 70, o MDT foi utilizado no Canadá para mapas de contorno e para a geração de um banco de dados altimétricos. Na Califórnia, foi utilizado para a análise e modelagem de dados meteorológicos e de qualidade do ar e no desenvolvimento de modelos para produzir mapas de visibilidade. Em Arkansas, foi utilizado para a avaliação de subsidência periódica de aterros sanitários e caracterização de volumes.

Desde então, os modelos digitais de terreno vêm sendo objeto de um número significativo de estudos para o desenvolvimento de vários campos de aplicação. Neste ínterim, o MDT se tornou uma técnica potencial para a descrição geométrica de um conjunto de valores, especialmente para a descrição topográfica da superfície da terra.

2.2.2 Conceituação

O breve histórico descrito anteriormente, mostra a diversificação dos campos de aplicação dos MDTs decorrente dos diversos tipos de dados que podem ser por eles manipulados. O MDT pode ser utilizado nos SIGs para representar informações de ordem econômica e social, tais como: a distribuição da população ou da renda dos habitantes de uma região. Podem também representar informações acerca do meio físico, tais como: poluição, temperatura, ruído, dados de geofísica (sísmica, gravimetria), dados de sondagens geológicas etc. Os conceitos descritos abaixo, pretendem ter um enfoque generalista, entretanto alguns deles estão impregnados de uma ótica geomorfológica, ou seja, estão influenciados pelo estudo das formas dos relevos. Isto decorre do fato da

modelagem de dados altimétricos ser uma das aplicações mais frequentes nos SIGs e porque o estudo dos relevos apresenta algumas características adicionais em relação às outras aplicações, que devem, portanto, ser consideradas. Estas características são decorrentes da geomorfologia. Trata-se da extração das características especiais do relevo, que serão definidas abaixo:

A *modelagem de superfície ou modelagem geométrica* é a criação de representações de superfícies física ou artificialmente criadas, através de processos matemáticos, ou seja, através da modelagem procura-se determinar a superfície que melhor representa um conjunto de dados pontuais, em geral por ajuste de funções ou por interpolações.

Um *modelador digital de terreno* é uma ferramenta computacional destinada a gerar uma superfície representativa da distribuição espacial de uma determinada *característica*, possibilitando sua análise, manipulação e avaliação. A *característica* a ser modelada pode ser qualquer grandeza que possua uma variação espacial contínua. Os dados de entrada para estes modeladores podem ser alguns *pontos amostrais* relativos ao fenômeno a ser modelado, ou até mesmo parâmetros extraídos da análise de um modelo digital de terreno já existente.

Os *pontos amostrais* fornecidos a um modelador são valores coletados da superfície real ou de outras fontes, constituídos por triplas formadas por um par de coordenadas (x,y) (representativo da posição da amostragem na superfície) associado a uma *única* variável z, ou seja, a variável modelada (quantificadora da grandeza em estudo e relacionada à característica da superfície que se quer modelar), todos referenciados a um sistema de eixos cartesianos triortogonais, que apresenta *dependência funcional* em relação às coordenadas (x,y).

Um modelador digital de terreno gera um *modelo digital de terreno (MDT)*, que é uma superfície que representa os dados de entrada fornecidos ao modelador. Tal superfície é o gráfico de uma função. Os modelos digitais de terrenos são capazes de representar digitalmente um conjunto de dados e a partir daí extrair informações, seja através de consultas diretas ou através de análises e manipulações, gerando informações adicionais. Os modelos digitais são utilizados para se obter informações da superfície em estudo sem ter-se que trabalhar diretamente com a superfície real (FELGUEIRAS,1987). As informações extraídas do modelo podem ser de caráter qualitativo, como por exemplo,

a visualização da superfície, ou quantitativo, através da extração de informações do tipo: cálculo de áreas, volumes etc.

Na literatura, encontram-se diversos sinônimos para a abreviação MDT. Cabe aqui apresentar os mais comuns: MNT (Modelo Numérico de Terreno), MNE (Modelo Numérico de Elevação), DTM (Digital Terrain Model) e DEM (Digital Elevation Model). Evidentemente os termos "terreno" e "elevação" perderam o significado original ao longo do tempo, na medida em que as aplicações foram se diversificando.

Linhas de contornos ou *isolinhas* são linhas ao longo das quais a variável modelada possui valor constante. Os contornos são uma ferramenta para auxiliar a visualização do fenômeno modelado. A propriedade particular das isolinhas é que elas são sempre perpendiculares à direção da maior declividade da superfície representativa. Além disto, como o modelo digital de terreno foi definido como uma *função*, pode-se afirmar que as isolinhas por ele geradas nunca se cruzam.

No caso específico da utilização de dados topográficos, as isolinhas são denominadas de *curvas de nível* e representam o lugar geométrico dos pontos de mesma cota. *Cota* é o nome dado ao valor de elevação ou depressão (no caso de cotas negativas) medidos na superfície do terreno, tendo como referência o nível do mar, cujo valor da cota é zero. As curvas de nível, determinadas por planos equidistantes, permitem representar as seções de uma elevação.

A modelagem de informações topográficas é uma aplicação particular do modelador digital de terreno, na qual se pretende representar a superfície terrestre. Neste caso, a característica de interesse é a feição altimétrica do terreno (elevação ou depressão), obtida através de *dados topográficos*.

Os *dados topográficos* são formados pela composição de duas variáveis posicionais independentes e uma variável dependente ou variável funcional, atendendo, portanto, aos pré-requisitos dos dados de entrada para modeladores de terreno. A título ilustrativo, pode-se imaginar um ponto no topo de uma montanha. Este ponto tem tanto as coordenadas geográficas ou posicionais, quanto a respectiva elevação referida a um determinado *datum*. O valor da elevação é dependente das coordenadas geográficas, na medida em que a altitude varia de um local para outro.

A topografia de uma área pode ser representada em um SIG pelo modelo digital de terreno. O modelo digital de terreno é utilizado para calcular os valores que descrevem a altimetria de uma localização geográfica específica (por exemplo fornecer a elevação de um ponto), ou dos arredores desta localização (por exemplo fornecer a declividade de uma região imediatamente próxima) e deve retratar de maneira precisa a área em estudo. O MDT deve ser capaz, também, de representar ou fornecer informações geomorfológicas, ou seja, *características especiais* do relevo, que traduzem formas específicas, tais como : cumeadas, talvegues, etc, bem como as discontinuidades da superfície, tais como falhas geológicas. As definições, fornecidas por GUERRA(1987), de alguns termos referentes à forma de um relevo e que serão utilizados ao longo do texto se fazem, portanto, necessárias :

cume - é a parte mais alta de um morro ou serra

cumeada ou linha de cumeada ou linha de crista ou linha de festo - é a linha formada pelos cumes que se sucedem ininterruptamente numa serra ou cadeia de montanhas.

talvegues - linha de maior profundidade no leito fluvial, resulta da intersecção dos planos das vertentes com dois sistemas de declives convergente. É o oposto de crista.

vertentes - planos de declives variados que divergem das cristas ou dos interflúvios, enquadrando o vale.

interflúvio - pequenas ondulações que separam os vales.

vale - são formas topográficas constituídas por talvegues e duas vertentes com dois sistemas de declives convergentes.

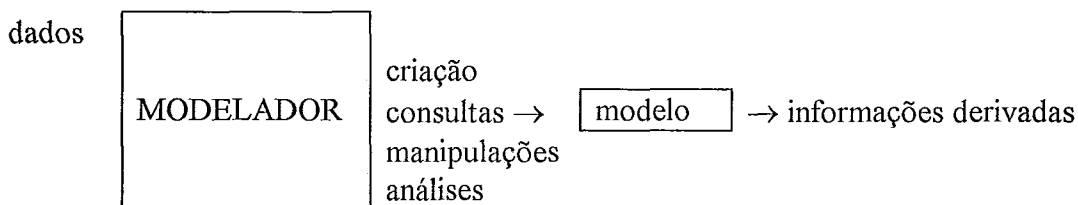
falha - ruptura e desnivelamento na continuidade da superfície do terreno.

Os dados que identificam as *características especiais* representam qualquer entidade física que descreve as feições da superfície do terreno. Estas feições podem ser de origem natural ou antrópica, tais como: rios, cumes, estradas etc. Nos modelos digitais de terreno pode-se reconhecer três tipos de características do terreno: pontos, linhas e áreas. A característica ponto representa uma informação pontual como, por exemplo, pontos de controle de elevação. Uma característica linear é um conjunto de pontos conectados, tais como: rios, estradas etc. Uma característica do tipo área é representada por fronteiras fechadas que delimitam uma região onde os atributos não espaciais não se modificam,

como por exemplo: lagos e áreas planas. Nos MDTs estas características podem ser fornecidas como dado de entrada para que o modelo retrate de maneira mais precisa a superfície modelada ou podem ser extraídas automaticamente a partir da forma desta superfície.

2.2.3 Aplicações dos Modelos Digitais de Terreno

Através do modelador pode-se gerar um modelo digital de terreno e dele extrair-se informações diversas derivadas do fenômeno modelado. Esquemáticamente, pode-se representar o fluxo de informações num modelador digital como :



Serão apresentadas algumas das principais informações extraídas de um modelo digital de terreno. Apesar de algum dos exemplos basearem-se em informações relativas a utilização de dados topográficos, as *operações* envolvidas na *geração* de informações, tais como: contornos, perfis etc, podem ser aplicadas aos demais conjuntos de dados mencionados anteriormente.

. *Geração de mapas de isolinhas.*

Os mapas de isolinhas obtidos por meios computacionais são uma ferramenta prática que expressa a forma da superfície representativa, que retrata a variação espacial do fenômeno estudado, através de curvas de isovalor sendo úteis para ilustrar e avaliar um conjunto de dados bivariados, assim como para explorar seus conceitos funcionais. Os contornos, conforme ilustrado na figura 11, podem prover uma visão interna profunda dos fenômenos espaciais, além de permitir uma estimativa precisa de volume da superfície.

Nesta aplicação, a partir do *MDT* obtém-se um conjunto de *linhas*.

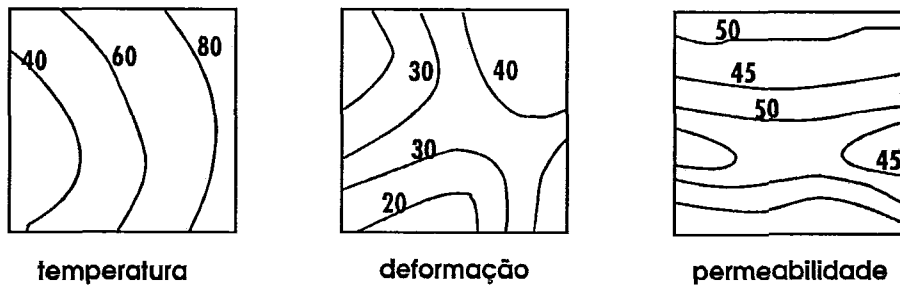


Figura 11 - Exemplo de geração de contornos para diferentes fenômenos.

. *Geração de mapas de isopletas.*

Uma forma alternativa de análise da superfície modelada é a partição da região em *isopletas*, que representam áreas de mesmo valor, ou seja, os locais "entre" isopletas possuem o mesmo valor altimétrico. Esta igualdade de valores nestas regiões é um artifício utilizado no processo de se reunir informações, não sendo, portanto considerada uma propriedade da função espacial original. As isopletas ou cloropletas são usadas quando não se pode utilizar isolinhas, pois não há uma variação gradual na superfície representativa.

A superfície mapeada por um conjunto de isolinhas retrata a variação espacial entre dados adjacentes sem nenhuma informação sobre as fronteiras, enquanto que uma superfície representada por cloropletas retratam as fronteiras entre classes adjacentes, sem nenhuma informação sobre a variação espacial nas isopletas.

Os mapas de cloropletas são facilmente derivados de dados pontuais, bastando apenas para tanto realizar-se uma classificação ou fatiamento.

Nesta aplicação, parte-se de um *MDT* e obtém-se *polígonos* ou regiões, representando áreas de mesma altitude.

. *Geração de bloco diagrama.*

O bloco diagrama serve para apresentar a variação do valor da variável quantitativa, no caso dos relevos a altitude, distribuída numa área, conforme ilustrado através da figura 12. Os blocos diagramas são muito úteis para a apresentação de informações que descrevem a morfologia dos relevos e podem ser usados para simulações que possam utilizá-lo como base, como é o caso da combinação do relevo com mapas temáticos, um exemplo disto seria a simulação da distribuição da cobertura vegetal de uma região. Neste tipo de aplicação, as informações altimétricas são combinadas com as informações de vegetação, obtendo-se como produto a visualização das áreas com vegetação distribuídas ao longo do relevo: áreas planas, áreas com montanhas etc.

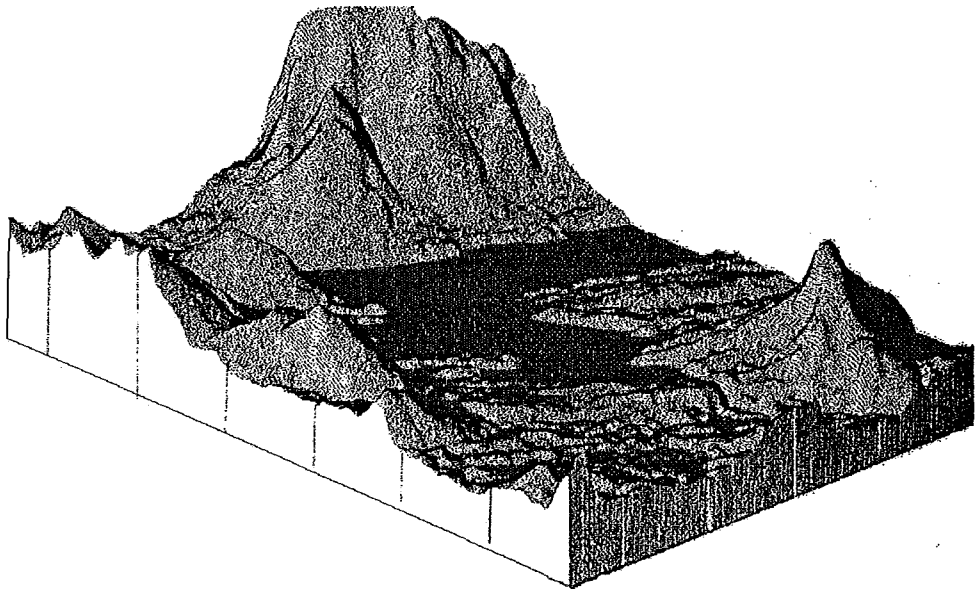


Figura 12 - Representação tridimensional de um modelo digital de terreno.

. *Estimativa de volume em problemas de corte/aterro.*

Nesta aplicação, modela-se a forma do terreno e simula-se uma *obra de arte* projetada pelo homem, tais como: barragens, diques, abertura de cavas de minas, estradas etc. Calcula-se o volume do material a ser cortado e/ou escavado e gera-se um novo modelo representando como será a superfície após a movimentação de terra introduzida

pelas obras (figura 13). Trabalhos nesta área foram apresentados por SIMÕES et al (1989) e GUTIERREZ (1991).

A principal vantagem da utilização dos modelos digitais de terreno nestas aplicações é a rapidez na concepção das diversas alternativas dos projetos, uma vez que com elas pode-se, por exemplo, estudar várias posições para a locação do eixo de uma barragem simultaneamente e, além disto, obter-se uma estimativa correta do material a ser empregado na movimentação de terra, o que leva a uma melhor estimativa de custo. A metodologia a ser adotada é:

- . Constrói-se um MDT da área em estudo.
- . Fornece-se os dados necessários à simulação, por exemplo: a posição do eixo de uma barragem ou estrada, a largura da crista, a inclinação dos taludes etc. Desta forma, um novo MDT é gerado já com as modificações propostas acopladas ao relevo (MDT modificado).
- . Através da diferença entre os dois modelos obtém-se o volume de corte, correspondente ao material escavado e o volume de aterro, relativo ao material adicionado à região em estudo.

Nesta aplicação, parte-se de um *MDT* e obtém-se como resultado um *MDT alterado*.

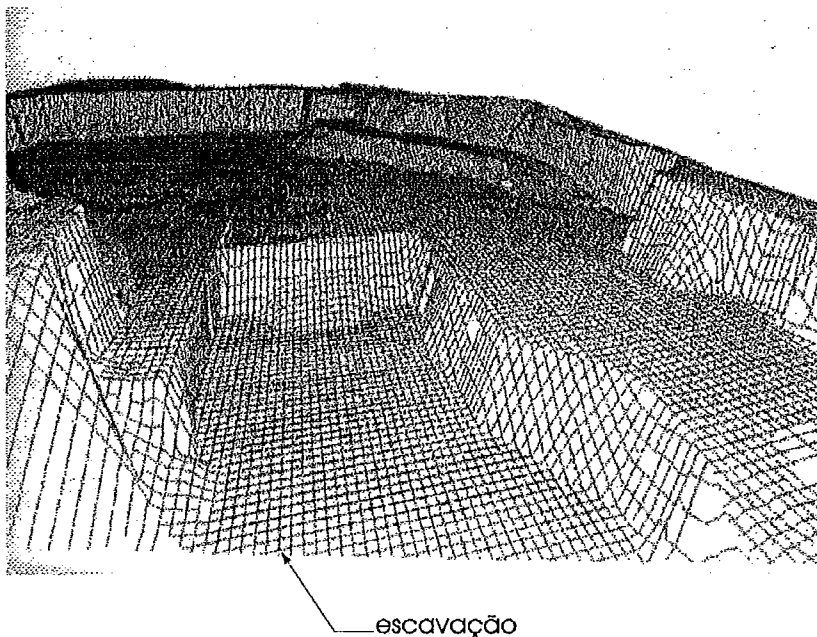


Figura 13 - O modelo digital de terreno simulando uma obra projetada pelo homem.

. *Análise de intervisibilidade de pontos.*

O estudo de intervisibilidade consiste na determinação automática da visibilidade de pontos da superfície em relação a um ponto de referência. A análise da intervisibilidade de pontos numa área é importante para propósitos militares, bem como para o planejamento de redes de comunicação e para auxiliar os projetos de locação de torres de linhas de transmissão.

A determinação da intervisibilidade a partir de mapas de contornos convencionais não é trivial, pois seria necessário extrair-se um número considerável de perfis de terreno e compará-los em termos de altitude. Através da utilização de MDTs, deve ser fornecido o local a partir do qual se deseja estudar problemas de visibilidade/interferência. A partir deste ponto, alguns raios são enviados a diversos pontos do modelo, onde o grau de interferência é medido, conforme ilustrado pela figura 14. Os locais classificados como escondidos/com interferência são, então, marcados. Desta forma, pode-se obter um mapa com a localização das áreas não afetadas, em termos de visibilidade, por outras áreas. O cálculo da intervisibilidade utilizando-se um MDT é apresentado por YOELI(1985).

Nesta aplicação, parte-se de um *MDT* e obtém-se *polígonos* ou regiões, representativas das áreas visíveis ou não visíveis.

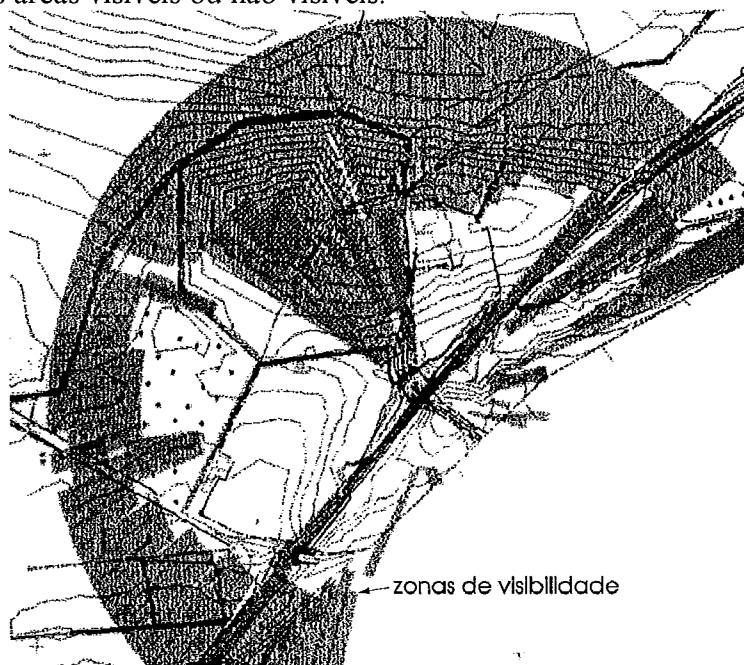


Figura 14 - Zonas de visibilidade, calculadas radialmente a partir de um ponto do modelo (sistema utilizado: MOSS).

. Geração de mapas de declividade, convexidade, concavidade e aspecto.

Estes mapas são importantes nos estudos da forma do relevo. A obtenção automática destas informações através da extração das características do relevo a partir do MDT, contribui na otimização dos estudos geomorfológicos.

A *declividade* pode ser conceitualmente definida como sendo a máxima inclinação da superfície num ponto considerado. O *aspecto* representa a posição de um ponto da superfície em relação a uma dada direção, por exemplo o norte magnético, sendo útil para se estudar a localização das encostas em relação ao sol, auxiliando a análise das áreas favoráveis a um determinado cultivo. A declividade e o aspecto, ilustrados através das figuras 15 e 16, são muitas vezes suficientes para muitos propósitos, entretanto para análises geomorfológicas, a obtenção da *concavidade* e da *convexidade* da superfície, apresentadas na figura 17, se faz necessária. A concavidade bem como a convexidade representam a taxa de variação da declividade, possuindo ambas sinais opostos. Como estes conceitos expressam a curvatura de uma dada encosta, pode-se, então, gerar um mapa com os valores da curvatura ou um mapa indicando as áreas côncavas e as áreas convexas.

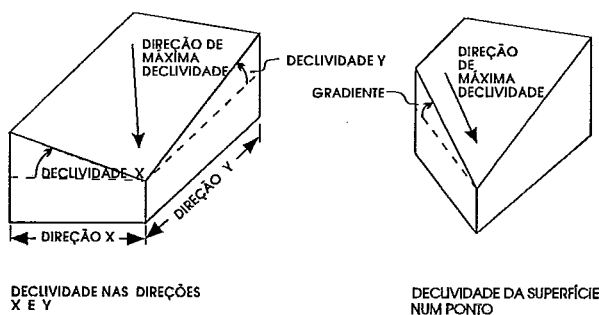


Figura 15 - Medida da declividade.

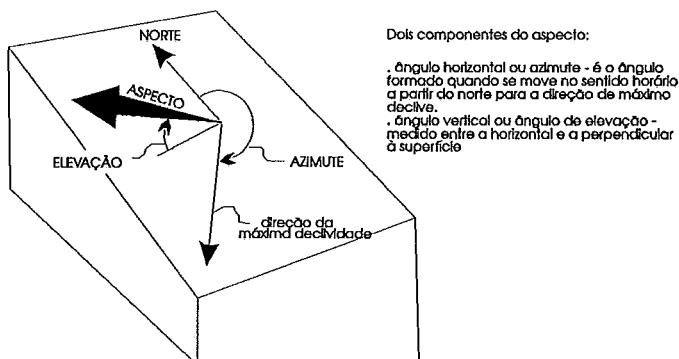


Figura 16 - Medida do aspecto.

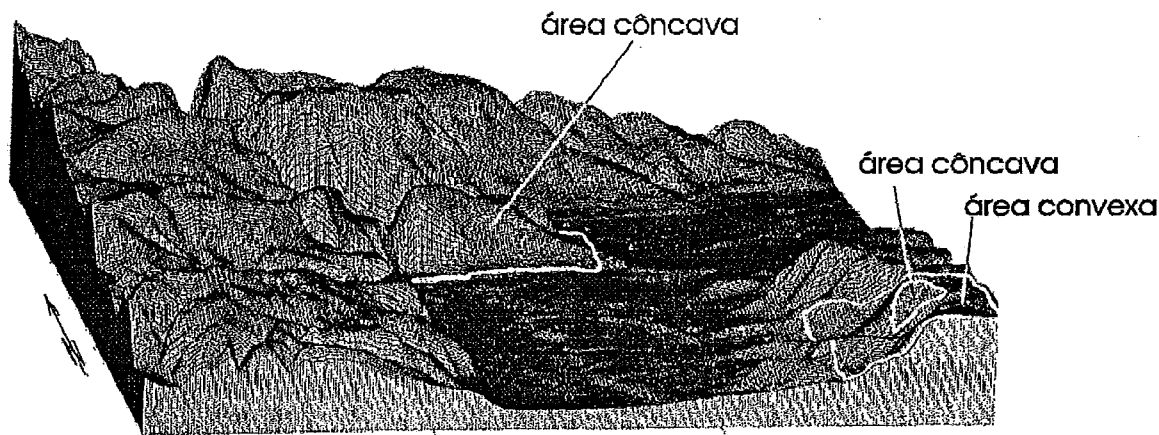


Figura 17 - Convexidade/concavidade de um relevo representadas por um modelo digital do terreno, adaptada de DIKAU (1989).

Apesar da declividade e do aspecto serem comumente utilizados na análise de dados que representam valores de elevação, eles podem também ser aplicados em outras bases de dados. Nas análises de ocupação urbana, por exemplo, podem ser utilizados no cálculo do custo da ocupação do solo, nos quais os valores altos da declividade da superfície representam as áreas cujo custo da ocupação muda consideravelmente com a distância, representando, portanto, áreas de bom potencial para investimentos.

Os mapas de declividade, aspecto, concavidade e convexidade auxiliam a interpretação das formas do terreno e são úteis no estudo de estimativa de erosão e escorregamento de encostas. SANTOS et al (1991) apresentam uma aplicação do mapa de declividades, gerado a partir de um modelo digital de terreno, como um plano de informação de um Sistema de Informação Geográfica para estudo de deslizamentos. McCULLAGH(1985) e PIKE(1988a) também utilizam informações extraídas do MDT para a produção de mapas de risco para previsão de deslizamentos. NIEMANN(1991) desenvolveu um modelo de dados morfológico contendo informações extraídas de um MDT, tais como: gradiente, aspecto e curvatura e faz um estudo estatístico para calcular a estabilidade de encostas.

. Superposição de MDTs com imagens de satélite.

As imagens de satélite através da medida da reflectância de uma região, fornecem informações a cerca das características e condições do terreno. A superposição destas informações com os valores altimétricos fornecidos pelo MDT (figura 18) permite a visualização tridimensional de uma área juntamente com suas características, sendo uma boa fonte de informação para diversos estudos.

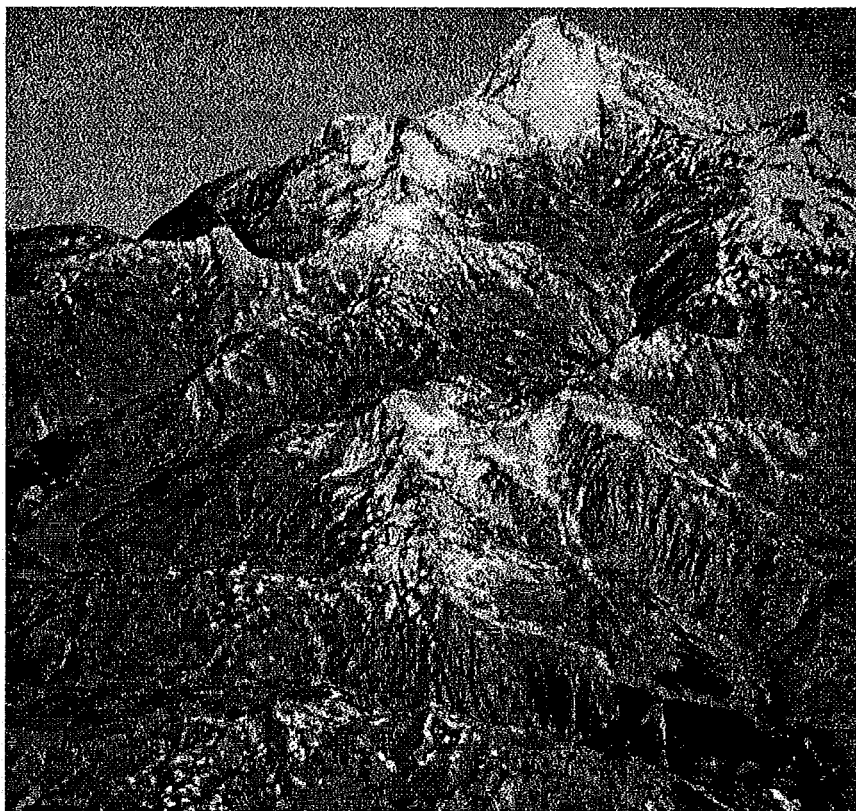


Figura 18 - O modelo digital de terreno fornecendo estereoscopia a uma imagem de satélite.

. Geração de ortofotos digitais.

As ortofotos digitais são uma integração de dados do tipo imagem (advindos de uma fotografia aérea) com dados de elevação e podem ser utilizados como "fundo" para os mapas topográficos, servindo como uma fonte adicional de informação e como base para o aumento da precisão dos mapas. Uma descrição da geração de ortofotos digitais é apresentada por HOLLE (1992).

. Extração automática das formas do relevo a partir dos MDTs

Quando as linhas definidoras das características geomorfológicas não são fornecidas separadamente na fase de aquisição de dados, pode-se extrair estas informações diretamente do modelo digital utilizando-se um procedimento automático para a geração de um mapa com a rede hidrográfica, por exemplo.

MARKS (1984) apresenta um estudo para a obtenção da área de captação de uma bacia a partir de uma imagem de satélite que foi sobreposta a um MDT. Outros trabalhos foram desenvolvidos com este propósito como os algoritmos apresentados por PEUCKER e DOUGLAS (1975) . RIAZONOFF et al (1988) descrevem três algoritmos para a extração de linhas de cumeadas e talvegues a partir de uma imagem numérica e DUFOUR (1985) apresenta um estudo para a busca automática de pontos e linhas especiais num terreno. AUMANN et al (1990) desenvolveu um algoritmo para a detecção automática das linhas definidoras de características geomorfológicas a partir de contornos digitalizados. A figura 19 ilustra algumas formas de relevo representadas num modelo digital de terreno.

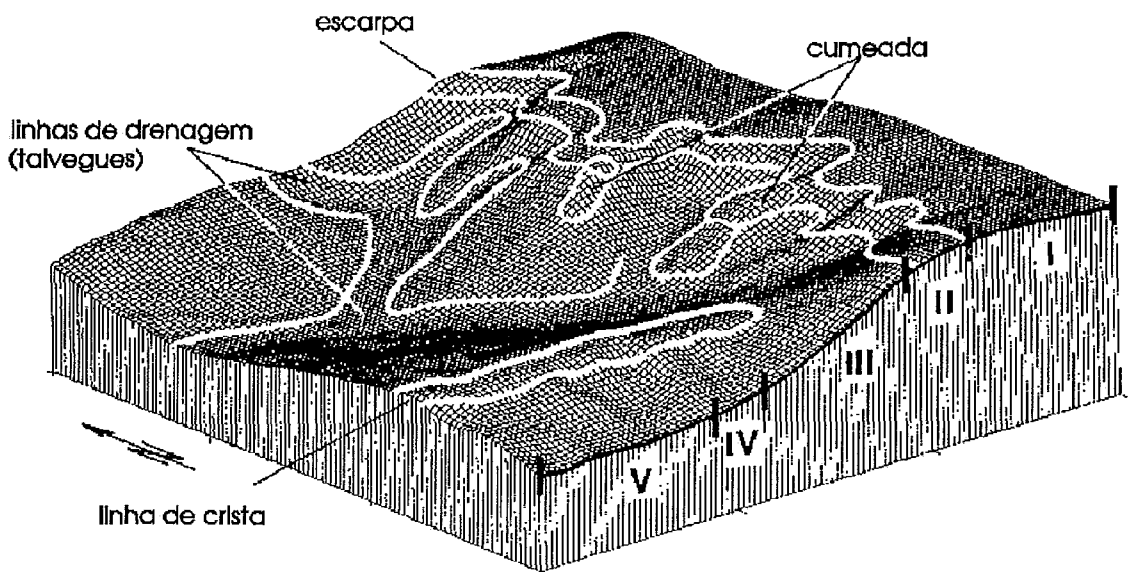


Figura 19 - Formas de relevo representadas num modelo digital de terreno, adaptada de DIKAU(1989).

. *Geração de perfis*

A partir de um MDT pode-se demarcar uma área por onde se deseja obter um perfil topográfico. Desta forma consegue-se descrever o comportamento do terreno ao longo de um "caminho" descrito. Esta ferramenta é muito útil nos projetos de engenharia civil (locação de estradas, barragens etc) ou na engenharia elétrica (localização da trajetória para a implantação de linhas de transmissão etc).

Baseados nas ferramentas descritas acima, diversos estudos podem ser desenvolvidos. Serão citados alguns exemplos práticos:

- modelagem de ondas sonoras para estudo de ruídos.
- retificação de imagens de satélites a partir do modelo digital de terreno.
- representação de estruturas geológicas para estudo e localização de falhas geológicas.
- modelagem de dados geofísicos: magnetometria e dados de sísmica.
- estudos de simulação de reservatórios de óleo e sua capacidade, a partir de dados geológicos e geofísicos.

- Aplicações em engenharia militar:
 - localização de estações terrestres de radar.
 - análise de intervisibilidade para planejamento de alvos.
 - análise de áreas de exposição e regiões afetadas pela utilização de armas nucleares.
 - simulação de vôo em espaços aéreos restritos.

- Aplicações em projetos de estradas:
 - medição da movimentação de terra.
 - simulação de cruzamentos, junções e de esquemas urbanos complexos.

- Aplicações em projetos de diques e barragens : visualização da área com simulação das obras produzidas pelo homem no relevo original e cálculo do volume de material de movimentação de terra.
- Aplicações em estudos de bacias de captação : cálculo da capacidade de estocagem dos reservatórios etc.

PETRIE et al (1987) apresentam uma revisão dos modelos de terreno e suas aplicações e estabelecem comparações entre os diversos sistemas existentes.

2.2.4 A Modelagem Digital de Terrenos nos Sistemas de Informação Geográfica

O Modelador Digital de Terreno, conforme dito anteriormente, faz parte da fase de *manipulação* dos Sistemas de Informação Geográfica, sendo responsável pelo gerenciamento de dados tridimensionais.

Quando um modelador de terrenos é integrado a um SIG, o *modelo de terreno*, bem como as demais *informações dele derivadas*, representarão *planos de informação*, podendo ser *manipulados* com outros planos de informação do SIG, gerando novas informações. Um exemplo disto, é a combinação do mapa de declividades, gerado pelo modelo de terrenos, com outras informações, como por exemplo o mapa de solos, gerando uma terceira informação: o mapa de risco geotécnico (SIMÕES et al,1992) . Outro exemplo da utilização dos MDTs dentro do ambiente SIG para a detecção das áreas de risco é fornecido por PIKE(1988 b). CORBETT et al(1987) utilizam a classificação automática de um MDT para a realização de estudos de recursos hídricos num SIG.

A produção de mapas temáticos sobrepostos a contornos, ou mapas contendo edificações e estradas sobrepostas aos contornos têm também sido muito utilizados dentro dos SIGs.

O uso crescente dos SIGs em diversas áreas fez com que fosse estudada a possibilidade da integração dos modelos digitais de terreno nos Sistemas de Informação Geográfica.

Uma conexão bastante simples porém pouco confortável é feita através de uma interface a partir de arquivos de dados (EBNER,1992). Neste caso, os dados são intercambiados por arquivos com formatos fixos. Uma forma mais eficiente é a utilização de interface por subrotinas. Este conceito permite ao usuário chamar as rotinas do MDT dentro do ambiente SIG. Assim, as ferramentas do SIG, como por exemplo o seu editor gráfico, podem ser utilizadas pelo modelador. Uma característica desta integração é que os dados do MDT e os dados do SIG são gerenciados em bases de dados separadas.

Atualmente está sendo investigada a integração da estrutura do MDT dentro do modelo de dados do Sistema de Informação Geográfica. Desta forma, o MDT se torna uma superfície de referência do SIG e os dados são gerenciados em uma única base de dados. FRITSCH e PFANNENSTEIN (1992) discutem os modelos conceituais para uma integração eficiente dos MDT nos SIGs.

SANDGAARD (1988) discute a geração de um banco de dados integrando o MDT a um SIG, sugerindo uma classificação prévia das unidades componentes do modelo em : pontos, linhas e áreas.

A utilização dos conceitos de orientação a objetos (OO) no projeto dos Sistemas de Informação Geográfica e dos Modeladores Digitais de Terreno pode ser uma forma de melhorar a interface SIG-MDT. Ao final deste trabalho será apresentada uma abordagem de OO para um modelador digital de terrenos, na qual o modelo e seus derivados são analisados segundo os critérios da OO, possibilitando a utilização de seus objetos para a geração de aplicações derivadas do modelo e para a agregação do modelador a um SIG.

Neste capítulo, o modelo digital de terreno foi apresentado de forma conceitual, no próximo capítulo será dada uma abordagem matemática do MDT, apresentando o modelo e as informações dele extraídas através de uma interpretação matemática.

3 - O MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO NA REPRESENTAÇÃO DO MDT

Neste capítulo será apresentada a interpretação matemática de um modelo digital de terreno. O entendimento do modelo sob o ponto de vista matemático, bem como das propriedades que dele podem ser obtidas, é importante para o desenvolvimento dos algoritmos que irão representá-lo na forma digital.

3.1 Definição matemática do modelo digital de terrenos

O conjunto de pontos utilizados para descrever de forma discreta uma superfície real não é capaz de apresentar nenhum relacionamento específico entre eles. Para a maioria das aplicações faz-se necessário que se crie uma superfície que reproduza a forma do terreno a fim de permitir que alguns procedimentos sejam realizados, ou seja, para se modelar uma superfície de terreno é necessário representar uma superfície bi-dimensional definida numa porção do plano. Como não é possível armazenar um número infinito de pontos destas áreas, lança-se mão do uso de modelos, daí o surgimento dos modelos digitais de superfície e particularmente de terreno, que conforme discutido na seção 2.2.2, são capazes de, a partir de alguns dados amostrais, descrever uma superfície sem perda de qualidade.

A distribuição espacial dos dados pode ser representada em um sistema cartesiano de coordenadas xyz . Normalmente, a altitude z é representada como uma função das coordenadas planimétricas x e y (EBNER, 1992). O modelo digital de terreno é, portanto, uma *função* do R^2 em R , ou seja, dado um ponto (x,y) , obtém-se o valor da altitude z :

$$\begin{aligned} H: [a,b] \times [c,d] \subset R^2 &\rightarrow R \\ x \in [a,b], y \in [c,d] &\rightarrow Z = H(x,y) \end{aligned}$$

O gráfico da função H é um subconjunto de $R^2 \times R \approx R^3$ que é, sob certas condições, uma superfície. A função H será denominada *função elevação*.

Se for considerado que a cada par de coordenadas (x,y) no plano pode-se associar um conjunto de valores de naturezas distintas, então pode-se associar a cada ponto de uma região um conjunto de modelos de terreno, obtendo-se um conjunto de informações de interesse específico, ou seja:

$$\begin{aligned}
 H : [a,b] \times [c,d] &\rightarrow \mathbb{R}^n \\
 (x,y) \rightarrow H(x,y) &= \begin{bmatrix} H_1(x,y) \\ H_2(x,y) \\ \vdots \\ H_n(x,y) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Um exemplo prático desta representação seria associar-se à posição espacial de um ponto as profundidades do solo, a fim de se gerar superfícies representativas não só da superfície do terreno mas também do subsolo.

Generalizando, qualquer que seja o fenômeno modelo, o modelo digital de terreno é representado matematicamente como uma *função* de um retângulo de \mathbb{R}^2 em \mathbb{R}^n .

. Diferença entre um Modelo Temático e um MDT

Os *modelos temáticos* são formas de se cartografar um fenômeno que pode ser representado através de regiões associadas a um valor específico (atributo), como por exemplo: mapas de solo, cujo atributo é o tipo de solo, mapa de ocupação, cujo atributo é o grau de ocupação (muito ocupado, moderadamente ocupado, não ocupado) e etc. Nos modelos temáticos, a cada ponto está associado um atributo, não necessariamente numérico, que é resultado de um critério de classificação, ou seja, dado um ponto (x,y), obtém-se um valor definido em um conjunto discreto, ou seja:

$$\begin{aligned}
 g : [a,b] \times [c,d] &\rightarrow \{ A,B, \dots, F \} \\
 (x,y) \rightarrow g(x,y) &\in \{ A,B,\dots F \}
 \end{aligned}$$

A,B,..F ..= temas

D(A) = {(x,y) /g(x,y) = A} - domínio do tema A

Esta é uma outra forma de representação de informações georeferenciadas, que deve ser diferenciada dos MDTs. Os modelos digitais de terrenos não são adequados para representar informações temáticas, sendo porém capazes de gerar informações que poderão ser tratadas nos modelos temáticos, como é o caso por exemplo, do mapa de visibilidade gerado a partir do modelo de terreno, no qual são fornecidas as regiões (polígonos) onde a visibilidade existe/não existe. Também no caso dos mapas de concavidade são apresentadas as regiões (polígonos) onde o relevo é côncavo/convexo. Os Sistemas de Informação Geográfica, por possuírem na sua concepção tanto um modelador de terrenos quanto um modelador temático, são capazes de manipular as informações geradas pelos modelos de terrenos com outras informações temáticas.

3.2 Estudo das propriedades da função elevação

Uma vez definida a função elevação como a forma matemática de representação de um MDT, será apresentado um conjunto de propriedades locais e globais desta função, cuja compreensão auxiliará o entendimento da modelagem da forma e da extração das características de um modelo digital de terreno.

Ao longo do texto serão utilizados H'_x e H'_y representando, respectivamente, as derivadas parciais de primeira ordem em relação a x e a y da função H . Da mesma forma, H_{xx} , H_{yy} e H_{xy} representam as derivadas parciais de segunda ordem em relação a x , y e xy .

3.2.1 Estudo das propriedades locais de um MDT

3.2.1.1 Variações locais de ordem 1

. Expressão da declividade de uma superfície

A **declividade** de uma superfície em um ponto é o valor da tangente do ângulo entre o plano tangente à superfície neste ponto e o plano horizontal, conforme ilustrado pela figura 21.

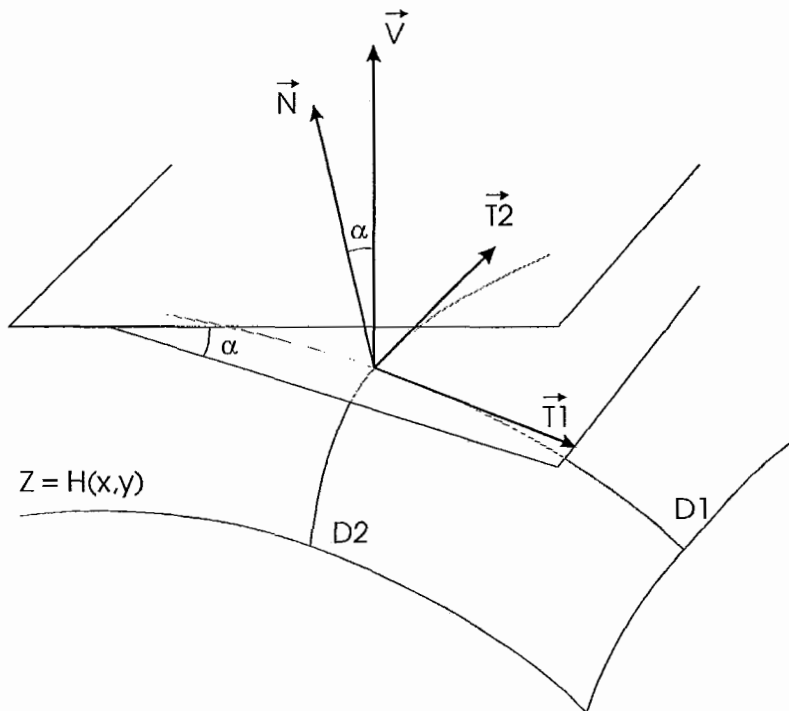


Figura 21 - Declividade de uma superfície num ponto, adaptada de DUPÉRET (1989).

O vetor declividade em um ponto (x_0, y_0) possui como expressão geral :

$$\vec{P} = \text{Grad}(\mathbf{H})$$

e o valor da declividade em um ponto (x_0, y_0) é: $p = \left| \text{Grad}(\mathbf{H}, x_0, y_0) \right|$

onde: $\text{Grad}(\mathbf{H}, x_0, y_0) = (H'_x(x_0, y_0), H'_y(x_0, y_0))$

O vetor $\text{Grad}(\mathbf{H}, x_0, y_0)$ é dirigido segundo a linha de maior declividade da superfície $z = H(x, y)$ em x_0, y_0 .

3.2.1.2 Variações locais de ordem 2

. Estudo de linhas de nível

I. Definição de linhas de nível

Linha de nível ou isolinha de cota z' é o conjunto de pontos no plano, nos quais $H(x,y) = z'$, ou seja:

função elevação: $z = H(x,y)$

isolinha: $z = z' = \text{constante} \rightarrow H(x,y) = z'$

II. Curvatura horizontal das linhas de nível

Intuitivamente a curvatura de uma linha expressa quanto a curva se desvia de uma reta. A curvatura é dada pelo inverso do raio do círculo osculante, ou seja, o círculo que se adapta à curva no ponto considerado, conforme indicado na figura 22.

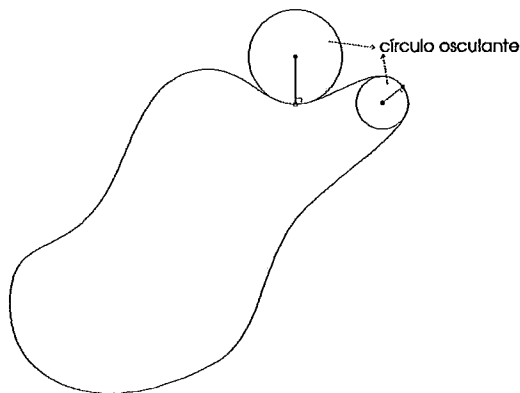


Figura 22 - Linha de nível

. Expressão da curvatura das linhas de nível

A curvatura das linhas de nível é expressa por (DUPÉRET, 1989):

$$\Gamma_n = -\varepsilon \frac{H_{xx}(H'y)^2 - 2H_{xy}H'xH'y + H_{yy}(H'x)^2}{((H'x)^2 + (H'y)^2)^{3/2}}$$

sendo: $\varepsilon = +1$ ou $\varepsilon = -1$ dependendo do sentido de percurso sobre a linha de nível.

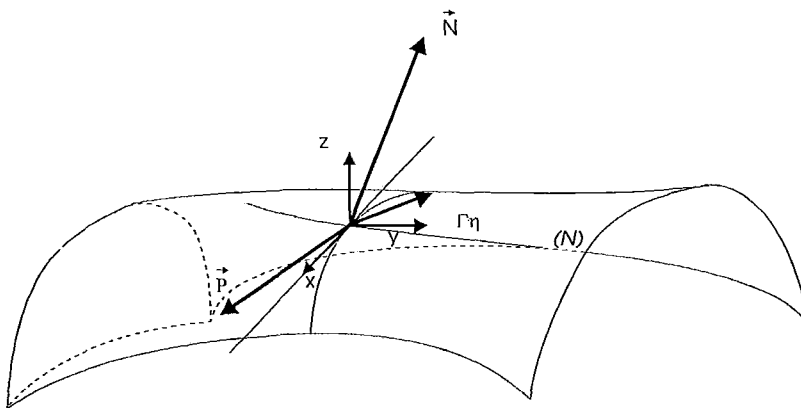


Figura 23 - Linha de nível, adaptada de DUPÉRET (1989).

Convenção: Um observador que siga uma curva de nível no sentido direto (figura 23), cai constantemente para sua direita (esquerda) em um terreno convexo (côncavo). Numa superfície convexa, a curvatura horizontal das linhas de nível (Γ_n) é, portanto, positiva enquanto que este valor é negativo num terreno côncavo. A curvatura $\Gamma_n = 0$ representa, então, a linha de separação das zonas côncavas e convexas da superfície. Esta convenção será adotada adiante na identificação das linhas características principais, onde será considerado que a curvatura horizontal possui valores muito *altos e negativos* nos talwegues, baixos nas vertentes regulares e muito *alto e positivos* nas cumeadas.

. Curvatura média da superfície

A curvatura média de uma superfície se define em (x_0, y_0) como o *Laplaciano* de Z . O Laplaciano de $Z=H(x,y)$ é expresso por:

$$\nabla^2 H = \frac{\delta^2 H}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 H}{\delta y^2}$$

3.2.2 Estudo das propriedades globais de um MDT

3.2.2.1 Determinação dos pontos característicos principais

. Definição de pontos característicos principais

São os pontos nos quais a declividade da superfície é nula, eles apresentam a propriedade de possuírem o vetor vertical como normal à superfície.

Por definição (x_0, y_0) é um ponto característico principal se:

$$H'_x(x_0, y_0) = 0$$

$$H'_y(x_0, y_0) = 0$$

Os pontos assim definidos são de três tipos: pontos de máximo, pontos de mínimo e pontos de sela. O reconhecimento dos pontos característicos principais é possível graças à *função definidora do modelo* e de suas *derivadas parciais*.

I. Os pontos de máximo

$$\text{Se } H'_x(x_0, y_0) = 0$$

$$H'_y(x_0, y_0) = 0$$

$$H_{xx}(x_0, y_0) < 0 \text{ e } H_{yy}(x_0, y_0) < 0$$

$$\Rightarrow (x_0, y_0) \text{ é um ponto de máximo}$$

II. Os pontos de mínimo

$$\begin{aligned} \text{Se } & H'_x(x_0, y_0) = 0 \\ & H'_y(x_0, y_0) = 0 \\ & H_{xx}(x_0, y_0) > 0 \text{ e } H_{yy}(x_0, y_0) > 0 \\ & \Rightarrow (x_0, y_0) \text{ é um ponto de mínimo} \end{aligned}$$

III. Os pontos de sela

São as regiões caracterizadas por pelo menos dois valores de declividades opostos tendo como origem um ponto situado sobre uma linha formada pela união de pontos de máximo separando dois pontos de máximo.

$$\begin{aligned} \text{Se } & H'_x(x_0, y_0) = 0 \\ & H'_y(x_0, y_0) = 0 \\ & H_{xx}(x_0, y_0) \cdot H_{yy}(x_0, y_0) < 0 \end{aligned}$$

O que quer dizer que, os raios de curvatura principais são de sinais opostos e ainda que, o ponto de sela é um ponto que apresenta pelo menos quatro alternâncias no sinal da declividade. Passando alternadamente por dois valores máximos positivos e dois valores mínimos negativos (DUPÉRET, 1989).

Convém ressaltar que se alguma derivada de segunda ordem (H_{xx} ou H_{yy}) for igual a zero, não é possível proceder-se a classificação do tipo de ponto característico.

3.2.2.2 Determinação das linhas características

As descrições a seguir têm um papel particular na modelagem de dados topográficos, uma vez que as linhas características principais e secundárias do modelo digital definem algumas das características geomorfológicas citadas na seção 2.2.2. Sendo assim, pode-se utilizar as propriedades do modelo matemático para a extração de algumas características relativas à forma do relevo modelado.

DUPÉRET (1989) apresenta as seguintes interpretações para as linhas características principais:

I. Talvegues principais

São as linhas contendo os pontos pelos quais a curvatura Γn é *mínima*. Partindo principalmente dos pontos de sela, elas vão até os pontos de mínimo ou confluências, conforme ilustrado na figura 24.

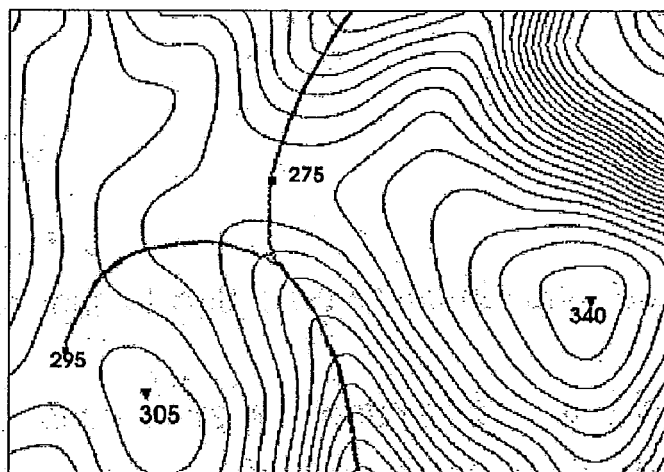


Figura 24 - Linhas de talvegues principais, adaptada de DUPÉRET (1989).

Um talvegue é formado por frações de linhas de declividade assegurando o escoamento das águas. Em cada ponto encontrado, é suficiente selecionar-se a *linha de maior declive descendente*.

II. Cumeadas principais

São as linhas que contém os pontos pelos quais a curvatura Γn é *máxima*. Como para os talvegues, elas vão até os pontos de máximo ou até o fim do mapa. As linhas de cumeadas encontram-se ilustradas através da figura 25.

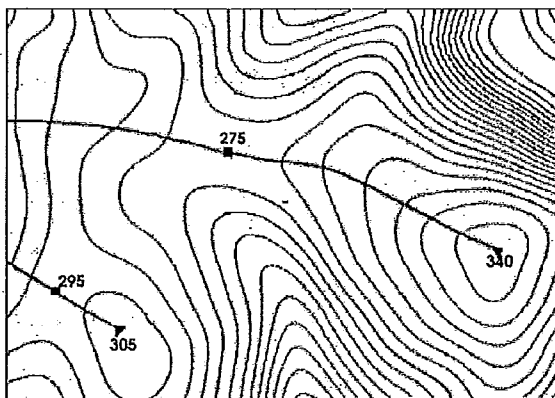


Figura 25 - Cumeadas principais, adaptada de DUPÉRET (1989).

Uma cumeada é formada por frações de linhas de declividade assegurando a divisão das águas que escoam sobre as vertentes. Em cada ponto encontrado, se faz suficiente selecionar-se a *linha de maior declividade ascendente*.

Para o traçado das linhas características, é necessário o fornecimento de uma origem e de uma direção de percurso.

Um maior detalhamento das propriedades matemáticas de um modelo digital de terreno pode ser encontrado em HOTTIER(1977), DUFOUR et al (1983), D'AUTUME(1983), DESTIVAL(1985), RAZIANOFF et al (1987), DUFOUR(1988), SOILLE(1988) e DUPÉRET(1989).

Analisando-se as propriedades do modelo matemático descritas, conclui-se que: a avaliação do valor da função num ponto qualquer pertencente ao domínio e o cálculo das derivadas parciais de primeira e segunda ordem, são procedimentos indispensáveis para a representação das características e formas de um MDT. Um modelador digital de terreno deve ser capaz de construir um modelo digital de terreno e dele resgatar estas informações para que possam ser manipuladas para a geração de um conjunto de novas informações.

No próximo capítulo serão apresentadas as informações, sob a ótica computacional, que devem ser extraídas de um modelo digital de terreno através da análise dos requisitos que um sistema de modelagem deve possuir para atender às necessidades de um sistema de informação geográfica.

4 - ESPECIFICAÇÃO FUNCIONAL DE UM MODELADOR DIGITAL DE TERRENOS

Neste capítulo descreve-se as funções que um modelador digital de terreno deve oferecer a fim de fornecer as informações requisitadas pelas aplicações descritas na seção 2.2.3, a cerca da superfície modelada. A utilização destas funções em um sistema de informação geográfica é posteriormente apresentada, a fim de comprovar que um modelador que atenda à especificação descrita, supre, de maneira geral, os requisitos dos SIGs.

4.1 Especificação das funções de um modelador

O conjunto de funções computacionais apresentadas a seguir referem-se à especificação funcional do modelador proposto e utilizado ao longo deste trabalho. Baseando-se nesta especificação, as características, propriedades e formas de implementação deste modelador serão discutidas e avaliadas nos capítulos subsequentes.

4.1.1 Construção do modelo digital de terreno

A primeira função necessária a um modelador é aquela responsável pela construção do MDT.

dados de entrada : para esta especificação será considerado que a construção do modelo pode ser feita a partir de um conjunto de amostras e de linhas representativas de características especiais. Portanto, os dados de entrada para a construção do modelo serão um conjunto de pontos amostrais, que poderão ser complementados com informações relativas a características especiais da superfície, caso esta informação esteja disponível.

dados de saída : modelo digital de terreno por grade de pontos
modelo digital de terreno por triangulação dos pontos

4.1.2 Consultas ao modelo

4.1.2.1 Avalia pontos no modelo

Após a construção do modelo, a função mais requisitada a um modelador é a de avaliação de um conjunto de pontos. Esta função é responsável por avaliar no modelo o valor altimétrico de um ou mais pontos fornecidos.

dados de entrada: lista ou malha de pontos que se deseja avaliar no modelo.

dados de saída: valores da ordenada z obtidos através da avaliação da função elevação nos pontos fornecidos.

4.1.2.2 Consultas relativas às coordenadas que limitam o modelo.

4.1.2.2.1 Consulta os extremos da função elevação

Esta função é de simples consulta aos valores máximos e mínimos da elevação z do modelo.

dados de saída : z máximo, z mínimo

4.1.2.2.2 Consulta o domínio do modelo

Esta função informa os limites da área modelada.

dados de saída : x mínimo, y mínimo
 x máximo, y máximo

4.1.3 Análise do modelo

4.1.3.1 Calcula as derivadas primeiras

O cálculo da derivada de primeira ordem de um conjunto de pontos do modelo é uma função essencial a um modelador, uma vez que o cômputo dos valores das derivadas se faz necessário para atender a uma série de aplicações, conforme visto anteriormente, como por exemplo, o cálculo do mapa de aspectos.

dados de entrada: pontos onde se deseja calcular as derivadas
dados de saída: valores das derivadas nos pontos

4.1.3.2 *Calcula as derivadas segunda*

Identicamente ao caso anterior, o cálculo da derivada segunda é também uma função importante, uma vez que seus resultados poderão ser utilizados na geração de aplicações do modelo.

dados de entrada: ponto onde se deseja calcular a derivada
dados de saída: valor da derivada no ponto

4.1.3.3 *Calcula o modelo declividade*

Esta função é responsável pela geração de um modelo digital de terreno onde a variável z representa os módulos do vetor gradiente.

dados de entrada: pontos onde se deseja calcular as derivadas
dados de saída : modelo representativo das declividades da superfície modelada.

4.1.3.4 *Calcula a curvatura da superfície num ponto*

Esta função é responsável pelo cálculo da curvatura média da superfície num ponto dado.

dado de entrada : ponto onde se deseja a valer a curvatura.
dado de saída: valor da curvatura no ponto.

4.1.3.5 *Extrai pontos característicos do modelo*

Esta função extrai os pontos de máximo ou mínimo local do modelo.

dados de entrada : tipo de ponto característico procurado: máximo ou mínimo
coordenadas da região a ser avaliada.

dado de saída: coordenadas dos pontos característicos daquela região.

4.1.3.6 *Classifica pontos característicos*

Esta função classifica um ponto no modelo, indicando se é um ponto de máximo ou mínimo local ou se não é ponto característico.

dado de entrada : ponto a ser analisado.

dado de saída: classificação do ponto.

4.1.3.7 *Extrai linhas características do modelo*

Esta função extrai do modelo curvas que representam uma dada característica especial.

dado de entrada : tipo de linha característica que se deseja avaliar no modelo: talvegue, cumeada.

dado de saída: curva representativa da característica desejada.

4.1.3.8 *Gera contorno*

Esta função é responsável pela geração de isolinhas a partir do modelo.

dado de entrada: valor de z_i , que determina o valor altimétrico da curva de nível procurada.

dado de saída: curvas de nível $z = z_i$.

4.1.3.9 *Gera contorno de um ponto*

Esta função fornece o contorno de um ponto especificado.

dado de entrada: ponto onde se deseja obter o contorno.

dado de saída: curva de nível que passa pelo ponto fornecido.

4.1.3.10 *Gera um perfil do modelo*

Esta função é responsável pela obtenção de uma seção transversal do modelo.

dado de entrada: poligonal por onde será avaliado o perfil do modelo.

dado de saída: seção transversal do modelo segundo a trajetória descrita pela poligonal.

4.1.3.11 *Opera modelos*

Esta função realiza operações entre modelos.

dados de entrada: modelos a serem operados e tipo de operação a ser realizada

dado de saída: modelo resultante da operação

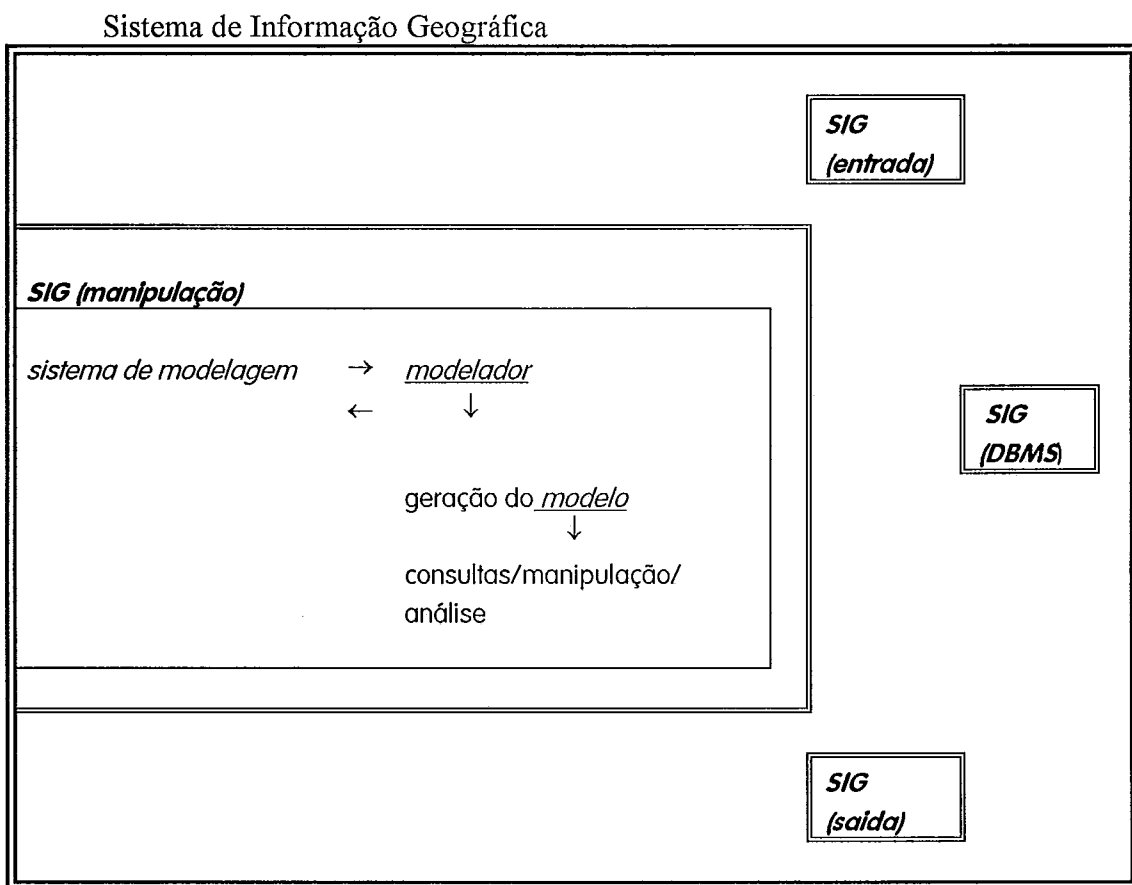
4.2 A modelagem digital de terreno como parte integrante de um sistema de informação geográfica

Existem diversas formas de se integrar a modelagem digital de terrenos num Sistema de Informação Geográfica, normalmente considera-se a modelagem como sendo um sistema de aplicação integrante da fase de manipulação de um SIG. Um sistema de modelagem é responsável :

- pela coleta das informações que serão fornecidas ao modelador digital de terrenos.
- pelo repasse destas informações ao modelador.
- pelo acionamento do modelador digital de terreno.
- pela execução de funções que transformam as informações fornecidas pelo MDT (através do modelador) numa forma que possa ser manipulada juntamente com as demais informações existentes na base de dados do SIG.

O modelador digital de terrenos, conforme observado no capítulo 2, é responsável pela geração de um modelo digital de terreno. Através do modelador pode-se ainda manipular e analisar este modelo de acordo com interesses específicos, gerando informações que o SIG poderá operar com outros elementos da base de dados geocodificada para a geração de novas informações.

O fluxo de informação de um sistema de modelagem num SIG pode ser representado por:



Será apresentada, a seguir, a especificação das funções que normalmente compõem um sistema de modelagem dentro do ambiente SIG, seguindo este enfoque. As funções sugeridas na especificação funcional descrita na seção anterior serão, então, utilizadas para atender aos requisitos deste sistema de modelagem.

4.3 Análise de um sistema de modelagem num ambiente SIG

4.3.1 Criação do MDT

A criação do modelo envolve as seguintes fases:

entrada dos dados
geração do modelo

4.3.1.1 Entrada de Dados

A entrada de dados se dá através da utilização dos dados que foram obtidos no módulo de entrada de dados do SIG. Os dados que participam da criação do modelo são tipicamente: conjunto de pontos xyz, conjunto de linhas com um valor altimétrico associado (isolinhas), dados representativos das características especiais da superfície (pontos, linhas e áreas), e em alguns casos uma matriz (forma raster), cujo atributo é o valor da variável z a ser modelada.

> *Procedimentos do sistema de modelagem:*

. *Obtenção do arquivo de entrada*

O sistema de modelagem promove a interface com o usuário, a fim de que seja fornecido o nome do(s) arquivo(s) que contém os dados que descrevem a superfície a ser modelada, a fim de que o modelador possa construir posteriormente o modelo.

. Definição da área de modelagem

Obtém, dentro do universo de amostras fornecidas na entrada de dados, a definição da área onde se pretende realizar a modelagem.

Esta informação será transmitida ao modelador para a construção do modelo. A área de definição fornecida pelo usuário corresponde ao *domínio da função elevação*.

. Conversão do formato dos dados do modelo

Esta função tem por objetivo converter os dados que possuam um formato distinto daquele existente dentro do sistema, para o formato padrão do sistema. Alguns SIGs, por exemplo, aceitam como dados de entrada arquivos de modelos grades advindos de outros sistemas, sendo necessário proceder-se a uma conversão de formatos.

. Validação dos dados

Uma rotina que poderá ser parte integrante do sistema de modelagem na fase de entrada de dados é a rotina de validação dos dados de entrada do modelador, sendo responsável pela eliminação de redundâncias e de pontos inválidos, contribuindo para a melhoria da qualidade do modelo.

4.3.1.2 Geração do modelo

A geração do modelo é feita através da construção do modelo digital de terreno utilizando-se uma das representações da forma TIN, GRID etc.

> Procedimentos do sistema de modelagem:

. Escolha indireta do tipo de modelo

Fornecer ao sistema as características e parâmetros necessários para a obtenção de um tipo de representação para a modelagem da superfície: tipo de modelo

(interpolador, aproximador), grau de diferenciabilidade da superfície (diferenciabilidade = 0 → interpolação linear, diferenciabilidade > 0 → interpolação não linear). Esta função é ativada para os casos em que o usuário do sistema não conhece a teoria de modelagem de terreno, neste caso o modelador através das características fornecidas pelo usuário irá construir um modelo usando a forma de representação que melhor atenda às especificações fornecidas.

. Escolha direta do tipo de modelo e de sua representação

Nesta função o usuário escolhe diretamente o tipo de construção do modelo e a forma de representação a ser adotada:

- deve ser fornecido o tipo de modelo a ser utilizado: GRID, TIN etc.
- deve ser fornecido o tipo de interpolador a ser utilizado: primeiro, segundo, terceiro grau etc.

Neste caso o sistema deve apresentar uma lista de opções possíveis de serem implementadas naquela versão do sistema.

. Definição dos parâmetros do modelo GRID

Caso a geração do modelo GRID seja escolhida de forma direta, os parâmetros necessários para a construção do modelo devem ser fornecidos, por exemplo: espaçamento da grade ou dimensões da grade (número de linhas, número de colunas).

. Definição dos atributos do modelo

Indica ao sistema que tipo de informação se deseja modelar: elevação, declividade etc.

. Parametrização das características de construção do modelado.

Esta função pode ser criada no sistema de modelagem para permitir que o conjunto de parâmetros especificados na criação dos modelos sejam *default*, ou seja, sejam considerados como padrão na geração de modelos subsequentes.

> *Procedimentos requisitados ao modelador:*

A partir dos parâmetros e informações obtidas pelo sistema, o modelador construirá o modelo, seguindo as metodologias descritas nos capítulos subsequentes.

> *Quando se tem os parâmetros de forma indireta : Constroi modelo*

4.3.2 Manipulação de Modelos

O processo de manipulação inclui todas as funções que servem para enriquecer um modelo digital de terreno.

4.3.2.1 Modifica dados do modelo

Esta opção de um sistema de modelagem permite que os dados inicialmente utilizados na geração do modelo digital sejam alterados, seja através da execução de operações na variável Z que caracteriza o fenômeno modelado, seja através da introdução de novas informações ao conjunto de dados definidores do modelo:

> *Procedimentos do sistema de modelagem:*

. Edição de modelo

Estes comandos executam edições no modelo, tais como: alteração ou exclusão de pontos incorretos, partindo-se da análise dos contornos gerados pelo modelo inicialmente:

. Altera pontos do modelo

descrição: obtém o conjunto de pontos, o qual se deseja alterar o valor de Z e os respectivos valores a serem alterados.

. Inclui pontos do modelo

descrição: obtém o conjunto de pontos, o qual se deseja incluir no modelo.

. Exclui pontos do modelo

descrição: obtém o conjunto de pontos, o qual se deseja excluir do modelo.

. Inclui característica especial

descrição: obtém os dados definidores de características especiais que se deseja incluir no modelo.

. Elimina características especiais

descrição: obtém os dados representativos de características especiais que se quer que não faça parte do modelo.

> Procedimentos requisitados ao modelador: Constroi modelo

O sistema de modelagem de posse das coordenadas dos pontos que se deseja incluir/excluir, deve atualizar o arquivo de pontos originalmente utilizado para a construção do modelo e acionar o modelador, que construirá um novo modelo que contenha as modificações desejadas.

4.3.2.2 Modifica parâmetros do modelo

Esta opção do sistema de modelagem permite que os dados fornecidos na descrição do tipo e forma de representação do modelo sejam alterados.

>Procedimentos do sistema de modelagem:

. Modifica tipo de modelo

. Modifica tipo de interpolador

. Modifica atributos do modelo GRID

>Procedimento requisitado ao modelador: Constroi modelo

Estas novas informações são fornecidas ao modelador que construirá um novo modelo, utilizando os novos parâmetros nas funções de construção.

4.3.2.3 *Inferir linhas de quebras no modelo*

As linhas de quebra são utilizadas para melhorar o modelo para que não haja áreas planas a menos daquelas que foram especificadas como tais. A inferência de linhas de quebra é geralmente realizada onde os dados do terreno sugerem inflexões na superfície do terreno. Estas inflexões estão relacionadas a um máximo ou mínimo local. As linhas de quebra estão baseadas em linhas de inflexão das superfícies, ou seja, se for encontrada uma mudança de declividade na superfície, e isto não tiver sido caracterizado por uma linha característica, então um novo modelo é construído considerando esta linha de quebra como sendo uma linha característica, melhorando, desta forma, a qualidade do modelo.

>Procedimentos do sistema de modelagem

Caso seja requisitada a construção de um novo modelo considerando as linhas de quebra inferidas a partir do modelo original, o sistema irá pedir ao modelador que lhe extraia as linhas características do modelo em análise e posteriormente irá construir um novo modelo considerando estas informações como imposição.

>Procedimentos requisitados ao modelador:

Extrai linhas características do modelo

Constroi modelo

4.3.3 Consultas ao Modelo

O processo de consulta inclui todas as funções que servem para obter as informações disponíveis no modelo digital de terreno.

As funções de consulta e análise são realizadas pressupondo-se a existência de um modelo altimétrico, ou seja, os procedimentos descritos a seguir atuam diretamente num modelo digital de terreno, questionando-o ou gerando informações a partir dele. Portanto, neste estágio, o modelador já deverá ter criado o modelo e passará a extrair-lhe informações. Todas as funções, portanto, se relacionam a um MDT previamente construído.

4.3.3.1 Avalia valor da função altitude

Permite a obtenção do valor da elevação do modelo em um ou mais pontos fornecidos através de uma lista ou de uma matriz. O modelador, através do processo de interpolação utilizado na representação do modelo digital de terreno, obtém o valor de Z da função elevação no(s) ponto(s) selecionado(s).

> Procedimento do sistema de modelagem :

. Obtém o conjunto de pontos que se deseja avaliar

> Procedimento requisitados ao modelador:

. Avalia pontos no modelo

A partir das informações referentes aos pontos que se deseja avaliar na função, obtida pelo sistema de modelagem, o modelador obtém a partir do modelo os valores de Z a eles associados.

4.3.3.2 Avalia valor da declividade

Fornece o valor da declividade num ponto ou conjunto de pontos selecionados. A declividade define a inclinação da superfície num ponto.

>Procedimento do sistema de modelagem:

. Obtem o conjunto de pontos que se deseja avaliar

>Procedimento requisitados ao modelador:

Calcula o modelo declividade

Avalia pontos no modelo

A partir das informações referentes aos pontos que se deseja avaliar na função, obtida pelo sistema de modelagem, o modelador obtém a partir do modelo-gradiente, os valores das declividades a eles associados.

4.3.3.3 Avalia valor do aspecto

Obtém o valor do angulo de aspecto do modelo num ponto ou conjunto de pontos selecionados. O angulo de aspecto é a direção que a superfície possui, em relação ao norte (azimute), num ponto selecionado. Este angulo é geralmente expresso em graus (medido no sentido horário). De tal forma que, um angulo de aspecto = 0 graus indica que a superfície naquele ponto está voltada para o norte, 90 graus leste, 180 sul e 270 oeste.

>Procedimento do sistema de modelagem:

. Obtém o conjunto de pontos que se deseja avaliar

>Procedimentos requisitados ao modelador:

Calcula as derivadas primeiras

Esta função do modelador devolve o vetor gradiente num ponto fornecido. A partir disto, o sistema de modelagem poderá calcular o valor do angulo de aspecto naquele ponto e repetir a operação para os demais pontos (caso haja).

4.3.3.4 Consulta os valores máximos e mínimos de Z

>Procedimento do modelador: Consulta os extremos da função elevação

4.3.3.5 Consulta abrangência da área de estudo

Fornece os limites da área modelada.

>Procedimento do modelador: Consulta o domínio do modelo

4.3.3.6 Consulta tipo de modelagem utilizada

Fornece as características da forma de representação utilizada na geração do modelo.

>Procedimento do modelador: Consulta o domínio do modelo

4.3.4 Análise do Modelo

O processo de análise inclui todas as funções para a obtenção de informações derivadas a partir do modelo.

4.3.4.1 Gera Isolinhas

Gera contornos suavizados ou não, dependendo da forma de representação do modelo.

>Procedimentos do sistema de modelagem:

. Gera Conjunto de Isolinhas

Obtém limites altimétricos de busca das isolinhas : limite inferior, limite superior e intervalo.

. Fornece a isolinha que passa num ponto

Obtém as coordenadas do ponto onde se deseja obter a isolinha.

>Procedimentos do modelador:

. Gera Contorno

A partir dos valores obtidos de Z inicial, Z final e o intervalo de variação de Z, o sistema de modelagem aciona o modelador que, através da função de geração de contornos a partir de um plano definido, proporcionará a obtenção das isolinhas no intervalo especificado.

. Gera Contorno de um Ponto

O sistema de modelagem fornece as coordenadas (x,y) do ponto onde se deseja obter a isolinha e aciona o modelador digital de terreno, que a partir desta função gerará o contorno no ponto especificado.

4.3.4.2 Gera polígonos de altitude

Gera polígonos topologicamente estruturados, classificados de acordo com intervalos de altitude fornecidos.

>Procedimentos do sistema de modelagem:

. Obtém intervalos de subdivisão dos valores de altitude

Solicita o número de classes em que se deseja dividir o intervalo de variação das altitudes. Desta forma, a diferença entre o valor de altitude máxima e mínima encontradas no modelo é dividido pelo valor fornecido, criando faixas de variação, que permitirão a geração de polígonos, nos quais cada ponto do seu interior corresponde a um mesmo intervalo.

. Gera_Polígonos_Altitude

Esta função fornece uma matriz de pontos bidimensionais ao modelador, que através da função de avaliação de pontos de uma malha do MDT, fornece uma matriz de pontos tridimensionais ao sistema de modelagem, que a partir dos intervalos especificados na função acima, gera os polígonos de altitude.

>Procedimento do modelador:

Para a execução da função de geração de polígonos de altitude, o sistema de modelagem requisita ao modelador a seguinte função :

Avalia pontos no modelo

4.3.4.3 Gera Polígonos de Declividade

Gera polígonos topologicamente estruturados, obtidos pela classificação dos valores da declividade segundo intervalos de declividade fornecidos.

> *Procedimentos do sistema de modelagem:*

. *Obtém intervalos de subdivisão da variação*

Solicita o número de classes em que se deseja dividir o intervalo de variação das declividades da superfície modelada. Desta forma, a diferença entre o valor da declividade máxima e mínima encontradas no modelo é dividido pelo valor fornecido, permitindo a geração de polígonos que atendam a esta classificação.

. *Gera_Polígonos_Declividade*

Esta função fornece uma matriz de pontos bidimensionais ao modelador, que através da função de avaliação de pontos de uma malha do MDT, fornece uma matriz de pontos tridimensionais ao sistema de modelagem, que a partir dos intervalos especificados na função acima, gera os polígonos de declividade.

> *Procedimentos requisitados ao modelador:*

Para a execução da função de geração de polígonos de declividade, o sistema de modelagem requisita ao modelador a geração de um modelo-declividade, no qual a *função elevação* representa os módulos dos gradientes do modelo original. A partir deste modelo, a malha de pontos é então avaliada, obtendo-se uma malha de pontos tridimensionais, correspondente aos valores das declividades naqueles pontos. O sistema de modelagem, então poderá fazer a classificação gerando polígonos em função dos intervalos fornecidos pelo usuário. As seguintes funções são então requisitadas ao modelador :

Calcula o modelo declividade

Avalia pontos no modelo

4.3.4.4 Gera polígonos de valores de aspecto

Computa os valores de aspecto de um modelo e utiliza o resultado para a criação de polígonos de aspecto topologicamente estruturados, a partir de intervalos especificados.

>Procedimentos do sistema de modelagem:

. Obtém intervalos de subdivisão da variação

Solicita o intervalo de subdivisão, para a geração dos polígonos. Se for fornecido um intervalo igual a 90 graus, tem-se quatro tipos de classes (em graus) :

0 a 90 nordeste

91 a 180 sudeste

181 a 270 sudoeste

271 a 360 noroeste

. Gera_Poligonos_Aspecto

Esta função aciona o modelador requisitando o cálculo do modelo-derivada-primeira da superfície modelada. Depois fornece uma matriz de pontos bidimensionais ao modelador, que através da função de avaliação de pontos de uma malha, avaliará o modelo-derivada-primeira, fornecendo uma matriz de pontos tridimensionais contendo os vetores gradientes destes pontos. O sistema de modelagem, poderá, então, a partir dos gradientes calcular os angulos de aspecto e através dos intervalos especificados, gerar os polígonos de aspecto.

>Procedimentos requisitados ao modelador:

O modelador pede ao modelo-altitude para gerar seu modelo-derivada-primeira. A partir deste modelo, a malha de pontos é então avaliada. As seguintes funções são requisitadas ao modelador:

Calcula as derivadas primeiras

Avalia pontos do modelo

4.3.4.5 Calcula Aspecto de um conjunto de pontos

Computa a direção da declividade para o conjunto de pontos fornecidos.

>Procedimentos do sistema de modelagem:

Aciona o modelador através da função `Calcula_Modelo_Derivada_Primeira`. De posse deste modelo, o conjunto de pontos é avaliado, para a obtenção dos vetores gradiente nestes pontos, o valor do angulo de aspecto em cada ponto é, então, calculado pelo sistema de modelagem.

>Procedimentos requisitados ao modelador:

Calcula as derivadas primeiras

Avalia pontos no modelo

4.3.4.6 Calcula declividade num conjunto de pontos

> Procedimento do sistema de modelagem

Aciona o modelador para a geração do modelo-declividade.

Aciona o modelador para a avaliação do modelo declividade num conjunto de pontos.

>Procedimento requisitado ao modelador:

Calcula o modelo declividade

Avalia pontos no modelo

Nota-se que a função de avaliação, neste caso está associada ao modelo declividade e não do modelo altitude. Entretanto a função de cálculo do modelo declividade atua no modelo altitude.

4.3.4.7 Classifica a variação da superfície

Computa os valores da curvatura para um conjunto de pontos fornecidos. A curvatura representa a taxa de mudança da declividade numa localização específica, medindo, portanto, a variação da superfície. Pode-se fornecer intervalos de análise da

variação da superfície, classificando-a por exemplo em: 0 = área praticamente plana e 1 = área com grandes variações da superfície.

>Procedimentos do sistema de modelagem

. Obtém pontos a serem analisados.

. Obtém intervalos para a classificação da superfície.

. Classifica área segundo a curvatura da superfície

O sistema de modelagem aciona o modelador para o cálculo da curvatura num conjunto de pontos. Com os valores da curvatura nestes pontos e atendendo aos intervalos de classificação fornecidos, geram-se polígonos caracterizando a região segundo o grau de variação da curvatura da superfície. No caso de um modelo de dados altimétricos (topográficos), pode-se com esta função classificar o grau de variação do relevo de uma dada região.

>Procedimentos requisitados ao modelador:

Calcula a curvatura da superfície num ponto

4.3.4.8 Classifica a forma da superfície

Computa os valores da curvatura para um conjunto de pontos fornecidos. Com estes valores, o sistema poderá fazer uma classificação das áreas côncavas e convexas através da análise do sinal.

>Procedimentos do sistema de modelagem

. Obtém pontos a serem analisados.

. Classifica área segundo o sinal da curvatura da superfície

O sistema de modelagem aciona o modelador para o cálculo da curvatura num conjunto de pontos. Através da análise dos sinais da curvatura, geram-se polígonos caracterizando as regiões côncavas e convexas. No caso de dados altimétricos (topográficos), pode-se com esta função obter uma classificação morfológica do relevo de uma dada região.

> Procedimentos requisitados ao modelador:

Calcula a curvatura da superfície num ponto

4.3.4.9 Calcula seção transversal

Cria, armazena e consulta uma seção transversal do modelo (perfil), passando por um "caminho" fornecido.

> Procedimentos do sistema de modelagem

. Obtém o percurso do perfil

Através deste procedimento o sistema permite que o percurso de passagem da seção transversal seja marcado de forma interativa sobre o modelo.

. Obtém as características de traçado do perfil

Com este procedimento o usuário fornece ao sistema os parâmetros que caracterizam a função representativa do perfil, tais como: grau de diferenciabilidade, tipo de função (interpoladora ou aproximadora).

> Procedimentos requisitados pelo modelador

Gera um perfil do modelo

4.3.4.10 Calcula Volume

Calcula o volume e faz o balanceamento de corte/aterro.

- *Calcula corte/aterro*

>*Procedimento do sistema de modelagem*

. *Obtém plano de referência*

Obtém o valor de Z que determina o plano horizontal de referência que deverá limitar o modelo. Este plano pode estar abaixo da superfície representada pelo modelo (para o caso de cortes), acima (para o caso de aterros) ou poderá estar interceptando o modelo (corte e aterro simultâneos).

. *Calcula_ Integração*

Através desta função o sistema calcula o volume em relação a um plano de referência.

>*Procedimentos requisitados ao modelador:*

Opera modelos

>*Procedimento do sistema de modelagem*

. *Efetua balanço entre corte/aterro*

Faz o balanço entre corte/aterro de tal forma que a diferença entre o volume de corte e o de aterro seja zero. Neste caso o sistema irá variar o nível do plano de referência até que a condição de balanceamento seja obtida.

. *Calcula_ Integração*

>Procedimentos requisitados ao modelador:

Opera modelos

. Calcula volume de corte/aterro para a simulação de um novo modelo

>Procedimentos requisitados ao sistema de modelagem

. Obtém geometria modificadora do modelo original

Através desta opção, o sistema obtém planos (não horizontais), taludes e superfícies que modificarão parte do modelo, gerando um novo modelo seguindo as novas condições. Normalmente a nova forma gerada tende a simular obras realizadas pelo homem, tais como: estradadas, diques etc.

As opções de fornecimento destas informações, bem como a variedade de opções de alterações da forma da superfície, ficam a cargo do sistema de modelagem.

. Calcula_Diferença_Modelos

Calcula-se a diferença entre o modelo existente e o proposto. Considera-se que o resultado da diferença entre os modelos é positiva quando o primeiro modelo está acima do segundo. Por isto, normalmente se fornece a superfície existente como sendo o modelo 1 e a superfície nova como modelo 2, seguindo-se a convenção de que o local a ser aterrado possui como resultado um valor negativo e o local de corte positivo.

> Procedimentos requisitados ao modelador :

. Constroi modelo

Um outro modelo deve ser construído, baseado nas simulações que descrevem as alterações que se deseja realizar na superfície original.

. Opera modelos

4.3.4.11 Gera polígonos de interferência/visibilidade.

Este procedimento gera polígonos classificando as áreas visíveis e não visíveis, referentes a um ponto fornecido e a altimetria do modelo a sua volta.

>Procedimentos do sistema de modelagem

. Obtém ponto para estudo de interferência/visibilidade.

. Calcula os pontos com valores altimétricos maiores e menores que o ponto dado.

. Classifica em visível e não visível gerando polígonos com esta classificação.

>Procedimento requisitado ao modelador

Avalia pontos no modelo

4.3.4.12 Operações com o conjunto de dados

Realiza uma operação entre os valores da variável Z de dois ou mais modelos:

. adição, subtração, divisão ou multiplicação de um modelo com o outro modelo fornecido.

. mínimo ou máximo - extrai o menor ou maior valor de Z entre os dois modelos fornecidos.

> Procedimento do sistema de modelagem:

. Obtém tipo de operação

. Obtém modelos a serem operados

> Procedimento do modelador: Opera modelos

O modelador irá operar os modelos de acordo com os dados obtidos pelo sistema de modelagem .

4.3.4.13 Extrai características especiais de um modelo

Esta função retira de um modelo digital de terreno as características especiais nele existentes.

>Procedimentos do sistema de modelagem

. Obtém tipo de característica procurada

Através desta função o sistema identifica o tipo de característica a ser extraída do modelo: pontos extremos (pontos de máximo/mínimo local ou de sela); linhas características (cumeada, talvegue).

>Procedimentos requisitados ao modelador

Extrai pontos característicos do modelo

Extrai linhas características do modelo

4.3.4.14 Checa pontos extremos do modelo

Este procedimento verifica se um determinado ponto representa no modelo um ponto extremo (máximo/mínimo local ou de sela).

>Procedimento do sistema de modelagem

. Obtém ponto a ser analisado

>Procedimento requisitado ao modelador

Classifica pontos característicos

4.4 Resumo das funções computacionais de um modelador num SIG.

Com base nas informações requisitadas ao modelador pelo SIG através do sistema de modelagem, descritas na seção anterior, pode-se resumir o conjunto de funções a serem implementadas como parte integrante de um modelador digital de terreno num sistema de informação geográfica como:

❶ construção do modelo

☞ *SIG envia dados amostrais do mundo real → modelador gera MDT representando o mundo real na forma digital*

❷ manipulação do modelo

- modifica dados do modelo
- modifica parâmetros de criação do modelo

☞ *SIG gera alteração → modelador constroi novo modelo*

❸ consultas ao modelo

- consulta área de abrangência do modelo
- consulta parâmetros de criação do modelo
- avalia valores de altitude, declividade e aspecto num ponto
- consulta valores máximo e mínimo de Z
- consulta tipo de modelagem utilizada

☞ *SIG consulta → modelador gera questões ao MDT → MDT gera respostas*

❹ analisa modelo

- geração de contornos

- geração de saídas temáticas (polígonos de altitude, declividade, aspecto, visibilidade)
- geração de seções transversais
- calcula volume
- calcula declividade
- calcula aspecto
- calcula curvatura
- extrai características especiais da superfície

☞ *SIG analisa → modelador atua no MDT → MDT gera outros objetos*

Para ilustrar a interface modelador/SIG, pode-se observar por exemplo o trabalho de DIKAU (1989), onde o MDT é utilizado como base para a geração de informações necessárias para uma análise automatizada da forma do relevo utilizando um SIG como ferramenta para estudos geomorfológicos. Neste trabalho, a partir de um MDT as formas do relevo são formalmente descritas, subdividindo a superfície em unidades de relevo. Estas unidades são definidas por uma combinação lógica das informações derivadas do MDT e são posteriormente combinadas para simular as características complexas do relevo encontradas na natureza. Por exemplo, um mapa de formas de relevo contendo as classes: cumes e escarpas é obtido baseado nas seguintes informações analisadas conjuntamente: valores de curvatura e localizações de canais de drenagem. Este mapa passa a ser um plano de informação (PI) do SIG, que será manipulado com outros PIs, tais como PI contendo as classes: vale e drenagem de pequeno porte, que utilizaram como informação base para a sua classificação a concavidade e a localização de canais. O PI com a classificação dos taludes foi obtido baseado nas informações de convexidade e dos divisores de água.

Ao se analisar as características fornecidas pelos diversos PIs para cada área, pode-se obter um novo plano de informação contendo a distribuição de unidades geomorfológicas complexas, cuja classificação foi conseguida através da análise conjunta de diversos fatores, obtidos diretamente do MDT ou obtidos por estes PIs gerados por um conjunto de informações advindas do MDT.

A partir do MDT, foi, então, formalizada a definição de objetos geomorfográficos, pela subdivisão da superfície através de uma hierarquia das unidades de relevo. Isto é realizado quantitativamente por uma combinação lógica da declividade, aspecto, perfil, curvatura e variação do gradiente (que são informações extraídas do MDT), juntamente com o valor da distância ao divisor d'água, distância a um canal de drenagem (que são informações manipuladas pelo SIG, através da função de cálculo de distâncias e a partir de dados advindos do MDT, por exemplo, extração do divisor d'água). Desta maneira, formas complexas de relevo podem ser geradas pela combinação de todo este conjunto de informações.

De uma maneira geral, pode-se tentar entender a relação do modelador digital de terreno num ambiente SIG da seguinte forma: as informações geradas na fase de análise do sistema de modelagem são utilizadas no SIG como planos de informação, que convertidos para o formato utilizado pelos SIGs para a realização de operações (geralmente no formato raster), poderão ser operados com outros PIs gerando novas informações.

No próximo capítulo serão apresentadas as formas de representação de um modelo digital de terreno, ou seja, as formas empregadas para representar o modelo através da utilização de uma *função elevação*, que permita ao modelo fornecer o conjunto de informações descritas ao longo deste capítulo.

5 - FORMAS DE REPRESENTAÇÃO DO MODELO DIGITAL DE TERRENO

Neste capítulo serão discutidas as formas de se representar uma *função elevação* e de se obter informações a cerca de um modelo MDT, a partir desta representação. Entende-se como forma de representação a utilização de um interpolador sobre um modelo digital de terreno previamente construído. A fase de construção do modelo, que será abordada no próximo capítulo, é responsável por transformar os dados amostrais fornecidos numa estrutura de dados capaz de representá-los. A partir deste modelo algum método é, então, utilizado para representá-lo, permitindo a extração das informações descritas no capítulo anterior e que são derivadas das aplicações do MDT. Existem diversas formas de representação de um modelo digital de terreno, tais como: representação por interpolação linear ou não linear partindo de um modelo construído através de uma *grade* de pontos ou *grid*; por interpolação linear ou não linear sobre um modelo construído através de uma *triangulação* dos pontos ou *TIN*; por encaixe de funções polinomiais; por fractais etc. Serão estudadas as formas de representação mais comumente utilizadas para representar a superfície real, que são: a modelagem por interpolação sobre o modelo-grade e a modelagem por interpolação sobre o modelo-triangulação.

Conforme será discutido no próximo capítulo, cada uma destas formas de representação utiliza um tipo de modelo que possui sua forma própria de construção, seja através da construção de uma grade de pontos ou através da construção de uma triangulação de pontos. Entretanto, todas as representações são capazes de executar o conjunto de funções computacionais que faz parte da definição de um modelador digital de terreno e que foram descritas no capítulo anterior. Portanto, pode-se dizer que independentemente da forma de representação adotada, o modelador é um sistema que cria, manipula, analisa e consulta o modelo, possuindo um conjunto de características próprias, capazes de realizar um conjunto de tarefas específicas, representando, analisando, avaliando e manipulando a superfície real através deste modelo.

A diferença entre *construção do modelo* e *forma de representação do modelo* é que a primeira parte dos dados amostrais para construir o modelo, que passa a representar a superfície real, enquanto que a representação parte do modelo construído e utiliza um processo de interpolação, ou seja, uma função de interpolação para executar consultas e manipulações na superfície modelada. A função de interpolação utilizada deve satisfazer a duas condições (LEE, 1992):

- . o interpolador deve, preferencialmente, ser continuamente diferenciável em qualquer lugar.
- . a análise feita pelo modelador deve ser local, ou seja, pontos distantes não devem influenciar no cálculo de uma determinada região.

Esta última condição introduz o conceito de retalho ou *patch*. Nesta forma de representação, são geradas funções matemáticas separadas para cada retalho, de tal forma que a superfície a ser modelada seja obtida pela junção destes retalhos. A dificuldade que pode surgir na utilização de retalhos é que eles podem produzir juntas descontínuas, o que é indesejável. Por isto, deve ser escolhido um interpolador que possa garantir a continuidade das juntas. A vantagem da utilização de retalhos sobre um método de interpolação global, é que eles utilizam parâmetros (termos) de ordem baixa para descrever de maneira satisfatória a superfície a ser modelada.

Nas formas de representação que serão estudadas adiante, cada triângulo do modelo TIN ou cada retângulo ou conjunto de retângulos vizinhos do modelo GRID são considerados um retalho, sendo tratados individualmente.

5.1 MODELAGEM ATRAVÉS DE UMA GRADE DE PONTOS

5.1.1 Apresentação

O modelo *grade* também conhecido como *grid* ou *matriz de altitude* é construído de modo a ter-se um conjunto de pontos tridimensionais dispostos convenientemente numa *malha retangular ou quadrada* gerada a partir dos pontos amostrais. A interseção das linhas com as colunas desta grade são chamadas de *nós*, que possuem a localização espacial definida pelas coordenadas tridimensionais (x,y,z). Os valores da ordenada *z*,

devem retratar da forma mais fiel possível, a superfície a ser modelada. Como na maioria das vezes a grade apresenta seus nós regularmente espaçados (figura 26), é em geral conhecida como grade regular. A grade é arranjada de forma que sua área retangular coincida com a área a ser modelada.

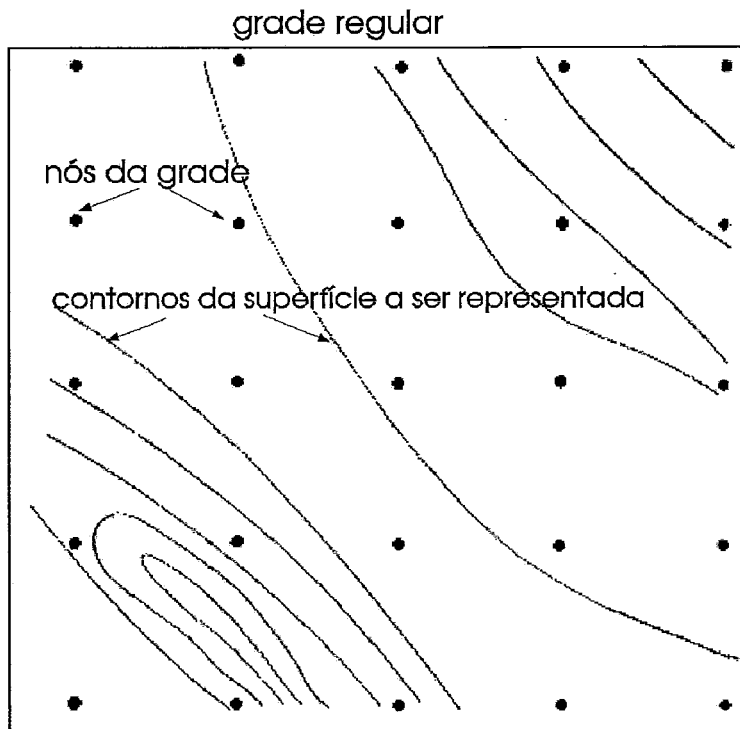


Figura 26 - Estrutura do modelo grade

Durante o processo de construção do modelo, para se obter as posições planialtimétricas dos nós da grade, torna-se necessária a execução de uma *estimação*, uma vez que os dados após a fase de aquisição, estão normalmente dispostos de maneira dispersa e irregular. A *estimação* é o processo de determinação da ordenada z num determinado ponto da superfície, a partir de um conjunto ou subconjunto de pontos amostrais vizinhos. Na construção do modelo por grade, portanto, substitui-se o conjunto de pontos amostrais por uma *grade de pontos*, cujos valores de z nos *nós* são obtidos por um processo de *estimação* dos pontos amostrais. Os métodos de estimação dos nós da grade serão discutidos no próximo capítulo, quando serão apresentadas as formas de construção dos modelos digitais de terreno.

5.1.2 Definição

A representação GRID pode ser definida de maneira sucinta como uma função polinomial por partes sobre retalhos retangulares, ou seja, a partir do modelo grid é definida uma função de interpolação para cada um de seus retalhos retangulares. Esta função deve satisfazer a um conjunto de requisitos da aplicação, tais quais os especificados no capítulo 4. O que distingue os métodos de representação GRID é o tipo de polinomial ajustada em cada retângulo do modelo.

5.1.3 Formas de definição da função interpolação em cada retalho retangular

A representação do modelo digital de terreno por grade regular se dá através da definição de uma função para seus retalhos retangulares. A partir desta função, pode-se executar avaliações no modelo, construir contornos etc. O tipo de função utilizada determinará a qualidade da representação e conseqüentemente a precisão destas avaliações. A superfície interpoladora dos retalhos de uma malha retangular é obtida pelo *produto tensorial*, cujas propriedades e um tratamento geral é dado por BOOR(1978).

Seja:

$$x(u) = \sum_{i=0}^n c_i F_i(u)$$

uma curva 3d ou 2d expressa em termos da função base F_i . Se esta curva for movida através do espaço, ela formará uma superfície. Este movimento pode ser descrito por cada c_i que descreve uma curva $c_i(v)$. Se todas as curvas $c_i(v)$ forem combinações lineares de uma função base $G_k(v)$, ou seja:

$$c_i(v) = \sum_{k=0}^m a_{i,k} G_k(v)$$

A superfície resultante $x(u,v)$ é denominada superfície por *produto tensorial* e é definida por:

$$x(u,v) = \sum_i c_i(v) F_i(u) = \sum_i \sum_k a_{i,k} F_i(u) G_k(v)$$

O produto $F_i(u)G_k(v)$ é formado pelas funções bases da superfície. Serão apresentados três métodos de representação para retalhos retangulares: por interpolação bilinear, biquadrática e bicúbica. Cada um deles possui suas funções bases, respectivamente de grau 1, 2 e 3. A título ilustrativo a figura 27 apresenta um retalho bicúbico.

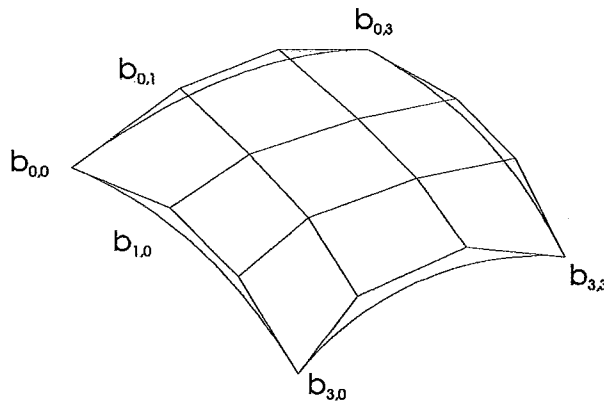


Figura 27 - Retalho Bézier bicúbico, adaptado de BOHM et al (1984).

5.1.3.1 Representação por interpolação bilinear de uma malha retangular

A representação bilinear numa malha retangular de dimensões (u,v) é a forma mais conhecida de representação de um modelo grade. Trata-se de uma soma de funções transladadas, cuja fórmula geral apresentada na forma paramétrica é:

$$Z = \sum_i \sum_j \alpha(i,j) Q(x/u - i) Q(y/v - j) \quad (1)$$

Os índices i e j são inteiros, positivos ou negativos, com valores compreendidos entre os limites da malha: (I_1, I_2) e (J_1, J_2) , tais que a totalidade da malha seja coberta.

Q é uma função do tipo spline básica (figura 28), com a seguinte expressão (DUFOUR, 1988):

$$\begin{aligned}
 Q(x) &= 1 - |x| && \text{se } |x| \leq 1 \\
 Q(x) &= 0 && \text{se } |x| > 1
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

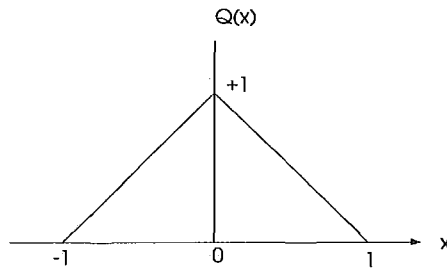


Figura 28 - Função de interpolação de grau 1 para um retalho do modelo grade, adaptada de DUFOUR(1988)

No interior de uma célula ($i, i+1, j, j+1$), a representação da altitude é em princípio da forma :

$$Z = Z_0 + ax + by + dxy \tag{3}$$

onde:

$$\begin{aligned}
 Z_0 &= \alpha (i,j) \\
 Z_0 + au &= \alpha (i,j+1) \\
 Z_0 + bv &= \alpha (i+1,j) \\
 Z_0 + au + bv + duv &= \alpha (i+1, j+1)
 \end{aligned}$$

Os dados necessários para este tipo de representação são os valores (Z) da função nos nós da grade.

5.1.3.1.1 Geração de contornos por interpolação linear

Considerando-se uma única célula do *grid*, uma aproximação dos contornos pode ser obtida através de uma interpolação linear simples feita ao longo dos quatro lados, baseados nos valores dos nós. A posição de todos os valores de contornos são determinados para cada lado sendo, depois, conectados por linhas retas ou vetores, já que

para cada ponto de entrada deve sempre existir um ponto de saída. Este processo leva a uma aproximação dos contornos.

Entretanto, ao utilizar esta aproximação para o traçado dos contornos, podem ocorrer ambiguidades com o surgimento de soluções alternativas ou situações impossíveis. Tomando-se como exemplo a situação da figura 29, existem duas soluções possíveis que fornecem posições diferentes para o contorno. Uma solução para este tipo de problema é dividir-se a célula em quatro triângulos, atribuindo ao ponto central, o valor da média dos quatro nós do *grid* e adotando-se uma solução arbitrária, como por exemplo a utilização da seguinte regra (PETRIE et al,1987): manter o valor mais alto da superfície à direita do contorno. Isto direcionará a isolinha, conduzindo a uma única alternativa possível.

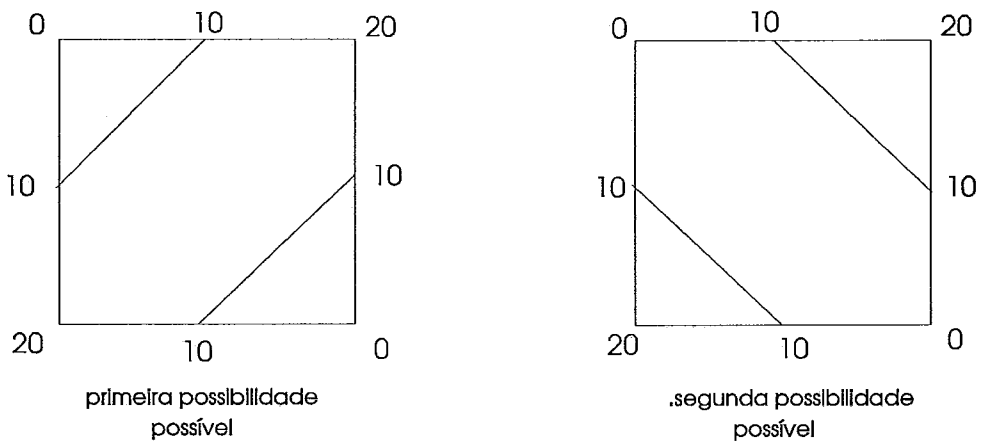


Figura 29 - Contornos por interpolação linear num retalho do modelo grade, adaptada de PETRIE et al (1987).

5.1.3.2 Representação por interpolação biquadrática sobre uma malha retangular

Este tipo de interpolação é utilizada quando se deseja uma representação na qual as derivadas primeiras também sejam contínuas, gerando juntas suaves nas conexões dos retalhos. Os dados necessários para este tipo de representação são os valores dos nós da grade que compõe o retalho. Neste processo, a malha elementar é escrita na forma paramétrica como (DUFOR,1988) :

$$Z = \sum_i \sum_j \alpha (i, j) R (x/u - i) R (y/v - j) \tag{4}$$

onde $I_1 < i < I_2$; $J_1 < j < J_2$ e $R(x)$ é uma função spline básica (figura 30) formada por três arcos de parábolas conectados:

$$\begin{aligned}
 R(x) &= 3/4 - x^2 && \text{se } |x| \leq 0,5 \\
 R(x) &= x^2/2 - 3/2 |x| + 9/8 && \text{se } 0,5 \leq |x| \leq 1,5 \\
 R(x) &= 0, && \text{se } |x| > 1,5
 \end{aligned}$$

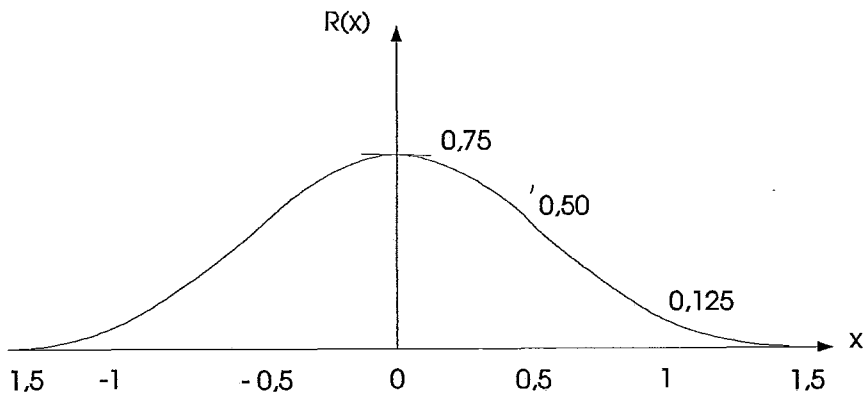


Figura 30 - Função de interpolação de grau 2 para um retalho do modelo grade, adaptada de DUFOUR(1988).

5.1.3.3 Representação por interpolação bicúbica sobre uma malha retangular

Pode-se generalizar as fórmulas (3) e (4), substituindo Q ou R pela função $S(x)$, spline básica, formada por quatro arcos de cúbicas ajustadas no contato -2 e $+2$. Por ser uma função muito suavizada, pode introduzir *ondulações parasitas* (DUFOUR et al, 1983), o que é indesejável. Além disto, seu cálculo é mais complexo, sendo, muitas vezes, preferível optar-se pela utilização de funções mais simples. Os dados necessários para este tipo de representação são os valores dos nós que compõem o retalho.

5.1.3.3.1 Contorno utilizando-se polinomial bicúbica

A polinomial bicúbica possui dezesseis termos e tem a seguinte forma polinomial (PETRIE et al,1987):

$$Z = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy + a_4x^2 + a_5y^2 + a_6x^2y + a_7xy^2 + a_8x^2y^2 + a_9x^3 + a_{10}y^3 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3 + a_{13}x^3y^3 + a_{14}x^3y^2 + a_{15}x^2y^3$$

Para isto, necessita-se utilizar um retalho formado por um grupo de no mínimo 4x4 (=16) nós com 9 células. A obtenção do contorno numa célula individual é feita em relação ao retalho todo e não em relação a cada célula do grid (como no caso da interpolação linear). Os valores dos coeficientes a_0, a_1, a_2, \dots da superfície no retalho são determinados utilizando-se os 16 nós do *grid*. Os contornos obtidos são suaves, representados por *curvas de nono grau*.

Um outro método utilizado para fornecer contornos mais suavizados é através do encaixe de uma série de splines cúbicas entre os pontos de entrada e de saída da célula do *grid*. No entanto deve-se tomar cuidado no caso de se ter isolinhas muito próximas pois a suavização de cada linha isoladamente poderá fazer com que as mesmas se cruzem.

5.2 MODELAGEM ATRAVÉS DA TRIANGULAÇÃO DOS PONTOS AMOSTRAIS

5.2.1 Apresentação

TIN ou *Triangular Irregular Network* é um modelo topológico de dados, utilizado para representar um modelo digital de terreno. O modelo *TIN* é construído através de um conjunto de faces triangulares interconectadas. Para cada um dos três vértices, os valores das coordenadas xy , que representam a localização, e da coordenada z , que representa a altimetria, são codificados, formando uma *triangulação* dos pontos. A figura 31 ilustra a estrutura de um TIN.

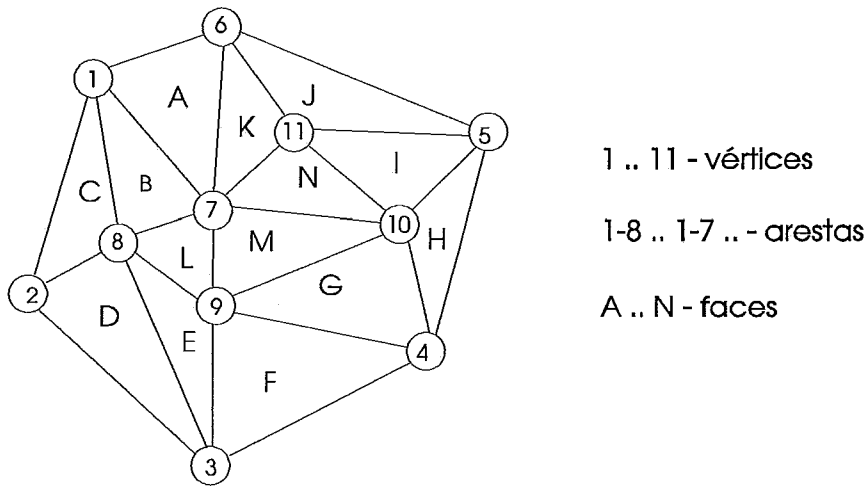


Figura 31 - Estrutura do modelo TIN, adaptada de ARONOFF(1989).

5.2.2 Definição

5.2.2.1 Triangulação

Suponha-se que $P = \{ p_i = (x_i, y_i) \}_1^n$ seja um conjunto de n pontos distintos no plano. O conjunto $T = \{(v_{1i}, v_{2i}, v_{3i})\}_1^m$ de triplas de inteiros escolhidos a partir de $\{1, n\}$ é chamado de triangulação de P se os pontos $P_{v_{1i}}, P_{v_{2i}}, P_{v_{3i}}$ forem vértices de um triângulo t_i para $1 < i < m$. Cada triângulo contém exatamente três pontos de T que são os vértices do triângulo e não há superposição de triângulos, ou seja, a interseção entre dois triângulos é o conjunto vazio ou uma aresta ou ainda um vértice comum aos dois triângulos. A união dos triângulos $\{T_i\}_1^m$ é igual ao fecho convexo de P (LEE,1992). Uma triangulação é completamente descrita pelo conjunto T de triplas de inteiros, representativas dos vértices dos triângulos que formam a triangulação.

5.2.2.1 TIN

O TIN é um modelo digital de terreno baseado na triangulação dos pontos do plano, ou seja, da projeção dos pontos amostrais no plano de abscissas. Dois aspectos estão relacionados a este tipo de modelo (NEVES,1988):

. o critério que define a triangulação ideal que será utilizada na fase de construção do modelo.

. a escolha de um interpolador, ou seja, da função de interpolação que satisfaça aos requisitos da aplicação.

O primeiro aspecto está relacionado à forma de construção do modelo e será tratado no próximo capítulo, enquanto o segundo relaciona-se à forma de representação utilizada no modelo TIN. A representação TIN é uma função polinomial por partes sobre retalhos triangulares, ou seja, a partir do modelo TIN é definida uma função de interpolação para cada um de seus retalhos triangulares. Esta função, como na representação *grid*, deve satisfazer ao conjunto de requisitos da aplicação, tais quais os especificados no capítulo 4. O que distingue os métodos de representação TIN é o tipo de polinomial ajustada em cada triângulo do modelo.

5.2.3 Formas de definição da função de interpolação em cada triângulo

A representação do modelo digital de terreno baseado na triangulação dos pontos se dá através da definição de uma função de interpolação para seus retalhos triangulares. A partir desta função, pode-se executar avaliações no modelo, construir contornos, etc. O tipo de função utilizada determinará a qualidade da representação e conseqüentemente a precisão destas avaliações.

5.2.5.1 Representação por interpolação linear simples sobre uma malha triangular

A interpolação linear faz uma aproximação da superfície através de elementos triangulares planos, cujos vértices são os pontos do espaço tridimensional fornecidos como dados amostrais, para a construção do modelo. As projeções destes pontos no plano xy coincidem com a triangulação que lhe deu origem. A superfície, obtida desta forma, é

mais fácil de se manipular e as funções computacionais, descritas no capítulo anterior, são executadas com maior rapidez. Entretanto, esta função possui descontinuidade de derivadas de primeira ordem ao longo das arestas dos triângulos (figura 32) e como consequência os contornos obtidos a partir dela são angulosos.

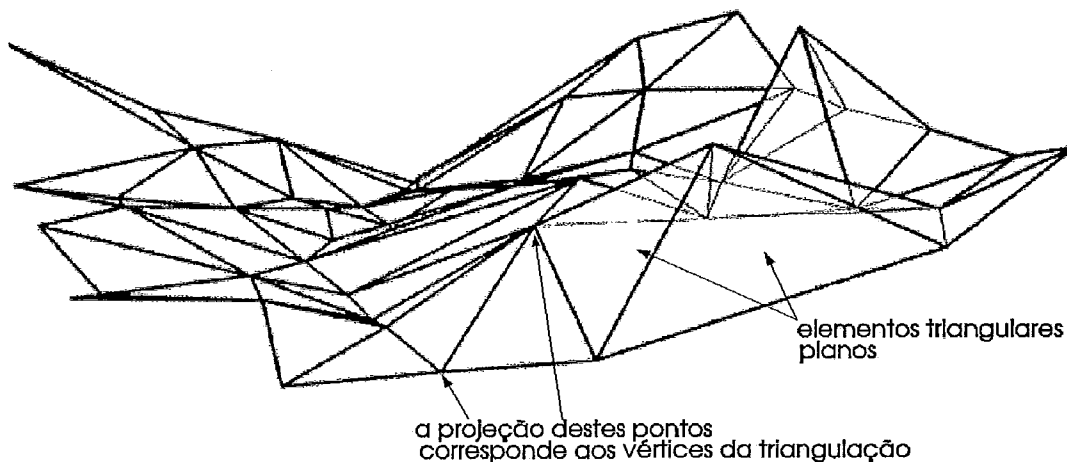


Figura 32 - Interpolação linear sobre uma malha triangular, adaptada de GOLD (1989).

Os dados necessários para este tipo de representação são os valores (Z) da função nos vértices da triangulação.

5.2.5.1.1 Contornos por interpolação linear

É uma solução simples e robusta. A execução dos contornos normalmente começa nos triângulos da borda. Todos os pontos de entrada ao longo do perímetro são localizados utilizando-se interpolação linear e os pontos de saída correspondentes, encontrados no interior de cada triângulo de fronteira, agem, posteriormente, como pontos de entrada para o próximo triângulo interno.

Os contornos gerados por esta representação são *poligonais*, não suavizadas. Para se obter um contorno suavizado pode-se utilizar *splines* cúbicas nas linhas de contornos geradas, entretanto, este processo de suavização de *cada isolinha*, poderá resultar no cruzamento das mesmas, o que é indesejável.

5.2.4.2 Representação por encaixe de superfícies interpoladoras de grau > 1

Os processos de interpolação em triângulos são encontrados na literatura nas áreas de elementos finitos e vêm sendo adaptados à construção de superfícies em CAGD (*Computer Aided Geometric Design*). A fim de atender aos propósitos deste trabalho, esta teoria será utilizada para, a partir da triangulação dos pontos, obter-se a interpolação da superfície sobre cada triângulo e, conseqüentemente, a representação do modelo digital de terreno.

Existem várias formas de geração de superfícies suavizadas sobre retalhos triangulares. Uma função interpoladora de grau maior que 1 é necessária, normalmente, quando se deseja obter uma melhor impressão visual da superfície modelada. LEE(1992) estabelece uma comparação entre a interpolação linear e dois tipos de funções interpoladoras: a polinomial cúbica e a quártica. Ele utiliza cinco critérios de avaliação dos resultados produzidos pelos processos de interpolação utilizados: o tempo de execução, a impressão visual e três medidas de erro. A comparação entre estes métodos levou à seguinte conclusão: a interpolação linear, por ser mais simples economiza tempo de computação, porém é menos precisa e não suavizada, enquanto que a interpolação utilizando polinomiais cúbicas tem boa precisão e gera uma superfície suave. A interpolação através do uso de polinômios do quinto grau também gera uma superfície suave, porém consome muito tempo de computação.

Pode-se classificar os processos de geração de superfícies interpoladoras sobre retalhos triangulares em : interpoladores sobre retalhos triangulares sem subdivisão e com subdivisão.

5.2.4.2.1 Interpoladores que utilizam retalhos triangulares *sem subdivisão dos triângulos*

. Cúbica com 10 parâmetros

Gera uma superfície de classe C^0 (possui continuidade garantida apenas na função) e requer como dados iniciais os valores dos vértices e do gradiente em cada vértice da triangulação. Cada aresta da fronteira, após o cômputo das ordenadas de Bézier, fica reduzida a uma interpolação hermitiana cúbica. O inconveniente deste método é que se necessita de informações de ordem C^1 para a geração de uma superfície C^0 . Maiores detalhes podem ser estudados em BOHM et al (1984), FARIN(1983) ou FARIN(1986).

. Interpolador quântico de classe C^1

Este interpolador por gerar uma poligonal de quinto grau, possui vinte e um coeficientes, por isto necessitam ser fornecidos como dados iniciais os valores da função nos vértices, além das derivadas de primeira e segunda ordem também em cada vértice e as derivadas em cada ponto médio das arestas. Pode-se observar que, para se obter uma superfície de classe C^1 (com continuidade nas derivadas de primeira ordem), necessita-se de informações sobre as derivadas de segunda ordem, o que não é muito conveniente. Maiores detalhes sobre este método de interpolação podem ser encontrados em BARNHILL et al (1982) ou FARIN(1986).

Os métodos descritos acima são conhecidos como interpoladores Hermite e, conforme observado, possuem a seguinte desvantagem: para se obter uma superfície composta com uma determinada classe de continuidade, faz-se necessário o fornecimento de derivadas de ordem mais elevada que o grau de continuidade desejado, o que é anti-econômico. Uma solução para se obter superfícies suaves sem aumentar-se a complexidade dos dados fornecidos como entrada, é a de se trabalhar com triângulos subdivididos.

5.2.4.2.2 Interpoladores que utilizam retalhos triangulares com subdivisão dos triângulos

. Interpolador Clough-Tocher

Este método gera uma superfície de classe C^1 , porém aumenta o número de restrições por triângulo para doze, o que é muito para uma única cúbica, que possui 10 graus de liberdade. O interpolador de Clough-Tocher, portanto, utiliza um retalho triangular subdividido em três subtriângulos com função de classe C^1 . A subdivisão é feita, por questões de simetria, a partir do centróide do triângulo original. Neste método faz-se necessário o fornecimento do valor da posição e do gradiente em cada vértice do triângulo (antes da subdivisão) e das derivadas nos pontos médios das arestas. Maiores detalhes sobre este método podem ser obtidos em STRANG et al (1973) e FARIN (1986).

. Interpolador Powell e Sabin

Este método gera interpoladores quadráticos de classe C^1 e cada triângulo original é subdividido em subtriângulos:

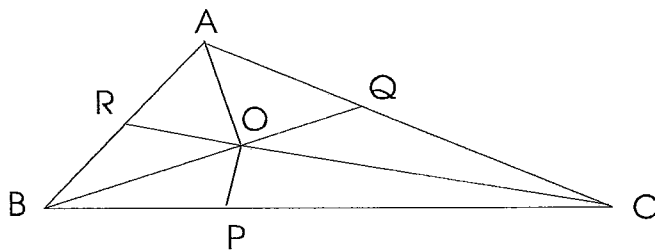


Figura 33 - Subdivisão de um triângulo em 6 subtriângulos.

- subdivisão em seis subtriângulos - o triângulo original é subdividido pela conexão do centro do círculo circunscrito com os pontos intermediários das arestas e aos vértices daquele triângulo (figura 33). As ordenadas de Bézier das quadráticas dos mini-retalhos são determinadas em três passos. Observa-se que esta nova geometria faz com que as derivadas na direção normal das arestas, passem a ser lineares, conseqüentemente os

triângulos adjacentes serão diferenciáveis nas suas arestas em comum. O segmento de reta que conecta dois pontos adjacentes da subdivisão, intercepta a aresta no ponto que foi usado para subdividir a aresta, logo o incentro pode também ser utilizado como ponto de subdivisão. Para triângulos com ângulos obtusos, o centro do círculo circunscrito não estará dentro do triângulo original. Neste caso, deve-se adotar a subdivisão em doze triângulos ou utilizar o incentro como ponto de partida para a subdivisão.

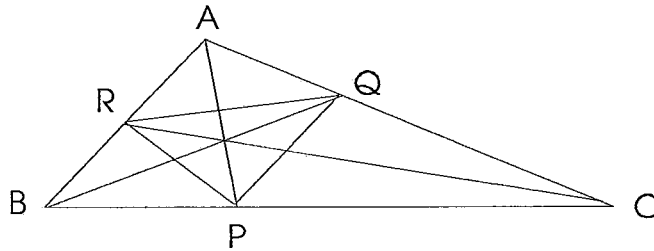


Figura 34 - Subdivisão de um triângulo em 12 subtriângulos.

- subdivisão em doze subtriângulos - o triângulo original é subdividido pela conexão do centróide aos pontos médios das arestas e pela junção destes pontos médios uns com os outros (figura 34). As derivadas na direção normal das arestas, também passam a ser lineares. Consequentemente, como no caso anterior, os retalhos quando conectados formarão uma superfície de classe C^1 .

Maiores detalhes sobre este método encontra-se em POWELL et al (1987).

No caso específico da modelagem digital de terreno, objetiva-se a geração de uma superfície de classe C^1 não apenas num triângulo, porém em toda a triangulação, ou seja no modelo como um todo. O interpolador Powell e Sabin é bastante conveniente por utilizar quadráticas e se adapta de forma satisfatória aos modelos digitais de terreno. Por esta razão a representação por polinômios quadráticas em retalhos triangulares Bernstein-Bézier com subdivisão foi escolhida para ser estudada com maiores detalhes.

☞. Representação por polinômios quadráticas em retalhos triangulares Bernstein-Bézier com subdivisão

● Objetivo : geração de uma superfície de classe C^1 sobre uma triangulação.

● dados necessários para esta representação:

- . coordenadas dos vértices dos triângulos
- . gradiente em cada vértice

● Vantagens desta forma de representação:

● Por que subdividir os triângulos ?

Para se obter juntas contínuas e suaves, é necessário aumentar o grau do polinômio interpolador. Isto faz com que o processo de interpolação seja mais caro computacionalmente, mais lento e mais complexo. O uso da subdivisão dos retalhos triangulares possibilita a utilização de polinômios de grau mais baixo.

Conforme discutido acima, a subdivisão sugerida por Powell e Sabin obtém superfícies de classe C^1 a partir de uma triangulação, através da subdivisão de cada triângulo em 6 ou 12 subtriângulos. Será adotada a subdivisão em seis triângulos com a definição de uma função quadrática em cada subtriângulo.

➤ Por que utilizar retalhos Bernstein-Bézier ?

O que há de interessante na utilização de retalhos Bernstein-Bézier é que eles proporcionam uma fácil compreensão geométrica dos conceitos matemáticos envolvidos.

● Por que utilizar quadráticas ?

As quadráticas são polinomiais de ordem mais baixa para a qual a interpolação com suavização é possível.

Na utilização de retalhos define-se uma função $\varnothing(x,y)$ em cada triângulo de forma que $\varnothing(x,y)$ só dependa dos dados compreendidos dentro do perímetro do triângulo, ou seja, a função interpoladora $\varnothing(x,y)$, numa pequena porção do espaço, não deve ser influenciada por valores afastados desta região. Para o estudo dos retalhos triangulares é interessante utilizar-se *coordenadas baricêntricas*, beneficiando-se das suas propriedades.

● Coordenadas baricêntricas ou homogêneas

Qualquer ponto P (FARIN, 1986) no plano pode ser expresso em termos das coordenadas baricêntricas (figura 35) em relação a um triângulo T (não degenerado) deste plano, com vértices T_1, T_2, T_3 , como :

$$P = u T_1 + v T_2 + w T_3$$

tendo-se : $u+v+w = 1$

define-se :

$$u = \text{área}(P, T_2, T_3) / \text{área}(T_1, T_2, T_3)$$

$$v = \text{área}(T_1, P, T_3) / \text{área}(T_1, T_2, T_3)$$

$$w = \text{área}(T_1, T_2, P) / \text{área}(T_1, T_2, T_3)$$

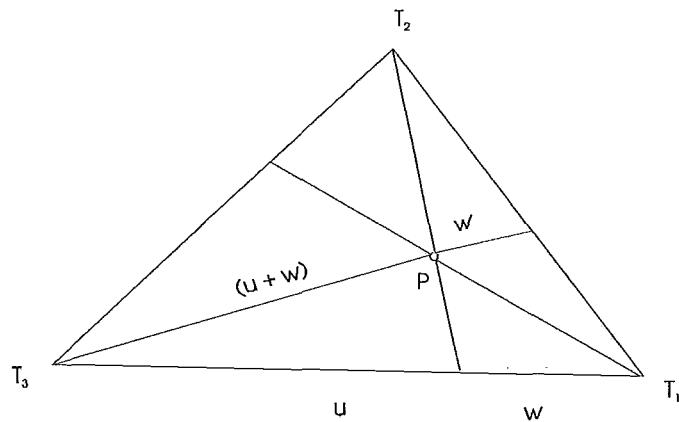


Figura 35 - A geometria das coordenadas baricêntricas, adaptada de FARIN (1986).

Propriedades das coordenadas baricêntricas:

. são invariantes a transformações afins. Se o ponto P juntamente com o triângulo T que o contém, sofrer uma transformação, suas coordenadas não sofrerão mudanças.

. as coordenadas baricêntricas são simétricas, ou seja, cada lado do triângulo é tratado da mesma forma que os outros lados.

● *Polinômios de Bernstein para retalhos triangulares*

Os polinômios de Bernstein de grau n num triângulo são definidos por :

$$B_{ijk}^{(n)}(u,v,w) = \frac{n!}{i!j!k!} (u)^i \cdot (v)^j \cdot (w)^k$$

$$i + j + k = n \text{ (grau do polinômio)}$$

$$B_{ijk}^{(n)}(u,v,w) = u \cdot B_{i+1,j,k}^{(n-1)} + v \cdot B_{i,j+1,k}^{(n-1)} + w \cdot B_{i,j,k+1}^{(n-1)}$$

● Propriedades dos polinômios de Bernstein:

a) $\sum B_{ijk}^{(n)}(u,v,w) = 1 \Rightarrow$ os polinômios Bernstein são invariantes à transformações afins.

b) $B_{ijk}^{(n)}(u,v,w) \geq 0$ para $u,v,w \in [0,1] \Rightarrow$ a superfície interpoladora fica compreendida na casca convexa (triângulo).

c) $B_{ijk}^{(n)} = u \cdot B_{i+1,j,k}^{(n-1)} + v \cdot B_{i,j+1,k}^{(n-1)} + w \cdot B_{i,j,k+1}^{(n-1)} \Rightarrow$ recursividade

● *Definição da função interpoladora Bézier num retalho triangular*

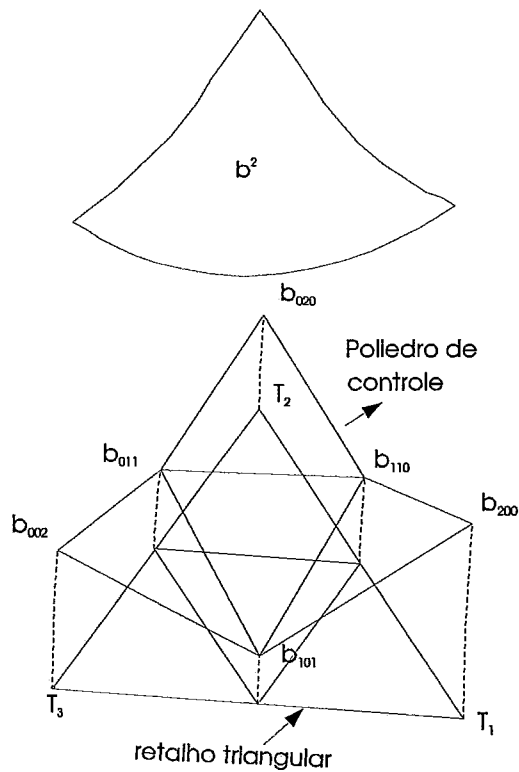
A função de interpolação $\mathcal{O}(x,y)$ é definida, como :

$$\varnothing(x,y) = \varnothing(u,v,w) = \sum_{ijk} B_{ijk}(u,v,w) \cdot b_{ijk}, \text{ onde:}$$

$B_{ijk}(u,v,w)$ = polinômios de Bernstein

b_{ijk} = ordenadas de Bézier

As figuras 36a e b ilustram a utilização de uma função de interpolação bézier de grau 2 e 3, respectivamente, sobre um retalho triangular.



Retalho Bernstein-Bézier Quadrático

Figura 36a - Retalhos triangulares quadráticos com malha Bézier e polinômios Bernstein.

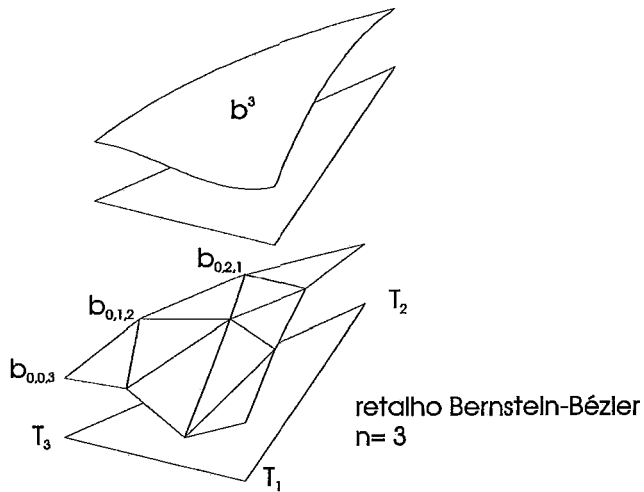


Figura 36b- Retalhos triangulares cúbicos com malha Bézier e polinômios Bernstein, adaptada de FARIN(1986).

► *Algoritmo de Casteljau para retalhos triangulares*

A aplicação do algoritmo de Casteljau para retalhos triangulares (figura 37) é similar ao caso unidimensional :

$$b_{ijk} = u b_{i+1,j,k} + v b_{i,j+1,k} + w b_{i,j,k+1}$$

$$b_{ijk} = \text{ordenadas de controle}$$

$$b_{0,0,0} = \emptyset (u,v,w) \Rightarrow \text{é o valor da função interpoladora no ponto } (u,v,w)$$

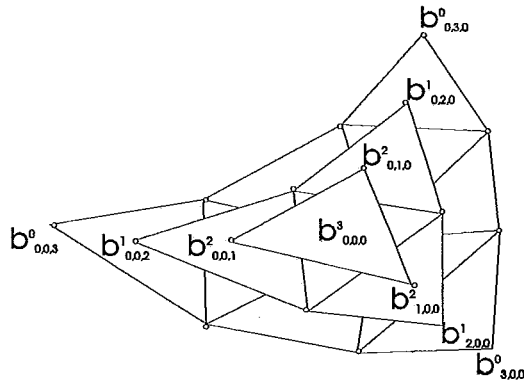


Figura 37 - O algoritmo de Casteljau para $n = 3$.
adaptada de BOHM et al (1984)

● Propriedades dos retalhos Bernstein-Bézier

. a função interpoladora $\varnothing(u,v,w)$ do retalho fica limitada pelas ordenadas Bézier $\min\{b_{ijk}\} \leq \varnothing(u,v,w) \leq \max\{b_{ijk}\}$

. nas extremidades do triângulo as ordenadas de controle Bézier são as ordenadas do polinômio de Bézier (univariado), ou seja, nos vértices do triângulo, a função coincide com a ordenada de Bézier :

$$b_{n00} = \varnothing(1,0,0)$$

$$b_{0n0} = \varnothing(0,1,0)$$

$$b_{00n} = \varnothing(0,0,1)$$

Para garantir a continuidade C^1 entre os retalhos quadráticos Bézier, cada par de subtriângulo da rede Bézier que divide uma fronteira comum deve ser planar (POWELL et al, 1987).

➤ Superfícies composta através do uso de splines quadráticas diferenciáveis

Até agora foi apresentado o uso do interpolador Bernstein-Bézier para um retalho triangular isolado. Entretanto, para se obter a representação do MDT no modelo TIN, utiliza-se uma triangulação e, portanto, a interpolação deve ser obtida através de uma

função polinomial por partes. Desta forma, faz-se necessário estabelecer um processo que garanta a geração de juntas suaves, ou seja, que garanta a continuidade da função e da derivada de primeira ordem, quando os retalhos triangulares forem conectados na triangulação. Para obter-se uma superfície de classe C_1 , utilizando-se interpoladores de grau baixo, necessita-se subdividir os retalhos (conforme visto anteriormente). Será utilizada a subdivisão Powell-Sabin em seis subtriângulos, conforme ilustrado na figura 38 e 39.

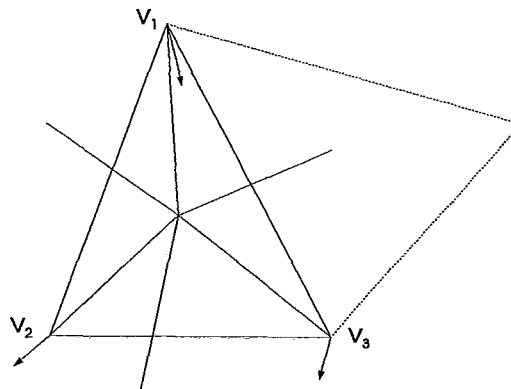


Figura 38 - Retalho triangular num modelo TIN.

O encaixe de duas quadráticas em cada lado do triângulo, aumenta a flexibilidade externa com os outros triângulos.

➤ *A subdivisão dos triângulos*

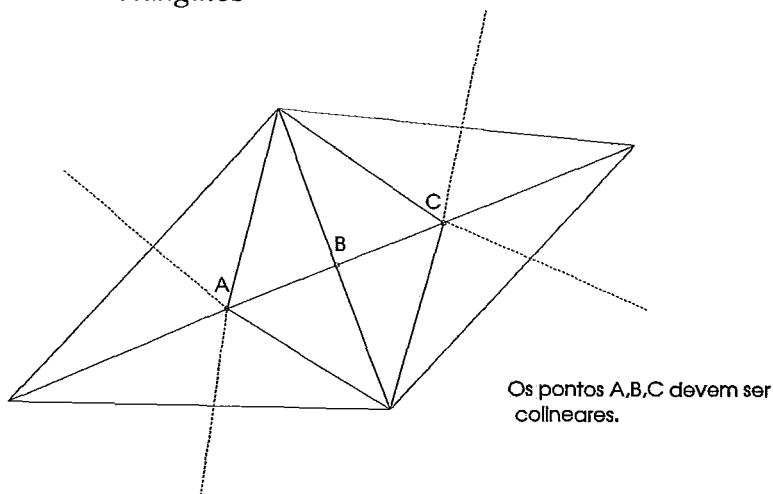


Figura 39 - Processo de subdivisão dos triângulos num TIN.

Os pontos A, B e C devem ser *colineares* para garantir *juntas suaves*. Para tanto, os pontos A e C devem ser escolhidos convenientemente. A conexão dos centros dos *círculos inscritos* aos triângulos (*incentros*) garante a colinearidade ABC (figura 40).

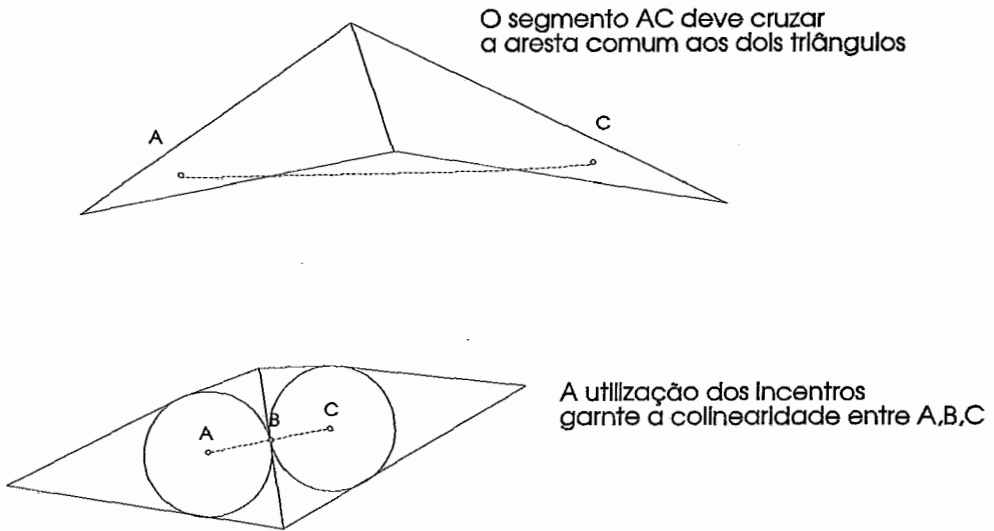


Figura 40 - A utilização do incentro para a subdivisão do retalho triangular num TIN.

● *Obtenção da superfície em cada subtriângulo*

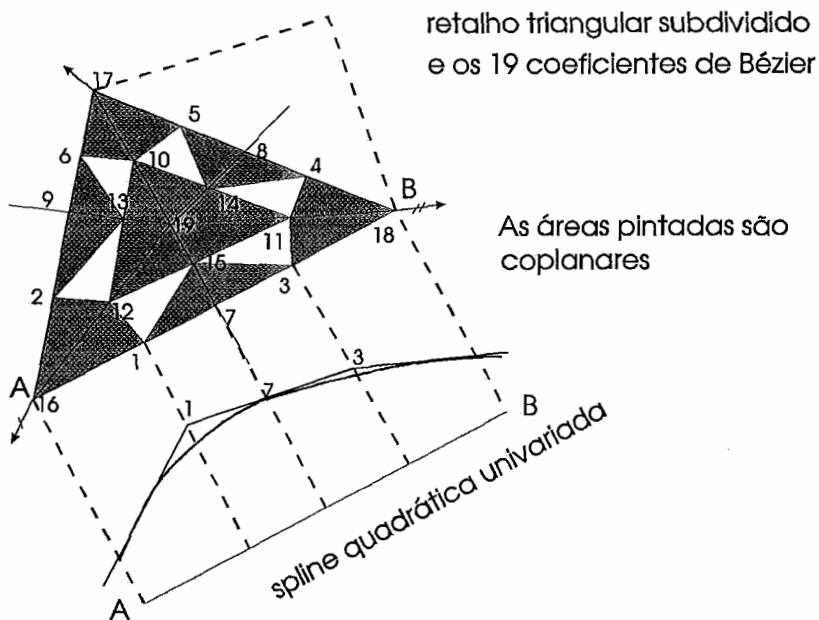


Figura 41 - Splines quadráticas diferenciáveis num TIN.

Dois retalhos Bézier adjacentes são de classe C^1 , se os pares de subtriângulos adjacentes às duas malhas Bézier são *coplanares*, conforme ilustrado na figura 41.

O processo de subdivisão garante a coplanaridade das regiões hachuradas na figura 42, assegurando, desta forma, a geração de juntas contínuas. Para a obtenção da superfície interpoladora, é necessário calcular-se os 19 coeficientes de Bézier que surgem após a aplicação do processo de subdivisão. Observando a figura 42, verifica-se que :

- . os pontos do tipo 1,2,3,4,5,6 são calculados automaticamente já que os triângulos I e II têm que ser coplanares, uma vez que possuem o mesmo gradiente, fornecido pelo vértice A.
- . a partir dos pontos 1,3 e os gradientes, obtém-se o ponto 7, que tem que ser colinear à reta AB para garantir a continuidade na spline univariada, que se encontra nas bordas do triângulo. Para a obtenção dos pontos 8 e 9 deve seguir-se a mesma linha de raciocínio.
- . os pontos 10,11,12 são calculados a partir dos gradientes dos vértices.
- . como a região formada pelos pontos 10,11,12 deve ser coplanar, estes pontos compõem um triângulo. Desta forma, tendo-se os pontos 10,11,12 pode-se obter os pontos 13,14,15.

CENDES et al (1987) apresentam uma tabela que resume as fórmulas para o cálculo dos 19 coeficientes de Bézier. As superfícies interpoladoras:

$$\varnothing(x,y) = \varnothing(u,v) = \sum_{ijk} B_{ijk}^2(u,v,w) \cdot b_{ijk}$$

sendo: B_{ijk} - base Bernstein

b_{ijk} - coeficientes de Bézier

geradas em cada subtriângulo, ao serem conectadas representarão a superfície interpoladora de classe C^1 , desejada, em todo o domínio da triangulação.

Resumindo, a geração de uma função polinomial por partes, através do uso de polinômios Bernstein-Bézier com encaixe de quadráticas sobre uma triangulação, é obtida da seguinte forma:

- . a partir do modelo TIN obtém-se as coordenadas (x,y,z) dos vértices dos triângulos e estabelece-se a estimativa dos gradientes em cada vértice (que são utilizados para o cálculo dos coeficientes de Bézier).
- . a partir da geometria da malha, calculam-se os incentros.
- . a partir dos incentros obtém-se a subdivisão de cada triângulo.
- . a partir da utilização dos polinômios Bernstein-Bézier em cada subtriângulo, obtém-se a superfície quadrática de classe C^1 .

Neste tipo de representação, portanto, devem ser fornecidas as ordenadas z de cada vértice do triângulo e os valores dos gradientes nestes vértices (para o cálculo das ordenadas de Bézier) ou as ordenadas de Bézier diretamente.

Convém indicar as seguintes bibliografias, para um maior entendimento da teoria discutida: FARIN (1983) fala da interpolação de superfície a partir de um conjunto de dados 3D, onde os polinômios Bernstein em retalhos triangulares são discutidos em detalhes e aplica esta teoria em dois tipos de interpoladores. BOHM(1984) discute os principais métodos de geração de curvas e superfícies, incluindo a teoria de superfícies em retalhos triangulares. FARIN(1986) apresenta a teoria dos retalhos Bernstein-Bézier e fala das suas aplicações nos interpoladores Hermitianos e em triângulos subdivididos. Finalmente, CENDES et al (1987) dissertam sobre a interpolação de classe C^1 utilizando-se quadráticas em retalhos triangulares.

● *Geração de contornos a partir de uma superfície interpoladora sobre retalhos triangulares*

Para a geração das isolinhas, a partir da função interpoladora, será descrito o algoritmo desenvolvido por PETERSON (1984). Este algoritmo utiliza a propriedade da casca convexa dos retalhos Bézier, da elevação/redução de grau e da divisão dos retalhos por Casteljau. A sequência abaixo, deve ser seguida para a geração de contornos para retalhos de grau n (FARIN,1986).

1- observa-se se os valores mínimos e máximos de z da rede Bézier contém o valor do contorno procurado. Caso não contenha, nenhum contorno será produzido.

2- verifica-se se retalho pode ser aproximado dentro de uma certa tolerância por um retalho de grau $n-1$. Se sim, substitui-se o retalho por esta aproximação e troca-se n por $n-1$ e repete-se o processo. Se o grau do retalho tornou-se linear, tem-se o contorno. Se a aproximação não for possível, executa-se o próximo passo.

3- subdivide-se o retalho no ponto médio da aresta mais longa. Subdivide-se, também, o triângulo vizinho neste ponto, para se manter a triangulação válida. Executa-se o passo 1 para os dois triângulos que foram gerados pela subdivisão. Pode-se utilizar redução de grau (FARIN,1986) para diminuir-se o número de subdivisões.

● *Geração de contornos em retalhos Bernstein-Bézier com quadráticas*

Uma das vantagens de se utilizar interpoladores quadráticos é a facilidade com que se pode gerar os contornos (FARIN, 1986). Qualquer secção da superfície com um plano, inclusive o plano $z = \text{constante}$ (gerador das linhas de contorno), gera uma cônica. Para os casos em que não houve degeneração, as linhas de contorno podem ser hipérbolas ou elipses. Se o plano $z = \text{constante}$, for movido na direção z , a seções planares resultantes serão cônicas similares às linhas de contorno originais. Uma cônica pode ser definida por (BOHM,1984):

$$b(t) = b_0 B_0^2(t) + w b_1 B_1^2(t) + b_2 B_2^2(t)$$

$$B_0^2(t) + w B_1^2(t) + B_2^2(t)$$

Os b_j formam o polígono de Bézier da curva e w que é o peso atribuído à b_j , determina que tipo de cônica é: $w < 1$, é uma elipse, $w > 1$ é uma hipérbole. Todos os b_j estão no plano $z = \text{const}$. Desta forma, o problema do contorno é resolvido através da determinação de b_0, b_1, b_2 e w . FARIN(1986) apresenta um resumo de um algoritmo para encontrar-se o contorno $z = \text{constante}$ em um retalho Bernstein-Bézier com quadráticas.

No próximo capítulo serão apresentadas as formas de construção de um modelo digital de terreno. A construção do modelo é o primeiro passo realizado pelo modelador, a partir dela, os dados amostrais inicialmente fornecidos de forma desconexa, passam a ter uma ligação topológica ou organizacional, transformando as informações iniciais (coordenadas xyz) em uma estrutura tridimensional capaz de utilizar um método de representação, tais como os apresentados acima, para representar digitalmente a superfície real.

6 – FORMAS DE CONSTRUÇÃO DOS MODELOS DIGITAIS DE TERRENO

Uma das funções de um modelador digital de terrenos é a construção do modelo digital que representará o conjunto de pontos amostrais advindos da superfície real. Neste capítulo serão apresentados os processos de construção dos modelos utilizados pelas formas de representação discutidas no capítulo anterior: construção do modelo por grade de pontos e por triangulação dos pontos.

6.1 . Construção do modelo digital de terreno por grade de pontos

Na construção do modelo digital de terreno por grade de pontos, dois fatores são preponderantes : *as dimensões da grade* a ser utilizada e a precisão do *processo de estimação* adotado para o cálculo altimétrico dos nós desta grade. Ambos os fatores determinarão a qualidade da construção do modelo. O primeiro indica o espaçamento entre os nós, o que poderá ocasionar a perda de informação (caso este espaçamento seja muito grande) ou gastos computacionais elevados e muitas vezes desnecessários (caso sejam muito pequenos). O segundo fator, a *estimação*, é responsável pela determinação do valor da ordenada Z em cada nó desta malha, representado por um par de coordenadas (x,y). A malha ou grade assim construída é o modelo digital de terreno que passará a representar os pontos amostrais inicialmente fornecidos, conforme ilustrado na figura 42.

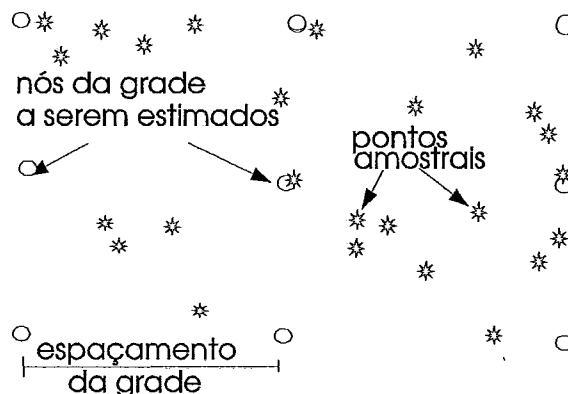


Figura 42 - Construção de uma grade de pontos.

6.1.1. Tamanho a ser utilizado na grade.

Na prática, principalmente nas aplicações baseadas em Sistemas de Informação Geográfica, estudam-se áreas muito extensas e após o processo de aquisição, normalmente tem-se uma imensa quantidade de pontos irregularmente distribuídos. A partir destes pontos amostrais, através de algum processo de estimação, obtém-se os nós do *grid* que substituirão aqueles pontos amostrais.

A escolha das dimensões da grade é, portanto, um fator preponderante no sucesso deste método de modelagem. Normalmente, o usuário fará uma grade mais refinada a medida em que a precisão do modelo for importante na sua aplicação. Quanto mais refinada for a grade, mais seus nós terão condições de retratar a forma do terreno, mais se aproximarão dos pontos amostrais e, conseqüentemente, trabalhar-se-á com um modelo mais preciso.

Apesar de um bom refinamento da grade aparentar ser a solução para o problema, isto não ocorre na prática, uma vez que a velocidade da estimação da ordenada Z dos nós da grade é proporcional ao número de nós e não ao número de pontos amostrais existentes inicialmente. Isto significa que, se for utilizada uma grade com um espaçamento muito pequeno, ter-se-á muitos pontos a serem estimados e conseqüentemente um enorme esforço computacional.

Além disto, uma malha regular tem adaptabilidade baixa ao grau de variação da superfície, ou seja, em áreas onde há pouca variação, o uso de uma malha muito refinada é desnecessário. O ideal seria a utilização de uma malha adaptada às condições da superfície, ou seja, refinada nas áreas de grande variação altimétrica e grosseira nas áreas onde há pouca variação. A utilização de uma malha de tamanho variado (figura 43), para acomodar as diferentes densidades de dados nas várias partes que compõe a região estudada, seria uma solução interessante. HAYES e HALLIDAY (1974) utilizaram esta técnica, mas julgaram insatisfatória sob o ponto de vista computacional. MAKAROVIC (1973) propôs, para solucionar o caso de dados topográficos, o método da *amostragem progressiva*, que pode ser utilizada para criar um *grid* a partir de amostras randômicas. Este método fornece uma amostragem automática do terreno, produzindo uma matriz de altitude variável para terrenos de grande complexidade altimétrica.

O processo de amostragem progressiva (BURROUGH, 1986) é normalmente utilizado em fotogrametria e envolve uma série de processamentos sucessivos, começando-se inicialmente com uma grade grosseira e, depois, passando a um refinamento a fim de gerar grades de maiores densidades nas regiões onde há uma grande variação da superfície modelada. A densidade da grade é dobrada a cada rodada sucessiva e os pontos a serem amostrados são determinados pela análise computacional dos dados obtidos nos processamentos anteriores.

Neste procedimento, uma área quadrada de nove pontos é selecionada na grade grosseira e são calculadas as diferenças de altitudes entre cada par adjacente de pontos ao longo das linhas e colunas. A diferença segunda, que traduz as informações sobre a curvatura do terreno, é então calculada. Se a curvatura estimada exceder um certo valor, então aumenta-se a densidade da amostragem naquela região. CHARIF(1992) fornece uma descrição detalhada deste procedimento.

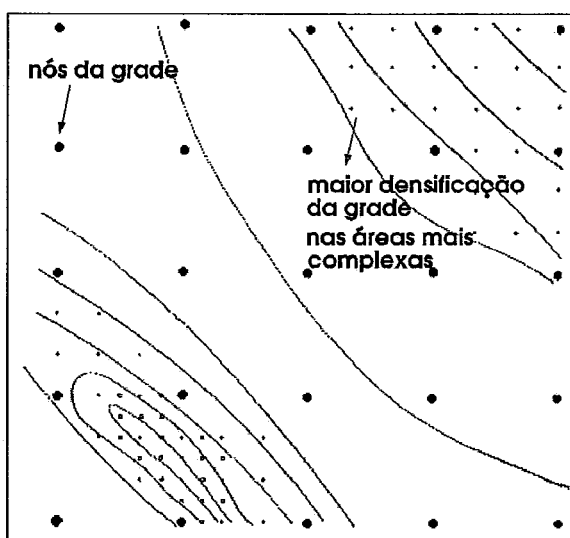


Figura 43 - Grade com densidade variável, adaptada de BURROUGH (1986).

Em geral, na maioria dos SIGs é dada ao usuário a oportunidade de escolha da dimensão da grade que irá ser utilizada para representar, através de seus nós, as amostras originais da superfície modelada. A escolha do tamanho do *grid* para um conjunto de dados, capaz de representar bem a superfície em estudo é uma decisão difícil. Uma má escolha das suas dimensões pode levar a erros significantes podendo provocar uma

supergeneralização da superfície, por desconsiderar informações relevantes. Como consequência, o processo de estimação poderá ser infiel às amostras colhidas, a menos que os pontos amostrais coincidam com os nós do grid. O espaçamento da malha é, portanto, um fator relevante no sucesso da construção do modelo grade.

6.1.2. Considerações gerais sobre os métodos de estimação utilizados.

6.1.2.1. Requisitos a serem observados na escolha da função de estimação

A escolha da função de estimação que será utilizada na construção do modelo grade é um ponto crítico. A função de estimação está sempre sujeita a diversas variáveis, tais como: a distribuição e densidade dos pontos adquiridos, a precisão obtida na determinação dos dados e o tipo de superfície a ser modelada.

LAN (1983) e RHIND (1975) resumem em seus trabalhos diversos métodos de estimação dos nós de uma malha a partir de pontos espalhados. Não há uma técnica ótima, entretanto uma função de estimação deve (RHIND, 1975):

- prover uma superfície contínua (pelo menos visualmente suavizada na derivada primeira), a partir dos pontos espalhados ou de um conjunto de dados lineares.
- ser fácil de se calcular, porque para n pontos, têm que ser realizar n^2 interpolações para se criar o *grid*, e
- preferencialmente deve ter as propriedades matemáticas de interesse da aplicação, isto é, algumas vezes possível para algumas superfícies como, por exemplo, quando se utiliza dados de levantamentos gravimétricos.

6.1.2.2. Classificação dos métodos de estimação

Existem dois tipos de métodos de estimação para a geração do *grid* : ***métodos globais e métodos locais***. Os ***métodos globais*** encaixam uma função no conjunto de dados como um todo. Cada nó do *grid* é, então, avaliado nesta função para que seja obtido o seu valor altimétrico. As ***funções globais*** são usualmente polinomiais, tendo a variável dependente z como função das variáveis independentes x,y . HARDY(1977) estudou modelos de tempo através da modelagem multiquadrática e BHATTACHARYA(1969)

aplicou *splines* bicúbicas a um conjunto de dados de sísmica. Os métodos globais utilizam uma quantidade grande de memória (pelo menos o quadrado do número de pontos) e exigem a solução de um sistema de equações da mesma ordem do número de dados amostrais. Esta tarefa não é trivial para uma quantidade grande de pontos. Para mapas digitalizados, esta técnica não é apropriada uma vez, que normalmente, o método de aquisição de dados amostrais por digitalização gera uma quantidade de pontos grande, entretanto, para um pequeno conjunto de dados, a técnica global é aplicável, apesar de não se prestar para a representação de descontinuidades da superfície. Além disto, a função interpolante é dependente de todos os pontos amostrados, significando que a adição ou remoção de um ponto ou a mudança das coordenadas de um deles, afeta a definição da função em todo o seu domínio.

Os *métodos locais* podem produzir uma superfície contínua porque assumem um efeito autocorrelativo presente na superfície que diminui com o aumento da distância em relação a localização do ponto onde a estimativa será feita. Desta forma, deve-se especificar alguma distância, além da qual os dados não terão efeito no cálculo da estimativa da superfície num particular nó do *grid*. A utilização de uma estimativa local significa que a adição, a remoção ou a mudança de localização de um ponto do domínio da função afetará apenas os pontos mais próximos ao local da mudança, ou seja, apenas os pontos mais próximos ao ponto interpolado, dentro de um critério de proximidade previamente estabelecido, influenciarão o valor estimado para este ponto.

Convém ressaltar que, para a obtenção dos pontos amostrais mais próximos, nos métodos locais, uma busca global terá que ser realizada para se obter a vizinhança do nó a ser interpolado; além disto, muitas vezes, estimadores locais utilizam parâmetros que são determinados de forma global. Muitas vezes, também, são utilizadas funções globais definidas localmente. Em todos estes casos, apesar da função local necessitar de uma função global para a obtenção dos seus vizinhos, ou os seus parâmetros, elas continuarão satisfazendo a definição acima (utilizam apenas os pontos mais próximos na estimativa) e portanto são consideradas locais.

6.1.2.3 Funções de estimação local

A vantagem da aplicação de uma função local é que ela tem apenas que considerar os pontos amostrais vizinhos e pode ser, portanto, computacionalmente simples e conseqüentemente rápida de se calcular, considerando-se que os pontos vizinhos utilizados podem ser rapidamente encontrados na base de dados.

O processo de construção dos MDTs por grade, normalmente, utiliza um método local de estimação. O valor altimétrico de cada nó da grade é estimado a partir dos pontos amostrais que estiverem localizados dentro de uma determinada *vizinhança*, ou seja, para cada nó determina-se uma função de estimação diferente e o valor de elevação estimado é o valor da função definido no local do nó.

6.1.2.3.1 Determinação da função peso.

Peso é o nome dado à valoração da influência de um ponto amostral, em função de sua distância ao nó da grade ponto a ser estimado. O peso atribuído será maior para as amostras mais próximas do *nó*. O número de funções para representar a variação do peso atribuído em função da distância é tão grande quanto a quantidade de funções existentes para se proceder a estimação propriamente dita. A função escolhida para atribuir peso aos pontos locais é normalmente simples, uma vez que em geral não se conhece uma função de autocorrelação da superfície.

A função mais utilizada é o *inverso da distância* elevado a alguma potência :

$$p_i(x,y) = (1/d_i)^e$$

onde:

p = peso atribuído ao ponto amostral i

d = distância euclideana do ponto a ser interpolado ao ponto amostral i

e = expoente da função de estimação

A distância euclideana é expressa por :

$$d_i = ((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2)^{1/2}$$

Outra função utilizada é a que varia exponencialmente com a distância euclidiana elevada a algum expoente :

$$p(x,y) = e^{-ma + d_i^u}$$

onde:

ma = inverso da média aritmética das distâncias entre os pontos amostrais pertencentes à vizinhança e o ponto a ser interpolado, ou seja :

$$ma = \left(\left(\sum_{i=1}^n d_i \right) / n \right)^{-1}$$

6.1.2.3.2 Determinação da região de interesse da função de estimação

A definição da vizinhança é um dos fatores responsáveis pelo sucesso do processo de estimação, uma vez que através deste procedimento a fronteira de domínio de cada função interpolante a ser utilizada é fixada. Existem três maneiras de se definir as regiões de interesse (DESTRI, 1987):

- a) por partição geométrica do espaço
- b) pelo número de pontos envolvidos
- c) por injunções topológicas

a) Por partição geométrica do espaço:

. por retângulos

É utilizada para os casos em que se tem os pontos já obtidos por aquisição regular ou quando vai se trabalhar com pontos já interpolados para uma malha regular.

Nestes casos as funções de estimação são aplicadas aos retângulos originais com o objetivo de se densificar os pontos existentes na malha original. Este processo é conhecido como *refinamento da malha* e é muito utilizado nos sistemas de informação geográfica, principalmente para a conversão do modelo do modo vetorial para raster.

. *por círculos* :

A região de interesse ou vizinhança pode ser delimitada por um raio de influência definido em torno de um ponto interpolado, conforme ilustrado na figura 44.

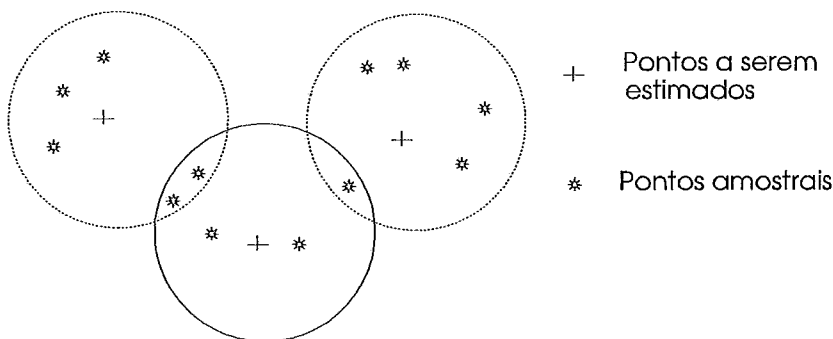


Figura 44 - Raios de influência delimitando a região de interesse da função de estimação dos nós da grade.

O *raio de influência* pode ser definido empiricamente através da análise da distribuição dos pontos amostrais, ou automaticamente. Um dos métodos automáticos para a definição do raio de influência, considera a distribuição das densidades dos pontos sobre a região a ser analisada. Neste caso o raio é obtido de tal modo que, em média, sete pontos se situem dentro do círculo definido por este raio, sendo seu cálculo feito através da expressão:

$$R = (7A / \pi * n)^{1/2}$$

onde:

R = raio de influência

A = área do menor polígono inscrito nos dados

n = número total de pontos.

O valor do raio de influência (YAMAMOTO,1986) pode também ser obtido por processos estatísticos, que determinem a correlação espacial dos pontos amostrais. Neste caso, é atribuído ao raio o valor da amplitude definida sobre o variograma dos dados. A amplitude é a distância que define a vizinhança dentro da qual os pontos devem ser considerados vizinhos. Este critério, conhecido como da vizinhança mais próxima, segundo YAMAMOTO (1986), deve ser utilizado quando :

- tem-se uma distribuição aproximadamente aleatória dos pontos amostrados;
- não se necessita de uma precisão muito grande, ou seja, quando uma aproximação da superfície no ponto interpolado é suficiente.

b) pelo número de pontos envolvidos

Neste caso, para a obtenção da ordenada Z do nó da grade, considera-se apenas uma determinada quantidade de pontos amostrados, localizados nas proximidades do nó a ser estimado. Os estimadores, utilizando pontos discretos, baseiam-se nesta filosofia para a definição da vizinhança a ser utilizada na estimação para a obtenção de um determinado nó da grade. Normalmente, escolhe-se de quatro a dezesseis pontos mais próximos de cada nó a ser estimado e sobre eles aplica-se a função estimadora.

Para se evitar resultados tendenciosos devido à má distribuição dos pontos amostrais, deve-se considerar a distribuição espacial das amostras através da subdivisão do espaço amostral em quadrantes ou octantes, centrados no ponto a ser estimado e, em cada setor, pega-se um ou dois pontos mais próximos do centro, conforme foi abordado anteriormente. Desta forma, procede-se a estimação com 4, 8 ou 16 pontos.

c) definição da região para estimação por injunção topológica.

Conforme definiu-se anteriormente, o relevo de uma região está sujeito a apresentar diversas *características especiais* ou *linhas de quebra*, representativas das discontinuidades naturais da superfície topográfica. Neste caso, para se proceder a estimação nestas regiões específicas, faz-se necessário limitar-se a área de interesse por estas características especiais do relevo natural. DESTRI (1987) apresenta em detalhes a

delimitação de regiões para se representar estas injuções topológicas na modelagem através de grades.

. *Problemas de distribuição dos dados*

Mesmo quando se utiliza uma função de estimação que tem as propriedades corretas, os resultados da sua aplicação podem apresentar limitações, devido à variação na distribuição dos dados amostrais considerados no cálculo desta estimação.

A escolha dos pontos amostrais que incorporarão a vizinhança do ponto a ser estimado pode ser feita considerando-se ou não a *distribuição dos pontos amostrais* no espaço. Caso não seja considerada a posição dos pontos, estabelece-se previamente uma quantidade n de amostras que participarão da busca. Procura-se, então, os n pontos mais próximos ao ponto a ser estimado e procede-se a estimação destas amostras para a obtenção do valor daquele nó do *grid*. Entretanto, esta prática pode não trazer bons resultados para determinadas superfícies, especialmente no caso em que todos os pontos mais próximos ao ponto a ser interpolado estiverem localizados numa mesma posição espacial (figura 45), pois neste caso um ponto amostral representativo de uma variação topográfica, por exemplo, localizado um pouco mais afastado e em outra posição espacial, não será computado no cálculo da estimação e, portanto, o ponto estimado desconsiderará a influência deste valor e representará de forma grosseira a morfologia da superfície.

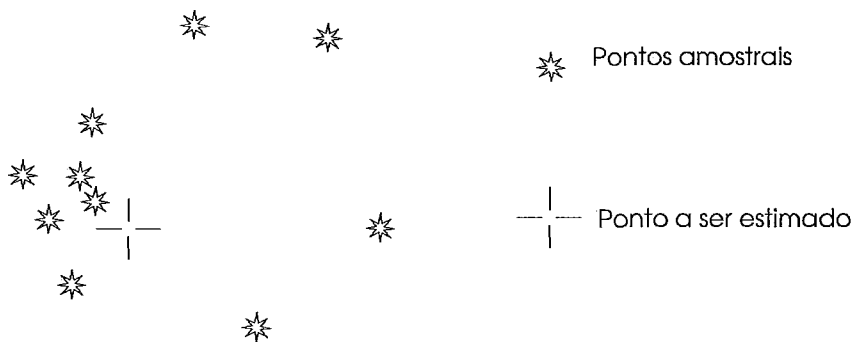


Figura 45 - Má distribuição dos pontos amostrais em relação ao nó da grade a ser estimado.

O ideal é proceder-se a uma busca através de *quadrantes* ou *octantes* do espaço, ou seja, a área em torno dos pontos de estimação é dividida respectivamente em quatro ou oito setores, com centro no ponto a ser estimado (nó da grade). Neste caso, cada setor é considerado como um problema de busca separado. Procedede-se a busca por dois ou mais pontos em cada setor, desta forma está se buscando os pontos mais próximos, porém considerando-se a *distribuição espacial* das amostras em relação ao nó a ser estimado. Estes pontos podem estar na faixa básica ou fora dela, mas sempre serão os mais próximos. Normalmente, fixa-se um valor limite para se prosseguir à busca além da faixa inicialmente fixada, geralmente dobrando-se a faixa inicial. Desta forma, consegue-se uma distribuição estável dos pontos a serem considerados como integrantes da vizinhança do processo de estimação. Para se garantir a continuidade da superfície gerada com a estimação, deve-se fazer o tamanho da faixa de busca variar ao longo de toda área estudada de acordo com a variação da densidade dos pontos amostrais, ou seja, nas áreas densas a faixa de busca deve ser pequena, aumentando de dimensão nas áreas com poucos pontos amostrais. A figura 46 ilustra a divisão espacial em quadrante e octante.

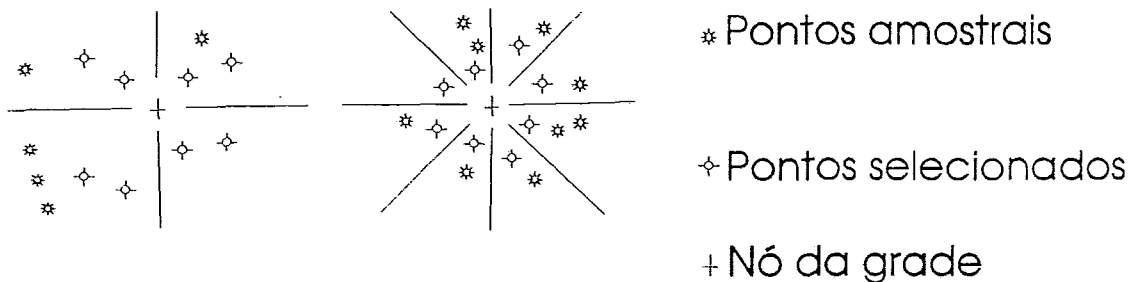


Figura 46 - Separação dos pontos amostrais em quadrantes e octantes centrados no nó da grade.

6.1.3. Tipos de funções de estimação

As funções mais utilizadas na estimação dos nós de uma grade a partir dos pontos amostrais, podem ser classificadas em :

- Funções locais

- Funções que calculam os valores dos nós da grade a partir de pontos discretos :

. *Ponderadores determinísticos :*

. Média Local.

. Média Local Ponderada

. Média ponderada das distâncias

. Média ponderada das distâncias projetadas

. *Ponderadores estocásticos :*

. Interpolação por autocorrelação - *krigagem*

- Funções Globais

- Funções que calculam os valores dos nós da grade a partir de superfícies

. *A superfície é aproximada ao conjunto de dados*

. Aproximação Polinomial

. *A superfície contém todos os pontos do conjunto de dados:*

. Utilizando polinômios bivariados

. Interpoladores tipo *spline*

6.1.3.1. Média Local.

A estimação por média local consiste em obter-se o valor da ordenada Z do nó da grade, a partir da média dos valores de Z dos pontos amostrais que pertençam a uma vizinhança, definida por um dos processos descritos no capítulo anterior.

Sendo n o número de pontos amostrais pertencentes a uma vizinhança pré-determinada, para obter-se o valor de Z de um nó com coordenadas (x,y) , define-se a função de estimação como :

$$f(x,y) = \frac{\sum_{i=0}^n Z_i}{n}$$

6.1.3.2. Média Local Ponderada

A função de estimação por média local, apesar de extremamente simples, apresenta resultados muito aproximados, uma vez que não atribui pesos aos pontos amostrais que participarão do cálculo da média. Estes pontos, apesar de fazerem parte da vizinhança, para efetivamente gerarem o valor de Z do nó, de forma a representar corretamente a variação da superfície, deveriam possuir *pesos*, atribuídos em função da sua distância aos pontos interpolados, conforme discutido anteriormente. Os métodos de média local ponderada levam isto em consideração, sendo portanto mais precisos. Este método pode ser subdividido em dois grupos (McCULLAGH, 1988): média ponderada das distâncias, conhecido na literatura como DWA (Distance Weighted Average) e média ponderada das distâncias projetadas, conhecido como PDWA (Projected Distance Weighted Average).

6.1.3.2.1 Média Ponderada das Distâncias - DWA

O método de estimação pelo uso de *médias ponderadas das distâncias* é uma extensão do processo de média local, diferindo pelo fato de que serão atribuídos *pesos* a cada ponto amostral, pertencente à vizinhança utilizada na estimação. Sendo assim, para os n pontos pertencentes à vizinhança, tem-se a função de estimação de um nó com coordenadas (x,y) definida por :

$$f(x,y) = \left(\sum_{i=0}^n p_i(x,y) * z_i \right) / \left(\sum_{i=0}^n p_i(x,y) \right)$$

6.1.3.2.2 Média Ponderada das Distâncias Projetadas - PDWA

A função PDWA, quando utilizada corretamente, gera uma superfície contínua de alta qualidade, de forma simples e rápida..

Um dos pré-requisitos para a técnica PDWA é efetuar-se uma estratégia eficiente de busca para os pontos locais. A técnica mais eficiente de ordenação é provavelmente o *bucket sort* (KNUTH, 1973), que particiona os dados em *caixas* definidas espacialmente. O processo de descoberta dos pontos locais, entre uma dada variação na estimação, fica

reduzido ao problema de se determinar a *caixa* coberta pela área procurada, que é uma operação simples, e depois abrir as *caixas* para pegar os dados. Primeiramente, um intervalo é definido para se determinar quais pontos são considerados locais para o cálculo. Aos pontos que estiverem dentro do intervalo, serão atribuídos pesos de acordo com o inverso de alguma função de sua distância em relação ao ponto de estimação. A estimação, calculada a partir dos valores que foram atribuídos pesos como uma média simples, como é o caso do método de média ponderada dos pesos (DWA), vista anteriormente, poderá causar problemas (McCULLAGH, 1988). No método DWA as médias nunca extrapolam além do intervalo das amostras originais (figura 47A e B), o que limita o cálculo da ordenada Z do nó a ser estimado. Além disto, o método DWA assume *derivada zero* no local do nó.

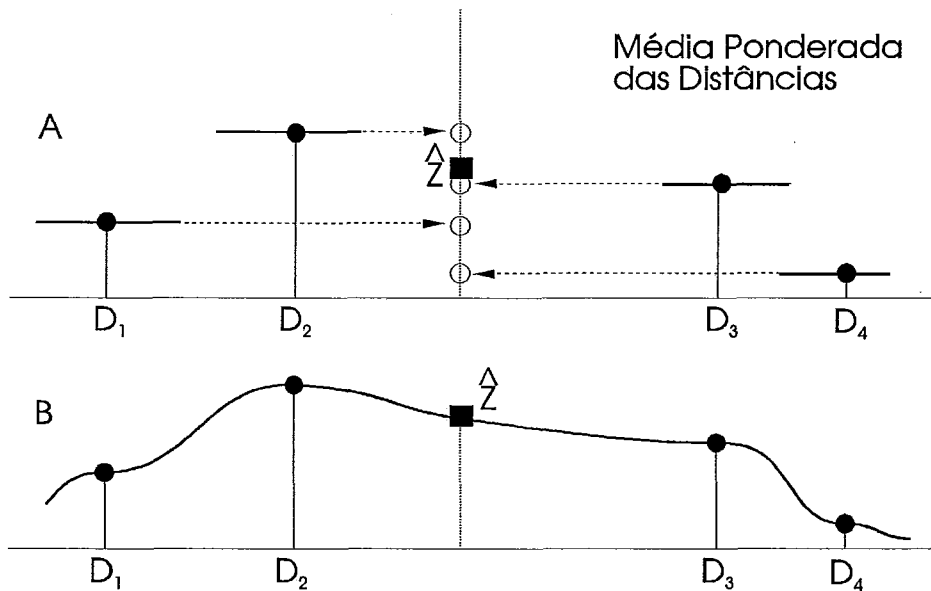


Figura 47 - Estimação do nó da grade pela média ponderada das distâncias, adaptada de McCULLAGH (1988).

A solução, para uma melhor estimativa do valor de Z no nó, é utilizar-se a média dos valores *projetados*, baseado na estimativa das derivadas parciais para cada ponto dado. Normalmente, estima-se as derivadas parciais em cada ponto pelo encaixe de uma função polinomial de segunda ordem aos dados locais, ou seja, às amostras vizinhas que

participação da estimação do nó do *grid*. Isto fornece uma estimativa razoável, apesar de algumas vezes a distribuição dos dados ser tal, que necessita-se utilizar uma polinomial linear para manter-se a estabilidade numérica.

A figura 48, adaptada de McCULLAGH (1988), ilustra a melhoria que ocorre quando se utiliza a projeção e o DWA é aplicado aos valores de Z projetados, baseado nas estimativas de declividades individuais estimadas em cada ponto amostral.

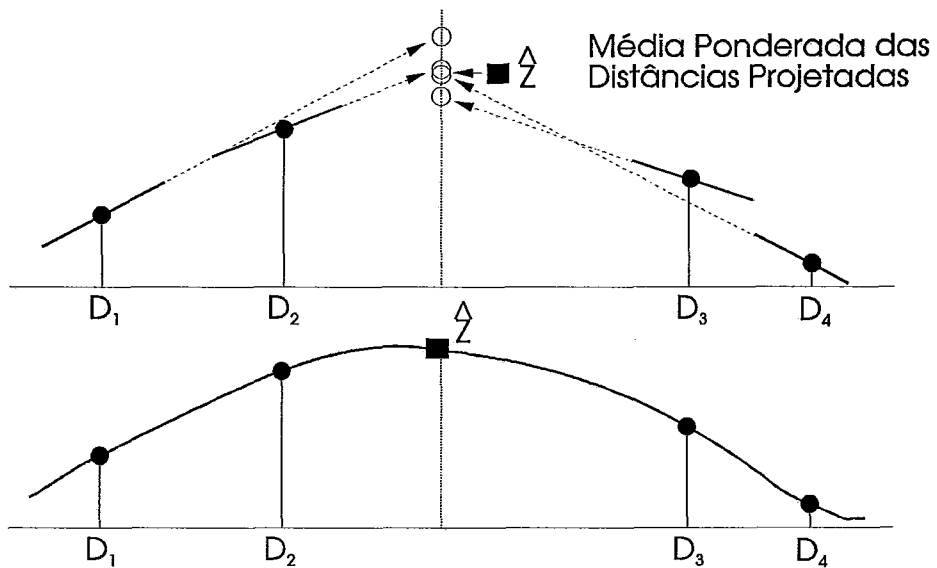


Figura 48 - Estimação do valor da ordenada Z do nó da grade pela média ponderada das distâncias projetadas.

6.1.3.3. Ponderação por Autocorrelação - krigagem

A estimação por autocorrelação é uma variação da ponderação por distância, que utiliza uma função de comportamento, denominada por PEUCKER (1980) como *comportamento típico de declive*. Esta função é conhecida como autocorrelação, covariância ou variograma e as técnicas de estimação são chamadas de interpolação por autocorrelação, colocação ou krigagem, respectivamente. A krigagem é um método estatístico que utiliza as informações dos pontos vizinhos (variáveis regionalizadas), considerando além dos valores amostrados, a sua posição espacial relativa (FELGUEIRAS, 1988). Apesar deste processo inicialmente ter sido desenvolvido para

estimativas de reservas em mineração, pode-se utilizar a krigagem para estimar o valor de z de um ponto de posição planimétrica conhecida, a partir de um conjunto de n pontos vizinhos, cujo valor de z é conhecido:

$$z_i = H^*(x_i, y_i), i = 1 \dots n$$

O estimador $H^*(x, y)$ é associado a cada posição a ser interpolada, sendo obtido através de uma combinação linear dos n pontos conhecidos :

$$H^*(x, y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i H(x_i, y_i)$$

onde:

λ_i é o ponderador obtido através dos conceitos de geoestatística, tendo como característica (DESTRI, 1988):

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

$$\sigma_E^2 [\lambda_i, i = 1 \dots n] = \min$$

sendo $\sigma_E^2 =$ variância de estimação.

O objetivo da krigagem é obter os ponderadores λ_i que minimizem a variância de estimação. YAMAMOTO (1986) apresenta em detalhes a formulação deste processo.

6.1.3.4 Funções que interpolam a partir de superfícies

As funções interpoladoras a partir de superfícies, determinam a coordenada Z , a partir da hipótese de que o ponto a ser interpolado pertence a uma superfície vinculada a um determinado conjunto de pontos (DESTRI, 1987). O cálculo dos coeficientes dos

polinômios bivariados de grau n , definidores da superfície, pode ser feito através de uma superfície *aproximadora* dos pontos amostrais ou através de uma superfície *interpoladora* que contenha todos os pontos amostrais.

6.1.3.4.1. A superfície é aproximada ao conjunto de dados

. Aproximação Polinomial.

A aproximação polinomial (PEUCKER, 1980) parte do pressuposto que a superfície é sempre mais suave do que a sugerida pela variação dos pontos amostrais, uma vez que alguns pontos amostrais podem conter erros nos valores atribuídos à dimensão Z . Como a distribuição destes erros não é conhecida, emprega-se uma aproximação que *minimize* a soma dos desvios, ou resíduos, da nova superfície. O resíduo é definido como a diferença entre a função computada no ponto e o valor amostrado neste ponto, ou seja, a aproximação polinomial permite a adequação do grau do polinômio bivariado, através da observação do erro esperado na determinação do valor de Z dos pontos amostrados.

O erro é obtido pela propagação das variâncias e deve ser comparado com a variância não explicada, ou seja, aquela derivada dos resíduos (DESTRI, 1987). Desta forma, partindo-se de um conjunto de observações, o grau do polinômio deverá ser aumentado progressivamente, até que a variância não explicada, obtida através do cálculo dos coeficientes do polinômio definidor da superfície procurada, seja menor ou igual ao erro esperado, ou caso possível, igual à variância da determinação das altitudes dos pontos amostrados. A minimização do erro de aproximação pode ser feita utilizando-se os seguintes critérios (FELGUEIRAS, 1988) :

. minimização da soma dos quadrados dos resíduos, ou seja, aproximação por mínimos quadrados:

$$\min \left(\sum_{i=1}^n (f(x_i, y_i) - z_i^2) \right)$$

. minimização da soma dos resíduos absolutos:

$$\min \left(\sum_{i=1}^n | f(x_i, y_i) - z_i | \right)$$

. minimização do maior resíduo absoluto, aproximação de Tchebycheff:

$$\min (\max (f(x_i, y_i) - z_i))$$

O método dos mínimos quadrados é mais simples e portanto é mais utilizado, no entanto, a superfície tende a apresentar grandes erros nas áreas em que os pontos amostrados estão muito espaçados. A aproximação de Tchebycheff evita este tipo de efeito, mas utiliza programação linear, o que pode ser muito caro computacionalmente, considerando-se a grande quantidade de pontos amostrais e de nós a serem estimados. Esta aproximação é utilizada para definir uma função matemática com um resíduo máximo dado e tem sido aplicada na seleção adaptativa de pontos com triangulação (PEUCKER, 1980).

Normalmente utilizam-se polinômios bivariados para descrever aproximadamente o comportamento de uma superfície. A fórmula geral destes polinômios é (FELGUEIRAS, 1988):

$$f(x,y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} c_{ij} * x^i y^j$$

onde :

$f(x,y)$ = função polinomial
 m = grau do polinômio
 c_{ij} = coeficientes do polinômio
 x, y = variáveis independentes

Os coeficientes do polinômio são determinados pela resolução de um sistema de equações lineares, que satisfaz a um dos critérios de ajuste ou de aproximação, citados anteriormente. A função que define a soma dos quadrados dos resíduos, pode ser expressa por q e a função bivarida do segundo grau por $f(x,y)$ (FELGUEIRAS, 1988) :

$$q = \sum_{i=1}^n (f(x_i, y_i) - z_i)^2$$

$$f(x_i, y_i) = C_{00} + C_{10} x_i + C_{01} y_i + C_{11} x_i y_i + C_{20} x_i^2 + C_{02} y_i^2$$

A condição que garante a minimização da função q é dada por :

$$\begin{array}{ccc} dq = 0, & dq = 0, & \dots \text{ e } dq = 0 \\ \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} \\ dC_{00} & dC_{10} & dC_{02} \end{array}$$

O desenvolvimento desta condição de minimização dos resíduos considerando-se as equações de q e $f(x,y)$, leva ao sistema matricial do tipo $A * C = B$. Os coeficientes do vetor C podem ser determinados pelo método de eliminação de Gauss e com eles, tem-se o polinômio que ajusta melhor o conjunto de pontos (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$. Pode-se, também, atribuir pesos diferentes aos pontos participantes do ajuste, ou seja, considera-se uma função de variação w na elaboração da função resíduo. ALLAM (1978), sugere que os pesos sejam proporcionais às distâncias dos pontos a um centro, ou seja :

$$w_i = \frac{1}{r_i^2}$$

onde:

$$r_i = \text{distância do ponto } i \text{ ao centróide}$$

Neste caso, a função que define a soma dos quadrados dos resíduos, passa a ser :

$$q = \sum_{i=1}^n (f(x_i, y_i) - z_i)^2 * w(x_i, y_i)$$

6.1.3.5. A superfície contém todos os pontos do conjunto de dados:

A quantidade de informações, contidas no conjunto de pontos amostrais, deve permitir o cálculo dos coeficientes dos polinômios bivariados definidores da superfície de interpolação, através de um sistema de equações determinado. O número de coeficientes do polinômio é dado pela expressão :

$$N = ((n+1)(n+2))/2$$

onde:

N = número de coeficientes

n = grau do polinômio

É possível calcular os coeficientes, desde que se conheça N equações. Cada ponto possui como equação a fórmula geral dos polinômios bivariados, vista anteriormente :

$$z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} c_{ij} * x^i y^j$$

onde:

z = coordenada altimétrica

n = grau do polinômio

c_{ij} = coeficientes do polinômio

x,y = coordenadas planimétricas

Conseqüentemente o conhecimento de N pontos resolve a equação, tornando possível passar uma superfície por um conjunto de N pontos dados. Entretanto, convém observar que :

. grandes quantidades de dados conduzem a polinômios de grau muito elevado, podendo ter um volume de cálculo muito grande.

. polinômios de grau muito elevado exigem uma distribuição espacial criteriosa dos dados amostrais, podendo, em caso contrário, produzir uma superfície não condizente com a realidade.

. dados amostrais com erro de medida ou aquisição, podem fazer com que a superfície gerada se afaste da realidade, uma vez que será forçada a passagem de uma superfície rigidamente sobre os pontos amostrais, e por isto o polinômio obtido poderá não ser a melhor adaptação.

Os métodos propostos por AKIMA(1978) e HARDY(1971) produzem uma superfície que se adapta perfeitamente ao conjunto de dados. O método de Akima utiliza um polinômio bivariado de grau 5, dos quais calcula-se 21 coeficientes a partir das informações retiradas de triângulos formados pelos pontos amostrais. Desta forma, consegue-se uma ligação suave entre cada triângulo formando a superfície. Montam-se 18 equações a partir dos dados de elevação e das estimativas de derivadas parciais nos três vértices dos triângulos e pelas derivadas na direção normal calculadas no ponto central de cada aresta. A estimativa das derivadas parciais em cada vértice, pode ser feita a partir de superfícies quadráticas ajustadas aos pontos mais próximos de cada um deles, pelo método dos mínimos quadrados, conforme sugerido por PETTINATI (1983) e as derivadas na direção normal podem ser aproximadas por uma função cúbica.

O método adotado por Hardy utiliza equações multiquadráticas para adaptar uma superfície ao conjunto de pontos amostrais, o método das equações multiquadráticas possui uma capacidade de ajuste muito satisfatória e uma boa suavidade visual comparado com outros métodos de interpolação (FRANKE, 1982).

. *Interpoladores tipo spline*

As funções tipo *spline* minimizam a curvatura da superfície, ao invés de minimizarem uma função de resíduos (PEUCKER, 1980). As *splines* são na forma paramétrica definidas, para o caso unidimensional, como :

$$f_x(u) = \sum_{i=1}^n x_i B_i(u)$$

$$f_y(u) = \sum_{i=1}^n y_i B_i(u)$$

$$f_z(u) = \sum_{i=1}^n z_i B_i(u)$$

A função $B_i(u)$ tem a propriedade de definição de quanto o i -ésimo ponto amostrado afeta a posição da curva interpoladora (FELGUEIRAS,1988).

As *splines bicúbicas* têm sido consideradas as mais apropriadas para a modelagem digital de terreno (PEUCKER,1980). Um estudo detalhado do interpolador *spline*, bem como de outras funções que minimizam a curvatura de uma superfície, tais como : *b_spline*, Bezier e Coons, são largamente encontrados na literatura, podendo-se destacar como referências: BARTELS et al (1987), FARIN (1988), FAUX et al (1979) e MORTENSON(1985).

A escolha de um dos métodos de estimação descritos anteriormente possibilitará a construção de uma grade que substituirá os dados amostrais fornecidos inicialmente. O modelo assim construído é conhecido como modelo digital de terreno do tipo grade.

6.1.4. Vantagens do modelo GRID

As vantagens da representação por grade são principalmente a facilidade de armazenamento e a simplicidade na execução de operações. Devido ao armazenamento regular dos dados, o processamento é rápido e a estrutura de dados é simples de se manusear, o que é vantajoso, especialmente quando se está trabalhando com MDTs de áreas muito extensas.

6.1.5. Desvantagens do modelo GRID

O modelo GRID utiliza um tempo de computação considerável para proceder à estimação dos nós de uma grade retangular detalhada, partindo muitas vezes de uma quantidade pequena de dados amostrais, devido a falta de flexibilidade em responder a densidades de dados variáveis em diferentes partes do mapa.

O modelo *grid* não representa os pontos originalmente fornecidos, ao invés disto, são estimados valores em intervalos regulares, representativos dos nós da grade. Se um ponto de máximo local, mínimo local ou de sela, por exemplo, não estiverem localizados neste intervalo regular, este ponto será perdido na geração da grade, ou seja, durante o processo de estimação.

Finalmente este modelo apresenta dificuldades em representar linhas de quebras e linhas características que, por ventura, possam existir na superfície real (figura 49). No caso da inserção de falhas geológicas, BOLONDI et al (1976) e POUZET (1980) abordam o problema analisando o tempo gasto no processamento para os modelos grade.

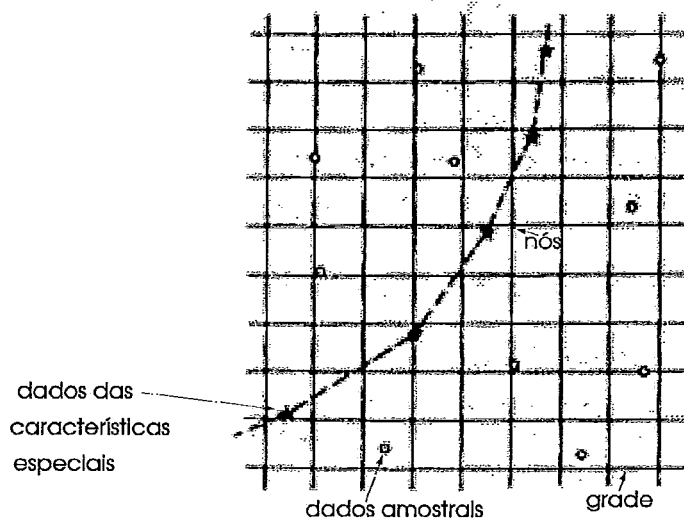


Figura 49 - Dificuldade do modelo grade na representação de características especiais da superfície, adaptada de EBNER et al (1992).

6.2 . Construção do modelo digital de terreno por triangulação dos pontos amostrais

6.2.1 Critérios de escolha da triangulação

Antes de se construir a triangulação, faz-se necessário definir um critério de escolha da forma dos triângulos a serem utilizados. Para a modelagem de superfícies, a forma de triângulos que traz uma aproximação mais precisa é a equilátera, uma vez que a utilização desta forma reduz a possibilidade de influência de pontos distantes, ou seja, a utilização de triângulos equiláteros possibilita que os vértices dos triângulos sejam formados por pontos relativamente próximos, evitando a formação de triângulos

alongados contendo pontos distantes. Entretanto, esta condição ideal só é possível no caso dos dados amostrais estarem distribuídos de forma regular. Deve-se, portanto, escolher um critério que melhor se aproxime da situação ideal e que, ao mesmo tempo, garanta estabilidade ao processo construtivo, ou seja, diferentes métodos ou sequências de construção da triangulação devem resultar numa única triangulação. Desta forma, se forem tomados os quatro pontos da figura 50, será constatada a existência de duas triangulações possíveis, que podem ser denotadas por t_1 e t_2 .

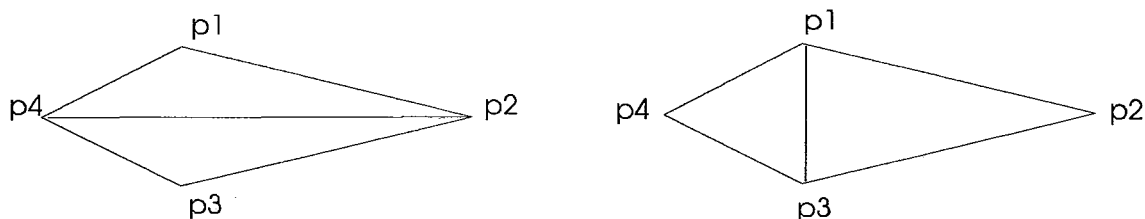


Figura 50 - Triangulação de quatro pontos.

Existem diversos critérios para a escolha entre a triangulação t_1 e t_2 . O mais simples é o *critério da menor diagonal*, na figura acima, considerando-se d_1 =comprimento da diagonal p_2p_4 , e d_2 =comprimento da diagonal p_1p_3 . Então, t_2 será considerada uma triangulação melhor do que t_1 , uma vez que $d_1 > d_2$. Apesar deste método ser extremamente simples de se implementar, ele não evita o problema da geração de triângulos muito finos, que são extremamente danosos à formação de uma boa representação de uma superfície através da triangulação dos pontos. O critério do *máximo ângulo mínimo* (LAWSON,1977) foi especialmente criado para evitar-se a geração de triângulos finos. Seja t um triângulo de uma triangulação T , seja o ângulo $a(t)$ =mínimo ângulo em t e $a(T)=\min \{a(t) : t \in T\}$. O critério do máximo ângulo mínimo estabelece que se $a(T_2) > a(T_1)$, então t_2 é melhor que t_1 . Neste caso, considerando-se a figura 51, a triangulação 2 é a melhor. O critério do máximo ângulo mínimo pode ser observado sobre uma outra ótica muito conhecida e utilizada, denominada *triangulação de Delaunay*, SIBSON (1981) apresenta estas duas abordagens e demonstra que são equivalentes. Para o entendimento da triangulação de Delaunay, toma-se o triângulo ABC e o ponto D situado no lado oposto de AC (figura 51). O critério do máximo ângulo mínimo seleciona AC como diagonal do quadrilátero ABCD se, e somente se, D está estritamente *fora* da circunferência circunscrita a ABC. Seleciona BD como diagonal se, e somente se, D está estritamente *dentro* daquela circunferência, e permite qualquer alternativa se D está sobre a circunferência.

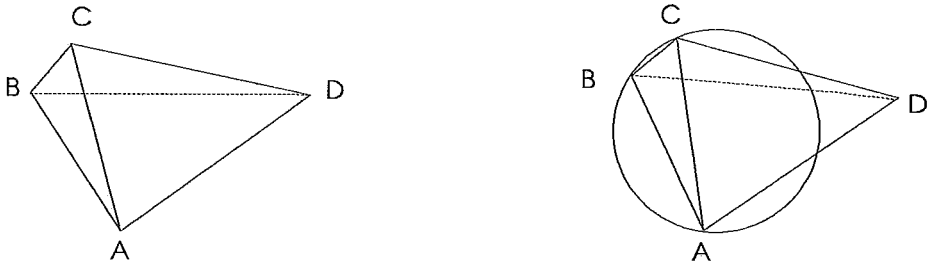


Figura 51 - Triangulação de Delaunay.

A triangulação de Delaunay é a *única* triangulação tal que a circunferência circunscrita a cada triângulo não contém nenhum outro ponto (vértice de triângulo) no seu interior. Uma triangulação gerada segundo este critério é dita *localmente equiangular*.

SIBSON(1978) demonstra que existe apenas uma triangulação localmente equiangular para o fecho convexo de um conjunto finito de pontos do plano: a triangulação de Delaunay. Portanto, ela satisfaz a propriedade de estabilidade, que é uma característica desejável no método de representação por triangulação. A triangulação de Delaunay é o dual do diagrama de Voronoi, encontrado na literatura também com o nome de polígonos de Thiessen ou regiões de Dirichlet (PREPARATA et al, 1985). A figura 52 apresenta um diagrama de Voronoi e a triangulação de Delaunay para um conjunto de pontos.

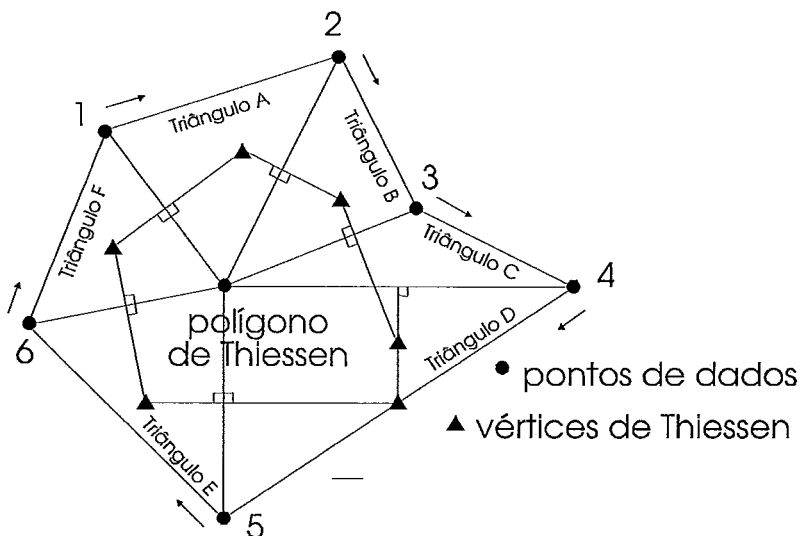


Figura 52 - Construção do Diagrama de Voronoi, adaptada de PETRIE et al (1987).

6.2.2 A construção da triangulação

Os principais algoritmos para a construção de triangulações ótimas são:

I - algoritmo divide-avança - este algoritmo divide os dados em pedaços, encontra localmente a triangulação ótima para cada pedaço, e posteriormente conecta as triangulações.

Esta técnica foi utilizada por GUIBAS e STOLFI(1985). Eles utilizaram um algoritmo recursivo para a determinação da triangulação de Delaunay em tempo $O(N \log N)$, trabalhando sobre uma estrutura de dados baseadas nas arestas de uma triangulação. Inicialmente, é feita uma ordenação dos pontos em relação ao eixo x e depois em relação a y (caso haja coincidências). Os pontos são, então, subdivididos em duas metades (direita e esquerda), separadas por um determinado valor da coordenada x . Posteriormente, a triangulação de Delaunay é obtida recursivamente em cada metade e, finalmente, procede-se a união das duas metades. O detalhamento deste algoritmo, inclusive com análise de complexidade é encontrado em GUIBAS et al (1985).

II - algoritmo de construção interativa - este algoritmo começa com um triângulo e adiciona um ponto de cada vez, assegurando-se que a cada passo, a triangulação ótima está sendo construída.

Esta técnica foi inicialmente utilizada por GREEN e SIBSON(1978) para um diagrama de Voronoi, onde a inserção do k -ésimo ponto em um diagrama já existente com $k-1$ pontos, é realizada conjuntamente com a devida atualização da estrutura. A mesma idéia foi posteriormente utilizada por GUIBAS et al (1985) para a triangulação de Delaunay que, conforme visto anteriormente, é o dual do diagrama de Voronoi. Inicialmente, cria-se um triângulo auxiliar que contenha todos os N pontos dados. Para cada novo ponto p a ser inserido, encontra-se o triângulo que o contém. Se o ponto p coincidir com um dos vértices do triângulo, então ignora-se o ponto, caso contrário, cria-se novas aresta, que ligam o ponto p aos vértices do triângulo que o contém. Após isto, atualiza-se a triangulação de Delaunay. NEVES(1988) discute este algoritmo com detalhes, uma vez que o utilizou no desenvolvimento de um sistema interativo para mapeamento. GUIBAS e STOLFI (1985) fazem uma análise da complexidade deste algoritmo, que é de ordem $O(N^2)$ no pior caso. Se a busca for iniciada por um ponto central passa a ter $O(N^{3/2})$. OHIA et al (1984) propõem um pré-processamento para a

determinação da ordem de inserção dos pontos, de forma que a triangulação seja construída, pelo método incremental, em média, com tempo linear.

III - algoritmo linear - MAUS (1984) propôs um algoritmo para construir a triangulação de um conjunto de N pontos em tempo linear. Para isto, no entanto, a distribuição dos pontos deve ser aproximadamente uniforme. O algoritmo faz a partição do retângulo mínimo que envolve os pontos em retângulos menores (caixas). Posteriormente, determina-se as listas dos pontos que recaem em cada uma dessas caixas, sendo esta operação realizada em tempo $O(N)$. Na fase de determinação das arestas da triangulação, o algoritmo utiliza um vetor de arestas encontradas, no qual cada aresta é representada por duas versões de sentidos opostos. Também é gerada uma fila de arestas encontradas mas não traçadas. Uma descrição completa do algoritmo é apresentada pelo autor no trabalho supra-citado.

IV - algoritmo *radial sweep* - um outro algoritmo encontrado na literatura para a geração de uma triangulação é o algoritmo *radial sweep*. O processo (MIRANTE et al, 1982) ordena os dados em ordem rotacional em torno de um ponto central e depois triangula sucessivamente a área baseando-se nesta ordem. Os triângulos iniciais são aumentados até que um conjunto suficientemente estável tenha sido obtido, obedecendo a qualquer conjunto de imposições que se forneceu ao algoritmo. Entretanto, o algoritmo *radial sweep* pode ser utilizado apenas com uma quantidade de dados pequena, porque o tempo de computação necessário é aproximadamente proporcional ao quadrado do número de pontos dados.

O algoritmo de construção interativa é bastante eficiente e dos algoritmos comentados anteriormente, é talvez o mais recomendado. Além das referências já citadas, para um maior aprofundamento nas técnicas de construção de uma triangulação, bem como para o entendimento de seus algoritmos, convém remeter-se a: LEE e SCHACHTER(1980); SABIN(1980); PEUCKER(1980); SIBSON(1981); WATSON(1982).

6.2.3 A estimativa dos gradientes nos vértices.

Conforme observado na seção 5.2.4.2.1, existem algumas formas de representação para os modelos TIN que necessitam, além dos valores altimétricos nos vértices dos

triângulos, os valores dos gradientes nestes pontos, como é o caso da representação por polinomiais quadráticas em retalhos triangulares Bernstein-Bézier com subdivisão, apresentada naquela seção.

Como inicialmente só são conhecidas as coordenadas tridimensionais de cada vértice, faz-se necessário obter uma estimativa daqueles valores. Convém, então, remeter o leitor à LEE(1992) que apresenta alguns métodos para a *estimativa dos gradientes* nos vértices de triângulos.

6.2.4 *Vantagens do modelo TIN*

Uma das vantagens do uso dos *TINs* é que ele é capaz de representar bem superfícies complexas sem que os locais que possuam uma menor variação altimétrica sejam sobrecarregados com excesso de informação, como ocorre com o modelo *grade* com espaçamento regular, que, conforme foi visto, tem que ser extremamente refinada para captar corretamente as variações altimétricas da superfície. Como a triangulação possui o tamanho de cada face variável, têm-se triângulos pequenos e, conseqüentemente, uma representação mais detalhada nos locais onde há uma densidade maior de pontos. Na triangulação, cada vértice de um triângulo é um ponto amostral fornecido como dado de entrada para o processo de construção do modelo. O *TIN* não utiliza nenhum método de estimação na sua construção, como ocorre nos modelos *grade*, sendo assim, nos locais onde houve uma coleta de dados mais detalhada, ter-se-á triângulos menores, formados por três dos pontos amostrais fornecidos.

As *características especiais* da superfície, podem ser codificadas com precisão através da captura de pontos altimétricos representativos destas formas. Estas *características* podem ser representadas com maior precisão utilizando-se o modelo *TIN* em vez do modelo *grade*, onde tais características tendem a ser suavizadas. Se as linhas representativas destas características especiais são fornecidas como um conjunto de pontos tridimensionais conectados (*string* de pontos), o processo de triangulação irá incluí-las e irá automaticamente relacioná-las ao resto do conjunto de dados. Cada dois pontos, do conjunto de pontos que compõe o *string*, forma os lados do triângulo, não permitindo que os lados de outros triângulos cruzem as linhas formadas pelos *strings*. Desta forma, a modelagem da superfície pode ser feita respeitando feições lineares ou características especiais da superfície. A triangulação pode ser *dividida* por uma linha

característica, de tal forma que não há uma conexão interpolativa direta na estrutura de dados entre as duas metades. O contorno pode ser efetuado e o resultado será uma perfeita aresta, separando os locais onde as linhas características estão localizadas. Portanto, se a superfície for bem representada por *strings* (fornecendo os pontos e linhas características), pode-se construir um modelo TIN que refletirá com precisão estas características da superfície real, conforme ilustrado na figura 53.

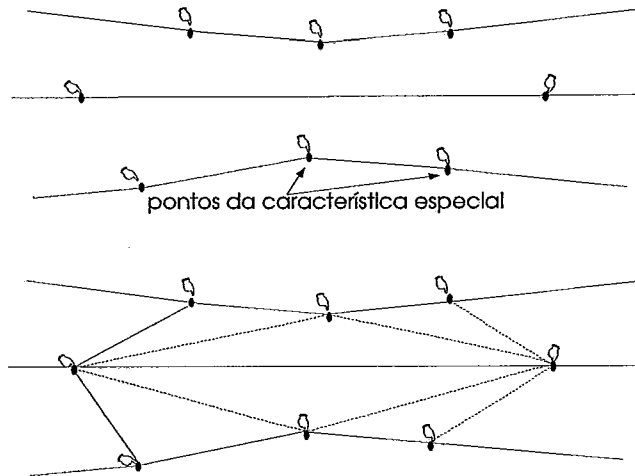


Figura 53 - Triangulação mantendo as linhas características especiais da superfície.

YOELLI(1977) faz uma abordagem da utilização de uma triangulação onde as características especiais da superfície são incluídas como *strings* de pontos 3D conectadas na triangulação.

GUTIERREZ(1991) define e exemplifica a importância de se utilizar *strings* de pontos 3D na representação das características especiais naturais do relevo, e expande sua utilização para as feições lineares de superfícies projetadas pelo homem, tais como nos projetos de rodovias incluindo áreas de desvio, pistas convergentes e divergentes, cruzamentos e intercâmbios complexos.

Portanto, a utilização de uma triangulação para representar um modelo digital fornece uma representação mais realística, se as unidades de dados espaciais, reconhecerem as mudanças de direção nos taludes, picos, divisores de água, pontos de sela ou quaisquer discontinuidades da derivada primeira na superfície modelada. Um conjunto de faces triangulares pode ser criado para representar tais *características*, tendo suas arestas coincidentes ou bem próximas das linhas de cumeadas e das linhas representativas dos rios, por exemplo, tendo seus vértices localizados nos pontos de

controle (amostras) com coordenadas conhecidas ou nas confluências dos rios ou nos picos ou depressões do terreno. O ideal, conforme ilustrado nas figuras 54 e 55, seria:

- . ter-se os vértices dos triângulos localizados nos pontos de mudanças importantes da superfície.
- . ter-se as *características especiais* da superfície representadas pelas arestas do triângulo.

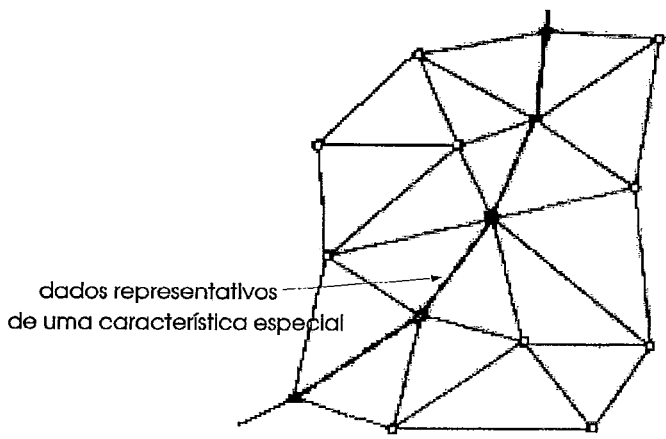


Figura 54 - TIN com as arestas dos triângulos representando uma característica especial, adaptada de EBNER et al (1992).

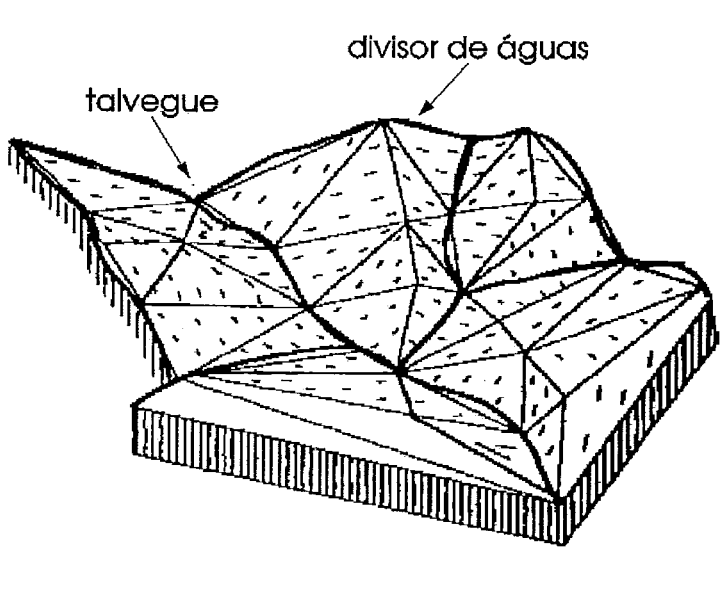


Figura 55 - Esquema de um modelo TIN, procurando representar as características especiais de um relevo, adaptada de LAURINI et al (1992)

No caso da inserção de uma estrutura de falhas no modelo, convém considerar que existem dois problemas a serem observados:

- o reconhecimento da presença da fronteira da falha
- a estimativa da dimensão da falha

Este último está relacionado ao fato de que após o término de uma linha de falha, a superfície deve permanecer contínua.

A figura 56, adaptada de McCULLAGH (1988), ilustra o resultado da inserção de falhas produzido por um modelo TIN, nos quais elas formam parte da triangulação. O exemplo apresenta um completo isolamento na área central do mapa e a continuidade assegurada na região imediatamente após o término da estrutura de falhas. Os valores, em cada lado ao longo da falha, devem ser estimados automaticamente.

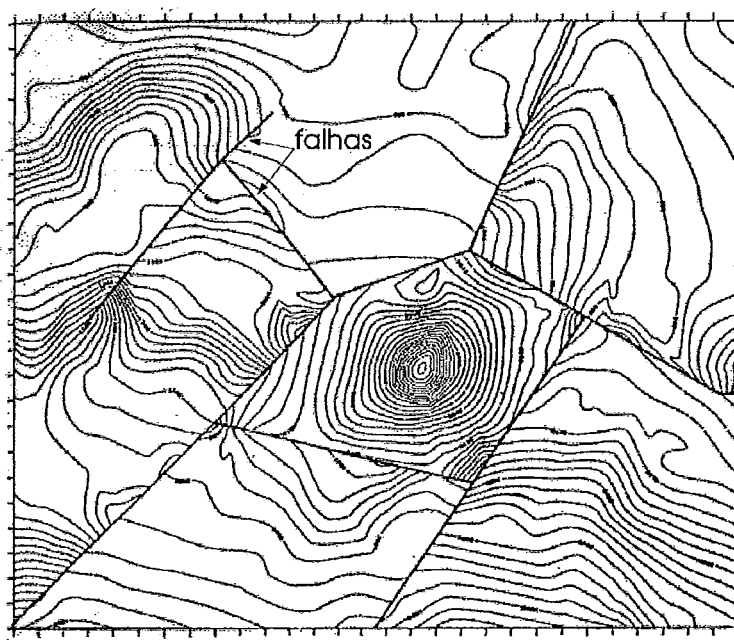


Figura 56 - Inserção de estruturas de falhas num modelo TIN, adaptada de McCULLAGH(1988).

Os modelos *TIN* podem, portanto, representar uma superfície de forma mais precisa e com menos gastos em armazenamento do que os modelos *grid*. A organização dos *TINs*, por utilizar um menor volume de dados, possibilita a execução de trabalhos de edição e

manipulação interativa. Desta forma, os sistemas de modelagem utilizam, normalmente, os modelos TIN para executar os procedimentos de edição automática de isolinhas, ou seja, para a retirada de dados amostrais incorretos que poderão provocar a modelagem errônea de determinadas áreas. É muito comum haver erros no cálculo das cadernetas de campo ou no próprio levantamento topográfico, assim como é usual haver incorreções no processo de digitalização de mapas. Estes dados incorretos, advindos do processo de aquisição são incorporados ao MDT. O sistema de modelagem pode manipular o modelo digital refazendo-o naquela região. NEVES(1988), desenvolveu um sistema interativo para mapeamento baseado na triangulação dos pontos, onde é fornecido ao usuário um mapa de isolinhas e são permitidas alterações no modelo através de inclusão e exclusão de novos pontos além de alterações nos valores das cotas. O sistema imediatamente refaz o mapa de isolinhas nas áreas modificadas, alterando o modelo digital, baseado nos novos valores fornecidos.

6.2.5 Desvantagens do modelo TIN

O modelo *TIN* necessita de um maior processamento para que a *triangulação* seja gerada. A organização dos dados é mais complicada, especialmente para uma base de dados muito grande. Entretanto, uma vez construído o modelo, sua representação, por ser mais compacta, pode ser processada de forma mais eficiente.

6.2.6 O modelo híbrido TIN/GRID

A combinação da estrutura TIN e GRID (EBNER,1992) é interessante pois com ela pode-se utilizar as vantagens oferecidas por ambas as estruturas. Pode-se substituir a grade, nas áreas que contém *linhas características*, por uma triangulação local, mantendo-se o restante da região representada por grade, para simplificar-se o gerenciamento de dados. EBNER(1988) descreve um banco de dados hierárquico que permite o armazenamento de uma estrutura híbrida TIN/GRID. A figura 57 ilustra o modelo híbrido.

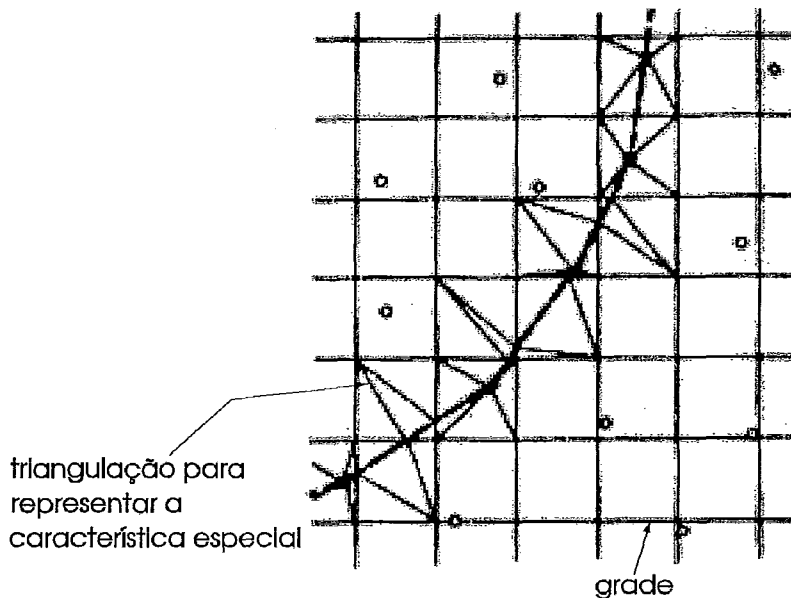


Figura 57 - O modelo híbrido TIN/GRID,
adaptada de EBNER(1988).

Quando deseja-se obter rapidez de execução e, ao mesmo tempo deseja-se inserir linhas características na superfície, é melhor utilizar-se uma combinação do método de representação por grade com triangulação. Pode-se, por exemplo, efetuar-se os cálculos e o armazenamento utilizando-se TIN e gerar-se uma saída representada através de um *grid*, construído a partir de dados advindos da triangulação com uma resolução melhor e, a partir daí, efetuar-se as operações, que são mais convenientes de serem executadas com esta forma de representação.

Um mesmo modelo representado por triangulação pode, posteriormente, ser utilizado para gerar tantos *grids* retangulares quantos forem necessários. O mapeamento da estrutura triangular para a estrutura de grade retangular, assegura que cada célula da grade gerada a partir da triangulação é um subconjunto genuíno da estrutura triangular. Tendo-se a função definidora da representação, como as citadas nos métodos de representação apresentados no capítulo anterior, pode-se através da avaliação dos pontos de um modelo na função definidora de um segundo modelo, realizar-se um mapeamento entre uma forma de representação e outra. Pode-se classificar os tipos de mapeamentos possíveis em três grupos :

. mapeamento entre representações idênticas - neste caso tem-se dois modelos representados por uma mesma forma de representação, por exemplo, por triangulação com retalhos Bernstein-Bézier e deseja-se mapear um modelo no outro. O que difere um modelo do outro é apenas a rede de triângulos que é distinta em cada modelo.

. mapeamento entre representações distintas - neste caso tem-se dois modelos representados pelo mesmo tipo de malha, por exemplo, grade retangular, porém com formas de representação distintas, tais como: o primeiro por polinomiais biquadráticas e o outro por polinomiais bicúbica.

. mapeamento entre representação de tipos distintos - é o que ocorre quando se deseja executar determinadas tarefas tirando proveito da representação por triangulação e as demais tarefas pela representação por grade. Parte-se de um modelo de grade e por conveniência deseja-se transformá-lo numa triangulação.

Qualquer que seja o *tipo* de mapeamento que se deseja efetuar, o que se pretende executar é o:

. mapeamento *altimétrico* do modelo A pelo modelo B - obtém-se o valor da função elevação do modelo B para cada ponto da malha do modelo A.

malha A inicial = (xa, ya, za = fa(xa,ya))

malha B inicial = (xb, yb, zb = fb(xb,yb))

coordenadas (xa,ya) ----- aplicadas modelador B Fb(x,y) = Z → malha A (xa, ya, za = Fb(xa,ya))

ou, apenas mudando a direção da informação: mapeamento *planimétrico* do modelo A pelo modelo B - obtém-se o valor da função elevação do modelo A para cada ponto da malha do modelo B.

malha A inicial = (xa, ya, za = fa(xa,ya))

malha B inicial = (xb, yb, zb = fb(xb,yb))

$$\begin{array}{ccc} \text{aplicadas} & \text{modelador A} & \text{malha B} \\ \text{coordenadas (x_b, y_b)} & \text{----- } F_a(x, y) = Z & \rightarrow (x_b, y_b, z_a = F_a(x_b, y_b)) \end{array}$$

Observando-se o fluxo de informações descritas acima, verifica-se que, tendo-se as coordenadas a serem mapeadas e a função mapeadora (fornecida pela forma de representação), pode-se efetuar qualquer tipo de mapeamento de um modelo para outro ou de um conjunto de dados para outro. Isto aumenta ainda mais a flexibilidade dos modelos digitais de terreno, proporcionando uma maior liberdade na sua utilização, o que favorece a exploração das suas propriedades.

No próximo capítulo é sugerida uma forma de implementação da teoria até então discutida, através da utilização de um modelador digital de terrenos orientado a objetos (OO), onde o modelo digital é definido através da introdução do conceito de *objeto* que, independentemente do método construtivo e da forma de representação a ele relacionados, deve fornecer um conjunto de informações que atenda aos requisitos funcionais apresentados no capítulo 4, através do uso das propriedades da OO. Pretende-se através da utilização da OO melhorar a interface entre os sistemas de modelagem e os SIGs.

7 - CLASSES DE UM MODELADOR DIGITAL DE TERRENO

Inicialmente os sistemas de modelagem incorporavam um conjunto de procedimentos de modelagem digital de terreno como parte integrante de um grande e único sistema. Entretanto, esta postura deixou de ser adotada, pois um sistema único, restrito e fechado possui pouca flexibilidade no tocante ao desenvolvimento de novas aplicações. Passou-se, então, a tratar os procedimentos relativos à modelagem isoladamente através dos chamados modeladores digitais de terrenos. Conforme observado na seção 4.1, o modelador é acionado pelo sistema de modelagem e seus procedimentos são executados para a geração de um conjunto de informações referentes ao MDT. Foi apresentada também, naquela ocasião, uma especificação das funções solicitadas ao modelador a fim de atender às necessidades dos Sistemas de Informação Geográfica. Este capítulo tem por objetivo apresentar uma forma de se obter uma integração eficiente, em termos de implementação, entre modelador, modelo, sistema de modelagem e SIG, sugerindo a análise do modelador digital de terrenos utilizando as ferramentas da orientação à objetos.

7.1 Conceitos da Orientação a Objetos

. Objetos e identidade dos objetos

Os objetos representam itens ou entidades individuais que possuem um papel bem definido num problema-domínio. Cada objeto tem um estado e um comportamento. O estado de um objeto é o conjunto de valores de seus atributos (algumas vezes chamado de variáveis de instância). O comportamento de um objeto é o conjunto de métodos que opera no estado do objeto e o faz interagir com os outros objetos. Cada objeto tem uma existência que é independente de seu estado. A identidade de um objeto é única e não muda durante sua vida útil.

. encapsulamento - Os objetos se comunicam uns com os outros através de mensagens. O estado e o comportamento de um objeto são encapsulados de tal forma que eles só são visíveis através de suas respostas às mensagens. Os valores de suas variáveis de instância não são diretamente visíveis.

. classificação - o encapsulamento dos objetos torna possível o seu agrupamento em classes de objetos que possuem propriedades comuns. A classificação é a forma de se especificar as propriedades comuns de uma classe, é a forma pela qual um objeto de uma classe particular pode ser construído, modificado e destruído e é a forma de se manipular a classe de um objeto como um todo. Um objeto é uma entidade concreta que existe no tempo e no espaço, a classe representa apenas uma abstração, a essência do objeto.

. herança - o que torna especiais os sistemas orientados a objetos é o conceito de hierarquia de classes. Através dela, é possível definir-se novas classes que herdem propriedades de classes existentes. Uma sub-classe herda todos os atributos e métodos da sua classe pai podendo, também, possuir outras propriedades específicas.

Para ilustrar as idéias da orientação à objetos utilizando-se um exemplo geográfico, toma-se, por exemplo, a *classe linha*, cujos *objetos* são *segmentos de linha*. Estes objetos podem ser representados como uma lista de objetos da classe *ponto*. Objetos da classe *ponto* são agregados de variáveis de instâncias dando-se, por exemplo, suas coordenadas. Um *método* operando na classe *linha* pode, por exemplo, *computar o comprimento* de uma *linha*. Uma *subclasse* de *linha* pode ser *linha-reta*, contendo propriedades adicionais àquelas que compõe a classe *linha*, por exemplo, *orientação*. O método em *linha-reta* para *computar o comprimento da linha* pode ser diferente daquele desenvolvido para *linha*. Outra subclasse de *linha* pode ser *linhas-de-fronteiras-de-distritos*.

Para um maior conhecimento do uso da orientação a objetos nos sistemas de geo-informação, convém remeter o leitor a: HERRINGS(1987 e 1989), GAHEGAN et al (1988), RAPER et al (1989) e GOODCHILD (1989) e para um maior aprofundamento dos conceitos e propriedades da orientação a objetos a: KIM et al (1989), BOOCH (1991)

7.2 Sistema Gerenciador de Banco de Dados (DBMS), Sistema de Informação Geográfica e Modeladores Digitais de Terreno Orientados a Objeto (OO)

Um banco de dados espaciais ou geográficos é uma coleção organizada de dados relacionados com características geográficas. Dois tipos básicos de dados são utilizados para descrever estas características geográficas. O primeiro tipo é o dado geográfico (posicional) que provê uma referência espacial para o segundo tipo, que é o dado de atributo (não posicional). Um sistema gerenciador de banco de dados (SGDB) é um sistema utilizado para estabelecer, manter e consultar uma base de dados. A modelagem de dados é o processo de se projetar uma representação (modelo) do mundo real, que pode ser utilizado na criação de uma base de dados. A modelagem dos dados é fundamental para a criação de uma base de dados, já que o projeto desta base está relacionado enormemente com o sucesso da sua operação. Os dados geográficos podem ser representados utilizando-se modelos de dados vetoriais ou matriciais. No primeiro, as características geográficas são representadas como pontos, linhas e regiões ou áreas. No segundo modelo, elas são representadas como células numa matriz. Estes modelos de dados têm sido utilizados no projeto de banco de dados espaciais das mais diversificadas formas (ARONOFF, 1989, BRACKEN e WEBSTER 1989).

Um sistema de informação geográfica é um sistema que utiliza uma base de dados espaciais para prover respostas a questões de natureza geográfica. Um SIG pode ser visto, segundo GOODCHILD (1985), como um conjunto de rotinas espaciais especializadas agindo sobre um sistema gerenciador de banco de dados relacional. Um SIG deve possuir, portanto, um modelo de dados apropriado pois o seu sucesso é determinado pela eficiência com a qual o modelo de dados provê a recuperação, a análise e a apresentação da informação (PEUQUET, 1984). As maiores pesquisas atualmente na área de SIG estão se concentrando no projeto de gerenciadores de banco de dados para a ligação da informação de coordenadas geográficas com os atributos ou variáveis associadas com as entidades geográficas representadas no sistema.

Três tipos de abordagens têm sido utilizadas:

- . processamento por arquivo - cada conjunto de dados é armazenado como um arquivo separado.

. híbrido - os dados de atributo são armazenados em um SGDB e um sistema separado é utilizado para os dados geográficos.

. SGDB estendido - todos os dados são armazenados num único SGDB capaz de prover funções espaciais.

Estas abordagens para o projeto de uma base de dados espaciais têm uma série de problemas de herança que limitam seu uso. Eles não permitem a fácil incorporação de características geográficas simples e complexas simultaneamente (por exemplo: pontos, linhas, polígonos, conjunto de polígonos e rasters). Normalmente não possuem facilidades para suportar versões múltiplas da mesma característica, o que implicaria na criação de bases de dados cobrindo diferentes períodos de tempo. A utilização de uma base de dados orientada a objetos é uma possível solução para estes problemas.

A Modelagem de Dados Orientada a Objetos (MDOO) fornece novas ferramentas para a construção de modelo de dados com uma maior semântica, orientada ao problema ao invés de orientada ao sistema, do que as metodologias até então adotadas. WORBOYS et al (1990) discutem as vantagens da modelagem de dados orientada a objetos no projeto de base de dados espaciais.

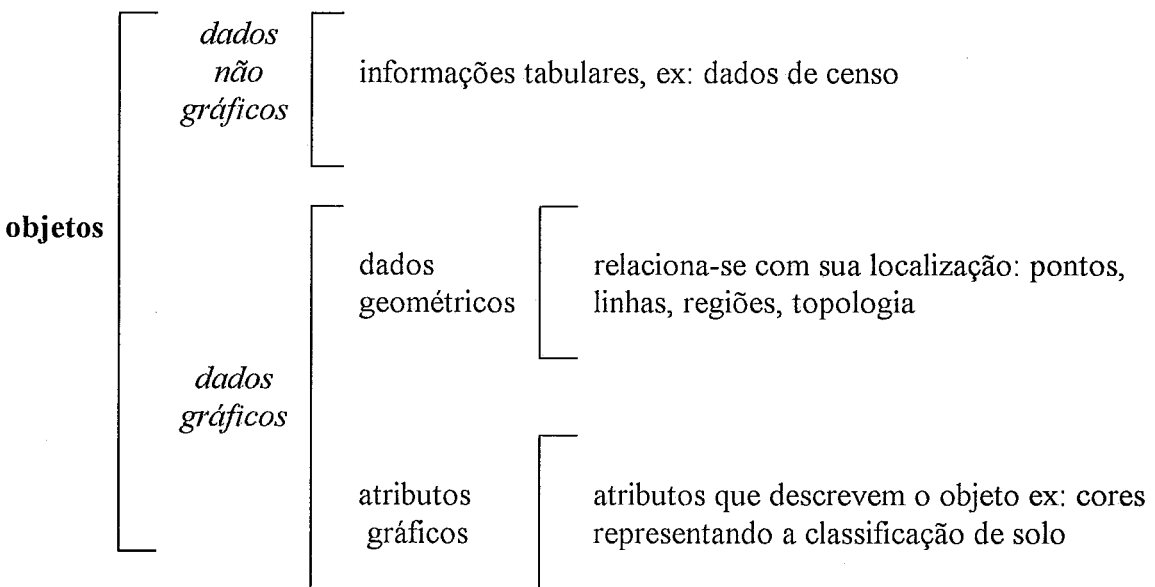
Um Banco de Dados Orientados a Objetos (BDOO) combina a tecnologia de banco de dados com as idéias da orientação a objetos. Para um geógrafo, acostumado a trabalhar com estruturas complexas, ou seja, reunindo diversos tipos de informação, os objetos provêm uma ferramenta conveniente e natural. Diferentemente dos bancos de dados relacionais, os BDOOs começam com um número de idéias informais. Um BDOO, como qualquer bancos de dados, deve ser capaz de suportar uma coleção central de dados compartilhados e executar tarefas para o controle de persistência, gerenciamento de disco, controle de concorrência, integridade e recuperação. Os BDOOs utilizam as propriedades dos objetos: identidade, encapsulamento, classificação, herança e hierarquia. Cada entidade num BDOO é modelada como um objeto e os atributos tomam valores que são objetos. Logo, todos os objetos (exceto objetos bases ou atômicos) são construídos a partir de outros objetos. Estes objetos compostos podem ser construídos utilizando-se operações e podem, conseqüentemente, expressar uma estrutura complexa.

Um SIG possui na sua estrutura modelos de dados gráficos (modelos temáticos, modelos digitais de terrenos, modelos imagens) e não gráficos (dados tabulares). O SIG OO possui, portanto, como unidades *objetos* que contém componentes *geométricos e não*

geométricos. Vários objetos podem formar um *tema* contendo dados estruturados topologicamente. Os SIGs, conforme visto na seção 2.1.3, trabalham com a manipulação destes temas. O MDT é um dos temas de um SIG capaz de representar informações tridimensionais.

Nos sistemas de geoinformação, os objetos e seus componentes, podem ser relacionados como :

tema (é composto de vários objetos)



Os MDTs são criados a partir de *objetos definidores da forma* (por exemplo: amostras pontuais da superfície) do terreno, juntamente com *objetos definidores das características* do terreno (por exemplo: linhas de cumeada).

Os MDTs OO podem ser extraídos a partir de objetos de um mapa digital quando seus *dados geométricos* possuem coordenadas tridimensionais (x,y,z). Pode-se também estabelecer *objetos especiais* que são utilizados para o aprimoramento da representação do modelo. Os objetos de um MDT OO podem ser divididos em três grupos, que definem as principais classes do modelador OO :

- a. Objetos ponto --- coordenadas x,y,z por exemplo : pontos cotados, picos etc

b. Objetos linha --- linhas representativas de características especiais da superfície, por exemplo: mudança na declividade, linhas de cumeadas, isolinhas etc.

c. Objetos MDT --- objeto que representa o fenômeno modelado e a partir do qual se extraem informações dele derivadas.

- *A modelagem digital de terreno sob a ótica da orientação a objeto :*

Utilizando-se a orientação a objetos como forma de implementação de um sistema de modelagem dentro do ambiente SIGOO, as fases que compõem aquele sistema passam a ter o seguinte significado:

. criação do modelo - Sob o ponto de vista da OO, o *modelador* digital de terrenos é encarado como sendo o sistema como um todo. A sua atribuição principal é a *criação do objeto modelo*; a criação deste objeto sob o ponto de vista computacional, poderá ser feita através de qualquer um dos métodos construtivos discutidos no capítulo 6, conciliando uma das formas de representação estudadas no capítulo 5 e que proporcionará ao objeto modelo fornecer informações ao seu respeito.

. manipulação e análise - A manipulação e a análise das informações referentes ao modelo são requisitadas diretamente ao objeto modelo que acionará um de seus métodos que responderá, através do envio de informações na forma de objetos, às questões que lhe foram direcionadas. Os métodos do objeto modelo, conforme será visto adiante, são o conjunto de procedimentos descritos na especificação funcional do capítulo 4, tais como : avaliação da função, cálculo das derivadas de primeira e segunda ordem etc e que segundo o enfoque da OO, passam a ser métodos que juntamente com os dados compõem o objeto modelo. As informações ou respostas fornecidas pelo objeto modelo são objetos dele derivados, tais como: um outro objeto modelo, objeto linha, objeto ponto e etc.

Abandonando o enfoque da análise procedural, que normalmente é dada no desenvolvimento de sistemas de modelagem de terreno, e organizando as idéias até então discutidas sob a ótica da *orientação a objetos*, foi extraído de todas as características, propriedades, formas de representação e construção discutidas nos capítulos anteriores, um conjunto de *classes* e *métodos* que constituem um modelador digital de terreno, dando subsídios ao modelo para responder, através do uso das propriedades da OO, a todas as questões levantadas na especificação funcional do sistema de modelagem para SIGs, vista no capítulo 4.

7.3 Definição de classes e métodos de um modelador orientado a objetos

7.3.1 CLASSE MDT

Esta classe é a responsável pela construção dos *objetos MDT*, que oferecem um conjunto de métodos para a manipulação e a consulta das informações referentes ao modelo digital de terreno, proporcionando a representação e a análise do fenômeno modelado, além da execução de avaliações e questionamentos sobre as características deste fenômeno representado na forma de um MDT. O objeto *MDT*, bem como os objetos e informações gerados a partir dele, podem ser utilizados por um SIG OO para a geração de novas informações, através de manipulações e operações com outros objetos da base de dados georeferenciadas.

7.3.1.1 Mensagens da classe : constrói um objeto *MDT*

Constroi __MDT

Parâmetros :

- a) amostras - dados a serem aproximados: {pontos, valor} ou {curvas, valor}
Este parâmetro fornece as amostras, na forma de pontos ou curvas com o respectivo valor altimétrico associado, que serão utilizadas na construção do modelo e que poderão sofrer um processo de aproximação. Estes dados serão utilizados para a construção do modelo GRID.

- b) amostras - dados a serem interpolados: {pontos, valor}, {curvas, valor}, {curva, função}
Este parâmetro fornece as amostras, na forma de pontos ou curvas com o respectivo valor altimétrico

associado e curvas associadas a respectiva função (representativas das características especiais da superfície ou qualquer restrição) e que, portanto, não devem ser aproximadas e sim interpoladas, para que seja garantida a sua exata localização no modelo a ser construído. Estes dados serão utilizados para a construção do modelo TIN.

c) propriedades do modelo : grau de diferenciabilidade

d) domínio : [xmin,ymin], [xmax,ymax]

. Resposta : objeto-MDT

erro : inconsistência dos dados

7.3.1.2 Variáveis de instância dos objetos da classe:

- domínio
- grau de diferenciabilidade do modelo
- tipo de modelo : por aproximação ou por interpolação

7.3.1.3 Mensagens aos objetos da classe MDT

As mensagens enviadas a um objeto MDT ou extraem informações a seu respeito ou pedem ao objeto MDT que gere um outro objeto dele derivado.

7.3.1.3.1 Consultas.

Consulta-Domínio_Características_Modelo

finalidade - informa os limites da área modelada e as características de construção do modelo.

parâmetros - nenhum
resposta - ponto (xmin, ymin) , ponto(xmax, ymax), grau de diferenciabilidade, tipo de modelo: interpolador ou aproximador.

Consulta-Extremos_Função_Elevação

finalidade - informa os máximos e mínimos valores da função elevação.
parâmetros - nenhum
resposta - valores máximos e mínimos da função: zmin, zmax

Avalia_Lista_Ponto_MDT

finalidade - executa a avaliação altimétrica de uma lista de pontos do domínio.
parâmetros - lista de pontos do domínio, nos quais se deseja avaliar a função.
resposta - lista contendo os valores da função nos pontos avaliados.

Avalia_Malha_MDT

finalidade - executa a avaliação altimétrica de uma matriz de pontos do domínio.
parâmetros - dados da matriz de pontos :
 . ponto de origem da malha (xo,yo);
 . dimensão da malha (largura,altura): número de linhas,número de colunas ;
resposta - matriz de valores reais z_{ij} .

7.3.1.3.2 Análise

Calcula_Derivada_Primeira

- finalidade* - calcula o valor da derivada primeira de uma lista de pontos do domínio do modelo.
- parâmetros* - pontos nos quais se deseja obter os valores das derivadas;
- resposta* - vetores gradientes;
- erro = retorna um erro caso a função elevação possua grau de diferenciabilidade < 1 .

Calcula_Derivada_Segunda

- finalidade* - calcula o valor da derivada segunda de um ponto do domínio do modelo.
- parâmetros* - ponto no qual se deseja obter o valor da derivada;
- resposta* - matriz hessiana;
- erro = retorna um erro caso a função elevação possua grau de diferenciabilidade < 2 .

Calcula_Modelo_Declividade

- finalidade* - gerar um modelo, no qual a função elevação representa os módulos dos vetores gradientes do modelo original.
- parâmetro* - modelo original.
- resposta* - modelo representativo das declividades da superfície modelada.
- erro = retorna um erro caso a função elevação possua grau de diferenciabilidade < 1 .

Calcula_Curvatura_Superficie_Ponto

- finalidade* - obter o valor da curvatura média da superfície em um ponto do modelo.

- parâmetros* - ponto no qual se deseja obter o valor da curvatura.
resposta - valor real representativo da curvatura da superfície no ponto p.

Opera_Modelos

- finalidade* - realizar operações entre modelos.
parâmetros - lista de modelos a serem operados;
op = objeto da classe operação.
resposta - modelo saída, obtido pela execução da operação op sobre o modelo original e a lista de modelos fornecidos
erro = retorna um erro caso a operação não seja realizada com sucesso.

Convém ressaltar que, dependendo do grau de diferenciabilidade utilizado na representação do modelo, algumas mensagens relativas ao cálculo de derivadas não se aplicam a determinadas formas de construção, ou seja:

- função de classe C0 - não possui derivada de ordem 1 nem 2.
função de classe C1 - não possui derivada de ordem 2.
função de classe C2 - possui derivadas de ordem 1 e 2.

Extrai_Pontos_Característicos

- finalidade* - extrair os pontos característicos isolados da função elevação numa região.
parâmetros - tipo de ponto procurado : máximo ou mínimo local.
definição da região a ser considerada: (xmin, ymin);
(xmax,ymax).
resposta - lista de pontos representativos da localização dos pontos característicos da função elevação.
erro - retorna uma lista vazia se a região for plana.

Classifica_Ponto

finalidade - classificar o ponto fornecido indicando se é um ponto característico (máximo, mínimo ou cela) ou não.

parâmetros - ponto o qual se deseja avaliar;

resposta - tipo de ponto : máximo, mínimo, cela, nada.

Extrai_Linhas_Caracteristicas

finalidade - gerar a curva representativa da característica especial especificada

parâmetros - tipo de linha característica desejada. : talvezue, cumeada.

resposta - curva aberta.

Gera_Contorno_Plano

finalidade - obter as isolinhas, a partir de um valor altimétrico especificado.

parâmetros - valor altimétrico zi.

resposta - curva

Gera_Contorno_Ponto

finalidade - obter a isolinha, que passa por um ponto do domínio.

parâmetros - ponto a partir do qual se deseja obter a isolinha.
valor inteiro representativo do tipo d.

resposta - curva.

Gera_Perfil_MDT

finalidade - obter uma seção transversal do MDT segundo uma poligonal fornecida.

parâmetros - poligonal definidora do local por onde se deseja obter a seção.

resposta - seção-mdt, representada por uma função de R em R.

7.3.1.3.3 Visualização

Representação_Poligonal_do_MDT

- finalidade* - obter uma representação simplificada do modelo na forma de poliedros, para fins de visualização.
- parâmetros* - tipo de polígono a ser utilizado na representação
erro admitido entre a aproximação e o modelo ou número máximo de polígonos utilizados na representação do modelo.
- resposta* - lista de polígonos

7.3.2 CLASSE CURVA

Um dos objetos gerados a partir da manipulação de um MDT é a curva. Esta classe é responsável pela construção das curvas obtidas a partir de operações dos objetos MDT. Os objetos curvas oferecem um conjunto de métodos relativos a sua geometria e representação, e são utilizados para a representação de contornos de um MDT.

7.3.2.1 Mensagens da classe : Constrói curva

Constroi_Curva

. Parâmetros :

- a) lista de pontos a interpolar.
- b) grau de diferenciabilidade desejado.
- c) grau da polinomial utilizada.

.Resposta : curva
erro = caso haja alguma inconsistência.

7.3.2.2 Variáveis de instância dos objetos da classe:

tipo de representação: poligonal, spline.

grau de suavidade da curva.

7.3.2.3 Mensagens aos objetos da classe :

Calcula_Comprimento

finalidade - obter o valor do comprimento da curva.

parâmetros - nenhum.

resposta - valor real.

Fornece_Representação_Curva

finalidade - obter uma representação simplificada da curva através de poligonais.

parâmetros - número de pontos da poligonal

resposta - lista de pontos

7.3.3 CLASSE FUNÇÃO $R \rightarrow R$

A função de $R \rightarrow R$ também é um dos objetos gerados pela manipulação do objeto MDT. Esta classe é responsável pela construção do objeto função de $R \rightarrow R$, que representa a elevação ao longo de curvas do domínio MDT, sendo utilizada na representação de perfis ou seções transversais do MDT.

7.3.3.1 Mensagens da classe : Constrói o objeto função $R \rightarrow R$

Constroi_Função_R_R

. Parâmetros :

a) conjunto de pontos: $\{x[p],z[p]\}$

b) propriedades da função :

grau de diferenciabilidade,

tipo de função: interpoladora, aproximadora

c) domínio : $[xmin, xmax]$

. Resposta : objeto: função $R \rightarrow R$

erro : inconsistência dos dados

7.3.3.2 Variáveis de instância dos objetos da classe:

domínio

grau de diferenciabilidade da função

tipo de função : por interpolação dos pontos

por aproximação dos pontos

tipo de representação : poligonal

polinomial

SPLINE

7.3.3.3 Mensagens aos objetos da classe :

7.3.3.3.1 Consultas.

Consulta-Domínio_Função

finalidade - informa o domínio e as características de construção da função.

parâmetros - nenhum

resposta - valor: xmin, xmax
grau de diferenciabilidade e tipo de função (interpoladora, aproximadora)

Consulta-Extremos-Função

finalidade - informa os valores máximo e mínimo da função
parâmetros - nenhum
resposta - valor máximo da função
valor mínimo da função

Avalia_Função

finalidade - executa a avaliação altimétrica de uma lista de pontos.
parâmetros - conjunto de abscissas, as quais se deseja avaliar a função.
resposta - lista de valores da função $z[n]$.

7.3.3.3.2 Análise

Calcula_Derivada_Primeira_Função

finalidade - calcula o valor da derivada primeira de um ponto pertencente ao domínio da função.
parâmetros - abscissa do ponto, no qual se deseja obter o valor da derivada.
resposta - valor representativo da derivada função no ponto.
erro = retorna um erro caso a função possua grau de diferenciabilidade < 1 .

Calcula_Derivada_Segunda_Função

finalidade - calcula o valor da derivada segunda de um ponto pertencente ao domínio da função.

- parâmetros* - abscissa do ponto onde se deseja obter o valor da derivada.
- resposta* - valor da derivada segunda no ponto.
erro = retorna um erro caso a função possua grau de diferenciabilidade < 2 .

7.3.3.3.4 Visualização

Representação_Poligonal_da_Função

- finalidade* - obter uma representação poligonal do gráfico da função na forma de uma poligonal.
- parâmetros* - número de pontos da poligonal a ser utilizada na representação.
- resposta* - poligonal

7.3.3.4 CLASSE OPERAÇÃO

Esta classe é utilizada pela classe MDT na manipulação de dois ou mais modelos e congrega um conjunto de operações de parâmetros reais utilizados na geração de modelos. Tipicamente os objetos desta classe são pré-definidos.

7.3.3.4.1 Variáveis de instância dos objetos da classe:

número de operandos

7.3.3.4.2 Mensagens dos objetos da classe operação :

Opere

- .finalidade* - executa uma operação entre valores reais.

- . *parâmetros* - lista de valores reais.
- . *resposta*- valor real

Consulta_Número_Operandos

- finalidade* - retorna o número de operandos admitido pela operação.
- parâmetros* - nenhum.
- resposta* - número de operandos.

7.3.3.4.3 Objetos da Classe: soma, subtração, exponenciação, log

7.3.3.5 CLASSE MDT-TIN

É uma sub-classe da classe MDT, possuindo como características a representação na forma TIN, esta classe herda da classe MDT todas as suas características e métodos.

- super-classe : MDT

7.3.3.5.1 Variáveis de instância dos objetos da classe MDT-TIN :

- estrutura TIN
- diferenciabilidade

7.3.3.5.2 Mensagens da classe : Constroi_MDT_TIN

- . *finalidade* - construir um modelo digital de terreno utilizando a representação TIN.

. *parâmetros* - amostras (dados de interpolação) : { pontos, valor},
 { curvas, valor}, { curva característica, valor}
 domínio
 grau de diferenciabilidade

. *resposta*: modelo
 erro

7.3.3.5.3 Mensagens aos objetos da classe :

A sub-classe MDT_TIN responde a todos os conjuntos de mensagens da super-classe, através da utilização da propriedade de herança da orientação a objetos.

7.3.3.6 CLASSE MDT-GRID

É uma sub-classe da classe MDT, possuindo como características a representação na forma GRID, esta classe herda da classe MDT todas as suas características e métodos.

- super-classe : MDT

7.3.3.6.1 Variáveis de instância dos objetos da classe MDT-GRID :

estrutura GRID
 grau de diferenciabilidade

7.3.3.6.2 Mensagens da classe : Constroi_MDT_GRID

. *finalidade* - construir um modelo digital de terreno utilizando a representação GRID.

. *parâmetros* - amostras (dados de aproximação): {pontos, valores},
 {curvas, valores};
 domínio;
 espaçamento da grade;
 grau de diferenciabilidade;

. *resposta*: modelo
 erro

7.3.3.6.3 Mensagens aos objetos da classe :

A mesma observação feita anteriormente para a classe MDT_TIN, se aplica à classe MDT-GRID.

7.4 Implementação dos métodos.

O método *Constroi_MDT* tem o objetivo de construir o modelo e para os modelos apresentados ao longo deste trabalho, encontram-se discutidas no capítulo 6, as principais formas de construção além de referências, que poderão ser consultadas para um maior detalhamento.

Os métodos de consulta: *Consulta_Domínio_Características_Modelo*, *Consulta_Extremos_Função_Elevação* são obtidos através do armazenamento direto das informações fornecidas na entrada de dados, sendo portanto imediata a sua implementação. Os métodos *Avalia_Lista_Ponto_MDT*, *Avalia_Malha_MDT* e *Gera_Perfil_MDT* referem-se à avaliação de um conjunto de pontos na função elevação utilizada, estando relacionados à forma de representação utilizada, tendo sido, portanto, para os modelos estudados neste trabalho, discutidos no capítulo 5.

Os métodos *Calcula_Derivada_Primeira*, *Calcula_Derivada_Segunda*, *Calcula_Modelo_Declividade* e *Calcula_Curvatura_Superfície_Ponto*, são informações derivadas da função elevação, através do cálculo das derivadas de ordem 1 e 2, estando, portanto, também relacionadas à forma de representação utilizada e conseqüentemente poderá ser

estudada a partir do capítulo 5 e suas referências. Da mesma forma os métodos Gera_Contorno_Plano, Gera_Contorno_Ponto foram também comentados no capítulo 5 e podem ser complementados através das referências citadas.

Os métodos Extrai_Pontos_Característicos, Classifica_Ponto e Extrai_Linhas_Características são informações derivadas um pouco mais complexas e dependem do tipo de modelo e representação utilizados. É mais comum encontrar-se na literatura algoritmos para os modelos grades, para auxiliar o desenvolvimento destes métodos convém remeter o leitor para: PEUCKER et al (1975), DUFOUR et al (1983,1985), RIAZANOFF et al (1987,1988) e SOILLE (1988).

A sugestão apresentada neste capítulo além de trazer uma série de facilidades em termos de implementação advindas das propriedades da OO, pode também facilitar a integração do sistema de modelagem nos SIGs, através da manipulação dos objetos descritos e do acionamento de suas mensagens.

8- CONCLUSÕES

Os sistemas de informação geográfica manipulam informações espaciais. O conceito de plano de informação ou *layers* utilizados pelos SIGs permite o acesso à base de dados georeferenciados, além da realização de um conjunto de manipulações, entrecruzamentos e análises, o que acrescenta novas informações a esta base.

Os modelos digitais de terreno são um tipo especial de informação integrante dos SIGs. Os modeladores digitais de terreno geram os MDTs e todo um conjunto de informações derivadas da manipulação destes modelos. As curvas de nível e as linhas representativas das características especiais do terreno são entidades do tipo linha. Da mesma forma, os polígonos de declividade, aspecto, altitude, visibilidade, curvatura, concavidade e convexidade da superfície são informações temáticas representadas pela entidade polígono. Estas entidades podem ser definidas como geo-objetos constituintes dos planos de informação dos SIGs.

Ao longo deste trabalho foi especificado um conjunto de funções que um modelador deve prover para satisfazer aos requisitos de um SIG. Foram também apresentadas algumas formas de se construir o modelo, ou seja, como a partir de dados amostrais se pode construir uma estrutura capaz de representar a superfície modelada e, algumas formas de se representar os modelos, através de funções de interpolação, que permitem extrair as informações derivadas dos MDTs. Outros tipos de construção e representação poderiam ser apresentadas e aceitas como formas de modelagem digital de terreno, desde que fossem capazes de cumprir à especificação funcional, ou seja, às exigências de um SIG.

Toda esta escalada orientada ao problema e não aos procedimentos foi elaborada propositalmente para sugerir a utilização dos conceitos da orientação a objetos no desenvolvimento de um modelador digital de terreno para SIGs. A partir do conhecimento do que é, como se faz, o que se obtém, quais os conceitos envolvidos na modelagem de terreno e quais os requisitos exigidos pelo SIG, pode-se utilizar novas técnicas para a construção/geração do modelo. A utilização da propriedade de encapsulamento da OO,

garante que novas técnicas podem ser introduzidas ao sistema sem afetar os métodos já existentes.

Com a OO observa-se o mundo como uma coleção de objetos que colaboram para atingir-se um comportamento de um nível mais alto. Na OO nenhuma parte de um sistema complexo deve depender dos detalhes internos de nenhuma outra parte. O encapsulamento permite que as modificações nos programas sejam feitas de forma confiável e com menor esforço.

No caso da modelagem de terreno foram especificadas as classes: MDT, curva, função R-R, operação, MDT-TIN, MDT-GRID e um conjunto de métodos relativos a cada classe. Novas sub-classes da classe MDT podem ser criadas, possuindo os mesmos métodos definidos para esta classe (avaliação da função, cálculo de derivadas, cálculo de isolinhas etc) tendo, porém, formas específicas para o desenvolvimento destes métodos. As novas sub-classes MDT que podem vir a ser criadas referem-se a novos métodos de construção e representação que se possa querer utilizar no sistema de modelagem. O fato dos métodos se valerem da propriedade de encapsulamento, garante que o sistema não sofreria nenhuma alteração radical, como normalmente ocorre na análise/programação procedural de sistemas. Sendo assim, caso se deseje utilizar fractais como forma de representação do modelo, poderia-se, por exemplo criar a classe MDT-Fractal, que teria a classe MDT como super-classe. Todos os métodos relativos a classe MDT deveriam ser, então, desenvolvidos, de forma que a especificação funcional do modelador fosse cumprida.

As propriedades da orientação a objeto: encapsulamento, classificação, herança e hierarquia fornecem uma certa facilidade em termos da implementação do sistema e propiciam uma abrangência ainda maior ao sistema proposto neste trabalho. Além disto, o conceito de objeto da OO, condiz com o significado de geo-objetos nos SIGs e, portanto, os objetos advindos do sistema de modelagem podem ser incorporados como uma entidade do banco de dados OO. Aí reside a interface dos sistemas de modelagem com os SIGs. Pode-se classificar o primeiro como um gerador de informações ou geo-objetos para o segundo, que operará estes geo-objetos mutuamente para gerar novos geo-objetos, conforme ilustrado na figura 58. Todo este conjunto de informações alimentam e constituem a base de dados geo-referenciadas dos SIGs, que poderá ser consultada, manipulada e apresentada na forma de mapas, tabelas etc.

Portanto, a utilização da orientação a objeto nos sistemas de informação geográfica, através de um banco de dados OO, onde os seus objetos são construídos a partir de outros objetos, atestam ainda mais as vantagens da utilização do modelador digital de terreno OO, não apenas como uma facilidade de implementação, mas como uma forma de interface com os sistemas de informação geográfica.

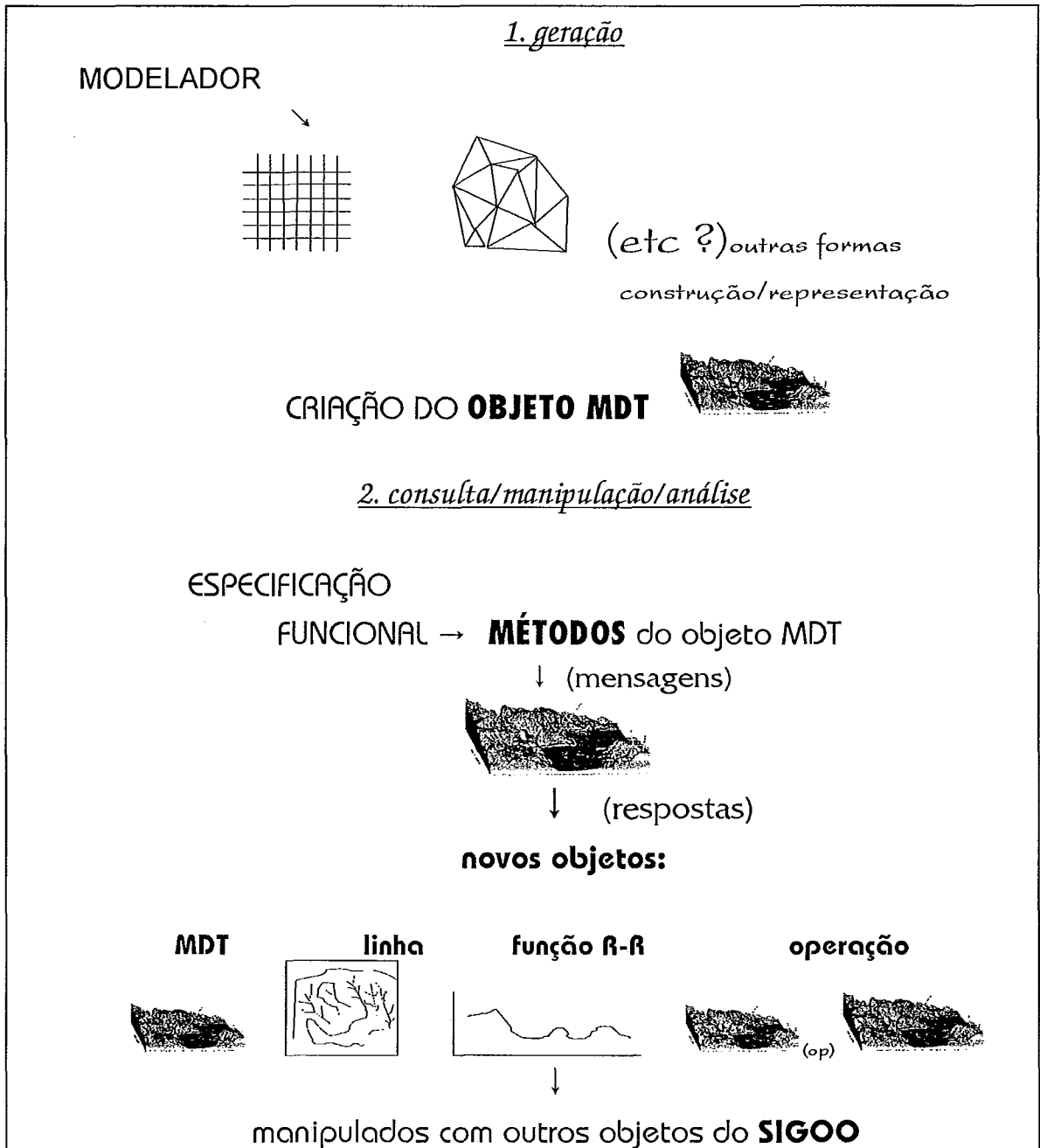


Figura 58 - Fluxo de informação num modelador OO

9 - BIBLIOGRAFIA

- AKIMA, H., (1978) A Method of Bivariate Interpolation and Smooth Surface Fitting for Irregularly Distributed Data Points. **ACM Transactions on Mathematical Software**, 4(2): 148-159.
- ALLAM, M.M., (1978) DTM Application in Topographic Mapping. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, 44:1513-1520.
- ARONOFF, S., (1989) Geographic Information Systems: A Management Perspective, WDL Publications, Ottawa, Canada, 294 pp.
- AUMANN, G.; EBNER, H. & TANG, L., (1990), Automatic Derivation of Skeleton Lines from Digitized Contours. **Int. Arch. on Photogrammetry and Remote Sensing**, 28(4):330-337.
- BARNHILL, R.E., G. BIRKHOFF, & W.J. GORDON, (1973) Smooth Interpolation in Triangles. **Journal of Approximation Theory**, 8:114-128.
- BARNHILL, R.E. & FARIN, G. (1981) C1 Quintic Interpolation Over Triangles: Two Explicit Representations. **Int. Journal of Numerical Methods in Engineering**, 17:1763-1778.
- BARNHILL, R.E., (1982) Coon's Patches. **Computers in Industry**, 3:37-43.
- BARNHILL, R.E., (1983) Computer Aided Surface Representation and Design. In: Surfaces in CAGD, R. E. Barnhill e W.Boehm (eds.), North-Holland Publishing Company, Amsterdam, pp 43-63.
- BARTELS, R.H., BEATTY, J.C. & BARSKY, B.A., (1987) An Introduction to Splines For Use in Computer Graphics and Geometric Modeling. Morgan Kaufmann Publishers, Inc., Los Altos, California, 476 pp.
- BHATTACHARYYA, B.K., (1969) Bicubic Spline Interpolation as a Method for Treatment of Potential Field Data. **Geophysics**, 34(3):402-423.
- BOHM, W., FARIN, G. & KAHMANN, J., (1984) A Survey of Curve and Surface Methods in CAGD. **Computer Aided Geometric Design**, 1984(1): 1-60.
- BOLONDI, G., ROCCA, F. & ZANOLETTI, S., (1976) Automatic Contouring of Faulted Sub-surfaces. **Geophysics**, 34(3):402-423.

- BOOCH, G., (1991) Object Oriented Design With Applications. The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., Redwood City, 580 pp.
- BRACKEN, I. & WEBSTER, C., (1989) Towards a Typology of Geographical Information Systems. **Int Journal of Geographical Information Systems**,3:137-52.
- BURROUGH, P.A., (1986) Principles of Geographical Information Systems for Land Resources Assessment. Monographs on Resources Survey no 2, Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford, 194 pp.
- CENDES, Z.J. e WONG,S.H., (1987) C^1 Quadratic Interpolation Over Arbitrary Point Sets. **IEEE Computer Graphics and Applications**, 11:8-16.
- CHARIF, M., (1992) Digital Terrain Model. Apostila de curso do International Institute for Aerospace Survey and Earth Sciences, ITC, Enschede, Holland, 62pp.
- CORBETT, J.D. e GERSMEHL, P.J., (1987) Terrain data for a water resource GIS. **In: File Structure Design and Data Specifications for Water Resources Geographic Information Systems**, D.A. Brown and P.J. Gersmehl (eds.), pp 11-5 a 11-28.
- DANGERMOND, J., (1990) A Classification of Software Components Commonly Used in Geographic Information Systems, **In: Introductory readings in Geographic Information Systems**, Donna Peuquet and Duane F. Marble (eds.), Taylor & Francis, pp 30-51.
- D'AUTUME, G.M., (1983) Construction du Modèle Numérique d'Une Surface par Approximations Successives. Application aux Modèles Numériques de Terrain (M.N.T.). **Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie et de Télédétection**, no 71-72.
- DE BOOR, C., (1978) A Practical Guide to Splines. Applied Mathematical Sciences, Vol. 27, Springer Verlag, New York.
- DELAUNAY, B., (1934) Sur la Sphere Vide. **Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR**, Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles, 8:793-800.
- DESTIVAL, I., (1985) Morphologie Mathématique et Télédéction. Mémoire de stage I.G.N., 6 pp.
- DESTRI, A.R., (1987) Tratamento de Modelos Numéricos do Terreno (DTM) Obtidos por Processos Fotogramétricos. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Sistemas do Instituto Militar de Engenharia, IME, 257 pp.

- DIKAU, R., (1989) The Application of a Digital Relief Model to Landform Analysis in Geomorphology. **In: Three Dimensional Applications in Geographic Information Systems**, Jonathan Raper (ed.), Taylor & Francis, pp 51-77.
- DUFOUR, H.M. & ABGRALL, F., (1983) Eléments Remarquables du Relief. Définitions Numériques Utilisables. **Bulletin du Comité Français de Cartographie**, 95:57-79.
- DUFOUR, H.M., (1985) Modèles Numériques de Terrain. Recherche Automatique de Points et Lignes Remarquables. **XYZ Revue de l'Association Française de Topographie**, 24:20-24.
- DUFOUR, H.M., (1988) Quelques Idées Concernant l'Établissement et l'Amélioration des Modèles Numériques de Terrain. **Bulletin d'Information de l'I.G.N.**, 55:3-18.
- DUPÉRET, A., (1989) Contribution des MNT à la Géomorphométrie. D.E.A. en Sciences de l'Information Géographique, Ecole Nationale des Sciences Géographiques, I.G.N., 45 pp.
- EBNER, H.; REINHARDT, W. & HOSSLER, R., (1988) Generation, Management and Utilization of High Fidelity Digital Terrain Models. **Int. Arch. on Photogrammetry and Remote Sensing**, 27(B11):556-566.
- EBNER, H. e EDER, K., (1992) State of the Art in Digital Terrain Modelling. **In: European Conference and Exhibiton on GIS, EGIS 92**, pp 681-690.
- FARIN, G., (1983) Smooth Interpolation to Scattered 3D Data. **In: Surfaces in CAGD**, R.E. Barnhill & W. Boehm (eds.), North Holland Publishing Company, Amsterdam, pp 43-63.
- FARIN, G., (1986) Triangular Bernstein-Bezier Patches. **Computer Aided Geometric Design**, 1986(3):83-127.
- FARIN, G., (1988) Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design - A Practical Guide. Academic Press, Inc., 334 pp.
- FAUX, I.D. & PRATT, M.J., (1979) Computational Geometry for Design and Manufacture. Ellis Horwood Limited, 329 pp.
- FELGUEIRAS, C.A., (1987) Desenvolvimento de Um Sistema de Modelagem Digital de Terreno para Microcomputadores. Dissertação de Mestrado em Computação Aplicadada, Instituto de Pesquisas Espaciais, INPE, 243 pp.
- FINNIEAR, L.J., (1987) The Loughborough Benchmark Challenge, Phase I - A Summary of Major System Attributes. Presented Paper to Short Course on Terrain Modelling in Surveying and Civil Engineering, University of Glasgow, 6 pp.

- FRANKE, R., (1982) Scattered Data Interpolation: Tests of Some Methods. **Mathematics of computation**, 35(157):181-199.
- FRITSCH, D. & PFANNENSTEIN, A., (1992) Conceptual Models for Efficient DTM Integration into GIS. **In: European Conference and Exhibition on GIS, EGIS' 92.**
- GAHEGAN, M.N. & ROBERTS, S., (1988) An Intelligent, Object-oriented Geographical Information System. **International Journal of Geographical Information Systems**, 2:101-110.
- GOLD, C.M., (1989) Surface Interpolation, Spatial Adjacency and GIS. **In: Three Dimensional Applications in Geographic Information Systems**, Jonathan Raper (ed.), Taylor & Francis, pp 21-36.
- GOODCHILD, M.F., (1985) Geographic Information Systems in Undergraduate Geography: A Contemporary Dilemma. **The Operational Geographer**, 8:34-38.
- GOODCHILD, M.F., (1989) Modelling Error in Objects and Fields. **In: Accuracy of Spatial Databases**, Goodchild, M.F. & Gopal, S. (eds.), Taylor & Francis, London, pp. 107-113.
- GREEN, P.J. & SIBSON, R., (1978) Computing Dirichlet Tessellations in the Plane. **The Computer Journal**, 21(2):168-173.
- GUERRA, A.T., (1987) Dicionário geológico-geomorfológico. Fundação Instituto Brasileiro de Geologia e Estatística, IBGE, 446 pp.
- GUIBAS, L. e STOLF, J. (1985) Primitives for the Manipulation of General Subdivisions and Computation of Voronoi Diagrams. **ACM Transactions on Graphics**, 4(2):74-123.
- GUTIERREZ, E., (1991) Análise de Modelos Tri-dimensionais de Terreno,. **In: Anais do XV Congresso Brasileiro de Cartografia**, coletânea de trabalhos temáticos, volume 3, Universidade de São Paulo, USP, S.P.
- HARDY, R.L., (1971) Multiquadratic Equations of Topography and Other Irregular Surfaces. **Journal of Geophysical Research**, 76(8):1905-1915.
- HARDY, R.L. (1977) Least Squares Prediction. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, 43(4):475-492.
- HAYES, J. G. e HALLIDAY, J. (1974). The Least Squares Fitting of Cubic Spline Surfaces to General Data Sets. **Journal of Institute of Mathematics and its Applications**, 14(1):89-103.

- HERRING, J. R., (1987) TIGRIS: Topologically Integrated Geographic Information System. **In: Proceedings of AUTOCARTO**, 8:282-291.
- HÖHLE, J., (1992) The Object-oriented Height Model and Its Applications. **In: Proceedings of the XVII Congress of the ISPRS, Commission IV, Washington, D.C.**, pp 868-873.
- HOTTIER, P., (1977) Etude Mathématique des Modèles Numériques de Terrain, Conséquences Pratiques. **Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie**, 66.
- KIM, W. e LOCHOVSKY, F.H., (eds.) (1989) Object-Oriented Concepts, Databases and Applications. ACM Press, Addison Wesley, New York, 602 pp.
- KNUTH, D.E., (1973) The Art of Computer Programming 3: Sorting and Searching. Addison-Wesley, Reading, Massachusets, 722 pp.
- LAM, N.S., (1983) Spatial Interpolation Methods: A Review. **American Cartographer**, 10(2):129-149.
- LAWSON, C.L., (1977). Software for C1 Surface Interpolation. **In: Mathematical Software III**, J.R. Rice(ed.), Academic Press, New York, pp. 161-194.
- LAURINI, R. e THOMPSON, D., (1992) Fundamentals of Spatial Information Systems, The A.P.I.C. Series Number 37, Academic Press, 680 pp.
- LEE, D. T. e SCHACHTER, B.J., (1980) Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation. **International Journal of Computer and Information Science**, 9(3).
- LEE, J.T., 1992 - Evaluation of Algorithms for Surface Interpolation Over Triangular Patch. **In: Proceedings of the Congress of the ISPRS, Washington, D.C.**, pp 928-934.
- MARBLE, D.F., (1990) Geographic Information Systems: An Overview. **In: Introductory Readings in Geographic Information Systems**, Donna Peuquet and Duane F. Marble (eds.), Taylor & Francis, pp 9:17.
- McCULLAGH, M.J.; CROSS, M. & TRIGG, A.D. (1985) New Technology and Super-micros in Hazard Map Production. **Survey and Mapping**, 85, paper D4, 16 pp.
- McCULLAGH, M.J., (1988) Terrain and Surface Modelling Systems: Theory and Practice. **Photogrammetric Record**, 12(72):747-779.
- MAKAROVIC, B., (1973) Progressive Sampling for Digital Terrain Models. **ITC Journal**, 1973(3):397-416.

- MARK, D.M., (1978) Concepts of Data Structure for Digital Terrain Models. **In:** Proceedings of the DTM Symposium, American Society of Photogrammetry - American Coongress on Survey and Mapping, St. Louis, Missouri, pp.24-31.
- MAUS, A., (1984) Delaunay Triangulation and Convex Hull of N Points in Expected Linear Time. **Bit**, 24:151-163.
- MIRANTE, A. & WEINGARTEN, N., (1982) The Radial Sweep Algorithm for Constructing Triangulated Irregular Networks. **IEEE Computer Graphics and Applications**, 2(3):11-21.
- MORTENSON. M.E., (1989) Computer Graphics: An Introduction to the Mathematics and Geometry. Industrial Press Inc., 763 pp.
- NEVES, J.M.R., (1988) Sistema Interativo para Mapeamento (Baseado na Triangulação dos Pontos do Plano). Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, 143 pp.
- NIELSON, G. M, (1979) The Side-vertex Method for Interpolation in Triangles. **Journal of Approximation Theory**, 25:318-336.
- NIEMANN, K.O. & HOWES, E.D., (1991) Applicability of DTM for Slope Stability Assessment. **ITC Journal**, 1991(3):127-137.
- OHIA,T., IRI, M. & MUROTA, K., (1984) Improvements of the Incremental Method for the Voronoi Diagram, with Computational Comparison of Various Algorithms. **Journal of Operations Research Society of Japan**, 27(4):306-336.
- PETERSON, C. (1984) Adaptative Contouring of Three-dimensional Surfaces. **Computer Aided Design**, 1: 61-74.
- PETTINATI, F., (1983) Modelamento Digital de Terreno e Representação Gráfica de Superfície. Dissertação de Mestrado em Engenharia, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- PETRIE, G. & KENIE, J.M., (1987) Terrain Modelling in Surveying and Civil Engineering. **Computer Aided Design**, 19(4):171-186.
- PEUCKER, T.K. & DOUGLAS,D.H, (1975) Detection of Surface Specific Points by Local Parallel Processing of Discrete Terrain Elevation Data. **Computer Graphics and Image Processing**, 4:375-387.
- PEUCKER, T.K., (1980) The Impact of Different Mathematical Approaches to Contouring. **Cartographica**,17(2):73-95.

- PEUQUET, D.J., (1984) A Conceptual Framework and Comparison of Spatial Data Models. **Cartographica**, 2:66-113.
- PIKE, R.J., (1988a) Toward Geometric Signatures for Geographic Information Systems. **In: Proceedings of the International Symposium on GIS** .
- PIKE, R.J., (1988b) The Geometric Signature: Quantifying Landslide - Terrain Types From Digital Elevation Models. **Mathematical Geology**, 20(5):491-510.
- PREPARATA, F. P. & SHAMOS, M.I., (1985) Computational Geometry, An Introduction. Springer-Verlag, New York, 390 pp.
- POUZET, J., (1980) Estimation of a Surface with Known Discontinuities for Automatic Contouring Programs. **Journal of the International Association for Mathematical Geology**, 12(6):559-576.
- POWELL, M.J.D. & SABIN, M.A., (1977) Piecewise Quadratic Approximations on Triangles. **ACM Transaction on Mathematical Software**, 3(4):316-325.
- RAPER, J.F. & GREEN, N.P.A., (1989) GIST: An Object-oriented Approach to a Geographical Information Systems. **In: Proceedings of AUTOCARTO**, 9:610-619.
- RHIND, D., (1975) A Skeletal Overview of Spatial Interpolation Techniques. **Computer Applications**, 2(3 e 4):293-309.
- RIAZANOFF, S., CERVELLE, B. & CHOROWICZ, J., (1987) Nouveaux Algorithmes Pour l'Extraction de Lignes de Crêtes - Application aux Modèles Numériques de Terrain. Mémoire de stage I.G.N., 9 pp.
- RIAZANOFF, S., CERVELLE, B. & CHOROWICZ, J., (1988) Extraction de Lignes de Crêtes et de Talwegs sur Une Image Numérique. Mémoire de stage I.G.N., 6 pp.
- SABIN, M.A., (1980) Contouring - A Review of Methods for Scattered Data. **Mathematical Methods**. **In: Computer Graphics and Design**, K. Brodlie (ed.), Academic Press, New York, pp 63-86.
- SANDGAARD, J., (1988) Integration of a GIS and a DTM. **In: Proceedings of the XVI Congress of The International Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III, Kyoto**, pp 716-725.
- SANTOS, U.P., SIMÕES, M.G. e VIEIRA, H.M., (1991) Sistemas de Informação Geográfica na Obtenção de Mapas de Risco ao Deslizamento em Encostas - Uma Aplicação à Favela do Vidigal no Rio de Janeiro, Brasil. **In: Anais da Terceira Conferencia Latino Americana sobre Sistemas de Informacion Geografica, Viña del Mar, Chile**, pp 139-152.

- SIBSON, R., (1978) Locally Equiangular Triangulations. **The Computer Journal**, 21(3):243-245.
- SIBSON, R., (1981) A Brief Description of Natural Neighbour Interpolation. **In: Interpreting Multivariate Data**, V. Barnett (ed.), John Wiley and Sons, Chichester, pp 21-36.
- SIMÕES, M.G. & MOURA, H.A.S., (1989) Modelo Digital de Terreno Como Base Cartográfica e Suas Aplicações em Engenharia. **In: Anais do XIV Congresso Brasileiro de Cartografia**, Gramado, RS, volume 2, pp 441-449.
- SIMÕES, M.G., VIEIRA, H.M. & SANTOS, U.P., (1992) Evaluation and Mapping of Landslide Hazard on Desordely Occupied Areas Through GIS and Remote Sensing Techniques. **In: Anais do "Primer Simposio International Sobre Sensores Remotos Y Sistemas de Informacion Geografica para el Estudio de Riesgo Naturales"**, Bogotá, Colombia, pp 158-171.
- SOILLE, P., (1988) Modèles Numériques de Terrain et Morphologie Mathématique: Délimitation Automatique des Bassins Versants. Mémoire de Stage. Université Catholique de Louvain-la-Neuve(Belgique).Unité Génie Rural.
- STRANG, G. & FIX, G., (1973) An Analysis of the Finite Element Methods. Prentice-Hall in Automatic Computation, Englewood Cliffs, N.J., 306 pp.
- YAMAMOTO, J.K., (1986) Representações Gráficas Espaciais em Geologia - Aplicações no Complexo Alcalino de Anitápolis. Dissertação de Mestrado do Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo.
- YOELI, P. (1977) Computer Executed Interpolation of Contours Into Arrays of Randomly Distributed Height Points. **Cartographic Journal**, 14(20):103-108.
- YOELI, P. (1985) The Making of Intervisibility Maps with Computer and Plotter. **Cartographica**, 22(3):88-103.
- WATSON, D. F., (1982) ACCORD - Automatic Contouring of Raw Data. *Ibid.*, 8(1):97-101
- WORBOYS, M.F.; HEARNshaw, H.M. & MAGUIRE, D.J., (1990) Object-Oriented Data Modelling for Spatial Databases. **International Journal of Geographical Information Systems**, 55-60.