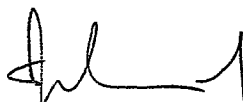


UMA ESTRATÉGIA DE DECOMPOSIÇÃO POR RELAXAÇÃO LAGRANGEANA
PARA A OTIMIZAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE
SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM MODELAGEM DETALHADA DA REDE
ELÉTRICA – APLICAÇÃO AO SISTEMA BRASILEIRO

André Luiz Diniz Souto Lima

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS
EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:



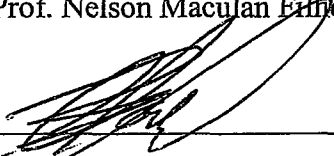
Prof. Susana Scheinberg de Makler, D.Sc.



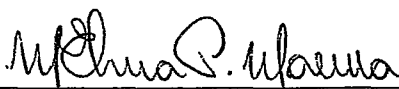
Prof. Claudia Alejandra Sagastizábal, D.Habil.



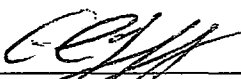
Prof. Nelson Maculan Filho, D.Habil.



Prof. Claudio Thomas Bornstein, DSc.



Prof. Maria Elvira Pineiro Maceira, D.Sc.



Prof. Clovis Caesar Gonzaga, DSc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JANEIRO DE 2007

LIMA, ANDRÉ LUIZ DINIZ SOUTO

Uma Estratégia de Decomposição por Relaxação Lagrangeana para a Otimização da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Modelagem Detalhada da Rede Elétrica - Aplicação ao Sistema Brasileiro [Rio de Janeiro] 2007

XXIII, 251 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia de Sistemas e Computação, 2007)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Relaxação Lagrangeana
2. Operação de Sistemas de Potência
3. Sistemas Hidrotérmicos

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, à minha esposa e grande companheira, Lilia, que tanto aturou minhas inúmeras horas no computador, por várias madrugadas durante a semana e por finais de semanas inteiros. Seu amor e compreensão sem dúvida foram fundamentais para eu concluir esse projeto.

Em segundo lugar, minha filha maravilhosa, Cici, que tanto esperou que eu terminasse “logo” a tese para poder brincar mais com ela.

Agradeço a meus pais, pela excelente formação que me deram, me orientando sempre tanto na vida pessoal como profissional. Esta com certeza é uma vitória deles também. Agradeço também a meus irmãos, Luiz, Daniela e Denise, pelo companheirismo de sempre.

Agradeço à excelente orientação da Cláudia, não só no decorrer desta tese, mas desde que começamos a trabalhar junto com o *unit commitment*. Com ela eu tenho aprendido bastante, tanto na vida profissional (evidentemente), mas também em como me programar para fazer as coisas bem feitas e no tempo certo (embora às vezes eu não siga muito bem os conselhos...). Além disso, o seu rigor é a certeza de um trabalho muito bem feito. Faço um agradecimento em particular ao esforço e paciência descomunais nas últimas semanas de conclusão da tese, revisando diversas vezes o material escrito, inclusive em finais de semana ensolarados...

Agradeço de igual forma à Maria Elvira, primeiro por me guiar para fazer o doutorado no PESC, sabendo como melhor explorar o meu potencial. Com certeza acertou em cheio. Em segundo lugar pelo grande apoio que tem me dado desde que entrei no CEPEL, para o projeto DESSEM, e a grande contribuição que tem dado à minha formação, principalmente pela preocupação em expandir meus horizontes. Seus ensinamentos tem sido de grande valia para a aplicação na prática, dos conhecimentos adquiridos na vida acadêmica.

Agradeço também, em memória, ao Leslie Terry, com quem tive o privilégio de ter várias discussões sobre questões diversas relacionadas ao setor elétrico e o problema de planejamento e programação da operação. Aprendi muito com o seu vasto

conhecimento, e tê-lo como um exemplo a ser seguido tem sido de grande importância para o meu desenvolvimento.

Agradeço também ao Albert Melo, cujas conversas, apesar de bem esporádicas, foram sempre bastante intensas e frutíferas para o desenvolvimento do trabalho.

Agradeço à Susana Makler, pelos valiosos ensinamentos nos cursos de Análise Convexa e Método de Newton, e por estar sempre prestativa a me ajudar, quando necessário. Agradeço também aos demais membros da banca, Clovis Gonzaga, Nelson Maculan e Cláudio Bornstein, pela disponibilidade de participação. Agradeço aos professores Clóvis e Lizardo pela participação na banca de defesa da proposta desta tese, em 2005, e pelas valiosas contribuições que foram dadas na época e que foram incorporadas ao trabalho final.

Do CEPEL, agradeço também à Fernanda Costa, com quem tive o prazer de trabalhar no projeto DECOMP, Débora, com quem divido sala há bastante tempo e que sempre está disposta a ajudar; Vitor, grande companheiro de fim de churrasco, Luciano, Ana Lúcia, Carlos Henrique, Luiz Guilherme, Fábio Rodrigo, Daniela Kyrillos, José Francisco, Marcos Denício, Maria Luiza, Tiago Norbiato e outros pesquisadores que já saíram, como o Luis Carlos, Marcelo Luna, André e Raquel Marcato, e mais alguns que possivelmente estou esquecendo. Trabalhar com um corpo técnico de tamanha qualidade é um grande privilégio. Agradeço em especial ao grande amigo e companheiro de shows Luciano Xavier, pela leitura de alguns manuscritos da tese e pela disposição em ajudar; ao Tiago, meu braço direito no DESSEM, e que me deu uma grande ajuda no fechamento da tese; e ao Fábio, que foi meu pombo correio de entrega dos materiais semanais para a Claudia. Agradeço à Maria Luiza, Fernanda, Carlos Henrique, Sérgio Porto e Javier pelas referências finais que adicionei na tese.

Agradeço ao ONS pela disponibilização dos dados para os estudos do capítulo 8, e aos membros da equipe do projeto DESSEM, Carlos Eduardo, José Augusto, Fabiano, Murilo, Olívio, e Eduardo França, pela grande troca de conhecimento proporcionado pelas reuniões semanais em 2006. Agradeço especialmente ao engenheiro Carlos Eduardo Villas Boas, pelo companheirismo e experiência, a qual tem contribuído, desde 1999, para acrescentar à minha formação uma série de conhecimentos práticos sobre a operação do sistema elétrico brasileiro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc)

UMA ESTRATÉGIA DE DECOMPOSIÇÃO POR RELAXAÇÃO LAGRANGEANA
PARA A OTIMIZAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE
SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM MODELAGEM DETALHADA DA REDE
ELÉTRICA – APLICAÇÃO AO SISTEMA BRASILEIRO

André Luiz Diniz Souto Lima

Janeiro/2007

Orientadores: Susana Scheimberg de Makler
Claudia Alejandra Sagastizábal

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Este trabalho propõe a aplicação da técnica de relaxação Lagrangeana com duplicação de variáveis para resolver o problema de otimização da programação diária da operação de sistemas hidrotérmicos, incluindo restrições de *unit commitment* térmico, uma modelagem detalhada das usinas hidroelétricas, e a representação da rede elétrica. A decomposição proposta resulta na resolução iterativa de três subproblemas: um subproblema para cada unidade geradora termoelétrica, resolvido por programação dinâmica; um subproblema para o parque hidroelétrico, resolvido por programação linear, e um subproblema de fluxo de potência ótimo DC para cada intervalo de tempo, resolvido também por programação linear. A resolução do problema dual é feita por meio de uma variante proximal do método de feixes. Para a obtenção de um ponto primal viável, utilizam-se Lagrangeanos aumentados. Apresentam-se estudos de caso reais com o sistema brasileiro, nos quais avalia-se a boa performance da metodologia.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc).

A LAGRANGIAN RELAXATION DECOMPOSITION APPROACH TO THE
SHORT TERM SECURITY CONSTRAINED OPTIMAL HYDROTHERMAL
SCHEDULING – APPLICATION TO THE BRAZILIAN SYSTEM

André Luiz Diniz Souto Lima

January/2007

Advisors: Susana Scheimberg de Makler
Claudia Alejandra Sagastizábal

Department: Systems and Computation Engineering

A Lagrangian relaxation technique with variable splitting is proposed to solve the short-term security constrained hydrothermal scheduling problem. The formulation includes thermal unit commitment constraints, a detailed modeling for the hydroelectric plants, as well as the electrical network. The decomposition scheme involves the iterative solution of three subproblems: one subproblem for each thermal unit, solved by dynamic programming; one subproblem involving all hydroelectric plants and all time steps, solved by linear programming, and one DC optimal power flow subproblem for each time step, which is also solved by linear programming. The dual problem is solved by a proximal variant of bundle methods. A feasible primal point is obtained by applying an additional decomposition scheme, based on augmented Lagrangians. Several test cases with the real Brazilian system are considered, and the reported results show the excellent performance of the proposed methodology.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contexto do Trabalho.....	3
1.2	Objetivo do Trabalho	5
1.3	Metodologia Proposta e Contribuições	5
1.4	Relevância do Trabalho.....	6
1.5	Organização do Trabalho	7
2	O PLANEJAMENTO DA GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	9
2.1	Componentes dos Sistemas de Energia Elétrica	9
2.2	Características do Planejamento da Geração	11
2.2.1	Planejamento da expansão.....	11
2.2.2	Planejamento da operação	12
2.3	CrITÉrios para o Planejamento da Operação	13
2.3.1	Planejamento com critério de mÍnimo custo.....	14
2.4	Etapas do Planejamento da OperaÇão	15
2.4.1	InteraÇão entre as etapas de planejamento.....	15
2.5	Técnicas de OtimizaÇão Propostas para o Planejamento	17
2.5.1	Planejamento a mÉdio e longo prazos	17
2.5.2	Planejamento de curto prazo.....	18
2.6	Planejamento da GeraÇão do Sistema Eléctrico Brasileiro.....	18
3	PROGRAMAÇÃO DE CURTO PRAZO DA GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	21
3.1	Tipos de FormulaÇão para a PDO	22
3.1.1	O problema de despacho econômico para sistemas térmicos (TED).....	25
3.1.2	O problema de despacho econômico dinâmico para sistemas térmicos (TDED)	27
3.1.3	O problema de alocaÇão de unidades térmicas (TUC).....	29
3.1.4	O problema de TUC em sistemas hidrotérmicos (TUC _H).....	31
3.1.5	O problema de operaÇão para sistemas hidroeléctricos ou hidrotérmicos	31
3.1.6	O problema de alocaÇão de unidades hidroeléctricas (HUC)	37
3.1.7	O problema de alocaÇão de unidades hidro e termoeléctricas (HTUC).....	38
3.1.8	Outros problemas considerados na literatura.....	38
3.2	EstratÉgias de ResoluÇão	38
3.3	EstratÉgias de ResoluÇão Direta	39
3.3.1	ResoluÇão das equaÇões de coordenaÇão.....	39
3.3.2	Algoritmos para problemas de controle ótimo	40
3.3.3	ProgramaÇão não linear (PNL)	40
3.3.4	ProgramaÇão linear (PL).....	41
3.3.5	Algoritmos de fluxo em redes (FR)	42
3.3.6	Lista de prioridades (LPr).....	43
3.3.7	ProgramaÇão dinâmica (PD).....	45
3.3.8	ProgramaÇão inteira-mista (PIM)	48
3.3.9	Algoritmos de inteligÉncia artificial (IA)	49
3.3.10	EstratÉgias híbridas.....	52

3.4	Algoritmos de Decomposição	53
3.4.1	Decomposição heurística	53
3.4.2	<i>Branch and bound</i> (B&B)	54
3.4.3	Decomposição de Dantzig & Wolfe (D&W).....	56
3.4.4	Decomposição de Benders.....	57
3.4.5	Relaxação Lagrangeana.....	58
3.5	Consideração da Rede Elétrica.....	59
3.6	Considerações Finais.....	60
4	ESTUDO BIBLIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DE RELAXAÇÃO LAGRANGEANA AO PROBLEMA DE PDO	62
4.1	Introdução.....	62
4.2	Aplicação de RL ao Problema de PDO.....	66
4.3	Relaxação das Restrições	68
4.3.1	Atendimento à demanda e reserva.....	68
4.3.2	Demais restrições de acoplamento.....	69
4.3.3	Relaxação com duplicação de variáveis	70
4.4	Resolução dos Subproblemas.....	71
4.4.1	Resolução do subproblema hidroelétrico.....	72
4.4.2	Resolução do subproblema termoelétrico.....	72
4.4.3	Outros subproblemas	74
4.5	Maximização da Função Dual.....	75
4.5.2	Métodos de subgradientes (SG).....	76
4.5.3	Métodos de planos cortantes (PC).....	77
4.5.4	Métodos de feixes (FX).....	79
4.5.5	Métodos de centro analítico (CA).....	82
4.5.6	Outros algoritmos	83
4.6	Obtenção de um Ponto Primal Viável.....	84
4.6.1	Revisão de algumas técnicas propostas	85
4.6.2	Inserção da recuperação primal no processo iterativo da RL	87
4.7	Dificuldades da RL.....	87
4.8	Utilização de Lagrangeanos Aumentados (LA).....	89
4.9	Considerações Adicionais	90
4.9.1	Inicialização dos multiplicadores	91
4.9.2	Qualidade do limite inferior	91
4.9.3	Critérios de parada.....	92
4.9.4	Análise da função dual	92
4.9.5	Custo marginal.....	93
4.10	Resumo das Aplicações de RL e LA ao Problema de PDO.....	93
4.11	Considerações Finais.....	97
5	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS.....	100
5.1	Função Objetivo	101
5.1.1	Custos de geração térmica	101
5.1.2	Custos de partida para as unidades térmicas.....	101
5.1.3	Custo futuro de operação.....	102
5.2	Restrições do Sistema.....	102

5.2.1	Atendimento à demanda	102
5.2.2	Limites de fluxo nos circuitos	103
5.3	Restrições para as Usinas e Unidades Hidroelétricas.....	103
5.3.1	Topologia do sistema hidroelétrico	104
5.3.2	Equações de balanço hídrico	104
5.3.3	Limites físicos e operativos para as usinas e unidades geradoras.....	105
5.3.4	Função de produção hidroelétrica.....	105
5.4	Restrições para as Usinas e Unidades Termoelétricas	106
5.4.1	Curvas de tomada e alívio de carga	107
5.4.2	Limites de geração.....	107
5.5	Formulação do Problema	108
5.5.2	Análise dos acoplamentos nas restrições.....	109
6	ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PDO.....	113
6.1	Relaxação Lagrangeana Proposta.....	113
6.1.1	Variante: multiplicadores λ_H por usina hidroelétrica.....	116
6.2	Resolução do Problema Dual	117
6.3	Resolução dos Subproblemas.....	117
6.3.1	Resolução do subproblema $[T^{(k)}]$	118
6.3.2	Resolução do subproblema $[E^{(k)}]$	121
6.3.3	Resolução do subproblema $[H^{(k)}]$	125
6.4	Obtenção de um Ponto Primal Viável	126
6.4.1	Estratégia de decomposição.....	127
6.4.2	Maximização da Função Dual	130
6.4.3	Resolução dos Subproblemas Aumentados	131
6.4.4	Obtenção do Ponto Inicial para a Recuperação Primal.....	132
7	RESULTADOS – PARTE 1: ANÁLISE DA PERFORMANCE DA METODOLOGIA PROPOSTA.....	134
7.1	Descrição dos Estudos.....	134
7.1.1	Estratégias de resolução implementadas.....	134
7.1.2	Análises de performance realizadas.....	135
7.1.3	Parâmetros dos modelos	136
7.1.4	Casos-teste considerados	137
7.2	Acurácia na Otimização	139
7.2.1	Acurácia no valor da função objetivo.....	139
7.2.2	Acurácia no ponto primal	144
7.3	Inviabilidade Primal na Etapa de RL	144
7.3.1	Diferenças entre Z e GH	145
7.3.2	Inviabilidade no atendimento à demanda com os valores de Z e y	148
7.3.3	Técnicas para reduzir a inviabilidade	150
7.4	Processo de Convergência.....	156
7.4.1	Processo de convergência da etapa de RL.....	157
7.4.2	Processo de convergência da etapa de RP	159
7.5	Comportamento Oscilatório	160
7.5.1	Etapa de RL.....	160
7.5.2	Etapa de RP	163
7.6	Tempos Computacionais	164

7.6.1	Comparação entre as estratégias	164
7.6.2	Comparação entre as variantes da estratégia 3	165
7.6.3	Tempos de resolução dos subproblemas e do problema dual	167
7.7	Considerações finais.....	168
8	RESULTADOS - PARTE II: ESTUDOS COM REDE ELÉTRICA E RESTRIÇÕES DE <i>UNIT COMMITMENT</i> TÉRMICO	169
8.1	Descrição do Sistema	169
8.1.1	Subsistemas	169
8.1.2	Parque gerador.....	171
8.1.3	Sistema de transmissão.....	173
8.1.4	Restrições consideradas.....	174
8.1.5	Função de custo	174
8.1.6	Dados para o <i>unit commitment</i> térmico	175
8.2	Descrição dos Problemas Resolvidos.....	177
8.3	Estratégias de Resolução Aplicadas.....	178
8.4	Resultados	178
8.4.1	Acurácia na otimização	178
8.4.2	Processo de convergência.....	182
8.4.3	Análise de sensibilidade da consideração de restrições de UC térmico.....	183
8.4.4	Análise de sensibilidade da consideração da rede elétrica.....	185
8.5	Considerações Finais.....	187
9	CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	188
9.1	Conclusões	189
9.2	Desenvolvimentos Futuros.....	192
9.2.1	Em relação à modelagem do problema.....	192
9.2.2	Em relação às estratégias de resolução dos subproblemas $[H]$, $[T]$ e $[E]$ e do problema dual	194
9.2.3	Estudos adicionais	195
9.2.4	Consideração final.....	196
10	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	197
11	APÊNDICES.....	227
	APÊNDICE I - Análise da função dual para a estratégia de RL com duplicação de variáveis para um exemplo ilustrativo	227
	APÊNDICE II – Obtenção de uma estimativa para um ponto primal viável a partir dos resultados da Relaxação Lagrangeana	235
	APÊNDICE III – Dados para os estudos de caso realizados no Capítulo 7.....	238
	APÊNDICE IV - Resultados adicionais para o capítulo 7.....	241

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Componentes de um sistema de energia elétrica.....	10
Figura 2.2 – Cadeia de modelos desenvolvidos pelo CEPEL para o planejamento e programação da operação do SIN.....	19
Figura 3.1 – Representação das diversas variantes para o problema de PDO.....	24
Figura 3.2 – Função de custo de uma unidade geradora térmica considerando os efeitos de abertura de válvulas.....	27
Figura 3.3 – Formas de modelagem para o custo de partida das unidades térmicas.....	30
Figura 3.4 – Interação entre os subproblemas de alocação de unidades e de despacho econômico (TED) no problema de <i>unit commitment</i> térmico (TUC).....	30
Figura 3.5 – Função de produção de uma usina hidroelétrica com 3 unidades geradoras.....	35
Figura 3.6 – Curvas características para a eficiência da turbina (à esquerda) e do gerador (à direita) de uma unidade geradora hidroelétrica.....	37
Figura 3.7 – Esquema ilustrativo da resolução do problema de PDO para sistemas hidrotérmicos por meio de algoritmos de decomposição heurística.....	53
Figura 4.1 – Gráfico da função dual para o problema (4.1).....	64
Figura 4.2 – Exemplo ilustrativo da função dual (desconhecida), $\theta(\lambda)$, e o modelo $\hat{\theta}^{(k)}(\lambda)$ construído para aproximá-la até a iteração k . Os pontos indicam os pares $(\lambda^{(k)}, \theta(\lambda^{(k)}))$ obtidos em iterações passadas.....	78
Figura 5.1 – Seção do gráfico da FCF do modelo DECOMP, para o volume armazenado V em um reservatório do sistema.....	102
Figura 5.2 – Desenho em planta de uma série de usinas localizadas em uma determinada bacia hidrográfica.....	104
Figura 5.3 – Modelagem da FPHA em relação ao volume armazenado, à vazão turbinada e ao vertimento.....	106
Figura 5.4 – Esquema de funcionamento de uma usina térmica de ciclo simples.....	107
Figura 5.5 – Exemplos de curvas para a tomada / alívio de carga de uma unidade térmica.....	107
Figura 5.6 – Esquema de acoplamento entre as variáveis e restrições do problema.....	111
Figura 6.1 – Processo iterativo de resolução do problema de PDO proposto neste trabalho.....	115
Figura 6.2 – Estrutura dos subproblemas associados à decomposição por RL proposta.....	117
Figura 6.3 – Diagrama de estados (<i>ON</i> :ligada; <i>OFF</i> :desligada) e transições para uma unidade térmica. No exemplo, as curvas tanto para acionamento como desligamento duram 2 horas.....	119
Figura 6.4 – Estratégia de resolução dos sub-subproblemas $[E_t^{(k)}]$, sem representação explícita das restrições $\{LimF\}$	125
Figura 6.5 – Processo iterativo de resolução do problema de PDO para a etapa de <i>RP</i>	129
Figura 7.1 – Processo de obtenção da função de custo futuro para ao final do dia.....	138
Figura 7.2 – Seção ilustrativa do gráfico da função dual no eixo da variável para a unidade i e intervalo t	142
Figura 7.3 – Valores de $invH$, para cada estratégia e caso estudado.....	145
Figura 7.4 – Valores de Z e GH ao longo do dia para as usinas de Itaipu e Itaparica, no caso H, para as estratégias <i>3usi</i> (à esquerda), e <i>3uni</i> (à direita).....	147
Figura 7.5 – Média da inviabilidade para o atendimento a demanda horária, em % do valor da demanda.....	148
Figura 7.6 – Diferenças, por intervalo de tempo, entre a demanda e a soma das gerações y e Z – caso H.....	149
Figura 7.7 – Ilustração do maior detalhamento da modelagem da função de produção ao se adicionarem mais cortes (em vermelho).....	151

Figura 7.8 – Valores de $invH$, para cada caso e opção de resolução considerada - Estratégia $3uni$.	152
Figura 7.9 – Valores de $invH$, para cada caso e opção de resolução considerada - Estratégia $3usi$.	152
Figura 7.10 – Geração ao longo do dia para a usina de Salto Santiago - caso-base.	154
Figura 7.11 – Geração ao longo do dia para a usina de Salto Santiago - caso com inclusão de unidades artificiais.	154
Figura 7.12 – Geração ao longo do dia para a usina de Salto Santiago caso com inclusão de unidades artificiais e modelagem detalhada da FPHA das usinas.	155
Figura 7.13 – Percentual médio de inviabilidade no atendimento à demanda, por intervalo, com a soma das variáveis Z e y , para cada caso e opção estudada – Estratégia $3uni$.	155
Figura 7.14 – Percentual médio de inviabilidade no atendimento à demanda, por intervalo, com a soma das variáveis Z e y , para cada caso e opção estudada – Estratégia $3usi$.	156
Figura 7.15 – Avaliação conjunta da evolução do valor da função dual e da norma do vetor subgradiente – $\lambda_0 = \text{zero}$ – caso F.	157
Figura 7.16 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o custo marginal – caso F.	158
Figura 7.17 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso A – Estratégia $3uni$.	159
Figura 7.18 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso A – Estratégia $3usi$.	159
Figura 7.19 – Oscilações na geração horária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Estratégia $3usi$.	161
Figura 7.20 – Oscilações no custo marginal de operação ao longo das iterações da RL – Caso A – Estratégia $3uni$.	162
Figura 7.21 – Oscilações no custo marginal de operação ao longo das iterações da RL – Caso A – Estratégia $3usi$.	162
Figura 7.22 – Oscilações nos valores de Z e GH para a usina de Salto Santiago, ao longo das iterações da RP – Caso A – Estratégias $3uni$ e $3usi$.	163
Figura 7.23 – Oscilações no custo marginal de operação ao longo das iterações da RP – Caso A – Estratégias $3uni$ e $3usi$.	163
Figura 7.24 – Tempos acumulados, ao longo das iterações, para resolução de cada subproblema e do problema dual, para o caso G (%).	167
Figura 8.1 – Mapa resumido das interligações no SIN, sobre o qual se representam os subsistemas considerados no estudo.	170
Figura 8.2 – Diagrama esquemático das usinas hidroelétricas do SIN.	172
Figura 8.3 – Geração da usina de Itaparica ao longo do dia, obtida pela etapa de RP após 1, 100 e 500 iterações da etapa de RL (traço grosso), comparada com a obtida após 2000 iterações (traço fino) – Estratégia $3usi$.	181
Figura 8.4 – Geração da usina de Itaipu ao longo do dia, obtida pela etapa de RP após 1, 100 e 500 iterações da etapa de RL (traço grosso), compara com a obtida após 2000 iterações (traço fino) – Estratégia $3uni$.	181
Figura 8.5 – Custo marginal da operação obtido para o subsistema SE, após 100 e 500 iterações da etapa de RL (traço grosso), comparada com a obtida após 2000 iterações (traço fino) – Estratégia $3usi$.	182
Figura 8.6 – Processo de convergência para o caso completo com o SIN, considerando a rede elétrica e restrições de UC térmico (caso-base).	182
Figura 8.7 – Processo de convergência para o caso completo com o SIN, considerando a rede elétrica e restrições de UC térmico (caso-base).	182
Figura 8.8 – Operação de uma unidade térmica das usinas de P. Medici B e Ibitité.	183
Figura 8.9 – Operação de uma unidade térmica das usinas de J. Lacerda A2 e Canoas.	184
Figura 8.10 – Operação de uma unidade térmica de Uruguaiana e Macaé.	185
Figura 8.11 – Comparação entre o custo marginal do subsistema SE (caso sem rede) e o custo marginal da barra de referência do SE (caso com rede).	186

Figura 8.12 – Comparação entre os valores de intercâmbios na linha Norte-Sul (sentido SE=>FC) do caso-base e do caso 3.....	187
Figura 11.2 – Seção da função dual no eixo da variável λ_y , para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis.....	229
Figura 11.3 – Seção da função dual no eixo da variável λ_x , para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis.....	229
Figura 11.4 – Gráfico tridimensional da função dual, para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis.....	230
Figura 11.5 – Função de custo linear por partes para a usina cuja geração é representada pela variável y	231
Figura 11.6 – Seção da função dual no eixo da variável λ_y , para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis, e realizando um aprimoramento na modelagem da FPHA.....	232
Figura 11.7 – Seção da função dual no eixo da variável λ_y , para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis, e realizando tanto um aprimoramento na modelagem da FPHA como a inclusão de variáveis artificiais para as unidades geradoras.	233
Figura 11.8 – Modelo da função dual, com 3 cortes e seus respectivos pseudos-pontos primais associados.	235
Figura 11.9 – Média, considerando todas as usinas dos módulos das diferenças percentuais entre os valores médios diários de Z e GH	242
Figura 11.10 – Diferenças, por intervalo de tempo, entre a demanda e a soma das gerações y e Z – caso A.	242
Figura 11.11 – Diferenças, por intervalo de tempo, entre a demanda e a soma das gerações y e Z – caso D.	243
Figura 11.12 – Diferenças, por intervalo de tempo, entre a demanda e a soma das gerações y e Z – caso H.	243
Figura 11.13 – Análise do impacto da consideração de uma FPHA mais detalhada para Tucuruí - caso C - Estratégia <i>3uni</i>	245
Figura 11.14 – Análise do impacto da consideração de uma FPHA mais detalhada para Paulo Afonso - caso C - Estratégia <i>3uni</i>	245
Figura 11.15 – Análise do impacto da consideração de uma FPHA mais detalhada para Tucuruí – caso C - Estratégia <i>3usi</i>	245
Figura 11.16 – Análise do impacto da consideração de uma FPHA mais detalhada para Paulo Afonso – caso C - Estratégia <i>3usi</i>	245
Figura 11.17 – Avaliação conjunta da evolução do valor da função dual e da norma do vetor subgradiente – $\lambda_0 = \text{zero}$ – caso A.	246
Figura 11.18 – Avaliação conjunta da evolução do valor da função dual e da norma do vetor subgradiente – $\lambda_0 = \text{zero}$ – caso F.....	246
Figura 11.19 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o CMO – caso A.	246
Figura 11.20 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o CMO caso C.	246
Figura 11.21 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o CMO – caso F.....	247
Figura 11.22 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o CMO – caso H.	247
Figura 11.23 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso A – Estratégia <i>3uni</i>	247
Figura 11.24 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso A – Estratégia <i>3usi</i>	248
Figura 11.25 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso D – <i>Estratégia 3uni</i>	248
Figura 11.26 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso D – <i>Estratégia 3usi</i>	248
Figura 11.27 – Oscilações na geração horária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Estratégia <i>3uni</i>	249

Figura 11.28 – Oscilações na geração horária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Salto Santiago – Estratégia <i>3usi</i>	250
Figura 11.29 – Oscilações na geração diária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Estratégia <i>3uni</i> – Salto Santiago.	251
Figura 11.30 – Oscilações na geração diária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Estratégia <i>3usi</i> – Salto Santiago.....	251

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Principais aplicações de técnicas de programação não linear ao problema de PDO.....	41
Tabela 3.2 – Principais aplicações de programação linear ao problema de PDO.....	41
Tabela 3.3 – Principais aplicações de algoritmos de fluxo em redes para variantes com formulação dinâmica para o problema de PDO	43
Tabela 3.4 – Principais aplicações de técnicas baseadas em lista de prioridades para o problema de TUC	44
Tabela 3.5 – Principais aplicações de programação dinâmica para as diversas variantes do problema de PDO.	47
Tabela 3.6 – Principais aplicações de programação inteira-mista à PDO.	49
Tabela 3.7 – Principais aplicações de técnicas de inteligência artificial ou metaheurísticas ao problema de PDO.	51
Tabela 3.8 – Principais aplicações de algoritmos híbridos ao problema de PDO.....	52
Tabela 3.9 – Principais aplicações de algoritmos de decomposição heurística para o problema de PDO em sistemas hidrotérmicos.	54
Tabela 3.10 – Principais aplicações da aplicação de algoritmos de <i>branch and bound</i> dedicados ao problema de PDO.....	56
Tabela 3.11 – Principais aplicações de decomposição Dantig & Wolfe ao problema de PDO.....	56
Tabela 3.12 – Principais aplicações de decomposição de Benders ao problema de PDO.	57
Tabela 3.13 – Síntese das principais aplicações para o problema de PDO considerando a modelagem da rede elétrica.	59
Tabela 4.1 – Comparação entre o número de variáveis das duas principais formas de aplicação de RL para o problema de PDO.....	70
Tabela 4.2 – Principais aplicações de relaxação Lagrangeana ao problema de PDO.....	94
Tabela 4.3 – Principais aplicações de relaxação com Lagrangeano aumentado ao problema de PDO.	95
Tabela 5.1 – Acoplamentos provocados pelas restrições consideradas para o problema de PDO.	109
Tabela 7.1 – Critério de parada em relação à norma do vetor de inviabilidade, na etapa de RP.	137
Tabela 7.2 – Composição do parque gerador para os estudos de caso realizados	138
Tabela 7.3 – Limites inferior e superior encontrados por cada modelo em cada caso.....	140
Tabela 7.4 – Tempos computacionais para resolução de cada caso, em cada uma das estratégias consideradas (seg.).....	164
Tabela 7.5 – Tempos de CPU para resolução de cada caso, para a modelagem original (caso- base) e as variantes propostas para reduzir a inviabilidade do pseudo-ponto primal (seg).....	166
Tabela 8.1 – Composição do parque gerador de cada subsistema.	171
Tabela 8.2 – Limites de intercâmbios entre subsistemas (MW).....	173
Tabela 8.3 – Configuração da rede elétrica.	173
Tabela 8.4 – Dados utilizados para o <i>unit commitment</i> das unidades geradoras térmicas.	176
Tabela 8.5 – Denominações dos casos estudados no capítulo 8.	178
Tabela 8.6 – Avaliação dos valores ótimos obtidas nas etapas de RL e de RP, em função do número de iterações realizadas na etapa de RL.	179
Tabela 11.1 – Subsistemas considerados nos estudos	238
Tabela 11.2 – Intercâmbios considerados nos estudos	238
Tabela 11.3 – Usinas hidroelétricas considerados nos estudos.....	238
Tabela 11.4 – Unidades geradoras térmicas consideradas nos estudos.	239
Tabela 11.5 – Demanda de energia considerada para todos os intervalos de tempo,	240
Tabela 11.6 – Condições para as usinas hidroelétricas nos estudos considerados.....	240

Tabela 11.7 – Desvios percentuais ocorridos entre os valores de Z obtidos resolvendo o problema por PDD (estratégia 1) ou pela (Estratégia <i>3usi</i>) – todos os casos e usinas.	241
Tabela 11.8 – Desvios percentuais ocorridos entre os valores de Z obtidos resolvendo o problema por PDD (estratégia 1) ou pela (Estratégia <i>3usi</i>) – todos os casos e usinas.	241
Tabela 11.9 – Média dos módulos dos desvios percentuais horários entre Z e GH considerando todos os intervalos, por usina, para o caso H (%).	241
Tabela 11.10 – Diferença percentual, em módulo, entre os valores médios diários de Z e GH , por usina, para o caso H.	242
Tabela 11.11 – Média das inviabilidades para o atendimento da demanda diária a partir dos valores de y e Z	243
Tabela 11.12 – Média dos módulos das diferenças percentuais entre Z e GH em cada intervalo, por usina, para o caso H, na estratégia <i>3usi</i> (%).	244
Tabela 11.13 – Média dos módulos dos desvios percentuais entre Z e GH em cada intervalo, por usina, para o caso H, na estratégia <i>3usi</i> (%).	244

SIGLAS UTILIZADAS

- ACO: *Ant Colony Optimization* (seção 3.3.9);
- AG: Algoritmos Genéticos (seção 3.3.9);
- AI: Algoritmo Imunológico (seção 3.3.9);
- BL: Algoritmos de Busca Local (seção 3.3.10);
- BT: Busca-Tabu (seção 3.3.9)
- CCEE: Comitê de Comercialização de Energia Elétrica (seção 1.3);
- CEPEL: Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (seção 1.1);
- CDP: *Constructive Dynamic Programming* (seção 3.3.7.2);
- CMO: Custo marginal de Operação (seção 3.1.1);
- EED: *Economic Emission dispatch* (seção 3.1.8)
- EP: *Evolutionary Programming* (seção 3.3.9),
- FCF: Função de Custo Futuro (seção 2.4.1);
- FPH: Função de Produção Hidroelétrica (seção 3.1.5.2)
- FR: Algoritmo de fluxo em redes (seção 3.3.5);
- FX: Método de feixes (seção 4.5.4);
- FZ: Algoritmos de lógica Fuzzy (seção 3.3.9);
- HS: *Hydro scheduling* – problema de programação hidroelétrica (seção 3.1.5.2);
- HTDED: *Hydrothermal Dynamic Economic Dispatch* – problema de despacho econômico dinâmico para sistemas hidrotérmicos, sem consideração da modelagem dos reservatórios (seção 3.1.5.1);
- HTED: *Hydrohermal Economic Dispatch* – problema de despacho econômico para sistemas hidrotérmicos, sem consideração da modelagem dos reservatórios (seção 3.1.5.1);
- HTS: *Hydrothermal scheduling* – problema de programação hidrotérmica (seção 3.1.5.2);
- HTUC: *Hydrohermal Unit Commitment* - problema de *unit commitment* hidroelétrico e termoelétrico para sistemas hidrotérmicos (seção 3.1.7);
- HUC: *Hydro Unit Commitment* - problema de *unit commitment* para sistemas puramente hidroelétricos (seção 3.1.6);
- HUC_T: Problema de *unit commitment* hidroelétrico para sistemas hidrotérmicos (seção 3.1.6);
- IA: Algoritmos de Inteligência Artificial (seção 3.3.9)

IT: Nó de Itaipu, na representação esquemática do SIN (seção 1.1);
IV: Nó de Ivaiporã, na representação esquemática do SIN (seção 8.1.1);
LPr: Algoritmos de Lista de Prioridades (seção 3.3.6);
MVL: Método das Variações Locais (seção 3.3.7.3);
N: Subsistema Norte, do SIN (seção 8.1.1);
NE: Subsistema Nordeste, do SIN (seção 8.1.1);
OND: Otimização não Diferenciável (seção 4.5);
ONS: Operador Nacional do Sistema (seção 1.1);
PC: Método de Planos Cortantes (seção 4.5.3);
PD: Programação Dinâmica (seção 3.3.7);
PDAS: Programação Dinâmica com Aproximações Sucessivas (seção 3.3.7.1);
PDI: Programação Dinâmica Incremental (seção 3.3.7.3);
PDO: Programação Diária da Operação (seção 1);
PDD: Programação Dinâmica Dual (seção 3.4.4);
PDDE: Programação Dinâmica Dual Estocástica (seção 2.5.1);
PDMP: Programação Dinâmica Multi-Passo (seção 3.3.7.1);
PIM: Programação Inteira-Mista (seção 3.3.8);
PL: Programação Linear (seção 3.3.3);
PNL: Programação Não-Linear (seção 3.3.4);
PPA: Princípio do Problema Auxiliar (seção 4.8);
PQS: Programação Quadrática Sequencial (seção 3.3.10);
PSO: *Particle Swarm Optimization* (seção 3.3.9);
RL: Relaxação Lagrangeana (capítulo 4);
RP: Recuperação Primal (seção 6.4);
RN: Algoritmos de Redes Neurais (seção 3.3.9);
S: Subsistema Sul, do SIN (seção 8.1.1);
SA: *Simulated Annealing* (seção 3.3.9);
SE: Subsistema Sudeste, do SIN (seção 8.1.1);
SEsp: Sistemas Especialistas (seção 3.3.9);
SG: Método de subgradientes (seção 4.5.2);
SIN: Sistema Interligado Nacional (seção 1.1);
TED: *Thermal Economic Dispatch* - problema de despacho econômico para sistemas termelétricos (seção 3.1.1);

- TDED: *Thermal Dynamic Economic Dispatch* - problema de despacho econômico dinâmico para sistemas termoeletricos (seção 3.1.2);
- TUC: *Thermal Unit Commitment* - problema de *unit commitment* para sistemas puramente termoeletricos (seção 3.1.3);
- TUC_H: problema de *unit commitment* termoeletrico para sistemas hidrotérmicos (seção 3.1.4);
- UC: *Unit Commitment* (capítulo 1);
- UCH: *Unit Commitment* hidroelétrico (capítulo 1);
- UCT: *Unit Commitment* termoeletrico (capítulo 1);
- VMM: *Variable Metric Method* (seção 4.5.6).

NOTAÇÃO PARA O PROBLEMA RESOLVIDO NOS CAPÍTULOS 7 E 8

Dimensões:

- NB : número de barras da rede elétrica;
- NH : número de usinas hidroelétricas;
- nh : número de unidades geradoras hidroelétricas;
- NL : número de linhas da rede elétrica;
- $NRFP_i$: número de restrições de função de produção para a i -ésima usina hidroelétrica;
- NT : número de usinas térmicas;
- nt : número de unidades geradoras térmicas;
- T : número de intervalos de tempo.

Conjuntos:

- $A^{(k)}$: subconjunto de cortes ativos do feixe, na k -ésima iteração do método de feixes para maximização da função dual;
- $B^{(k)}$: conjunto de cortes do feixe, na k -ésima iteração do método de feixes para maximização da função dual;
- $de(l)$: barra definida como de origem para a l -ésima linha;
- Λ_k : conjunto de linhas que incidem à k -ésima barra;
- m_k^l : índice da barra oposta à barra k na linha l ;
- M_i : conjunto de usinas imediatamente à montante da usina hidroelétrica i ;
- $para(l)$: barra definida como de destino para a l -ésima linha;
- \mathcal{G}_k^H : conjunto de unidades geradoras hidroelétricas conectadas à k -ésima barra;
- \mathcal{G}_k^T : conjunto de unidades geradoras térmicas conectadas à k -ésima barra;
- \mathcal{G}_i^H : conjunto de unidades geradoras que pertencem à i -ésima usina hidroelétrica.

Parâmetros (dados):

- A_i^t : afluência incremental à i -ésima usina hidroelétrica, no intervalo t ;
- $\alpha (\cdot)$: função de custo futuro de operação do sistema, tendo como argumento os volumes armazenados em cada reservatório ao final do último intervalo, T ;
- $C_{g_i} (\cdot)$: função de custo de geração da i -ésima unidade térmica, tendo como argumento a geração;
- $C_{0i,k}$: termo independente na k -ésima restrição de função de produção da i -ésima usina hidroelétrica;
- c_{0i} : termo constante da função de custo de geração da i -ésima unidade geradora térmica;
- c_{1i} : termo linear da função de custo de geração da i -ésima unidade geradora térmica;
- c_{2i} : termo quadrático da função de custo de geração da i -ésima unidade geradora térmica;
- C_{fi} : parâmetro de custo de partida a frio da i -ésima unidade geradora térmica;
- $C_{Qi,k}$: termo referente ao turbinamento na k -ésima restrição de função de produção da i -ésima usina hidroelétrica;
- $C_{Si,k}$: termo referente ao vertimento na k -ésima restrição de função de produção da i -ésima usina hidroelétrica;
- $C_{sti} (\cdot)$: função de custo de partida da i -ésima unidade geradora térmica, tendo como argumentos os status da unidade nos intervalos $t-1$ e t ;
- $C_{Vi,k}$: termo referente ao volume armazenado na k -ésima restrição de função de produção da i -ésima usina hidroelétrica;
- D_k^t : demanda na k -ésima barra, no intervalo t ;
- $\overline{f_l}$: limite máximo de fluxo da l -ésima linha;
- $FPH_i (\cdot)$: função de produção da i -ésima usina hidroelétrica, tendo como argumentos o volume armazenado, a vazão turbinada e o vertimento;
- $\overline{gh_i}$: limite máximo de geração da i -ésima unidade geradora hidroelétrica;
- $\underline{GH_i}$: limite mínimo de geração da i -ésima usina hidroelétrica;

- \overline{GH}_i : limite máximo de geração da i -ésima usina hidroelétrica;
- \underline{gt}_i : limite mínimo de geração da i -ésima unidade geradora térmica;
- \overline{gt}_i : limite máximo de geração da i -ésima unidade geradora térmica;
- \overline{Q}_i : vertimento máximo da i -ésima usina hidroelétrica;
- \overline{S}_i : limite máximo de vertimento da i -ésima usina hidroelétrica;
- t_{down_i} : duração da curva de desligamento da i -ésima unidade geradora térmica;
- t_{up_i} : duração da curva de acionamento da i -ésima unidade geradora térmica;
- \underline{V}_i : limite mínimo de volume armazenado da i -ésima usina hidroelétrica;
- \overline{V}_i : limite máximo de volume armazenado da i -ésima usina hidroelétrica;
- x_l : reatância da l -ésima linha;
- $g_i^{down,k}$: geração da i -ésima unidade geradora térmica, no k -ésimo intervalo de sua curva de desligamento;
- $g_i^{up,k}$: geração da i -ésima unidade geradora térmica, no k -ésimo intervalo de sua curva de acionamento.

Variáveis de controle/estado:

- f_l^t : fluxo na l -ésima linha, no intervalo t ;
- gh_i^t : geração da i -ésima unidade geradora hidroelétrica, no intervalo t ;
- GH_i^t : geração da i -ésima usina hidroelétrica, no intervalo t ;
- gt_i^t : geração da i -ésima unidade geradora térmica, no intervalo t ;
- GT_i^t : geração da i -ésima usina térmica, no intervalo t ;
- λ : vetor de variáveis duais do problema;
- $\theta(.)$: função dual do problema (definida na seção 6.1);
- θ_k^t : ângulo de tensão da k -ésima barra, no intervalo t ;
- Q_i^t : turbinamento da i -ésima usina hidroelétrica, no intervalo t ;

- S_i^t : vertimento da i -ésima usina hidroelétrica, no intervalo t ;
- u_i^t : status da i -ésima unidade geradora térmica, no intervalo t (0: desligada; 1: ligada);
- V_i^t : volume armazenado da i -ésima usina hidroelétrica, ao final do intervalo t ;
- x : vetor de variáveis primais do problema;
- y_i^t : variável artificial introduzida para duplicar a variável de geração da i -ésima unidade geradora térmica, no intervalo t (vide seção 6.1);
- z_i^t : variável artificial introduzida na estratégia $3uni$ para duplicar a variável de geração da i -ésima unidade geradora hidroelétrica, no intervalo t (vide seção 6.1);
- Z_i^t : variável artificial introduzida na estratégia $3usi$ para duplicar a variável de geração da i -ésima usina hidroelétrica, no intervalo t (vide seção 6.1.1).

1 INTRODUÇÃO

O problema de Programação Diária da Operação (PDO) de um sistema hidrotérmico consiste em determinar o despacho horário de geração das usinas hidroelétricas e termoelétricas¹ para o dia seguinte, atendendo à demanda de energia elétrica ao longo do dia, às restrições operativas das usinas e às restrições elétricas do sistema. Este problema se insere no contexto do planejamento de curto prazo da operação [1], cujo horizonte de estudo é usualmente de até 1 semana.

Vários critérios podem ser usados na determinação do despacho ótimo, tais como: minimização de custos, minimização dos desvios em relação a metas pré-estabelecidas, minimização das emissões de poluentes pelas usinas térmicas, maximização da segurança elétrica, ou ainda a maximização da margem do lucro de uma empresa em um ambiente competitivo [2]. Pode-se inclusive considerar simultaneamente mais de um objetivo [3]. Dentre os critérios citados, o mais adotado na literatura é o de minimização de custos. Como consequência da reestruturação do setor elétrico em diversos países, também começa a ser utilizada a abordagem voltada para a maximização de lucros.

A geração horária das usinas hidroelétricas e térmicas deve ser determinada de forma coordenada, por várias razões: existe uma interligação elétrica entre as usinas que deve ser representada na modelagem, há diversas usinas hidroelétricas que estão dispostas em “cascata” ao longo de um mesmo rio, e também porque as decisões de operação atual e futura dos reservatórios são dependentes entre si. Estes aspectos introduzem no problema de PDO acoplamentos chamados “espaciais” e “temporais”. Pode haver ainda um grande número de restrições operativas para os reservatórios, para as usinas hidroelétricas e para as usinas térmicas, algumas das quais requerem uma formulação não linear e com variáveis inteiras. Tudo isto torna a programação diária da operação uma tarefa complexa, principalmente em um sistema de grande porte como o brasileiro.

A fim de garantir as necessidades presentes e futuras de energia do sistema elétrico, a PDO deve estar associada ao planejamento de médio e longo prazos da operação [4]. Devido à grande dificuldade de se considerar de forma simultânea o planejamento e a programação da operação em um só problema, definem-se os problemas de

¹ É comum no setor elétrico denominar estas usinas também por “térmicas”. Assim, “termoelétrico” e “térmico” são conceitos equivalentes neste texto, bem como os termos “hidrotérmico” ou “hidrotermoelétrico”.

programação e de planejamento da operação, que são resolvidos separadamente. Para realizar a coordenação entre ambos, o problema de PDO incorpora, *a priori*, informações obtidas após se resolver o problema de planejamento (ou seja, os problemas de médio e longo prazos). Uma alternativa consiste em se definir para a PDO as metas operativas para as usinas hidroelétricas (por exemplo, de geração ou de volume final), as metas de geração para as usinas térmicas, ou os intercâmbios entre subsistemas, que foram obtidos ao se resolver o problema de planejamento. Em outros enfoques, como o adotado neste trabalho, estabelecem-se indiretamente custos incrementais para a geração hidroelétrica através de uma valoração econômica da água dos reservatórios, dada pela solução do problema de planejamento da operação.

Um outro aspecto fundamental da PDO refere-se à consideração detalhada da rede de transmissão, a fim de que se determine uma operação mais realista em relação à obtida quando se consideram apenas os intercâmbios entre as diferentes áreas do sistema. Em virtude da dificuldade de se considerar a modelagem AC em um problema que já inclui de forma detalhada múltiplas restrições operativas para as usinas hidroelétricas e térmicas, uma boa aproximação pode ser obtida utilizando-se uma modelagem linear da rede elétrica¹, considerando os limites de fluxos nos circuitos [5].

Por sua vez, uma representação acurada da operação das usinas envolve a consideração das restrições de *unit commitment* (UC) térmico [6] e hidroelétrico [7] para as unidades geradoras. As primeiras restrições incluem, por exemplo, a representação de custos de partida e de tempos mínimos de permanência ligada e desligada para as unidades térmicas, bem como restrições de geração térmica mínima (vide seção 5.4). Já as restrições de UC hidroelétrico incluem a consideração de zonas proibidas de operação, de curvas de rendimento das turbinas hidráulicas, de perdas hidráulicas nos sistemas de tomada e adução de água, e de limitações no número de acionamentos/desligamentos das unidades. Neste trabalho, são consideradas as restrições de UC térmico e a modelagem detalhada da rede elétrica. Embora as restrições de UC hidroelétrico não sejam representadas, a estratégia de decomposição proposta foi desenvolvida com o intuito de incluí-las no futuro.

¹ Esta modelagem também é denominada neste texto e na literatura em geral como modelagem DC.

1.1 Contexto do Trabalho

O planejamento da operação hidrotérmica do Sistema Interligado Nacional¹ (SIN) é conduzido pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS)², que planeja a operação mensal e semanal do sistema. Para resolver os problemas de longo e médio prazos da operação, utilizam-se os modelos NEWAVE e DECOMP, desenvolvidos pelo CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica³. Estes dois modelos, em conjunto com o modelo para a programação diária, DESSEM, formam o eixo central da cadeia de modelos concebida para o planejamento e operação do SIN [8] (vide Figura 2.2), e estão baseados no critério de minimização da soma dos custos de geração térmica e de déficit de energia no sistema ao longo dos respectivos horizontes de planejamento.

O modelo DESSEM tem sido desenvolvido pelo CEPEL desde 1998 [9]-[11], devido à necessidade de se dispor de uma ferramenta para a otimização da programação diária da operação do sistema elétrico brasileiro e para o estabelecimento dos custos marginais do sistema em uma base horária. Esta necessidade surgiu com o início da reestruturação do setor elétrico brasileiro, em 1996.

Atualmente, uma variante desse modelo, denominada DESSEM-PAT, encontra-se em fase de validação pelo ONS e pelos agentes do setor elétrico brasileiro para ser utilizada como ferramenta de apoio para o cálculo da programação diária da operação. A versão em avaliação considera um horizonte de 1 semana, com discretização horária ou em intervalos maiores, e modela o problema de forma linear com variáveis contínuas, resolvendo-o por meio de Programação Dinâmica Dual (PDD) [12], considerando uma modelagem DC com perdas da rede elétrica [13].

O modelo DESSEM-PAT calcula a PDO sem considerar as restrições de UC térmico. Este enfoque é comumente adotado em sistemas predominantemente hidroelétricos, nos quais as usinas térmicas tendem a operar na base⁴ ou desligadas, e a ponta de demanda é em geral atendida pelas usinas hidroelétricas [14]. No entanto, como se tem observado um aumento progressivo no percentual de usinas térmicas na composição do sistema

¹ Esta sigla foi adotada pelo Operador Nacional do Sistema, ONS, para designar o sistema elétrico brasileiro.

² <http://www.ons.org.br>

³ <http://www.cepel.br>

⁴ Diz-se que uma usina opera na “base” quando permanece em sua capacidade máxima de geração por um período prolongado de tempo.

brasileiro, a consideração das restrições de UC térmico na programação da operação pode vir a proporcionar decréscimos relevantes nos custos de operação do sistema. Este trabalho visa então incorporar essas restrições de UC térmico no problema de PDO, em conjunto com a modelagem detalhada da rede elétrica.

Uma primeira extensão do modelo DESSEM para representar de forma mais adequada as restrições de UC para as unidades geradoras térmicas foi desenvolvida a partir de 2000 e apresentada em [15], trabalho do qual o autor desta tese é co-autor. A metodologia de resolução proposta naquele trabalho é composta de duas etapas sucessivas:

- **Relaxação Lagrangeana (RL):** consiste em decompor o problema por meio de duplicação de variáveis e relaxação Lagrangeana [16], para dividi-lo em uma seqüência de subproblemas térmicos e hidrotérmicos, de resolução mais simples em relação ao problema original, devido ao desacoplamento. As restrições de UC térmico são incluídas no subproblema térmico, que é resolvido por programação dinâmica [17], enquanto o subproblema hidrotérmico, que inclui o atendimento a demanda e as restrições para as usinas hidroelétricas, é resolvido por programação linear [18]. Para realizar a coordenação entre os subproblemas, resolve-se um problema dual, não diferenciável, pelo método de feixes [19].
- **Recuperação Primal (RP):** uma vez que a RL não garante em geral a obtenção de um ponto viável para as restrições do problema, busca-se nesta etapa a viabilidade primal, a partir da estratégia ótima dual definida na etapa anterior. Para tal, utilizam-se Lagrangeanos aumentados [20]. A resolução do problema dual nesta etapa é feita por técnicas de otimização diferenciável e os subproblemas são resolvidos por programação quadrática [21], [22].

Apesar dos bons resultados apresentados por essa metodologia, alguns inconvenientes podem ser apontados:

- o subproblema hidrotérmico, que deve ser resolvido a cada iteração da etapa de RL, ainda é de grande porte, pois acopla todas as usinas hidroelétricas e todos os intervalos de tempo. Sua resolução foi feita desagregando-o por intervalo de tempo, utilizando funções de custo futuro (vide seção 5.1.3) obtidas por uma resolução prévia do problema contínuo por PDD. Este procedimento pode levar à obtenção de

pontos sub-ótimos para o subproblema e, como consequência, a uma resolução inexata do problema dual;

- a consideração da rede elétrica, mesmo em uma modelagem linear, torna-se difícil, pois acentua os problemas mencionados no item anterior;
- uma futura incorporação de restrições de UC hidroelétrico ao problema torna-se bastante difícil com a decomposição realizada, principalmente por não haver uma separação entre uma possível modelagem não linear e inteira das restrições para as unidades geradoras hidroelétricas e a modelagem da rede elétrica (ressalta-se que, apesar das restrições da rede elétrica serem lineares, estas acoplam todo o parque hidrotérmico).

1.2 Objetivo do Trabalho

O trabalho desta tese visa, a partir de um aprimoramento da metodologia apresentada em [15], desenvolver um modelo que possibilite a resolução do problema de PDO considerando não só as restrições de UC térmico, mas também uma modelagem da rede elétrica e as restrições de UC hidroelétrico, para sistemas de grande porte e complexidade como o SIN. Neste trabalho, consideram-se as restrições de UC térmico e a modelagem da rede elétrica, e planeja-se no futuro próximo incluir as restrições de UC hidroelétrico.

1.3 Metodologia Proposta e Contribuições

Em relação a [15], as contribuições desta tese são as seguintes:

- uma extensão nas decomposições realizadas na etapa de RL: com isso, divide-se o problema de PDO nos subproblemas térmico, hidroelétrico e elétrico. Essa maior desagregação do problema permite que cada subproblema possa ser modelado de forma mais precisa e resolvido por algoritmos mais especializados, e portanto mais rápidos;
- incorporação das restrições da rede elétrica no subproblema elétrico, segundo uma modelagem DC. Ressalta-se que a consideração conjunta das restrições de UC térmico, de uma modelagem detalhada das usinas hidroelétricas e da rede elétrica no problema de PDO para sistemas de grande porte ainda é bastante incipiente na

literatura da área (vide as poucas referências relacionadas na seção 3.5 para o problema denominado $SCTUC_H$);

- revisão bibliográfica sobre o estado da arte do problema de PDO, com uma classificação e comparação de mais de 300 trabalhos (capítulos 3 e 4).

Considera-se um estudo determinístico em relação às afluências para as usinas hidroelétricas, com um horizonte de 1 dia e um critério de minimização dos custos de geração térmica. O acoplamento com o planejamento da operação é feito através de uma função de custo futuro (FCF) obtida *a priori* a partir da solução dos problemas de longo, médio e curto prazos da operação, com os modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM, respectivamente. Esta FCF fornece uma estimativa, a partir dos volumes alcançados nos reservatórios ao final do dia de programação, dos custos esperados de geração térmica e de déficit de energia ao longo do horizonte de planejamento, atualmente de 5 anos.

1.4 Relevância do Trabalho

No contexto de programação da operação para o setor elétrico brasileiro, a metodologia proposta nesta tese pode ser utilizada pelos seguintes agentes:

- ONS, com o objetivo de definir metas horárias mais realistas de geração térmica e hidroelétrica para as usinas do SIN, uma vez que no cálculo dessas metas estarão sendo consideradas de forma detalhada a rede de transmissão e as restrições operativas para as usinas hidroelétricas e térmicas;
- CCEE (Câmara de Comercialização da Energia Elétrica)¹, para que possa calcular o custo marginal de energia para o dia seguinte em uma base horária, seja nodal (por barra) ou para cada um dos subsistemas que compõem o SIN;
- pelas empresas do setor elétrico, para que possam otimizar a programação da operação de suas unidades geradoras em uma base horária.

¹ Antiga ASMAE, órgão criado em 1999 durante a reestruturação do setor elétrico brasileiro, para coordenar a comercialização de energia (<http://www.ccee.org.br>).

1.5 Organização do Trabalho

O presente trabalho é organizado em nove capítulos, segundo descrito a seguir.

No capítulo 2, discute-se sucintamente o problema de planejamento da operação dos sistemas de energia elétrica, sob o enfoque da geração. São descritas suas características básicas e os objetivos e principais aspectos considerados nas etapas de longo, médio e curto prazo. A seção final descreve a cadeia de modelos desenvolvida pelo CEPEL e utilizada pelo ONS para auxiliar a operação do SIN de forma econômica.

Os capítulos 3 e 4 contêm um resumo do estudo bibliográfico exaustivo realizado ao longo do desenvolvimento deste trabalho, que compreendeu o estudo de mais de 500 publicações. No capítulo 3, descrevem-se as diversas formas que o problema de planejamento de curto prazo da operação pode apresentar, e faz-se uma revisão das modelagens e das estratégias de resolução propostas na literatura para resolver os diversos tipos de problema envolvidos. No capítulo 4, estuda-se a aplicação de relaxação Lagrangeana ao problema de PDO. Descrevem-se os passos necessários para a utilização desta técnica e como cada um desses passos tem sido tratado na literatura.

No capítulo 5, apresenta-se a modelagem do problema de PDO realizada nesta tese. Descreve-se a função objetivo e as restrições do problema, as quais podem ser divididas em três subconjuntos: restrições do sistema, das usinas hidroelétricas e das usinas térmicas. Formula-se matematicamente o problema primal e faz-se uma análise dos acoplamentos existentes entre suas variáveis, bem como da natureza de suas restrições.

No capítulo 6, detalha-se a estratégia adotada para resolver o problema, que utiliza RL com duplicação de variáveis para definir o problema dual. São descritas as decomposições realizadas e as técnicas empregadas para resolver os subproblemas térmico, hidroelétrico e elétrico resultantes, além do problema dual que faz a coordenação entre os subproblemas. Posteriormente, descreve-se uma segunda etapa de resolução, denominada de recuperação primal, pela qual se busca um ponto viável para o problema primal, a partir dos multiplicadores e do ponto primal obtidos ao final da etapa de RL.

No capítulo 7, apresentam-se estudos de caso com configurações referentes a vários subconjuntos do SIN, a fim de verificar a consistência da metodologia, avaliar sua

performance em relação a diversos aspectos que têm sido apontados na literatura como deficiências da relaxação Lagrangeana, e realizar diversas análises de sensibilidade em relação a alguns parâmetros e variantes do modelo.

No capítulo 8, mostra-se um estudo com o sistema brasileiro completo, envolvendo 117 usinas hidroelétricas, 123 unidades geradoras térmicas e uma rede elétrica com 3544 barras e 5046 linhas.

Finalmente, no capítulo 9 apontam-se as principais conclusões e desenvolvimentos futuros que podem ser realizados a partir deste trabalho.

2 O PLANEJAMENTO DA GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Este capítulo se inicia com uma breve descrição, na seção 2.1, dos principais componentes dos sistemas de energia elétrica. Na seção 2.2, discutem-se as características do planejamento da geração, que se divide nos problemas de planejamento da expansão e da operação. Posteriormente, apresenta-se com mais detalhe o problema de planejamento da operação: citam-se, na seção 2.3, os principais critérios que podem ser adotados na otimização; descrevem-se, na seção 2.4, as etapas em que se subdivide o problema; e mencionam-se, na seção 2.5, as principais técnicas aplicadas aos problemas de médio e de longo prazos. Finalmente, na seção 2.6, descrevem-se as características principais do sistema elétrico brasileiro e os modelos adotados atualmente pelo ONS para realizar o planejamento da operação do SIN.

2.1 Componentes dos Sistemas de Energia Elétrica

Um sistema de energia elétrica compreende três elementos básicos: geração, transmissão e consumo [1].

A **geração** compreende os elementos produtores de energia elétrica, de qualquer porte e fonte energética, que se dividem de forma geral em usinas hidroelétricas e térmicas, estas últimas podendo ser a carvão, óleo diesel, gás natural, ou combustível nuclear. Há ainda as fontes ditas alternativas, como geradores eólicos, solares, biomassa, entre outros. A chamada geração distribuída, como por exemplo os microgeradores a gás em estabelecimentos comerciais e co-geração nas indústrias, também são exemplos de geração de energia elétrica.

O **consumo** corresponde a todo e qualquer ponto onde há utilização da energia elétrica para algum fim, seja residencial, comercial ou industrial.

A **transmissão** compreende todos os componentes necessários para levar a energia elétrica desde os pontos de geração até os pontos de consumo. Esta se subdivide em sistemas de transmissão e de distribuição. Seus elementos básicos são as linhas de transmissão e as subestações (barras), sendo necessária ainda a utilização de outros componentes como transformadores, reatores e capacitores, para permitir que a energia seja entregue de forma eficiente e nos padrões de qualidade desejados.

Mostra-se na Figura 2.1 um esquema dos principais componentes de um sistema de energia elétrica. Como o foco deste trabalho é a programação da operação das usinas, será dado neste capítulo um enfoque ao planejamento da **geração** de energia elétrica. Não serão descritos aspectos inerentes ao planejamento do sistema de transmissão [23] ou a estudos de consumo de energia elétrica [24].

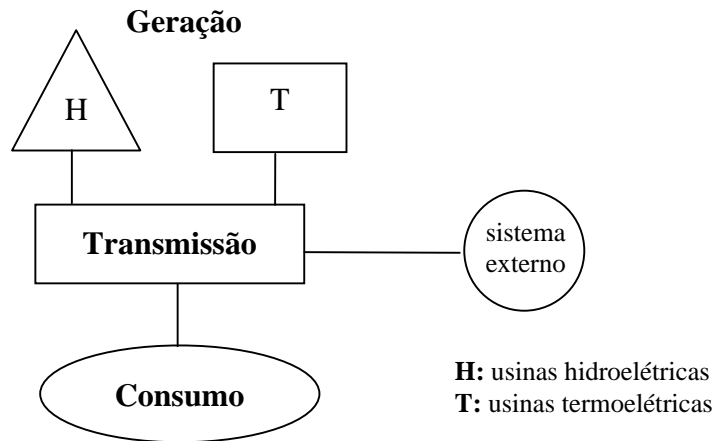


Figura 2.1 – Componentes de um sistema de energia elétrica.

Geração de Energia Elétrica

As usinas hidroelétricas geram energia elétrica a partir da conversão da energia potencial nas quedas d'água construídas ao longo dos leitos dos rios. As usinas térmicas geram energia a partir de algum combustível, e se dividem em dois tipos: as convencionais, que utilizam materiais fósseis como carvão, óleo combustível e gás natural, e as nucleares, que utilizam urânio para obter energia através da fissão atômica.

De acordo com a composição de seu parque gerador, um sistema elétrico pode ser denominado de hidroelétrico, térmico ou hidrotérmico. Na maioria dos países os sistemas são do último tipo, com a participação de cada tipo de fonte dependendo da disponibilidade dos recursos naturais da região que ocupam.

O Brasil é um país predominantemente hidroelétrico: cerca de 90% de sua capacidade instalada para geração de eletricidade provém de usinas hidroelétricas [25], distribuídas entre 12 bacias hidrográficas (vide Figura 8.2).

2.2 Características do Planejamento da Geração

O planejamento da geração pode ser subdividido em 2 etapas: planejamento da expansão e planejamento da operação. Na primeira etapa, de muito longo prazo (de 10 a 30 anos, ou mais), elaboram-se planos alternativos de expansão que fornecem as datas e locais ótimos para a construção de novas usinas hidroelétricas, usinas térmicas e troncos de interligação. Na segunda etapa, descrita com mais detalhes ao longo deste capítulo, planeja-se como operar de forma ótima o sistema segundo um cronograma de expansão pré-determinado, em um horizonte em geral de até 10 anos.

2.2.1 Planejamento da expansão

Em relação à oferta de energia elétrica, estudam-se os recursos energéticos disponíveis e as novas tecnologias que possam surgir em um horizonte em geral de até 30 anos, a fim de determinar uma carteira de usinas “candidatas” à construção. Realiza-se um inventário hidroelétrico das bacias hidrográficas [26], assim como estudos de custo e viabilidade da extração e transporte dos combustíveis fósseis para suprir as usinas térmicas nas regiões aonde sua implantação venha a ser cogitada. É importante também quantificar os impactos ambientais dos novos empreendimentos. Com base nesses estudos, calculam-se os custos de construção e os montantes de energia disponibilizados pelas usinas candidatas ao longo do horizonte de estudo.

Do lado da demanda de energia elétrica, projeta-se o crescimento do consumo de energia no período considerado. Estabelecem-se padrões de confiabilidade para o suprimento [4] e estima-se o custo de déficit de energia no sistema¹, cujo cálculo é bastante complexo, por envolver diversas variáveis sócio-econômicas incertas [27].

A partir dos dados obtidos em todos esses estudos, resolve-se em geral um problema estocástico de programação matemática incluindo variáveis inteiras para determinar a expansão ótima do sistema considerando as alternativas mencionadas no início da seção 2.2, segundo alguns critérios como o custo e a probabilidade de déficit [28]. Atualmente, para auxiliar neste processo, o CEPREL dispõe de um modelo determinístico em relação à demanda e às afluências às usinas hidroelétricas, denominado MELP [29].

¹ Assume-se a possibilidade de ocorrência de déficit, uma vez que planejar o sistema para um risco zero de falta de energia seria economicamente inviável.

2.2.2 Planejamento da operação

O planejamento da operação tem por objetivo principal determinar, a partir de dados conhecidos de expansão de geração e de crescimento da demanda, os montantes de geração térmica e hidroelétrica que devem ser realizados ao longo do tempo, segundo alguns critérios pré-estabelecidos (vide seção 2.3).

Para sistemas hidrotérmicos, o planejamento da operação é uma tarefa difícil, pelos seguintes motivos:

- é um problema dito “**acoplado no tempo**”, uma vez que as decisões atuais de se utilizar geração térmica ou hidroelétrica têm efeito sobre as disponibilidades futuras de água nos reservatórios. Há ainda acoplamentos temporais adicionais no curto prazo devido ao tempo de viagem da água entre usinas consecutivas em uma cascata;
- é um problema dito “**acoplado no espaço**”, devido à presença de várias usinas em uma mesma cascata, e pelo fato das usinas concorrerem entre si para o atendimento à demanda do sistema;
- é um problema **estocástico**, uma vez que as afluências futuras às usinas hidroelétricas (principalmente no Brasil) e/ou a demanda de energia (principalmente na Europa e nos EUA) são muito incertas;
- é um problema de **formulação matemática complexa**, pois inclui simultaneamente restrições não lineares (como por exemplo a função que relaciona a geração hidroelétrica com a vazão turbinada e o volume armazenado do reservatório) e variáveis inteiras (como por exemplo o status ligada/desligada das unidades geradoras térmicas);
- é um problema de **grande porte**: o sistema hidrotérmico brasileiro apresenta atualmente cerca de 120 usinas hidroelétricas despachadas de forma centralizada¹ e interligadas tanto hidráulica como eletricamente. Além disso, a operação deve ser planejada considerando-se um horizonte temporal longo (10 anos), uma vez que muitos reservatórios são de regularização pluri-anual². Finalmente, o número de

¹ Segundo dados do Programa Mensal da Operação, realizado pelo ONS em outubro de 2006.

² Um reservatório de regularização pluri-anual leva alguns anos para esvaziar ou encher completamente, como por exemplo a usina de Furnas, na bacia do Rio Grande.

restrições elétricas, hidroelétricas e térmicas que devem ser consideradas pode ser muito grande;

- é um problema altamente **estratégico**, pelos déficits futuros de energia que podem ser evitados, e pelo grande impacto sócio-econômico derivado do preço de energia elétrica, que é estabelecido com base nos resultados dos modelos de planejamento da operação.

Para concluir, observa-se que o problema de planejamento da operação é bastante abrangente, na medida em que é responsável tanto pela otimização pluri-anual dos reservatórios, no longo prazo, quanto pelo despacho horário das usinas, na programação diária (vide seção 2.4). Este último problema é o considerado neste trabalho de tese.

2.3 Critérios para o Planejamento da Operação

Uma série de critérios podem ser adotados no planejamento da operação, dentre os quais se destacam:

- **minimização do custo operativo:** é o critério clássico na otimização da operação energética, e ainda hoje o mais empregado, principalmente em sistemas onde a operação é determinada de forma centralizada;
- **maximização do lucro de uma empresa:** este critério tem sido adotado em problemas de despacho voltado para preços, e não para custos, principalmente em problemas onde se deseja determinar a melhor estratégia individual de uma empresa que desempenha suas atividades em um mercado competitivo [2];
- **garantia da segurança e confiabilidade do sistema:** sabe-se que o objetivo de minimização de custos é conflitante com o objetivo de maximização da confiabilidade de um sistema [30]. Podem-se portanto utilizar estratégias operativas que priorizem a garantia da segurança no suprimento de energia elétrica, em detrimento da minimização dos custos [31];
- **diminuição dos impactos ambientais:** neste caso, procura-se calcular um despacho que reduza os impactos ambientais, como por exemplo, os causados pela emissão de poluentes pelas usinas térmicas [32].

Em geral, dois ou mais desses critérios encontram-se presentes na definição do problema de planejamento da operação. O procedimento mais comum na literatura é escolher um critério principal para ser otimizado, e incluir restrições ao problema de forma que os demais critérios estejam atendidos de forma satisfatória. Outra alternativa é adotar uma abordagem multi-objetivo para resolver o problema, e procurar uma solução ótima de Pareto de melhor compromisso dentre dois ou mais objetivos, segundo as preferências do decisor [33].

O critério em vigor em 2006 no planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro é o de minimização dos custos operativos. Critérios de segurança e ambientais estão presentes por meio da adição, em todas as etapas do planejamento, de uma série de restrições operativas para os reservatórios e as usinas, que garantem o atendimento a esses critérios adicionais.

2.3.1 Planejamento com critério de mínimo custo

O planejamento da operação com critério de mínimo custo operativo é realizado a partir de dois dados básicos de custos: os custos fixos e de combustíveis para as usinas térmicas e os custos incrementais de déficit de energia no futuro¹. Para as usinas térmicas, os custos fixos dependem de suas características operativas, enquanto os custos de combustíveis podem oscilar, uma vez que estes se constituem basicamente de derivados do petróleo. Por sua vez, os custos incrementais de déficit representam uma estimativa para as perdas econômicas causadas por um eventual decréscimo no suprimento de energia, e podem ser diferenciados de acordo com a profundidade do corte de carga realizado.

A água utilizada pelos reservatórios tem em princípio custo zero, já que ela é provida naturalmente com as afluências pluviais. No entanto, não é possível atender continuamente os sistemas hidrotérmicos somente com geração hidroelétrica, pela sua forte dependência das condições hidrológicas (sujeitas a incertezas), e pela capacidade limitada de armazenamento dos reservatórios. Assim, as estratégias usualmente adotadas para realizar o planejamento levam ao estabelecimento do chamado **valor da água**, que quantifica o benefício incremental da água no sistema ou individualmente nos reservatórios, ao longo do tempo [34], [35], a fim de evitar déficits de energia futuros. O

¹ Os custos de construção das usinas não são considerados no planejamento da operação, por já terem sido incluídos nos estudos de expansão.

despacho do sistema é determinado comparando-se então os custos incrementais de geração nas usinas térmicas com os custos de deplecionamento dos reservatórios, devido às gerações nas usinas hidroelétricas.

2.4 Etapas do Planejamento da Operação

Pela sua complexidade e pelas dificuldades apontadas na seção 2.2.2, é prática comum decompor o planejamento da operação em diferentes etapas, referentes aos níveis estratégico (longo prazo), tático (médio prazo) e operacional (curto prazo) em que as decisões costumam ser tratadas em Pesquisa Operacional [36].

Diversas divisões são propostas na literatura, seja para sistemas puramente térmicos [37]-[39], puramente hidroelétricos [40], ou hidrotérmicos [8], [41]-[44]. Em geral podem-se identificar três etapas básicas: longo prazo, médio prazo e curto prazo, cujos horizontes de estudo e discretizações temporais variam de um trabalho para outro. A etapa de curto prazo é denominada também neste trabalho de programação diária da operação (PDO), especialmente quando o horizonte de estudo se restringe a 1 dia de operação.

Devido à dificuldade, em termos matemáticos e computacionais, de se considerarem de forma detalhada todos os aspectos referentes ao planejamento da operação em cada etapa, deve ser feita uma priorização na modelagem de cada tipo de problema. Em geral, no longo prazo, as incertezas hidrológicas são modeladas em detalhe, enquanto as restrições operativas das usinas são vistas de forma simplificada. À medida que se avança para o curto prazo, procura-se representar com mais detalhes as usinas e a rede de transmissão elétrica, e há uma tendência em se abandonar a modelagem estocástica em favor de um tratamento determinístico do problema, ou seja, considerando um cenário único de afluições às usinas hidroelétricas e de demanda de energia no sistema.

2.4.1 Interação entre as etapas de planejamento

Como já foi mencionado, a separação do problema de planejamento da operação nos modelos de longo, médio e curto prazos requer uma coordenação entre esses modelos, para que se consiga a otimização do problema como um todo, pelo menos de forma aproximada.

A ordem de execução dos modelos deve ser do longo prazo até o curto prazo. Há diversas formas de se realizar a coordenação entre as etapas, podendo-se fazer uma distinção entre abordagens do tipo primal e do tipo dual. Na seqüência, descreve-se a diferença entre esses dois tipos de abordagem para sistemas hidrotérmicos. Formas alternativas para sistemas puramente térmicos são discutidas em [39], [45], [46].

Na abordagem primal, não se definem, para o modelo de curto prazo, custos para a geração hidroelétrica, mas sim metas de volume final [47], [48], de defluência [40], [49] ou de geração [50], [51] para as usinas hidroelétricas. Estas metas podem corresponder aos valores obtidos na operação da primeira semana no modelo de médio prazo (no caso de um horizonte semanal para o curto prazo), ou por uma desagregação dessa meta ao longo dos dias (no caso de um horizonte de 1 dia para o curto prazo).

Na abordagem dual, o modelo de médio prazo fornece para o modelo de curto prazo os chamados “valores da água” para as diversas usinas hidroelétricas, os quais indicam os benefícios incrementais no futuro, medidos a valor presente, de se manter água armazenada nos reservatórios ao final do horizonte de curto prazo. Estes valores podem ser fixos para cada reservatório [47], [52], [53] ou variar de acordo com o volume armazenado, segundo funções individuais por reservatório [54], [55]. Uma abordagem mais sofisticada consiste em se construir uma função de custo futuro (FCF) multivariada para o sistema, que relaciona o custo esperado de operação no futuro com o vetor de volumes armazenados em todos os reservatórios ao final do horizonte de curto prazo [8], [44], [56], [57].

Ambas as abordagens apresentam vantagens e limitações. A abordagem dual, se por um lado dá maior liberdade para as decisões no modelo de curto prazo, por outro lado tem suas decisões operativas dependentes de um estabelecimento acurado dos valores da água ou da FCF.

Já a abordagem primal assegura ao planejador que as metas definidas na etapa de médio prazo serão atendidas tão próximas quanto possível pelo modelo de curto prazo. Esta abordagem se baseia na idéia de que as decisões econômicas são tomadas pelos modelos de médio e longo prazos, sendo a função principal da programação de curto prazo garantir a viabilidade elétrica e energética da operação. No entanto, a representação do sistema e das restrições é bem mais detalhada no modelo de curto prazo em relação ao

modelo de médio prazo. Assim, a obediência a essas metas pode promover um distanciamento grande em relação à solução ótima do problema sem metas, especialmente quando as previsões das condições do sistema (e.g., aflúências naturais às usinas hidroelétricas, disponibilidades de geração) no modelo de curto prazo apresentam mudanças significativas em relação aos valores considerados nos modelos de médio e longo prazos [56].

Para amenizar este problema, podem-se estabelecer metas flexíveis para o curto prazo, como por exemplo definindo o volume final dos reservatórios ou a geração média das usinas por meio de intervalos [58], [59]. Uma outra alternativa, porém bastante cara do ponto de vista computacional, é realizar um processo iterativo entre os modelos de curto e médio prazo [60]. Em [61], propõe-se a utilização da abordagem dual para os grandes reservatórios e da abordagem primal para os reservatórios pequenos.

Neste trabalho, a abordagem considerada para o modelo de PDO é do tipo dual, e utiliza uma FCF multivariada, cujas variáveis são os volumes armazenados nos reservatórios ao final do dia.

2.5 Técnicas de Otimização Propostas para o Planejamento

Devido à natureza predominantemente hidroelétrica do SIN, serão mencionadas apenas metodologias propostas para o planejamento de sistemas hidroelétricos ou hidrotérmicos.

2.5.1 Planejamento a médio e longo prazos

Para o planejamento de médio e longo prazos de sistemas hidrotérmicos, têm sido propostos métodos baseados em algoritmos de fluxo em redes [62]-[64], métodos de curva de duração de carga [65], combinação de programação linear (PL) com programação dinâmica (PD) [42], ou decomposição de Benders multi-estágio [8], [12], [66], [67], também chamada de PD dual estocástica (PDDE).

A representação das usinas hidroelétricas tem sido feita de forma agregada [68], [69], individualizada [64], [70], ou por meio de uma representação híbrida [71]. Quanto à consideração das incertezas nas aflúências às usinas hidroelétricas, tem sido proposta a adoção do conceito de equivalente determinístico [64], a representação por árvore de

cenários [72], ou a incorporação de um modelo estatístico acurado dentro do processo de otimização [73].

2.5.2 Planejamento de curto prazo

Uma grande variedade de técnicas têm sido aplicadas para o planejamento de curto prazo e a PDO para o horizonte de 1 dia, dependendo do tipo de problema considerado (segundo a classificação apresentada na seção 3.1). Por se tratar do assunto estudado neste trabalho, uma revisão bibliográfica detalhada dos métodos propostos é apresentada nos capítulos 3 e 4.

2.6 Planejamento da Geração do Sistema Elétrico Brasileiro

Como mencionado anteriormente, o Brasil é um país predominantemente hidroelétrico. O planejamento da expansão do setor elétrico brasileiro é de responsabilidade do Ministério de Minas e Energia¹, e os estudos conduzidos pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE)² têm o objetivo de analisar o desempenho, em termos operativos, dos planos de expansão candidatos, discutidos na seção 2.2.1.

Para fins de planejamento da operação, o SIN é subdividido em quatro regiões bem definidas, que recebem a denominação de *subsistemas*: Norte (N), Nordeste (NE), Sudeste (SE) e Sul (S). Além de alguns vínculos hidráulicos, os subsistemas são interligados eletricamente por extensas linhas de intercâmbio, constituindo desta forma um sistema interligado. Descreve-se com mais detalhes o sistema no estudo de caso apresentado no capítulo 8.

A partir de 2003, o ONS denominou as etapas de longo, médio e curto prazo do planejamento da operação, respectivamente, de etapas de médio prazo, curto prazo e de programação diária. O termo “longo prazo” ficou reservado ao problema de expansão, com horizonte temporal igual ou superior a 10 anos. Esta nomenclatura será utilizada apenas neste capítulo, para não confundir com a nomenclatura empregada em geral na literatura internacional.

¹ <http://www.mme.gov.br>

² <http://www.epe.gov.br>

A Figura 2.2 a seguir apresenta de forma esquemática a cadeia de modelos computacionais desenvolvidos pelo CEPEL [8] e utilizada pelo ONS para a determinação da operação de mínimo custo do SIN.

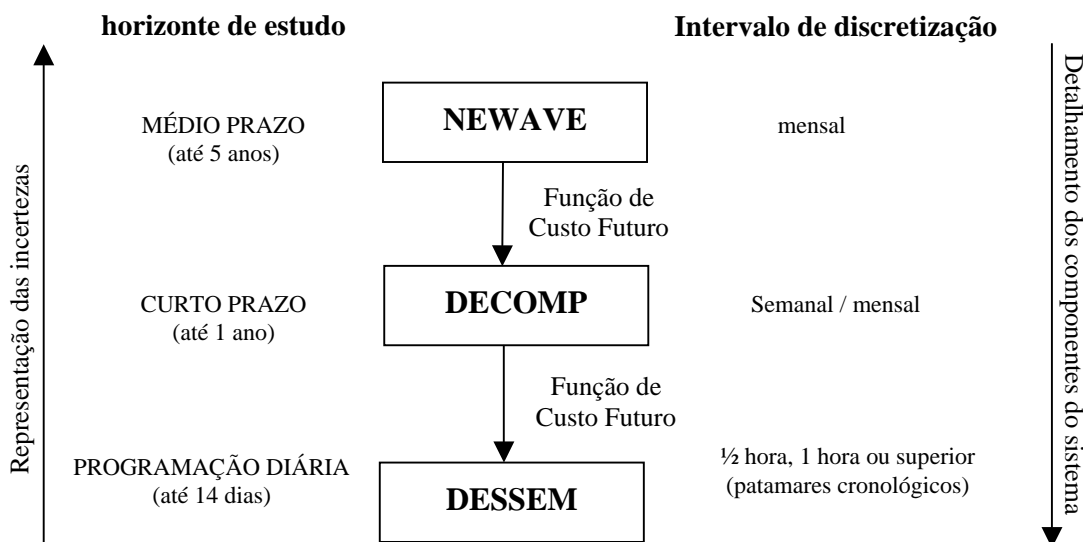


Figura 2.2 – Cadeia de modelos desenvolvidos pelo CEPEL para o planejamento e programação da operação do SIN.

Para a etapa de **médio prazo**, o ONS utiliza, desde setembro de 2000, o modelo NEWAVE [69], de discretização mensal e com horizonte temporal de até 5 anos. Para reduzir a dimensão do problema, os diversos reservatórios de cada subsistema são agregados em reservatórios equivalentes de energia. Em contrapartida, considera-se um grande número de cenários hidrológicos gerados sinteticamente por um modelo estocástico periódico auto-regressivo de ordem 6, da família Box-Jenkins [73]. A solução do problema linear de minimização de custos esperados é obtida aplicando-se PDDE. Como resultado do processo, tem-se uma FCF que é transmitida como dado de entrada ao modelo de curto prazo (DECOMP).

Para a etapa de **curto prazo**, o ONS utiliza, desde maio de 2002, o modelo DECOMP [74], que possui horizonte temporal de um ano, com intervalo semanal para o primeiro mês e mensal a partir do segundo mês, e representa as usinas hidroelétricas de forma individualizada. Assim como o modelo NEWAVE, seu objetivo é minimizar o custo total esperado de operação do sistema, a partir da FCF calculada pelo NEWAVE e fornecida como dado de entrada. As incertezas nas afluências hidrológicas são

representadas por meio de uma árvore de cenários. O problema de otimização linear também é resolvido utilizando PDDE. Um dos resultados do modelo é a FCF ao final da primeira semana, que é utilizada como dado de entrada para o modelo DESSEM.

Para a **programação diária**, propõe-se a utilização do modelo DESSEM [13], em uma primeira etapa por uma variante denominada DESSEM-PAT, onde há uma flexibilização na discretização temporal e não se considera o UC das unidades geradoras. Representa-se a porção da rede elétrica com tensões superiores a 138 kV por meio de uma modelagem DC, com consideração de perdas. As usinas hidroelétricas são modeladas de forma individualizada, e as aflúências hidrológicas são consideradas conhecidas (problema determinístico). O horizonte temporal é de 1 semana, discretizado em intervalos de 1 hora ou em patamares cronológicos de duração variável, e resolve-se o problema linear resultante também por PDD.

Este trabalho de tese se propõe a aperfeiçoar o modelo DESSEM, ao incluir a consideração das restrições de *unit commitment* térmico no cálculo do despacho. O problema de otimização resultante, formulado no capítulo 5, envolve custos quadráticos, restrições lineares por partes e variáveis 0-1 mistas. A metodologia de resolução do problema, que combina as técnicas de relaxação Lagrangeana e de Lagrangeano aumentado, é descrita de forma detalhada no capítulo 6.

3 PROGRAMAÇÃO DE CURTO PRAZO DA GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Neste capítulo, faz-se uma revisão bibliográfica sobre o planejamento de curto prazo da operação de sistemas de energia elétrica, usualmente denominado de programação da operação, que corresponde a estudos envolvendo em geral um horizonte de até 1 semana, com discretização tipicamente horária. Utiliza-se nesta tese o termo **Programação Diária da Operação (PDO)**, para incluir também estudos cujo horizonte temporal seja de apenas 1 ou 2 dias.

Nesta revisão bibliográfica, privilegiaram-se os trabalhos que tratam do problema de PDO sob o enfoque da geração. Assim, calcula-se o despacho de geradores hidroelétricos e/ou térmicos com o objetivo de atender à demanda de energia do sistema, respeitando a um conjunto de restrições operativas para as usinas e podendo-se considerar ou não as restrições elétricas para o sistema de transmissão.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: na seção 3.1, descrevem-se os diferentes tipos de problema relacionados à PDO e na seção 3.2 fazem-se comentários gerais sobre as estratégias de resolução existentes. Na seção 3.3, faz-se uma revisão das técnicas empregadas na literatura para resolver o problema de forma direta, sem utilizar decomposição, e na seção 3.4 descrevem-se os métodos de decomposição aplicados aos problemas considerados. Finalmente, na seção 3.5, relacionam-se diversos trabalhos que consideram a rede elétrica no cálculo da PDO. Outras revisões bibliográficas são feitas em [6], [75]-[84].

Nomenclatura adotada

Adota-se neste trabalho a nomenclatura usual dos textos de programação não linear para se referenciar a um problema de otimização com n variáveis e m restrições. Denota-se **ponto primal** a um vetor x de dimensão n com os valores das variáveis primais, e **ponto dual** a um vetor λ de dimensão m com os valores das variáveis duais. Cada ponto primal ou dual pode ser **viável** ou **inviável**, conforme atenda ou não às restrições da formulação primal ou dual do problema, respectivamente. Qualquer par (x^*, λ^*) que seja primal e dual viável e cuja variáveis primais (duais) minimizem (maximizem) a função objetivo primal (dual) do problema é denominado **solução** do problema, sendo x^* e λ^*

denominados de **solução primal** e **solução dual**, respectivamente. O ponto $x(\lambda^*)$ obtido a partir de uma solução dual λ^* é denominado **pseudo-solução primal** (vide seção 4.1).

Ao longo do texto, para fins de melhor esclarecimento, o vetor solução pode ser referenciado como ponto (primal) ótimo, solução ótima, ou minimizador do problema, sendo todas estas denominações equivalentes.

Neste capítulo, faz-se o uso de muitas siglas para designar as diversas variantes do problema de PDO e as técnicas de resolução empregadas. Quando necessário, sugere-se consultar a lista de siglas incluídas no início da tese para ajudar a compreensão.

3.1 Tipos de Formulação para a PDO

Há inúmeras variantes para o problema de PDO, cujo estudo pode ser encontrado na literatura internacional já na década de 40 [85]-[88]. A fim de permitir uma melhor comparação entre os trabalhos e as técnicas empregadas, classificam-se essas variantes segundo a terminologia usual adotada na literatura internacional. Utilizam-se siglas que representam as diversas formas de se modelar as restrições e componentes do sistema, tal como segue:

- **tipo de sistema:** puramente hidroelétrico (H), puramente térmico (T) ou hidrotérmico (HT);
- **tipo de acoplamento:** estático ou dinâmico. Um problema é dito estático quando envolve apenas um determinado intervalo de tempo, sem considerar o efeito temporal das decisões a serem tomadas. Por outro lado, um acoplamento é dinâmico (D) quando envolve diferentes intervalos de tempo ¹.
- **determinação da alocação das unidades geradoras (status ligada/desligada):** o problema pode envolver a decisão de determinar esses status (modelo de *unit commitment* - UC)) ou assumi-los pré-determinados (despacho econômico, ou *economic dispatch* - ED));

¹ Adota-se também o termo multi-estágio para designar problemas cuja formulação acopla diferentes intervalos de tempo.

- **representação hidráulica para as usinas hidroelétricas:** pode-se considerar no problema apenas a geração das usinas, ou representar, além da geração, a operação dos reservatórios (*hydro/hydrothermal scheduling* - HS/HTS);
- **consideração da rede elétrica,** que pode ser feita em vários níveis:
 - não se representa a rede elétrica;
 - modela-se a rede elétrica de forma linear (*security constrained* - SC);
 - considera-se uma modelagem AC (*optimal power flow* - OPF).

De acordo com a composição de todos esses aspectos, define-se então o tipo de problema considerado, conforme mostra a Figura 3.1.

Tipo de Sistema	Alocação de Unidades	Acoplamento	Modelagem dos Reservatórios	Representação da Rede Elétrica	
T	não	estático		sem rede — TED	
				rede DC — SCTED	
				rede AC — OPFTED, ou OPF	
	sim	dinâmico			sem rede — TDED
					rede DC — SCTDED
					rede AC — OPFTDED
H	não	estático	não	sem rede — HED	
				rede DC — SCHED	
				rede AC — OPFHED	
	sim	dinâmico	não	sim	sem rede — HDED
					rede DC — SCHDED
					rede AC — OPFHDED
H, T	não	estático	não	sem rede — HS	
				rede DC — SCHS	
				rede AC — OPFHS	
	sim	dinâmico	sim	sim	sem rede — HUC
					rede DC — SCHUC
					rede AC — OPFHUC
H, T	não	estático	não	sem rede — HTED	
				rede DC — SCHED	
				rede AC — OPFHTE	
				sem rede — HTDED	
				rede DC — SCHED	
				rede AC — OPFHTE	
	sim	dinâmico	sim	sim	sem rede — HTS
					rede DC — SCHTS
					rede AC — OPFHTS
					sem rede — HUC _T , TUC _H , HTUC
					rede DC — SCHUC _T , SCTUC _H , SHTUC
					rede AC — OPFHUC _T , OPFTUC _H , OPFHTUC

Figura 3.1 – Representação das diversas variantes para o problema de PDO.

Observa-se que:

- a consideração da alocação de unidades geradoras implica em um problema dinâmico, independentemente do tipo de sistema;
- para sistemas hidroelétricos ou hidrotérmicos, um problema estático implica na não consideração da operação dos reservatórios;
- para sistemas hidrotérmicos, a consideração da alocação de unidades pode ser feita apenas para as unidades hidroelétricas (HUC_T), apenas para as unidades térmicas (TUC_H), ou para ambos os tipos de unidades ($HTUC$).

Nas seções seguintes, descreve-se cada um dos tipos de problemas relacionados. Devido ao curto horizonte de tempo considerado, a grande maioria dos trabalhos considera uma modelagem determinística. Uma abordagem estocástica para modelar a incerteza em relação à demanda pode ser encontrada por exemplo em [89], [90].

Neste trabalho, considera-se o problema $SCTUC_H$, ou seja, com a incorporação de restrições de *unit commitment* térmico e da modelagem DC da rede elétrica ao problema de PDO em sistemas hidrotérmicos.

3.1.1 O problema de despacho econômico para sistemas térmicos (TED)

Os primeiros trabalhos que tratam do problema de atender de forma ótima a demanda de energia em sistemas puramente térmicos surgiram entre as décadas de 40 e 50 [88], [91]-[92]. O problema foi denominado de despacho econômico térmico (*thermal economic dispatch* - TED). Sua formulação clássica é:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i=1}^{nt} c_i(gt_i) \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^{nt} gt_i = D + L(gt) \\
 & \underline{gt}_i \leq gt_i \leq \overline{gt}_i, \quad i = 1, \dots, nt,
 \end{aligned} \tag{TED} \tag{3.1}$$

onde nt é o número de unidades geradoras térmicas, gt_i é a geração de cada unidade i , D é a demanda a ser atendida e L corresponde às perdas no sistema, que depende de como as gerações são distribuídas entre as unidades. Define-se o vetor $gt := (gt_i, i=1, \dots, nt)$ como variável de decisão. Há diferentes formas para representação do custo de geração

$c_i(\cdot)$ [93], mas em geral adotam-se funções convexas quadráticas. As perdas $L(\cdot)$ são usualmente modeladas por expressões quadráticas com termos cruzados para as gerações em diferentes usinas [1], [91], [94].

Sob a hipótese de custos incrementais de geração não decrescentes, a condição de otimalidade para o problema de TED [1], [88], [95] consiste na equalização dos custos incrementais de geração líquida¹ das usinas. Estas condições são expressas pelas, assim chamadas na literatura, “equações de coordenação”:

$$\frac{\left(\frac{\partial c_i(gt_i)}{\partial gt_i}\right)}{\left(1 - \frac{\partial L}{\partial gt_i}\right)} = \lambda, \quad i = 1, \dots, nt, \quad (3.2)$$

onde λ é o multiplicador da equação de atendimento à demanda, também chamado de custo marginal de operação (CMO) do sistema. Esta igualdade só não irá se verificar para os geradores que estejam em sua potência mínima ou máxima, onde os custos incrementais serão, respectivamente, maiores e menores do que λ . As equações (3.2) podem ser lineares ou não lineares, dependendo das expressões adotadas para os custos e as perdas.

A principal característica do TED é a falta de acoplamento temporal, ou seja, o despacho para cada hora do dia é calculado de forma estática e independente.

O problema de TED não convexo

As funções de custo convexas usualmente adotadas para o TED são apenas aproximações das funções reais, as quais, em determinados intervalos de geração onde ocorrem aberturas de válvulas das turbinas a vapor, apresentam aumento brusco nas derivadas [96], [97], conforme mostra a Figura 3.2.

¹ Depois de descontadas as perdas.

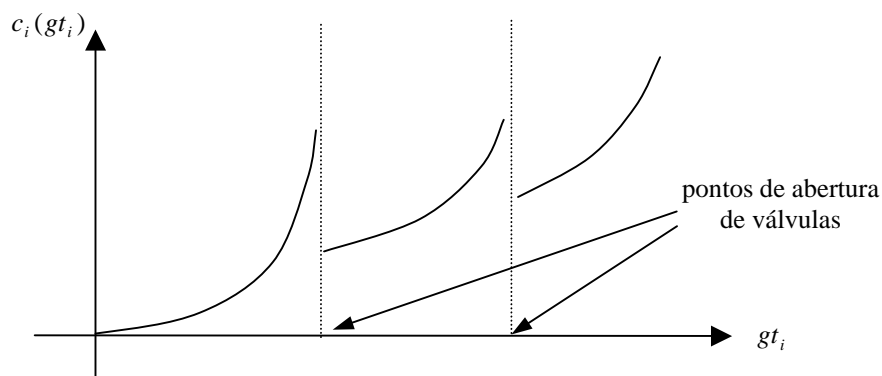


Figura 3.2 – Função de custo de uma unidade geradora térmica considerando os efeitos de abertura de válvulas.

Esta questão tem sido tratada de duas formas na literatura: considerando funções de custo com termos senoidais adicionados aos custos quadráticos [98], [99] ou proibindo a operação da unidade nesses intervalos [100]-[102]. O TED se torna assim um problema não convexo, no primeiro caso devido a uma função objetivo não convexa, e no segundo caso pela descontinuidade no domínio das variáveis de geração, modelada mediante variáveis 0-1.

Funções de custo não convexas também podem ocorrer ainda nas seguintes situações:

- para usinas que podem operar com múltiplos combustíveis. Nestes casos, é comum adotar-se uma função de custo quadrática por partes [103];
- para usinas térmicas a ciclo combinado, pois sua eficiência em geral aumenta com a geração da unidade [104]. Desta forma, os custos incrementais de geração deixam de ser monotonamente crescentes.

3.1.2 O problema de despacho econômico dinâmico para sistemas térmicos (TDED)

A principal limitação do TED é que, ao realizar a programação para um dia resolvendo 24 subproblemas estáticos desacoplados, pode haver grandes variações na geração de uma usina térmica de uma hora para a outra. Estas variações podem ser inviáveis na prática, devido a limitações nas caldeiras e equipamentos de combustão [105] ou a restrições tecnológicas para as usinas nucleares [106].

Deve-se, portanto, impor restrições de “rampa” para a geração térmica. Assim, surge o problema de despacho econômico térmico dinâmico (*thermal dynamic economic dispatch* - TDED) [107]. Sua formulação básica é:

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{nt} c_i(gt_i^t) \\
& \text{s.a. } \sum_{i=1}^{nt} gt_i^t = D^t + L(gt^t), \quad t = 1, \dots, T \\
& \quad \underline{gt}_i \leq gt_i^t \leq \overline{gt}_i, \quad i = 1, \dots, nt, \quad t = 1, \dots, T \\
& \quad -\underline{\Delta gt}_i \leq gt_i^t - gt_i^{t-1} \leq \overline{\Delta gt}_i, \quad i = 1, \dots, nt, \quad t = 1, \dots, T,
\end{aligned} \tag{TDED} \quad (3.3)$$

onde o índice t representa os intervalos de tempo e $\underline{\Delta gt}_i$, $\overline{\Delta gt}_i$ são as rampas máximas permitidas, respectivamente, para o decréscimo e acréscimo de geração da unidade i . Define-se o vetor $gt := (gt_i^t, i=1, \dots, nt, t=1, \dots, T)$ como variável de decisão.

Consideram-se usualmente as mesmas funções de custo que no TED, embora na prática as operações de rampeamento introduzam um consumo adicional de combustível [108], [109]. Os limites máximos de rampa são em geral fixos. Abordagens mais sofisticadas consideram variações além do limite elástico da turbina, penalizadas convenientemente na função objetivo [110].

A resolução deste problema é bem mais difícil do que a resolução de 24 subproblemas de TED estáticos, já que as gerações das unidades geradoras ao longo do dia têm que ser determinadas simultaneamente devido ao acoplamento temporal promovido pelas restrições de rampa.

Inclusão de reserva operativa

Tanto no TED como no TDED, podem-se incluir restrições de reserva operativa para o sistema [111]. Por exemplo, para o TDED, a restrição de reserva tem a forma:

$$\sum_{i=1}^{nt} \min\{\overline{gt}_i - gt_i^t, \overline{rt}_i\} = R^t, \quad t = 1, \dots, T, \tag{3.4}$$

onde R^t é o requisito de reserva do sistema para o intervalo t e \overline{rt}_i é a contribuição máxima que a unidade i pode oferecer, valor que depende de sua capacidade de rampa.

3.1.3 O problema de alocação de unidades térmicas (TUC)

A demanda por energia elétrica pode apresentar grandes variações entre os dias de semana e os finais de semana, ou entre as horas de pico de energia e de baixo consumo. Assim, em princípio as unidades mais caras só deveriam ser acionadas nos horários de ponta. No entanto, as unidades térmicas não podem ser acionadas instantaneamente, devido, por exemplo, ao tempo necessário para aquecer a caldeira antes de iniciar a geração. Se por um lado não é econômico manter as unidades mais caras continuamente acionadas, por outro lado há custos associados às operações de acionamento e desligamento das unidades, que podem justificar a utilização de unidades mais caras fora dos horários de ponta.

Assim, surgiu, entre os anos 50 e 60 [112]-[114], o problema de alocação ótima de unidades geradoras térmicas, conhecido na literatura como (*thermal*) *unit commitment* (TUC). Sua formulação básica é:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{nt} (c_i(gt_i^t) + cst_i(u_i^t, u_i^{t-1}) + csd_i(u_i^t, u_i^{t-1})) \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^{nt} gt_i^t = D^t, \quad t = 1, \dots, T \\
 & \sum_{i=1}^{nt} u_i^t \min\{\overline{gt}_i - gt_i^t, \overline{rt}_i\} = R^t, \quad t = 1, \dots, T \\
 & (u_i^t, gt_i^t) \in \chi_i, \quad i = 1, \dots, nt, \quad t = 1, \dots, T,
 \end{aligned} \tag{TUC} \quad (3.5)$$

onde u_i^t indica o status da unidade i no intervalo t (0: desligada; 1: ligada), $cst_i(\cdot)$ e $csd_i(\cdot)$ são as funções de custo de partida (acionamento) e desligamento das unidades, e χ_i representa o conjunto de restrições operativas para a unidade i , que incluem geração mínima (somente quando em funcionamento) e os tempos mínimo ligada e desligada¹. Formulações mais sofisticadas incluem no conjunto χ_i restrições de rampa [46], [115], [116], curvas específicas para o acionamento e desligamento das unidades ([117], [118] e seção 5.4.1) ou as chamadas *crew constraints*, que impedem o acionamento / desligamento de diferentes unidades em um mesmo intervalo de tempo [119]- [121].

¹ pode-se exigir que a unidade, uma vez acionada (desligada), permaneça um tempo mínimo ligada (desligada), para diminuir o desgaste no longo prazo devido a um número excessivo de acionamentos / desligamentos.

Pelo fato de já ser um problema bem mais complexo, consideram-se em geral no TUC custos de geração convexos para as unidades térmicas, sejam lineares por partes [122]-[124] ou quadráticos [39], [125]-[127].

Os custos de partida são crescentes com o tempo Δt em que a unidade permaneceu desligada. Três modelagens são usualmente adotadas, as quais estão representadas na Figura 3.3: uma função exponencial [114], [128], uma função escada [127], [129], [130], ou simplesmente um valor constante [44], [131]. O custo de desligamento das unidades é normalmente considerado constante [122], [126], [132].

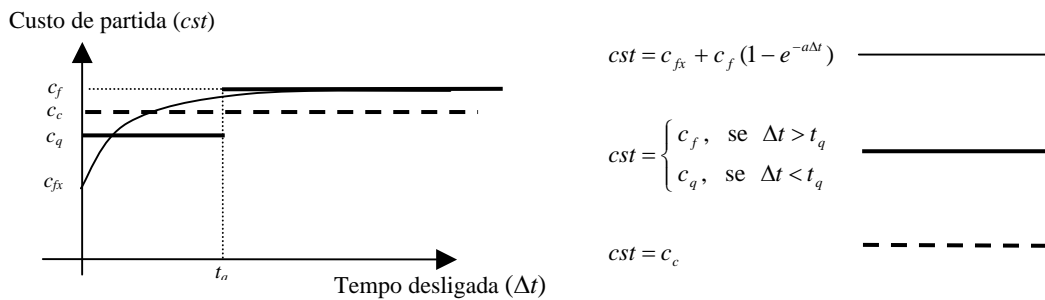


Figura 3.3 – Formas de modelagem para o custo de partida das unidades térmicas.

O problema de TUC, tal como formulado em (3.5), envolve dois níveis de decisão, ilustrados na Figura 3.4:

- a determinação do acionamento/desligamento das unidades ao longo do tempo, levando em consideração os custos e as restrições para estas manobras, que acoplam diferentes intervalos de tempo e envolvem variáveis inteiras;
- a resolução de um subproblema de TED em cada intervalo de tempo para determinar as gerações das usinas, dados os status das unidades definidos no nível anterior.

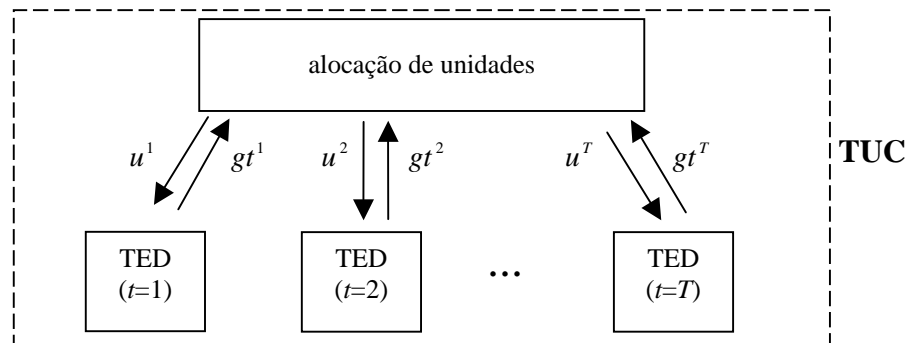


Figura 3.4 – Interação entre os subproblemas de alocação de unidades e de despacho econômico (TED) no problema de *unit commitment* térmico (TUC).

3.1.4 O problema de TUC em sistemas hidrotérmicos (TUC_H)

A formulação apresentada na Eq. (3.5) considera um sistema puramente térmico. A variante do problema de PDO onde se consideram as restrições de UC térmico em um sistema hidrotérmico será denotada por TUC_H .

3.1.5 O problema de operação para sistemas hidroelétricos ou hidrotérmicos

O problema de operação para sistemas hidroelétricos ou hidrotérmicos, estudado desde a década de 40 [85]-[87], foi formulado como um problema de controle ótimo com condições de contorno, devido ao acoplamento temporal na operação das usinas. As variáveis de controle são as gerações hidro e termoelétricas e as variáveis de estado são os volumes dos reservatórios ao final de cada intervalo de tempo. As condições de contorno são os volumes inicial e final especificados para cada reservatório.

As condições de otimalidade para este problema são desenvolvidas com base na teoria de cálculo variacional [133]-[138]. Desprezando-se as perdas elétricas, chega-se às seguintes equações, para cada intervalo de tempo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_i(gt_i)}{\partial gt_i} &= \lambda, & i &= 1, \dots, nt \\ \gamma_j \frac{\partial Q_j}{\partial GH_j} &= \lambda, & j &= 1, \dots, NH, \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde GH_j e Q_j são, respectivamente, a geração e o turbinamento da j -ésima usina hidroelétrica. Como a água não tem custo direto, os custos incrementais de geração das usinas hidroelétricas são avaliados com base em dois valores:

- no consumo incremental de água utilizada na geração, dado por $\frac{\partial Q_j}{\partial GH_j}$ ($(m^3/s)/(MW)$). Este valor corresponde ao inverso da produtividade da usina j e varia com a vazão turbinada e com o volume armazenado da usina;
- no chamado **valor incremental da água** γ_j ($\$/hm^3$), que avalia o benefício futuro, em termos de redução do custo de uso futuro das térmicas, por um incremento de volume na usina j . A principal dificuldade na otimização de sistemas hidrotérmicos está em se estabelecer este valor [139], [140], que em geral é inversamente proporcional ao volume armazenado nos reservatórios ([141] e Figura 5.1).

O produto desses dois valores, após um ajuste conveniente de unidades, fornece o custo marginal de geração da usina hidroelétrica (\$/MWh), que pode ser então comparado com os custos incrementais de geração das unidades térmicas.

Há uma grande diferença entre se considerar ou não as restrições operativas dos reservatórios. Com isso, divide-se a abordagem do problema de operação hidrotérmica em 2 grupos diferenciados, descritos nas seções 3.1.5.1 e 3.1.5.2 a seguir.

Ressalta-se que cada usina hidroelétrica possui várias unidades geradoras. Para facilitar sua distinção, denotam-se as variáveis das usinas com letras maiúsculas e as das unidades geradoras por letras minúsculas.

3.1.5.1 Despacho econômico (HTED / HTDED)

Neste primeiro tipo de problema, denotado aqui de **despacho econômico hidrotérmico** (*hydrothermal economic dispatch* - HTED), não se representam as restrições hidráulicas. Consideram-se as usinas hidroelétricas como se fossem usinas térmicas, com uma função de custo conhecida c^H para a geração. A formulação básica deste problema é:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^{nt} c_i(gt_i) + \sum_{j=1}^{NH} c_j^H(GH_j) \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^{nt} gt_i + \sum_{j=1}^{NH} GH_j = D + L(gt, GH) \\ & \underline{gt}_i \leq gt_i \leq \overline{gt}_i, \quad i = 1, \dots, nt \\ & \underline{GH}_j \leq GH_j \leq \overline{GH}_j, \quad j = 1, \dots, NH, \end{aligned} \tag{HTED} \quad (3.7)$$

onde NH é o número de usinas hidroelétricas e GH_j é a geração da j -ésima usina hidroelétrica.

Caso se incluam restrições de meta de geração por usina ao longo dia, o problema é denotado por **despacho econômico hidrotérmico dinâmico** (*hydrothermal dynamic economic dispatch* -HTDED), cuja formulação básica é:

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=1}^{nt} c_i(gt_i^t) + \sum_{j=1}^{NH} c_j^H(GH_j^t) \right) \\
& \text{s.a. } \sum_{i=1}^{nt} gt_i^t + \sum_{j=1}^{NH} GH_j^t = D^t + L(gt^t, GH^t), \quad t=1, \dots, T \\
& \quad \sum_{t=1}^T GH_j^t = Tg_j, \quad j=1, \dots, NH, \quad (\text{HTDED}) \quad (3.8) \\
& \quad \underline{gt}_i \leq gt_i^t \leq \overline{gt}_i, \quad i=1, \dots, nt, \quad t=1, \dots, T \\
& \quad \underline{GH}_j \leq GH_j^t \leq \overline{GH}_j, \quad j=1, \dots, NH, \quad t=1, \dots, T,
\end{aligned}$$

onde Tg_j é a meta de geração da j -ésima usina hidroelétrica ao longo do período.

3.1.5.2 Programação hidroelétrica ou hidrotérmica (HS / HTS)

No segundo tipo de problema, representa-se a operação dos reservatórios. Seguindo a nomenclatura da literatura¹, este problema será denotado por **programação hidrotérmica / hidroelétrica** (*hydro/hydrothermal scheduling* - HS/HTS), conforme inclua ou não usinas térmicas.

A formulação básica do HTS é:

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{nt} c_i(gt_i^t) + \boxed{\alpha(V^T)} \\
& \text{s.a. } \sum_{i=1}^{nt} gt_i^t + \sum_{j=1}^{NH} GH_j^t = D^t, \quad t=1, \dots, T \\
& \quad V_j^t = V_j^{t-1} + A_j - (Q_j^t + S_j^t) + \sum_{k \in M_j} (Q_k^t + S_k^t), \quad t=1, \dots, T \\
& \quad GH_j^t = FPH(V_j^t, Q_j^t), \quad j=1, \dots, NH, \quad t=1, \dots, T \quad (\text{HTS}) \quad (3.9) \\
& \quad \underline{gt}_i \leq gt_i^t \leq \overline{gt}_i, \quad i=1, \dots, nt, \quad t=1, \dots, T \\
& \quad \underline{GH}_j \leq GH_j^t \leq \overline{GH}_j, \quad j=1, \dots, NH, \quad t=1, \dots, T \\
& \quad \boxed{\sum_{t=1}^T GH_j^t = Tg_j, \quad j=1, \dots, NH,}
\end{aligned}$$

onde, para a usina hidroelétrica j , V_j^t , A_j^t , Q_j^t , S_j^t são, respectivamente, o volume final, a afluência natural, o turbinamento, e o vertimento no intervalo t , e M_j é o conjunto de usinas à montante de j .

¹ O mesmo tipo de problema, porém voltado para estudos de médio / longo prazo, tem sido denotado de coordenação hidrotérmica (*hydrothermal coordination*).

No problema HTS, a segunda restrição corresponde à equação de conservação da água nos reservatórios, também chamada de **equação de balanço hídrico**. Formulações mais sofisticadas incluem a consideração do tempo de viagem da água entre usinas em cascata [142], [143]. Na terceira equação, faz-se a conversão entre a operação hidráulica e a geração da usina, por meio da **função de produção hidroelétrica FPH**, que, devido a sua importância, será descrita com detalhes a seguir.

Finalmente, os elementos ressaltados com um retângulo em (3.9) fazem o acoplamento com o modelo de médio prazo. Em particular, o termo na função objetivo visa valorar a água que permanece nos reservatórios ao final do período, enquanto que a restrição destacada corresponde às metas de geração (Tg_j) por usina. Segundo explicado na seção 2.4.1, em geral considera-se apenas um desses dois tipos de acoplamento.

A formulação do problema de HS é obtida a partir do HTS eliminando-se as unidades térmicas em (3.9).

Função de produção hidroelétrica (FPH)

A energia hidroelétrica provém da transformação da energia potencial da água armazenada em energia mecânica nas turbinas, e posteriormente em energia elétrica no gerador. Desprezando por conveniência o sub-índice j e sem perda de generalidade, a potência gerada em uma unidade geradora (gh) depende então de sua vazão turbinada (q), da queda líquida à qual a unidade está submetida (h), e das características de projeto da unidade, representadas pelos fatores de eficiência da turbina (η_t) e do gerador (η_g), segundo mostrado abaixo:

$$gh = 9,81 \times 10^{-3} \eta_t(h, q) \eta_g(gh) q h, \quad (3.10)$$

onde o valor numérico leva em consideração a densidade da água, a aceleração da gravidade e um fator de conversão de unidades. Nos problemas HS e HTS, considera-se em geral constante o fator de eficiência η do conjunto turbina-gerador, dado por $\eta = \eta_t \eta_g$ ¹.

¹ Uma modelagem com mais detalhes de η_t e η_g é feita no problema de alocação de unidades geradoras hidroelétricas, descrito na seção 3.1.6.

Por sua vez, a altura de queda líquida h é dada por:

$$h = h_{mon}(V) - h_{jus}(Q, S) - h_{perdas}(q), \quad (3.11)$$

onde h_{mon} é a cota do reservatório da usina (cota de montante), que é uma função não linear do volume armazenado. A cota de jusante, h_{jus} , é dada pela curva-chave do canal de fuga, a qual é função não linear da vazão turbinada total da usina Q e, dependendo da configuração, também da vazão vertida S . Nos casos de usinas hidroelétricas muito próximas, essa cota pode ser influenciada ainda pelo nível do reservatório de jusante [144]. Finalmente, h_{perdas} corresponde a perdas de carga na tomada e adução de água, que são em geral consideradas como uma função quadrática da vazão turbinada pela unidade, q [50], [145].

Como nas formulações HS/HTS não se deseja detalhar a operação individual das unidades, constrói-se uma função para a geração total GH da usina, que corresponde à soma das gerações gh de suas unidades. Para tal, é preciso conhecer a distribuição do turbinamento total Q da usina pelas suas unidades geradoras.

Dada a cota de montante para o reservatório, pode-se assumir uma determinada ordem no acionamento das unidades e uma estratégia “ótima” para distribuição do turbinamento entre estas. Com isso, constrói-se um gráfico $GH \times Q$ como o esboçado na Figura 3.5 [56], [146], [147].

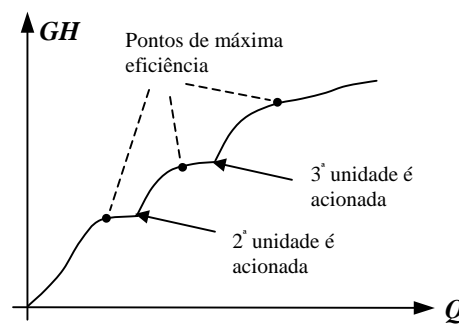


Figura 3.5 – Função de produção de uma usina hidroelétrica com 3 unidades geradoras.

A forma da curva da Figura 3.5 varia de acordo com a cota de montante para o reservatório, introduzindo uma dificuldade adicional ao problema de HS/HTS. As principais estratégias adotadas na literatura para representar esta função são:

- desprezar a variação da cota de montante ao longo do dia (ou semana) e assumir um valor constante para o volume armazenado V . Desta forma, modela-se a FPH como uma função apenas do turbinamento, em geral côncava, seja linear por partes [54],[148], ou quadrática [49], [149];
- adotar uma família de curvas, uma para cada valor de cota de montante, podendo-se fazer interpolações para valores intermediários. Estas curvas podem ser: (i) lineares por partes, sejam côncavas [65], [150], [151] ou não côncavas [152]; (ii) quadráticas [153], (iii) ou, de forma geral, polinomiais [154]. Apesar da representação mais acurada, o uso de diferentes curvas confere um aspecto iterativo à resolução do problema HS/HTS, já que a cota de montante é função do turbinamento Q , que é variável de decisão do problema;
- representar a FPH por uma função tridimensional do turbinamento Q e do volume armazenado V . Têm sido adotadas diversas formulações, tais como: (i) linear em Q e quadrática em V [155]; (ii) polinomial em Q e linear em V [41]; (iii) bilinear em V e Q [156]; (iv) linear por partes em V e Q [157], [158]; (v) quadrática em V e Q [59], [159].

Alguns autores modelam a FPH forçando a operação nos pontos de máxima eficiência (apontados na Figura 3.5) ou na região próxima ao turbinamento máximo [52], [147], [160]-[162]. A desvantagem dessas abordagens é que as restrições operativas para as usinas e os ganhos de sinergia na sua operação em cascata podem favorecer a operação de algumas usinas fora desses pontos “ideais”. Uma outra alternativa é utilizar, como pontos de quebra da aproximação linear por partes da função, os pontos de vazão mínima, máximas eficiências e vazão máxima [148], [163].

Para usinas onde o vertimento influencia na cota do canal de fuga, pode-se modelar a FPH como uma função conjunta de V , Q e S [11], [164].

Neste trabalho, utiliza-se a modelagem apresentada em [11], onde se considera a geração como uma função linear por partes do volume armazenado, turbinamento e vertimento (vide eq. (5.8)).

3.1.6 O problema de alocação de unidades hidroelétricas (HUC)

A definição deste problema é análoga ao do TUC, ou seja, consideram-se os status ligada/desligada das unidades geradoras na formulação do problema. Algumas particularidades consideradas no HUC (*hydro unit commitment*) são:

- **representação da curva de rendimento individual de cada unidade**, considerando a eficiência da turbina η_t como função de q e h [7], [165] e a eficiência do gerador η_g como função da potência [166], conforme mostra a Figura 3.6;

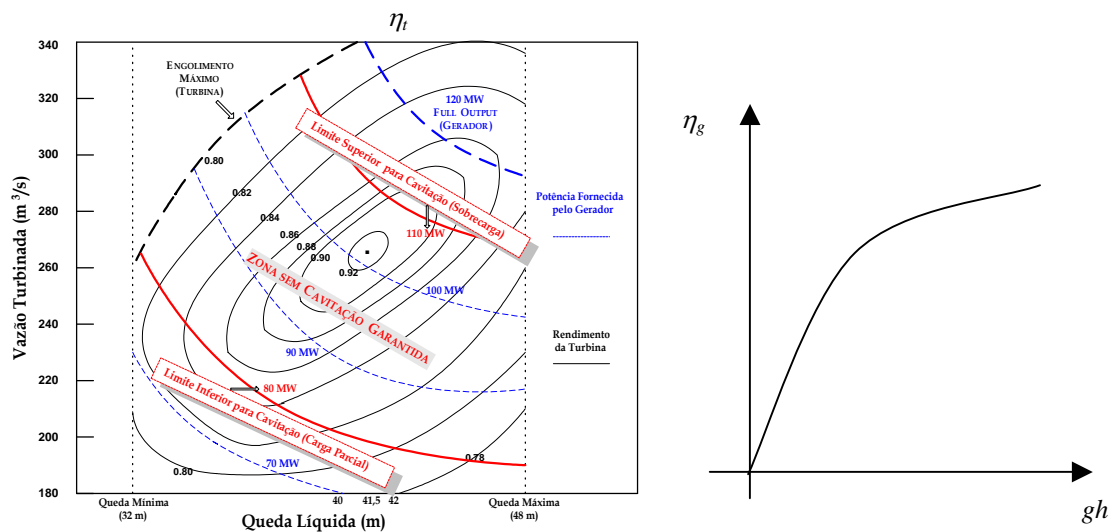


Figura 3.6 – Curvas características para a eficiência da turbina (à esquerda) e do gerador (à direita) de uma unidade geradora hidroelétrica.

- **custos de partida para as unidades geradoras**, para impedir que haja freqüentes acionamentos/desligamentos das unidades, que podem causar perda de eficiência e desgaste mecânico nos equipamentos, reduzindo a vida útil das unidades [47], [51], [166]-[167];
- **zonas proibidas de geração para as unidades geradoras**, de forma a evitar a sua operação em certos intervalos de geração, onde ocorrem os fenômenos de cavitação e vibrações mecânicas excessivas na turbina, que também podem reduzir a vida útil das unidades [145], [167], [168].

3.1.7 O problema de alocação de unidades hidro e termoelétricas (HTUC)

Define-se o problema de HTUC (*hydrothermal unit commitment*) quando ambas as restrições de UC hidroelétrico e térmico são considerados no problema de PDO [47], [169].

3.1.8 Outros problemas considerados na literatura

Outros tipos de problema, não diretamente relacionados ao tema desta tese, podem ser encontrados, como:

- problema de TED para sistemas de co-geração (*heat and power economic dispatch*): consiste em se determinar o despacho de mínimo custo considerando os custos e restrições para a geração tanto de energia como de calor em sistemas de co-geração [170], [171];
- problema de despacho econômico-ambiental (*economic-emission dispatch - EED*) com formulação na maioria dos casos estática, este problema consiste em se determinar o despacho de sistemas térmicos considerando de forma conjunta os custos de emissão de poluentes e os custos de geração [3];
- problema de programação de combustíveis (*fuel scheduling*): neste tipo de problema, consideram-se limitações na disponibilidade dos combustíveis para as usinas térmicas, sejam por restrições físicas da rede de suprimento ou por questões contratuais [172]-[176].

3.2 Estratégias de Resolução

Um grande número de técnicas têm sido propostas na literatura para resolver as diversas variantes do problema de PDO relacionadas na seção 3.1. Estas podem ser divididas em quatro categorias principais:

- **métodos derivados do cálculo variacional**, sejam aqueles que resolvem as condições de otimalidade do problema ou métodos de controle ótimo;
- **métodos de otimização clássicos**, como programação não linear (PNL, seção 3.3.3), programação linear (PL, seção 3.3.4), algoritmos de fluxo em redes (FR, seção 3.3.5), programação dinâmica (PD, seção 3.3.7), e programação inteira-mista (PIM,

seção 3.3.8). Alguns métodos decompõem o problema, utilizando por exemplo a decomposição de Benders ou a relaxação Lagrangeana (RL);

- **métodos puramente heurísticos**, como lista de prioridades (LPr, seção 3.3.6), ou sistemas especialistas (SEsp, seção 3.3.9);
- **métodos de inteligência artificial**, também denominados métodos de busca estocástica (seção 3.3.9): redes neurais (RN), algoritmos genéticos (AG), *simulated annealing* (SA), lógica *fuzzy*, e outros mais recentes, como *particle swarm optimization* (PSO) e otimização por colônias de formigas (*ant colony optimization* - ACO).

Na seção seguinte, descrevem-se os métodos de resolução direta, ou seja, que não utilizam estratégias de decomposição. Na seção 3.4 discutem-se algoritmos de decomposição para resolver o problema de PDO.

A utilização de cada metodologia, com as referências bibliográficas correspondentes, é resumida da Tabela 3.1 à Tabela 3.12. O cabeçalho de cada tabela inclui informações sobre o porte do sistema considerado em cada referência, segundo a notação descrita a seguir:

- nt*: número de unidades térmicas;
- NH*: número de usinas hidroelétricas;
- NB*: número de barras da rede elétrica;
- NL*: número de linhas (circuitos) da rede elétrica;
- T*: número de períodos (intervalos de tempo).

Quando algum destes valores não tiver sido informado em algum trabalho, a célula correspondente da tabela será preenchida com o texto “NI” (não informado).

3.3 Estratégias de Resolução Direta

3.3.1 Resolução das equações de coordenação

Para o TED, HED, HTED e formulações simplificadas do HS/HTS, pode-se obter o despacho das usinas resolvendo-se as equações de coordenação (3.2) ou (3.6) [95]. O método mais empregado é o “**método iterativo λ** ” (ou *λ -iteration method*) [177], no

qual ajusta-se iterativamente o valor de λ nessas equações até se conseguir a igualdade dos custos incrementais das usinas.

Como já foi mencionado, este método encontra dificuldades quando há custos incrementais de geração não monotonamente crescentes, ou zonas proibidas de geração, ou ainda quando se consideram funções quadráticas para as perdas na rede elétrica [1]. Nestas situações, variantes do algoritmo tradicional foram propostas [100], [178]-[181], resolvendo-se problemas com até 26 usinas.

Outros métodos empregados para resolver as equações não lineares de coordenação são: método de Newton [182]-[185], método de Powell [105], [186], fatoração LU [187], programação linear sucessiva [188], entre outros algoritmos dedicados [189]-[190].

A aplicação mais recente foi em 1992, o que mostra que essas técnicas perderam aplicabilidade quando surgiu a necessidade de se considerar sistemas com maiores dimensões. As maiores aplicações foram, para o SCTED, com 83 usinas térmicas [105] e, para o HTS, com 4 usinas hidroelétricas e 5 usinas térmicas [185].

3.3.2 Algoritmos para problemas de controle ótimo

A determinação do despacho multi-estágio para a PDO é um problema de controle ótimo. Assim, trabalhos antigos aplicavam metodologias que calibravam em (3.6) os valores de λ e γ_j a fim de que se atendessem, simultaneamente, às condições de otimalidade do problema e às metas de geração ou defluência das usinas hidroelétricas no período [133], [138], [191]. Em [140], [192], [193], utiliza-se o princípio de máximo de Pontryagin [194] para resolver o HTS.

Embora tenha auxiliado bastante o entendimento do problema, a aplicação dos dois métodos acima ficou limitada a instâncias com um número muito reduzido de usinas e tornou-se impraticável quando se passou a considerar sistemas de maior porte.

3.3.3 Programação não linear (PNL)

Algumas aplicações de técnicas de PNL à PDO são relacionadas na Tabela 3.1 a seguir.

Tabela 3.1 – Principais aplicações de técnicas de programação não linear ao problema de PDO.

Técnica	Problema	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
gradiente projetado [21]	SCTED	[195]	74	10	-	-	-	-
	TED	[196]	87	500	-	-	-	-
	TDED	[108]	89	36	-	-	-	56
	HS	[197]	78	-	1	-	-	24
	HTS	[198]	78	1	1	-	-	6
programação quadrática (PQ) [21]	SCTED	[199]	79	8	-	8	6	-
		[200]	87	4	-	5	9	-
		[201]	82	22	-	10	14	-

Os problemas de SCTED e OPFTED (ou, simplesmente, OPF), de formulação estática e sem os aspectos complicadores mencionados na seção 3.1.1, já são bem resolvidos para sistemas de grande porte por métodos de tipo Newton ou de pontos interiores [202], [203], que exploram a estrutura esparsa do problema.

No entanto, para os problemas com usinas hidroelétricas (HS/HTS), a utilização direta de PNL (sem adotar técnicas de decomposição) é inviável para problemas de grande porte, o que é evidenciado pelo reduzido porte das aplicações apresentadas na literatura.

3.3.4 Programação linear (PL)

A principal vantagem do uso da PL é a possibilidade de utilizar pacotes comerciais, que estão sempre se aprimorando e, em princípio, utilizando algoritmos mais eficientes e modernos. A maior desvantagem é a necessidade de aproximar os custos e restrições do problema por funções lineares. Mesmo que linearizações por partes sejam possíveis, no caso de regiões convexas, o grande número de segmentos necessário para se obter uma boa acurácia pode tornar excessivo o porte do problema de otimização a resolver.

Alguns exemplos do uso da PL de forma direta para resolver o problema de PDO são mostrados na Tabela 3.2 a seguir.

Tabela 3.2 – Principais aplicações de programação linear ao problema de PDO.

Problema	Ref.	Ano	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
SCHS	[54]	91	7	4	4	48
HS	[163]	94	7	-	-	24
HTS	[151]	00	7	-	-	96

Embora o tamanho das aplicações para problemas com usinas hidroelétricas seja um pouco maior do que no caso da PNL, a PL ainda hoje é uma técnica pouco adequada para resolver o problema de PDO de forma direta.

3.3.5 Algoritmos de fluxo em redes (FR)

3.3.5.1 Aplicação ao SCTED

Se a rede elétrica for modelada considerando apenas a primeira lei de Kirchhoff [204], podem-se aplicar algoritmos de fluxo de mínimo custo em redes [205] para o SCTED. No entanto, esta modelagem é insatisfatória, já que não é razoável desprezar a influência das reatâncias das linhas na definição dos fluxos na rede [206], [207].

Em [208], mesclam-se as boas propriedades do algoritmo de FR e do método de pontos interiores para o SCTED. A abordagem é estendida em [209] para o OPFHDED, resolvendo problemas com até 1993 barras. Em [173], o algoritmo é aplicado para o problema de TDED incluindo despacho de combustíveis (vide seção 3.1.8).

3.3.5.2 Aplicação ao HS/HTS

A estrutura das equações de balanço hídrico favorece a aplicação de algoritmos de fluxo em redes para resolver o HS/HTS, seja como o problema principal [210] ou como subproblemas derivados de decomposições realizadas sobre o problema de TUC_H [211].

Em [212], ressalta-se a grande rapidez deste tipo de algoritmo quando comparado a técnicas convencionais para resolução do HTS, além de sua grande facilidade em modelar os tempos de viagem da água entre reservatórios. Em [213], discutem-se as versões primal e dual deste tipo de algoritmo e sugerem-se extensões dos mesmos para problemas estocásticos.

Dependendo da formulação das restrições, utilizam-se algoritmos de fluxo em redes linear [214] ou não linear [215]. Neste último caso, pode-se resolver o problema por uma seqüência de subproblemas lineares [211]. Em [164], é feita uma análise teórica da modelagem e resolução do problema de HS por fluxo em redes.

A maior dificuldade desta técnica é que as restrições que acoplam diferentes usinas (como por exemplo a rede elétrica e restrições de volume de espera¹) podem quebrar a estrutura de fluxo em redes do problema. Nestes casos, sugere-se a utilização de algoritmos de fluxo em redes com restrições laterais [207], [216], ou o emprego de técnicas de particionamento [41], ou ainda o uso de decomposições ao problema, de forma a isolar a operação dos reservatórios em um subproblema local. Nas duas primeiras situações, no entanto, os algoritmos de FR perdem a boa performance comparativa em relação aos algoritmos Simplex ou de pontos interiores para PL [151].

A Tabela 3.3 lista algumas aplicações de FR para a resolução do problema de PDO com formulação dinâmica.

Tabela 3.3 – Principais aplicações de algoritmos de fluxo em redes para variantes com formulação dinâmica para o problema de PDO

Problema	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
HS	[214]	82	-	30	-	-	24
	[41]	86	-	15	-	-	24
	[215]	88	-	NI	-	-	12
	[164]	96	-	3	-	-	168
	[217]	97	-	2	-	-	168
OPFHDED	[209]	05	-	NI	1993	NI	24
HTS	[210]	94	NI	4	-	-	96

Apesar das aplicações de FR já serem de maior porte em relação aos trabalhos das seções anteriores, ainda são insuficientes para uma modelagem mais realista do problema de PDO, considerando simultaneamente a rede elétrica e a operação das usinas hidroelétricas. Cabe ressaltar que em [209] não se modela a operação dos reservatórios.

3.3.6 Lista de prioridades (LPr)

Esta técnica foi uma das primeiras a serem empregadas para o TUC. Os algoritmos são fortemente heurísticos, e tentam imitar as práticas operativas tomadas pelos operadores do sistema [112], [114], [218].

¹ São restrições que limitam os volumes máximos armazenados dos reservatórios a valores inferiores a sua capacidade física de armazenamento, de forma a permitir que estes possam amortecer eventuais cheias, evitando inundações à jusante.

Constrói-se uma lista de prioridades para ligar/desligar as unidades, com base na média da soma dos custos de partida e custos incrementais de geração, podendo-se levar em consideração também as restrições de tempo mínimo ligada ou desligada das unidades. Esta lista pode ser feita por grupos de unidades, formados de acordo com suas características e condições iniciais [219], [220]. Em [221], propõe-se o cálculo de um fator de utilização para cada unidade.

Estes métodos foram por muito tempo empregados, pois têm a vantagem de encontrar sempre pontos viáveis (se existirem) sem requisitar muito esforço de memória e tempo de processamento, o que facilitava seu uso para sistemas de maior porte em épocas em que a capacidade computacional era muito limitada. As principais desvantagens destas técnicas são a dependência da solução em relação às prioridades que são definidas – e conseqüentemente, a falta de garantia de obtenção da solução ótima – e também uma ausência de estimativa da sub-otimalidade da solução encontrada. Posteriormente, quando comparada a outros métodos, verificou-se que esta técnica levava frequentemente a custos muito superiores ao ótimo.

Devido às desvantagens do uso de um algoritmo de lista de prioridades estrita, passou-se então a combiná-la com outras técnicas heurísticas, com o intuito de obter uma melhor performance [117], [119], [222], [223]. Destaca-se o método seqüencial [175] e algumas de suas variantes [224], [225].

A Tabela 3.4 sintetiza as aplicações de algoritmos inspirados em lista de prioridades ao problema de TUC.

Tabela 3.4 – Principais aplicações de técnicas baseadas em lista de prioridades para o problema de TUC

Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>T</i>	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>T</i>	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>T</i>
[112]	59	9	8	[117]	91	13	96	[222]	00	26	24
[175]	89	58	36	[224]	94	55	36	[223]	03	100	24
[119]	90	41	24	[225]	96	16	48	[226]	06	100	24

Observa-se que as aplicações são maiores, se comparadas às outras sem decomposição listadas neste capítulo. Deve-se pesar, no entanto, seu menor rigor na obtenção de soluções ótimas.

3.3.7 Programação dinâmica (PD)

A principal vantagem da programação dinâmica consiste em poder lidar com quaisquer funções de custo, já que a avaliação do custo de geração de cada unidade geradora é feita de maneira analítica, sem aproximações. No entanto, seu emprego, na forma mais pura [17], se torna rapidamente inviável com o aumento do porte do problema, devido à chamada “maldição da dimensionalidade”.

3.3.7.1 Aplicação ao TED / TDED

Pode-se aplicar PD para resolver o TED, ao considerar os estágios como sendo as gerações de cada unidade (que são discretizadas) e calculando a operação ótima para n unidades a partir da operação ótima para $(n-1)$ unidades [227]-[229]. Essa abordagem encontra dificuldades ao ser estendida ao TDED, devido à explosão combinatorial do número de estados que devem ser considerados.

Assim, surgiu a técnica de programação dinâmica com aproximações sucessivas (PDAS) [230], cuja idéia é quebrar o problema em uma sequência de subproblemas, cada um com apenas uma variável de estado. As gerações das usinas são determinadas individualmente ou aos pares, de forma iterativa, até que um determinado critério de parada seja satisfeito [231], [232]. Em [233], aplica-se uma outra variante denominada de PD multi-passo (PDMP).

3.3.7.2 Aplicação ao TUC

A aplicação de PD ao TUC consiste em considerar os intervalos de tempo como estágios e as combinações de status das unidades como variáveis de estado [234]-[236]. Nestes casos, a complexidade computacional é linear com o número de intervalos, porém exponencial com o número de unidades. Para amenizar esta dificuldade, pode-se reduzir o espaço de estados a serem verificados, por meio de:

- associação com técnicas heurísticas [237], às vezes relacionadas com lista de prioridades [238];
- utilização de sistemas especialistas (SEsp) ou redes neurais (RN) como um pré-processador para a PD, a fim de identificar as combinações de unidades mais favoráveis ao longo do dia de acordo com o perfil de demanda [239], [240];

- obtenção de limites inferiores para a solução ótima por meio de relaxação Lagrangeana [169].

Estas técnicas deram origem a diversas variantes para o algoritmo de PD, como por exemplo PD com lista de prioridades [220], [241], PD seqüencial [242], PD truncada [243], [244], PD iterativa [237], ou PD com aproximações sucessivas (PDAS) [245]. Os artifícios mencionados anteriormente podem, no entanto, eliminar a solução ótima do conjunto de soluções analisadas.

Em [246], aplica-se PD construtiva (*constructive dynamic programming* - CDP), que se assemelha à PD dual aplicada na operação de sistemas hidrotérmicos [12]. Em [247], utiliza-se uma combinação de PD com PL.

Uma outra dificuldade da PD é que a adição de restrições com dependência temporal, como tempos mínimos ligada/desligada das unidades e rampas para geração, levam a um acréscimo significativo no número de estados das unidades a serem considerados em cada estágio, piorando ainda mais o aspecto combinatorial da metodologia.

No entanto, a PD torna-se extremamente competitiva e é a técnica mais utilizada até hoje para resolver subproblemas locais individuais para cada unidade geradora, oriundos de decomposições do TUC (vide seção 4.4.2).

3.3.7.3 Aplicação ao HS / HTS

Devido à característica de acoplamento temporal do HS/HTS, os primeiros trabalhos já exploraram técnicas de resolução mediante PD. Cada estágio corresponde ao problema de HTED para um dado intervalo de tempo e as variáveis de estado são os volumes nos reservatórios, que necessitam ser discretizados [146], [192]. Mais uma vez, como a PD torna-se computacionalmente inviável mesmo para um pequeno número de usinas, uma série de variantes foram propostas ao problema.

De acordo com a estratégia adotada para redução do número de estados pesquisados, os algoritmos recebem os nomes de PD incremental (PDI) [248]-[250], PDAS (PD aproximações sucessivas) [251] e PDMP (PD multi-passo) [252]. Em [253] propôs-se o método das variações locais (MVL), onde se faz uma análise heurística de vizinhança da melhor trajetória até então encontrada para os reservatórios.

A partir das idéias de diversas técnicas desenvolvidas até então, principalmente do MVL, surgiu o algoritmo de otimalidade progressiva (AOP) [254]-[257]. Por esse método, obtém-se, a partir de uma dada trajetória inicial para os reservatórios, uma sequência de pontos primais com custos de geração térmica monotonamente decrescentes, sem necessidade de discretizar as variáveis de estado do problema de HS. Em [255], afirma-se, sem apresentar provas, que este método converge para o ótimo do problema.

3.3.7.4 Síntese das aplicações de PD

A seguir, faz-se uma síntese das aplicações de maior porte das diversas variantes da PD e métodos similares à PDO.

Tabela 3.5 – Principais aplicações de programação dinâmica para as diversas variantes do problema de PDO.

Variante da PD	Problema	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
PD tradicional	TED	[227]	63	11	-	-	-	-
		[228]	66	14	-	-	-	-
	TUC	[229]	71	10	-	-	-	24
		[235].	86	12	-	-	-	24
		[236]	87	20	-	-	-	24
HS	[146]	86	-	2	-	-	168	
PDAS	HTS	[251]	63	1	2	-	-	336
	TDED	[231]	80	16	-	-	-	16
	TUC	[245]	85	100	-	-	-	36
	SCTDED	[232]	97	4	-	4	4	24
PDMP	TDED	[233]	77	5	-	-	-	32
	HTS	[252]	89	40	7	-	-	24
PD + LPr	TUC	[241]	76	17	-	-	-	24
		[220]	87	30	-	-	-	24
		[238]	00	26	-	-	-	24
PD + SEsp	TUC	[239]	91	32	-	-	-	24
PD + RN	TUC	[240]	92	26	-	-	-	24
PD truncada	TUC	[243]	91	26	-	-	-	24
		[244]	91	20	-	-	-	36
CDP	TDED	[246]	98	3	-	-	-	24
PD + PL	SCTUC	[247]	97	6	-	21	-	24
PDI	HS	[248]	58	-	1	-	-	12

Variante da PD	Problema	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
AOP	OPFHTS	[142]	81	2	2	-	-	6
	HS	[255]	81	-	4	-	-	24
		[256]	87	-	8	-	-	29
	HTS	[257]	89	-	10	-	-	24

Observa-se que, com exceção de [245], os estudos de caso incluíram no máximo 30 unidades térmicas e 7 usinas hidroelétricas. As aplicações se concentram nas décadas de 80 e 90, sendo a mais recente datada de 2000, para o sistema sul-coreano.

3.3.8 Programação inteira-mista (PIM)

As primeiras aplicações de PIM ao problema de PDO se deram em [113], [122], para o problema de TUC. Faz-se a distinção aqui entre o emprego de PIM por meio de utilização de pacotes comerciais (discutido nesta seção) e o desenvolvimento de algoritmos de *branch and bound* (BB) dedicados ao problema (discutidos na seção 3.4.2).

Se os custos de geração forem aproximados por funções lineares por partes e os de partida por uma função linear ou um custo fixo, podem-se aplicar diretamente pacotes de PIM aos problemas de TUC, HUC e suas extensões. O pacote mais utilizado é o CPLEX e as técnicas tradicionalmente adotadas são o B&B [258] e algoritmos de planos cortantes [259]. Recentemente, resultados mais expressivos têm sido obtidos por uma combinação entre os dois métodos, denominada de *branch and cut* [131], [260].

Podem-se apontar como vantagens da PIM: obtenção do ótimo global, medida de otimalidade do melhor ponto encontrado, e facilidade em se adicionar mais restrições e variáveis. Como desvantagens, a mesma da PL - ou seja, as expressões para as restrições e funções de custos devem ser linearizadas - e o elevado tempo computacional e memória necessários para aplicações de grande porte. Reportam-se, no entanto, avanços significativos na última década, que reduziram em até 60 vezes o tempo de resolução [131].

A tabela a seguir lista as maiores aplicações de PIM ao problema de PDO. Na última coluna relacionam-se restrições adicionais à formulação básica de cada tipo de problema.

Tabela 3.6– Principais aplicações de programação inteira-mista à PDO.

Problema	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>nh</i>	<i>NH</i>	<i>T</i>	Restrições adicionais
TUC	[261]	80	50	-	-	24	
HUC	[40]	96	-	-	9	24	Tempo de viagem da água, zonas proibidas de geração, modelagem do vertimento ¹
HUC	[262]	96	-	-	8	24	Tempo de viagem, limites de variação na defluência das usinas hidroelétricas, custo de partida das unidades
HS	[158]	01	-	-	3	24	Cota de soleira do vertedouro ² , FPH não côncava
HUC	[148]	01	-	39	-	48	Limite para o número de unidades ligadas, tempo mínimo ligada e desligada, modelagem do vertimento
TUC	[260]	04	27	-	-	24	Rampa
TUC _H	[131]	05	25	-	7	24	Rampa, limite de emissões ³ , limite de consumo de combustíveis
TUC	[263]	06	100	-	-	24	Rampa

Pode-se notar que as aplicações são recentes, evidenciando o aumento do uso desta técnica com o avanço na velocidade de processamento dos computadores e a melhoria da performance dos pacotes comerciais. No entanto, o porte das aplicações ainda não é satisfatório para sistemas como o SIN.

3.3.9 Algoritmos de inteligência artificial (IA)

A partir da década de 90, surgiram diversas técnicas conhecidas na literatura como algoritmos de inteligência artificial (IA) ou metaheurísticas. São algoritmos de busca estocástica de pontos: ao invés de se procurar a solução por meio de técnicas clássicas de otimização, geram-se simultaneamente vários pontos de forma aleatória, segundo algumas regras motivadas, em geral, por fenômenos físicos ou verificados na natureza.

As principais razões apontadas na literatura para o uso destas técnicas são:

- relativa facilidade na implementação dos algoritmos e na utilização para sistemas mais complexos, comparativamente com as técnicas de programação matemática;

¹ O vertimento é modelado explicitamente como uma variável do problema, com limites apropriados.

² Representa-se a restrição da usina não poder verter caso o volume armazenado seja menor do que o volume referente à cota mínima do vertedouro.

³ Emissões de poluentes pelas unidades térmicas.

- ausência de exigências quanto às propriedades da função objetivo e das restrições;
- possibilidade de fuga de ótimos locais, através da exploração de uma determinada região do espaço de pontos do problema;
- facilidade de paralelização de boa parte desses algoritmos [106], [132], [264]-[267].

Contudo, algumas desvantagens podem ser também apontadas:

- dificuldades na calibração dos parâmetros do modelo [268];
- elevado tempo computacional para problemas de médio e grande porte;
- dificuldades de obtenção de pontos viáveis, especialmente para as restrições de igualdade e que acoplam diversas variáveis do problema;
- falta de critérios para avaliação da otimalidade do ponto final obtido.

O uso destes algoritmos requer a definição de estruturas de vizinhança para os pontos do problema e de uma estratégia de busca de novos pontos a partir de um ou mais pontos existentes.

Dentre as técnicas pertencentes a esta classe de algoritmos, citam-se os algoritmos genéticos (AG), algoritmos evolucionários (*evolutionary programming* - EP), *simulated annealing* (SA), busca tabu (BT), redes neurais (RN), otimização por colônias de formigas (*ant colony optimization* - ACO), *particle swarm optimization* (PSO), e algoritmo imunológico (AI).

Não serão descritas aqui as particularidades de cada uma das técnicas, sugere-se procurar as referências na Tabela 3.7, onde se relacionam as aplicações de maior porte encontradas para cada combinação de tipo de técnica e tipo de problema. Apesar de diferirem um pouco na sua concepção, foram incluídos também algoritmos que utilizam lógica *fuzzy* (FZ) e sistemas especialistas (SEsp).

Tabela 3.7 – Principais aplicações de técnicas de inteligência artificial ou metaheurísticas ao problema de PDO.

Algoritmo	Problema	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
AG	TED	[269]	96	15	-	-	-	24
	SCTED	[121]	04	18	-	52	66	-
	TUC	[270]	96	100	-	-	-	24
		[132]	02	45	-	-	-	24
	TUC _H	[153]	98	34	11	-	-	24
		[44]	03	10	6	-	-	168
HTS	[271]	98	1	4	-	-	24	
EP	TED	[102]	96	40	-	-	-	-
	SCTED	[272]	05	6	-	26	46	-
	HTS	[273]	03	1	4	-	-	24
		[274]	96	2	4	-	-	24
	SCTEED	[275]	03	14	-	118	-	-
SA	TED	[276]	93	3	-	-	-	-
	SCTED	[103]	95	6	-	7	-	-
	TUC	[277]	90	100	-	-	-	24
		[278]	98	32	-	-	-	48
	HTS	[279]	94	1	1	-	-	6
		[280]	05	2	2	-	-	4
RN	TED	[281]	98	120	-	-	-	-
	SCTED	[282]	04	5	-	18	-	-
	TDED	[106]	94	56	-	-	-	12
	TUC	[283]	95	36	-	-	-	24
	HS	[284]	94	-	10	-	-	24
	SCTUC _H	[285]	99	17	2	-	-	24
ACO	TUC	[286]	03	10	-	-	-	24
	HS	[287]	01	10	-	-	-	24
PSO	TED	[288]	05	40	-	-	-	-
	SCTED	[289]	03	6	-	26	46	-
		[290]	06	4	-	57	80	-
	TDED	[291]	04	15	-	-	-	24
	TUC	[292]	03	26	-	-	-	24
FZ	TDED	[293]	91	3	-	-	-	24
	TUC	[294]	97	4	-	-	-	8
BT	TED	[295]	03	5	-	-	-	-
	TUC	[120]	98	26	-	-	-	24

Algoritmo	Problema	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
SEsp	TUC	[296]	93	26T	-	-	-	24
		[297]	95	10	-	-	-	24

Percebe-se a predominância de aplicações para sistemas puramente térmicos e, mesmo nestes casos, para problemas de tamanho reduzido. A maior aplicação em sistemas hidrotérmicos considerou apenas 11 usinas hidroelétricas [153].

3.3.10 Estratégias híbridas

Todas as estratégias propostas nas seções 3.3.1 a 3.3.9 apresentam vantagens e limitações. Recentemente, tem sido dada atenção ao desenvolvimento de algoritmos híbridos, que combinam duas ou mais técnicas de resolução, a fim de aproveitar melhor as vantagens de cada método e, supostamente, obter um modelo mais robusto.

Em geral, os algoritmos de IA apresentam um rápido avanço nos valores da função objetivo nas primeiras iterações, mas uma evolução lenta ao se aproximarem de ótimos locais. Desta forma, tem se combinado uma técnica de IA, para explorar o espaço de pontos do problema, com uma técnica de busca local (BL) (método do gradiente, programação quadrática seqüencial (PQS) [298]), para se aprofundar na busca do ótimo local com maior acurácia. A Tabela 3.8 relaciona, das muitas aplicações de abordagens híbridas para o problema de PDO, aquelas de maior porte.

Tabela 3.8 – Principais aplicações de algoritmos híbridos ao problema de PDO.

Algoritmo	Problema	Ref.	<i>nt</i>	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>	
EP / BT / PQ	TED	[299]	01	15	-	-	-	-	
EP / PL	SCTED	[300]	05	4	-	66	93	-	
PSO / PQS	SCTDED	[301]	05	10		39	-	24	
AG / RN / PD	TUC	[302]	97	43	-	-	-	168	
RL / EP		[303]	99	90	-	-	-	24	
RL / PIM		[304]	00	108	-	-	-	168	
BT / LPr		[305]	01	54	-	-	-	24	
BT / RL		[306]	01	50	-	-	-	24	
SA / BL		[268]	03	100	-	-	-	24	
EP / BT		[307]	04	34	-	-	-	24	
AI / Fuzzy		[308]	06	90	-	-	-	24	
SA / Fuzzy		[309]	06	38	-	-	-	24	
RN / AG / LPr		SCTUC	[310]	01	26	-	24	39	24

Algoritmo	Problema	Ref.	<i>nt</i>	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
EP / CDP	HTS	[57]	02	4	5	-	-	168
AG / Pt. Int.	TUC _H	[311]	01	49	2	-	-	24
AG / SA		[312]	01	12	2	-	-	24

Apesar do considerável avanço no tamanho dos problemas para sistemas térmicos em relação aos algoritmos puros de IA, percebe-se que as aplicações para sistemas hidrotérmicos ainda são incipientes. Há também uma dificuldade em se definir, de forma sistemática, quando deve haver a mudança de um método para o outro ao longo do processo.

3.4 Algoritmos de Decomposição

Algoritmos de decomposição têm sido extensivamente usados no problema de PDO, principalmente quando se procura resolver problemas de grande porte e com muitas restrições. A idéia comum desses algoritmos é trocar a tarefa de resolver um problema grande e muito complexo pela resolução iterativa de uma série de subproblemas de menor porte, para os quais podem se usar técnicas de otimização adequadas.

3.4.1 Decomposição heurística

Vários trabalhos sugerem resolver o problema de PDO determinando em sequência os despacho térmico [T] e hidroelétrico [H], de forma iterativa. A forma mais usual é resolver [H] com base nos custos marginais do despacho térmico e resolver [T] com base nas gerações obtidas no despacho hidroelétrico [212], [313]-[315] conforme mostrado na Figura 3.7.

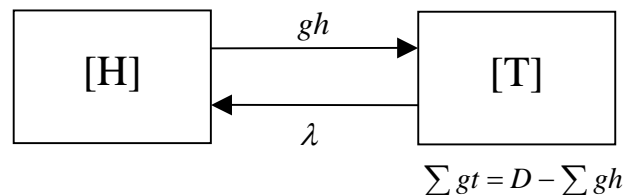


Figura 3.7 – Esquema ilustrativo da resolução do problema de PDO para sistemas hidrotérmicos por meio de algoritmos de decomposição heurística.

O processo em geral se repete até que os resultados, ou os custos do problema, não se alterem significativamente de uma iteração para a outra, critério que claramente não

garante a otimalidade do ponto final obtido. Apresenta-se na Tabela 3.9 um resumo das principais aplicações desta estratégia ao problema de PDO.

Tabela 3.9 – Principais aplicações de algoritmos de decomposição heurística para o problema de PDO em sistemas hidrotérmicos.

Problema	Ref.	Ano	Resolução de [T]	Resolução de [H]	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>T</i>
HTED	[316]	62	PDI	gradiente	NI	2	24
HTS	[212]	90	PQ	Frank & Wolfe	41	35	24
	[156]	92	PL	MVL	6	16	24
TUC _H	[317]	66	gradiente	PD	4	16	24
	[41]	86	LPr	FR não linear	17	50	24
	[315]	90	PD	Gradiente	34	6	24
	[154]	91	PD / LPr	Alg. Próprio	17	5	168
	[42]	92	LPr / iter- λ	PDAS	10	4	24
	[211]	93	iter- λ	FR	35	7	168
	[59]	93	SEsp / PL	FR não linear	80	16	24
	[318]	04	LPr	AG	28	13	24

É interessante observar que, mesmo para esta técnica de decomposição (que é a mais simples dentre as relacionadas na seção 3.4), as aplicações para sistemas hidrotérmicos, embora ainda não sejam para sistemas de grande porte, são razoavelmente maiores do que as aplicações descritas na seção 3.3. Isto evidencia a importância da adoção de técnicas de decomposição ao problema de PDO quando se deseja considerar sistemas complexos como o SIN.

3.4.2 *Branch and bound* (B&B)

A estratégia de *branch and bound* é uma das principais técnicas para a resolução de problemas de programação inteira-mista. Esta técnica consiste em se resolver inicialmente um problema relaxado, onde se permitem quaisquer valores para as variáveis inteiras, e valores no intervalo [0,1] para as variáveis binárias. Com isto, obtém-se um limite inferior (LINF) para o problema. Verificam-se quais variáveis violaram a condição de integralidade na solução encontrada e, em seguida, inicia-se a criação de uma árvore de subproblemas, onde em cada subproblema fixam-se valores inteiros adequados para um subconjunto destas variáveis. Cada novo subproblema criado é denominado *nó* da árvore.

Ao longo do processo, limites inferiores melhores (ou seja, maiores) vão sendo encontrados nos nós. Procura-se também obter limites superiores (LSUP) para a solução ótima, que correspondem a qualquer ponto viável encontrado para o problema. Quando o valor do limite inferior em um nó supera o valor de LSUP, este nó é eliminado (“podado”), e, em consequência, todas as combinações de valores de variáveis que seriam derivados deste nó também são eliminadas, daí a vantagem da técnica de B&B em relação a algoritmos de enumeração tradicional. O processo pára quando se obtém, para um nó, um valor de LINF que esteja suficientemente próximo ao valor de LSUP, para uma tolerância especificada.

A eficiência de algoritmos de B&B para programação inteira-mista depende essencialmente da forma como o particionamento dos nós é realizado, da velocidade na resolução dos subproblemas relaxados em cada nó e das heurísticas realizadas para obter pontos viáveis (e, conseqüentemente, obter limites superiores da solução ótima para se podar os nós da árvore).

Para reduzir o tamanho da árvore, pode-se particioná-la segundo os status, ao longo do tempo, de um subconjunto de unidades, e resolver o problema de TUC resultante para as demais unidades [319]-[321]. Pode-se adotar uma lista de prioridades no particionamento dos nós [141], [322], [323] e eliminar a priori combinações que violam algumas restrições como o tempo mínimo ligada/desligada ou o número de partidas das unidades geradoras.

Para o TUC, pode-se calcular um limite inferior para o problema em cada nó através de RL sobre as restrições de demanda e reserva [320], [321], ou resolvendo um problema contínuo [319]. Para o TUC_H, os limites inferiores em cada nó podem ser obtidos resolvendo-se em um subproblema de programação hidrotérmica (HTS).

A técnica de B&B, por ser um algoritmo de PIM, apresenta as mesmas vantagens e limitações mencionadas na seção 3.3.8. A Tabela 3.10 relaciona alguns trabalhos que aplicam B&B ao problema de PDO.

Tabela 3.10 – Principais aplicações da aplicação de algoritmos de *branch and bound* dedicados ao problema de PDO.

Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>T</i>	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>T</i>
TUC					TUC				
[320]	77	15	-	12	[325]	90	10	-	32
[323]	78	16	-	24	[326]	93	20	-	36
[321]	82	250	-	24	TUC _H				
[319]	83	19	-	24	[322]	72	7	4	24
[324]	84	100	-	24					

O desenvolvimento de algoritmos de B&B dedicados ao problema de PDO cessou no início dos anos 90, o que mostra que se privilegiou a utilização de pacotes comerciais para a aplicação desta técnica.

3.4.3 Decomposição de Dantzig & Wolfe (D&W)

A decomposição de Dantzig & Wolfe [327] também tem sido aplicada ao problema de PDO. Nesta técnica, dividem-se as restrições do problema em dois conjuntos. Em um conjunto, encontram-se restrições mais “fáceis” de serem manipuladas, e que são adicionadas ao problema denominado mestre. As restrições mais “difíceis” são tratadas nos subproblemas associados. A decomposição de Dantzig & Wolfe pode ser entendida como uma forma dual da decomposição de Benders [328].

As principais aplicações dessa decomposição ao problema de PDO são relacionadas na Tabela 3.11 a seguir.

Tabela 3.11 – Principais aplicações de decomposição Dantzig & Wolfe ao problema de PDO.

Problema	Ref.	Ano	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
TED	[329]	77	100	-	-	-	-
SCTED	[330]	81	16	-	82	143	-
SCHTDED	[331]	82	2	35	47	92	168
TDED	[332]	89	100	-	100	-	5
SCTDED	[333]	97	68	-	68	14	-

As aplicações são de porte razoável, considerando os anos das publicações. Esta técnica foi bem menos utilizada a partir dos anos 90, quando comparada à decomposição de Benders.

3.4.4 Decomposição de Benders

A decomposição de Benders [334], [335] surgiu no início dos anos 60, para resolver problemas inteiros-mistos. Esta técnica tem sido utilizada na PDO de diferentes formas:

- A) Para o TUC ou TUC_H , onde o problema mestre é o de alocação das unidades geradoras, que pode ser resolvido por técnicas de B&B e RL, e os subproblemas são de TED, TDED ou HTS [46], [125], [150], [336], [337].
- B) Para resolver problemas com rede elétrica. O problema mestre pode corresponder ao TED, TDED, TUC, TUC_H ou HTS sem rede elétrica, e os subproblemas consistem na validação elétrica do despacho de cada intervalo, feita de forma individualizada, seja por um fluxo DC ou AC [337]-[342].
- C) Para realizar uma decomposição multi-estágio, onde cada estágio corresponde ao subproblema de cada intervalo de tempo [10]. Esta técnica é conhecida com o nome de programação dinâmica dual (PDD) [12].

A adição dos cortes de Benders ao problema mestre, nas três formas acima, pode ser feita para prover informações sobre a otimalidade do problema ou sobre eventuais inviabilidades ocorridas nos subproblemas, que podem ser evitadas introduzindo-se os chamados “cortes de viabilidade”, que limitam o conjunto viável do problema mestre.

A Tabela 3.12 mostra algumas das aplicações da decomposição de Benders para o problema de PDO.

Tabela 3.12 – Principais aplicações de decomposição de Benders ao problema de PDO.

Problema	Ref.	Ano	Forma de decomposição	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
TUC	[125]	78	A	10	-	-	-	24
	[343]	00	A	33	-	-	-	168
TUC_H	[336]	80	A	10	10	-	-	24
	[150]	86	A	20	30	-	-	24
SCTED	[338]	87	B	11	-	45	-	-
SCTUC	[337]	97	A, B	9	-	30	-	24
$SCTUC_H$	[339]	00	A, B	71	8	104	160	24
SCHTS	[10]	02	C	24,	85	2628	3714	168
SCTDED	[340]	03	B	36	118	186	-	24

Problema	Ref.	Ano	Forma de decomposição	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
OPFTUC	[341]	06	A, B	169	1168	1474	-	24
OPFTUC	[342]	06	A, B	420	1208	1852	-	24

Observa-se ainda que em [343] considera-se um problema de TUC estocástico com 729 cenários, e em [340]-[342] incluem-se na modelagem contingências¹ da rede elétrica.

Pode se perceber, portanto, que a decomposição de Benders é uma técnica bem adequada para resolver problemas mais sofisticados e de maior porte, para sistemas hidrotérmicos e/ou com consideração da rede elétrica.

3.4.5 Relaxação Lagrangeana

A técnica de relaxação Lagrangeana (RL) e suas derivações, como o Lagrangeano aumentado (LA), é a mais utilizada na resolução dos problemas de TUC e TUC_H, principalmente para sistemas de grande porte. Por estar relacionada diretamente ao trabalho desta tese, esta técnica será descrita com detalhes no capítulo 4.

Em relação à decomposição de Benders, podem-se fazer as seguintes comparações com a decomposição por RL:

- a decomposição de **Benders** tem como motivação principal separar as **variáveis** que dificultam a resolução do problema, como por exemplo as variáveis 0-1, que em geral são tratadas no problema mestre. Já a decomposição por **RL** tem por objetivo separar (“relaxar”) as **restrições** que dificultam a resolução do problema, como por exemplo as restrições de acoplamento no problema de PDO (vide seção 4.3);
- na decomposição de **Benders**, pode-se entender o problema como sendo resolvido em **diferentes níveis de decisão**. Por exemplo, ao ser aplicado ao TUC, o problema mestre determina os status das unidades, enquanto os subproblemas calculam as gerações das unidades ligadas. Na **RL**, há uma idéia de resolução “conjunta” do problema. No exemplo desta tese, por exemplo, os status das unidades geradoras térmicas são decididas no **mesmo nível** das gerações termoelétricas e hidroelétricas, porém em subproblemas diferentes;

¹ Denomina-se contingência na rede elétrica a saída inesperada de uma ou mais linhas de transmissão.

- a interação entre o problema mestre e os subproblemas se dá no sentido oposto nos dois métodos: enquanto na decomposição de **Benders** o problema **mestre envia** ao subproblema um **ponto primal** e **recebe variáveis duais** (multiplicadores das restrições violadas), na **RL** o problema **mestre envia** aos subproblemas **variáveis duais** referentes às restrições relaxadas, e **recebe um ponto primal** para as restrições não relaxadas.

3.5 Consideração da Rede Elétrica

Nesta seção, listam-se as aplicações de maior porte encontradas na literatura, em cada época, para os tipos de problema de PDO com formulação dinâmica e rede elétrica. A última coluna indica restrições adicionais em relação à formulação básica de cada tipo de problema.

Tabela 3.13 – Síntese das principais aplicações para o problema de PDO considerando a modelagem da rede elétrica.

Problema	Ref.	Ano	Técnica	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>	Restrições adicionais
OPFHTS	[142]	81	AOP	2	2	-	-	24	tempo de viagem da água
SCTDED	[105]	87	PNL	83	-	-	-	7	contingências
SCHS	[54]	91	PL	7	-	NI	-	48	vertimento, contingências
SCHTS	[143]	91	RL	-	9	23	33	49	tempo de viagem
SCTUC	[344]	92	LA	150	-	139	-	48	rampa (<i>gt</i>)
SCTUC	[345]	95	RL	26	-	24	-	24	Limites de emissões
SCTUC	[346]	95	RL	16	-	31	43	168	-
SCTUC	[347]	96	LA	26	-	24	-	24	rampa (<i>gt</i>), limites de emissões, consumo de combustível
SCTUC	[337]	97	Benders	9	-	30	-	24	limites de tensão e de potência reativa
SCTUC	[348]	98	RL	79	-	2200	2500	24	-
SCTUC	[349]	99	RL / LA	36	-	118	-	24	rampa (<i>gt</i>), limites de emissões, consumo de combustível, limites de tensão
SCTUC _H	[339]	00	Benders	71	8	104	160	24	-
OPFTUC	[350]	00	LA	54	-	118	-	24	rampa (<i>gt</i>)
SCTUC _H	[351]	01	LA	24	-	-	-	24	rampa (<i>gt</i>), limites de emissões

Problema	Ref.	Ano	Técnica	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>	Restrições adicionais
SCTUC	[310]	01	RN / AG / Lpr	26	-	-	-	24	-
SCHTS	[10]	02	Benders (DDP)	24	85	2628	3714	168	tempo de viagem da água, vertimento
SCTDED	[340]	03	Benders	36	-	118	186	24	rampa (<i>gt</i>), contingências
SCTUC	[352]	04	RL	26	-	24	-	24	-
OPFTUC	[176]	05	RL	71	-	118	-	24	rampa (<i>gt</i>), emissão de poluentes, consumo de combustível
SCTUC	[46]	05	RL	71	-	118	-	8x168	rampa (<i>gt</i>), emissão de poluentes, consumo de combustível
OPFHDED	[209]	05	FR		NI	1993	-	24	-
OPFTUC	[341]	06	Benders	169	-	1168	1474	24	rampa (<i>gt</i>), emissão de poluentes, consumo de combustível
OPFTUC	[342]	06	Benders	420	-	1208	1852	24	rampa (<i>gt</i>),
SCTUC _H	Este trabalho	07	RL	125	117	3544	5046	24	-

Podem-se fazer os seguintes comentários:

- os trabalhos se concentram a partir da segunda metade da década de 90;
- há um número reduzido de aplicações de técnicas de IA;
- os problemas de maior porte são para sistemas térmicos [341], [342], [348] ou para sistemas hidrotérmicos sem considerar a operação dos reservatórios [209], com exceção de [10], que no entanto não considera as restrições de UC térmico e representa a rede elétrica por uma modelagem DC;
- para o problema de SCTUC_H, tratado nesta tese, mencionam-se apenas [339], [351], ambos com uma rede elétrica reduzida e com um pequeno número de usinas hidroelétricas. Em contraste, no capítulo 8 desta tese os resultados apresentados consideram um número elevado de usinas e uma rede elétrica de grande porte.

3.6 Considerações Finais

Este capítulo apresentou as diversas variantes do problema de PDO encontradas na literatura, dependendo do tipo de sistema considerado (puramente térmico, puramente

hidroelétrico, ou hidrotérmico), do tipo de acoplamento entre as variáveis (estático ou dinâmico), da consideração ou não da alocação de unidades geradoras (problema de despacho econômico ou de *unit commitment*), da representação ou não da operação dos reservatórios, e da forma de consideração da rede elétrica (sem rede, com rede DC ou com rede AC). As estratégias de resolução para esses problemas se dividem em dois tipos: estratégias diretas (seção 3.3) e estratégias de decomposição (seção 3.4).

A exposição do capítulo evidencia que as estratégias de resolução direta apresentam sérias limitações: os algoritmos de fluxo em redes não são adequados para resolver problemas que incluem simultaneamente usinas hidroelétricas e restrições de *unit commitment* para as unidades térmicas; os algoritmos de lista de prioridades se limitam aos problemas de TUC, e são altamente heurísticos; a programação inteira mista, apesar do grande avanço observado na última década, ainda não é suficiente para resolver diretamente problemas do porte do SIN; os algoritmos baseados em inteligência artificial, apesar do seu largo emprego, ainda se limitam a problemas com porte bastante reduzido; e, finalmente, os algoritmos híbridos, embora tenham sido uma tendência na primeira metade dos anos 2000, ainda necessitam ser melhor investigados e entendidos.

As técnicas de decomposição apresentam resultados muito mais promissores para problemas de grande porte. Embora os primeiros algoritmos, de decomposição heurística, sejam pouco adequados em relação à otimalidade desejada para o problema, serviram como base para experimentar as técnicas aplicadas para resolver os subproblemas hidroelétrico e termoeelétrico. Assim, estas técnicas passaram a serem aplicadas para resolver os subproblemas oriundos de técnicas mais sofisticadas de decomposição, como decomposição de Benders e relaxação Lagrangeana. A decomposição de Benders tem sido bastante aplicada para resolver problemas incluindo restrições de segurança para a rede elétrica. A relaxação Lagrangeana é estudada com detalhes no capítulo seguinte.

4 ESTUDO BIBLIOGRÁFICO DA APLICAÇÃO DE RELAXAÇÃO LAGRANGEANA AO PROBLEMA DE PDO

A Relaxação Lagrangeana (RL) é uma estratégia de decomposição de problemas de otimização que surgiu nas décadas de 60 e 70 [353], [354]. A idéia desta técnica é relaxar algumas restrições do problema, penalizando sua violação na função objetivo por meio de multiplicadores, que constituem variáveis adicionais, do tipo dual, do problema. Ao escolher de forma adequada as restrições a serem relaxadas, decompõe-se o problema em diversos subproblemas, também denominados problemas locais, que podem ser resolvidos individualmente utilizando-se técnicas apropriadas.

Troca-se então a resolução direta do problema original por um processo iterativo, onde em cada iteração resolvem-se os subproblemas locais (para um dado valor fixo dos multiplicadores) e um problema de coordenação, denominado “mestre”, que se encarrega de atualizar os multiplicadores ao longo das iterações.

4.1 Introdução

Considere o problema (4.1) a seguir, chamado de problema primal (P):

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min & f(x, y) := 2x + y \\ \text{s.a.} & x + y = 3 \quad (a) \\ & 0 \leq x \leq 4 \quad (b) \\ & 0 \leq y \leq 2, \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{P}) \quad (4.1)$$

cuja solução é $(x^*, y^*) = (1, 2)$, com $f^* := f(x^*, y^*) = 4$. Observe que este problema se assemelha ao problema de TED descrito na seção (3.1). Mais precisamente, x e y correspondem à geração de duas unidades geradoras térmicas, com capacidades máximas de 4 e 2, respectivamente, e custos incrementais de geração constantes e iguais a 2 e 1, respectivamente. A demanda a ser atendida é igual a 3 unidades.

Suponha que a restrição $x + y = 3$ dificulta o problema, por acoplar as variáveis x e y . Portanto, pretende-se relaxá-la e, para tal, define-se a função Lagrangeana $L(x, y, \lambda)$:

$$L(x, y, \lambda) := f(x, y) + \lambda(x + y - 3), \text{ com } \lambda \in \mathcal{R}. \quad (4.2)$$

As variáveis x e y são chamadas de variáveis primais, enquanto λ é a variável dual, ou multiplicador de Lagrange.

Observe que, quando a função Lagrangeana é considerada como função apenas da variável dual λ , tem-se:

$$\max_{\lambda \in \mathbb{R}} L(x, y, \lambda) = \begin{cases} f(x, y), & \text{se } x + y = 3 \\ +\infty, & \text{c.c. .} \end{cases}$$

Assim sendo, a penalização que define a função Lagrangeana satisfaz a relação:

$$(P) \equiv \min_{\substack{0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 2}} \max_{\lambda \in \mathbb{R}} L(x, y, \lambda). \quad (4.3)$$

O problema dual (D) é definido quando se troca em (4.3) a ordem “min-max” por “max-min”:

$$\max_{\lambda \in \mathbb{R}} \theta(\lambda), \quad (D) \quad (4.4)$$

onde $\theta(\lambda)$ é a função definida por

$$\theta(\lambda) := \begin{cases} \min (2x + y) + \lambda (x + y - 3) \\ \text{s.a. } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 2 . \end{cases} \quad (4.5)$$

Cada minimizador em (4.5), para cada λ dado, é denotado por $(x(\lambda), y(\lambda))$, e denominado pseudo-ponto primal. Em um ponto λ^* que maximiza $\theta(\cdot)$, tem-se a pseudo-solução primal $(x(\lambda^*), y(\lambda^*))$, satisfazendo $\theta^* = \theta(\lambda^*) = L(x(\lambda^*), y(\lambda^*), \lambda^*)$.

Pela definição da função dual, temos que $\theta(\lambda^*) \leq f(x, y)$, para qualquer ponto primal (x, y) viável. Desta maneira, o processo de RL pode ser interpretado como fornecendo limites inferiores para a solução de (P), e o seu objetivo é obter o maior limite inferior possível para o problema original, que é dado pela solução de (D).

A vantagem na passagem de (P) para (D) reside no fato de que

$$\theta(\lambda) := \theta_x(\lambda) + \theta_y(\lambda) - 3\lambda,$$

onde:

$$\theta_x(\lambda) := \begin{cases} \min (2 + \lambda)x \\ \text{s.a. } 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad \text{e} \quad \theta_y(\lambda) := \begin{cases} \min (1 + \lambda)y \\ \text{s.a. } 0 \leq y \leq 2 \end{cases} \quad (4.6)$$

Os problemas locais $\theta_x(\lambda)$ e $\theta_y(\lambda)$ são “fáceis” de resolver, para qualquer valor de λ , pois dependem apenas de uma das variáveis. Resta resolver o problema dual $\max_{\lambda} \theta(\lambda)$. Por simples inspeção, verifica-se que para o exemplo dado, a função $\theta(\cdot)$ tem a forma apresentada na Figura 4.1,

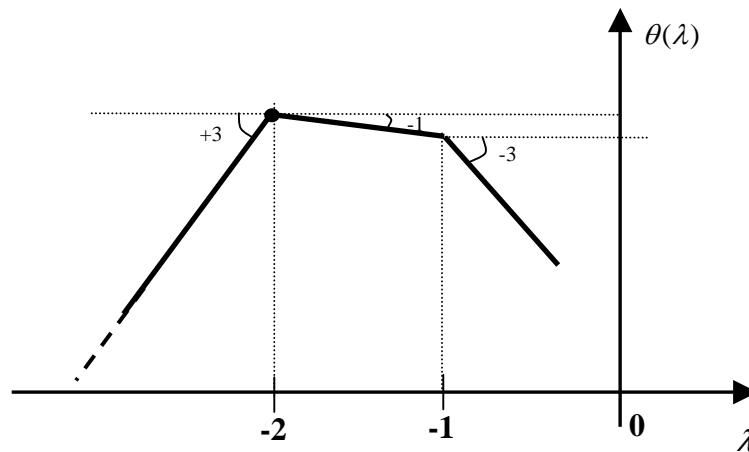


Figura 4.1 – Gráfico da função dual para o problema (4.1).

e que o seu máximo ocorre para $\lambda^* = -2$, com $(x(\lambda^*), y(\lambda^*)) = (x, 2)$, com $x \in [0, 4]$ arbitrário. Observe que:

- um acréscimo infinitesimal ε no lado direito da equação $x + y = 3$ (isto é, de 3 para $3 + \varepsilon$) provocaria um aumento ε na variável x na solução ótima, que passaria a ser $(\tilde{x}^*, \tilde{y}^*) = (1 + \varepsilon, 2)$ já que a variável y já se encontra em seu limite superior $y^* = 2$. Portanto, o aumento na função objetivo seria de 2ε em relação ao problema original. Define-se como **custo marginal de atendimento à restrição** $x + y = 3$ como a razão $(2\varepsilon/\varepsilon) = 2$, que equivale, em módulo, ao valor ótimo λ^* para o multiplicador¹;
- como o problema (P) é convexo, o valor ótimo do problema dual $\theta^* = \theta(\lambda^*)$ corresponde com o valor ótimo $f^* = (x^*, y^*)$ do problema primal;

¹ Este custo marginal é denominado, para o problema de PDO, de custo marginal de operação (CMO).

- porém, apesar do problema (P) ser convexo, a resolução de (D) não necessariamente fornece um ponto primal viável. Se $\lambda^* = -2$, a solução do problema local em x , $\theta_x(\lambda)$, varia segundo o método escolhido, mas em geral será um vértice do poliedro viável, neste caso o segmento $[0,4]$. Logo, em geral se obtém $x(\lambda^*) = 0$ ou 4 , ao invés do valor $x^* = 1$. Mas ainda, como numericamente λ^* nunca será exatamente igual a -2 , ao se calcular $\theta(\lambda^*)$, obteremos:

$$(x(\lambda^*), y(\lambda^*)) = \begin{cases} (4,2), & \text{se } \lambda^* < -2 \\ (0,2), & \text{se } \lambda^* > -2, \end{cases}$$

para λ^* em uma vizinhança de -2 .

No Apêndice I, apresenta-se um estudo similar para a função dual, quando o mesmo problema é resolvido por RL com duplicação de variáveis, que é a estratégia proposta nesta tese.

Resultados teóricos gerais

Para qualquer problema (P), os subproblemas locais $\theta_x(\lambda)$ e $\theta_y(\lambda)$ são definidos como o mínimo de funções afins de λ . Pode-se mostrar que a função $\theta(\lambda)$ é côncava [355] e, em geral, linear por partes¹.

Definindo-se o *gap de dualidade* (gd) como a diferença ($f^* - \theta^*$), as seguintes considerações podem ser feitas, baseadas na teoria da dualidade (ver [355] e [356] e suas referências):

- O valor θ^* é um **limite inferior** para a solução ótima do problema. Ou seja, $f^* \geq \theta^*$, e $gd \geq 0$;
- para problemas convexos, o *gap* de dualidade é nulo, ou seja, $f^* = \theta^*$;
- para problemas não convexos (por exemplo, que contenham variáveis 0-1), o *gap* de dualidade é em geral não nulo, ou seja, pode-se ter $f^* > \theta^*$;

¹ Caso os minimizadores de $\theta_x(\lambda)$ e $\theta_y(\lambda)$ sejam únicos para qualquer λ dado, a função dual será diferenciável em todos os pontos, e com gráfico semelhante, por exemplo, ao de uma função quadrática.

- para qualquer ponto primal x viável para (P) e qualquer ponto λ viável para (D) , tem-se $f(x) \geq \theta(\lambda)$, e a diferença $f(x) - \theta(\lambda)$ é um limite superior para gd ;
- mesmo em problemas convexos (para os quais $f^* = \theta^*$), só se garante que a pseudo-solução primal $x(\lambda^*)$ obtida por RL satisfaz ao conjunto de restrições relaxadas se a função f for fortemente convexa. Caso contrário, apesar de existir uma solução x^* viável tal que $f(x^*) = \theta^*$, não se tem controle sobre a solução $x(\lambda^*)$ obtida para os subproblemas, e assim não se pode garantir a obtenção deste ponto x^* durante a etapa de RL.

Note que o segundo e quinto itens acima foram ilustrados no exemplo mostrado anteriormente.

Como **vantagens** da RL, apontam-se: (i) viabilidade prática de sua aplicação para problemas de grande porte; (ii) possibilidade de empregar, na resolução de cada subproblema, o algoritmo mais adequado a sua estrutura; (iii) possibilidade de resolver os subproblemas locais de forma paralela, diminuindo o tempo computacional.

Como **desvantagens**, tem-se: (i) dificuldades oscilatórias quando se adota uma formulação linear para a função objetivo e as restrições do problema (como observado no exemplo (4.1) para o valor numérico λ^* um pouco maior ou menor do que o valor ótimo -2); (ii) falta de garantia de viabilidade primal da pseudo-solução; (iii) necessidade de utilização de um método de otimização não diferenciável (OND) para maximizar a função dual¹.

Neste trabalho, os aspectos (i) e (ii) das desvantagens são analisados para os estudos de caso apresentados no capítulo 7, para os quais a metodologia proposta apresentou resultados bastante satisfatórios. Já o aspecto (iii) das desvantagens é levado em consideração ao se utilizar uma variante robusta de otimização não diferenciável (o método de feixes proximal descrito na seção 4.5.4) para resolver o problema dual.

4.2 Aplicação de RL ao Problema de PDO

Escreve-se a seguir a formulação do problema de PDO, incluindo-se as restrições mais comumente consideradas na literatura:

¹ Exceto quando a função dual é diferenciável, vide discussão no início da seção 4.5.

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{nt} c_i(gt_i^t) + \alpha(V^T) \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^{nt} gt_i^t + \sum_{j=1}^{NH} GH_j^t = D^t, \quad (a) \\
& \sum_{i=1}^{nt} \min\{\overline{gt}_i - gt_i^t, \overline{rt}_i\} + \sum_{j=1}^{NH} (\overline{GH}_j - GH_j^t) = R^t, \quad (b) \\
& V_j^t = V_j^{t-1} + A_j^t - (Q_j^t + S_j^t) + \sum_{k \in M_j} (Q_k^t + S_k^t), \quad (c) \\
& GH_j^t = FPH(V_j^t, Q_j^t), \quad (d) \quad (4.7) \\
& \sum_{t=1}^T GH_j^t = Tg_j, \quad (e) \\
& \underline{GH}_j \leq GH_j^t \leq \overline{GH}_j, \quad (f) \\
& -\underline{\Delta gt}_i \leq gt_i^t - gt_i^{t-1} \leq \overline{\Delta gt}_i, \quad (g) \\
& u_i^t \underline{gt}_i \leq u_i^t gt_i^t \leq u_i^t \overline{gt}_i, \quad (h) \\
& (u_i^t, gt_i^t) \in \chi_i, \quad (i)
\end{aligned}$$

para $t = 1, \dots, T$, $i = 1, \dots, nt$, $j = 1, \dots, NH$. A notação empregada está explicada ao longo do capítulo 3.

Ressalta-se que o trabalho desta tese compreende a função objetivo e as restrições (a), (c), (d), (f), (h) e (i) de (4.7), além da representação de uma modelagem DC da rede elétrica, com consideração de limites de fluxo nos circuitos.

A inclusão de cada grupo de restrições dependerá da variante adotada para a PDO, conforme descrito no capítulo 3. As equações (a) e (b) estão quase sempre presentes, e são restrições que acoplam todas as unidades geradoras do sistema, porém não envolvem acoplamento temporal. As restrições (c) e (d) estão presentes na formulação do HS, HTS, HTUC, TUC_H e HUC_T, onde se modela a operação dos reservatórios, sendo que a restrição (c) promove acoplamento entre as usinas hidroelétricas e entre os intervalos de tempo. A restrição (e) acopla todos os intervalos de tempo, mas é separável por usina hidroelétrica, e é incorporada quando o acoplamento com o problema de médio prazo (seção 2.4.1) é feita por uma abordagem primal. A restrição (f) está presente sempre que há usinas hidroelétricas. A restrição (g) é incluída nos problemas de TDED e HTDED e, às vezes, também nos problemas de TUC, HTUC e TUC_H. As restrições (h) e (i) são incluídas no TUC, HTUC e TUC_H, onde se

consideram as restrições de *unit commitment* térmico. Nas demais variantes que envolvem usinas térmicas, a restrição (h) está presente, porém sem as variáveis binárias u_i^t .

Quanto às parcelas na função objetivo, os custos das térmicas são separáveis por unidade geradora, e a função de custo futuro pode ser separável por usina, por bacia hidroelétrica, ou pode acoplar todas as usinas hidroelétricas.

A aplicação da RL requer os seguintes passos, que serão descritos neste capítulo para o problema de PDO:

- definição das restrições a serem relaxadas (seção 4.3);
- escolha da estratégia de solução a ser adotada para cada um dos subproblemas originados da decomposição (seção 4.4);
- escolha do algoritmo para maximização da função dual (seção 4.5);
- escolha da estratégia para obtenção de um ponto viável (seção 4.6).

4.3 Relaxação das Restrições

Nesta seção, descrevem-se as restrições que têm sido comumente relaxadas nas aplicações de RL ao problema de PDO.

4.3.1 Atendimento à demanda e reserva

A forma clássica de aplicação da RL ao problema de PDO consiste em relaxar as restrições de atendimento à demanda e à reserva operativa [128], [277], [357], por acoplarem todas as unidades geradoras do sistema e por serem apenas duas restrições por intervalo de tempo, independentemente do tamanho do sistema elétrico considerado. Subdivide-se o problema em uma série de subproblemas independentes para cada unidade geradora térmica e para cada usina ou bacia hidroelétrica.

O principal inconveniente dessa abordagem surge quando se considera a representação da rede elétrica. Neste caso, tem-se, em cada intervalo, uma equação para cada barra e restrições de limite de fluxo em cada circuito, em ambos os sentidos¹. Desta forma, o número de multiplicadores necessários para desacoplar os subproblemas é tal que

¹ Considerando o procedimento usual de se representar a rede elétrica por uma modelagem DC.

inviabiliza a resolução do problema dual para aplicações de maior porte. Para contornar este inconveniente, têm sido propostas algumas alternativas, como por exemplo:

- a consideração dos limites de fluxo apenas na etapa de busca de um ponto primal viável (recuperação primal) [176], [352]. Este enfoque pode no entanto comprometer de forma acentuada a otimalidade do ponto final obtido, já que o problema que se resolve na etapa de recuperação primal não é o mesmo que aquele resolvido por RL;
- a realização de uma decomposição adicional por Benders. O problema de PDO sem rede elétrica, resolvido por RL sobre demanda e reserva, torna-se o problema mestre, e o problema escravo é o de validação elétrica, para cada intervalo de tempo. Caso ocorram violações na rede, adicionam-se cortes ao problema mestre [176], [349]. Esta estratégia pode encontrar dificuldades, porém, quando a demanda é elevada, pois o problema mestre necessita incorporar um grande número de restrições referentes às violações encontradas ao se resolverem os subproblemas;
- a aplicação de RL com duplicação de variáveis, descrita na seção 4.3.3.

Esta última alternativa é a abordagem adotada nesta tese.

4.3.2 Demais restrições de acoplamento

Outras restrições que promovem acoplamento espacial e/ou temporal podem ser relaxadas, como por exemplo: balanço hídrico, limites de consumo de combustíveis, limites de emissões de poluentes, ou restrições de rampa (vide Tabela 4.2 e Tabela 4.3). Os multiplicadores para estas restrições podem ser atualizados no mesmo nível dos multiplicadores relacionados à demanda e reserva [116], [358] ou atualizados em um nível hierárquico inferior [47], [124], [359]. Neste último caso, a função dual do nível superior é, em geral, avaliada de modo inexato, o que pode causar sérias dificuldades para o método de otimização não diferenciável empregado para resolver o problema dual (vide seção 4.5).

Para cada restrição do problema primal que possa ser relaxada, deve se analisar o compromisso efetuado entre a facilidade na resolução dos subproblemas e o grau de inviabilidade primal que se espera com esta relaxação. Por exemplo, em geral não é conveniente relaxar as restrições de balanço hídrico, já que se quebra uma estrutura importante do problema, a qual poderia favorecer a aplicação de técnicas de fluxo em

redes para resolver o subproblema hidroelétrico associado (vide seção 3.3.5.2). Além disso, o forte desacoplamento na operação das usinas, induzido pela relaxação, causa grandes dificuldades na obtenção de um ponto primal viável [147]. O mesmo problema também foi reportado ao se relaxar as restrições de meta para o volume final dos reservatórios [359].

4.3.3 Relaxação com duplicação de variáveis

A RL com duplicação de variáveis [16], [344], [360] e seção 6.1, consiste em: (i) duplicar algumas variáveis do problema, introduzindo as chamadas “variáveis artificiais”; (ii) empregar estas variáveis artificiais em algumas restrições e as variáveis originais em outras; (iii) obter o desacoplamento relaxando as equações de igualdade entre as variáveis originais e artificiais. Um exemplo da aplicação desta técnica para o problema (4.1) é mostrado no Apêndice I.

Embora o número de multiplicadores cresça linearmente com o número de variáveis duplicadas (em geral, a geração das usinas), esta estratégia é vantajosa quando se considera a rede elétrica, pois não é necessário relaxar as restrições de fluxo de potência e limites nos circuitos.

Na Tabela 4.1 a seguir, faz-se uma comparação do número de multiplicadores associados ao problema de PDO, quando se utiliza a estratégia de RL das restrições de demanda e reserva, ou a estratégia de duplicação das variáveis de geração. Consideram-se os problemas com e sem rede elétrica, para um sistema com n unidades geradoras (hidroelétricas + termoelétricas), T intervalos de tempo, e uma rede elétrica com NB barras e NL linhas.

Tabela 4.1 – Comparação entre o número de variáveis das duas principais formas de aplicação de RL para o problema de PDO.

	Número de multiplicadores	
	RL sobre demanda e reserva	RL com duplicação de variáveis
sem rede elétrica	$2T$	nT
com rede elétrica	$(NB+2NL)T$	nT

Percebe-se a vantagem da estratégia de RL sobre demanda e reserva para os casos de grande porte sem rede elétrica, pois o número de multiplicadores é $2T$, independente do número de unidades do sistema. Já para os casos com rede elétrica, como neste trabalho

de tese, a estratégia de RL com duplicação de variáveis é mais vantajosa, pois em geral a soma $NB+2NL$ é muito maior do que n para sistemas de grande porte.

4.4 Resolução dos Subproblemas

Para garantir a obtenção de uma solução dual acurada, todos os subproblemas devem ser resolvidos de forma ótima em cada iteração de maximização da função dual. Portanto, devem-se escolher algoritmos eficientes e que possam, sempre que possível, aproveitar informações de iterações anteriores para acelerar o processo (“*warm starts*”).

Na relaxação clássica da demanda e da reserva, há dois subproblemas locais: um subproblema local “hidroelétrico”, acoplado no tempo e separável por bacia hidrográfica¹ (eq. (4.8)), e subproblemas locais “termoelétricos”, um para cada unidade geradora (eq. (4.9)). Estes subproblemas, em sua forma mais comum na literatura, apresentam respectivamente a seguinte formulação:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{NH} (\lambda^t + \mu^t) GH_j^t + \alpha (V^T) \\
 \text{s.a.} \quad & V_j^t = V_j^{t-1} + A_j^t - (Q_j^t + S_j^t) + \sum_{k \in M_j} (Q_k^t + S_k^t), \quad t = 1, \dots, T \\
 & GH_j^t = FPH(V_j^t, Q_j^t), \quad t = 1, \dots, T \\
 & \sum_{t=1}^T GH_j^t = Tg_j, \quad t = 1, \dots, T \\
 & \underline{GH}_j \leq GH_j^t \leq \overline{GH}_j, \quad t = 1, \dots, T
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

e

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{t=1}^T c_i (gt_i^t) + (\lambda^t + \mu^t) gt_i^t \\
 \text{s.a.} \quad & -\underline{\Delta} gt_i \leq gt_i^t - gt_i^{t-1} \leq \overline{\Delta} gt_i, \quad t = 1, \dots, T \\
 & u_i^t \underline{gt}_i \leq u_i^t gt_i^t \leq u_i^t \overline{gt}_i, \quad t = 1, \dots, T \\
 & (u_i^t, gt_i^t) \in \chi_i, \quad t = 1, \dots, T,
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

¹ Ou usina hidroelétrica, caso não sejam consideradas usinas em cascata.

para $i = 1, \dots, nt$, $j = 1, \dots, NH$, $t = 1, \dots, T$. Para cada t , λ^t e μ^t correspondem aos multiplicadores da demanda e da reserva, respectivamente. Relembra-se aqui que apenas uma das formas de acoplamento com o médio prazo é em geral considerada: ou por meio do estabelecimento de valores da água através da função $\alpha(V^T)$ na função objetivo, ou por meio do estabelecimento de metas Tg_j para cada reservatório j .

Já na RL com duplicação de variáveis, explicada com detalhes na seção 6.1 para o trabalho desta tese, obtém-se um subproblema hidroelétrico e um subproblema termoelétrico semelhantes a (4.8) e (4.9), respectivamente, além de um subproblema elétrico, descrito com detalhes na seção 6.3.2.

4.4.1 Resolução do subproblema hidroelétrico

Para o subproblema hidroelétrico (4.8), podem ser aplicadas as mesmas técnicas mencionadas no capítulo 3 para resolver os problemas HS ou HTS. Pela ausência tanto das restrições de acoplamento com as usinas térmicas, como das restrições da rede elétrica, os algoritmos de fluxo em redes parecem ser os mais adequados para resolver este subproblema.

Quando se consideram restrições de UC hidroelétrico, como por exemplo zonas proibidas de operação e curvas de eficiência para as unidades geradoras (vide seção 3.1.6), podem-se realizar diferentes decomposições, separando o subproblema hidroelétrico em um problema contínuo, por usina, resolvido por fluxo em redes ou programação linear, e um problema não linear e/ou inteiro separável por unidade geradora, que pode ser resolvido por programação dinâmica (PD) [52], [53], [359] ou programação quadrática sequencial [145].

4.4.2 Resolução do subproblema termoelétrico

Como a operação das unidades térmicas é acoplada no tempo mas desacoplada no espaço, o algoritmo mais aplicado na literatura para resolver o subproblema térmico (4.9) é a PD, onde os estágios correspondem aos intervalos de tempo e os estados correspondem aos status das unidades. As possíveis transições entre estados, estabelecidas por curvas de tomada ou alívio de carga, são representadas por meio de

um grafo¹ [359], [361], [362], o que favorece também a aplicação de algoritmos de fluxo de mínimo custo em redes [363], [364].

Em geral, há apenas dois status para as unidades: ligada ou desligada. Um exemplo do grafo resultante neste caso é mostrado na Figura 6.3, para o problema resolvido nesta tese. No entanto, a representação de um conjunto maior de estados é necessária quando se consideram:

- custos de partida variáveis com o tempo em que a unidade esteve desligada, seja por uma função exponencial [128], [361], ou por uma função escada [127];
- restrições de tempo mínimo ligada e desligada para as unidades [115], [359];
- representação de unidades a ciclo combinado ou unidades flexíveis, que podem trocar de combustível ou operar com mais de um combustível [176]. Nestes casos, deve-se considerar um estado para cada status da unidade e cada combinação entre as turbinas a gás e a vapor [365]-[367];
- restrições de rampa de geração. Neste caso, torna-se necessário discretizar os valores de geração térmica em cada intervalo [235], [368].

Na literatura não têm sido reportadas maiores dificuldades em relação aos dois primeiros itens, já que, para incorporar a informação de quanto tempo a unidade esteve ligada ou desligada, o número de estados adicionais necessários em geral é pequeno. Além disso, o grafo resultante é bastante esparso, devido às poucas opções de transições entre os estados.

O terceiro item adiciona uma maior complexidade ao problema, devido à interação entre as unidades na mesma usina. No entanto, ao se considerar as unidades de uma usina a ciclo combinado como uma unidade térmica equivalente [367], o problema pode ser resolvido sem maiores complicações.

O último item, referente às restrições de rampa, tem sido bastante discutido na literatura, já que a discretização dos valores de geração requer um aumento excessivo no número de estados (e também no número de arestas do grafo) para que se obtenha uma

¹ Este grafo é usualmente chamado de “diagrama de transição de estados”.

resolução acurada dos subproblemas. Abordagens alternativas à discretização da geração têm sido propostas:

- relaxar as restrições de rampa, também por RL, atualizando os multiplicadores em um nível intermediário em relação aos da demanda e reserva [115], [156]. Os inconvenientes desta abordagem são, segundo [116]: aumento na dimensão do problema dual, problemas de convergência devido à sensibilidade destes multiplicadores em relação aos status das unidades, dificuldade na inicialização dos multiplicadores, e dificuldade para a obtenção de um ponto primal viável;
- criar uma inequação redundante de “rampa para o sistema” [369], [370]. Resolve-se o subproblema térmico sem discretizar as gerações ou relaxar as restrições de rampa, e o multiplicador dessa nova restrição fornece uma informação sobre o “custo marginal de capacidade da rampa” para os períodos em que esta restrição esteja ativa para algumas unidades;
- aplicar PD construtiva [246], o que pode no entanto aumentar sensivelmente o tempo computacional para resolver o problema.

Um outro aspecto que adiciona complexidade ao subproblema térmico são as chamadas *crew constraints*, que proibem ou estabelecem um número máximo de acionamentos/desligamentos simultâneos de unidades de uma usina em um mesmo intervalo. Em geral, tais restrições são relaxadas ou consideradas somente em uma etapa posterior à RL, em que se procura um ponto final viável.

4.4.3 Outros subproblemas

Dependendo da formulação adotada, outros subproblemas podem surgir, como por exemplo subproblemas para contratos de importação e exportação de energia [53], [371], ou para as restrições da rede elétrica (vide [372] e seção 6.3.2, para o trabalho desta tese). O primeiro subproblema pode ser resolvido de forma analítica, e o segundo, desacoplado no tempo, pelas técnicas descritas no capítulo 3 para os problemas de SCTED ou OPFTED.

4.5 Maximização da Função Dual

Quando, para cada valor de λ , a pseudo-solução $x(\lambda)$ dos subproblemas obtidos por RL é única, a função dual $\theta(\cdot)$ é diferenciável, e desta forma podem-se aplicar as técnicas clássicas de otimização para maximizá-la, como por exemplo variantes do método do gradiente [370]. Além disso, neste caso garante-se, ao final do processo de maximização de $\theta(\cdot)$, um *gap* de dualidade nulo e um ponto primal viável para o problema original, caso este seja convexo. Trataremos aqui, no entanto, do caso geral em que a função dual é não diferenciável.

Sendo a função $\theta(\cdot)$ côncava, não diferenciável, para proceder a sua maximização deve-se utilizar um conceito de derivada que generalize a noção de gradiente. Para cada ponto $\tilde{\lambda} \in \mathfrak{R}^N$, onde N é o número de restrições que foram relaxadas, define-se por *subgradiente*¹ qualquer vetor $sg(\tilde{\lambda}) \in \mathfrak{R}^N$ tal que:

$$\theta(\lambda) \leq \theta(\tilde{\lambda}) + \langle sg(\tilde{\lambda}), \lambda - \tilde{\lambda} \rangle \quad \text{para todo } \lambda \in \mathfrak{R}^N, \quad (4.10)$$

onde $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^N u_i v_i$ denota o produto escalar euclidiano entre dois vetores u e v de dimensão N . O conjunto de todos os subgradientes de θ em $\tilde{\lambda}$ é chamado *subdiferencial* de θ em $\tilde{\lambda}$, e denotado por $\partial\theta(\tilde{\lambda})$.

Considera-se, sem perda de generalidade, que as restrições relaxadas são de igualdade². Assim, o problema dual é irrestrito e qualquer ponto de máximo λ^* da função deve atender à condição $0 \in \partial\theta(\lambda^*)$ ³. Observa-se que, dado um ponto λ , a resolução dos subproblemas associados não fornece o subdiferencial completo, mas apenas um subgradiente deste conjunto.

Os algoritmos de OND aplicáveis a este tipo de problema são métodos do tipo “caixa preta”, ou seja, baseiam-se na informação do valor da função $\theta(\lambda)$ e de um subgradiente

¹ Embora formalmente o termo mais correto seja “supergradiente”, já que a função é côncava, utiliza-se neste texto o termo “subgradiente” por ser mais comumente adotado na literatura.

² As desigualdades podem ser transformadas em restrições de igualdade mediante a introdução de variáveis de folga.

³ Esta condição é uma generalização da condição necessária de otimalidade de Fermat, $\nabla f(x) = 0$, para f diferenciável.

$sg(\lambda)$, para cada valor de λ , informação obtida após a resolução dos subproblemas associados a θ . Além dos algoritmos mais conhecidos, como os métodos de subgradientes (seção 4.5.2), planos cortantes (seção 4.5.3), método de feixes (seção 4.5.4) e método de centro analítico (seção 4.5.5), diversos algoritmos específicos tem sido propostos na literatura para maximizar esta função para o problema de PDO (seção 4.5.6).

A performance de cada método pode ser medida pelas suas propriedades de convergência no processo iterativo de maximização da função dual, pelo valor da solução ótima encontrada, e pela qualidade do ponto primal final obtido. Uma revisão focada nestas propriedades é feita a seguir para diferentes métodos de OND.

4.5.2 Métodos de subgradientes (SG)

Esta foi a primeira classe de métodos para OND, desenvolvida a partir do final da década de 60 [373]-[375]. Também chamados de métodos de gradiente generalizados [376] ou de série divergente, são uma extensão natural para OND do método de gradiente para programação convexa irrestrita. Estes métodos são ditos “sem memória”, já que cada passo do processo iterativo utiliza apenas as informações de $\theta(\lambda^{(k)})$ e do subgradiente $sg^{(k)} := sg(\lambda^{(k)})$ da iteração corrente, k . Por esta razão, estes métodos são de implementação simples e têm sido bastante utilizados.

A atualização dos multiplicadores nos métodos de SG é feita da seguinte forma:

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \rho^{(k)} \frac{sg^{(k)}}{\|sg^{(k)}\|}. \quad (4.11)$$

A escolha adequada do tamanho do passo $\rho^{(k)} > 0$ a cada iteração é crucial. Se os passos forem muito pequenos, o algoritmo se aproximará muito lentamente do ponto ótimo. Por outro lado, se forem excessivamente largos, o método poderá oscilar desnecessariamente em torno da solução.

O teste de parada para os métodos de SG é dado pelo número máximo de iterações atingido ou pela condição $\lambda^{(k+1)} \approx \lambda^{(k)}$, ou ainda $\theta(\lambda^{(k)}) \approx \theta(\lambda^{(k+1)})$. Observa-se que o teste “ideal” para qualquer método seria verificar se $0 \in \partial\theta(\lambda^{(k)})$, no entanto esta condição não pode ser verificada pelos métodos de SG, já que os subgradientes das iterações

passadas, que poderiam aproximar o subdiferencial de θ , não são armazenados. Ressalta-se que só em raras ocasiões o valor de $sg^{(k)}$ é nulo (em OND, só pode se esperar que uma combinação convexa de subgradientes seja nula). O melhor que os métodos de SG poderiam fazer neste sentido seria verificar a condição $\|\nabla\theta(\lambda^{(k)})\| \leq \varepsilon$, que pode nunca ser satisfeita¹. Isto explica a dificuldade desses métodos, já que não possuem um critério de parada consistente.

A primeira aplicação dos métodos de SG para o problema de PDO foi em [320], onde se utilizou o algoritmo desenvolvido em [377] para otimização combinatória. Em seguida, uma série de variantes foram propostas (Tabela 4.2), as quais diferem entre si essencialmente na forma de calcular o tamanho do passo ao longo do processo. Uma dessas variantes, muito utilizada, é o método de SG com tamanho de passo adaptativo [346], que busca detectar e resolver oscilações indesejáveis. Em [378], utiliza-se um método de subgradiente modificado [379], no qual a direção de busca é uma combinação linear entre o subgradiente atual e a direção de busca da iteração anterior.

As oscilações nos métodos de SG são devidas ao fato de que $sg^{(k)}$ não necessariamente é uma direção de descida para a função dual (vide seção 9.3.1 da referência [380]). Assim, esses métodos são não monótonos em termos dos valores funcionais $\theta(\lambda^{(k)})$, o que acarreta maiores oscilações e problemas de convergência.

Apesar de resultarem em uma convergência em geral muito lenta, os métodos de SG são ainda bastante empregados. Nos trabalhos que os utilizam (por exemplo, [149], [381]), não se prioriza a resolução do problema dual de forma acurada, mas sim a obtenção de um ponto primal viável cujo custo esteja dentro de uma certa tolerância, quando comparado com o maior valor já obtido para a função dual.

4.5.3 Métodos de planos cortantes (PC)

Contrariamente aos métodos de SG, os métodos de planos cortantes (PC), também conhecidos como métodos de geração de colunas [382], [383], consideram informações obtidas em todas as iterações passadas para construir progressivamente um modelo linear por partes da função dual.

¹ Por exemplo, para a função $\theta(\lambda) = -|\lambda|$, para $\lambda \in \Re$, temos que $|sg^{(k)}| = |\nabla\theta(\lambda^{(k)})| = 1$ para todo $\lambda^{(k)} \neq 0$. A solução só possui um máximo em $\lambda^* = 0$, ponto de não diferenciabilidade, para o qual $\partial\theta(\lambda^{(k)}) = [-1, 1]$. Logo, não se tem necessariamente a condição $|sg^{(k)}| = 0$.

Em cada iteração k , o novo vetor de multiplicadores $\lambda^{(k+1)}$ é o vetor correspondente a uma solução do seguinte problema de PL:

$$\begin{aligned} \max_{\{r, \lambda\}} \quad & r \\ \text{s.a.} \quad & r \leq -e^{(i)} + \langle sg(\lambda^{(i)}), \lambda - \lambda^{(i)} \rangle, \quad i=1, \dots, k, \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde os pares $\{(sg(\lambda^{(i)}), e^{(i)}), i=1, \dots, k\}$ definem os cortes cujo mínimo constitui o modelo $\hat{\theta}^{(k)}(\cdot)$ obtido para a função dual até a k -ésima iteração, ilustrado na Figura 4.2.

O teste de parada deste método consiste em verificar a condição $\hat{\theta}^{(k)}(\lambda) \approx \theta(\lambda)$.

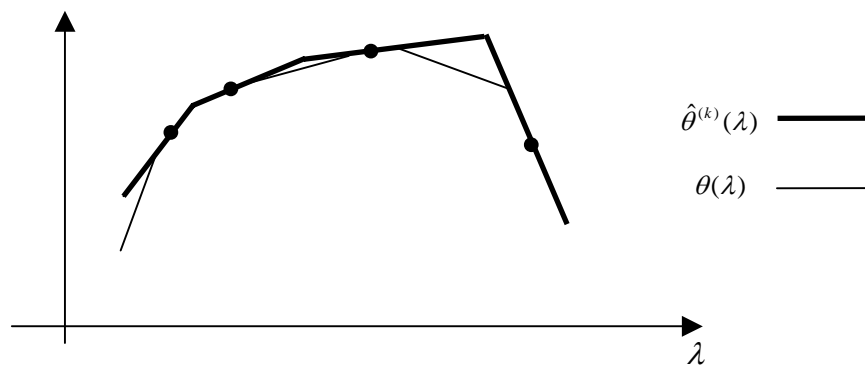


Figura 4.2 – Exemplo ilustrativo da função dual (desconhecida), $\theta(\lambda)$, e o modelo $\hat{\theta}^{(k)}(\lambda)$ construído para aproximá-la até a iteração k . Os pontos indicam os pares $(\lambda^{(k)}, \theta(\lambda^{(k)}))$ obtidos em iterações passadas.

Apesar de serem mais robustos e corrigirem algumas deficiências dos métodos de SG, estes métodos apresentam algumas limitações como:

- oscilações e dificuldades de convergência quando se aproxima do ponto ótimo, devido a um condicionamento deficiente do PL (4.12) correspondente;
- ocorrência de solução ilimitada para o problema (4.12) nas primeiras iterações, o que exige um cuidado especial na definição de limites para os multiplicadores, de forma a “fechar” o poliedro viável sem eliminar a solução que se procura calcular;
- elevado esforço computacional de resolução de (4.12) à medida que o processo avança, devido ao fato de todas as informações de iterações passadas serem utilizadas na definição desse problema.

Curiosamente, foram encontradas muito poucas aplicações do método de planos cortantes para o problema dual de PDO. Em [384] propôs-se uma variante, denominada de método de planos cortantes restrito dinamicamente (*dynamically constrained cutting planes*), pela qual os limites inferiores e superiores dos multiplicadores no PL são ajustados dinamicamente, e estabelece-se um máximo para o número de cortes para a função dual. Quando o número de iterações na resolução do problema dual ultrapassa esse valor, os hiperplanos mais “distantes” do valor atual do vetor de multiplicadores são descartados.

4.5.4 Métodos de feixes (FX)

Os métodos de feixes (*bundle methods*) foram introduzidos no final da década de 70 [385] para corrigir algumas das dificuldades numéricas e de convergência dos métodos de PC, e foram desenvolvidos por diversos autores [19], [386], [387]. Existem diferentes variantes desses métodos, de acordo com a técnica utilizada para estabilizar o modelo de planos cortantes (vide [380] e referências): penalização, região de confiança, nível, entre outras.

Para o trabalho desta tese, foi utilizada a variante com penalização, também chamada **proximal** [19]. O princípio básico do método de feixes proximal é estabilizar as oscilações dos métodos de PC introduzindo um termo quadrático no modelo linear por partes $\hat{\theta}(\lambda)$ da função dual. Este termo age como uma mola cuja força é determinada por um parâmetro estabilizador $\tau^{(k)} > 0$, que pode ser interpretado como um parâmetro proximal [388]. A idéia é realizar um aumento progressivo de $\tau^{(k)}$ ao longo das iterações, de forma que o tamanho do passo ($\lambda^{(k+1)} - \hat{\lambda}^{(k)}$) diminua ao longo do processo. A mola é centrada no ponto $\hat{\lambda}^{(k)}$, que corresponde ao “melhor” valor funcional avaliado até a k -ésima iteração.

A cada iteração, o novo vetor $\lambda^{(k+1)}$ é o vetor correspondente na solução do problema de otimização quadrático (PQ):

$$\begin{aligned} \max_{\{r, \lambda\}} & \left[r + \frac{1}{2} \tau^{(k)} \|\lambda - \hat{\lambda}^{(k)}\|^2 \right] \\ \text{s.a.} & r \leq -e^{(i)} + \langle sg(\lambda^{(i)}), \lambda - \lambda^{(i)} \rangle, \quad i \in B^{(k)}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

onde os pares $\{sg(\lambda^{(i)}), e^{(i)}, i = 1, \dots, k\}$ são definidos de forma semelhante ao método de planos cortantes, mas o conjunto de índices $B^{(k)}$ não necessariamente contém todas as iterações passadas. Em particular, $e^{(i)} = \theta(\lambda^{(i)}) + \langle sg(\lambda^{(i)}), \hat{\lambda}^{(k)} - \lambda^{(i)} \rangle - \theta(\hat{\lambda}^{(k)})$ é o chamado erro da i -ésima linearização de θ em $\hat{\lambda}^{(k)}$, tem valor não negativo e satisfaz a relação $sg(\lambda^{(i)}) \in \partial_{e^{(i)}} \theta(\hat{\lambda}^{(k)})$.

Note que, na variante do método de FX proximal, não é necessário limitar os valores de λ , porque a função objetivo de (4.13) é fortemente convexa. A atualização do centro de estabilidade $\hat{\lambda}^{(k)}$ é feita segundo critérios específicos de cada variante dessa classe de métodos. Em geral, o critério consiste em determinar se houve suficiente acréscimo no valor da função dual que se procura maximizar.

Os métodos de FX geram ao longo das iterações uma subsequência $\{\theta(\hat{\lambda}^{(k)})\}$ sempre crescente de valores para a função dual. Por esta razão, os pontos $\hat{\lambda}^{(k)}$ também são denominados de *passos sérios*.

O teste de parada é feito calculando-se um subgradiente “reguralizado” $s\tilde{g}$ associado às condições de otimalidade de (4.13). Mais precisamente, para o conjunto $A^{(k)} \subset B^{(k)}$ de restrições ativas de (4.13), haverá um conjunto de multiplicadores simpliciais associados $\kappa^{(k)}$ (com $\sum_{i \in A^{(k)}} \kappa_i^{(k)} = 1, \kappa_i^{(k)} \geq 0$) tal que $s\tilde{g} = \sum_{i \in A^{(k)}} \kappa_i^{(k)} sg(\lambda^{(i)})$ e $\tilde{e} = \sum_{i \in A^{(k)}} \kappa_i^{(k)} e^{(i)}$ satisfazem a inclusão $s\tilde{g} \in \partial_{\tilde{e}} \theta(\hat{\lambda}^{(k)})$. Quando a norma de $s\tilde{g}$ e o valor de \tilde{e} estão suficientemente próximos de zero, o ponto $\hat{\lambda}^{(k)}$ é considerado ótimo.

As questões mais importantes na implementação de um método dos feixes são [381]: o controle do parâmetro de penalização $\tau^{(k)}$ ao longo das iterações, as regras para atualização do centro de estabilidade $\hat{\lambda}^{(k)}$, a eleição do conjunto $B^{(k)}$, e o critério de parada.

Em [155], estuda-se a introdução de “pré-condicionadores” nos métodos de FX, que consistem em utilizar uma matriz $D^{(k)}$ que faça uma mudança nas variáveis da função dual, a fim de evitar um mau condicionamento do problema quadrático em iterações mais avançadas do algoritmo.

As principais **vantagens** dos métodos de feixes são: (i) maior acurácia na obtenção do ponto ótimo; (ii) maior robustez; (iii) maior estabilidade; (iv) possibilidade de se reduzir o porte de informação passada armazenada (compressão do feixe) sem afetar a convergência¹.

Como nesta tese a função não diferenciável em questão é uma função dual relacionada a um problema primal (P), uma outra vantagem dos métodos de feixes é fornecer uma estimativa para um ponto primal viável para (P). Para tal, introduz-se um feixe primal que acumula os pseudos-pontos primais associados a cada corte do modelo da função dual. Ao se atingir o critério de parada do método, obtêm-se um ponto primal convexificado $\hat{x}^{(k)} = \sum_{i \in A^{(k)}} \kappa_i^{(k)} x(\lambda^{(i)})$. Usando teoria da dualidade convexa, em [389] mostra-se que este ponto é uma solução do problema obtido ao se realizar uma convexificação do problema (P)². Uma ilustração da obtenção deste ponto para o exemplo discutido neste capítulo é feita no Apêndice 2.

Têm sido apontadas como **desvantagens** do método de feixes proximal: (i) resolver um problema de programação quadrática (PQ), ao invés de um problema linear (como nos métodos de PC) para atualizar os multiplicadores; (ii) ser de mais difícil implementação; (iii) necessitar uma certa experiência na calibração de alguns de seus parâmetros.

Observa-se no entanto que, uma vez desenvolvido um algoritmo eficiente de PQ (com *warm starts* e aproveitando a estrutura simplicial do problema dual de (4.13)) e razoavelmente testado, como o utilizado neste trabalho [19], tais dificuldades são amenizadas e amplamente compensadas pela maior acurácia obtida na maximização da função dual.

Quando a função dual é separável por somas, o modelo para essa função nos métodos de FX pode ser feito de forma agregada, como na maioria das aplicações, ou de forma desagregada [155], [381], construindo-se modelos separados para cada parcela da função dual. Embora do ponto de vista teórico a segunda opção ofereça uma maior acurácia para o modelo da função dual, ainda não está claro se esse ganho compensa seu maior custo computacional na atualização dos multiplicadores [362], [390]. Em [155], o

¹ Em teoria, a utilização de um conjunto $B^{(k)}$ com apenas dois elementos, $(sg^{(k+1)}, e^{(k+1)})$ e $(s\tilde{g}, \tilde{e})$, é suficiente para a convergência.

² O procedimento descrito também pode ser realizado para os métodos de PC.

modelo desagregado se mostrou mais vantajoso apenas para casos de pequeno a médio porte. Em [381], o número de iterações para alcançar o ótimo no modelo desagregado é bem menor, mas os tempos computacionais das duas abordagens não são apresentados. Neste trabalho, utilizou-se um método de feixes **agregado**.

Algumas variantes do método de FX, menos rigorosos do ponto de vista conceitual, foram desenvolvidas e aplicadas à PDO:

- *reduced complexity bundle method* [391]: ao invés de se resolver um problema quadrático para atualizar os multiplicadores, projeta-se um elemento qualquer do feixe em um subespaço definido a partir do modelo até então construído para a função;
- *bundle trust region method* [124]: neste método, após se calcular a direção $d^{(k)}$, ao invés de se realizar uma busca para obter o tamanho de passo, este já está definido em função do parâmetro $\tau^{(k)}$, o que reduz o tempo computacional para atualização dos multiplicadores¹.

Ressalta-se que esses dois últimos trabalhos não avaliam as propriedades de convergência dos métodos modificados.

4.5.5 Métodos de centro analítico (CA)

Estes métodos [393] propõem uma estratégia alternativa de estabilização para o método de planos cortantes. Mais precisamente, propõe-se computar como próximo candidato para os multiplicadores o centro analítico da região limitada superiormente pela curva do modelo $\hat{\theta}(\cdot)$, e inferiormente pelo valor corrente da função dual. Os limites laterais são estabelecidos convenientemente. O problema de otimização resultante é, portanto, linear.

O método de CA foi aplicado ao TUC em [394], utilizando algoritmo de pontos interiores para o cálculo do centro analítico. Resultados comparativos com os métodos de SG e FX foram apresentados. As **vantagens** apontadas em relação à estabilização proposta pelos métodos de FX são: (i) uma melhor convergência; (ii) depender menos

¹ Cabe ressaltar que este método não é o algoritmo de feixes com região de confiança de Schramm-Zowe [392].

da calibração de parâmetros; (iii) gerar cortes mais “profundos” para a função dual e que aceleram o processo de convergência. Como **limitações** destes métodos, cita-se a acumulação indefinida de cortes se não for utilizada a sua variante proximal [395], e a impossibilidade do uso de *warm starts* para a resolução dos sucessivos problemas lineares ao longo das iterações. Torna-se necessário ainda aprofundar a comparação entre os métodos de FX e de CA.

4.5.6 Outros algoritmos

Outros algoritmos propostos na literatura para resolver o problema dual de PDO foram:

- **algoritmo de suavização** [321]: para contornar o problema da não diferenciabilidade da função dual, propôs-se aproximá-la por uma sequência de funções suaves, resolvendo o problema dual por uma variante do método de Newton;
- **método de métrica variável** (*variable metric method* - VMM): neste método [49], [315], [396], considera-se a influência de cada multiplicador não só na sua componente respectiva, mas em todas as demais componentes do vetor subgradiente. Com isso, a atualização dos multiplicadores é feita através de uma expressão matricial com termos cruzados;
- **combinação entre método do SG e métodos de FX / PC**: Estes métodos procuram combinar a vantagem dos métodos que constroem um modelo para a função dual (PC, FX, CA), com a maior simplicidade na atualização dos multiplicadores oferecida pelos métodos de SG. Assim, a atualização dos multiplicadores é feita por uma busca linear, no modelo da função dual, ao longo da direção do subgradiente. Cabe ressaltar que, por se tratar de uma função não diferenciável, a busca linear deve ser feita de forma adequada. Algoritmos similares baseados nesta idéia receberam diferentes nomes: método do ε -subgradiente [397], método *gradient radar step* [398], e algoritmo de passo ótimo (*optimal step-size algorithm*) [116];
- **método da distância à otimalidade** (*distance to optimality method* –ODM): neste método [149], [376] a atualização dos multiplicadores é feita com o objetivo de minimizar uma função de mérito derivada das condições primais-duais de otimalidade do problema. Com isso, se atendem ao mesmo tempo dois objetivos: encontrar o vetor ótimo de multiplicadores e obter um ponto primal viável;

- **método de Dantzig e Wolfe (D&W), ou geração de colunas:** por este método, resolve-se uma formulação dual do problema dual, onde as colunas que são adicionadas durante o processo são equivalentes aos cortes que são incorporados nos métodos PC e FX. Em [46], adota-se um algoritmo híbrido, que utiliza SG nas primeiras iterações, para se avançar rapidamente no valor da função, e D&W a partir de um determinado momento, para obter o ótimo de forma mais acurada.

Por fim, outros métodos ainda foram aplicados para atualização dos multiplicadores, como o método de Uzawa [52], [344], e algoritmos de busca estocástica, como algoritmo genético [399], *evolutionary programming* [400], e *particle swarm optimization* [401].

A grande maioria dos algoritmos citados nesta seção 4.5.6 carece de provas de convergência e/ou testes de parada confiáveis e robustos.

4.6 Obtenção de um Ponto Primal Viável

Como já foi mencionado, a pseudo-solução primal obtida ao se resolver o problema dual só atende às restrições que foram relaxadas quando o problema primal for convexo com função objetivo fortemente convexa. Caso contrário (e como acontece para a aplicação de interesse nesta tese), é necessário se aplicar uma técnica adicional à RL para obter viabilidade primal.

O trabalho [402] estuda a viabilidade da solução para o problema de TUC, resolvido por RL relaxando-se as restrições de demanda e de reserva. Mostra-se que, ao se relaxar a condição de integralidade nos status ligada/desligada das unidades, no máximo $2T$ status violam essa condição, onde T é o número de intervalos de tempo. Assim, na medida em que o número de unidades cresce, a inviabilidade da solução, em termos percentuais, diminui, facilitando a obtenção de um ponto viável. Ressalta-se, porém, que esta é uma medida de inviabilidade relativa. Na seção 7.3, apresentam-se estudos práticos de inviabilidade primal que usam medidas absolutas.

4.6.1 Revisão de algumas técnicas propostas

Diversas técnicas têm sido propostas para obter um ponto viável ao se resolver o problema por RL¹, vide [381], [403]-[407].

Na forma tradicional de RL sobre as restrições de atendimento à demanda e à reserva operativa (vide seção 4.3.1), se os status obtidos para as unidades forem viáveis em relação às restrições de reserva², um despacho viável pode ser obtido fixando-se esses status e resolvendo um problema contínuo, que pode ser uma seqüência de TEDs (para o TUC sem rampa), um problema de TDED (para o TUC com rampa) ou um problema de HTS (para o TUC_H). Em [115], [352] propõem-se ainda algoritmos adicionais de *decommitment* para reduzir o sobre-acionamento de unidades (vide seção 4.7).

Caso a solução encontrada na etapa de RL não seja viável para a reserva, pode se alterar os status de algumas unidades térmicas [402], [408], [409] ou ajustar alguns multiplicadores [315], [361] de forma a atender à reserva, e em seguida realizar o procedimento mencionado no parágrafo anterior.

Este ajuste pode ser feito de várias formas. Em [361], aumentam-se os valores dos multiplicadores a partir do intervalo de tempo t em que a restrição de reserva é mais fortemente violada. Em [321], [381], calcula-se um “status convexificado” $\hat{u}_i = \sum_j \kappa_j u_{ij}$, onde o índice j percorre os cortes ativos do modelo da função dual na solução final, cada qual com um multiplicador simplicial κ_j . Os status $u_{ij} \in \{0,1\}$ são os obtidos para cada unidade i quando o corte j foi construído. Como muitos dos valores de \hat{u}_i já irão satisfazer a condição de integralidade, ajustam-se apenas aqueles que se encontrarem no intervalo (0,1).

Em [405], interpretam-se os valores de \hat{u}_i^t como “a probabilidade da i -ésima unidade estar acionada no intervalo t ”, e ajustam-se os status das unidades por um sorteio aleatório de acordo com estas probabilidades. Em [381], esta idéia é estendida estabelecendo as probabilidades não apenas em função dos valores de \hat{u}_i , mas da razão entre \hat{u}_i e o custo primal da unidade.

¹ Estas técnicas têm sido chamadas de heurísticas Lagrangeanas (*Lagrangian Heuristics*) [381].

² Costuma-se dizer, neste caso, que a solução é “dual viável” [369].

Em [410], [411], discutem-se algumas condições necessárias e suficientes para se obter uma solução dual viável para a restrição de reserva, considerando restrições de rampa e a rede elétrica. Estas condições também podem ser observadas para se fazer a correção nos status das unidades para atender a reserva.

Em [126], [396], [412] procura-se o ponto viável que apresente o menor desvio em relação à pseudo-solução primal encontrada ao se resolver o problema dual.

Em [408], observa-se que, para a maioria dos pares (unidade, intervalo de tempo), os status não se alteram nas sucessivas iterações de maximização da função dual. Propõe-se então fixar os status para estes pares e realizar diversos despachos econômicos variando-se os status para os pares restantes, incluindo porém apenas as combinações de status que ocorreram com mais frequência ao longo das iterações de resolução do problema dual. Em [409], os mesmos autores propõem resolver um problema inteiro misto para determinar os status apenas para as unidades que não foram fixadas segundo a regra anterior.

Em [389], comparam-se duas estratégias para a RP: um algoritmo proximal, a partir do ponto convexificado (definido na seção 4.5.4), correspondente à solução do problema convexificado e fornecida pelo método de feixes, e um algoritmo de Lagrangeano aumentado. Os resultados apresentados mostram uma superioridade do algoritmo proximal, tanto em relação ao número de iterações como ao custo referente ao ponto primal obtido.

Em [413] propõe-se, para obter um ponto viável na estratégia de dualização por duplicação de variáveis, impor limites a algumas variáveis duplicadas para um dos subproblemas, de acordo com os resultados obtidos para as variáveis correspondentes no outro subproblema, ao término da maximização da função dual.

No trabalho desta tese, o enfoque adotado envolve a utilização, em uma segunda etapa de resolução do problema, de Lagrangeanos aumentados para as restrições previamente relaxadas na etapa de RL (vide seção 6.4). Os resultados mostrados na seção 7.4.2 confirmam a superioridade de se utilizar o ponto primal convexificado para inicializar a etapa de RP.

4.6.2 Inserção da recuperação primal no processo iterativo da RL

Os algoritmos para obtenção de um ponto viável, descritos na seção anterior, podem ser realizados em cada iteração da maximização da função dual [126], [128], [147] ou somente após encontrados os multiplicadores ótimos [15], [315], [357], [361], [404].

A primeira estratégia, denominada de primal-dual, é cara do ponto de vista computacional, mas tem a vantagem de disponibilizar a cada iteração um limite superior para $\theta(\cdot)$, que pode ser utilizado como critério de parada adicional no processo de maximização da função dual. A segunda estratégia tem a vantagem de poupar esforço computacional ao buscar um ponto viável apenas quando os multiplicadores ótimos são obtidos, mas, por outro lado, carece de estimativas para o *gap* de dualidade ao longo do processo.

Uma terceira estratégia, intermediária, é a de calcular um ponto viável a cada k iterações, ou somente quando os status das unidades satisfazem a restrição de reserva [368], [406].

No trabalho desta tese, adota-se a segunda estratégia, ou seja, busca-se a viabilidade do problema somente depois de encerrada a resolução do problema dual na etapa de RL.

4.7 Dificuldades da RL

As principais dificuldades da RL apontadas na literatura são:

- problemas oscilatórios quando os custos primais são lineares, devido ao fato de pequenas mudanças nos multiplicadores causarem variações sensíveis nos valores das variáveis primais¹ [414];
- “sobre-acionamento” ou “sub-acionamento” de unidades², ou seja, um excessivo número de unidades acionadas ou desligadas em determinados intervalos de tempo. Este fenômeno é geralmente provocado pela presença de unidades idênticas no sistema, uma vez que os subproblemas associados se tornam idênticos ao longo das iterações ao se relaxar as restrições de demanda e reserva;

¹ Este efeito é comumente referenciado como “bang-bang”.

² Estes termos têm sido referenciados na literatura por *over-commitment* ou *under-commitment*, respectivamente.

- convergência lenta para maximização da função dual [149], que se deve principalmente à utilização de algoritmos de OND pouco eficientes;
- necessidade de obtenção de um ponto viável por uma técnica adicional.

Para contornar as dificuldades relacionadas no primeiro item, tem sido propostos na literatura o uso de Lagrangeanos aumentados (vide seção 4.8) ou a aproximação dos custos lineares por segmentos não lineares [371]. No primeiro caso, tem-se a não separabilidade dos termos na função objetivo (quadrática), o que requer o uso de técnicas heurísticas para separá-los (vide seção 4.9), e no segundo caso tem-se uma representação inexata do problema original, formulado de forma linear.

As dificuldades do segundo item podem ser contornadas diferenciando levemente as funções de custo das unidades idênticas [415], ou modificando a resolução do subproblema [T] em cada iteração da RL, de forma a diferenciar a geração das unidades idênticas [127]. Em [130], [416], propõe-se o uso de *surrogate subgradients*, que são obtidos resolvendo-se em cada iteração de resolução do problema dual o subproblema referente a apenas uma unidade geradora, e atualizando o subgradiente anterior apenas com a modificação de sua geração. Podem-se também aplicar algoritmos de “*decommitment*” [417], [418] ao se buscar um ponto viável. Finalmente, a RL com duplicação de variáveis, proposta nesta tese, também ameniza as dificuldades desse item, já que os multiplicadores para as unidades idênticas podem ser diferentes.

O terceiro item pode ser resolvido utilizando algoritmos eficientes e robustos para a maximização do problema dual, como o método de feixes (seções 4.5.4), aplicado neste trabalho, ou o método de centro analítico (seção 4.5.5).

Finalmente, o último item requer não só a utilização de algoritmos adequados para se realizar a recuperação primal, mas também a escolha de formas de relaxação que não prejudiquem excessivamente a viabilidade da pseudo-solução primal.

No capítulo 7, são avaliados estes quatro itens para as aplicações da metodologia proposta nesta tese, e obtêm-se resultados bastante satisfatórios no que diz respeito a sua performance.

4.8 Utilização de Lagrangeanos Aumentados (LA)

Como já mencionado anteriormente, a maior dificuldade da RL é que a pseudo-solução primal obtida ao se maximizar a função dual em geral não é primal viável, principalmente quando se adota uma modelagem linear ou linear por partes para o problema, como a realizada nesta tese.

Para contornar esta dificuldade, ao invés do Lagrangeano clássico da eq. (4.2), podem-se adotar Lagrangeanos Aumentados [419], onde adicionam-se termos quadráticos na função dual penalizando a violação das restrições relaxadas. Para o exemplo (4.1) considerado no início deste capítulo, a função dual assume então a seguinte forma:

$$\begin{aligned} L_c(x, y, \lambda) &:= (2x + y) + \lambda(x + y - 3) + \frac{c}{2}(x + y - 3)^2 = \\ &= L(x, y, \lambda) + \frac{c}{2}(x + y - 3)^2, \text{ com } \lambda \in \mathfrak{R}, \end{aligned} \quad (4.14)$$

onde c é um parâmetro de penalização positivo.

Com esta estratégia, evitam-se os problemas oscilatórios e de falta de viabilidade primal da RL. Também, como a função dual é diferenciável, podem-se utilizar os métodos clássicos de otimização irrestrita para maximizar a função dual aumentada. A atualização dos multiplicadores deve ser feita de forma coordenada com a do parâmetro de penalização, o que requer alguns cuidados para se manter o balanço adequado entre viabilidade e otimalidade da solução.

Contudo, a técnica de LA possui a grande desvantagem de tornar a função objetivo dual não separável em x e y , como pode ser visto para o exemplo simples deste capítulo. Desenvolvendo o termo quadrático em (4.14), tem-se:

$$\theta_c(\lambda) := \begin{cases} \min \left[\frac{cx^2}{2} + (2 - 3c + \lambda)x \right] + \left[\frac{cy^2}{2} + (1 - 3c + \lambda)y \right] + cxy + \left[\frac{9c}{2} - 3\lambda \right] \\ \text{s.a.} \\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 2 . \end{cases} \quad (4.15)$$

Note que, em (4.15), a função objetivo contém o termo cruzado cxy , que impede a separação do problema $\theta_c(\lambda)$ em dois subproblemas, um somente na variável x e outro somente na variável y .

Assim, torna-se necessário o emprego de artifícios heurísticos, como o “Princípio do Problema Auxiliar” (PPA) [420] ou o *block coordinate descent method* [398] para obter subproblemas separáveis. Estes métodos requerem valores iniciais adequados para as variáveis primais, que podem ser obtidos pela RL tradicional.

Para o exemplo deste capítulo, ao reescrever a equação relaxada da seguinte forma:

$$x + y = 3 \Leftrightarrow 3 - x = y ,$$

o problema $\theta_c(\lambda)$ seria aproximado, ao se utilizar o PPA, adotado neste trabalho de tese, por:

$$\tilde{\theta}_c(\lambda) := \begin{cases} \min L(x, y, \lambda) + \frac{c}{2} \left[(3-x) - \left(\frac{(3-x^{(0)}) + y^{(0)}}{2} \right) \right]^2 + \\ \quad + \frac{c}{2} \left[\left(\frac{(3-x^{(0)}) + y^{(0)}}{2} \right) - y \right]^2 \\ \text{s.a. } 0 \leq x \leq 4 \\ \quad 0 \leq y \leq 2 , \end{cases} \quad (4.16)$$

onde $x^{(0)}$ e $y^{(0)}$ são estimativas iniciais para os valores primais ótimos de x e y . Observe-se que, em (4.15), o problema $\tilde{\theta}_c(\lambda)$ pode ser separado em dois subproblemas quadráticos, um somente na variável x e outro somente na variável y .

Uma outra desvantagem do LA é que, devido à presença do parâmetro de penalização, estudos numéricos mostram que, no caso convexo, os custos marginais do sistema não são obtidos de forma tão precisa como na aplicação pura da RL [61].

4.9 Considerações Adicionais

Nesta seção, discutem-se alguns aspectos adicionais relacionados à aplicação da RL ao problema de PDO.

4.9.1 Inicialização dos multiplicadores

Para que se tenha uma maior rapidez de convergência do método de RL, é importante se dispor de boas estimativas iniciais para os multiplicadores das restrições relaxadas [127], como pode ser confirmado pelos resultados apresentados na seção 7.4.1.

Existem diversas formas de inicialização dos multiplicadores. Para os problemas de TUC, TUC_H , ou HTUC (vide capítulo 3), Uma primeira forma consiste em utilizar os multiplicadores obtidos ao se resolver um subproblema de TED, TDED, ou HTS (conforme a formulação adotada), com todas as unidades acionadas [126], ou selecionando apenas um conjunto de unidades por meio de uma lista de prioridades [421]. Pode-se, alternativamente, utilizar os multiplicadores obtidos ao se resolver o problema para no dia anterior, para as horas correspondentes [412]. Em [381], a inicialização é feita a partir dos multiplicadores obtidos resolvendo-se uma versão “convexificada” do problema, e reportam-se excelentes resultados com esta técnica.

Nesta tese, para o problema de $SCTUC_H$ estudado no capítulo 8, os multiplicadores são inicializados com os valores de custo marginal de operação obtidos para cada intervalo de tempo, resolvendo previamente uma formulação linear do problema.

4.9.2 Qualidade do limite inferior

Para o problema de TUC, em [320] mostra-se que, devido à chamada propriedade de integralidade (*integrality property*) em otimização combinatória [422], o limite inferior para a função objetivo primal, obtido pela RL, equivale ao limite que seria obtido se a integralidade das variáveis de status das unidades geradoras fosse relaxada ao intervalo $[0,1]$. Para o problema com restrições de UC hidroelétrico, onde as restrições de função de produção das usinas hidroelétricas impõem relações não lineares (e não convexas) entre as variáveis, a satisfação da propriedade de integralidade deve ser investigada. Em [356], faz-se um estudo teórico sobre o *gap* de dualidade (vide seção 4.1) para um problema semelhante, de alocação de recursos, e conclui-se que o valor do *gap* diminui quando se relaxam restrições não lineares.

O fato de que o *gap* de dualidade se reduz, em termos relativos, em relação ao tamanho do sistema, já foi sinalizada em [353], e confirmado para o problema de TUC em [321]. Assim, a razão gd/n se reduz na medida em que aumenta o número n de unidades do sistema.

Resultados empíricos em [423] mostram que o *gap* de dualidade pode chegar próximo a 1%. Outros trabalhos da literatura de TUC reportam *gaps* inferiores a 1% para o problema de TUC ou TUC_H [128], [384]. Nos resultados da aplicação do trabalho desta tese em um estudo de caso real com o sistema brasileiro, apresentados na seção 8.4.1, obteve-se um *gap* de dualidade da ordem de 0,15%. Este valor tão reduzido deve estar relacionado ao fato do percentual de geração térmica no sistema brasileiro ser muito baixo.

4.9.3 Critérios de parada

Os critérios de parada descritos na seção 4.5.4 são empregados quando se utilizam algoritmos mais rigorosos para a maximização do problema dual, como o método de feixes ou de plano cortantes. Em métodos menos rigorosos, como o método de subgradientes, pode-se parar quando a norma do vetor diferença dos multiplicadores de uma iteração para a outra for suficientemente próxima de zero, ou quando valores sucessivos da função dual forem suficientemente próximos.

No entanto, o critério que tem sido mais adotado, principalmente quando se resolve o problema pelo método de subgradientes com um enfoque primal-dual, é quando a diferença entre o valor da função dual (limite inferior) e o valor da função primal na melhor solução primal até então encontrada (limite superior) estiver dentro de uma tolerância relativa especificada. O problema de se adotar esta regra como único critério é que pode existir um *gap* de dualidade intrínseco ao problema e que seja superior à tolerância especificada, o que fará com que este teste nunca seja ativado.

Um critério adicional de emergência é parar após se atingir um número máximo de iterações, estabelecido a partir de testes com diversos estudos de caso.

4.9.4 Análise da função dual

Alguns trabalhos apresentam uma análise da função dual relacionada aos problemas de TUC e TUC_H [124], [361], [391], [371], [424]. Em [361], apresentam-se as curvas de nível no entorno do ponto de máximo, para dois multiplicadores referentes às restrições de demanda e reserva. Em [371], comparam-se as curvas de nível da função dual quando se considera uma formulação linear ou suave para as funções de custos do problema. Posteriormente, em [424], comparam-se as funções duais obtidas por RL ou LA sobre a equação de demanda.

O trabalho [425] faz uma análise detalhada das propriedades da função dual para um problema de UC estático, onde as decisões não são acopladas no tempo. Estuda-se a curva $\theta(\lambda, \alpha)$, onde λ e α são os multiplicadores da demanda e reserva, respectivamente. Conclui-se que θ apresenta apenas um ponto de máximo e uma série de curvas denominadas *switching curves*, que dividem o plano $\lambda \times \alpha$ em diversas regiões no interior das quais os status das unidades se mantêm inalterados com pequenas variações nos multiplicadores. Esses estudos originam um algoritmo para resolver o UC estático de forma analítica e motivam estudos posteriores para a análise da função dual para o problema de TUC tradicional.

Em [351], faz-se uma análise geométrica da função-valor de uma versão simplificada do problema de PDO, referente ao valor da demanda. Ao se representar no gráfico o hiperplano referente à função dual relaxando-se a demanda, pode-se visualizar a ocorrência do *gap* de dualidade.

Nesta tese, apresenta-se, no Apêndice I, um estudo da função dual do problema de TED (ou formulações equivalentes) resolvido por RL com duplicação de variáveis.

4.9.5 Custo marginal

Os custos marginais de operação para cada intervalo, fornecidos pela RL, são os próprios valores das variáveis duais, no caso de se relaxar a demanda, ou os multiplicadores das equações de demanda no subproblema elétrico, no caso de relaxação por duplicação de variáveis. Estudos mostram que esses valores são maiores do que os que seriam obtidos por um modelo de despacho econômico para cada intervalo de tempo, pois nele estão implicitamente embutidos os custos de partida das unidades térmicas [426]. Ressalta-se ainda que, quando a viabilidade primal é obtida por Lagrangeanos aumentados, os custos marginais podem sofrer ainda acréscimos adicionais, devido ao parâmetro de penalização.

4.10 Resumo das Aplicações de RL e LA ao Problema de PDO

A Tabela 4.2 e a Tabela 4.3 a seguir mostram, por ordem cronológica, algumas características das principais aplicações de RL e LA, respectivamente, encontradas na literatura para o problema de PDO. Para permitir uma avaliação melhor de cada trabalho, incluem-se colunas indicando: o tipo de função de produção considerada para

as usinas hidroelétricas (vide seção 3.1.5.2); se são consideradas usinas hidroelétricas em cascata; qual o grau de detalhe na representação da rede elétrica; a função de custo de geração para as térmicas; e as restrições que foram relaxadas.

Tabela 4.2 – Principais aplicações de relaxação Lagrangeana ao problema de PDO.

Prob.	Ref.	Ano	FPH	casc	custo gt	RL sobre	Resol. dual	nt	NH	nh	NB	NL	T
HTS	[370]	80	NL (V,Q)	X	Q	dem, bhid	Grad	2	4	-	-	-	24
TUC	[128]	83	-	-	NI	dem, res	alg. próp.	172	-	-	-	-	48
TUC _H	[357]	85	NI	X	NI	dem, res	SG	111	6	-	-	-	168
TUC _H	[427]	86	L(Q)	X	NI	dem, res	SG	175	80	-	-	-	48
TUC _H	[396]	87	NI	-	LPP	dem, res, cons.	VMM	62	20	-	-	-	24
TUC	[361]	88	-	-	Q	dem, res	SG	100	-	-	-	-	168
TUC	[368]	88	-	-	Q	dem, res	SG	120	-	-	-	-	24
TUC _H	[404]	89	LPP (Q)	X	NI	dem, res	SG	131	-	171	-	-	168
TUC _H	[428]	90	LPP (Q)	X	LPP	dem, res, cons.	VMM	64	5	-	-	-	24
TUC	[126]	91	-	-	Q	dem, res, cons.	SG	100	-	-	-	-	48
SCHTS	[143]	91	NL (V,Q)	X	Q	meta defl.	ND	-	9	-	23	33	49
TUC	[123]	92	-	-	LPP	dem, res, rampa	SG	70	-	-	-	-	168
TUC _H	[414]	94	L(Q)	-	LPP	dem, res, bhid	SG	70	7	-	-	-	192
HTS	[429]	94	LPP (Q)	X	NI	dem	alg. prop.	16	-	50	-	-	168
TED	[430]	94	-	-	Q	dem, emis, cons.	Newt.	101	-	-	-	-	1
SCTUC	[345]	95	-	-	Q	dem, res, emis, limF	SG	26	-	-	24	38	24
SCTUC	[346]	95	-	-	Q	dem, res, limF	SG	16	-	-	31	43	168
TUC _H	[378]	96	L(Q)	-	Q	dem, res	SG	70	7	-	-	-	168
TUC _H	[61]	96	LPP (Q)	-	LPP	dem, res, dup. var.	Uzawa	128	82	-	-	-	48
TUC (estoc)	[89]	96	-	-	Q	dem, cenários	SG	100	-	-	-	-	168
TUC _H	[118]	96	Q(Q)/ V	-	Q	dem, res	SG	34	18	-	-	-	168
HTUC	[47]	97	NL (V,Q)	-	NI	dem, res, bhid	SG	50	65	-	-	-	168
TUC _H (estoc)	[431]	97	L(Q)	-	LPP	cen	SG	25	7	-	-	-	168

Prob.	Ref.	Ano	FPH	caso	custo <i>gt</i>	RL sobre	Resol. dual	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>nh</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
TUC _H	[432]	97	NL(Q)	-	NI	dem, res	VMM	32	12	-	-	-	24
TUC _H	[433]	97	Q(Q)	X	NI	dem, res, metas VolFin	SG	70	7	-	-	-	24
TUC _H	[55]	97	Q(V) × L(Q)	-	Q	dem	FX	123	NI	-	-	-	56
SCTUC	[348]	98	-	-	Q	dem, res, LimF	SG	79	-	-	2200	2500	24
HTS	[149]	98	Q(Q)	-	Q	dem, res	ODM	34	18	-	-	-	24
SCTUC	[349]	99	-	-	Q	dem, res, emis, cons.	SG	36	-	-	118	186	24
TUC _H	[359]	99	L(Q) × L(V)	X	NI	dem, res, zonas	SG	70	7	-	-	-	24
TUC	[124]	99	L(Q)	-	LPP	dem, res, meta <i>gh</i> , rampa	FX	65	7	-	-	-	168
TUC _H	[409]	00	L(Q)	-	LPP	dem, res	FX	34	7	-	-	-	168
TUC	[394]	00	-	-	Q	dem, res	CA	104	-	-	-	-	168
TUC	[306]	01	-	-	Q	dem	FX	50	-	-	-	-	24h
TUC _H	[155]	01	Q(V) × L(Q)	-	NI	dem	FX	117	15	-	-	-	80
TUC _H	[381]	03	L(Q)	-	NI	dem, res	FX	45	20	-	-	-	24
TUC _H	[15]	03	LPP (V,Q,S)	X	L	dup. var (<i>gt</i>)	FX	15	61	-	-	-	24
TUC _H	[389]	03	LPP (Q)	X	LPP	dem, res	FX	150	50	-	-	-	48
TUC	[127]	04	-	-	Q	dem, res	SG	100	-	-	-	-	24
SCTUC	[352]	04	-	-	LPP	dem, res	SG	26	-	-	24	38	24
HUC	[145]	05	Ccol	X	-	dup. var (<i>Q,gh</i>)	FX	-	121	18	-	-	48
OPFTUC	[176]	05	-	-	Q	dem, res, emis, cons.	SG	71	-	-	118	186	24
SCTUC	[46]	05	-	-	Q	dem, res, emis, cons.	D&W	71	-	-	118	186	168
SCTUC _H	Este trabalho	07	LPP (V,Q,S)	X	Q	Dup. Var (<i>gh, gt</i>)	FX	125	117	-	3544	5046	24

Tabela 4.3 – Principais aplicações de relaxação com Lagrangeano aumentado ao problema de PDO.

Prob.	Ref.	Ano	FPH*	caso	custo <i>gt</i>	RL sobre:	Resol. dual	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
SCTUC	[344]	92	-	-	LPP	dem, dup. var. (<i>gt</i>)	Uzawa	150	-	139	-	48
SCTUC	[347]	96	-	-	LPP	dem, res, LimF, emis	NI	26	-	24	38	24
TUC	[434]	96	-	-	LPP	dem	NI	50	-	-	-	48

Prob.	Ref.	Ano	FPH*	case	custo <i>gt</i>	RL sobre:	Resol. dual	<i>nt</i>	<i>NH</i>	<i>NB</i>	<i>NL</i>	<i>T</i>
SCTUC	[435]	98	-	-	Q	dem, res, cons, emis	NI	9	-	30	41	24
TUC _H	[398]	99	L(Q), iter	-	NI	dup. var (<i>gt</i>)	GRS	11	4	-	-	168
OPFTUC	[350]	00	-	-	Q	res, dup. var (<i>gt, Qreat</i>)	SG	54	-	118	186	24
SCTUC _H	[351]	01	NI	-	NI	dem, res, LimF, emis	SG	24		-	-	24
SCTUC _H	Este trabalho	07	LPP (V,Q,S)	X	Q	Dup. Var (gh, gt)	FX	125	117	3544	5046	

NI: informação não fornecida

Nessas tabelas, utilizou-se a nomenclatura descrita a seguir.

a) Para os tipos de tratamento na Função de Produção:

- Ccol: consideração de curvas-colina para as unidades geradoras;
- L(Q): função linear em Q ;
- L(Q) × L(V): produto de uma função linear em Q por uma função linear em V ;
- LPP(Q) : função linear por partes em Q ;
- LPP(V,Q,S): função linear por partes em V , Q e S ;
- NL(V,Q): função não linear em V e Q ;
- NL(Q) : função não linear em Q ;
- Q(Q): função quadrática em Q ;
- Q(Q) / V: várias funções quadráticas em Q , uma para cada valor de V ;
- Q(V)×L(Q): produto de uma função quadrática em V por uma função linear em Q .

b) Para os tipos de custo para as usinas térmicas

- L: linear;
- LPP: linear por partes;
- Q: quadrática.

c) Para os tipos de restrições relaxadas:

- bhid: balanço hídrico das usinas hidroelétricas;
- cen: restrições de não antecipação para os cenários de demanda;
- cons: limites de consumo de combustível (para as usinas térmicas);
- dem: atendimento à demanda;
- emis: limites de emissão de poluentes (para as usinas térmicas);

dup.var:	duplicação de variáveis (Q , gh , gt ou Q_{reat} (potência reativa)) ;
LimF:	limites de fluxo nos circuitos;
meta gh :	metas de geração para as usinas hidroelétricas;
rampa:	restrições de rampa para as usinas térmicas;
res:	atendimento à reserva;
VolFin.	Metas de volume final para os reservatórios;
Zonas:	zonas proibidas para as usinas hidroelétricas.

d) Para a resolução do problema dual:

alg. prop.:	algoritmo próprio desenvolvido pelos autores;
CA:	método de centro analítico;
D&W:	decomposição de Dantzig e Wolfe;
grad:	método do gradiente;
FX:	método de feixes;
GRS:	<i>gradient radar step</i> (seção 4.5.6) ;
Newt:	método de Newton;
ODM:	<i>distance to optimality method</i> (seção 4.5.6)
SG:	método de subgradientes;
Uzawa:	método de Uzawa (seção 4.5.6);
VMM:	<i>variable metric method</i> (seção 4.5.6).

4.11 Considerações Finais

Neste capítulo, realizou-se um estudo bibliográfico exaustivo sobre a técnica de relaxação Lagrangeana e suas aplicações ao problema de programação diária da operação. Através de um exemplo ilustrativo, descreveu-se na seção 4.1 o uso desta técnica, observando-se algumas de suas propriedades e discutindo suas vantagens e limitações, segundo apontadas na literatura.

Foram discutidas nas seções 4.2 a 4.4 as principais formas de aplicação de RL ao problema de PDO, em relação à escolha das restrições a serem relaxadas e aos subproblemas resultantes da decomposição. Na seção 4.5, estudaram-se com detalhes as técnicas propostas para a maximização da função dual, com um destaque maior para os métodos de subgradientes, planos cortantes, os métodos de feixes e os métodos de centro analítico. Como a técnica de RL em geral não fornece uma pseudo-solução primal viável, discutiram-se na seção 4.6 diversas técnicas propostas na literatura para

se buscar a viabilidade primal, e relacionaram-se as duas formas básicas como estas técnicas podem se integrar ao processo de maximização da função dual da RL.

As dificuldades da técnica de RL foram avaliadas na seção 4.7, e mencionaram-se os principais procedimentos que têm sido utilizados para contorná-las. Uma das técnicas mais adotadas para evitar os problemas oscilatórios e de falta de viabilidade é o Lagrangeano aumentado, descrito e detalhado para o exemplo deste capítulo na seção 4.8. Na seção 4.9, comentaram-se algumas particularidades da implementação da técnica de RL, como a inicialização dos multiplicadores e os critérios de parada adotados, e fez-se uma avaliação dos limites inferiores e custos marginais fornecidos por esta técnica.

Na seção 4.10, apresentou-se um resumo das aplicações das técnicas de RL e LA ao problema de PDO. A grande maioria dos trabalhos relaxam as restrições de demanda e de reserva do sistema, e consideram problemas sem rede elétrica. Quando a modelagem da rede é introduzida, em geral se adiciona um procedimento adicional de Benders para resolver o problema, ou verificam-se as restrições de limite de fluxos apenas na fase de obtenção de um ponto viável.

Embora em uma escala bem menor, a técnica de RL com duplicação de variáveis, proposta nesta tese, também tem sido empregada para o problema de PDO. O trabalho [145] se concentra na resolução acurada do subproblema hidroelétrico, considerando restrições de UC hidroelétrico. Outros trabalhos consideram a resolução de um problema com restrições de fluxo de potência DC [344] ou AC [350], porém em sistemas puramente termoelétricos. Em [61], [398], considera-se um sistema hidrotérmico, porém a modelagem da rede elétrica não é introduzida. O trabalho desta tese utiliza a técnica de RL com duplicação de variáveis para duplicar tanto as variáveis de geração hidroelétrica como de geração térmica, para resolver um problema de PDO para um sistema hidrotérmico, com restrições de *unit commitment* térmico e considerando uma modelagem DC da rede elétrica.

Percebe-se que a maioria dos trabalhos ainda utiliza os métodos de subgradientes para a resolução do problema dual. Em segundo lugar, aparecem os métodos de feixes. Curiosamente, os métodos de planos cortantes e de centro analítico são muito pouco empregados.

Com exceção da técnica de decomposição de Benders, descrita no capítulo 3 e com a qual resolvem-se problemas de porte razoável, o tamanho das aplicações neste capítulo 4 é, em geral, bem superior ao das técnicas discutidas no capítulo 3.

5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

Neste capítulo, descreve-se a formulação matemática do problema de PDO considerado neste trabalho. A função objetivo a ser minimizada é o custo total de operação (seção 5.1). As restrições do problema podem ser divididas em 3 grupos: restrições do sistema (seção 5.2), restrições para as usinas e unidades geradoras hidroelétricas (seção 5.3) e restrições para as usinas e unidades geradoras térmicas (seção 5.4).

Na formulação apresentada, o supra índice t representa cada intervalo de tempo em uma discretização temporal com $T = 24$ intervalos de 1 hora, ao longo de um dia. Cada intervalo de tempo representa então a operação média entre os instantes t e $t-1$. As restrições estão escritas de forma que os termos à esquerda representam as variáveis de decisão e os termos à direita os dados do problema. A descrição das variáveis encontra-se ao longo do texto e também na lista de notações apresentada no início do trabalho. Para simplificar a exposição, foram omitidos os fatores de conversão de unidades nas expressões, que entretanto foram considerados convenientemente na implementação computacional.

Considera-se que no sistema há NH usinas hidroelétricas e NT usinas térmicas. Cada usina hidroelétrica ou térmica é composta por uma ou mais unidades geradoras, perfazendo um total de nh unidades geradoras hidroelétricas e nt unidades geradoras térmicas para o sistema. A transmissão é composta por NB barras e NL linhas, e cada unidade geradora, seja hidroelétrica ou térmica, injeta potencia em uma determinada barra do sistema.

Além da numeração sequencial, algumas restrições recebem denominações por meio de mnemônicos, para facilitar sua referência no decorrer do texto. Utilizam-se letras maiúsculas (H, T) para as restrições das usinas e letras minúsculas (h, t) para as restrições das unidades geradoras.

As restrições para o sistema, para as usinas hidroelétricas, e para as usinas térmicas podem ser de dois tipos: limites físicos (e.g., limites de fluxo nas linhas, volume armazenado máximo nos reservatórios, potência nominal das unidades térmicas) ou restrições operativas (e.g., volumes de espera para controle de cheias, vazões mínimas em determinados trechos de rios). No primeiro tipo, o operador não tem controle sobre

as restrições, pois elas são de natureza física. Já para as restrições do segundo tipo, podem-se desconsiderar as menos prioritárias caso o problema de PDO se torne inviável.

As variáveis de decisão são as gerações das unidades geradoras térmicas e das usinas hidroelétricas, para cada intervalo de tempo na discretização adotada. As variáveis de estado são os turbinamentos, vertimentos e volumes armazenados dos reservatórios, e os fluxos na rede elétrica.

5.1 Função Objetivo

A função objetivo é dada por:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{nt} (C_{g_i}(gt_i^t) + C_{st_i}(u_i^t, u_i^{t-1})) + \alpha(V^T),$$

onde $C_{g_i}(gt_i^t)$ e $C_{st_i}(u_i^t, u_i^{t-1})$ correspondem, respectivamente, aos custos de geração e de partida da unidade geradora i no intervalo t e $\alpha(V^T)$ é o custo futuro do sistema, que depende dos volumes armazenados finais nos reservatórios. Estas funções são detalhadas a seguir.

5.1.1 Custos de geração térmica

Os custos de geração térmica são dados por uma função quadrática da forma:

$$C_{g_i}(gt_i^t) = c_{0_i} + c_{1_i}gt_i^t + c_{2_i}(gt_i^t)^2, \quad i = 1, \dots, nt, \quad t = 1, \dots, T, \quad (5.1)$$

onde gt_i^t é a geração da unidade i no intervalo t e c_{0_i} , c_{1_i} e c_{2_i} são os parâmetros da função.

5.1.2 Custos de partida para as unidades térmicas

Os custos de partida são dados por:

$$C_{st_i}(u_i^t, u_i^{t-1}) = C_{f_i} u_i^t (1 - u_i^{t-1}), \quad i = 1, \dots, nt, \quad t = 1, \dots, T, \quad (5.2)$$

onde, para a i -ésima unidade geradora, C_{f_i} é o custo de cada acionamento, e as variáveis u_i^t e $u_i^{t-1} \in \{0,1\}$ indicam se a unidade está ou não ligada nos intervalos t e $t-1$, respectivamente.

5.1.3 Custo futuro de operação

A função de custo futuro (FCF), denotada por $\alpha(\cdot)$, é uma função linear por partes do vetor de volumes armazenados $V^T = [V_1^T, V_2^T, \dots, V_{NH}^T]$ nos reservatórios ao final do intervalo T . Esta função multivariada, cuja seção do gráfico para um determinado reservatório é mostrada na Figura 5.1, é um dado de entrada, fornecido pelo modelo de planejamento semanal. A interdependência entre os valores da água nos reservatórios de todo o sistema se deve ao fato do sistema ser interligado tanto hidráulica como eletricamente.

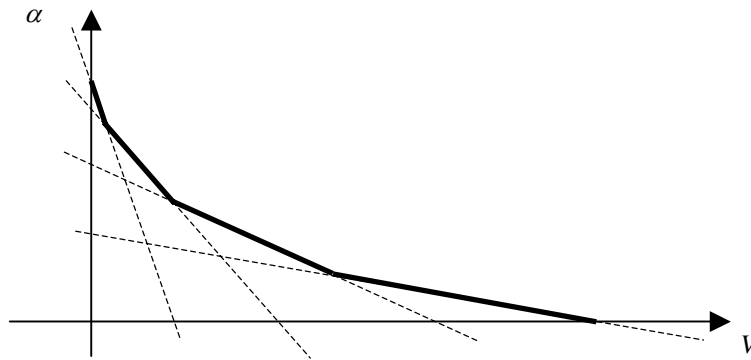


Figura 5.1 – Seção do gráfico da FCF do modelo DECOMP, para o volume armazenado V em um reservatório do sistema.

5.2 Restrições do Sistema

Nesta seção, descrevem-se as restrições do sistema, que promovem acoplamento entre as unidades térmicas e hidroelétricas.

5.2.1 Atendimento à demanda

Considerando uma modelagem DC da rede elétrica, as equações de balanço de energia em cada barra do sistema são formuladas como segue:

$$\sum_{i \in \mathcal{G}_k^H} gh_i^t + \sum_{i \in \mathcal{G}_k^T} gt_i^t - \sum_{l \in \Lambda_k} x_l (\theta_k^t - \theta_{m_k}^t) = D_k^t, \quad k = 1, \dots, NB, \quad t = 1, \dots, T, \quad \{DemB\} \quad (5.3)$$

onde gh_i^t é a geração da i -ésima unidade geradora no intervalo t ; \mathcal{G}_k^H e \mathcal{G}_k^T correspondem ao conjunto de unidades geradoras hidroelétricas e térmicas, respectivamente, que injetam potência à barra k ; Λ_k é o conjunto de linhas que incidem à barra k ; x_l é a reatância da l -ésima linha da rede elétrica, θ_i^t é o ângulo de tensão da barra i , no intervalo t ; m_k^l é o índice da barra oposta à barra k na linha l , e D_k^t é a carga da barra k , no intervalo t .

5.2.2 Limites de fluxo nos circuitos

Os limites de fluxo \overline{f}_l em cada linha l impõem as seguintes restrições:

$$-\overline{f}_l \leq f_l^t \leq \overline{f}_l, \quad l = 1, NL, \quad t = 1, \dots, T, \quad \{limF\} \quad (5.4)$$

onde $f_l^t = (\theta_{de(l)}^t - \theta_{para(l)}^t) / x_l$ é o fluxo de potência na linha l , no sentido da barra $de(l)$ para a barra $para(l)$, no intervalo t (valores negativos indicam fluxo no sentido contrário).

A modelagem DC não permite o controle dos níveis de tensão e potência reativa na rede. Desta forma, por motivos de segurança e baseado na experiência do operador, podem-se incluir ainda restrições de limite no somatório de gerações em determinadas usinas do sistema consideradas “críticas”, ou limites no somatório dos fluxos em subconjuntos de circuitos da rede. Estas restrições não introduzem complicações adicionais ao problema, por serem essencialmente do mesmo tipo que as inequações $\{limF\}$.

5.3 Restrições para as Usinas e Unidades Hidroelétricas

Cada usina hidroelétrica se caracteriza por uma determinada potência instalada e capacidade de armazenamento. Casos especiais são os de usinas que operam com um volume armazenado fixo (denominadas de usina a fio d’água), ou de usinas sem unidades geradoras, que operam apenas como reservatórios. Das 117 usinas hidroelétricas do SIN consideradas no estudo de caso apresentado no capítulo 8, existem 65 usinas a fio d’água e 12 reservatórios puros.

Ressalta-se que, a rigor, o problema de programação diária da operação deveria modelar os reservatórios de todas as usinas hidroelétricas, por menores que estes forem.

Entretanto, os dados necessários (polinômios para as cotas de montante e de jusante para a usina, capacidade de armazenamento, etc) para representar os reservatórios das usinas que atualmente são consideradas como a fio d'água não estão disponíveis.

A seguir descrevem-se as restrições para as usinas hidroelétricas consideradas no problema desta tese.

5.3.1 Topologia do sistema hidroelétrico

Considera-se o parque gerador hidroelétrico constituído de diversas usinas interligadas hidráulicamente ao longo dos cursos dos rios, conforme exemplificado na Figura 5.2.

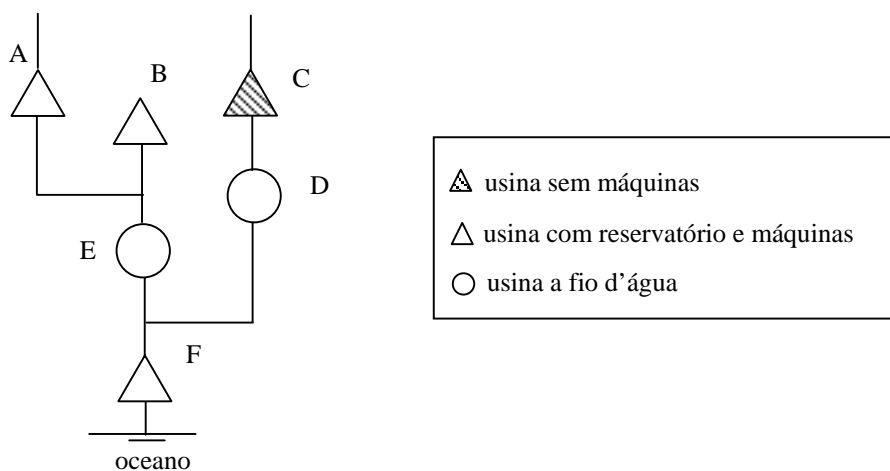


Figura 5.2 – Desenho em planta de uma série de usinas localizadas em uma determinada bacia hidrográfica.

Podem-se incluir ainda na configuração estações de bombeamento e canais de desvio entre algumas usinas. As primeiras transportam água de um reservatório para um outro situado a uma cota maior, consumindo energia no processo. Este gasto de energia é compensado pela maior energia potencial para geração obtida após essa operação (quando os reservatórios estão em rios diferentes) ou pela diferença no preço da energia entre os períodos em que ocorre o bombeamento e a geração.

5.3.2 Equações de balanço hídrico

A conservação da água nas bacias é representada pelas equações de balanço hídrico das usinas:

$$V_i^t - V_i^{t-1} + Q_i^t + S_i^t - \sum_{j \in M_i} (Q_j^t + S_j^t) = A_i^t, \quad i=1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T, \quad \{BHID\} \quad (5.5)$$

onde V_i^t é o volume armazenado da usina i ao final do intervalo t ; Q_i^t e S_i^t correspondem, respectivamente, ao turbinamento e vertimento da usina i durante o intervalo t ; M_i é o conjunto de usinas imediatamente à montante de i , e A_i^t é a afluência natural incremental¹ à usina i no intervalo t , de onde podem ser subtraídas parcelas referentes à evaporação nos reservatórios e retiradas de água para outros fins, como irrigação ou abastecimento.

5.3.3 Limites físicos e operativos para as usinas e unidades geradoras

Consideram-se, para cada usina hidroelétrica i e unidade geradora j , os seguintes limites:

$$\begin{cases} \underline{V}_i \leq V_i^t \leq \overline{V}_i \\ 0 \leq S_i^t \leq \overline{S}_i \\ 0 \leq Q_i^t \leq \overline{Q}_i, \end{cases} \quad i = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T, \quad \{limH\} \quad (5.6)$$

$$\begin{cases} 0 \leq gh_j^t \leq \overline{gh}_j \end{cases} \quad j = 1, \dots, nh, \quad t = 1, \dots, T, \quad \{limh\} \quad (5.7)$$

onde \underline{V}_i e \overline{V}_i são os limites mínimo e máximo de volume armazenado da usina i ; \overline{Q}_i , \overline{S}_i são a vazão máxima turbinada e vertida, respectivamente, para a usina i ; e \overline{gh}_j é a potência nominal do gerador, para a unidade geradora j .

5.3.4 Função de produção hidroelétrica

A geração das usinas é modelada como função das variáveis V , Q e S , consideradas individualmente. Inicialmente, calculam-se os hiperplanos que definem a envoltória convexa abaixo da curva $GH \times (V, Q)$, como mostrado à esquerda na Figura 5.3. Em seguida, aplica-se um algoritmo de mínimos quadrados para realizar uma aproximação secante no eixo do vertimento S , como mostrado no lado direito da mesma figura. Esta função é denominada função de produção hidroelétrica aproximada (FPHA).

¹ A afluência natural incremental a uma usina hidroelétrica é a vazão proveniente de contribuições laterais da bacia e não incluem as defluências das usinas de montante.

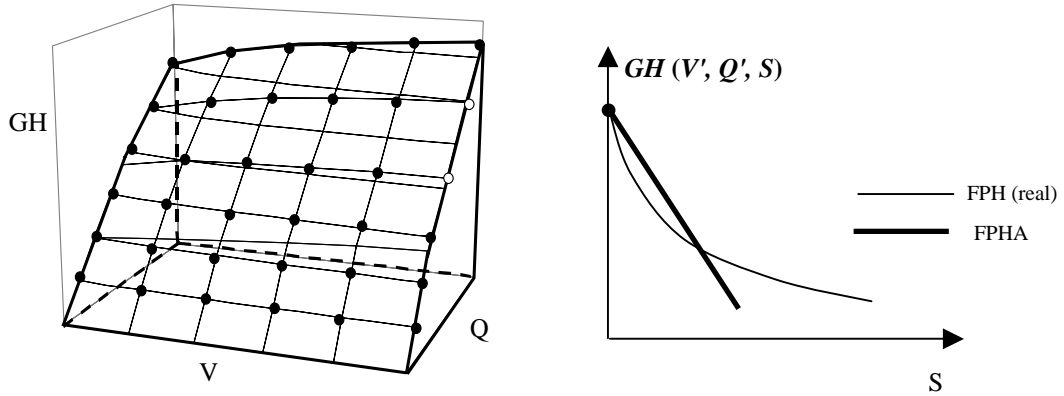


Figura 5.3 – Modelagem da FPHA em relação ao volume armazenado, à vazão turbinada e ao vertimento.

A consideração da FPHA introduz as seguintes restrições para o problema:

$$GH_i^t - C_{V_{i,k}} V_i^t - C_{Q_{i,k}} Q_i^t + C_{S_{i,k}} S_i^t \leq C_{0_{i,k}}, \quad \{FPHA\} \quad (5.8)$$

$$k = 1, \dots, NRFP_i, \quad i = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T,$$

onde $NRFP_i$ é o número de aproximações para a função de produção da usina i , e $C_{V_{i,k}}$, $C_{Q_{i,k}}$, $C_{S_{i,k}}$ e $C_{0_{i,k}}$ são os coeficientes de cada aproximação. Observa-se ainda que:

$$\left\{ \sum_{j \in \varphi_i^H} gh_j^t = GH_i^t, \quad i = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T, \right. \quad (5.9)$$

onde φ_i^H é o conjunto de unidades geradoras que pertencem à usina hidroelétrica i . Detalhes e alguns refinamentos da modelagem da FPHA podem ser encontrados em [11], [74], trabalhos dos quais o autor desta tese é co-autor.

Ressalta-se que, mesmo não se considerando as restrições de *unit commitment* hidroelétrico, é necessário representar a geração hidroelétrica individualmente por unidade geradora, pois podem ocorrer situações em que a mesma usina hidroelétrica apresenta unidades conectadas em barras diferentes da rede elétrica.

5.4 Restrições para as Usinas e Unidades Termoelétricas

A Figura 5.4 a seguir, adaptada de [1], [4], mostra um esquema reduzido do funcionamento de uma usina térmica a ciclo simples.

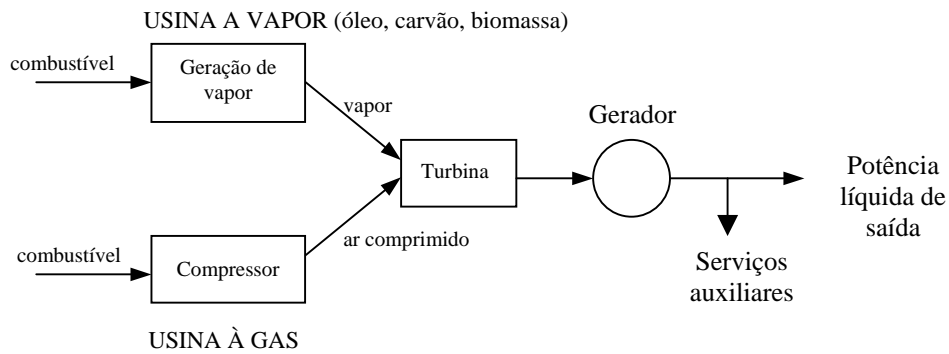


Figura 5.4 – Esquema de funcionamento de uma usina térmica de ciclo simples.

A seguir relacionam-se as restrições para as usinas térmicas consideradas neste trabalho.

5.4.1 Curvas de tomada e alívio de carga

Consideram-se conhecidas as curvas de tomada e alívio de carga para as unidades geradoras, através de valores tabelados para as rampas. A Figura 5.5 exemplifica essas curvas.

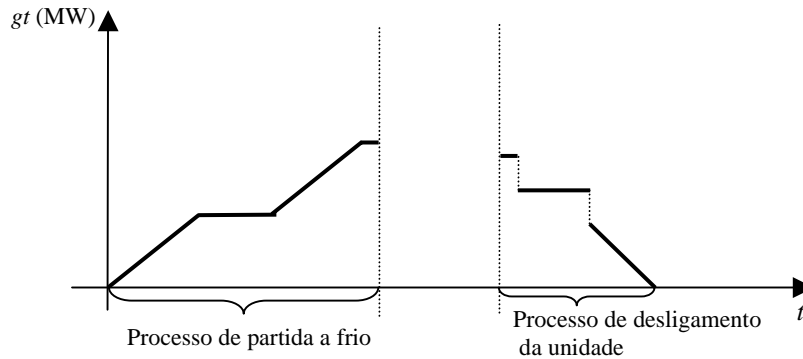


Figura 5.5 – Exemplos de curvas para a tomada / alívio de carga de uma unidade térmica.

Por simplicidade, denotam-se estas restrições por $\{Curva_ONOFF\}$, sem apresentar suas expressões analíticas.

5.4.2 Limites de geração

Os limites de geração são dados por:

$$u_i^t \underline{gt}_i^t \leq gt_i^t \leq u_i^t \overline{gt}_i^t, \quad i = 1, \dots, nt, \quad t=1, \dots, T, \quad \{limt\} \quad (5.10)$$

onde \underline{gt}_i e \overline{gt}_i são os limites inferior e superior de geração da unidade i , que definem um domínio descontínuo para a geração da unidade (note que $gt_i^t = 0$ quando a unidade está desligada).

As restrições das seções 5.4.1 e 5.4.2, não convexas e formuladas mediante variáveis binárias $u_i^t \in \{0,1\}$, compõem o conjunto $\{UCT\}$ de restrições de *unit commitment* térmico:

$$\{UCT\} := \{CurvaONOFF\} \cap \{limT\}. \quad (5.11)$$

Note que estas restrições não acoplam as unidades geradoras térmicas do sistema.

5.5 Formulação do Problema

Considerando todas as expressões apresentadas nas seções 5.1 a 5.4, o problema de PDO considerado neste trabalho de tese apresenta a seguinte formulação:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min_{\{gh,gt\}} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m (C_{g_i}(g_i^t) + C_{st_i}(u_i^t, u_i^{t-1})) + \alpha(v^T) & \\ s.a. & \\ \sum_{i \in \mathcal{G}_k^H} gh_i^t + \sum_{i \in \mathcal{G}_k^G} gt_i^t - \sum_{l \in \Lambda_k} x_l (\theta_k^t - \theta_{m_l}^t) = D_k^t, & k = 1, \dots, NB, t = 1, \dots, T \quad \{DemB\} \\ -\overline{f}_l \leq \frac{\theta_{de(l)}^t - \theta_{para(l)}^t}{x} \leq \underline{f}_l, & l = 1, \dots, NL, t = 1, \dots, T \quad \{LimF\} \\ V_i^t - V_i^{t-1} + Q_i^t + S_i^t - \sum_{j \in M_i} (Q_j^t + S_j^t) = A_i^t, & i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T \quad \{BHID\} \\ GH_i^t - C_{V_{i,k}} V_i^t - C_{Q_{i,k}} Q_i^t + C_{S_{i,k}} S_i^t \leq C_{0_{i,k}}, & k = 1, \dots, NRFP_i, i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T \quad \{FPHA\} \\ \underline{V}_i \leq V_i^t \leq \overline{V}_i, \quad 0 \leq S_i^t \leq \overline{S}_i, \quad 0 \leq Q_i^t \leq \overline{Q}_i, & i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T \quad \{lim H\} \\ 0 \leq gh_j^t \leq \overline{gh}_j, & j = 1, \dots, nh, t = 1, \dots, T \quad \{lim h\} \\ \sum_{j \in \mathcal{G}_i^H} gh_j^t = GH_i^t, \quad i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T & \\ u_i^t \underline{gt}_i \leq gt_i^t \leq u_i^t \overline{gt}_i, & \{lim t\} \\ \{Curva_ONOFF\}_i, & i = 1, \dots, nt \\ u_i^t \in \{0,1\} & i = 1, \dots, nt, t = 1, \dots, T. \end{array} \right.$$

De forma resumida, este problema primal pode ser reformulado da seguinte maneira:

$$\begin{cases} \min \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=1}^m C_{termi}^t \right) + \alpha(V^T) \\ s.a. \\ C_E \cap C_H \cap C_T, \end{cases} \quad (P) \quad (5.12)$$

onde $C_{termi}^t := C_{gi}(gt_i^t) + C_{sti}(u_i^t, u_i^{t-1})$, e os subconjuntos de restrições C_E , C_H , e C_T são compostos, respectivamente, pelas restrições elétricas¹ ou do sistema (seção 5.2), pelas restrições das usinas e unidades hidroelétricas (seção 5.3), e pelas restrições das usinas e unidades térmicas (seção 5.4).

5.5.2 Análise dos acoplamentos nas restrições

Na Tabela 5.1 a seguir, classificam-se as restrições do problema de acordo com os tipos de acoplamento que promovem:

Tabela 5.1 – Acoplamentos provocados pelas restrições consideradas para o problema de PDO.

Formas de Acoplamento / Tipos das restrições	Sem acoplamentos	Acoplamento espacial *	Acoplamento temporal	Acoplamento espacial e temporal
C_E	-	{DemB} (5.3) {LimF} (5.4)	-	-
C_H	{limH} (5.6) {FPHA} (5.8)		-	{BHID} (5.5)
C_T	{limt} (5.10)		{Curva_ONOFF} (5.11)	-

* O acoplamento é chamado de “espacial” quando a restrição envolve mais de uma unidade geradora térmica da mesma usina e/ou quando envolve usinas hidroelétricas diferentes.

Algumas conclusões podem ser feitas a partir da análise dessa tabela:

- nas restrições elétricas C_E , há acoplamentos espaciais, porém não há acoplamento temporal;
- nas restrições de origem hidroelétrica C_H , há acoplamentos espaciais e temporais simultaneamente;

¹ Adotou-se este nome pelo fato dessas restrições estarem relacionadas com a rede de transmissão.

- para as restrições de origem térmica C_T , somente há acoplamentos temporais.

Para condensar a exposição matemática no restante da apresentação, o conjunto de restrições em cada célula da Tabela 5.1 será denotado por C_{XN} , onde os valores de X e N são definidos da seguinte forma:

$X := E, H, T$ conforme a linha da tabela em que se encontra a restrição;

N : definido conforme a coluna da tabela em que se encontra a restrição:

$$N := \begin{cases} 0 : \text{sem acoplamentos;} \\ 1 : \text{apenas com acoplamento espacial;} \\ 2 : \text{apenas com acoplamento temporal;} \\ 12 : \text{com acoplamentos temporal e espacial.} \end{cases}$$

Assim, definem-se os seguintes subconjuntos de restrições:

$$C_{E1} := \{DemB\} \cap \{LimF\};$$

$$C_{H0} := \{limH\} \cap \{FPHA\};$$

$$C_{H12} := \{BHID\};$$

$$C_{T0} := \{limt\};$$

$$C_{T2} := \{Curva_ONOFF\}.$$

Com esta notação, as restrições mencionadas na formulação de (P) correspondem aos conjuntos:

$$C_T := C_{T0} \cap C_{T2};$$

$$C_H := C_{H0} \cap C_{H12};$$

$$C_E := C_{E1}.$$

Esta notação é utilizada na Figura 5.6, que mostra um esquema das restrições e acoplamentos do problema de PDO para dois intervalos de tempo consecutivos. As setas brancas mostram os acoplamentos provocados pelas restrições: temporais para as setas retas e espaciais para as setas curvas. As setas pretas mostram o compartilhamento de variáveis entre as restrições. Os símbolos NL e $0-1$ indicam a localização de funções não lineares e de variáveis 0-1 na formulação do modelo.

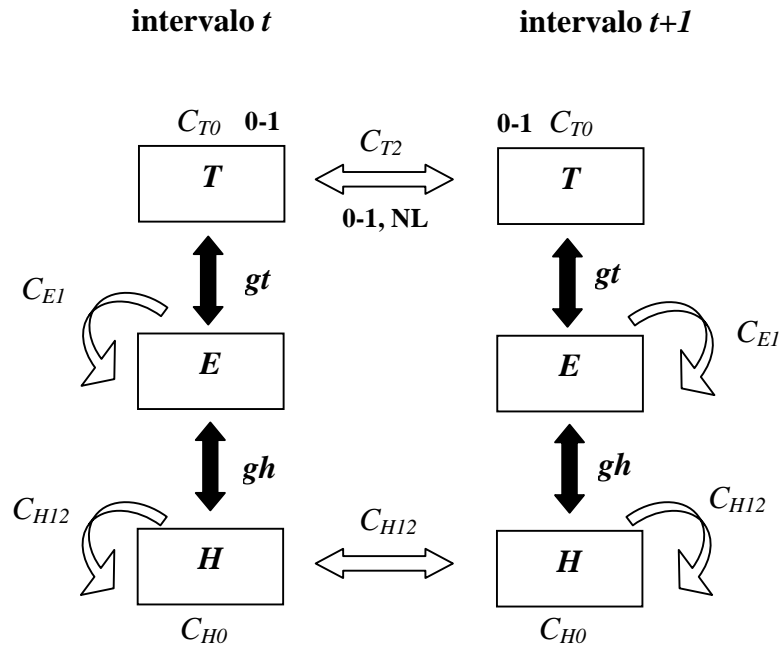


Figura 5.6 – Esquema de acoplamento entre as variáveis e restrições do problema.

Pode-se notar a enorme dificuldade do problema de otimização que deve ser resolvido, fato que se agrava por tratar-se de um sistema de grande porte. Para a composição do SIN em 2006, este problema apresenta em média 100.000 variáveis e 400.000 restrições, para um problema com 24 intervalos.

Para melhor visualizar os acoplamentos e condensar ainda mais a notação, re-escreve-se o problema (P) da seguinte forma:

$$\begin{cases} \min C_{ierm}(gt, x_T) + \alpha(x_H) \\ s.a. \\ C_E(gh, gt, x_E) \cap C_H(gh, x_H) \cap C_T(gt, x_T), \end{cases} \quad (5.13)$$

onde:

$gh := \{gh\}_{i,t}, i=1, \dots, nh, t=1, \dots, T$;

$gt := \{gt\}_{i,t}, i=1, \dots, nt, t=1, \dots, T$;

x_E : conjunto de todas as variáveis que aparecem somente nas restrições C_E ;

x_H : conjunto de todas as variáveis que aparecem somente nas restrições C_H e na função de custo futuro;

x_T : conjunto de todas as variáveis que aparecem somente nas restrições C_T e nas parcelas de custo das unidades térmicas;

$C_{term}(gt, x_T) := \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{nt} C_{termi}^t$: parcela de custo referente às gerações de todas as unidades térmicas, ao longo do período de estudo;

$\alpha(x_H) := \alpha(V^T)$: função de custo futuro ao final do estudo.

Finalmente, para simplificar ainda mais a formulação do problema, fazem-se as seguintes definições adicionais:

$x := [x_E, x_H, x_T, gt, gh]$;

$f(x) := C_{term}(gt, x_T) + \alpha(x_H)$;

e

$C := C_E \cap C_H \cap C_T$,

resultando na formulação abstrata do problema primal, usualmente encontrada na literatura de otimização:

$$\begin{cases} \min f(x) \\ s.a. \\ x \in C . \end{cases}$$

6 ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PDO

Este capítulo apresenta a estratégia de decomposição proposta para resolver o problema de PDO, que estende o trabalho [15], da qual o autor desta tese é co-autor. Esta estratégia consiste em relaxação Lagrangeana com duplicação de variáveis, cujas propriedades foram discutidas no capítulo 4. A resolução do problema é feita por um processo iterativo, que envolve a minimização de três subproblemas primais denominados elétrico, hidroelétrico e térmico (de acordo com a natureza das restrições envolvidas), alternada com a resolução de um problema dual de maximização. Em [15], estratégia semelhante foi adotada, porém duplicando apenas as variáveis de geração termoelétrica, e os problemas estudados não consideraram a rede elétrica.

Na seção 6.1, apresenta-se a técnica de decomposição proposta. Na seção 6.2, descreve-se a resolução do problema dual, e na seção 6.3 detalha-se a resolução de cada um dos subproblemas associados. Na seção 6.4, descreve-se a técnica utilizada para obter um ponto viável ao final do processo de maximização da função dual.

6.1 Relaxação Lagrangeana Proposta

Devido ao grande porte do problema, ao acoplamento entre as variáveis, e às dificuldades inerentes da natureza das restrições de *unit commitment* térmico e da rede elétrica, optou-se por aplicar a técnica de relaxação Lagrangeana com duplicação de variáveis (seção 4.3.3) para obter subproblemas menores, cuja resolução se tornasse mais favorável.

A decomposição do problema se faz introduzindo em (5.12) as variáveis artificiais

$$z := \{z\}_{i,t}, \text{ para } i=1, \dots, nh, t=1, \dots, T, \text{ e}$$

$$y := \{y\}_{i,t}, \text{ para } i=1, \dots, nt, t=1, \dots, T,$$

que duplicam, respectivamente, as variáveis gh e gt . Emprega-se a variável z nas restrições C_H , a variável y nas restrições C_T e na função objetivo, e adicionam-se ao problema restrições de igualdade entre as variáveis originais e artificiais:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min C_{term}(y, x_T) + \alpha(x_H) \\ s.a. \\ C_E(gh, gt, x_E) \cap C_H(z, x_H) \cap C_T(y, x_T) \\ z = gh \\ y = gt. \end{array} \right. \quad (6.1)$$

Observa-se que, com esta reformulação, todo o acoplamento entre as restrições C_E , C_H e C_T se concentra nas duas últimas equações vetoriais de (6.1). O passo seguinte consiste então em relaxar estas equações, penalizando-as na função objetivo por meio de multiplicadores de Lagrange $\lambda_h := \{ \lambda_h \}_{i,t}$, para $i=1, \dots, nh$, $t=1, \dots, T$, e $\lambda_T := \{ \lambda_T \}_{i,t}$, para $i=1, \dots, nt$, $t=1, \dots, T$. Com isto, obtém-se o seguinte problema, ainda equivalente a (5.12):

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{z, gh, y, gt} \max_{\lambda} C_{term}(y, x_T) + \alpha(x_H) + \langle \lambda_h, z - gh \rangle + \langle \lambda_T, y - gt \rangle \\ s.a. \\ C_E(gh, gt, x_E) \cap C_H(z, x_H) \cap C_T(y, x_T). \end{array} \right. \quad (6.2)$$

Utiliza-se a notação λ_h , com sub-índice h minúscula, para os multiplicadores referentes às unidades hidroelétricas, a fim de enfatizar que se trata de 1 multiplicador por unidade geradora. Na seção 6.1.1, apresenta-se uma variante desta decomposição que considera multiplicadores por usina, denotados por λ_H , com os quais consegue-se o mesmo tipo de decomposição, mas reduzindo a dimensão do problema dual associado.

O problema dual (D) referente a (5.12) é obtido trocando-se a ordem min-max por max-min em (6.2):

$$\max_{\lambda} \theta(\lambda) := \left\{ \begin{array}{l} \min_{z, gh, y, gt} C_{term}(y, x_T) + \alpha(x_H) + \langle \lambda_h, z - gh \rangle + \langle \lambda_T, y - gt \rangle \\ s.a. \\ C_E(gh, gt, x_E) \cap C_H(z, x_H) \cap C_T(y, x_T), \end{array} \right. \quad (D) \quad (6.3)$$

onde, para cada multiplicador λ dado, calcular $\theta(\lambda)$ consiste em resolver três subproblemas separados. Mais precisamente,

$$\theta(\lambda) := \theta_E(\lambda_h, \lambda_T) + \theta_T(\lambda_T) + \theta_H(\lambda_H), \text{ onde:}$$

$$\theta_E(\lambda_h, \lambda_T) := \begin{cases} \min_{gh, gt} & -\langle \lambda_h, gh \rangle - \langle \lambda_T, gt \rangle \\ \text{s.a.} & C_E(gh, gt, x_E), \end{cases} \quad [E] \quad (6.4)$$

$$\theta_H(\lambda_h) := \begin{cases} \min_z & \alpha(x_H) + \langle \lambda_h, z \rangle \\ \text{s.a.} & C_H(z, x_H), \end{cases} \quad [H] \quad (6.5)$$

$$\theta_T(\lambda_T) := \begin{cases} \min_y & C_{term}(y, x_T) + \langle \lambda_T, y \rangle \\ \text{s.a.} & C_T(y, x_T). \end{cases} \quad [T] \quad (6.6)$$

O problema dual consiste em maximizar a função $\theta(\cdot)$, mediante o processo iterativo ilustrado na Figura 6.1, o qual consta dos seguintes passos:

- **obtenção de um novo vetor $\lambda^{(k)}$** : a partir dos valores de λ obtidos na iteração $k-1$ ou em diversas iterações anteriores (dependendo do método empregado para se resolver (D)), obtém-se um novo vetor $\lambda^{(k)}$ de multiplicadores;
- **avaliação de $\theta_E(\lambda_h^{(k)}, \lambda_T^{(k)})$, $\theta_H(\lambda_h^{(k)})$ e $\theta_T(\lambda_T^{(k)})$** : resolvem-se os subproblemas $[E^{(k)}]$, $[H^{(k)}]$ e $[T^{(k)}]$, denotados com o supra-índice k por dependerem do vetor $\lambda^{(k)}$. Obtém-se o valor para a função dual $\theta(\lambda^{(k)}) = \theta_E(\lambda_h^{(k)}, \lambda_T^{(k)}) + \theta_H(\lambda_h^{(k)}) + \theta_T(\lambda_T^{(k)})$, assim como o subgradiente $sg^{(k)} := (z^{(k)} - gh^{(k)}, y^{(k)} - gt^{(k)}) \in \partial\theta(\lambda^{(k)})$, onde $z^{(k)}$, $gh^{(k)}$, $y^{(k)}$, $gt^{(k)}$ são os respectivos minimizadores dos subproblemas.

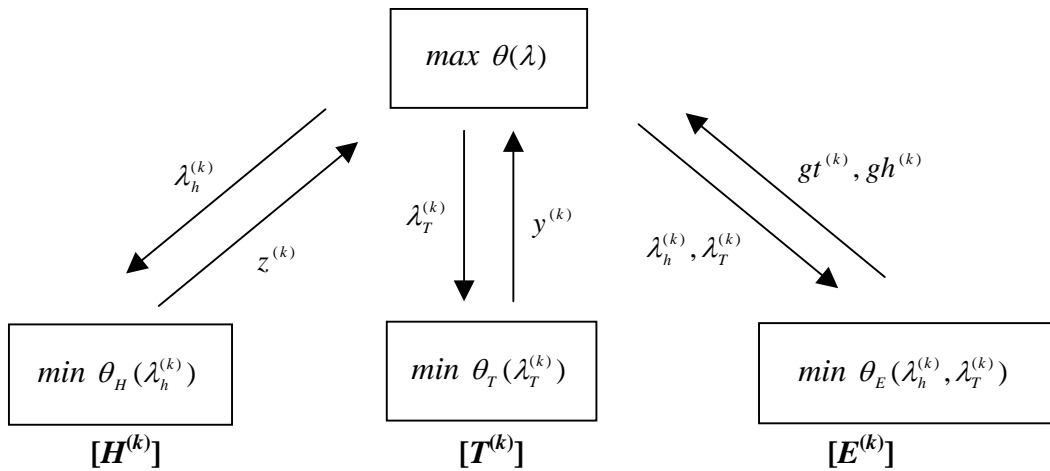


Figura 6.1 – Processo iterativo de resolução do problema de PDO proposto neste trabalho.

O processo iterativo pára quando se atinge o máximo numérico da função dual, segundo um critério de parada. Neste trabalho, utiliza-se o método de feixes para maximizar esta função (vide seção 4.5.4).

6.1.1 Variante: multiplicadores λ_H por usina hidroelétrica

O número de variáveis do problema dual (6.3), segundo a decomposição descrita, é igual a $(nh+nt)T$. A quantidade de unidades geradoras no sistema considerado pelo ONS em outubro de 2006 é de cerca de 600, resultando em um total de aproximadamente 14.400 multiplicadores, o que pode tornar excessivo o esforço computacional para resolver (6.3) de forma acurada.

Analisando-se a estrutura dos subproblemas $[H]$ e $[E]$ e conhecendo-se as características das usinas hidroelétricas do SIN, fazem-se as seguintes observações:

- a grande maioria das usinas hidroelétricas apresenta todas as suas unidades geradoras conectadas a uma única barra da rede elétrica, ou a barras diferentes que se juntam a uma barra comum. Portanto, para fins de cálculo dos fluxos na rede elétrica, é indiferente a forma como a geração GH da usina se distribui entre as gerações gh de suas unidades geradoras (respeitadas as potências nominais de cada unidade);
- na modelagem do subproblema $[H]$, não há diferenciação entre as gerações para as unidades de uma mesma usina hidroelétrica, uma vez que a $\{FPHA\}$ (eq. (5.8)) considera apenas o turbinamento e geração totais das usinas.

Por estas duas razões, pode-se considerar apenas 1 multiplicador por usina, o que resulta em uma redução considerável no número de variáveis para o problema dual. Propõe-se então uma alternativa de duplicação das variáveis de geração hidroelétrica por usina, de acordo com a equação a seguir:

$$Z_j^t = GH_j^t, \quad j = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T, \quad (6.7)$$

por meio de multiplicadores $\{\lambda_{H_j}^t\}, j = 1, \dots, NH, \quad t=1, \dots, T$.

Com esta forma de relaxação por usina, consegue-se a mesma decomposição de (6.3), em três subproblemas, mas utilizando $(NH+nt)T$ multiplicadores. Para o problema

estudado no capítulo 8, tem-se $nt = 123$, $NH = 117$, $nh = 487$ e $T = 24$, portanto consegue-se uma redução de 14.568 variáveis¹ para 5760 variáveis no problema dual.

A seguir, descreve-se a resolução do problema dual e dos seus subproblemas associados.

6.2 Resolução do Problema Dual

No problema resolvido nesta tese, verifica-se que a resolução dos subproblemas $[H^{(k)}]$, $[T^{(k)}]$ e $[E^{(k)}]$ (vide seções 6.3.1 a 6.3.3 a seguir) pode resultar em mais de uma solução ótima. Como consequência, a função dual é linear por partes, conforme discutido na seção 4.5, e deve-se utilizar uma técnica de OND para maximizá-la.

Neste trabalho, empregou-se o método de feixes, mais especificamente o *variable metric bundle method* [19], cujo desenvolvimento não foi objeto deste trabalho de tese. Foram realizados apenas ajustes em alguns de seus parâmetros, de forma que ele se adequasse melhor ao problema em questão. Este método trabalha com um modelo agregado para a função dual (vide seção 4.5.4).

6.3 Resolução dos Subproblemas

Para cada vetor $\lambda^{(k)}$, obtido na k -ésima iteração da maximização da função dual, resolvem-se os subproblemas associados $[H^{(k)}]$, $[T^{(k)}]$ e $[E^{(k)}]$. A Figura 6.2 mostra um esquema da estrutura desses subproblemas.

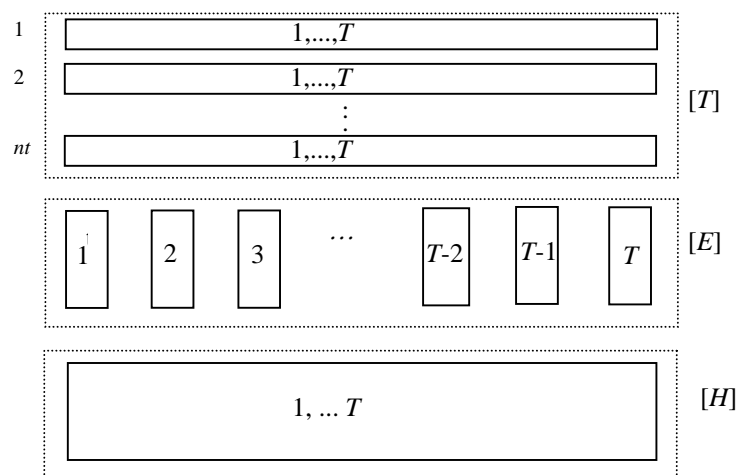


Figura 6.2 – Estrutura dos subproblemas associados à decomposição por RL proposta.

¹ Com a forma de relaxação por unidade, descrita na seção 6.1.

Com base nas características particulares de cada subproblema, utilizam-se os métodos de resolução descritos a seguir.

6.3.1 Resolução do subproblema $[T^{(k)}]$

O subproblema térmico $[T^{(k)}]$ (6.6) é não linear (a função C_{term} é quadrática), com variáveis inteiras e apresenta acoplamento temporal. No entanto, este subproblema é separável por unidade geradora. Para resolvê-lo, consideram-se nt “sub-subproblemas” $[T_i^{(k)}]$, para $i = 1, \dots, nt$.

A formulação do sub-subproblema $[T_i^{(k)}]$ para a i -ésima unidade geradora é:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\{u_i, y_i\}} \sum_{t=1}^T (C_{g_i}(y_i^t) + C_{st_i}(u_i^t, u_i^{t-1}) + \lambda_{T_i}^t y_i^t) \\ s.a. \\ u_i^t g_{t_i}^t \leq y_i^t \leq \overline{u_i^t g_{t_i}^t}, \quad t = 1, \dots, T \\ \{Curva_OnOff\}_i \\ u_i^t \in \{0, 1\}, \end{array} \right. \quad (6.8)$$

onde os custos de geração e de partida são dados por (5.1) e (5.2), respectivamente.

Considere que t_{up_i} e t_{down_i} representam, respectivamente, os tempos mínimos necessários para se ligar e desligar totalmente a i -ésima unidade térmica. As restrições $\{Curva_OnOff\}_i$ definem valores $g_{t_i}^{up,1}, \dots, g_{t_i}^{up,t_{up_i}}$ e $g_{t_i}^{down,1}, \dots, g_{t_i}^{down,t_{down_i}}$, que são as curvas de geração que devem ser obedecidas ao se acionar ou desligar, respectivamente, a unidade.

Observa-se que a função objetivo de (6.8) pode ser decomposta em T parcelas $f_{T_i}^1, \dots, f_{T_i}^T$, onde:

$$f_{T_i}^T := C_{g_i}(g_{t_i}^t) + C_{st_i}(u_i^t, u_i^{t-1}) + \lambda_{T_i}^t y_i^t. \quad (6.9)$$

Representação do sub-subproblema $[T_i^{(k)}]$ por meio de um grafo

Em cada intervalo de tempo, é possível associar apenas um estado à unidade térmica cujo subproblema está sendo considerado: ligada (*ON*) ou desligada (*OFF*). Se a unidade estiver desligada, automaticamente sua geração será igual a zero, enquanto que se a mesma for acionada, poderá gerar um valor intermediário entre \underline{gt}_i^t e \overline{gt}_i^t . Considerando que, ao se acionar (desligar) a unidade no intervalo t , a mesma só estará operando livremente (desligada totalmente) no intervalo $t+t_{up_i}$ ($t+t_{down_i}$), é possível associar um grafo ao sub-subproblema, no qual os nós representam os estados da unidade ao longo do tempo, e as arestas representam as possíveis transições entre estados, segundo ilustrado na Figura 6.3 a seguir.

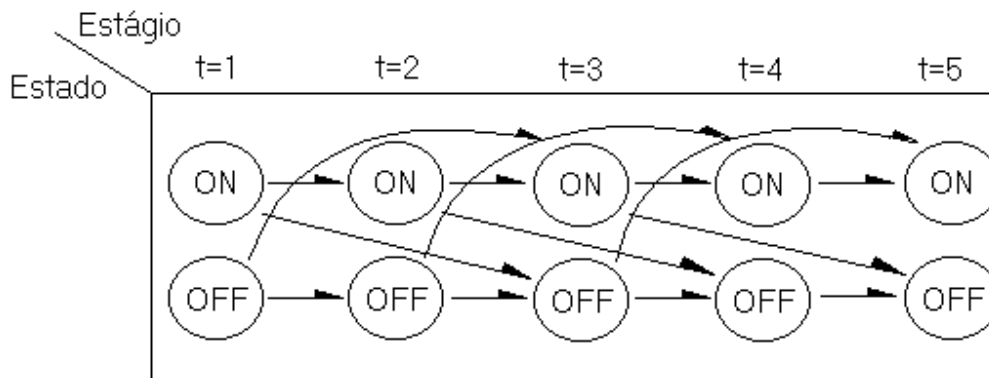


Figura 6.3 – Diagrama de estados (*ON*:ligada; *OFF*:desligada) e transições para uma unidade térmica. No exemplo, as curvas tanto para acionamento como desligamento duram 2 horas.

Os custos do sub-subproblema estão inseridos nas arestas, da seguinte forma:

- Custo da transição $(ON,t) \rightarrow (ON,t+1)$: custo de geração no intervalo t , dado por $(C_{g_i}(y_i^t) + \lambda_{T_i}^t y_i^t)$;
- Custo da transição $(ON,t) \rightarrow (OFF,t+t_{down_i})$: custo de geração entre os intervalos t e $t+t_{down_i}-1$, composto pela soma do custo de geração no intervalo t (que é função de y_i^t) com os custos de geração nos intervalos de $t+1$ a $t+t_{down_i}-1$, os quais são função de $gt_i^{down,1}, \dots, gt_i^{down,t_{down_i}}$, conhecidos *a priori*;

- Custo da transição $(OFF,t) \rightarrow (ON,t+t_{up_i})$: soma do custo de partida no intervalo t (C_{f_i} , vide eq. (5.2)) com o custo de geração nos intervalos de $t+1$ a $t+t_{up_i}-1$, os quais são função de $gt_i^{up,1}, \dots, gt_i^{up,t_{up_i}}$, também conhecidos *a priori*;
- Custo da transição $(OFF,t) \rightarrow (OFF,t+1)$: vale zero.

A resolução do sub-subproblema consiste essencialmente em se achar o caminho de custo mínimo entre os intervalos inicial e final considerados. Para tal, implementou-se um algoritmo de programação dinâmica, que possui 24 estágios e 2 estados. Para o problema típico considerado no capítulo 8, o grafo de cada unidade apresenta em média 48 nós e 90 arcos.

Algoritmo de programação dinâmica utilizado

O algoritmo é de tipo regressivo (*backwards*), agindo do tempo final para o tempo inicial. Para um certo nó, calcula-se o custo de operação/transição para todos os nós posteriores que são ligados diretamente ao nó em questão (os quais já têm seu custo computado visto que o algoritmo trabalha no sentido apropriado). Escolhe-se o caminho que possuir o menor custo total (soma do custo de operação/transição e o custo do nó posterior correspondente), que é a produção ótima do intervalo atual até o fim do período do subproblema (6.8), pelo princípio de otimalidade de Bellman [17]. O processo termina quando se atinge o nó referente ao estado inicial, correspondente ao instante de tempo $t = 0$, para o qual se conhece o status (ligada ou desligada) da unidade.

Em cada nó, deve-se então determinar a transição ótima entre o estado atual (no tempo t), para o estado futuro, no tempo futuro, que pode ser $t+1$, $t+t_{down_i}$ ou $t+t_{up_i}$, dependendo da mudança (ou não) de estado que está sendo efetuada. Os custos calculados para o nó localizado no intervalo t , para cada um dos estados possíveis em t , são dados pelas expressões:

- $custo(ON,t)^{ON \rightarrow ON} = custo(ON,t+1) + \text{custo da transição } ON(t) \rightarrow ON(t+1)$;
- $custo(ON,t)^{ON \rightarrow OFF} = custo(OFF,t+t_{down_i}) + \text{custo da transição } ON(t) \rightarrow (OFF,t+t_{down_i})$;

- $custo(OFF, t)^{OFF \rightarrow ON} = custo(ON, t + t_{up_i}) + \text{custo da transição } (OFF, t) \rightarrow (ON, t + t_{up_i})$;
- $custo(OFF, t)^{OFF \rightarrow OFF} = custo(OFF, t + 1) + \text{custo da transição } OFF(t) \rightarrow OFF(t+1) (=zero)$;

Comparando os resultados e escolhendo os de menor custo, tem-se a recorrência

$$\begin{aligned} custo(ON, t) &= \min \left\{ custo(ON, t)^{ON \rightarrow ON}, \quad custo(ON, t)^{ON \rightarrow OFF} \right\}, \\ custo(OFF, t) &= \min \left\{ custo(OFF, t)^{OFF \rightarrow ON}, \quad custo(OFF, t)^{OFF \rightarrow OFF} \right\}, \end{aligned}$$

que determina o caminho a ser realizado a partir do intervalo t para cada um dos dois estados possíveis no t -ésimo estágio da programação dinâmica.

Ao se realizar esta operação para todos os estados e estágios possíveis, constroem-se os diversos caminhos ótimos de qualquer nó até o último intervalo de tempo ($t = T$). Partindo das condições iniciais previamente estabelecidas, escolhe-se então o caminho que minimiza o custo.

6.3.2 Resolução do subproblema $[E^{(k)}]$

O subproblema $[E^{(k)}]$ (6.4) é separável por intervalo de tempo, uma vez que não há acoplamento temporal entre as restrições. Portanto, este é resolvido como uma seqüência de “sub-subproblemas” de fluxo de potência ótimo DC estático $[E_i^{(k)}]$, para $t=1, \dots, T$, por programação linear. A formulação de cada um destes sub-subproblemas é:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\{gh, gt\}} \sum_{i=1}^{nt} (-\lambda_{T_i}^t gt_i^t) + \sum_{j=1}^{nh} (-\lambda_{h_j}^t gh_j^t) \\ s.a. \\ \sum_{i \in \mathcal{G}_k^t} gt_i^t + \sum_{j \in \mathcal{G}_k^t} gh_j^t - \sum_{l \in \Lambda_k} x_l (\theta_k^t - \theta_{m_k}^t) = D_k^t, \quad k = 1, \dots, NB, \quad \{DemB\} \\ -\bar{f}_l \leq \frac{\theta_{de(l)}^t - \theta_{para(l)}^t}{x} \leq \bar{f}_l, \quad l = 1, \dots, NL \quad \{LimF\} \\ 0 \leq gh_i^t \leq \overline{gh}_i, \quad i = 1, \dots, nh \\ 0 \leq gt_j^t \leq \overline{gt}_j, \quad j = 1, \dots, nt, \end{array} \right. \quad (6.10)$$

consistindo em um problema de PL em média com 4.000 variáveis e 15.000 restrições, ao se considerar a configuração real do SIN. Note que, se a rede elétrica for

desconsiderada, este sub-subproblema pode ser resolvido analiticamente, pois basta “empilhar” as unidades hidro e termoeletricas em ordem crescente do seu “custo de geração” $-\lambda_{T_i}^t$ ou $-\lambda_{H_i}^t$. Ou seja, todas as unidades estarão em sua capacidade máxima, exceto uma, que é comumente chamada de “gerador marginal”.

A incorporação explícita das restrições $\{DemB\}$, e $\{LimF\}$ em (6.10) tornaria sua resolução muito pesada. Alternativamente, utiliza-se a estratégia adotada em [436], [437], onde apenas as restrições violadas durante o processo de resolução do subproblema são introduzidas. Para simplificar a exposição, na descrição que segue será omitido o supra-índice t referente ao intervalo de tempo.

Estratégia adotada para resolver $[E_i^{(k)}]$

O modelo linear em potência ativa, também denominado de fluxo DC, fornece uma aproximação da distribuição dos fluxos de potência ativa no sistema, no qual se despreza o efeito da tensão/potência reativa. A modelagem em fluxo DC é justificada pelo forte acoplamento entre a potência ativa e o ângulo das tensões e apresenta resultados tão melhores quanto melhor estiver dimensionada e ajustada a rede elétrica para as condições de carga a que está submetida. Este modelo aproximado permite o cálculo dos fluxos ativos com razoável precisão e com um baixo custo computacional, por envolver relações apenas lineares (na modelagem AC da rede elétrica as relações são trigonométricas).

Desprezando-se as perdas, a equação de fluxo de potência ativa f em um circuito l entre duas barras k e m é dada por:

$$f_l = -V_k V_m b_l \text{sen}\theta_{km}$$

onde V_k e V_m representam as tensões das barras k e m , b_l é a susceptância do circuito l , e θ_{km} é a diferença angular entre k e m .

Considerando as aproximações $V_k \cong V_m \cong 1$ p.u.¹, $\text{sen}\theta_{km} \cong \theta_{km}$ e $b_l \cong 1/x_l$, onde x_l é a reatância do circuito l , obtém-se:

¹ p.u. significa “por unidade”. Na resolução de problemas de fluxo de potência, é usual expressar as grandezas em relação a valores de referência, considerados como unidade de medida.

$$f_l = -b_l \theta_{km} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_l}, \quad (6.11)$$

e portanto os fluxos f nas linhas são expressos como uma função linear das diferença entre os ângulos de tensão nas barras.

Definida uma barra de referência para o sistema (para a qual $\theta=0$), os ângulos de tensão em cada barra podem ser conhecidos a partir das gerações e cargas ao longo da rede, resolvendo-se o sistema linear

$$p = B\theta, \quad (6.12)$$

que é uma representação matricial do conjunto de equações (5.3), onde p é o vetor de injeções de potência ativa (gerações gh e gt , subtraídas as cargas D) por barra, θ é o vetor de ângulos das tensões nas barras e B é a matriz de susceptâncias da rede, obtidas a partir dos valores de x_l em cada linha. Após se obter os ângulos θ , avaliam-se os fluxos nos circuitos pela equação (6.11).

Para se obter de forma direta, no subproblema $[E_i^{(k)}]$, um despacho ótimo que atenda às inequações de limites de fluxo (5.4), seria preciso adicionar duas restrições para cada linha da rede elétrica, uma para cada sentido de fluxo. Em um sistema de grande porte, esta modelagem envolveria milhares de inequações. Ressalta-se ainda que estas restrições não são esparsas, ou seja, o fluxo em cada linha da rede elétrica depende da geração em um grande número de unidades geradoras do sistema. Porém, apenas um pequeno número dessas restrições (em geral, menos de 2%) estão ativas na solução ótima.

Para contornar este inconveniente, adotou-se um esquema iterativo para a resolução do subproblema, inspirado nos métodos chamados de “*outer approximation*” em programação semi-infinita [438]. O algoritmo consta dos seguintes passos:

Passo 1: Inicialmente, resolve-se o sub-subproblema considerando apenas os limites de intercâmbio entre as diversas áreas (ou subsistemas) que compõem o SIN. Embora estas restrições possam ser em princípio desconsideradas, sua inclusão é importante para se encontrar um ponto inicial que não leve a muitas violações para as demais restrições da rede elétrica.

Passo 2: Conhecendo as barras onde se conectam as cargas D e as gerações hidroelétricas (gh) e térmicas (gt), constrói-se o vetor p de injeções líquidas nas barras da rede.

Passo 3: Uma vez que a matriz B já foi construída previamente a partir da topologia da rede e das características das linhas, calculam-se todos os fluxos na rede por meio das expressões (6.12) e (6.11), nesta ordem.

Passo 4: Comparando o fluxo em cada linha com o seu respectivo limite, identificam-se quais circuitos foram violados e, para cada um destes, adiciona-se posteriormente a seguinte restrição ao sub-subproblema:

$$\langle w_l, p \rangle \leq \overline{f}_l, \text{ se a violação é no sentido } k-m, \text{ ou} \quad (6.13)$$

$$\langle w_l, p \rangle \geq -\overline{f}_l, \text{ se a violação é no sentido } m-k, \quad (6.14)$$

onde $w_l = B^{-1} b_l$ é o vetor de coeficientes (derivadas) da restrição de fluxo no circuito l em relação às gerações em cada barra, possuindo dimensão NB (número de barras do sistema). A matriz B^{-1} e o vetor b_l são definidos como segue:

- B^{-1} é a inversa da matriz de susceptâncias (dimensão $NB \times NB$) [5];
- O vetor b_l , de dimensão NB , possui apenas dois elementos não nulos: $b_{de(l)} = -1$, na coluna correspondente à barra “de” do circuito, e $b_{para(l)} = +1$, na coluna correspondente à barra “para” do circuito.

Passo 5: Resolve-se novamente o sub-subproblema com a inclusão das novas restrições. Com o novo despacho obtido $\{ gh'_i, gt'_j \}$, para $i = 1, \dots, NH, j = 1, \dots, nt$, pode levar a violações em outros circuitos (devido à redistribuição que foi necessária nas gerações obtidas anteriormente para eliminar as violações), volta-se ao passo 2. O processo iterativo prossegue até que nenhum circuito esteja violado no passo 4, quando então o subproblema está resolvido.

A Figura 6.4 ilustra o processo iterativo realizado para resolver $[E_t^{(k)}]$:

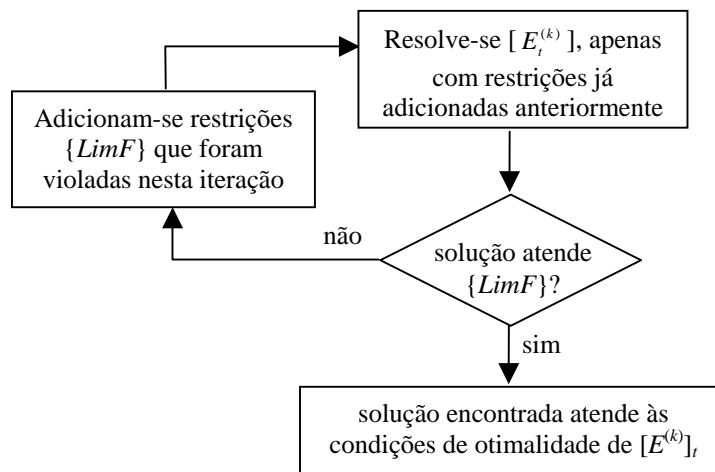


Figura 6.4 – Estratégia de resolução dos sub-subproblemas $[E_i^{(k)}]$, sem representação explícita das restrições $\{LimF\}$.

Observa-se que as restrições de limite de fluxos que foram adicionadas nas iterações anteriores de resolução do problema dual permanecem no sub-subproblema $[E_i^{(k)}]$ para as iterações seguintes. Desta forma, após um número não muito grande de iterações já não há mais necessidade de se incluir mais restrições no sub-subproblema. Uma análise detalhada da performance desta estratégia é apresentada em [10].

O procedimento adotado pode considerar também restrições de somatório de fluxos em subconjuntos de linhas, já que a inclusão iterativa destas restrições pode ser feita de maneira semelhante à realizada para os limites individuais de fluxo nas linhas.

Ressalta-se que o procedimento descrito nesta seção para resolver cada sub-subproblema $[E_i^{(k)}]$ garante a obtenção da solução ótima, uma vez que as restrições do problema são representadas de forma exata, apenas vão sendo inseridas à medida que se tornam necessárias ao longo do processo iterativo.

6.3.3 Resolução do subproblema $[H^{(k)}]$

O subproblema hidroelétrico (6.5) apresenta a seguinte formulação:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\min_{\{z\}} \sum_{j=1}^{nh} (\lambda_{h_j}^t z_j^t) + \alpha(V^T) \\
s.a. \\
V_i^t + Q_i^t + S_i^t - \sum_{j \in M_i} (Q_j^t + S_j^t) = V_i^{t-1} + A_i^t, \quad i = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T \quad \{BHID\} \\
GH_i^t - C_{V_{i,k}} V_i^t - C_{Q_{i,k}} Q_i^t + C_{S_{i,k}} S_i^t \leq C_{0_{i,k}}, \quad k = 1, \dots, NRFP_i, \quad i = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T, \quad \{FPHA\} \\
\underline{V}_i \leq V_i^t \leq \overline{V}_i, \quad 0 \leq S_i^t \leq \overline{S}_i, \quad 0 \leq Q_j^t \leq \overline{Q}_j, \quad i = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T \quad \{\text{lim } H\} \\
0 \leq z_j^t \leq \overline{gh}_j, \quad i = 1, \dots, nh, \quad t = 1, \dots, T \quad \{\text{lim } h\} \\
\sum_{j \in \mathcal{V}_i^t} gh_j^t = GH_i^t, \quad i = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T
\end{array} \right.$$

resultando em um problema linear com aproximadamente 19.000 variáveis e 52.000 restrições, para a configuração do SIN considerada no capítulo 8.

Observa-se que há, simultaneamente, acoplamentos espaciais e temporais, portanto este subproblema não pode ser separável nem por usina nem por intervalo de tempo. Para resolvê-lo, aplicou-se nesta tese o pacote de programação linear OSL [439].

Nas primeiras iterações de maximização da função dual, a resolução de $[H^{(k)}]$ é demorada, mas como este subproblema só difere de uma iteração para outra quanto aos multiplicadores na função objetivo, pode-se utilizar a solução da iteração anterior (que é viável) como ponto inicial no algoritmo Simplex para a iteração seguinte. Este artifício reduz consideravelmente o tempo de resolução do subproblema, principalmente nas primeiras iterações de resolução do problema dual.

6.4 Obtenção de um Ponto Primal Viável

Caso não tenha sido obtido um despacho viável ao se resolver o problema por RL, é necessário buscar um ponto viável para (5.12), a partir dos resultados obtidos ao se maximizar $\theta(\cdot)$. Nesta etapa, denominada de Recuperação Primal (RP), utiliza-se também o artifício de duplicação de variáveis e a decomposição em três subproblemas, no entanto a relaxação usa Lagrangeanos Aumentados (vide seção 4.8) para garantir a viabilidade primal.

6.4.1 Estratégia de decomposição

Procede-se de forma semelhante à estratégia de resolução por RL: duplicam-se as variáveis gt e gh , obtendo as variáveis artificiais y e z . Em seguida, adicionam-se as restrições $y=gt$ e $z=gh$ na formulação do problema, e utiliza-se a variável y para C_T , a variável z para C_H e as variáveis gh e gt para C_E . No entanto, ao relaxar as restrições artificiais, adicionam-se também à função objetivo termos de penalização quadráticos para suas violações, pela técnica do Lagrangeano Aumentado (LA). Obtém-se desta forma o seguinte problema dual aumentado:

$$\max_{\lambda} \psi^c(\lambda), \quad (6.15)$$

onde:

$$\psi^c(\lambda) := \begin{cases} \min_{gh, gt, z, y} & (C_{term}(y, x_T) + \alpha(x_H) + \langle \lambda_h, z - gh \rangle + \langle \lambda_T, y - gt \rangle \\ & + \frac{c}{2} \|z - gh\|^2 + \frac{c}{2} \|y - gt\|^2) \\ s.a. & \\ & C_E(gh, gt, x_E) \cap C_H(z, x_H) \cap C_T(y, x_T), \end{cases} \quad (6.16)$$

onde c é um parâmetro positivo de penalização.

Uma boa propriedade do LA é que a função dual aumentada $\psi^c(\cdot)$ é diferenciável, pois a adição dos termos quadráticos na função objetivo torna o minimizador de (6.16) único. Entretanto, a aplicação pura desta técnica tem a desvantagem de não tornar o problema separável, devido aos termos cruzados entre as variáveis gh e z e entre as variáveis gt e y que surgem na função objetivo ao se desenvolver a expressão quadrática para as normas (vide seção 4.8).

Para obter a separabilidade dos termos mencionados acima, aplica-se o princípio do problema auxiliar (PPA), descrito na seção 4.8 [420], para resolver (6.16). A partir de um ponto inicial $(y^{(k-1)}, gt^{(k-1)}, z^{(k-1)}, gh^{(k-1)})$ para a k -ésima iteração de maximização da função dual aumentada, realizam-se as seguintes aproximações em (6.16):

$$\frac{1}{2} c \|y - gt\|^2 \approx \frac{1}{2} c \left\| y - \frac{y^{(k-1)} + gt^{(k-1)}}{2} \right\|^2 + \frac{1}{2} c \left\| \frac{y^{(k-1)} + gt^{(k-1)}}{2} - gt \right\|^2 \quad (6.17)$$

$$\frac{1}{2}c\|z - gh\|^2 \approx \frac{1}{2}c\left\|z - \frac{z^{(k-1)} + gh^{(k-1)}}{2}\right\|^2 + \frac{1}{2}c\left\|\frac{z^{(k-1)} + gh^{(k-1)}}{2} - gh\right\|^2, \quad (6.18)$$

obtendo-se então a seguinte função dual aumentada aproximada, cuja avaliação é separável em três subproblemas aumentados:

$$\tilde{\psi}^{c,k}(\lambda) := \tilde{\psi}_H^{c,k}(\lambda_h) + \tilde{\psi}_T^{c,k}(\lambda_T) + \tilde{\psi}_E^{c,k}(\lambda_h, \lambda_T), \quad (6.19)$$

onde

$$\tilde{\psi}_E^{c,k}(\lambda_h, \lambda_T) := \begin{cases} \min_{gh, gt} & -\langle \lambda_h, gh \rangle - \langle \lambda_T, gt \rangle + \frac{c}{2} \left\| \frac{z^{(k-1)} + gh^{(k-1)}}{2} - gh \right\|^2 + \\ & + \frac{c}{2} \left\| \frac{y^{(k-1)} + gt^{(k-1)}}{2} - gt \right\|^2 \\ s.a. & C_E(gh, gt, x_E), \end{cases} \quad [E_c^{(k)}] \quad (6.20)$$

$$\tilde{\psi}_H^{c,k}(\lambda_h) := \begin{cases} \min_z & \alpha(x_H) + \langle \lambda_h, z \rangle + \frac{c}{2} \left\| z - \frac{z^{(k-1)} + gh^{(k-1)}}{2} \right\|^2 \\ s.a. & C_H(z, x_H), \text{ e} \end{cases} \quad [H_c^{(k)}] \quad (6.21)$$

$$\tilde{\psi}_T^{c,k}(\lambda_T) := \begin{cases} \min_y & C_{term}(y, x_T) + \langle \lambda_T, y \rangle + \frac{c}{2} \left\| y - \frac{y^{(k-1)} + gt^{(k-1)}}{2} \right\|^2 \\ s.a. & C_T(y, x_T). \end{cases} \quad [T_c^{(k)}] \quad (6.22)$$

Observa-se que a função dual aumentada se modifica a cada iteração k , pois as aproximações em (6.17) e (6.18) dependem do ponto $(y^{(k-1)}, gt^{(k-1)}, z^{(k-1)}, gh^{(k-1)})$ considerado. Como o parâmetro do termo aumentado também se modifica ao longo das iterações, ele será denotado por $c^{(k)}$.

Apesar de se conseguir o desacoplamento do problema, fica-se na dependência de um bom ponto inicial $(y^{(0)}, gt^{(0)}, z^{(0)}, gh^{(0)})$ para se resolver de forma satisfatória o problema, uma vez que as aproximações (6.17) e (6.18) são válidas apenas localmente. As diferentes formas estudadas para a obtenção deste ponto são detalhadas na seção 6.4.4 deste capítulo.

A resolução do problema nesta etapa de *RP* segue então os seguintes passos, em cada iteração k :

- obtenção de um novo vetor $\lambda^{(k)}$ e atualização do parâmetro $c^{(k)}$: a partir do valor de $c^{(k-1)}$, do vetor $\lambda^{(k-1)}$ e dos resultados $y^{(k-1)}$, $gt^{(k-1)}$, $z^{(k-1)}$, $gh^{(k-1)}$, da iteração anterior, determina-se o novo vetor $\lambda^{(k)}$ e calcula-se o novo valor $c^{(k)}$ para o parâmetro de penalização;
- resolução dos subproblemas $[H_c^{(k)}]$, $[T_c^{(k)}]$ e $[E_c^{(k)}]$, que são independentes entre si. Com isto, obtém um valor aproximado $\tilde{\psi}_T^{c,k}$ para os valores da função dual aumentada $\psi^c(\lambda)$ e uma aproximação $\nabla \tilde{\psi}_T^{c,k}(\lambda)$ para o gradiente desta função em relação a λ .

A metodologia consiste em aumentar iterativamente o valor $c^{(k)}$ de forma a forçar o atendimento das restrições relaxadas, enquanto ao mesmo tempo se maximiza a função dual correspondente. Para tal, utiliza-se um algoritmo de otimização *diferenciável* do tipo de gradiente inexacto¹. A Figura 6.5 mostra um esquema do processo de resolução.

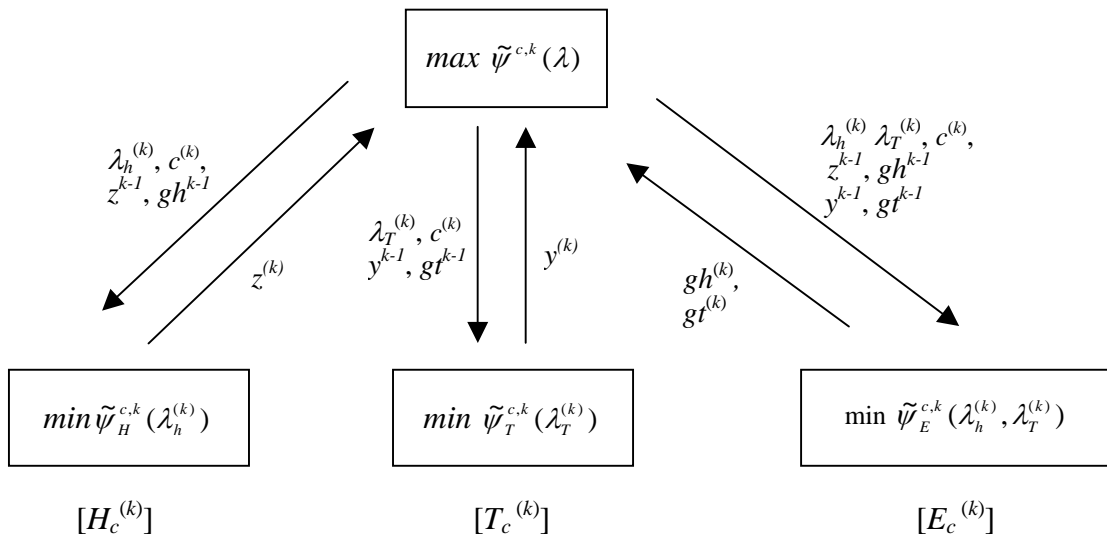


Figura 6.5 – Processo iterativo de resolução do problema de PDO para a etapa de RP.

O processo iterativo pára quando a norma do gradiente $(y^{(k)}-gt^{(k)}, z^{(k)}-gh^{(k)})$ torna-se suficientemente próxima de zero.

¹ já que os valores de $\psi^c(\lambda)$ e do gradiente $\nabla \psi^c(\lambda)$ são aproximados, respectivamente, pelos valores $\tilde{\psi}^{c,k}(\lambda)$ e $\nabla \tilde{\psi}^{c,k}(\lambda)$.

6.4.2 Maximização da Função Dual

Para a maximização de (6.15), que consiste na maximização das funções aproximadas (6.19), utiliza-se uma variante do método do gradiente para otimização diferenciável irrestrita [21].

Atualização do parâmetro de penalização

A atualização do parâmetro $c^{(k)}$ é dada pela expressão:

$$c^{(k)} = \begin{cases} \beta c^{(k-1)}, & \text{se } c^{(k-1)} < 100c^{(0)} \text{ e} \\ c^{(k-1)} + \beta, & \text{se } c^{(k-1)} > 100c^{(0)} \text{ e } \|\tilde{g}^{(k-1)}\| > \gamma\|\tilde{g}^{(k-2)}\| \\ c^{(k-1)}, & \text{se } c^{(k-1)} > 100c^{(0)} \text{ e } \|\tilde{g}^{(k-1)}\| \leq \gamma\|\tilde{g}^{(k-2)}\|, \end{cases} \quad (6.23)$$

onde $\gamma < 1$, $\beta > 1$, $c^{(0)}$ é o valor inicial adotado para c e $\|\tilde{g}^{(k-1)}\|$ é a norma do gradiente, ou “vetor de inviabilidade”, definido como o vetor de diferenças $((y^{(k-1)} - gt^{(k-1)}), (z^{(k-1)} - gh^{(k-1)}))$ entre as variáveis originais e as artificiais na iteração $(k-1)$.

O parâmetro de penalização $c^{(k)}$ só é atualizado quando não se consegue uma redução desejável na norma de $\tilde{g}^{(k)}$ de uma iteração para a outra. A atualização de $c^{(k)}$, quando necessária, é exponencial até se atingir o valor $100c^{(0)}$ e linear a partir desse valor. Adotaram-se, nos estudos de caso realizados, os seguintes valores para os parâmetros:

$$\begin{cases} \beta = 1,5, \\ \gamma = 0,25 \\ c^{(0)} = \frac{\theta^*(\lambda)}{10^6 \|d_{RL}^*\|}, \end{cases}$$

onde d_{RL}^* é vetor inicial de inviabilidade $((y^* - gt^*), (z^* - gh^*))$ para a pseudo-solução primal $x(\lambda^*) = (y^*, gt^*, z^*, gh^*)$ obtida na etapa de RL. Observa-se que, quanto maior for a norma de d_{RL}^* , menor deve ser o valor inicial de c , para que a aproximação feita em (6.18) não influencie significativamente no ponto final encontrado na recuperação primal, já que essa aproximação é tão mais acurada quanto menor for a norma de d_{RL}^* .

Atualização dos multiplicadores

A atualização do vetor λ é dado pelo método do gradiente para maximização de uma função :

$$\lambda^{(k)} = \lambda^{(k-1)} + \nu \frac{\tilde{g}^{(k-1)}}{\|\tilde{g}^{(k-1)}\|}, \quad (6.24)$$

onde adotou-se um valor constante $\nu = 0,9$ para o tamanho do passo.

6.4.3 Resolução dos Subproblemas Aumentados

A maior dificuldade da etapa de RP é a resolução dos subproblemas aumentados, uma vez que todos estes apresentam custos quadráticos na sua formulação.

Caso se utilize o mesmo ponto inicial $(y^{(k-1)}, gt^{(k-1)}, z^{(k-1)}, gh^{(k-1)})$ para todos os subproblemas $[H_c^{(k)}]$, $[T_c^{(k)}]$ e $[E_c^{(k)}]$, estes podem ser resolvidos em qualquer ordem. Entretanto, a resolução do problema dual aumentado (6.15) poderia ser acelerada, principalmente nas iterações iniciais, utilizando-se para o subproblema $[E_c^{(k)}]$ o vetor inicial $(y^{(k)}, gt^{(k-1)}, z^{(k)}, gh^{(k-1)})$, onde os valores de $y^{(k)}$ e $z^{(k)}$ foram obtidos a partir da resolução dos subproblemas $[T_c^{(k)}]$, $[H_c^{(k)}]$, respectivamente, na mesma iteração. Em relação à ordem de resolução dos subproblemas, foram realizados, para os casos apresentados no capítulo 7, testes com diversas ordenações, mas não foram percebidas diferenças significativas em relação ao tempo total de processamento.

Para resolver cada subproblema aumentado, utilizam-se as estratégias descritas a seguir.

6.4.3.1 Subproblema $[H_c^{(k)}]$

Este é o subproblema de resolução mais difícil. As variáveis e restrições são idênticas às do subproblema $[H_c^{(k)}]$ da etapa de RL, entretanto o subproblema é de programação linear quadrática¹.

Devido ao grande número de usinas hidroelétricas e ao acoplamento temporal entre as variáveis, torna-se muito difícil sua resolução direta, envolvendo todos os intervalos de tempo simultaneamente. A forma adotada para se obter uma solução aproximada foi a de dividir o subproblema em T novos subproblemas $[H_c^{(k)}]_t$, um para cada intervalo de

¹ Um problema linear quadrático possui restrições lineares e função objetivo quadrática.

tempo t , e resolvê-los seqüencialmente, utilizando os volumes finais dos reservatórios no sub-subproblema t como dado de entrada para o sub-subproblema $t+1$. Além disso, utiliza-se, no sub-subproblema de cada intervalo de tempo, uma FCF obtida previamente ao se resolver uma formulação linear do problema, por PDD.

6.4.3.2 Subproblema $[T_c^{(k)}]$

As diferenças existentes entre as etapas de RL e RP não afetam a estratégia de resolução deste subproblema, uma vez que a função objetivo do subproblema $[T^{(k)}]$ da etapa de RL já continha custos quadráticos. Assim, a resolução de $[T_c^{(k)}]$ segue a mesma estratégia de PD adotada para $[T^{(k)}]$.

6.4.3.3 Subproblema $[E_c^{(k)}]$

Este subproblema aumentado é separável por intervalo de tempo, de forma semelhante ao subproblema $[E^{(k)}]$. Resolvem-se então seqüencialmente os subproblemas quadráticos $[E_c^{(k)}]_t$, para $t=1, \dots, T$, que consistem em fluxos de potência ótimo DC quadráticos. Para a consideração das restrições $\{LimF\}$ (eq. (5.4)), adota-se a mesma estratégia apresentada na seção 6.3.2. Os subproblemas aumentados $[E_c^{(k)}]_t$ apresentam o mesmo porte dos subproblemas $[E^{(k)}]_t$, porém uma dificuldade bem maior por se tratarem de problemas de PQ, conforme reportado na seção 8.4.1.

6.4.4 Obtenção do Ponto Inicial para a Recuperação Primal

Conforme mostrado na eq. (6.18), cada iteração k da recuperação primal necessita de uma estimativa para a solução dos subproblemas $[T^{(k)}]$, $[H^{(k)}]$ e $[HT^{(k)}]$, para a qual utiliza-se o vetor $(y^{(k-1)}, gt^{(k-1)}, z^{(k-1)}, gh^{(k-1)})$ obtido na iteração anterior. Para a primeira iteração, portanto, é preciso se ter uma estimativa para o ponto inicial $(y^{(0)}, gt^{(0)}, z^{(0)}, gh^{(0)})$. A boa performance do algoritmo de RP e a otimalidade do ponto final obtido dependem de se dispor de uma boa estimativa tanto dos valores iniciais $\lambda^{(0)}$ para os multiplicadores como para este ponto inicial.

Tomou-se como $\lambda^{(0)}$ a solução dual λ^* encontrada na etapa de RL. Para o ponto primal inicial, foram testadas diferentes estratégias:

- utilizar o pseudo-ponto primal $x(\lambda^*)$ associado à solução dual λ^* , na etapa de RL;

- utilizar o ponto convexificado $\hat{x} = \sum_j \kappa_j x_j$, onde o índice j percorre os cortes ativos do modelo da função dual na solução final da etapa de RL, cada qual com um multiplicador κ_j , conforme descrito na seção 4.5.4. Como também mencionado anteriormente, este ponto é uma solução do problema obtido ao se realizar uma convexificação do problema original;
- utilizar o ponto \tilde{x} associado ao corte mais representativo do modelo da função dual na solução final. Ou seja, utiliza-se o ponto \tilde{x} que foi obtido na iteração que gerou o corte i tal que $\kappa_i = \max_j \kappa_j$, onde novamente o índice j percorre os cortes ativos do modelo da função dual na solução final.

Ressalta-se que as duas últimas estratégias requerem que se armazene um “feixe primal” com os pontos $(y^{(i)}, gt^{(i)}, z^{(i)}, gh^{(i)})$ associados a cada iteração i de maximização da função dual durante a etapa de RL.

As duas primeiras estratégias (pseudo-ponto primal e ponto primal convexificado) surgiram do estudo das aplicações, na literatura, da técnica de Lagrangeano aumentado e do princípio do problema auxiliar ao problema de PDO. A primeira estratégia foi adotada em [15]. A terceira estratégia surgiu a partir de estudos realizados ao longo do desenvolvimento desta tese, onde se verificou sua boa performance para problemas puramente termoelétricos. Para sistemas hidrotérmicos, no entanto, esta estratégia se mostrou pouco eficaz e foi desconsiderada nos estudos apresentados nos capítulos 7 e 8.

Para ambas as variantes de duplicação das variáveis de geração hidroelétrica (por unidade ou por usina), os valores iniciais $y_j^{(0)}$, $gt_j^{(0)}$ e $gh_i^{(0)}$ correspondem às componentes respectivas no vetor $x(\lambda^*)$, \hat{x} ou \tilde{x} (dependendo da variante adotada para o ponto primal), para a i -ésima unidade geradora hidroelétrica ou a j -ésima unidade geradora térmica.

O mesmo processo pode ser utilizado para $z_i^{(0)}$, caso a duplicação das gerações hidroelétricas seja por unidade. Para a variante de duplicação por usina, não se dispõem das gerações hidroelétricas individualizadas por unidade geradora na solução Z das gerações hidroelétricas do subproblema $[H^{(k)}]$. Distribui-se então a geração Z_i de cada usina i entre as unidades de maneira lexicográfica.

7 RESULTADOS – PARTE 1: ANÁLISE DA PERFORMANCE DA METODOLOGIA PROPOSTA

Os resultados numéricos desta tese se dividem em duas partes. Neste capítulo 7, faz-se uma análise da performance da metodologia proposta para casos lineares, utilizando diversos casos-testes originados a partir de subconjuntos de diferentes portes do sistema elétrico brasileiro. Para a rede elétrica, consideram-se apenas os limites de intercâmbios entre as diversas áreas, ou subsistemas, que compõem o SIN. Com isso, as equações de atendimento à demanda, que em (5.3) são por barra, passam a ser por subsistema. No capítulo 8, apresentam-se os resultados obtidos a partir da implementação da metodologia em um caso completo com a configuração despachada de forma centralizada pelo ONS em outubro de 2006. Neste segundo estudo, incluem-se restrições de *unit commitment* para as unidades térmicas e uma modelagem DC da rede elétrica.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma: na seção 7.1, descrevem-se os estudos realizados e na seções 7.2 a 7.6, avaliam-se os resultados obtidos com a metodologia proposta, em relação a diversos aspectos que têm sido apontados na literatura como deficiências da RL.

7.1 Descrição dos Estudos

7.1.1 Estratégias de resolução implementadas

A fim de efetuar comparações com metodologias de resolução alternativas, todos os problemas de PDO considerados foram formulados de maneira linear. Portanto, nos subproblemas térmicos (6.8), as funções de custo de geração são lineares e as unidades térmicas são consideradas sempre acionadas. Foram implementadas as seguintes estratégias de resolução:

- **Estratégia 1 (PDD):** Resolve-se o problema por Programação Dinâmica Dual [13]. Esta implementação foi realizada para dispor da solução ótima para os casos estudados, já que a tolerância de otimalidade utilizada foi de $10^{-11}\%$. Desta forma, pode-se realizar uma análise da performance da metodologia proposta nesta tese por comparação com a solução ótima obtida por PDD. Nota-se que a PDD não poderia ser aplicada para os casos completos do SIN apresentados no capítulo 8, devido à presença de restrições de *unit commitment* térmico.

- **Estratégia 2:** É a metodologia proposta em [15], onde resolvem-se os problemas por RL com duplicação de variáveis, porém duplicando apenas as variáveis de geração térmica (vide seção 1.1). Em cada iteração há dois subproblemas: um termoelétrico $[T]$ e outro hidrotérmico $[HT]$. Realizou-se, no entanto, um aprimoramento importante em relação a [15], que levou a melhoramentos significativos na performance dessa estratégia. Ao invés de se resolver o subproblema $[HT]$ de maneira aproximada, mediante uma sequência de sub-subproblemas para cada intervalo e usando funções de custo futuro construídas previamente por PDD, resolve-se o subproblema $[HT]$ de forma direta, incluindo todos os intervalos. Esta modificação
- **Estratégia 3:** Consiste na estratégia proposta nesta tese. Cada iteração consta de três subproblemas: hidroelétrico $[H]$, térmico $[T]$ e elétrico $[E]$, que resultam da duplicação tanto das variáveis de geração hidroelétrica como de geração térmica. Esta estratégia tem duas variantes: na primeira, denotada por (**3uni**), duplicam-se as gerações hidroelétricas por unidade geradora, utilizando multiplicadores λ_h . Na segunda variante, (**3usi**), a duplicação é feita por usina (multiplicadores λ_H), conforme discutido na seção 6.1.1.

Para as estratégias 2 e 3, a técnica utilizada para obtenção de um ponto viável é a descrita na seção 6.4, que utiliza Lagrangeanos aumentados.

7.1.2 Análises de performance realizadas

O principal objetivo deste capítulo é estudar a performance das duas variantes da estratégia 3, propostas nesta tese, em relação a vários aspectos, incluindo-se alguns que têm sido apontados na literatura como limitações da técnica de RL (vide seção 4.7). A análise se subdivide nos seguintes itens:

- **acurácia na otimização** (seção 7.2): comparam-se os limites inferior e superior para o valor da função objetivo, obtidos nas etapas de RL e de RP, respectivamente, para as estratégias 2 e 3. Toma-se como referência para a análise o valor ótimo obtido resolvendo-se o problema por PDD (estratégia 1). Compara-se também o ponto primal obtido na etapa de RP para as variantes da estratégia 3, em relação aos resultados da estratégia 1;

- **grau de inviabilidade da etapa de RL** (seção 7.3): avalia-se o grau de inviabilidade da pseudo-solução primal $x(\lambda^*)$ obtida na etapa de RL;
- **processo de convergência** (seção 7.4): avalia-se o processo de convergência nas etapas de RL e RP, em relação aos valores finais da função objetivo e da norma do vetor subgradiente (para a etapa de RL), ou do vetor de inviabilidade (para a etapa de RP);
- **comportamento oscilatório**: avalia-se a existência de eventuais comportamentos oscilatórios dos custos marginais e dos pontos primais obtidos ao longo das iterações, nas etapas de RL e de RP;
- **tempos computacionais**: avaliam-se os tempos para a resolução do problema, além dos tempos gastos por iteração para resolver cada um dos subproblemas oriundos da decomposição por RL ou por LA.

7.1.3 Parâmetros dos modelos

7.1.3.1 Inicialização em cada etapa

Para a etapa de RL, os multiplicadores λ_T foram inicializados com o oposto do custo incremental: $\lambda_i^t = -Ct_{1i}^{-1}$, para todo i, t . Os multiplicadores λ_h ou λ_H , para as estratégias $3uni$ e $3usi$, respectivamente, foram inicializados com uma estimativa para o custo marginal de operação em cada intervalo de tempo, gerada artificialmente variando-se em 10% o custo marginal obtido pela estratégia 1 (considerado como sendo o valor ótimo).

Para a etapa de RP, os multiplicadores iniciais correspondem à solução obtida na etapa de RL. Como ponto inicial $(y^{(0)}, gt^{(0)}, z^{(0)}, gh^{(0)})$, testaram-se as duas primeiras alternativas descritas na seção 6.4.4: o pseudo-ponto primal $x(\lambda^*)$ e o ponto convexificado \hat{x} .

¹ De forma geral, ao se considerar custos de geração quadráticos, a inicialização deve ser feita com o valor $(c_{1i} + 2c_{2i}gt_i^*)$, onde gt_i^* é uma geração de referência para a usina.

7.1.3.2 Critério de parada

Na etapa de RL, os critérios de parada são os mesmos definidos em [19], onde os valores das tolerâncias foram calibrados para esta aplicação específica (vide seção 4.5.4).

Para a etapa de RP, pára-se quando a norma $\|inv\|$ do vetor de inviabilidade (o gradiente da aproximação da função dual aumentada) for suficientemente pequena. Esta norma é dada por:

$$\|inv\| = \sqrt{\sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=1}^{nh} (z_i^t - gh_i^t)^2 + \sum_{i=1}^{nt} (y_i^t - gt_i^t)^2 \right)}, \quad (7.1)$$

para a estratégia *3uni*, e por:

$$\|inv\| = \sqrt{\sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=1}^{NH} (Z_i^t - \sum_{j \in \varphi_i^h} gh_j^t)^2 + \sum_{i=1}^{nt} (y_i^t - gt_i^t)^2 \right)}, \quad (7.2)$$

para a estratégia *3usi*.

A tolerância para a diferença média entre os valores de z e gh e entre os valores de y e gt , por unidade geradora, foi de 0,1 MW. Dependendo do porte do caso e da estratégia adotada (*3uni* ou *3usi*), o número de componentes do vetor de inviabilidade muda, e consequentemente a tolerância no valor de $\|inv\|$. Estes valores são apresentados na Tabela 7.2, para os casos A a H apresentados posteriormente na Tabela 7.2.

Tabela 7.1– Critério de parada em relação à norma do vetor de inviabilidade, na etapa de RP.

Estratégia	A	B	C	D	E	F	G	H
<i>3uni</i>	3,32	4,82	5,98	6,63	6,95	7,84	8,36	8,67
<i>3usi</i>	2,24	2,81	3,17	3,63	3,67	3,89	4,10	4,24

7.1.4 Casos-teste considerados

Foram considerados 8 casos-teste, compreendendo subconjuntos crescentes do sistema elétrico brasileiro, formados por desde 9 usinas hidroelétricas e 14 unidades geradoras térmicas até 52 usinas hidroelétricas e 23 unidades geradoras térmicas. A Tabela 7.2 mostra a composição do parque gerador para cada caso.

Tabela 7.2 – Composição do parque gerador para os estudos de caso realizados

Estudos de caso	A	B	C	D	E	F	G	H
<i>NH</i>	9	16	24	32	33	40	47	52
<i>nh</i>	34	78	129	158	178	233	268	290
<i>NT</i>	5	8	9	12	12	12	12	12
<i>nt</i>	12	19	20	23	23	23	23	23
% H (MW)	89,1	88,5	93,1	92,1	94,5	95,3	95,9	96,1
% T (MW)	10,9	11,5	6,9	7,9	5,5	4,7	4,1	3,9

Todos os casos consistem na resolução do problema de PDO para 1 dia de estudo, com discretização horária. O Apêndice 3 contém os dados detalhados para cada caso.

Como dado de entrada, utilizou-se ao final do dia uma função de custo futuro construída pelo modelo DESSEM [13], que foi executado previamente para um horizonte de 7 dias. Para executar o DESSEM, utilizou-se uma FCF construída pelo modelo DECOMP, que foi executado com um horizonte de 2 meses, considerando ao final do segundo mês a FCF construída pelo modelo NEWAVE, que foi executado, por sua vez, com um horizonte de 5 anos. A Figura 7.1 ilustra este processo.

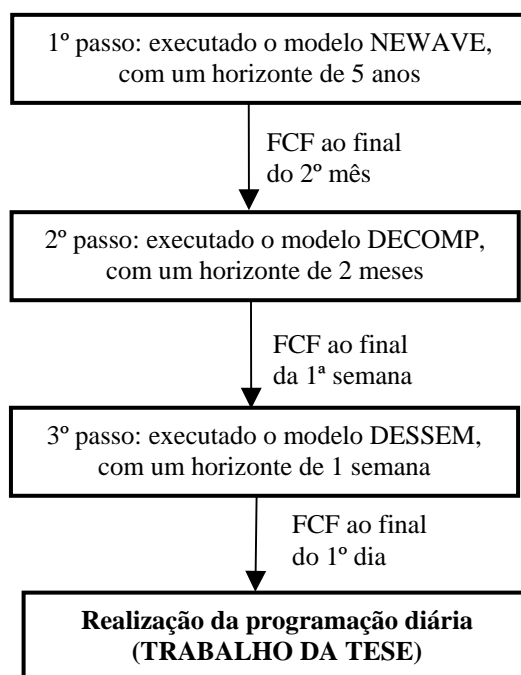


Figura 7.1 – Processo de obtenção da função de custo futuro para ao final do dia.

Ressalta-se que, no modelo DESSEM, considera-se um número bem maior de restrições operativas para as usinas hidroelétricas, em relação às apresentadas na seção 5.3 [10], [11], [13]. A inserção de todas estas restrições no problema proposto desta tese, embora tenda a aumentar o tempo de resolução do subproblema [H], não oferece maiores dificuldades do ponto de vista metodológico.

7.2 Acurácia na Otimização

Nesta seção, avalia-se a acurácia da metodologia proposta em relação ao valor ótimo da função objetivo do problema primal, em ambas as etapas de RL e RP (seção 7.2.1), e em relação aos valores das variáveis primais ao final da etapa de RP (seção 7.2.2).

7.2.1 Acurácia no valor da função objetivo

Nesta seção, comparam-se os valores obtidos para a função objetivo ao se resolver os casos da A a H da Tabela 7.2 pelas estratégias 1, 2, e 3 descritas no início deste capítulo. Ao se resolver cada problema pela estratégia 1, adotou-se uma tolerância de $10^{-11}\%$ para a otimalidade da solução. Assim, o valor final obtido para a função objetivo por essa estratégia, denotado por f^* , foi considerado como valor ótimo de cada problema, e utilizado para fins de comparação com os valores obtidos pelas estratégias 2 e 3.

Aplicando-se a metodologia apresentada nesta tese (estratégia 3), obtêm-se um limite inferior (*LINF*) e um limite superior (*LSUP*) para o valor ótimo da função objetivo, que correspondem, respectivamente, aos valores ótimos $\theta(\lambda^*)$ e $\psi^c(\lambda_c^*)$ das funções duais nas etapas de RL e RP. Com a estratégia 2, os mesmos tipos de limites são obtidos, já que o processo de resolução do problema consiste das mesmas etapas da estratégia 3, variando-se apenas a maneira como é feita a duplicação das variáveis.

Na Tabela 7.3 a seguir, apresentam-se os valores de f^* , *LINF* e *LSUP* obtidos ao se aplicar as três estratégias de resolução para os casos considerados. As diferenças de *LINF* e *LSUP* em relação a f^* estão destacadas em negrito. Ressalta-se que, para estes casos, como o problema de PDO é linear, o *gap* de dualidade é nulo, ou seja, os valores de *LINF* e *LSUP* deveriam, em teoria, coincidir¹. Diferenças entre *LSUP* e *LINF* podem

¹ Eventuais diferenças poderiam ser atribuídas à deficiências ou falta de precisão numérica do algoritmo para a resolução do problema dual.

ocorrer devido ao artifício heurístico introduzido na etapa de recuperação primal para obter separabilidade entre os subproblemas (vide seção 6.4.1).

Para o limite superior *LSUP* da estratégia 3, mostra-se o melhor valor obtido utilizando-se como ponto inicial na etapa de RP o ponto convexificado \hat{x} , conforme descrito na seção 6.4.4.

Tabela 7.3 – Limites inferior e superior encontrados por cada modelo em cada caso.

	Estratégia 1 (PDD)		Estratégia 2 [15]	Estratégia 3	
caso	f^* (10^3 R\$)			<i>3uni</i>	<i>3usi</i>
A	15.260.640,50135	<i>n</i>	288	1104	504
		<i>LINF</i>	15.260.640,50135	15.260.640,50135	15.260.640,50135
		<i>LSUP</i>	15.260.640,501 66	15.260.640,50135	15.260.640,50135
		$\ sg\ $	1587,51	955,69	1264,44
B	14.825.115,36388	<i>n</i>	408	2328	792
		<i>LINF</i>	14.825.115,36388	14.825.115,36388	14.825.115,36388
		<i>LSUP</i>	14.825.115,36 454	14.825.115,36388	14.825.115,36 736
		$\ sg\ $	0,00	1671,32	4841,58
C	14.169.074,39494	<i>n</i>	432	3576	1008
		<i>LINF</i>	14.169.074,39494	14.169.074,39494	14.169.074,39494
		<i>LSUP</i>	14.169.074,394 95	14.169.074, 39537	14.169.074, 52443
		$\ sg\ $	195,96	1672,50	5236,64
D	13.885.686,87149	<i>n</i>	552	4392	1320
		<i>LINF</i>	13.885.686,87149	13.885.686,871 48	13.885.686,87149
		<i>LSUP</i>	13.885.68 7,14826	13.885.68 7,07447	13.885.68 7,28363
		$\ sg\ $	0,00	1374,90	4658,27
E	13.884.139,68398	<i>n</i>	552	4824	1344
		<i>LINF</i>	13.884.139,68398	13.884.139,683 90	13.884.139,683 97
		<i>LSUP</i>	13.884.139, 75725	13.884.140, 99753	13.884.140, 50777
		$\ sg\ $	0,00	1821,54	2767,10
F	13.627.491,61612	<i>n</i>	552	6144	1512
		<i>LINF</i>	13.627.491,61612	13.627.491,616 09	13.627.491,61612
		<i>LSUP</i>	13.627.491, 94956	13.627.491,61 795	13.627.493, 42574
		$\ sg\ $	0,00	1464,84	3713,53
G	12.798.388,75238	<i>n</i>	552	6984	1680
		<i>LINF</i>	12.798.388,75238	12.798.388,75 196	12.798.388,752 30
		<i>LSUP</i>	12.798.388, 96813	12.798.389, 01829	12.798.390, 48481
		$\ sg\ $	0,00	2349,96	4135,25
H	12.638.718,05504	<i>n</i>	552	7512	1800
		<i>LINF</i>	12.638.718,05504	12.638.718,05504	12.638.718,05504

	Estratégia 1 (PDD)		Estratégia 2 [15]	Estratégia 3	
caso	f^* (10^3 R\$)			3_{uni}	3_{usi}
		<i>LSUP</i>	12.638.718,22591	12.638.718,09566	12.638.718,38565
		$\ sg\ $	0,00	2201,86	4419,56

n : número de multiplicadores (variáveis) no problema dual.

Os valores da função objetivo são da ordem de 10^8 porque refletem, por meio da função de custo futuro $\alpha(\cdot)$, todo o custo operativo até o final do horizonte de planejamento da cadeia de modelos. Para cada problema, obtém-se também o valor do custo marginal de operação (CMO) de cada subsistema em cada intervalo de tempo, que corresponde ao multiplicador de Lagrange da restrição de atendimento à demanda no referido intervalo. Como o problema é formulado de maneira linear, o CMO de cada intervalo corresponde ao custo incremental do recurso de geração mais caro utilizado nesse intervalo, que é referenciado nesta tese como “gerador marginal”.

Para entender melhor a análise comparativa entre as estratégias, faz-se uma observação importante. Como a participação térmica, em termos percentuais, no sistema brasileiro é muito pequena (vide a última linha da Tabela 7.2), ao se definirem custos lineares para as unidades térmicas no problema de PDO, a geração de cada unidade assumirá em geral, em cada intervalo, ou seu valor mínimo (se o custo incremental for maior que o CMO do intervalo), ou seu valor máximo (caso o custo incremental seja menor que o CMO). Nestas condições, em raras situações uma térmica estará na situação de ser o gerador marginal na solução ótima.

Quando o problema é decomposto usando duplicação de variáveis, como é feito nas estratégias 2 e 3, mostra-se que, ao se resolver o subproblema $[T_i^{(k)}]$ (eq. (6.8)) com custos lineares e sem restrições de *unit commitment*, cada solução $y_i^{t(k)}$ será igual a \underline{gt}_i ou \overline{gt}_i . A ocorrência de um ou outro valor dependerá do sinal da expressão $(c_{li} + \lambda_{Ti})$, onde c_{li} é o custo linear de geração e λ_{Ti} o multiplicador associado à restrição relaxada $y_i^t - gt_i^t = 0$. Lembra-se também que, conforme ressaltado na seção 6.3.2, a unidade térmica também assumirá em geral um desses valores extremos na solução do subproblema $[HT]$, para a estratégia 2, ou do subproblema $[E^{(t)}]$, para a estratégia 3. Portanto, ao se maximizar a função dual, os valores de λ_{Ti}^t deverão se ajustar

gradualmente de forma a se ter $y_i^t = gt_i^t$, resultando, possivelmente, em uma norma zero para o vetor de diferenças ($y-gt$).

Como a estratégia 2 (T-HT) duplica somente as gerações térmicas, é mais fácil, com este modelo, encontrar o valor ótimo f^* pela RL, além da viabilidade primal da pseudo-solução primal $x(\lambda^*)$, para custos lineares de geração térmica. O valor ótimo para f , segundo a precisão utilizada, foi encontrado em todos os casos, e a viabilidade primal só não ocorreu nos casos A e C, porque o valor de λ_i^* para um ou mais pares (unidade, intervalo) = (i,t) se situou em um “bico” da função dual e, por questões numéricas, o valor do multiplicador na solução final favoreceu a desigualdade entre os valores de y e gt (vide Figura 7.2 a seguir e Apêndice 1).

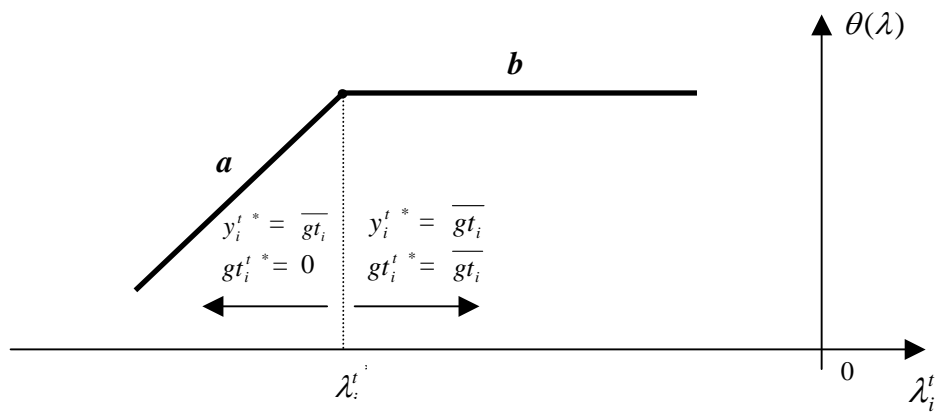


Figura 7.2 – Seção ilustrativa do gráfico da função dual no eixo da variável para a unidade i e intervalo t .

Este inconveniente, entretanto, pode ser facilmente eliminado por qualquer dos dois procedimentos a seguir:

- identificam-se as situações em que $y_i^t = \overline{gt_i}$ mas $gt_i^t = 0$ para algum par (i,t) , e aumenta-se levemente o valor do multiplicador associado λ_i^t ;
- toma-se para y_i^t (resp., gt_i^t) a combinação convexa entre os valores de y_i^t (resp., gt_i^t) à esquerda e direita de λ_i^t . Os fatores convexas utilizados são os multiplicadores das restrições representadas pelos planos a e b (mostrados na Figura 7.2) na solução do último problema quadrático resolvido pelo método de feixes (vide eq. (4.13)). Para este exemplo, verificou-se nos resultados do modelo que o

multiplicador do corte a vale ε , e o do corte b , $(1 - \varepsilon)$, com $\varepsilon \approx 0$. Isto resulta, no limite, nas combinações convexas:

- $y_i^t = \varepsilon \overline{gt_i} + (1 - \varepsilon) \overline{gt_i} = \overline{gt_i}$;
- $gt_i^t = \varepsilon \cdot 0 + (1 - \varepsilon) \overline{gt_i} \approx \overline{gt_i}$,

resgatando-se, assim, a viabilidade primal em relação à restrição relaxada $y_i^t = gt_i^t$. Este artifício é idêntico ao da utilização do ponto convexificado \hat{x} , cuja inviabilidade é significativamente menor do que a de $x(\lambda^*)$ (vide seção 7.4.2).

Apesar desta superioridade nos resultados, deve-se lembrar que a estratégia 2 praticamente impossibilita a consideração das restrições da rede elétrica, e principalmente uma futura incorporação de restrições de *unit commitment* hidroelétrico, devido ao porte proibitivo do subproblema [HT] associado.

Com relação aos resultados para os dois modelos propostos na tese (estratégias *3uni* e *3usi*), percebe-se que o modelo de duplicação por usina, *3usi*, obteve limites inferiores melhores do que o modelo de duplicação por unidade, *3uni*, nos casos com maior porte (D a G). Ressalta-se que, nestes casos, a parada no feixe se deu pelo número de iterações (2000), e não por ter sido atingido o critério de otimalidade. Assim, pode-se pensar que a razão se deve ao fato do problema dual, na iteração 2000, estar mais próximo de sua solução ótima no modelo por usina, devido ao número bem menor de multiplicadores em relação ao modelo por unidade. Deve-se lembrar, porém, que a tolerância especificada para a etapa de RL era extremamente baixa, da ordem de 10^{-10} para a função objetivo e 10^{-4} para a norma do subgradiente regularizado (vide seção 4.5.4).

Em contrapartida, nota-se que os resultados finais (após a recuperação primal) na estratégia *3uni* foram melhores do que na estratégia *3usi*. A explicação deste fenômeno é que o ponto primal inicial da RP é superior na estratégia *3uni* em relação à estratégia *3usi*. Mais precisamente, como na estratégia *3uni*, por unidade, a separação dos subproblemas é idêntica para ambas as etapas de RL e RP, tem-se uma correspondência direta entre as variáveis primais em cada etapa. Esta boa propriedade não se mantém na

estratégia *3usi*, onde não se dispõe dos valores iniciais individuais $z^{(0)}$ para a etapa de RP, mas apenas dos valores agregados por usina $Z^{(0)}$.

Portanto, pode-se concluir que há uma solução de compromisso entre a decomposição por unidade (estratégia *3uni*), que fornece um custo primal melhor, e a decomposição por usina (estratégia *3usi*), que fornece limites inferiores mais acurados para o mesmo tempo computacional. Uma solução intermediária mais adequada poderia consistir em duplicar as gerações por unidade para algumas usinas consideradas mais importantes ou críticas, e adotar o modelo por usina para as usinas restantes.

Para concluir, é notável observar, em todos os modelos e todos os casos, o grau de acurácia obtido tanto na estratégia 2, proposta em [15], como nas duas variantes da estratégia 3 propostas nesta tese. Para todos os casos, as diferenças são, no máximo, da ordem de 10^{-8} para o valor ótimo da função objetivo. Esta boa propriedade confirma a robustez do método de feixes para este tipo de problema.

7.2.2 Acurácia no ponto primal

Para todos os casos, verificou-se que os resultados da RP para ambas as estratégias *3uni* e *3usi* foram praticamente idênticos aos obtidos com a estratégia 1, de PDD. Os pequenos desvios encontrados são mostrados no Apêndice IV.1, para a alternativa de se iniciar a etapa de RP com o pseudo-ponto primal $x(\lambda^*)$ (vide seção 6.4.4).

Confirma-se, portanto, a acurácia elevada da estratégia de resolução proposta nesta tese. Conjectura-se ainda, com base nestes resultados, que há unicidade de solução para o problema de PDO¹.

7.3 Inviabilidade Primal na Etapa de RL

Uma das principais críticas feitas na literatura à técnica de relaxação Lagrangeana é o fato de não se garantir que a pseudo-solução primal $x(\lambda^*)$ seja viável, como discutido no capítulo 4. Esta seção busca analisar o grau de inviabilidade primal no ponto obtido ao final da etapa de RL². Na seção 7.3.1, analisa-se a inviabilidade originada por diferenças entre as variáveis originais e artificiais de geração para as usinas hidroelétricas, e na

¹ Esta afirmação não se aplicaria apenas em casos patológicos, como por exemplo um problema de TED com todas as unidades geradoras com custos incrementais lineares e idênticos.

² Na etapa de RP, obtém-se, necessariamente, um ponto viável para a tolerância especificada no modelo.

seção 7.3.2 analisa-se a inviabilidade no atendimento à demanda em cada intervalo com as variáveis artificiais z e y (na estratégia *3uni*) ou Z e y (na estratégia *3usi*). Finalmente, na seção 7.3.3, estudam-se diversas formas de reduzir o grau de inviabilidade do ponto primal, a partir de ajustes na modelagem do problema.

7.3.1 Diferenças entre Z e GH

7.3.1.1 Média das diferenças considerando todas as usinas e intervalos

A fim de se comparar convenientemente as estratégias *3uni* e *3usi*, calcula-se a inviabilidade média $invH$, definida pela expressão:

$$invH = \frac{1}{NH \times T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{NH} \left| \sum_{j \in \varphi_i^t} z_j^t - \sum_{j \in \varphi_i^t} gh_j^t \right|, \text{ para a estratégia } 3uni, \text{ e}$$

$$invH = \frac{1}{NH \times T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{NH} \left| Z_i^t - \sum_{j \in \varphi_i^t} gh_j^t \right|, \text{ para a estratégia } 3usi.$$

A seguir, sempre que se mencionar o valor Z_i^t , refere-se à variável correspondente para a estratégia *3usi*, ou à soma $Z_i^t = \sum_{j \in \varphi_i^t} z_j^t$ para a estratégia *3uni*, segundo o contexto.

Na Figura 7.3, apresentam-se à esquerda os valores de $invH$ em MW, para cada caso e estratégia. À direita na mesma figura, mostram-se os desvios percentuais médios, onde, para cada intervalo de tempo e usina, tomou-se como base para cálculo do percentual o maior dos valores Z_i^t e GH_i^t .

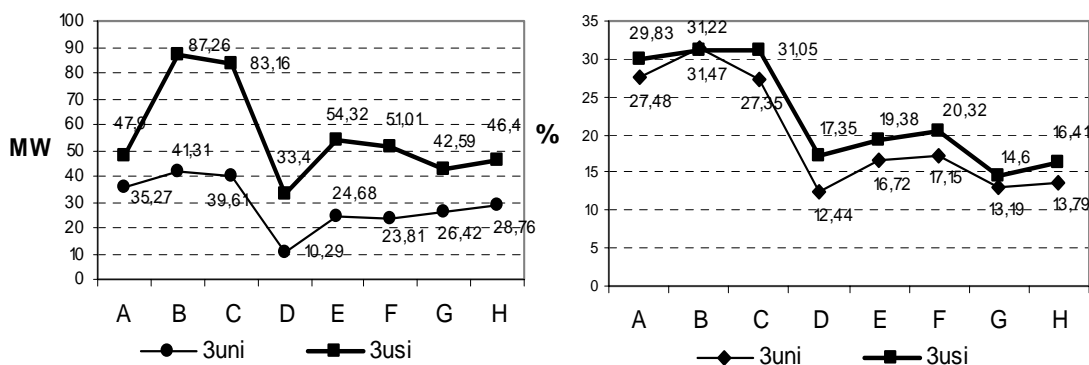


Figura 7.3 – Valores de $invH$, para cada estratégia e caso estudado.

Duas observações podem ser feitas com base nestes resultados:

- observa-se uma leve tendência de diminuição da diferença média entre Z e GH em relação ao tamanho do caso;
- a estratégia $3uni$ resulta em uma inviabilidade menor do que a estratégia $3usi$.

O segundo item pode ser entendido pelo fato de que, como o subproblema $[H^{(t)}]$ é linear, para a estratégia $3usi$ os valores de Z corresponderão, em geral, aos pontos de quebra da função de produção linear por partes da usina considerada (vide seção 5.3.4)¹, pontos estes que correspondem aos vértices do poliedro viável do PL. Em todos os casos, e para todas usinas, a função de produção foi modelada com 5 segmentos. Já na estratégia $3uni$, os valores de Z podem estar ou nos pontos de quebra da função de produção, ou nos pontos em que cada unidade atinge sua potência máxima, já que Z_i^t é composto pela soma dos valores individuais z_j^t , para $j \in \mathcal{G}_i^H$, e os multiplicadores podem ser diferentes para cada unidade. Assim, na estratégia $3uni$ há um número maior de valores prováveis para Z (o poliedro viável tem mais vértices), o que facilita uma aproximação maior com os valores de GH .

Ressalta-se que a geração gh de cada unidade no subproblema $[E^{(t)}]$ estará ou em seu valor mínimo ou em seu valor máximo (efeito denominado de “bang-bang”), exceto para uma única unidade geradora, denominada de gerador “marginal”, conforme explicado na seção 6.3.2.

7.3.1.2 Média das diferenças por usina

Para se fazer uma análise mais aprofundada, computou-se a média dos módulos dos desvios percentuais horários entre Z e GH para as 16 usinas que apresentaram maiores desvios. Os resultados, mostrados na Tabela 11.9 do Apêndice IV.2, ilustram os desvios significativamente menores na estratégia $3uni$ em relação à estratégia $3usi$, como por exemplo em Ilha Solteira Equivalente (3,40% e 13,83%, respectivamente) e Itaparica (11,34% e 26,12%, respectivamente). Apenas em Sobradinho e Itumbiara os desvios médios foram maiores na estratégia $3usi$.

¹ Esta questão é estudada com detalhes na seção 7.3.3.

Como ilustração adicional, a Figura 7.4 a seguir mostra as diferenças $Z_i^t - GH_i^t$, ao longo do dia, para duas importantes usinas do SIN - Itaipu, no Sudeste, e Itaparica, no Nordeste.

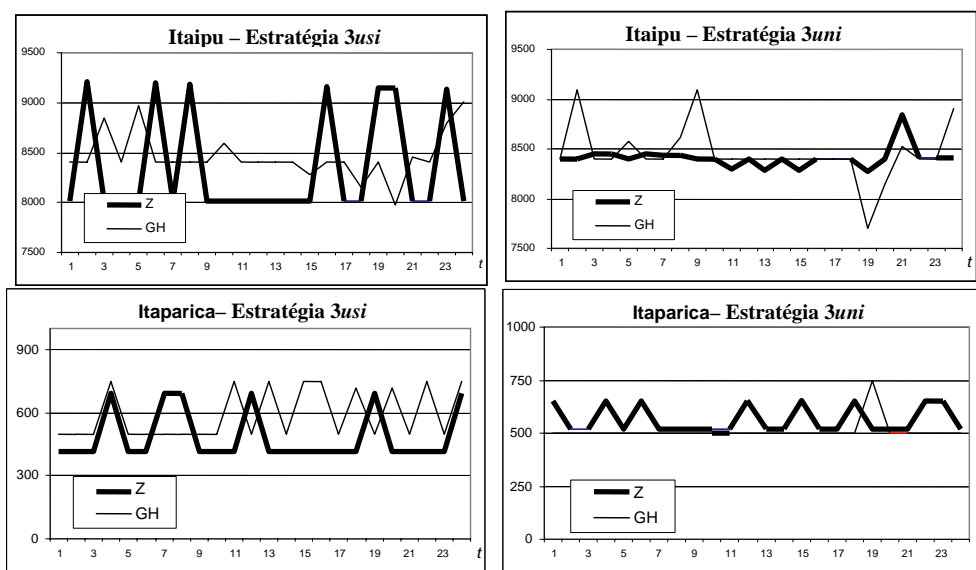


Figura 7.4 – Valores de Z e GH ao longo do dia para as usinas de Itaipu e Itaparica, no caso H, para as estratégias $3usi$ (à esquerda), e $3uni$ (à direita).

Nesta figura, observa-se o forte efeito “bang-bang” para Z , na estratégia $3usi$, e a maior aproximação entre os valores de Z e GH na estratégia $3uni$. Este efeito bang-bang ocorre, como explicado na seção 7.3.1.1, porque os diferentes valores de Z e GH variam apenas em um conjunto de poucos valores discretos, devido à formulação linear dos subproblemas $[H]$ e $[E]$ e pelo fato do algoritmo de resolução adotado (Simplex), encontrar sempre uma solução básica.

Apesar das diferenças entre Z e GH em cada intervalo, nota-se que existe uma certa “compensação” intra usina ao longo do dia. Em particular, para a usina de Itaipu no modelo $3usi$, (vide gráfico no alto à esquerda da Figura 7.4), os valores de Z são superiores aos de GH em alguns intervalos, e inferiores em outros. Este fenômeno foi observado de forma geral em todos os casos.

Na Tabela 11.10 (Apêndice IV.2), apresentam-se as médias dos desvios diários entre Z e GH para as mesmas 16 usinas, para o caso H, onde percebe-se claramente esta compensação. Por exemplo, para a usina de Ilha Solteira Equivalente, a média dos desvios diários foi de 0,62% para a estratégia $3uni$ e 0,74% para a estratégia $3usi$. Os desvios médios diários entre Z e GH , considerando todas as usinas, para todos os casos, são mostrados na Figura 11.9 do mesmo apêndice.

7.3.2 Inviabilidade no atendimento à demanda com os valores de Z e y

Observa-se, pela formulação do subproblema $[H^{(k)}]$ (eq. (6.5)), que os valores de Z , junto com V , Q e S , atendem às restrições de função de produção das usinas hidroelétricas e de balanço hídrico nos reservatórios. Já as variáveis y atendem às restrições de limites para as unidades geradoras térmicas, por resolverem o subproblema $[T^{(k)}]$ (eq. (6.6)). Finalmente, as variáveis gh e gt atendem à demanda do sistema, por resolverem o subproblema $[E^{(k)}]$ (eq. (6.4)).

Nesta seção, avalia-se a qualidade dos resultados obtidos para Z e y em relação ao atendimento à demanda nos intervalos correspondentes, para estudos sem rede elétrica. O motivo desta análise é que, se os valores $(Z(\lambda^*), y(\lambda^*))$ forem adotados como referência para operar o sistema, teríamos uma operação que atende a todas as restrições operativas das usinas e unidades hidro e termoelétricas, violando apenas a restrição de demanda¹. Nota-se que, na estratégia usual de se resolver o problema de PDO com relaxação Lagrangeana sobre as restrições de demanda e de reserva, discutida na seção 4.3.1, esta é exatamente a questão que se deseja avaliar para o pseudo-ponto primal obtido ao se maximizar a função dual.

A Figura 7.5 mostra, para todos os casos em estudo, a média das diferenças entre os valores horários da demanda e da soma das gerações de Z e y , as quais são calculadas pela expressão(7.3).

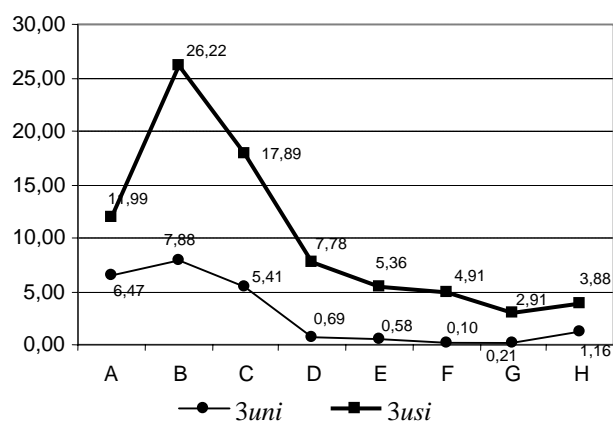


Figura 7.5 – Média da inviabilidade para o atendimento a demanda horária, em % do valor da demanda.

¹ e, de uma maneira geral, restrições adicionais que acoplassem usinas hidroelétricas e térmicas e que estariam no subproblema $[E]$

$$\text{Diferença média} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left| \sum_{i=1}^{NH} Z_i^t + \sum_{j=1}^m y_j^t - D^t \right| \quad (7.3)$$

De forma similar à Figura 7.3, observa-se que os resultados para os casos de maior porte, D a H, são melhores do que para os três primeiros casos. Embora não seja possível afirmar com certeza, há uma indicação de que a inviabilidade no atendimento à demanda com as variáveis Z e y diminui à medida que o tamanho do caso – dado pelo número de unidades geradoras do sistema – cresce.

Um fato importante a ressaltar é que os desvios da estratégia *3uni* nos casos D a H são tão pequenos que poderiam ser interpretados como uma incerteza nos valores de demanda prevista D^t . Mais precisamente, as gerações hidroelétricas e térmicas obtidas nos subproblemas $[H]$ e $[T]$, respectivamente, poderiam ser utilizadas como referência para o pré-despacho, ignorando-se os pequenos desvios no atendimento à demanda. Tais desvios seriam corrigidos pelos ajustes nas gerações que naturalmente ocorrem quando se opera o sistema em tempo real.

Ressalta-se, entretanto, que este procedimento não seria possível se a rede elétrica tivesse sido considerada no subproblema $[E]$, já que os valores das variáveis gh também deveriam ser considerados, uma vez que garantem um ponto viável do ponto de vista elétrico.

Mostra-se a seguir, para o caso H, os desvios, em cada intervalo t , entre o valor de demanda D^t e a soma das gerações referentes aos vetores Z^t e y^t . No Apêndice IV.3 mostram-se também os resultados para os casos A e D.

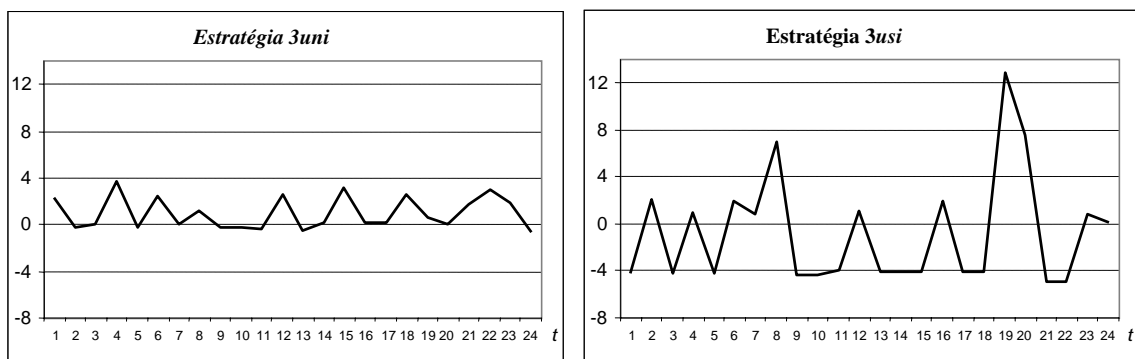


Figura 7.6 – Diferenças, por intervalo de tempo, entre a demanda e a soma das gerações y e Z – caso H.

Percebe-se, mais uma vez, pelos resultados da Figura 7.5 e da Figura 7.6, a superioridade da estratégia *3uni* em relação à estratégia *3usi* no que diz respeito ao grau de inviabilidade do pseudo-ponto primal obtido ao final da etapa de RL. Os motivos são os mesmos descritos na seção anterior, ou seja, a possibilidade de, ao diferenciar os multiplicadores das unidades hidroelétricas em uma mesma usina, obter um conjunto maior de valores possíveis (soluções básicas da PL) para Z no subproblema $[H]$.

Observa-se que, também para a diferença entre a demanda e a soma das gerações Z e y , há uma compensação ao longo do dia. Ou seja, o excesso de atendimento à demanda em determinado intervalo é parcialmente compensado por um sub-atendimento em outros intervalos. Estes resultados são mostrados na Tabela 11.11 do Apêndice IV.3.

7.3.3 Técnicas para reduzir a inviabilidade

Os problemas A a H são convexos e, portanto, os valores ótimos primais e duais coincidem, conforme visto nos resultados da Tabela 7.3. Pode-se, então, atribuir a inviabilidade verificada na pseudo-solução primal (notadamente, nas restrições de igualdade entre as variáveis Z e GH) ao fato do problema de PDO em consideração ter sido formulado como um problema de PL, conforme discutido na seção 4.7.

Como foi mencionado anteriormente, as dificuldades no atendimento das restrições $Z-GH=0$ se devem:

- ao fato de se usar uma função de produção hidroelétrica linear por partes para as usinas hidroelétricas no subproblema $[H]$ ($\{FPHA\}$, eq. (5.8)). Com isto, limitam-se os valores ótimos possíveis para z_i^t ou Z_i^t aos pontos de quebra da função de produção. Para a estratégia *3uni*, os valores ótimos também podem se situar nos pontos onde se alcançam as potências máximas das unidades;
- ao fato do subproblema $[E]$, principalmente sem consideração da rede elétrica, apresentar, na solução ótima, todas as unidades geradoras em seu ponto de geração mínima ou máxima, exceto, possivelmente, uma única unidade geradora denominada de marginal (vide seção 6.3.2).

A fim de diminuir a inviabilidade da pseudo-solução primal obtida ao final da etapa de RL, propõem-se as seguintes modelagens alternativas:

- considerar um número maior de segmentos para representar a FPHA. Com isto, busca-se diminuir a inviabilidade aumentando-se a quantidade de valores discretos para Z que podem ser obtidos na solução ótima de $[H]$. Este artifício pode ser entendido como um passo no sentido de aproximar o modelo de uma formulação não linear, para a qual a técnica de RL apresenta uma melhor performance para a viabilidade do pseudo-ponto primal, em relação a uma formulação linear. Este procedimento está ilustrado na Figura 7.7;

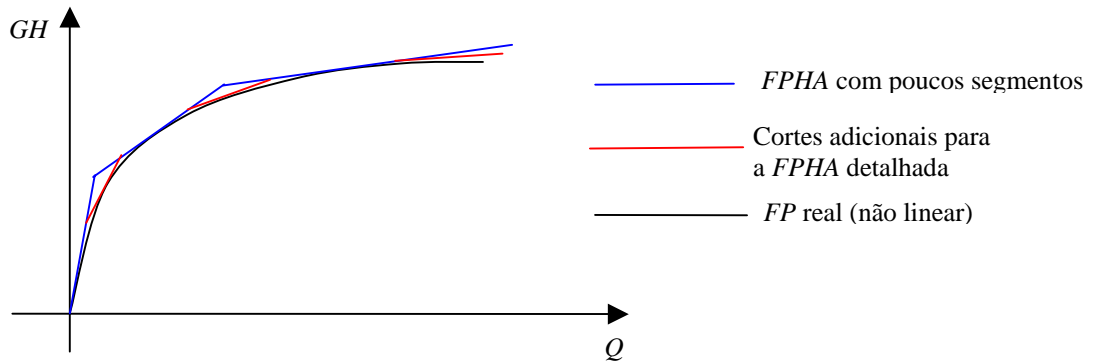


Figura 7.7 – Ilustração do maior detalhamento da modelagem da função de produção ao se adicionarem mais cortes (em vermelho).

- definir unidades geradoras adicionais para as usinas, a partir de uma repartição artificial das unidades existentes. Por exemplo, se uma usina possui 2 unidades, cada uma com capacidade de 250 MW, pode-se representá-la como possuindo 10 unidades, cada uma com capacidade de 50 MW. Deve-se tomar o cuidado, no entanto, de garantir que todas as unidades criadas artificialmente apresentam as mesmas características incrementais das unidades originais, para que o problema a ser resolvido seja semelhante ao problema original. Este procedimento visa aumentar a quantidade de valores discretos para Z e GH que podem ser obtidos ao se resolverem os subproblemas $[H]$ e $[E]$, respectivamente.

A seguir, apresentam-se os resultados da implementação destas duas estratégias para os casos-teste A a H, que foram resolvidos com as seguintes opções:

- **1 – caso base:** caso original, cujos resultados foram mostrados anteriormente;
- **2 – FPFA detalhada:** caso modificado com 25 segmentos para a FPFA de cada usina (o caso-base apresenta 5 pontos para cada usina);

- **3 – Unidades artificiais:** caso modificado incluindo-se unidades artificiais para cada usina;
- **4 – FPHA + unidades:** caso modificado incluindo ambas as modificações descritas nos itens 2 e 3.

7.3.3.2 Redução nas diferenças entre Z e GH

A 0 e a Figura 7.9 mostram os valores de $invH$ (vide seção 7.3.1.1) para as estratégias $3uni$ e $3usi$, respectivamente, para todos os casos e as 4 opções de resolução descritas acima.

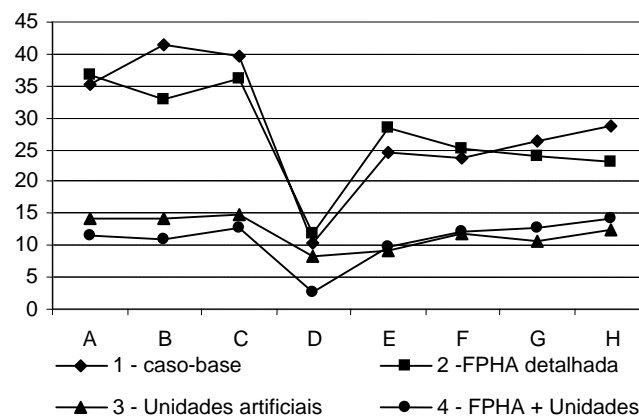


Figura 7.8 – Valores de $invH$, para cada caso e opção de resolução considerada - Estratégia $3uni$.

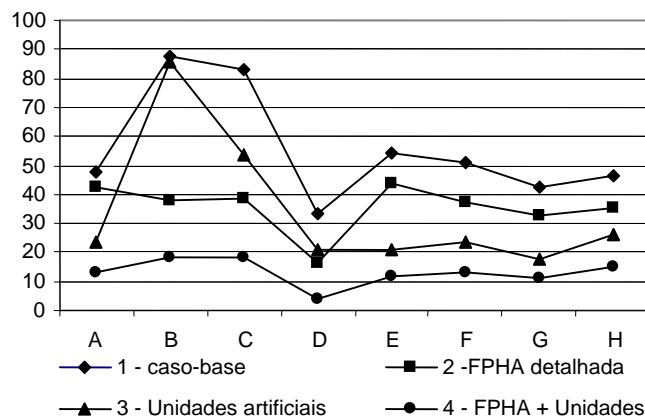


Figura 7.9 – Valores de $invH$, para cada caso e opção de resolução considerada - Estratégia $3usi$.

Para a estratégia $3uni$, percebe-se que o aperfeiçoamento da modelagem da função de produção das usinas (opções 2 e 4) não surtiu muito efeito em relação às opções correspondentes com a FPHA original (1 e 3, respectivamente). Pode-se atribuir este

fenômeno ao fato de já existir, para um razoável número de usinas, vários pontos de quebra devido às potências máximas de cada uma de suas unidades geradoras. Para a estratégia *3usi*, onde as unidades não estão representadas individualmente no subproblema [*H*], percebe-se que o uso de uma FPHA mais detalhada apresentou melhorias sensíveis em todos os casos.

Em relação à adoção de unidades artificiais, percebe-se que este procedimento resultou em uma redução significativa nas diferenças médias entre *Z* e *GH*, para ambas as estratégias *3uni* e *3usi*.

As reduções individuais dos desvios para cada uma das 16 usinas estudadas anteriormente são apresentadas na Tabela 11.12 e na Tabela 11.13 do Apêndice IV.3. Embora em algumas usinas os artifícios empregados não tenham diminuído as diferenças entre *Z* e *GH*, na maioria das usinas os decréscimos são significativos, como por exemplo para a usina de Itumbiara na estratégia *3uni* (17,82% no caso-base para 8,21% na opção FPHA+unidades), e para a usina de Ilha Solteira Equivalente na estratégia *3usi* (13,83% no caso base para 3,91% na opção FPHA+unidades).

Avaliação dos efeitos da adição de uma FPHA detalhada

A eficácia de uma melhor discretização da FPHA na redução das diferenças entre *Z* e *GH* depende das características da usina. De forma geral, os efeitos são mais visíveis, para a estratégia *3uni*, para as usinas que apresentam um menor número de unidades geradoras, já que as usinas que possuem muitas unidades já dispõem de muitos pontos de quebra para *Z*. Por outro lado, para a estratégia *3usi*, como as unidades geradoras não estão representadas individualmente em *Z*, os efeitos são visíveis tanto para usinas com poucas unidades como para usinas com muitas unidades.

Este comportamento é ilustrado no Apêndice IV.4, onde apresentam-se os resultados para as estratégias *3uni* e *3usi*, no caso C, para a usina de Tucuruí, que possui 25 unidades geradoras (Figura 11.13 e Figura 11.14) e para a usina de Paulo Afonso IV, que possui apenas 6 unidades (Figura 11.15 e Figura 11.16).

Avaliação dos efeitos da adição de unidades artificiais

Quando se adicionam unidades artificiais para as usinas hidroelétricas, o efeito, para a estratégia *3usi*, se dá nos valores das variáveis *gh*, uma vez que, no subproblema [*H*], a

geração é representada por usina. Para a estratégia *3uni*, o efeito pode se dar tanto nos valores de Z como de GH .

A seguir ilustram-se estes impactos para a usina Salto Santiago, no caso C. A Figura 7.10 mostra os resultados do caso base, onde se percebe uma grande discrepância entre os valores de Z e GH . Ao se adicionarem unidades artificiais (Figura 7.11), conseguiu-se uma estabilização de GH em ambas as estratégias, e uma estabilização de Z apenas na estratégia *3uni*. Finalmente, ao se considerar tanto a adição de unidades artificiais como uma modelagem mais detalhada da *FPHA*, conseguiu-se uma grande aproximação entre os valores de Z e GH para ambas as estratégias, como mostrado na Figura 7.12.

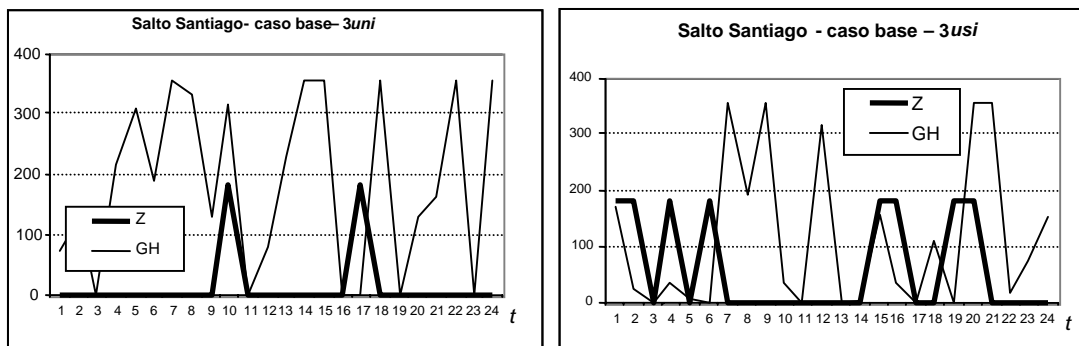


Figura 7.10 – Geração ao longo do dia para a usina de Salto Santiago - caso-base.

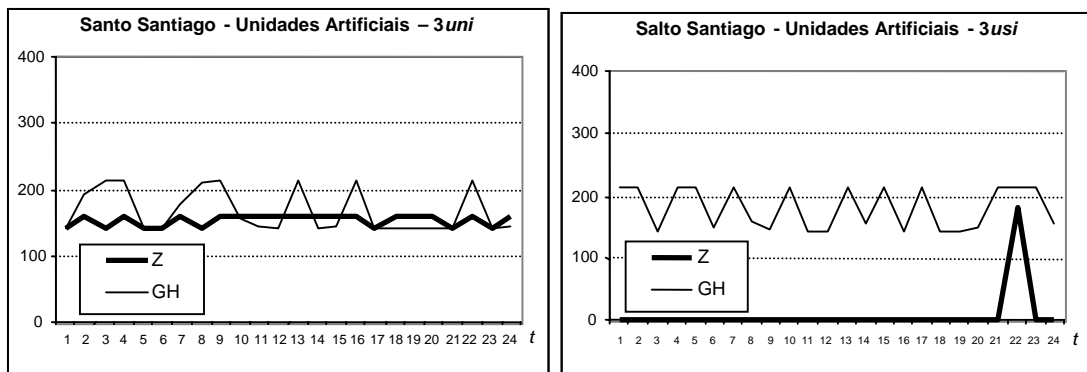


Figura 7.11 – Geração ao longo do dia para a usina de Salto Santiago - caso com inclusão de unidades artificiais.

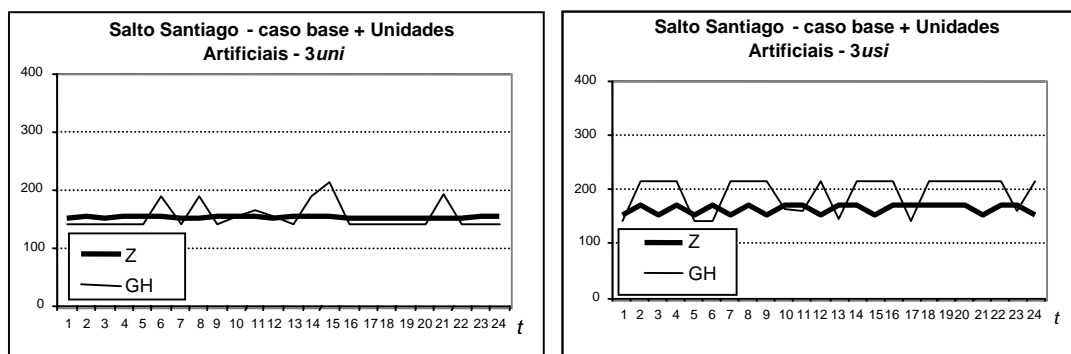


Figura 7.12 – Geração ao longo do dia para a usina de Salto Santiago caso com inclusão de unidades artificiais e modelagem detalhada da FPHA das usinas.

7.3.3.3 Redução nas diferenças entre a demanda e a soma das variáveis Z e GH .

Apresentam-se na Figura 7.13 e Figura 7.14, as diferenças médias, para cada caso, entre os valores de demanda e a soma dos valores de Z e y para cada intervalo de tempo.

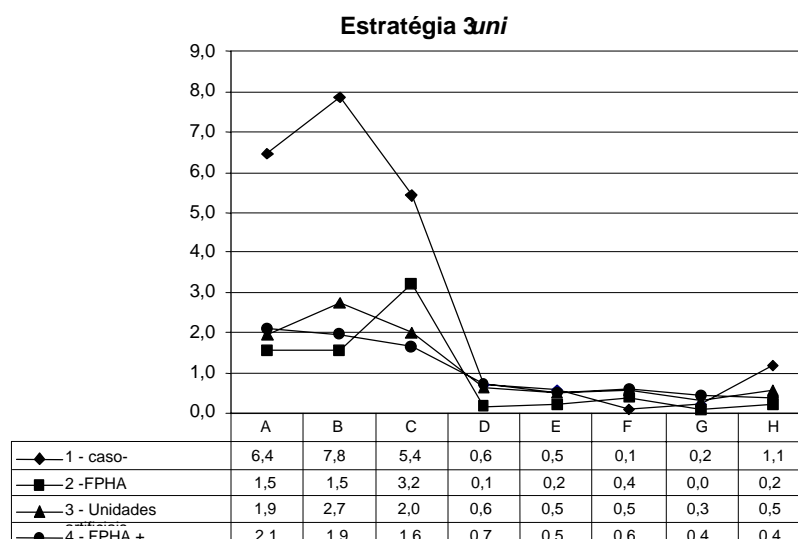


Figura 7.13 – Percentual médio de inviabilidade no atendimento à demanda, por intervalo, com a soma das variáveis Z e y , para cada caso e opção estudada – Estratégia 3uni.

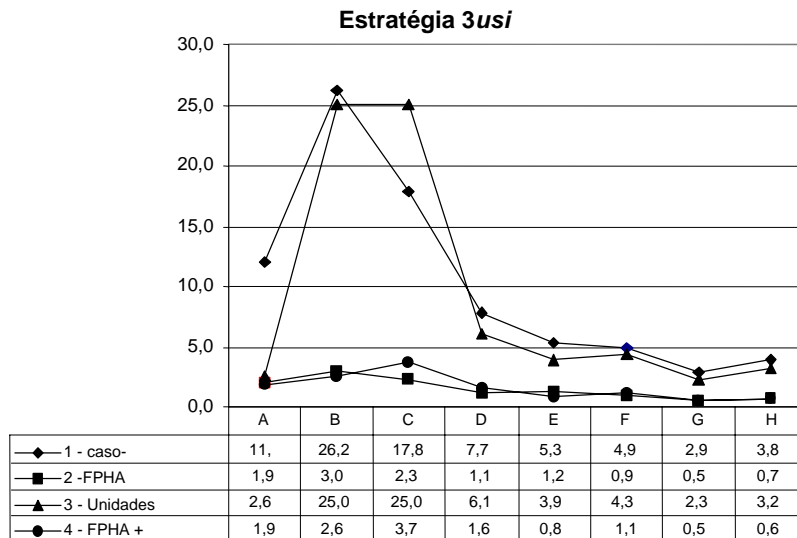


Figura 7.14 – Percentual médio de inviabilidade no atendimento à demanda, por intervalo, com a soma das variáveis Z e y , para cada caso e opção estudada – Estratégia 3usi.

Em relação à redução na inviabilidade no atendimento à demanda com as variáveis Z e y , percebe-se que a utilização de uma FPHA mais detalhada surtiu mais efeito do que a adição de unidades artificiais, notadamente na estratégia 3usi.

Para a estratégia 3uni, curiosamente, a opção 4 (FPHA detalhada + unidades) apresentou resultados piores do que apenas aprimorar a FPHA (opção 2). Este fenômeno pode ser entendido pelo fato de que a opção 4 eleva bastante o número de variáveis no problema dual, causando maiores dificuldades na sua resolução. Como todos os casos foram interrompidos pelo número máximo de iterações (igual em todos os casos), conclui-se que, para a opção 4, o processo de maximização da função dual ainda estava em um estágio menos avançado em relação à opção 2.

Observadas as boas propriedades oferecidas pela introdução dos artifícios estudados nesta seção, em relação ao grau de inviabilidade da pseudo-solução primal, é importante se estudar o “custo” destes artifícios, em termos de acréscimo no tempo computacional para se resolver cada caso. Esta questão é avaliada na seção 7.6.2.

7.4 Processo de Convergência

Nesta seção analisa-se uma outra questão apontada na literatura como desvantagem da RL, que é o demorado processo de convergência à solução ótima dual.

7.4.1 Processo de convergência da etapa de RL

O objetivo desta análise é avaliar como se comportam, simultaneamente, o melhor valor para a função dual e a norma do subgradiente referente ao pseudo-ponto primal associado, na etapa de RL. Os resultados, mostrados para o caso F, avaliados para a variante em que os **multiplicadores são inicializados com o valor zero** (um valor inicial muito ruim), são mostrados na Figura 7.15 a seguir. No Apêndice IV.5, mostra-se também o resultado para o caso A.

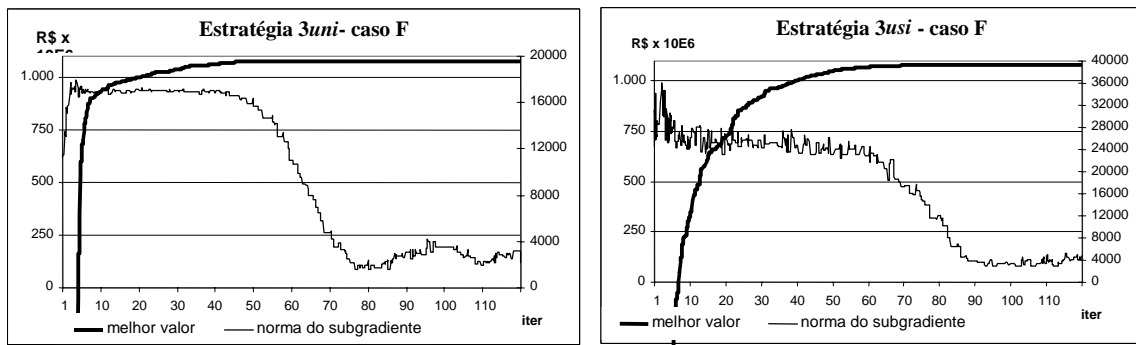


Figura 7.15 – Avaliação conjunta da evolução do valor da função dual e da norma do vetor subgradiente – $\lambda_0 = \text{zero}$ – caso F.

Observa-se que, no início do processo iterativo, há um grande avanço no valor da função dual, enquanto a norma do vetor subgradiente ainda oscila bastante e apresenta valores altos. Apenas quando o valor da função dual já começa a se estabilizar próximo do ótimo consegue-se um maior avanço maior na redução da inviabilidade.

Com isso, conclui-se que não se pode observar apenas a evolução da função dual como critério de parada para a otimização na etapa de RL, pois a obtenção de um pseudo-ponto primal com um menor grau de inviabilidade é importante para que se possa ter um bom ponto inicial para a etapa de RP. Confirma-se assim a adequação do teste de parada utilizado pelo método de feixes, apresentado na seção 4.5.4.

Ressalta-se que o método de feixes, empregado neste trabalho para maximizar a função dual, possui como um de seus critérios de parada o valor da norma do subgradiente regularizado (vide seção 4.5.4) suficientemente próximo de zero. Em contraste, o método de subgradientes, discutido na seção 4.5.2, só pode utilizar como critério de parada nos casos estudados a variação dos valores da função dual, já que a norma do vetor subgradiente não tende para zero. Portanto, caso esse método fosse aplicado nestes

problemas, poderia haver uma parada prematura na etapa de RL, sem que se obtivesse ainda um pseudo-ponto primal com baixo grau de inviabilidade.

Mostra-se na Figura 7.16 a seguir, para o mesmo caso F, a evolução do valor da função dual na etapa de RL ao se **inicializar os multiplicadores com uma estimativa razoável para o custo marginal**. Os resultados para os casos A, C e H são mostrados no Apêndice IV.5

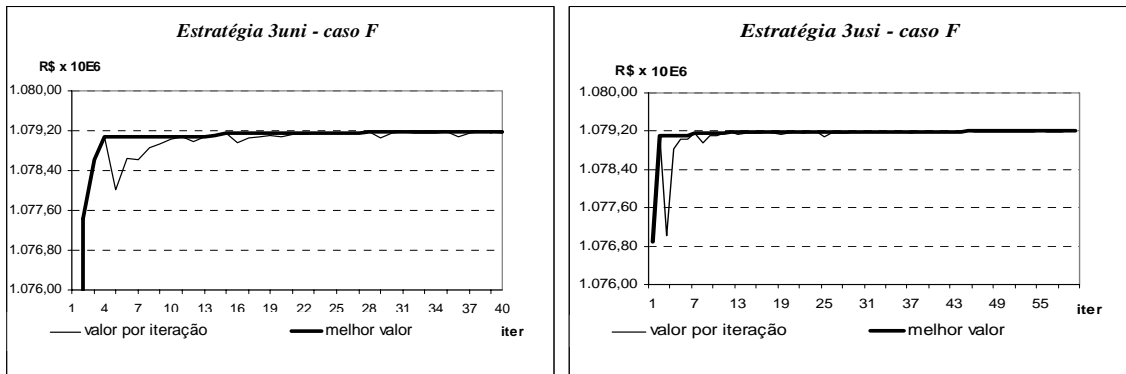


Figura 7.16 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o custo marginal – caso F.

Embora não seja de fácil visualização, percebe-se que o aumento no valor da função dual é mais demorado, em termos de número de iterações, na estratégia *3usi*. Após uma análise mais aprofundada do problema, entende-se que, ao se estabelecer multiplicadores por unidade geradora, como na estratégia *3uni*, e não por usina, como na estratégia *3usi*, o método de feixes tem maior flexibilidade para escolher os valores dos multiplicadores que conduzem melhor ao ótimo do problema dual. Para entender este fenômeno, basta lembrar que uma das possíveis alternativas da estratégia *3uni* seria manter os multiplicadores da mesma usina todos iguais, ou seja, aplicar a estratégia *3usi*. Ou seja, a estratégia por unidade pode se comportar exatamente igual à estratégia por usina, ou buscar uma alternativa melhor para atualização dos multiplicadores.

Ao se comparar a Figura 7.15 com a Figura 7.16, uma observação interessante é que, ao se promover uma boa inicialização dos multiplicadores, os valores da função dual ao longo das iterações, principalmente no início do processo, oscilam menos do que quando se inicia com um ponto ruim. Este comportamento foi observado em geral para todos os casos estudados.

7.4.2 Processo de convergência da etapa de RP

Nesta seção avalia-se a evolução do valor da função dual e da norma do vetor de inviabilidade ($y-gt, z-gh$), para a etapa de RP, para as duas primeiras alternativas $x(\lambda^*)$ e \hat{x} de ponto inicial descritas na seção 6.4.4, as quais serão chamadas de *pseudo* e *conv*, respectivamente.

A Figura 7.17 mostra os resultados para o caso A, para a estratégia *3uni*, e a Figura 7.18 para a estratégia *3usi*. Em todos os gráficos, indica-se a iteração na qual a norma do vetor de inviabilidade ficou abaixo da tolerância especificada, descrita na seção 7.1.3.2. Mesmo tendo atingido o critério de parada, realizaram-se mais iterações do algoritmo para verificar o seu comportamento.

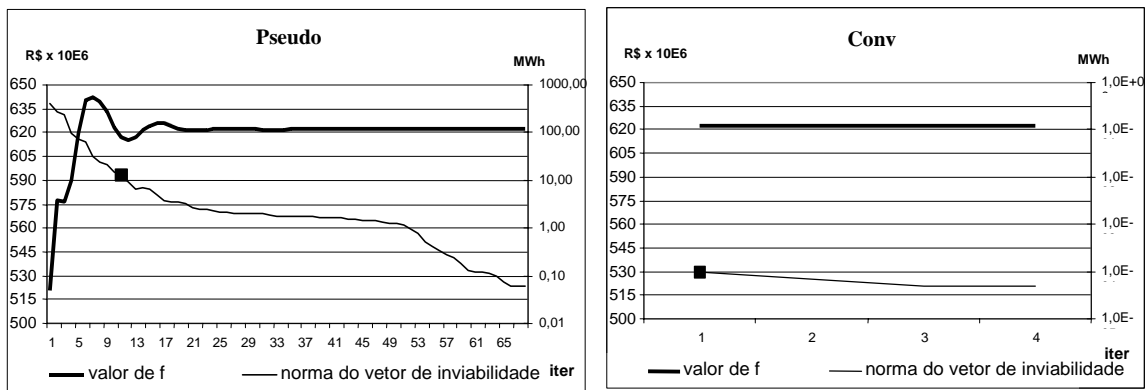


Figura 7.17 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso A – Estratégia *3uni*.

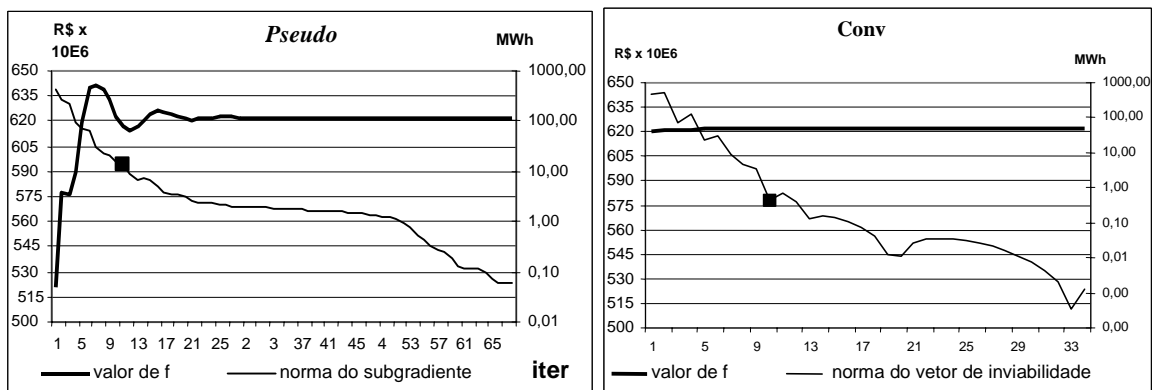


Figura 7.18 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso A – Estratégia *3usi*.

Para a estratégia *3uni*, observa-se que a alternativa *conv* apresentou performance bem superior, já iniciando a etapa de RP com um ponto primal quase viável. Esta performance é explicada pelo fato de que o ponto \hat{x} é a solução de uma formulação

convexificada do problema original [356]. Como os casos A a H apresentam uma formulação linear (e, portanto, convexa), o ponto \hat{x} é primal viável, a menos de imprecisões numéricas na resolução do problema dual.

Para a estratégia *3usi*, novamente a melhor performance da alternativa *conv* foi verificada. Entretanto, a passagem do ponto inicial da etapa de RL para a de RP não é tão direta como na estratégia *3uni*, já que a decomposição das usinas hidroelétricas na etapa de RL é por usina, enquanto na etapa de RP é por unidade.

A alternativa *conv* foi superior em geral em todos os casos. No Apêndice IV.6 mostram-se também os resultados para o caso D.

7.5 Comportamento Oscilatório

Nesta seção, estuda-se, para as duas estratégias propostas, um outro aspecto que tem sido apontado como inconveniente da RL: o comportamento oscilatório da solução primal em relação a pequenas variações dos multiplicadores, mesmo perto da solução ótima. Na seção 7.5.1, estuda-se este comportamento para a etapa de RL, e na seção 7.5.2, para a etapa de RP.

Verificam-se as oscilações, ao longo das iterações de resolução do problema dual, tanto das gerações das usinas hidroelétricas como do custo marginal. As gerações térmicas tendem a oscilar muito pouco, pelas razões discutidas na seção 7.2.1.

7.5.1 Etapa de RL

Oscilações na geração horária

Verificam-se primeiro as variações nas gerações das usinas entre consecutivas iterações. Para ilustrar a análise, selecionou-se a usina de Salto Santiago, no caso A para a estratégia *3uni* (mostrada nesta seção), e a usina de Paulo Afonso, no caso C, para a estratégia *3usi*, cujos resultados são mostrados no Apêndice IV.7.

A Figura 7.19 mostra as oscilações na geração da usina de Salto Santiago, na primeira hora do dia ($t=1$), para o caso teste A, para as 4 variantes apresentadas na seção 7.3.3. Pode-se perceber que as técnicas testadas para diminuir o grau de inviabilidade primal do pseudo ponto primal obtido por RL, também são eficazes para diminuir as oscilações deste ponto ao longo das iterações.

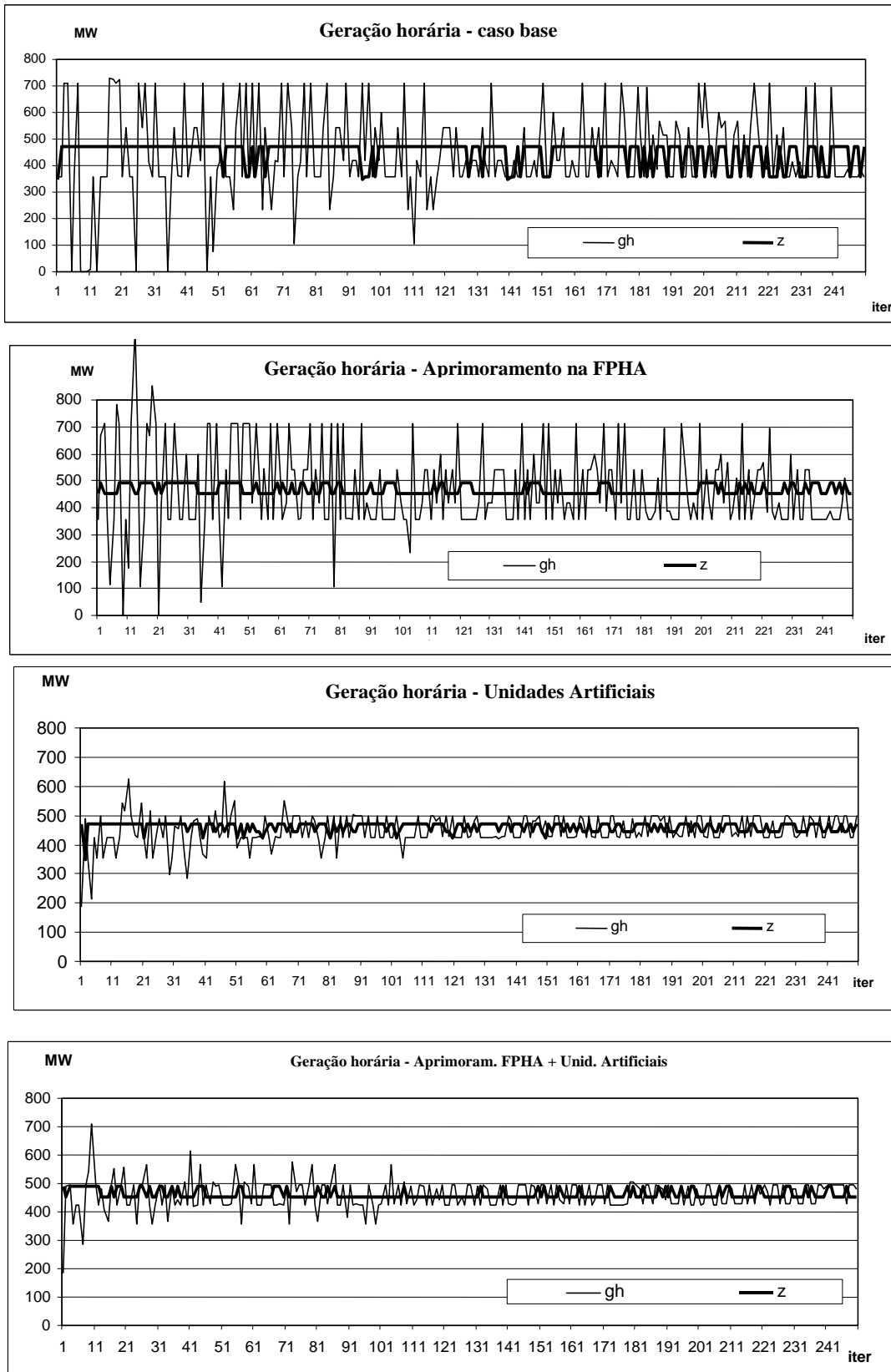


Figura 7.19 – Oscilações na geração horária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Estratégia *3usi*.

Para a variante com aprimoramento da FPHA e adição de unidades artificiais, o pseudo ponto primal para esta usina apresenta oscilações bem pequenas. Este comportamento foi verificado em geral para as outras usinas, com algumas poucas exceções.

Para a estratégia *3usi*, também se consegue uma redução das oscilações ao longo das iterações, de forma similar aos resultados apresentados para a Estratégia *3uni*. A mesma redução também é observada nas médias das variações diárias das usinas, como mostrado também no Apêndice IV.7.

Oscilações no custo marginal (CMO)

Analisam-se agora as oscilações no valor do CMO, ao longo das iterações da RL. Para ilustrar melhor essa variação, escolheu-se o caso em que todos os multiplicadores foram inicializados com o valor zero. Os resultados para o caso A para as estratégias *3uni* e *3usi* são apresentados, respectivamente, na Figura 7.20 e na Figura 7.21 a seguir.

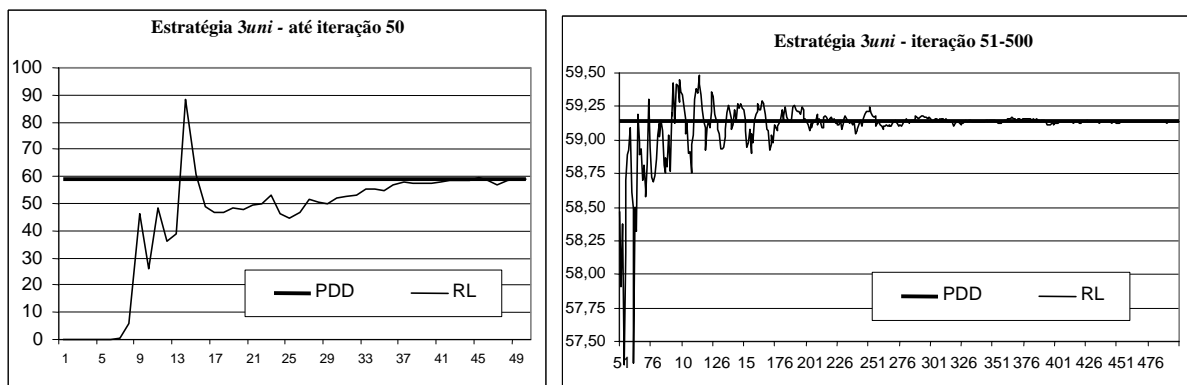


Figura 7.20 – Oscilações no custo marginal de operação ao longo das iterações da RL – Caso A – Estratégia *3uni*.

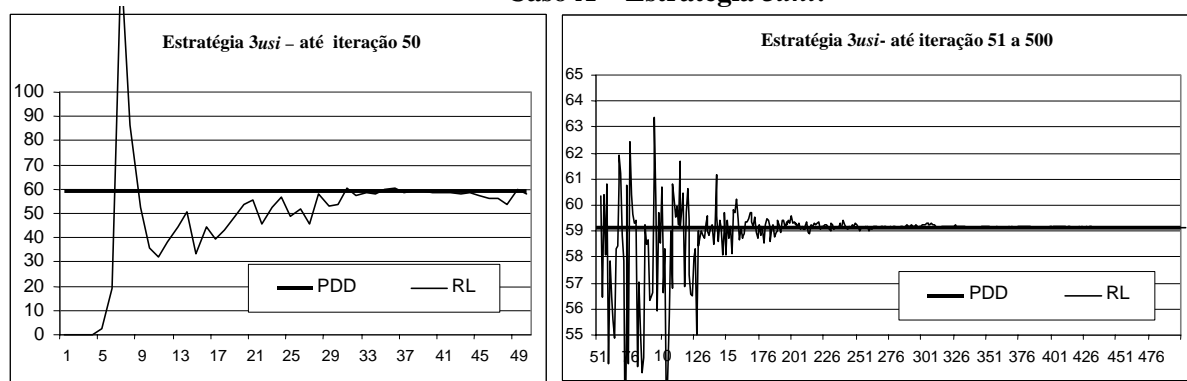


Figura 7.21 – Oscilações no custo marginal de operação ao longo das iterações da RL – Caso A – Estratégia *3usi*.

Observa-se que, após a iteração 400, as oscilações são desprezíveis, para ambas as estratégias, o que mostra a robustez do critério de parada em relação ao valor final obtido para o custo marginal do sistema,

7.5.2 Etapa de RP

Na etapa de RP, as oscilações tanto nas gerações horárias como no custo marginal são significativamente mais suaves, por dois motivos: pela introdução da penalização quadrática na função-objetivo e por se utilizar, como condição inicial, um ponto de operação já próximo do ponto ótimo, devido à otimização da função dual realizada anteriormente na etapa de RL.

Mostra-se, na Figura 7.22 a seguir, a evolução, ao longo das iterações da RP, das variáveis Z e GH para a usina de Salto Santiago, no caso A, para o intervalo $t=1$. Na Figura 7.23, mostra-se, para o mesmo caso e intervalo, a evolução no custo marginal do sistema, tendo-se como referência o valor obtido pela estratégia 1, de PDD. Apresentam-se os resultados para ambas as estratégias $3uni$ e $3usi$.

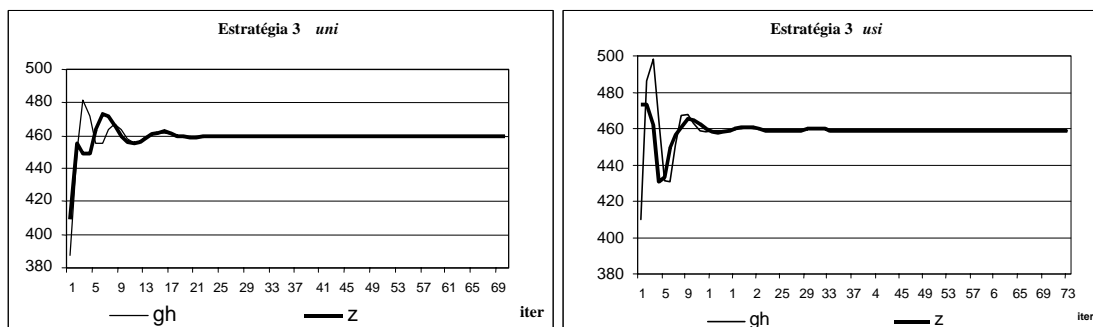


Figura 7.22 – Oscilações nos valores de Z e GH para a usina de Salto Santiago, ao longo das iterações da RP – Caso A – Estratégias $3uni$ e $3usi$.

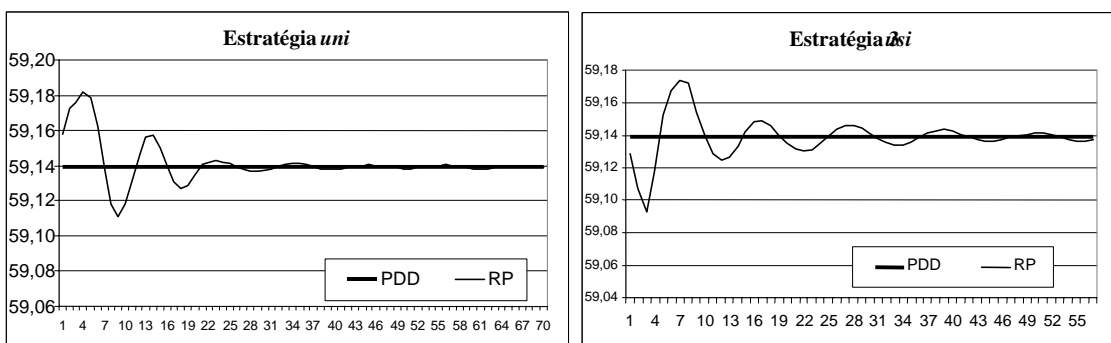


Figura 7.23 – Oscilações no custo marginal de operação ao longo das iterações da RP – Caso A – Estratégias $3uni$ e $3usi$.

Percebe-se que a metodologia proposta atinge com grande acurácia o custo marginal ótimo de operação do sistema, o que é crucial nesta aplicação, por se tratar de um resultado bastante utilizado nos sistemas elétricos como referência para o preço da energia.

7.6 Tempos Computacionais

7.6.1 Comparação entre as estratégias

A Tabela 7.4 a seguir mostra os tempos computacionais totais para resolução de cada caso para a estratégia 3, proposta nesta tese, e nas estratégias 1 e 2, tomadas para comparação. Considerou-se, para as estratégias 2 e 3, a soma dos tempos necessários para se obter uma acurácia de 10^{-10} % para a etapa de RL e uma norma do vetor de inviabilidade, para a etapa de RP, inferior aos valores da Tabela 7.1.

Tabela 7.4 – Tempos computacionais para resolução de cada caso, em cada uma das estratégias consideradas (seg.)

caso	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3uni			Estratégia 3usi		
			RL	RP	Total	RL	RP	Total
A	3	4	31	1	32	18	4	22
B	3	6	50	3	53	82	13	95
C	3	20	109	1	110	73	14	87
D	7	42	114	1	115	62	21	83
E	5	57	129	5	134	137	23	160
F	4	80	147	6	153	90	36	126
G	5	112	358	60	418	140	52	192
H	5	144	233	5	238	226	91	317

Podem-se fazer os seguintes comentários:

- a estratégia 1 é muito superior às demais, o que comprova sua eficiência para a resolução de problemas multi-estágio, de grande porte, com formulação linear e variáveis contínuas;
- a estratégia 2 é superior às estratégias 3uni e 3usi. Isto pode ser compreendido não só pelo número muito menor de variáveis na função dual, mas também por serem todas essas variáveis referentes à duplicação das gerações térmicas. Neste caso, a igualdade entre as variáveis artificiais e originais é bem mais fácil de ser atingida, conforme discussão feita no início deste capítulo;

- não se pode tirar uma conclusão segura de qual das duas estratégias – a *3uni* ou *3usi*, fornece um menor tempo computacional total, já que os tempos variaram segundo o caso, com uma leve vantagem para a estratégia *3usi*;
- na estratégia *3uni*, grande parte do tempo é consumida na etapa de RL. De fato, como o problema é linear, o pseudo-ponto primal convexificado \hat{x} fornecido para a etapa de RP é quase viável, o que leva à convergência muito rápida para a etapa de RP. Este fenômeno só não ocorreu para o caso G;
- na estratégia *3usi*, os tempos são mais bem distribuídos entre as etapas de RL e de RP, embora a maior parte do tempo ainda seja consumida na primeira etapa. Isto se dá por dois motivos: pela diminuição no tempo da RL, devido ao menor número de variáveis duais, e pelo aumento do tempo na RP, pois o ponto inicial para esta etapa não é tão bom quanto na estratégia *3uni*.

É importante ressaltar que, apesar de sua excelente performance, a estratégia 1 não pode ser estendida para problemas com restrições ou funções de custo não convexas, como é o caso das restrições de *unit commitment* térmico, e que a estratégia 2 dificulta bastante a introdução de uma modelagem da rede elétrica ao problema. As duas variantes da estratégia 3, propostas nesta tese, apresentam uma performance bem inferior às duas anteriores, mas deve-se lembrar que a vantagem destas estratégias não se dá na resolução de problemas lineares, mas sim em problemas com formulação mais complexa, como o estudo de caso apresentado no capítulo 8. Além disso, estas duas estratégias consistem em um passo intermediário para uma futura inclusão das restrições de *unit commitment* hidroelétrico ao problema.

7.6.2 Comparação entre as variantes da estratégia 3

Na seção 7.3.3 estudaram-se algumas formas de ajustar a modelagem do problema de PDO proposto, de forma a se ter um pseudo-ponto primal ao final da etapa de RL com um menor grau de inviabilidade. Estas duas opções foram: um maior aprimoramento na modelagem das restrições de função de produção das usinas hidroelétricas (FPHA) e criação de unidades artificiais para cada usina hidroelétrica, além de uma variante que combinava estes dois artifícios.

Na Tabela 7.5 a seguir, apresentam-se os tempos computacionais ao se aplicar as duas estratégias propostas nesta tese para estas quatro variantes.

Tabela 7.5– Tempos de CPU para resolução de cada caso, para a modelagem original (caso-base) e as variantes propostas para reduzir a inviabilidade do pseudo-ponto primal (seg)

caso	Estratégia <i>3uni</i>				Estratégia <i>3usi</i>			
	Caso base	Aprim. FPHA	Unid. Artif.	FPHA + Unid. Artif.	Caso base	Aprim. FPHA	Unid. Artif.	FPHA + Unid. Artif.
A	31	40	41	47	18	31	45	28
B	50	74	58	164	82	54	65	27
C	109	117	115	250	73	95	100	46
D	114	168	212	1021	62	111	127	147
E	129	180	324	4603	137	120	156	139
F	147	280	842	4688	90	224	147	211
G	358	610	1076	4851	140	285	336	351
H	233	1791	453	1700	226	273	230	336

Podem-se fazer os seguintes comentários:

- para a estratégia *3uni*, que já apresenta um maior tempo computacional para a etapa de RL, a introdução desses artifícios aumenta bastante o tempo computacional, em especial nas variantes em que se introduzem unidades artificiais, tornando proibitivo seu uso em alguns casos. Para esta estratégia, sugere-se então criar unidades artificiais e/ou aumentar o número de pontos para a função de produção apenas para as usinas em que estes procedimentos causem melhora significativa nos resultados. Esta análise deve ser feita individualmente por usina;
- para a estratégia *3usi*, o aumento nos tempos computacionais, embora seja significativo se comparado ao caso-base, não é proibitivo. Além disso, observa-se que a variante mais sofisticada, onde se aprimora a função de produção e também se criam unidades artificiais, apresenta tempos próximos aos das duas variantes onde se aplica cada um dos artifícios individualmente. Assim, para esta estratégia, recomenda-se o uso conjunto destes dois artifícios, podendo-se também fazer a mesma análise individual, por usina, proposta para a estratégia *3uni*.

Em todas estas observações, deve-se pesar ainda o fato de ter sido utilizada uma tolerância excessivamente baixa para a etapa de RL.

7.6.3 Tempos de resolução dos subproblemas e do problema dual

Na Figura 7.24, mostram-se os tempos acumulados, ao longo das iterações, para resolução de cada subproblema oriundo da decomposição por RL e do problema quadrático do método de feixes, para o caso H , nas estratégias $3uni$ e $3usi$.

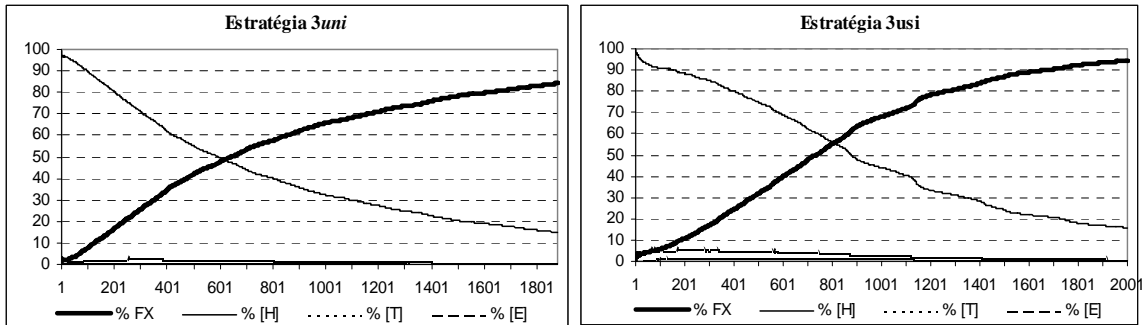


Figura 7.24 – Tempos acumulados, ao longo das iterações, para resolução de cada subproblema e do problema dual, para o caso G (%).

Nas primeiras iterações, a resolução do subproblema $[H]$ consome quase 100% do tempo na iteração, devido ao seu grande porte, por envolver todas as usinas hidroelétricas e todos os intervalos de tempo. No entanto, o tempo de resolução deste problema decresce rapidamente ao longo das iterações, pois se utiliza como base inicial para o método simplex o resultado obtido na iteração anterior, conforme descrito na seção 6.3.3. Os subproblemas $[E]$ e $[T]$ são resolvidos rapidamente, e consomem menos de 5% do tempo total. Lembra-se que, para os casos estudados neste capítulo, não se considera a rede elétrica no subproblema elétrico, nem as restrições de *unit commitment* térmico no subproblema $[T]$.

Finalmente, o percentual de tempo consumido na resolução do problema dual cresce com o número de iterações, por dois motivos: os subproblemas locais vão ficando mais fáceis de serem resolvidos (o tamanho dos subproblemas não aumenta com o número de iterações, e o resultado da iteração anterior, utilizado como ponto inicial, fica cada vez mais próximo da solução na iteração corrente), e o subproblema quadrático (4.13), resolvido pelo método de feixes a cada iteração, fica cada vez maior. Ressalta-se que, apesar da variante do método de feixes utilizada [19] realizar a operação de compressão do feixe ao longo da resolução do problema dual (vide seção 4.5.4), nos estudos realizados este procedimento foi desabilitado.

O comportamento ocorrido no caso G foi seguido pelos demais casos, com algumas variações nos percentuais em função do tamanho do parque hidroelétrico.

7.7 Considerações finais

Neste capítulo, avaliou-se, para estudos de casos com formulação linear e sem rede elétrica, a performance da estratégia proposta de relaxação Lagrangeana com duplicação de variáveis para resolver o problema de programação diária da operação.

Avaliaram-se os seguintes aspectos: acurácia na obtenção da solução ótima para o problema primal (seção 7.2), grau de inviabilidade da pseudo-solução primal associada à solução dual ótima na etapa de relaxação Lagrangeana (seção 7.3), as características do processo de convergência da metodologia (seção 7.4), as oscilações nos valores das variáveis primais e duais do problema ao longo das iterações de maximização da função dual (seção 7.5), e os tempos computacionais de resolução dos problemas (seção 7.6).

Observa-se que, tanto na estratégia *3usi* quanto na estratégia *3uni*, o grau de inviabilidade da pseudo-solução primal é moderado, e pode ser reduzido sensivelmente com os aprimoramentos na modelagem propostos na seção 7.3.3. Esta redução mostra que, ao se caminhar no sentido de se realizar uma modelagem não linear para o problema, melhora-se a performance da técnica de relaxação Lagrangeana em relação à obtenção de um ponto primal viável.

Em relação ao comportamento oscilatório das variáveis do problema ao longo das iterações do algoritmo, pode-se perceber que o ponto primal pode apresentar oscilações significativas mesmo perto da solução ótima. No entanto, o comportamento das variáveis duais é bastante estável. Ressalta-se ainda que as oscilações no ponto primal podem também ser reduzidas com os mesmos aprimoramentos da modelagem mencionados no parágrafo anterior. Em relação ao tempo computacional e ao processo de convergência, considera-se que a metodologia apresentou uma boa performance, em se pesando o porte dos problemas considerados.

Conclui-se que a estratégia de duplicação das gerações hidroelétricas por unidade (*3usi*) apresenta um melhor compromisso entre a qualidade dos resultados e o tempo computacional associado. No entanto, pode-se indicar a realização de estudos mais aprofundados na direção da utilização de uma estratégia híbrida, com uma duplicação das variáveis por usina (*3usi*) para a maioria das usinas hidroelétricas, e a utilização da estratégia de duplicação por unidade (*3uni*) para aquelas usinas onde a operação merece ser melhor detalhada.

8 RESULTADOS - PARTE II: ESTUDOS COM REDE ELÉTRICA E RESTRIÇÕES DE *UNIT COMMITMENT* TÉRMICO

Neste capítulo, apresentam-se os resultados da implementação da estratégia proposta para resolver um problema real de programação diária da operação do sistema elétrico brasileiro, considerando tanto a **modelagem DC da rede elétrica** como **restrições de UC térmico**. O estudo se refere à programação diária da operação realizada pelo ONS para o dia 02 de outubro de 2006, considerando-se, portanto, um horizonte de 1 dia, com discretização horária.

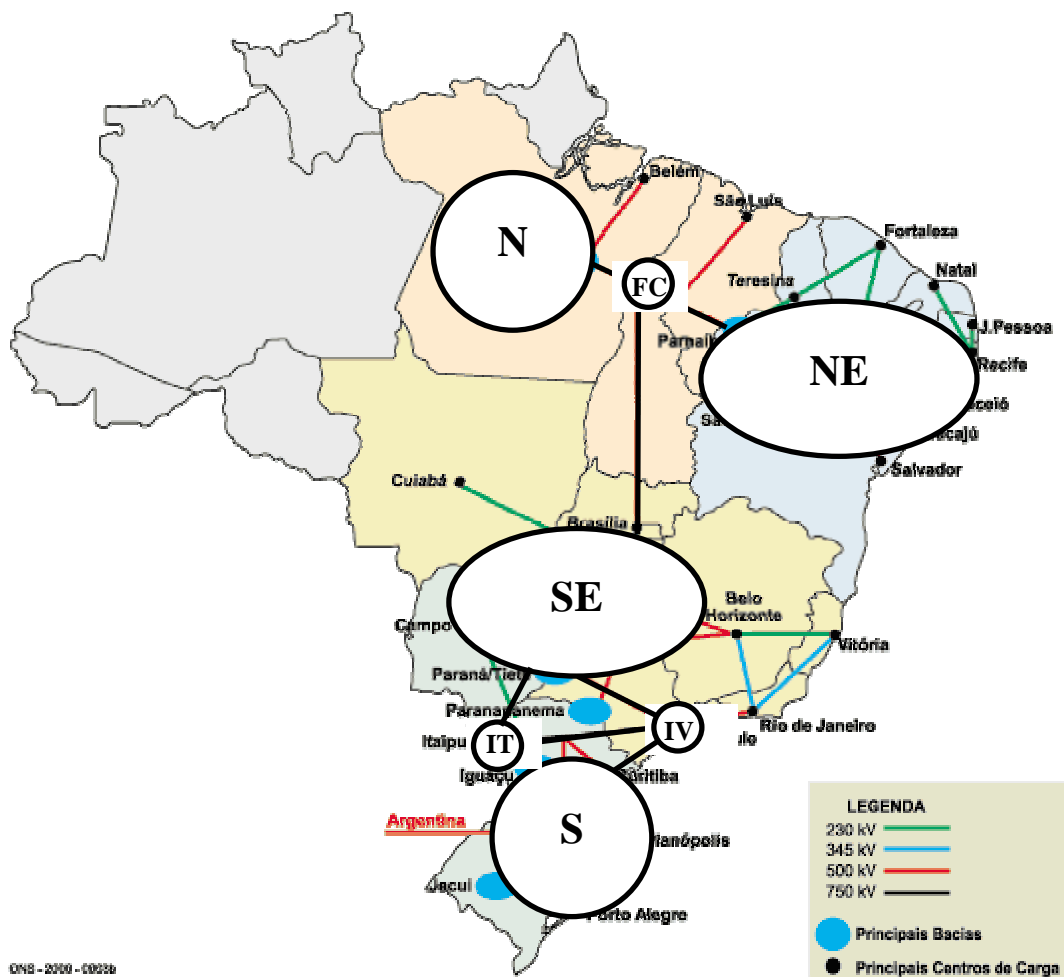
Na seção 8.1, descrevem-se os dados do estudo. Na seção 8.2, relacionam-se os tipos de problemas resolvidos. O principal, denominado de caso-base, consiste no objetivo deste trabalho de tese, que é programar o sistema considerando tanto as restrições de UC térmico como a rede elétrica. Outras duas variantes deste problema foram resolvidas com o objetivo de se fazerem estudos comparativos: uma sem restrições de UC térmico, mas com a rede elétrica, e outra sem a rede elétrica, mas com restrições de UC. Na seção 8.3, mencionam-se as estratégias utilizadas para resolver os problemas, que foram as denominadas de *3usi* e *3uni* no capítulo 7. Para a recuperação primal, utilizou-se como ponto de partida o ponto convexificado \hat{x} obtido pela RL, devido aos melhores resultados apresentados por esta alternativa (vide seção 7.4.2).

Na seção 8.4, apresentam-se os principais resultados para o caso-base: avalia-se a acurácia nos valores da função objetivo (seção 8.4.1) e o processo de convergência nas etapas de RL e de RP (seção 8.4.2). Posteriormente, faz-se uma análise de sensibilidade para determinar o impacto de se incluir ou não no problema restrições de UC térmico (seção 8.4.3), e a rede elétrica (seção 8.4.4).

8.1 Descrição do Sistema

8.1.1 Subsistemas

O sistema interligado nacional (SIN) se subdivide em 4 subsistemas: Sudeste (SE), Sul (S), Nordeste (NE) e Norte (N), representados de forma esquemática a seguir:



Fonte: <http://www.ons.org.br>

Figura 8.1 – Mapa resumido das interligações no SIN, sobre o qual se representam os subsistemas considerados no estudo.

O nó “IT” na figura corresponde à usina de Itaipu, que apresenta a particularidade de gerar potência em duas frequências: 50Hz, destinada diretamente ao subsistema SE, e 60 Hz, que se destina ao nó Ivaiporã (IV), de onde se distribui para os subsistemas SE e S. O nó FC (fictício) representa a subestação de Imperatriz, onde é feita a coordenação dos intercâmbios entre os subsistemas SE, NE e N.

8.1.2 Parque gerador

O parque gerador de cada subsistema compreende os elementos mostrados na Tabela 8.1.

Tabela 8.1 – Composição do parque gerador de cada subsistema.

Elemento	SE.	S	NE	N	Total
Usinas hidroelétricas com reservatório	34	12	4	2	52
Usinas hidroelétricas a fio d'água	52	8	5	-	65
Unidades geradoras hidroelétricas	280	130	49	28	487
Unidades geradoras térmicas	73	30	20	-	123

Os dados operativos dos reservatórios, usinas hidroelétricas, usinas térmicas e reservatórios constam da base de dados do ONS, e são os mesmos utilizados para a realização do Programa Mensal de Operação do sistema (PMO) de outubro de 2006. Estas informações podem ser acessadas no endereço eletrônico www.ons.org.br.

A disposição das usinas ao longo dos rios é mostrada na Figura 8.2 a seguir.

Fonte: <http://www.ons.org.br>

Figura 8.2 – Diagrama esquemático das usinas hidroelétricas do SIN.

8.1.3 Sistema de transmissão

Os dados da rede elétrica também foram fornecidos pelo ONS. Como a programação semanal e mensal da operação não considera a rede elétrica, estes dados não estão disponíveis no referido endereço. Como a quantidade de informações é excessiva para ser descrita neste trabalho, apresenta-se apenas, na Tabela 8.2 e na Tabela 8.3, um resumo destes dados.

Tabela 8.2 – Limites de intercâmbios entre subsistemas (MW).

Intercâmbio	Horário			
	0h – 7h	7h – 17h	17h – 22h	22h-24h
N-FC	3652	3879	3750	3879
FC-N	Ilimitado	Ilimitado	Ilimitado	Ilimitado
NE-FC	400	400	400	400
FC-NE	1826	1980	2100	1980
SE-NE	1992	1992	1992	1992
NE-SE	1992	1992	1992	1992
SE-FC	1700	1700	1700	1700
SE-FC	2000	2000	2000	2000
SE-IV	2820	4420	2820	4420
IV-SE	11914	12221	12017	12221
S-IV	5100	4600	4600	4600
IV-S	4500	6100	4500	6100

Tabela 8.3 – Configuração da rede elétrica.

LINHAS	Linhas Radiais	Linhas em malha	Trasformadores Defasadores		TOTAL
		2226	2818	2	
BARRAS	SE	S	NE	N	TOTAL
Barras de geração	174	57	87	14	332
Barras de carga	2051	660	376	125	3212
TOTAL	2225	717	463	139	3544
ÁREAS	SE	S	NE	N	TOTAL
	35	17	8	4	64

Os transformadores comuns foram incluídos como linhas, já que, como a modelagem DC não representa as tensões, o seu *tap* (fator de transformação) é desconsiderado.

8.1.4 Restrições consideradas

Incluíram-se no caso em estudo todos os tipos de restrições da formulação apresentada no problema (5.12), citados a seguir.

Restrições do sistema:

- atendimento à demanda em cada barra da rede elétrica;
- limites de fluxo em todos os circuitos não radiais da rede elétrica;
- limites de intercâmbio entre os subsistemas.

Restrições hidroelétricas:

- balanço hídrico em todas as usinas;
- função de produção hidroelétrica, como uma função não linear por partes do volume, turbinamento e vertimento;
- limites de armazenamento, vertimento e turbinamento para todas as usinas.

Restrições de *unit commitment* térmico:

- geração mínima das unidades geradoras (somente se estiverem acionadas);
- tempos mínimo de acionamento / desligamento das unidades.
- curvas para tomada e alívio de carga.

8.1.5 Função de custo

Custos relacionados ao *unit commitment* térmico:

- custos quadráticos de geração das unidades;
- custos fixos de funcionamento das unidades (somente se estiverem acionadas);
- custos de partida das unidades (pontual, no instante de acionamento da unidade).

Custo futuro:

- função de custo futuro linear por partes, que expressa o custo futuro do sistema em função do vetor de volumes armazenados finais nos reservatórios.

8.1.6 Dados para o *unit commitment* térmico

Nesta seção, mostram-se os dados utilizados para considerar o *unit commitment* das unidades geradoras térmicas no cálculo da programação diária da operação. Ressalta-se que a programação realizada atualmente pelo ONS não considera tais restrições. Portanto, na ausência de alguns dados reais para as usinas, utilizaram-se dados fictícios, baseados em valores de referência encontrados na literatura internacional. Foram feitas as seguintes considerações:

- **Potência máxima** (\overline{gt}): valor que consta na base de dados do ONS;
- **Potência mínima** (\underline{gt}): adotou-se 20% do valor da potência máxima;
- **Custo de geração**: o problema formulado na tese considera custos de geração quadráticos para as unidades térmicas. Na base de dados do ONS, consta apenas um valor de custo incremental linear, denotado por $C_{lin_i}(ONS)$, para a i -ésima unidade. Para construir uma função de custo quadrática, assumiram-se as seguintes hipóteses:

- O custo incremental no ponto \underline{gt} é 80% do custo linear fornecido pelo ONS;
- o custo incremental no ponto \overline{gt} é 120% do custo linear fornecido pelo ONS;

Como o custo incremental é a derivada da função de custo (eq. (5.1)) em relação à potência gerada, obtém-se os parâmetros linear e quadrático da função de custo da i -ésima unidade geradora resolvendo o sistema de equações:

$$\begin{cases} c_{1i} + 2c_{2i} \underline{gt}_i^t = 0,80 C_{lin_i}(ONS) \\ c_{1i} + 2c_{2i} \overline{gt}_i^t = 1,20 C_{lin_i}(ONS); \end{cases}$$

- **Custo fixo de geração**: o termo c_{0i} da função de custo, que se aplica apenas se a unidade estiver ligada, foi tomado como sendo 1% do custo incremental da usina referente à sua geração máxima. Ou seja:

$$c_{0i} (\$/h) = 0,01(c_{1i} + 2c_{2i} \overline{gt}_i^t);$$

- **Custo de partida**: foi tomado como 25% do custo horário de geração, quando funcionando à potência mínima. Assim, o parâmetro C_{fi} em (5.2) é dado por:

$$C_{fi} (\$) = 0,25 (c_{1i} + 2c_{2i} \underline{gt}_i^t);$$

- **Curvas para tomada e alívio de carga:** as rampas para tomada ($\overline{\Delta t}_i$) e alívio ($\underline{\Delta t}_i$) de carga das unidades foram estabelecidas de forma que estas chegassem à sua potência mínima de geração em 1 hora, com exceções de algumas unidades, para as quais se considerou um tempo maior.

Os dados para todas as unidades geradoras são mostrados na Tabela 8.4 a seguir.

Tabela 8.4 – Dados utilizados para o unit commitment das unidades geradoras térmicas.

Usina	Unid.	Limites de geração		Custo partida	Custo de geração			Curva de acionamento		Curva de desligamento	
		\overline{gt}	\underline{gt}	C_f	c_0	c_1	c_2	$\overline{\Delta t}$	t^{up}	$\underline{\Delta t}$	t^{down}
		MW	MW	R\$	\$/h	\$/MWh	\$/MW ² h	MW/min	h	MW/min	h
1	1	131,4	657	275,9	689,85	7,35	0,004	2,19	1	2,19	1
2	1	26,2	131	1965,4	4913,55	262,556	0,7158	0,437	1	0,437	1
4	1-2	44	220	5570,2	13925,5	443,086	0,7193	0,733	1	0,733	1
7	1-2	3,6	18	674,6	1686,6	655,9	13,01389	0,06	1	0,06	1
9	1-2	3,2	16	183,9	459,7	201,117	4,48922	0,053	1	0,053	1
12	1-2	33,48	167,4	3080,6	7701,57	322,049	0,68708	0,558	1	0,558	1
12	3	38,88	194,4	3577,5	8943,76	322,049	0,59165	0,648	1	0,648	1
13	1	270	1350	498,4	1246,05	6,461	0,00171	4,5	1	4,5	1
19	1-2	1	5	44,4	111,12	155,568	11,112	0,017	1	0,017	1
23	1-2	32	160	864,0	1728	108	0	0,533	1	0,533	1
24	1	72,6	363	2005,2	4010,42	110,48	0	0,605	2	0,605	2
25	1-2	26,2	131	397,6	993,9	53,109	0,14479	0,437	1	0,437	1
27	1-2	13,2	66	383,2	766,39	116,12	0	0,22	1	0,22	1
28	1-2	2	10	203,3	508,27	355,789	12,70675	0,033	1	0,033	1
29	1-4	3,6	18	132,1	330,3	128,45	2,54861	0,06	1	0,06	1
30	1-3	1,6	8	29,1	72,74	63,644	2,84125	0,027	1	0,027	1
31	1-2	6,6	33	246,3	615,75	130,613	1,41356	0,11	1	0,11	1
32	1-2	1	5	18,2	45,46	63,644	4,546	0,017	1	0,017	1
32	3	2	10	36,4	90,92	63,644	2,273	0,033	1	0,033	1
34	1-3	8	40	94,5	236,32	41,356	0,36925	0,133	1	0,133	1
34	4-5	7	35	82,7	206,78	41,356	0,422	0,117	1	0,117	1
35	1-2	37,53	187,65	613,1	1634,81	54,45	0,14508	0,626	1	0,626	1
35	3	52,92	264,6	864,4	2305,2	54,45	0,10289	0,882	1	0,882	1
42	1-2	22	112	2311,4	5778,46	361,606	1,15452	0,373	1	0,373	1
42	3	25	123	2539,7	6349,28	361,606	1,05073	0,41	1	0,41	1
43	1	38	190	4802,4	12005,9	442,323	0,83143	0,633	1	0,633	1
47	1-2	24,65	123,25	1531,2	3827,9	217,406	0,62998	0,411	1	0,411	1
47	3	35,36	176,8	2196,4	5491,05	217,406	0,43917	0,589	1	0,589	1
47	4-6	24,65	123,25	1531,2	3827,9	217,406	0,62998	0,411	1	0,411	1
48	1	43,8	219	1918,4	4796,1	153,3	0,25	0,73	1	0,73	1
50	1-2	20	100	25,6	64	4,48	0,016	0,333	1	0,333	1
50	3-4	27,2	136	34,8	87,04	4,48	0,01176	0,453	1	0,453	1
54	1-2	8,7	43,5	169,0	422,6	68,005	0,55833	0,145	1	0,145	1
58	1-4	11	55	593,8	1484,56	188,944	1,22691	0,183	1	0,183	1
60	1	38	188	996,8	2076,62	103,8512	0,02939	0,209	3	0,209	3
60	2	37	187	992,8	2068,33	103,8512	0,02951	0,208	3	0,208	3
60	3	38	189	1004,0	2091,75	103,8512	0,02918	0,21	3	0,21	3
60	4	61	304	1614,3	3363,19	103,8512	0,01815	0,338	3	0,338	3

Usina	Unid.	Limites de geração		Custo partida	Custo de geração			Curva de acionamento		Curva de desligamento	
		\underline{gt}	\overline{gt}	C_f	c_0	c_1	c_2	$\overline{\Delta t}$	t^{up}	$\underline{\Delta t}$	t^{down}
		MW	MW	R\$	\$/h	\$/MWh	\$/MW ² h	MW/min	h	MW/min	h
62	1-8	9,5	47,5	342,0	855	126	0,94737	0,158	1	0,158	1
63	1	30	150	842,2	1871,55	106,0545	0,10398	0,5	1	0,5	1
63	2	15,2	76	426,7	948,25	106,0545	0,20521	0,253	1	0,253	1
64	1	32	161	449,6	1124,01	49	0,10898	0,535	1	0,535	1
68	1-4	15,3	76,5	237,0	592,57	54,222	0,25314	0,255	1	0,255	1
72	1-4	19,1	95,5	3750,9	9377,24	687,337	2,57045	0,318	1	0,318	1
74	1-3	6	30	281,4	703,53	164,157	1,95425	0,1	1	0,1	1
74	4	12,24	61,2	574,1	1435,2	164,157	0,95797	0,204	1	0,204	1
84	1	14	69	208,70	491,07	55,2265	0,19389	0,23	1	0,23	1
84	2	14	69	210,5	495,23	55,2265	0,19226	0,232	1	0,232	1
84	3	14	69	209,3	492,53	55,2265	0,19331	0,23	1	0,23	1
84	4	14	70	211,6	497,89	55,2265	0,19123	0,233	1	0,233	1
84	5	14	69	210,2	494,59	55,2265	0,19251	0,231	1	0,231	1
87	1-2	16,8	84	965,4	2413,4	201,117	0,85509	0,28	1	0,28	1
90	1	9	46	184,0	459,93	70,28	0,54792	0,153	1	0,153	1
90	2	9	45	180,8	451,92	70,28	0,55763	0,15	1	0,15	1
90	3	9	46	185,1	462,67	70,28	0,54467	0,154	1	0,154	1
90	4	9	46	186,2	465,51	70,28	0,54134	0,155	1	0,155	1
90	5	9	47	187,6	469	70,28	0,53732	0,156	1	0,156	1
90	6	9,3	46,5	186,7	466,86	70,28	0,53978	0,155	1	0,155	1
90	7	9	46	186,6	466,56	70,28	0,54013	0,155	1	0,155	1
90	8	9	46	184,3	460,68	70,28	0,54703	0,153	1	0,153	1
90	9	9	46	184,7	461,76	70,28	0,54575	0,153	1	0,153	1
90	10-11	9	46	182,9	457,25	70,28	0,55113	0,152	1	0,152	1
90	12	9	44	177,2	442,93	70,28	0,56894	0,147	1	0,147	1
90	13	9	46	186,5	466,21	70,28	0,54054	0,155	1	0,155	1
90	14	9	46	186,4	466,11	70,28	0,54066	0,155	1	0,155	1
90	15	9	46	183,4	458,43	70,28	0,54972	0,152	1	0,152	1
90	16	9	47	189,1	472,76	70,28	0,53304	0,157	1	0,157	1
90	17	9	46	185,2	463,08	70,28	0,54419	0,154	1	0,154	1
90	18	9	46	186,1	465,2	70,28	0,54171	0,154	1	0,154	1
90	19-29	9	47	189,8	474,47	70,28	0,53113	0,158	1	0,158	1
96	1-2	42,5	212,5	5371,1	13427,6	442,323	0,7434	0,708	1	0,708	1
96	3	42,5	212,5	5371,1	13427,6	442,323	0,7434	0,708	1	0,708	1
171	1	80	400	168,0	420	7,35	0,00656	1,333	1	1,333	1
172	1	20	100	170,4	426	29,82	0,1065	0,333	1	0,333	1
173	1	40	200	595,2	1488	52,08	0,093	0,667	1	0,667	1
174	1	33,8	169	912,6	1825,2	108	0	2,19	5	0,113	5

8.2 Descrição dos Problemas Resolvidos

Para fins comparativos, o sistema descrito na seção anterior foi otimizado considerando 3 opções diferentes de despacho, conforme se considera ou não a rede elétrica e as restrições de UC térmico. As denominações dos 3 casos originados é mostrada na Tabela 8.5. Ressalta-se que o caso de referência, objeto de estudo deste capítulo e denominado de caso base (1), é o caso Com Rede – Com UCT.

Tabela 8.5– Denominações dos casos estudados no capítulo 8.

	Com UCT	Sem UCT
Com rede	Caso base (1)	2
Sem rede	3	-

8.3 Estratégias de Resolução Aplicadas

Foram aplicadas as seguintes estratégias de resolução:

- estratégia *3uni*, utilizando como ponto inicial para a RP o ponto convexificado \hat{x} , que foi a alternativa que apresentou os melhores resultados no capítulo 7;
- estratégia *3usi*, também iniciando a RP com o ponto convexificado \hat{x} .

8.4 Resultados

8.4.1 Acurácia na otimização

Para estes estudos, não se conhece o valor da solução ótima, já que o problema não pode ser resolvido por PDD e, naturalmente, não há um outro trabalho na literatura que tenha considerado estes mesmos casos.

Como forma alternativa de avaliação da performance das estratégias propostas, compara-se a diferença entre os limites inferior (*LINF*) e superior (*LSUP*) para a solução ótima, fornecidos, respectivamente, pelas etapas de RL e RP. Como já foi mencionado, esta diferença é um limite superior para o *gap* de dualidade intrínseco do problema, ou seja, para a diferença entre a solução ótima do problema e a solução ótima de uma versão convexificada do problema.

Outro aspecto que se avaliou nestes estudos é o de quando deve haver a transição entre as etapas de RL e de RP. Quanto mais rígida for a tolerância utilizada para o critério de parada do método de feixes, mais tempo o algoritmo levará para encontrar a solução ótima, no entanto espera-se que a qualidade da solução dual e da pseudo-solução primal sejam superiores, segundo os critérios avaliados no capítulo 7. Há portanto uma compensação entre qualidade da solução dual e custo computacional. Para avaliar esta questão, executou-se o caso base com uma tolerância muito baixa para a etapa de RL, interrompendo sua execução, entretanto, após um número de iterações, cujos valores

adotados foram 1, 50, 100, 200, 300, 400, 500, 1000 e 2000. Os resultados encontrados em cada situação, para as estratégias *3usi* e *3uni*, são mostrados na Tabela 8.6.

Tabela 8.6 – Avaliação dos valores ótimos obtidas nas etapas de RL e de RP, em função do número de iterações realizadas na etapa de RL.

		Número de iterações para a etapa de RL								
		1	50	100	200	300	400	500	1000	2000
<i>3uni</i>	<i>LINF</i>	13.929,4	13.970,3	13.971,8	13.972,0	13.972,1	13.972,4	13.972,5	13.972,7	13.972,7
	<i>LSUP</i>	NO	NO	13.973,6	13.973,5	13.973,0	13.972,9	13.972,9	13.972,8	13.972,8
	<i>gd</i> (%)	NO	NO	2,44	2,04	1,24	0,68	0,55	0,14	0,14
	<i>t</i> -RL (seg)	62	1041	1995	2141	2752	3920	5241	6992	17540
	<i>t</i> -RP (seg)	450	587	974	1760	1140	1220	748	194	180
<i>3usi</i>	<i>LINF</i>	13.929,5	13.969,4	13.969,4	13.971,6	13.972,0	13.972,3	13.972,6	13.972,7	13.972,7
	<i>LSUP</i>	NO	NO	13.974,1	13.973,8	13.972,9	13.973,0	13.972,9	13.972,8	13.972,8
	<i>gd</i> (%)	NO	NO	6,70	3,15	1,31	1,01	0,44	0,15	0,15
	<i>t</i> -RL (seg)	44	816	841	1562	2246	2814	3457	6720	13527
	<i>t</i> -RP (seg)	310	420	750	1341	766	922	861	206	184

NO: não obtido

Para o cálculo do *gap de dualidade* (*gd*), subtraiu-se, dos valores de *LINF* e *LSUP*, o valor do custo futuro, que varia de um caso para outro. O *gd* intrínseco ao problema parece ser em torno de 0,15%, valor que é bem inferior aos *gaps* reportados na literatura, em torno de 1%. Talvez uma justificativa seja o fato do percentual de usinas térmicas no sistema brasileiro (em cujas restrições se encontram as variáveis inteiras do problema) ser significativamente menor do que nos demais trabalhos.

Observa-se que, para alguns casos, principalmente quando a RL foi executada com um número muito baixo de iterações, o limite superior não foi obtido. Isto significa que, antes de se atingir a tolerância para a norma do vetor de inviabilidade (a qual foi estabelecida pelo mesmo critério descrito na seção 7.1.3.2), na etapa de RP, não se

conseguiu resolver um dos subproblemas quadráticos $[H_c^{(k)}]$ e $[E_c^{(k)}]$ ¹. Este fenômeno pode estar relacionado aos seguintes aspectos:

- **inicialização inadequada para a etapa de RP:** se as estimativas iniciais $(y^{(0)}, gt^{(0)}, z^{(0)}, gh^{(0)})$ para o valor das variáveis primais forem ruins, um grande número de iterações será necessário na etapa de RP. Como o parâmetro c cresce ao longo das iterações, pode haver um mau condicionamento da matriz Hessiana da função objetivo nos subproblemas quadráticos $[H_c^{(k)}]$ e $[E_c^{(k)}]$, para valores grandes de k ;
- **deficiências do pacote de programação quadrático utilizado:** embora não tenham sido observadas, nos estudos realizados no capítulo 7, dificuldades na resolução de $[H_c^{(k)}]$ e $[E_c^{(k)}]$ até se atingir a tolerância especificada para a RP, no caso real com o sistema brasileiro dificuldades surgiram;
- **dificuldades intrínsecas na resolução dos subproblemas:** deve-se ressaltar que o subproblema $[E_c^{(k)}]$ é um fluxo de potência ótimo DC de grande porte, com consideração dos limites de fluxos nos circuitos e custos quadráticos. Já o subproblema $[H_c^{(k)}]$ se assemelha a um problema de fluxo em redes de mínimo custo (vide seção 3.3.5.2) com restrições laterais, e também é de grande porte.

Para evitar os problemas do primeiro item, deve-se realizar a maximização da função dual, na etapa de RL, com grande precisão, porem observando-se o compromisso entre tempo e qualidade da solução mencionadas anteriormente. Para resolver o segundo e terceiro itens, poderia-se pensar, a princípio, em testar um outro pacote. No entanto, talvez não seja a melhor opção resolver os subproblemas por um algoritmo genérico de programação quadrática, mas sim por alguns dos algoritmos discutidos no capítulo 3, que sejam mais adequados à estrutura dos subproblemas considerado.

Uma outra opção seria utilizar uma penalização exata, ao invés de uma penalização quadrática, para a heurística de separação dos subproblemas (eqs. (6.17) e (6.18)), o que os transformariam em problemas de PL. No entanto, deve-se estudar a melhor forma de se fazer isto, já que o princípio do problema auxiliar, utilizado nesta tese para esta separação, assume uma penalização quadrática.

¹ a resolução do terceiro subproblema, $[T_c^{(k)}]$ é feita de forma rápida e eficiente pelo algoritmo de PD implementado.

Os tempos mostrados na Tabela 8.6 são um pouco elevados, já que, para um problema de programação diária, que deve ser executado diariamente, seria razoável que o problema fosse resolvido em minutos, ao invés de em horas. No entanto, observa-se que o limite inferior *LINF* para o valor da solução ótima não sofre acréscimos significativos a partir de por volta da iteração 500. Isto foi observado também para os valores das variáveis duais e primais do problema.

Na Figura 8.3, mostram-se, em traço grosso, os resultados para a geração, ao longo do dia, de Itaparica (uma das principais usinas do NE) obtida pela etapa de RP após 1, 100 e 500 iterações da etapa de RL, para a estratégia *3usi*. Em traço fino, mostram-se, como referência, os resultados da RP obtidos após 2000 iterações da etapa de RL. Análises semelhantes são feitas na Figura 8.4, para a usina de Itaipu (a maior usina em capacidade instalada do SIN) para a estratégia *3uni*, e na Figura 8.5, em relação ao custo marginal de operação do subsistema SE.

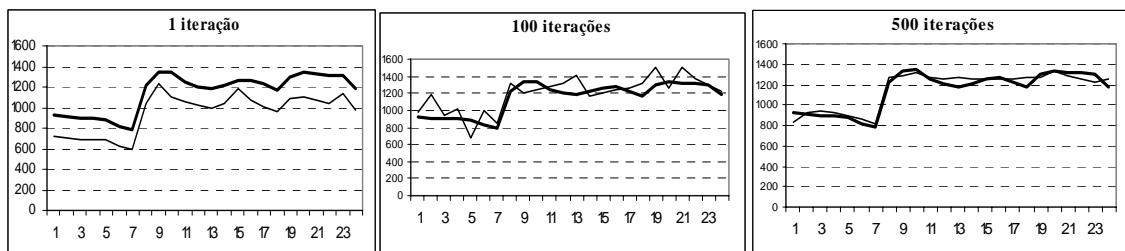


Figura 8.3 – Geração da usina de Itaparica ao longo do dia, obtida pela etapa de RP após 1, 100 e 500 iterações da etapa de RL(traçó grosso), comparada com a obtida após 2000 iterações (traço fino) – Estratégia *3usi*.

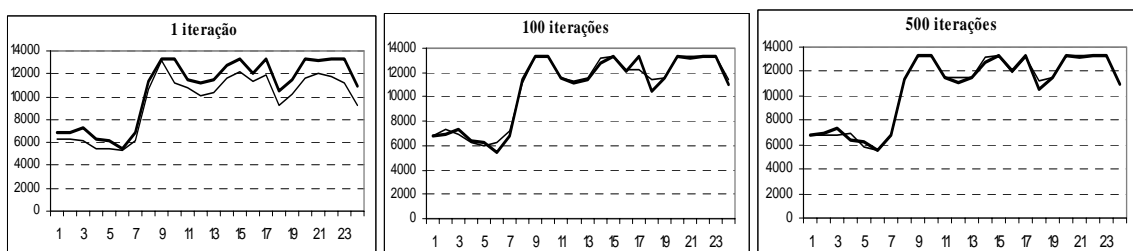


Figura 8.4 – Geração da usina de Itaipu ao longo do dia, obtida pela etapa de RP após 1, 100 e 500 iterações da etapa de RL(traçó grosso), compara com a obtida após 2000 iterações (traço fino) – Estratégia *3uni*.

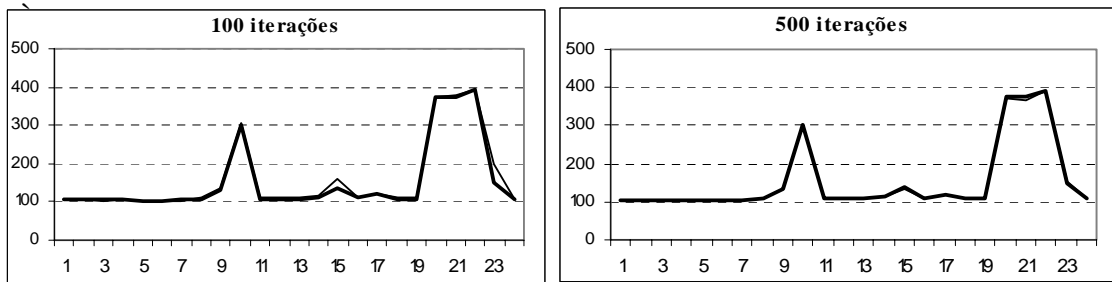


Figura 8.5 – Custo marginal da operação obtido para o subsistema SE, após 100 e 500 iterações da etapa de RL (traço grosso), comparada com a obtida após 2000 iterações (traço fino) – Estratégia 3usi.

Percebe-se que, após 500 iterações, que leva um pouco menos de 1 hora de execução para o caso 3usi, já se tem resultados tanto primais e duais bastante aderentes aos obtidos com 2000 iterações da etapa de RL. O comportamento mostrado nas figuras acima foi observado em geral para as demais usinas do SIN.

8.4.2 Processo de convergência

Apresenta-se, na Figura 8.6 e na Figura 8.7, respectivamente, o processo de convergência na etapas de RL e na etapa de RP, para o caso-base.

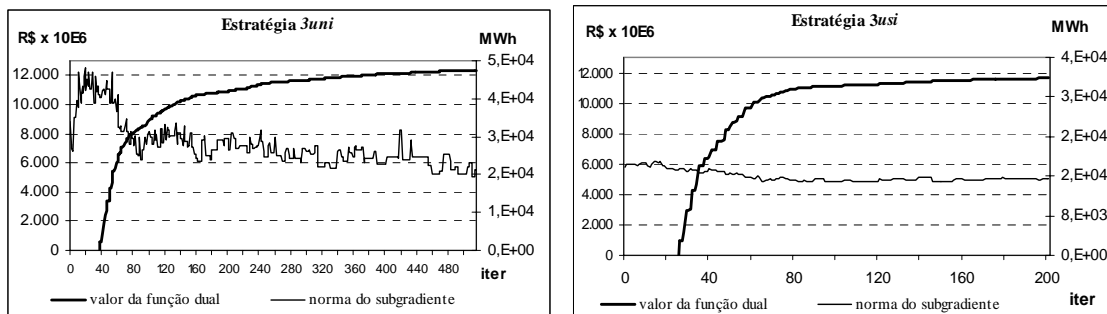


Figura 8.6 – Processo de convergência para o caso completo com o SIN, considerando a rede elétrica e restrições de UC térmico (caso-base).

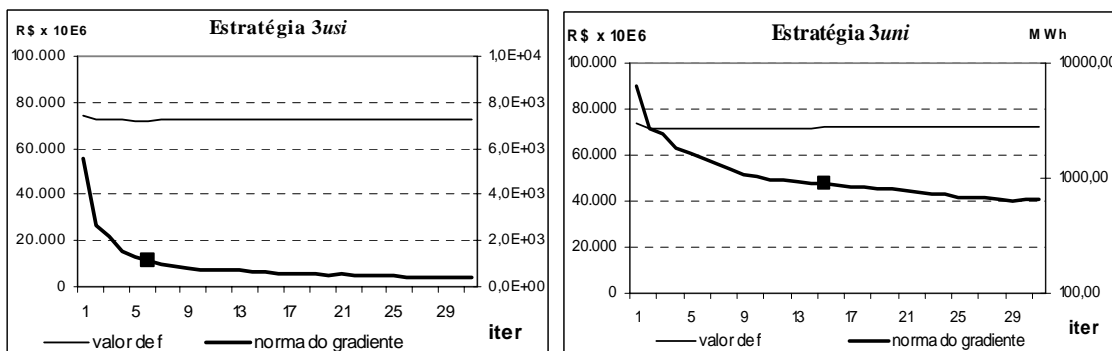


Figura 8.7 – Processo de convergência para o caso completo com o SIN, considerando a rede elétrica e restrições de UC térmico (caso-base)

Para ambas as etapas, o comportamento não difere muito, em linhas gerais, dos estudos realizados no capítulo anterior (vide seção 7.4.1).

8.4.3 Análise de sensibilidade da consideração de restrições de UC térmico

Esta seção tem o objetivo de mostrar a importância da consideração das restrições de *unit commitment* para as unidades geradoras térmicas no cálculo do despacho centralizado em sistemas hidrotérmicos. Para tal, compararam-se, para algumas unidades térmicas, os resultados do caso base com os obtidos no caso 2 da Tabela 8.5 (com rede elétrica e sem restrições de UC).

A Figura 8.8 a seguir mostra os resultados de geração de uma unidade da usina térmica de P. Médici, no subsistema SE, e de uma unidade da usina térmica de Ibirité, no subsistema S. Para facilitar a interpretação dos resultados, mostra-se também a variação do CMO de cada subsistema.

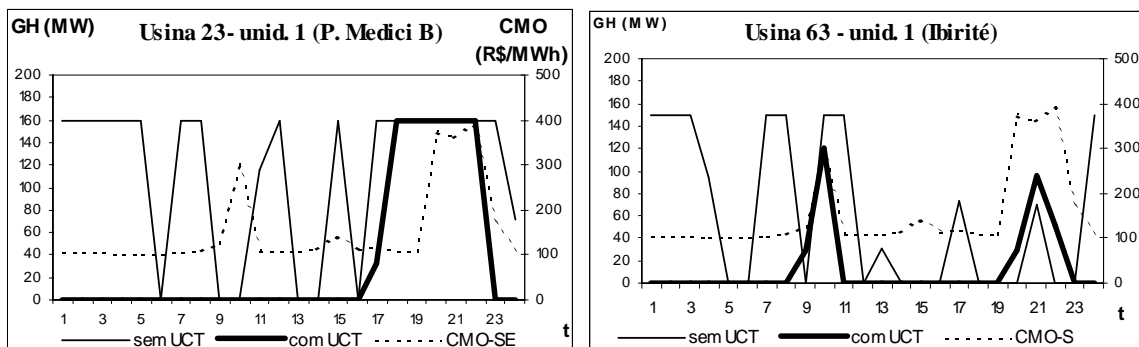


Figura 8.8 – Operação de uma unidade térmica das usinas de P. Médici B e Ibirité.

Em linha fina, mostram-se os resultados sem restrições de UCT. Ou seja, não há geração mínima, custos fixos ou custos de partida para as unidades. Observa-se uma tendência de ambas as unidades operarem no máximo ou no mínimo (efeito “bang-bang”)¹. De fato, na etapa de RL este fenômeno sempre ocorreu. Porém, ao se buscar um ponto primal viável na etapa de RP, deve-se lembrar que o problema a se resolver é quadrático, razão pela qual pode haver alguns valores intermediários no ponto final obtido.

¹ Atenta-se para o fato de que algumas restrições de limite de fluxo em linhas da rede elétrica podem forçar uma unidade geradora térmica a operar aquém da sua capacidade, mesmo tendo custo inferior ao custo marginal do sistema.

Quando se adicionam as restrições de UC térmico, o comportamento oscilatório das gerações não é permitido, devido às rampas para tomada e alívio de carga, que duram 1 hora cada (vide Tabela 8.4). Ao se resolver o problema, portanto, o modelo de otimização desenvolvido escolhe qual medida tomar nos períodos em que originalmente ocorria o bang-bang. Mais precisamente, o algoritmo pode optar por manter a unidade ligada, e desta forma arcar com os custos de geração mínima e custos fixos de operação da unidade, ou desligá-la, arcando com o custo de acionamento antes do período de ponta da demanda. Observa-se que o método escolheu por manter ambas as unidades desligadas nos intervalos de menor demanda (que correspondem aos períodos de menor valor para o CMO), com a diferença de que a unidade de Ibirité foi acionada duas vezes, enquanto que P. Medici só foi acionada no período de ponta.

A Figura 8.9 ilustra dois comportamentos no sentido contrário, ou seja, a escolha de manter a unidade acionada. Ambas as unidades de J. Lacerda e Canoas oscilam, no caso sem restrições de UC, entre os intervalos 8 e 17, e a melhor estratégia desta vez foi de manter a unidade acionada neste período, gerando no seu valor mínimo para aqueles intervalos onde, no problema contínuo, a unidade gerava zero.

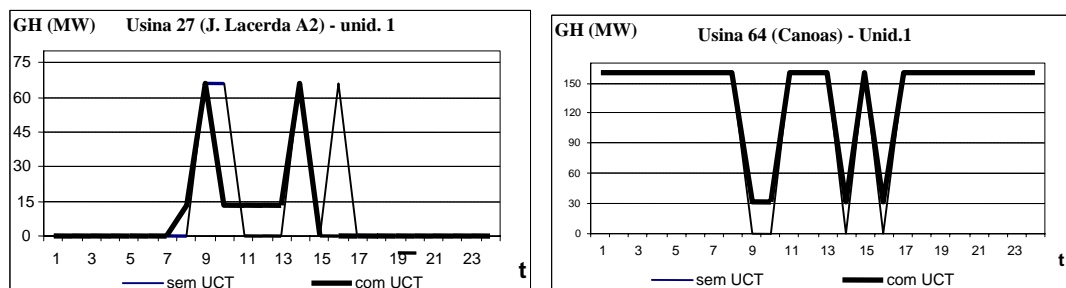


Figura 8.9 – Operação de uma unidade térmica das usinas de J. Lacerda A2 e Canoas.

A inclusão de custos quadráticos de geração também influencia positivamente para amortecer o “bang-bang” das usinas, principalmente para aquelas cujos custos incrementais se situam próximos dos valores de CMO obtidos ao longo do dia. A Figura 8.10 ilustra este comportamento para uma unidade geradora da usina térmica de Uruguaiana e uma da usina térmica de Macaé. Nota-se que, para a unidade de Macaé, houve um desligamento entre os intervalos 20 e 22, provavelmente devido à existência de restrições da rede elétrica nesse período.

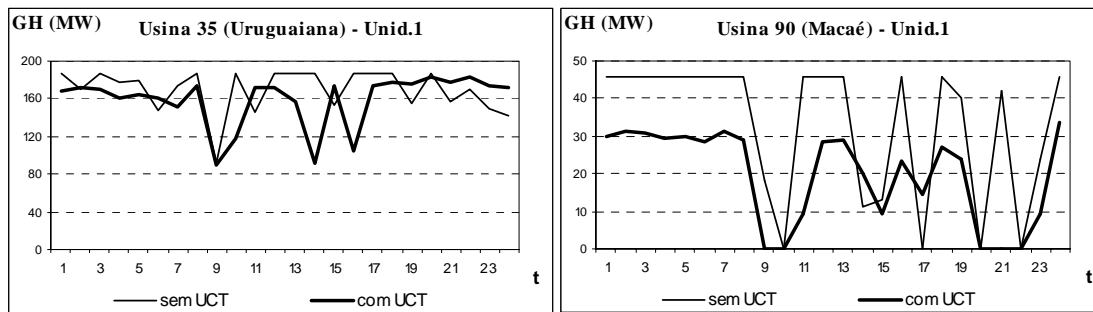


Figura 8.10 – Operação de uma unidade térmica de Uruguaiana e Macaé.

Uma observação é importante. Embora este trabalho já seja um grande avanço no sentido de aperfeiçoar a modelagem da operação das unidades térmicas, ainda não se consideram as restrições de rampa de geração quando a unidade está acionada (consideram-se apenas as rampas para acionamento e desligamento). A ausência destas restrições pode levar a uma operação ainda não muito realista, como por exemplo a que se observa para a unidade de Canoas, que oscila quatro vezes entre os valores de geração mínima e máxima entre os intervalos 13 a 17. A inclusão das restrições de rampa poderia inclusive alterar os status das unidades. Por exemplo, a imposição de rampas muito rígidas para J. Lacerda A2 poderia fazer o modelo “desistir” de acioná-la, uma vez que sua potência máxima só foi aproveitada nos intervalos 9 e 14 para o caso considerado.

Outro aspecto que deve ser ressaltado é que, como o sistema brasileiro é predominantemente hidroelétrico, e pelas razões mencionadas na seção 7.2.1, das 123 unidades do sistema, apenas 14 unidades tiveram variações no seu status (ligada ou desligada) ao longo do dia. O restante das unidades geradoras térmicas permaneceram ou desligadas ou em sua geração máxima durante todo o dia.

8.4.4 Análise de sensibilidade da consideração da rede elétrica

Nesta seção, procura-se mostrar a importância da consideração da rede elétrica no cálculo do despacho otimizado do sistema. Para tal, comparam-se os resultados do caso-base (com UC térmico e com rede elétrica) com os obtidos para o caso 3 da Tabela 8.5 (com UC térmico e sem rede elétrica).

Escolheram-se dois aspectos que são considerados pelo ONS como fundamentais para a operação do sistema: o custo marginal e o intercâmbio entre as regiões S/SE e as regiões N/NE, representado na modelagem pelo intercâmbio SE-FC, comumente chamado de linha “Norte-Sul”.

A avaliação comparativa dos respectivos CMO's não é simples, pois no caso com rede elétrica, tem-se um CMO para cada barra do sistema, enquanto no caso sem rede tem-se apenas um CMO para cada subsistema. Para fazer essa comparação, escolheu-se a barra de referência do sistema, situada na usina de Ilha Solteira. Os resultados comparativos entre os valores do CMO nesta barra para o caso-base e do CMO do subsistema SE para o caso 3, ao longo do dia, são mostrados na Figura 8.11.

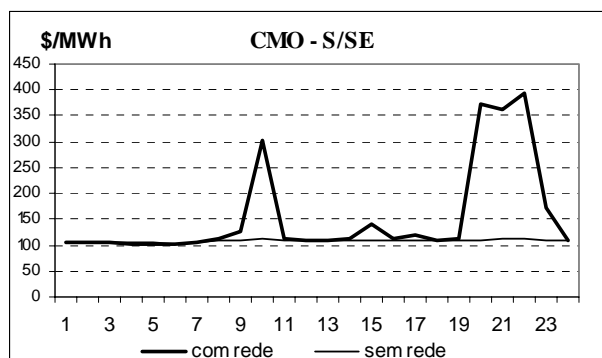


Figura 8.11 – Comparação entre o custo marginal do subsistema SE (caso sem rede) e o custo marginal da barra de referência do SE (caso com rede).

Observa-se que, nos períodos de demanda mais baixa (até as 8h e entre as 13h as 18h), os CMO's são quase iguais, se diferenciando significativamente nos períodos de carga mais pesada, notadamente no horário de ponta de demanda, entre as 19 e 23 horas. Deve-se ressaltar, entretanto, que o valor bastante elevado do CMO no caso-base deve estar sendo influenciado por possíveis restrições de limite de fluxo em algumas linhas próximas à barra de referência.

Em relação ao intercâmbio entre os subsistemas SE e FC, os valores obtidos pelo modelo no caso-base e no caso 3 são mostrados na Figura 8.12 a seguir.

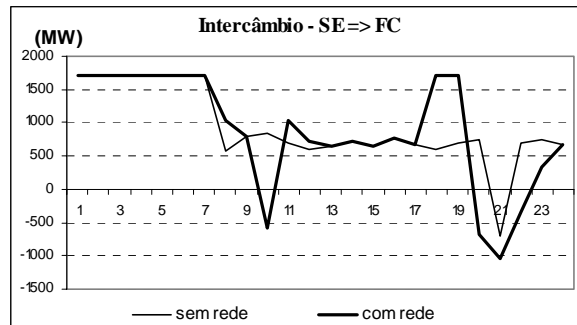


Figura 8.12 – Comparação entre os valores de intercâmbios na linha Norte-Sul (sentido SE=>FC) do caso-base e do caso 3.

Apesar dos resultados com ou sem rede elétrica apresentarem uma certa proximidade (o que é de se esperar, pois a necessidade de intercâmbio entre os subsistemas surge a partir de questões energéticas), podem-se perceber algumas diferenças importantes, novamente para os horários de ponta da demanda.

8.5 Considerações Finais

Neste capítulo, exemplificou-se a utilização da metodologia proposta nesta tese para a resolução de um problema real de programação da operação do sistema elétrico brasileiro, considerando restrições de *unit commitment* térmico e uma modelagem detalhada da rede elétrica. As características do processo de convergência, mostradas na seção 8.4.2, não variaram muito em relação aos resultados do capítulo 7, havendo entretanto um acréscimo razoável no tempo computacional para resolver o problema.

Observou-se, no problema em estudo, um valor bastante reduzido (0,15%) para o limite superior do *gap* de dualidade, ou seja, a diferença entre os limites inferior e superior para a solução ótima do problema. Este resultado, no entanto, pode estar influenciado pela pequena participação das usinas térmicas (em cuja modelagem se localizam as variáveis inteiras do problema) na composição do parque gerador brasileiro.

Ilustra-se, nas seções 8.4.3 e 8.4.4, a importância da consideração tanto das restrições de *unit commitment* térmico como da representação da rede elétrica no problema de programação da operação de sistemas hidrotérmicos. Embora o tempo computacional ainda não seja o ideal para um modelo de programação diária, este pode ser reduzido, como por exemplo com a aplicação de processamento paralelo para a resolução dos subproblemas em cada iteração de maximização da função dual, aspecto que não foi explorado neste trabalho.

9 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Este trabalho teve por objetivo propor uma estratégia de decomposição para a resolução do problema de programação diária da operação (PDO) com um horizonte de estudo de 1 dia e discretização horária, considerando simultaneamente:

- restrições de *unit commitment* (UC) térmico;
- uma modelagem detalhada das usinas hidroelétricas;
- uma representação DC da rede elétrica.

A estratégia de resolução se baseia na técnica de Relaxação Lagrangeana (RL), que é uma das técnicas que têm apresentado melhores resultados na literatura para a resolução do problema de PDO para sistemas de grande porte e com formulação complexa, conforme o estudo bibliográfico exaustivo apresentado nos capítulos 3 e 4. Ao invés de adotar o procedimento mais usual na literatura, que consiste em relaxar as restrições de demanda e de reserva, propõe-se uma estratégia de decomposição por duplicação de variáveis. Apesar desta estratégia já ter sido aplicada na literatura para problemas de *unit commitment* térmico [360] em sistemas puramente termoelétricos, e para a consideração de restrições de *unit commitment* hidroelétrico e/ou termoelétrico em sistemas hidroelétricos e hidrotérmicos (vide [15], [344], [398] e seção 4.11), este trabalho de tese é o primeiro a apresentar resultados contundentes para problemas de grande porte com representação da rede elétrica e considerando uma modelagem detalhada tanto do parque hidroelétrico como das unidades geradoras térmicas.

A decomposição proposta para o problema, na etapa denominada de RL, resulta em 3 subproblemas locais separáveis: um puramente termoelétrico, um puramente hidroelétrico, e um subproblema elétrico. A vantagem desta estratégia consiste em separar as restrições lineares e com variáveis contínuas das restrições não lineares e/ou que envolvem variáveis binárias na sua formulação. Desta forma, permite-se a aplicação das técnicas de otimização mais apropriadas para cada subproblema, que concentra apenas uma das dificuldades mencionadas (por exemplo, o subproblema ou é um problema de programação linear (PL) de grande porte, ou é um problema de programação não linear (PNL) com variáveis inteiras, de pequeno porte). A coordenação entre os subproblemas é feita resolvendo-se um problema dual, não

diferenciável, pelo método de feixes. As boas propriedades deste método, descritas na seção 4.5.4 e confirmadas pela análise dos resultados dos capítulos 7 e 8, garantem uma resolução acurada do problema dual.

Como a aplicação pura da técnica de RL não garante um ponto primal viável, realiza-se uma etapa posterior de resolução do problema, denominada etapa de recuperação primal (RP), onde se introduzem termos de penalização quadráticos para as restrições relaxadas. Com a aplicação da técnica de Lagrangeano aumentado, combinada com um procedimento heurístico, decompõe-se o problema em subproblemas de programação quadrática (contínua ou 0-1). O problema dual associado é resolvido por uma variante inexata do método do gradiente. Esta segunda etapa garante a obtenção de um ponto primal viável e que, em princípio, encontra-se perto do ótimo do problema primal.

A performance de ambas as etapas que compõem a estratégia proposta para resolução do problema foram analisadas cuidadosamente no capítulo 7, onde se realizaram estudos comparativos com outras duas estratégias propostas em trabalhos anteriores, dos quais o autor desta tese é co-autor. Avalia-se o comportamento da etapa de RL em relação aos principais aspectos que têm sido apontados na literatura como deficiências da RL: a inviabilidade do pseudo-ponto primal obtido ao final do processo de maximização da função dual, o comportamento oscilatório das variáveis primais em relação aos valores dos multiplicadores, e a convergência lenta para a resolução do problema dual. Para a etapa de RP, compara-se a solução final obtida e o seu custo associado com os valores encontrados resolvendo-se o problema por programação dinâmica dual, para a qual adotou-se uma precisão bastante elevada para a otimalidade do problema.

Finalmente, estudos de caso com o sistema brasileiro completo foram apresentados no capítulo 8, incluindo restrições de *unit commitment* térmico e uma representação DC da rede elétrica. Consideraram-se restrições de limite de fluxo para as linhas, além da representação de usinas em cascata e uma modelagem acurada da geração hidroelétrica como uma função tri-dimensional do volume armazenado, turbinamento, e vertimento (função *FPHA*, eq. (5.8)).

9.1 Conclusões

Os estudos de caso realizados nos capítulos 7 e 8 permitem que se façam as seguintes conclusões:

- as duas estratégias propostas nesta tese, denominadas *3uni* e *3usi*, apresentam uma elevada acurácia para resolver o problema de PDO, conforme os resultados apresentados na seção 7.2;
- a estratégia 2, proposta em [15] e que considera apenas duplicação das variáveis de geração térmica, inegavelmente produz, para problemas puramente lineares, melhores resultados do que os dois modelos propostos neste trabalho. Entretanto, com a estrutura proposta na estratégia 2 não é possível se considerar a modelagem da rede elétrica, já que sua inclusão tornaria a resolução de um de seus subproblemas associados (denominado de $[HT]$) muito complexa. Além disso, inclusões futuras de restrições de *unit commitment* hidroelétrico seriam proibitivas. Portanto, apesar dos bons resultados, a estratégia 2 é recomendável apenas para subsistemas com predominância térmica (que não é o caso do SIN), onde o detalhamento das restrições para as usinas termoeletricas é mais importante do que o das restrições hidroelétricas;
- entre as duas estratégias propostas nesta tese, que permitem a separação do problema em um subproblema puramente hidroelétrico $[H]$ (com ou sem discriminação das unidades), um subproblema puramente térmico $[T]$ e um subproblema para a rede elétrica $[E]$, a estratégia de consideração de multiplicadores por usina, *3usi*, apresentou melhor performance, pois conseguiu resultados quase tão bons quanto a estratégia *3uni* e com um menor esforço computacional para a etapa de RL. A limitação da estratégia *3usi* é que os subproblemas $[E]$ e $[H]$ apresentam multiplicadores λ_H idênticos para as unidades de uma mesma usina hidroelétrica, o que aumenta o grau de inviabilidade da pseudo-solução primal;
- o maior grau de inviabilidade da pseudo-solução primal, que constitui uma desvantagem da estratégia *3usi* em relação à estratégia *3uni*, pode ser reduzido inserindo aprimoramentos adicionais na modelagem do problema, como uma discretização mais fina na FPHA e a criação de unidades artificiais (seção 7.3.3), a fim de introduzirem mais vértices no poliedro viável do PL correspondente ao subproblema $[H]$. Em termos de tempo computacional, o custo destas alternativas pode no entanto ser elevado, segundo ilustrado na seção 7.6.2. Portanto, o melhor procedimento consiste em se realizar um estudo detalhado e individual para cada

usina, a fim de identificar aquelas em que realmente haveria uma vantagem significativa em se introduzir um e/ou outro artifício;

- os dois aprimoramentos na modelagem do problema mencionados no item anterior também são eficazes para diminuir o aspecto oscilatório da técnica de RL aplicada nesta tese (seção 7.5), o que torna a metodologia proposta mais robusta em relação ao critério de parada, tanto em relação aos valores das variáveis primais quanto em relação ao custo marginal de operação encontrado ao final da etapa de RL;
- os impactos da consideração das restrições de unit *commitment* para a operação das unidades gerações térmicas são sensíveis quando há oscilações significativas de custo marginal de operação ao longo do dia, conforme mostrado na seção 8.4.3. Ainda hoje, a participação térmica no parque gerador brasileiro é pequena. No caso estudado no capítulo 8, referente a outubro de 2006, o percentual de geração térmica é da ordem de 12% da demanda total do sistema. No entanto, a tendência é de um crescimento nesse percentual para o futuro, dada a dificuldade na implantação de novas usinas hidroelétricas de grande porte, em função de uma maior preocupação com os impactos ambientais. Portanto, cresce a necessidade da incorporação de uma modelagem mais detalhada da operação das unidades geradoras térmicas no cálculo do despacho hidrotérmico centralizado;
- os resultados da seção 8.4.4 mostram a necessidade de se incorporar a modelagem da rede elétrica no cálculo da programação da operação. A resolução de ajustes *a posteriori* dos resultados de uma programação calculada sem a rede elétrica, para comportar as restrições da rede (como tem sido proposto em alguns trabalhos na literatura) pode levar a resultados razoavelmente afastados do ponto ótimo. Assim, é importante empregar uma metodologia de resolução conjunta, como a proposta neste trabalho de tese, em que os despachos ditos “energético” e “elétrico” são determinados simultaneamente;
- os tempos de resolução do problema de PDO para o caso brasileiro, com restrições de UC térmico e uma modelagem DC da rede elétrica, ainda são um pouco elevados, levando-se em consideração que, para a utilização desta metodologia na prática, o problema deve ser resolvido diariamente. Além disso, a experiência prática do autor junto à equipe de programação do Operador Nacional do Sistema mostra que é

necessário resolver este problema várias vezes por dia, já que, em geral, as restrições inicialmente adicionadas ao problema o tornam inviável, principalmente em relação aos limites de fluxo nos circuitos da rede elétrica. Assim, torna-se necessário um processo iterativo com o operador, no sentido de relaxar as restrições menos prioritárias. Entretanto, acredita-se que o tempo computacional ainda pode ser sensivelmente melhorado, realizando-se alguns dos procedimentos descritos a seguir.

9.2 Desenvolvimentos Futuros

Os aprimoramentos futuros deste trabalho são divididos em dois tipos, conforme descritos a seguir:

9.2.1 Em relação à modelagem do problema

- incluir mais restrições para as unidades geradoras termoelétricas, como as restrições de rampa de geração térmica e as restrições de tempos mínimos ligada e desligada. As primeiras envolvem um estudo mais acurado em relação à melhor forma de resolver o subproblema $[T]$, conforme discussão feita na seção 4.4.2, enquanto as últimas aumentam sensivelmente o número de estados no algoritmo de programação dinâmica utilizado para resolver o subproblema. Ressalta-se, entretanto, que os tempos computacionais para resolver $[T]$ são muito baixos (vide seção 7.6.3), portanto ainda há uma larga margem para se aprimorar a sua modelagem;
- representar de forma direta no problema as restrições não lineares da função de produção das usinas. Uma vez convexificada a região abaixo da curva por funções não lineares, o subproblema $[H]$ poderia ser resolvido por um algoritmo de programação convexa. Com isso, busca-se reduzir o grau de inviabilidade da pseudo-solução primal obtida ao final da etapa de RL, conforme estudos realizados na seção 7.3.3;
- representar os tempos de viagem da água entre usinas hidroelétricas em cascata. Para o subproblema $[H]$ da etapa de RL, este aprimoramento pode ser realizado diretamente, já que se resolve o subproblema envolvendo todos os intervalos de tempo de uma só vez, embora a adição destas restrições possa elevar o tempo de resolução do subproblema. Para a etapa de RP, no entanto, seria necessária uma mudança na forma de resolver o subproblema $[H]$, para incorporar o forte

acoplamento temporal causado por essas restrições, conforme discutido no segundo item da seção 9.2.2;

- estender a técnica de RL com duplicação de variáveis para considerar restrições de *unit commitment* (UC) hidroelétrico, motivado pelos ótimos resultados apresentados neste trabalho com a separação do problema de PDO nos subproblemas elétrico, térmico e hidroelétrico. Em [441], [145], [147], propõe-se duplicar algumas variáveis do subproblema hidroelétrico, de forma a dividi-lo em um subproblema puramente hidráulico, onde apenas a operação dos reservatórios seria representada, e um subproblema de UC hidroelétrico, onde podem-se representar as curvas de rendimento e as zonas proibidas das unidades geradoras. Em [7], fez-se um estudo detalhado da resolução de ambos os subproblemas, e os resultados são promissores para uma futura incorporação na estratégia geral de resolução do problema de PDO por RL com duplicação de variáveis. Ressalta-se que a predominância de usinas hidroelétricas no sistema brasileiro sugere que, no problema de programação diária da operação do sistema interligado nacional, as restrições de UC hidroelétrico sejam tão ou mais importantes do que as restrições de UC térmico;
- incluir na modelagem da rede elétrica, ainda sob uma abordagem DC, as expressões para as perdas elétricas nos fluxos. Em [13], trabalho do qual o autor desta tese é co-autor, propôs-se uma estratégia para representar essas perdas por uma função linear por partes, que apresentou ótimos resultados para um caso teste do IEEE de 118 barras, mas que ainda apresenta um excessivo tempo de resolução quando se considera o sistema brasileiro completo. Esta modelagem pode ser inserida no subproblema [E] tanto nas etapas de RL como de RP, necessitando no entanto ser aperfeiçoada para ser computacionalmente viável para o caso real brasileiro. Outro aspecto da rede elétrica que poderia ser incorporado futuramente, e que tem sido observado em alguns trabalhos [340]-[342], é a consideração de contingências;
- realizar estudos mais aprofundados para incluir, no subproblema elétrico, as variáveis e restrições relacionadas ao fluxo de potência reativo do sistema. Desta forma, o subproblema de cada intervalo de tempo passaria a ser um fluxo de potência ótimo AC. Para resolvê-lo, poderia-se aplicar um algoritmo de pontos interiores, como o apresentado em [202], cuja maior eficiência tem sido comprovada e

aprimorada pelo seu uso constante em vários modelos desenvolvidos pelo CEPEL para estudos com o sistema elétrico brasileiro.

9.2.2 Em relação às estratégias de resolução dos subproblemas $[H]$, $[T]$ e $[E]$ e do problema dual

- experimentar, para a resolução do subproblema $[H]$, em ambas as etapas de RL e RP, um algoritmo de fluxo em redes, cuja eficiência para resolver problemas deste tipo tem sido apontada em alguns trabalhos [212], quando comparado ao método Simplex, adotado neste trabalho. Com isto, poderia-se promover uma redução dos elevados tempos para a resolução deste subproblema, principalmente nas primeiras iterações da etapa de RL, além de favorecer um aprimoramento ainda maior na modelagem das usinas hidroelétricas, como os tempos de viagem da água discutidos no terceiro item da seção 9.2.1;
- resolver o subproblema $[H]$ da etapa de RP de uma só vez, sem realizar a decomposição heurística descrita na seção 6.4.3.1, pela qual se utiliza, para cada intervalo de tempo, uma função de custo futuro construída previamente resolvendo o problema de PDO com uma formulação linear, por programação dinâmica dual. Este aprimoramento pode ser alcançado aplicando um algoritmo de fluxo em redes não linear com restrições laterais para resolver o subproblema;
- empregar, na variante proximal do método de feixes utilizado para resolver o problema dual da etapa de RL, o artifício de compressão descrito na seção 4.5.4. Com isso, busca-se aprimorar a performance da metodologia proposta nesta tese para os casos de maior porte resolvidos no capítulo 8, os quais exigem um grande número de cortes ativos da função dual na solução ótima da etapa de RL. Ressalta-se que a variante proximal do método de feixes, empregada neste trabalho, já considera a possibilidade de compressão, apenas não foi habilitada para os estudos realizados;
- utilizar uma penalização exata (linear) para fazer a separação dos subproblemas na etapa de RP, em face das dificuldades encontradas na resolução dos subproblemas quadráticos desta etapa. Deve-se, no entanto, realizar estudos cuidadosos, já que o princípio do problema auxiliar, utilizado nesta tese para fazer esta separação, assume que se use uma penalização inexata (quadrática). A penalização por meio do uso de

funções módulo já foi testada anteriormente na literatura [130], porém sem as provas necessárias de convergência ao ponto ótimo.

- utilizar processamento paralelo para a resolução dos subproblemas em cada iteração de maximização da função dual, já que se espera um aumento no tempo computacional para a resolução de cada subproblema, ao se realizarem os aprimoramentos na modelagem mencionados na seção 9.2.1. Entretanto, os aprimoramentos citados não quebram a estrutura de separação dos subproblemas, ilustrado na Figura 6.2, a qual favorece a adoção de processamento paralelo. Pode-se experimentar também um processamento paralelo para a maximização da função dual, como a metodologia proposta em [442], aplicável para problemas primais lineares com variáveis mistas / 0-1.

9.2.3 Estudos adicionais

Estudos adicionais relacionados com a estratégia de resolução proposta nesta tese também podem ser realizados:

- comparar o grau de inviabilidade do pseudo-ponto primal (ou do ponto convexificado) obtido pela estratégia proposta nesta tese com o obtido pela estratégia tradicional de se relaxar as restrições de demanda e reserva. Nos estudos realizados na seção 7.3, analisaram-se as diferenças entre os valores de demanda em cada intervalo e a soma das gerações Z e y para este intervalo. Estas diferenças podem ser utilizadas para efeitos de comparação com o vetor subgradiente associado à solução dual obtida pela estratégia tradicional;
- comparar os resultados da estratégia proposta com os obtidos utilizando um modelo desagregado para a função dual na etapa de RL, conforme discutido na seção 4.5.4. A conclusão a respeito de qual modelo é mais adequado para a função dual (o agregado ou o desagregado), em termos de compensação entre o custo computacional e a qualidade do processo de convergência, permanece uma questão em aberto na literatura;
- comparar os resultados obtidos pelo acoplamento dual com o problema de curto prazo do planejamento da operação (que foi o adotado neste trabalho, com o uso de uma função de custo futuro), com os resultados obtidos ao se realizar o acoplamento

em sua forma primal, onde se estabelecem, para o problema de programação diária, as metas obtidas pelo modelo de curto prazo (vide seção 2.4.1). Com isso, busca-se avaliar as vantagens do acoplamento dual, principalmente para os estudos reais realizados no capítulo 8, onde a inclusão de restrições de UC térmico e da modelagem da rede elétrica pode fazer com que a solução do problema de programação diária se afaste sensivelmente do ponto obtido ao se estabelecerem as metas.

9.2.4 Consideração final

Os aprimoramentos mencionados neste capítulo se complementam, no sentido de se atingir uma meta bem mais ambiciosa, que é a de resolver o problema de programação diária da operação considerando restrições de UC térmico, restrições de UC hidroelétrico, e uma modelagem AC da rede elétrica, para sistemas de grande porte. Este problema, denominado de OPFHTUC segundo a classificação feita na seção 3.1, ainda não foi resolvido na literatura estudada até 2006, nem sequer para sistemas de pequeno porte.

10 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] WOOD, A., WOLLEMBERG, B., “Power Generation Operation and Control”, John Wiley and Sons, 2^a Ed., New York, 1996.
- [2] HOBBS, B. F., ROTHKOPF, M. H., O’NEIL, R. P., *et al.*, (Eds), “The next generation of electric power unit commitment models”, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, 2001.
- [3] TALAQ, J. H., EL-HAWARY, F., EL-HAWARY, M. E., “A summary of environmental/economic dispatch algorithms”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 3, pp. 1508-1516, Aug. 1994.
- [4] FORTUNATO, L. A. M., NETO, T. A. A., ALBUQUERQUE, *et al.*, “Introdução ao planejamento da expansão e operação de sistemas de produção de energia elétrica”, Niterói: Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.
- [5] MONTICELLI, A. J., “Fluxo de cargas em redes de energia elétrica”, Edgard Blucher, São Paulo, 1983.
- [6] SHEBLE, G. B., FAHD, G. N., “Unit commitment literature synopsis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, pp. 128-135, Feb. 1994.
- [7] FINARDI, E. C., “Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Sequencial”, Tese de Doutorado, UFSC, Florianópolis, SC, 2003.
- [8] MACEIRA, M.E., TERRY, L.A., COSTA, F.S. *et al.*, “Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system”, *Proceedings of the Power System Computation Conference - PSCC’02*, Sevilla, Spain, June 2002.
- [9] MACEIRA, M. E. P., TERRY, L. A., DINIZ, A. L. *et al.*, “Despacho de geração horário com representação detalhada de restrições hidráulicas”, *VIII SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Foz do Iguaçu, Brasil, Maio 2000.
- [10] DINIZ, A. L., SOUZA, L. C. F., MACEIRA, M. E. P., “Estratégia de representação DC da rede elétrica no modelo de despacho da operação energética – DESSEM”, *VII SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Brasília, Brasil, Maio 2002.
- [11] DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E. P. and TERRY, L. A., “Modelagem da função de produção energética das usinas hidroelétricas nos modelos de otimização do planejamento a curto prazo e da programação do despacho de sistemas hidrotérmicos interligados”, *IX SEPOPE - Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Rio de Janeiro, Brasil, Maio 2004.
- [12] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., “Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning”, *Mathematical Programming*, v. 52, n.1-3, pp. 359-375, May 1991.
- [13] DINIZ, A. L., SANTOS, T. N., MACEIRA, M. E. P., “Short term security constrained hydrothermal scheduling for large scale systems considering transmission losses”, *IEEE/PES Transm. Distr. Conf. Expos. Latin America*, Caracas, Venezuela, Jun. 2006.

- [14] SOARES, S., OHISHI, T., “Hydro dominated short-term hydrothermal scheduling via a hybrid simulation-optimisation approach: a case study”, *IEE proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 142, n. 6, pp. 569-575, Nov. 1995.
- [15] BELLONI, A., DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E. P., *et al.*, “Bundle relaxation and primal recovery in unit commitment problems. The Brazilian case”, *Annals of Operations Research*, v.120, n. 1-4, pp. 21-44, Apr. 2003.
- [16] GUIGNARD, M., KIM, S., “Lagrangean decomposition for integer programming: theory and applications”, *RAIRO Recherche Opérationnelle*, v. 21, n. 4, pp. 307-323, 1987.
- [17] BELLMAN, R. E., DREYFUS, S. E., “Applied Dynamic Programming”, Princeton University Press, 1962.
- [18] DANTZIG, G. B., “Linear programming and extensions”, Princeton University Press, 1963.
- [19] LEMARECHAL, C., SAGASTIZÁBAL, C. A., “Variable metric bundle Methods: from conceptual to implementable forms”, *Mathematical Programming*, v. 76, pp. 393-410, 1997.
- [20] ROCKAFELLAR, R. T., “A dual approach to solving nonlinear programming problems by unconstrained optimization”, *Mathematical Programming*, v. 5, n. 1, pp. 354-373, 1973.
- [21] LUENBERGER, D. G., “Linear and nonlinear programming”, Addison-Wesley, 1984.
- [22] MINOUX, M., “Mathematical programming: theory and algorithms”, John Wiley and Sons, 1986.
- [23] LATTORE, G., CRUZ, R. D., AREIZA, J. M., *et al.*, “Classification of publications and models on transmission expansion planning”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 2, pp. 938-946, May 2003.
- [24] ELETROBRAS, *Relatório Analítico / Mercado de Energia Elétrica – Ciclo de Planejamento 2003*, Rio de Janeiro RJ, 2004.
- [25] TOLMASQUIM, M. T., SZKLO, A. S., “A matriz energética brasileira na virada do milênio”, COPPE/UFRJ, ENERGE Rio de Janeiro, 2000.
- [26] ELETROBRÁS, “Manual de inventário hidroelétrico de bacias hidrográficas”, Rio de Janeiro, RJ, 1997.
- [27] MELO, A. C. G., DAMAZIO, J. M., OLIVEIRA, B. H., *et al.*, “An approach to estimate the electrical energy deficit cost parameter in the operation and expansion planning of hydrothermal systems”, *Revista Eletroevolução*, v. 30, 2003.
- [28] CACHAPUZ, P. B., “O Planejamento da Expansão do Setor de Energia Elétrica: a atuação da ELETROBRÁS e do Grupo Coordenador do Planejamento dos Sistemas Elétricos (GCPS)”, v.1, Rio de Janeiro, RJ, Centro da Memória da Eletricidade no Brasil, 2002.
- [29] TERRY, L. A., MELO, A. C. G., MACEIRA, M. E. P., “Application of a long term planning tool to define a generation and interconnection expansion plan for the Brazilian system”, In: CIGRÉ International Meeting, Paris, 2004.

- [30] MELO, A. C. G., “Avaliação de índices de frequência e duração no cálculo da confiabilidade composta de sistemas de geração e transmissão de grande porte”, Tese de Dsc, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC/RJ, Brasil, 1990.
- [31] YOKOYAMA, R., BAE, S. H., MORITA, T., *et al.*, “Multiobjective Optimal Generation Dispatch Based on Probability Security Criteria”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, n. 1, pp. 317-324, Mar. 1988.
- [32] EL-KEIB, A. A., MA, H., HART, J. L., “Economic dispatch in view of the Clean Air Act of 1990”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, pp. 972-978, May 1994.
- [33] CLÍMACO, J. N. C., ANTUNES, C. H., ALVES, M. J. G., “Programação linear multiobjetivo: do modelo de programação linear clássico à consideração explícita de várias funções objetivo”, Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal, 2003.
- [34] LITTLE, J. D., “The use of storage water in a hydroelectric system”, *Operations Research*, v. 3, n. 2, pp. 187-197, May 1995.
- [35] STAGE, S., LARSSON, Y., “Incremental cost of water power”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 80, pp. 361-365, Aug. 1961.
- [36] BALOU, R., “Logística Empresarial”, Ed. Atlas, São Paulo, 1995.
- [37] HANDSCHIN, E., SLOMSKI, H., “Unit commitment in thermal power systems with long-term energy constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 4, pp. 1470-1477, Nov. 1990.
- [38] HANDKE, J., HANDSCHIN, E., LINKE, K., *et al.*, “Coordination of long - and short-term generation planning in thermal power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 2, pp. 803-809, May 1995.
- [39] MARWALI, M. K. C., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Coordination between long-term and short-term generation scheduling with network constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3, pp. 1161-1167, Aug. 2000.
- [40] TUFEGDIZIG, N., FROWD, R. J., STADLIN, W. O., “A coordinated approach for real-time short-term hydro scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 4, pp. 1698-1704, Nov. 1996.
- [41] BRANNLUND, H., BUBENKO, J. A., SJELVGREN, D., *et al.*, “Optimal short term operation planning of a large hydrothermal power system based on a nonlinear network flow concept”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 1, n. 4, pp. 75-82, Feb. 1986.
- [42] YEH, W. W-G., BECKER, L., HUA, S-Q., *et al.*, “Optimization of real-time hydrothermal system operation”, *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 118, n. 6, pp. 636-653, Nov. 1992.
- [43] PONRANJAH, R. A., GALIANA, F. D., “Systems to optimize conversion efficiencies on Ontario Hydro’s hydroelectric plants”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 3, pp. 1044-1050, Aug. 1998.
- [44] GIL, E., BUSTOS, J., RUDNICK, H., “Short term hydrothermal generation scheduling model using a genetic algorithm”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 4, pp. 1256-1264, Nov. 2003.

- [45] XING, W., WU, F. F., “Genetic algorithm based unit commitment with energy contracts”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 24, n. 5, pp. 329-336, Jul. 2002.
- [46] FU, Y., SHAHIDEHPOUR, S. M., LI, Z., “Long-term security constrained unit commitment: hybrid Dantzig-Wolfe decomposition and subgradient approach” *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, pp. 2093-2106, Nov. 2005.
- [47] LI, C., HSU, E., SVOBODA, A. J., *et al*, “Hydro unit commitment in hydro thermal optimization”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, pp. 764-769, May 1997.
- [48] BAI, X., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Hydro-thermal scheduling by tabu search and decomposition method”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 2, pp. 968-974, May 1996.
- [49] SALAM, Md. S., NOR, K. M., HAMDAM, A. R., “Hydrothermal scheduling based Lagrangian relaxation approach to hydrothermal coordination”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 1, pp. 226-235, Feb. 1998.
- [50] SOARES, S., SALMAZO, C. T., “Minimum loss predispatch model for hydroelectric power system”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 3, pp. 1220-1228, Aug. 1997.
- [51] SIU, T. K., NASH, G. A., SHAWWASH, Z. K., “A practical hydro, dynamic unit commitment and loading model”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v.16, n.2, pp. 301-306, May 2001.
- [52] CHANCELIER, J-P., RENAUD, A., “Daily generation scheduling: decomposition methods to solve the hydraulic problems”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 16, n. 3, pp. 175-181, Jun. 1994.
- [53] NILSSON, O., SJELVGREN, D., “Mixed-integer programming applied to short-term planning of a hydro thermal system”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 281-286, Feb. 1996.
- [54] JOHANNESSEN, A., GJELSVIK, A., FOSSO, O. B., *et al*, “Optimal short-term hydro scheduling including security constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 2, pp. 576-583, May 1991.
- [55] BRIGNOL, S., RENAUD, A., “A new model for stochastic optimization of weekly generation schedules”, *Proceedings of the 4th International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management – APSCOM-97*, Hong Kong, Nov. 1997.
- [56] FOSSO, O. B., GJELSVIK, A., HAUGSTAD, A., *et al*, “Generation scheduling in a deregulated system. The Norwegian case”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, pp. 75-81, Feb. 1999.
- [57] CAU, T. D. H., KAYE, R. J., “Evolutionary optimisation method for multistorage hydrothermal scheduling”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr*, v. 149, n. 2, pp. 152-156, Mar. 2002.
- [58] HACHEM, S., WELT, F., HAMMADIA, A., *et al*, “Dynamic models for real time management of hydroplants”, *Proceedings of the Hydropower '97*, pp. 341-348, 1997.

- [59] WANG, C., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Power generation scheduling for multi-area hydro-thermal systems with tie line constraints, cascaded reservoirs and uncertain Data”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 3, pp. 1333-1340, Aug. 1993.
- [60] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., “Application of Decomposition Techniques to the generation scheduling of hydrothermal systems”, *TIM / ORSA Meeting*, San Francisco, U.S.A, 1984.
- [61] PELLEGRINO, F., RENAUD, A., SOCROUN, T., “Bundle and augmented Lagrangian methods for short-term unit commitment”, *12th Power Systems Computation Conference - PSCC*, Dresden, Aug. 1996.
- [62] ROSENTHAL, R. E., “A nonlinear network flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system”, *Operations Research*, v. 29, n. 4, pp. 763-786, July 1981.
- [63] SJELVGREN, D., ANDERSON, S., DILLON, T. S., “Optimal operations planning in a large hydro-thermal power system”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 102, n. 11, pp. 3644-3651, Nov. 1983.
- [64] OLIVEIRA, G., “Otimização da operação energética de sistemas hidroelétricos com representação individualizada das usinas e afluências determinísticas”, Tese de MSc, FEE, UNICAMP, FAPESP, 1992.
- [65] SHERKAT, V. R., MOSLEHI, K., LO, E. O., *et al.*, “Modular and flexible, software for medium- and short-term hydro-thermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 3, pp. 1390-1396, Aug. 1988.
- [66] ROTTING, T. A., GJELSVIK, A., “Stochastic dual dynamic programming for seasonal scheduling in the Norwegian power system”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 1, pp. 273-279, Feb. 1992.
- [67] JACOBS, J., FREEMAN, G., GRYGIER, J., “SOCRATES: A system for scheduling hydroelectric generation under uncertainty”, *Annals of Operations Research*, v. 59, n. 1, pp. 99-133, Dec. 1995.
- [68] ARVANTIDIS, N. V., ROSING, J., “Composite representation of multireservoir hydroelectric power system”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 89, n. 2, pp. 319-326, Feb. 1970.
- [69] MACEIRA, M. E. P., MERCIO, C. B., GORENSTIN, B. G., *et al.*, “Energy Evaluation of The North/Northeastern and South/Southeastern Interconnection with NEWAVE Model”, *VI SEPOPE –Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Salvador, Brazil, 1998.
- [70] PEREIRA, M.V.F., CAMPODÓNICO, N., KELMAN, R., “Application of stochastic dual DP and extensions to hydrothermal scheduling”, PSRI Technical Report 012/99, 1999
- [71] MARCATO, A., “Representação Híbrida de Sistemas Equivalentes e Individualizados para o Planejamento da Operação de Médio Prazo de Sistemas de Potência de Grande Porte”, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2002.
- [72] MACEIRA, M. E. P., PENNA, D. D. J., DAMÁZIO, J. M., “Geração de cenários sintéticos de energia e vazão para o planejamento da operação energética”, *XVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, João Pessoa - PB, Nov. 2005.

- [73] MACEIRA, M. E. P., BEZERRA, C. V., 1997, "Stochastic Streamflow model for Hydroelectric Systems" *Proceedings of 5th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pp. 305-310, Vancouver, Canada, 1997.
- [74] XAVIER, L. N., DINIZ, A. L., COSTA, F. S., *et al*, "Aprimoramento da modelagem da função de produção energética das usinas hidroelétricas no modelo DECOMP: metodologia e resultados", *XVIII SNPTEEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Curitiba, Out. 2005.
- [75] NOAKES, F., ARISMUNANDAR, A., "Bibliography on optimum operation of power systems: 1919-1959", *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 81, pp. 864-871, Feb. 1963.
- [76] HAPP, H. H., "Optimal power dispatch - a comprehensive survey", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 96, n. 3, pp. 841-854, Jun. 1977.
- [77] TALUKDAR, S. N., WU, F. F., "Computer-aided dispatch for electric power systems", *Proceedings of the IEEE*, v. 69, n. 10, pp. 1212-1231, Oct. 1981.
- [78] SACHDEVA, S. S., "Bibliography on optimum reservoir drawdown for the hydroelectric-thermal power system operation", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 6, pp. 1487-1496, Jun. 1982.
- [79] COHEN, A. I., SHERKAT, V. R., "Optimization-based methods for operations scheduling", *Proceedings of the IEEE*, v. 75, n. 12, pp. 1574-1590, Dec. 1987.
- [80] CHOWDHURY, N., RAHMAN, S., "A review of recent advances in economic dispatch", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 4, pp. 1248-1259, Nov. 1990.
- [81] TALAQ, J. H., EL-HAWARY, F., EL-HAWARY, M. E., "A summary of environmental / economic dispatch algorithms", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 3, pp. 1508-1516, Aug. 1994.
- [82] SEN, S., KOTHARI, D. P., "Optimal thermal generating unit commitment: a review", *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 20, n. 7, pp. 443-451, Oct. 1998.
- [83] PADHY, N. P., "Unit commitment-a bibliographical survey", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, pp. 1196-1205, May 2004.
- [84] YAMIN, H., "Review on methods of generation scheduling in electric power systems", *Electric Power Systems Research*, v.69, n.2-3, pp. 227-248, May 2004.
- [85] RICARD, J., "Determination of optimum operating schedule for interconnected hydro and thermal stations", *Revue Generale de l'Ectricite*, p. 167, Nov. 1940.
- [86] RICARD, J., "Determination of the most economical division between generating stations", *Buletin de la Societé Française des Electriciens*, 6th series, v. 6, p. 597, Nov. 1946.
- [87] FRAMPTON, A. H., FLOYD, G. D., "Factors in the economic supply of energy in hydroelectric systems", *AIEE Transactions*, v. 66, pp. 1117-1125, Jan. 1947.
- [88] GEORGE, E. E., PAGE, H. J., WARD, J. B., "Co-ordination of fuel cost and transmission loss by use of the network analyzer to determine plant loading schedules", *AIEE Transactions*, v. 68, part II, pp. 1152-1163, Jan. 1949.

- [89] TAKRITI, S., BIRGE, J. R., LONG, E., “A stochastic model for the unit commitment problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, pp. 1497-1508, Aug. 1996.
- [90] NOWAK, M. P., ROMISCH, W., “Stochastic Lagrangian relaxation applied to power scheduling in a hydro-thermal system under uncertainty”, *Annals of Operations Research*, v. 100, n. 1, pp. 251-271, Jan. 2001
- [91] KIRCHMAYER, L. K., STAGG, G. W., “Evaluation of methods of co-ordinating incremental fuel costs and incremental transmission losses”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 71, pp. 513-521, Jan. 1952.
- [92] WARD, J. B., “Economy loading simplified”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 72, pp. 1306-1312, Dec. 1953.
- [93] VAN DEN BOSCH, P. P. J., “Optimal static dispatch with linear, quadratic and non-linear functions of the fuel costs”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 104, n. 12, pp. 3402-3408, Dec. 1985.
- [94] WARD, J. B., EATON, J. R., HALE, H. W., “Total and incremental losses in power transmission networks”, *AIEE Transactions*, v. 69, part I, pp. 626-631, Jan. 1950.
- [95] KIRCHMAYER, L. K., “Economic operation of power systems”, John Wiley and Sons, 1958.
- [96] DECKER, G. L., BROOKS, A. D., “Valve point loading of turbines”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 77, pp. 481-486, Aug. 1958.
- [97] HAPP, H. H., ILLE, W. B., REISINGER, R. H., “Economic system operation considering valve throttling losses, Part I - Method of computing valve-loop heat rates on multi-valve turbines”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v.81, pp. 609-615, Feb. 1963.
- [98] WALTERS, D. C., SHEBLE, G. B., “Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 3, pp. 1325-1332, Aug. 1993.
- [99] BAKIRTIS, A., PETRIDIS, V., KAZARLIS, S., “Genetic algorithm solution to the economic dispatch problem”, *IEE Proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 141, n. 4, pp. 377-382, Jul. 1994.
- [100] LEE, F. N., BREIPOHL, A. M., “Reserve constrained economic dispatch with prohibited operating zones”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 1, pp. 246-254, Feb. 1993.
- [101] CHEN, P-H., CHANG, H-C., “Large-scale economic dispatch by genetic algorithm”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 4, pp. 1919-1926, Nov. 1995.
- [102] YANG, H-T., YANG, P-C., HUANG, C-L., “Evolutionary programming based economic dispatch for units with non-smooth fuel cost functions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 112-118, Feb. 1996.
- [103] CHANG, C. S., WONG, K. P., FAN, B., “Security-constrained multiobjective generation dispatch using bicriterion global optimization”, *IEE proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 142, n. 4, pp. 406-414, Jul. 1995.
- [104] ONGSAKUL, W., “Real time economic dispatch using merit order loading for linear decreasing and staircase incremental cost functions”, *Electric Power Systems Research*, v. 51, n. 3, pp. 167-173, Sept. 1999.

- [105] COVA, B., GRANELLI, G. P., MONTAGNA, *et al.*, “Large-scale application of the Han-Powell algorithm to compact models of static and dynamic dispatch of real power”, *Int. Journ. Of Electrical Power and Energy Systems*, v. 9, n. 3, pp. 130-141, Jul. 1987.
- [106] FUKUYAMA, Y., UEKI, Y., “An application of neural network to dynamic dispatch using multi processors”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 4, pp. 1759-1765, Nov. 1994.
- [107] BECHERT, T. E., KWATNY, H. G., “On the optimal dynamic dispatch of real power”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 91, n. 3, pp. 889-898, May 1972.
- [108] GRANELLI, G. P., MARANNINO, P., MONTAGNA, M., *et al.*, “Fast and efficient gradient projection algorithm for dynamic generation dispatching”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr*, v. 136, n. 5, pp. 295-302, Sept. 1989.
- [109] YOSHIKAWA, M., TOSHIDA, N., NAKAJIMA, N., *et al.*, “On-line economic load dispatch based on fuel cost dynamics”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1, pp. 315-320, Feb. 1997.
- [110] WANG, C., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Ramp-rate limits In unit commitment and economic dispatch incorporating rotor fatigue effect”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 3, pp. 1539-1545, Aug. 1994.
- [111] BILLINTON, R., CHOWDHURY, N., “Operation reserve assessment in interconnected generating systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 4, pp. 1479-1487, Nov. 1988.
- [112] BALDWIN, C. J., DALE, K. M., DITTRICH, R. F., “A Study of the economic shutdown of generating units in daily dispatch”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 78, pp. 1272-1284, Dec. 1959.
- [113] GARVER, L. L., “Power generation scheduling by integer programming - development of theory”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 81, pp. 730-735, Feb. 1963.
- [114] KERR, R. H., SCHEIDT, J. L., FONTANA, A. J., *et al.*, “Unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 85, n.5, pp. 417-421, May 1966.
- [115] SVOBODA, A. J., TSENG, C-L., LI, C-A., *et al.*, “Short-term resource scheduling with ramp constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1, pp. 77-83, Feb. 1997.
- [116] LAI, S-Y., BALDICK, R., “Unit commitment with ramp multipliers”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, pp. 58-64, Feb. 1999.
- [117] WONG, K. P., DOAN, K., “Artificial intelligence algorithm for daily scheduling of thermal generators”, *IEE Proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 138, n. 6, pp. 518-534, Nov. 1991.
- [118] RUZIC, S., VUCKOVIC, A., RAJAKOVIC, N., “A flexible approach to short-term hydro-thermal coordination, Part II: Dual problem solution procedure”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, pp. 1572-1578, Aug. 1996.
- [119] SHEBLE, G. B., “Solution of the unit commitment problem by the method of unit periods”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 1, pp. 257-260, Feb. 1990.

- [120] MANTAWY, A. H., ABDEL-MAGID, Y. L., SELIM, S. Z., “Unit commitment by tabu search”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr*, v. 145, n. 1, pp. 56-64, Jan. 1998.
- [121] DAMOUSIS, I. G., BAKIRTZIS, A. G., DOKOPOULOS, P. S., “A solution to the unit-commitment problem using integer-coded genetic algorithm”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, pp. 1165-1172-, May 2004.
- [122] MUCKSTADT, J. A., WILSON, R. C., “An application of mixed-integer programming duality to scheduling thermal generating systems”, v. 87, n.12, pp. 1968-1978, Dec. 1968.
- [123] GUAN, X., LUH, P. B., YAN, H., *et al*, “An optimization-based method for unit commitment”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 14, n. 1, pp. 9-17, Feb. 1992.
- [124] ZHANG, D., LUH, P. B., ZHANG, Y., “A Bundle method for hydrothermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 4, pp. 1355-1361, Nov. 1999.
- [125] TURGEON, A., “Optimal Scheduling of Thermal Generating Units”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 23, n. 6, pp. 1000-1005, Dec. 1978.
- [126] RUZIC, S., RAJAKOVIC, N., “A new approach for solving extended unit commitment problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 1, pp. 269-277, Feb. 1991.
- [127] ONGSAKUL, W., PETCHARAKS, N., “Unit commitment by enhanced adaptive Lagrangian relaxation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 1, pp. 620-628, Feb. 2004.
- [128] MERLIN, A., SANDRIN, P., “A new method for unit commitment at Electricité de France”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 102, n. 5, pp. 1218-1225, May 1983.
- [129] ORERO, S. O., IRVING, M. R., “A combination of the genetic algorithm and Lagrangian relaxation decomposition techniques for the generation unit commitment problem”, *Electric Power Systems Research*, v. 43, n. 3, pp. 149-156, Dec. 1997.
- [130] ZHAI, Q., GUAN, X., CUI, J., “Unit commitment with identical units: successive subproblem solving method based on Lagrangian relaxation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, pp. 1250-1257, Nov. 2002.
- [131] LI, T., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Price-based unit commitment: a case of Lagrangian relaxation versus mixed integer programming”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, pp. 2015-2025, Nov. 2005.
- [132] ARROYO, J. M., CONEJO, A. J., “A parallel repair genetic algorithm to solve the unit commitment problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, pp. 1216-1224, Nov. 2002.
- [133] CHANDLER, W. G., DANDENO, P.L., GLIMN, A. F., *et al.*, “Short-range economic operation of a combined thermal and hydroelectric power system”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v.72, pp. 1057-1065, Oct. 1953.
- [134] CAREY, J. J., “Short-range load allocational hydro-thermal electric system”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v.73, pp.1105-1112, Oct. 1954.

- [135] CYPSEK, R. J., "Computer search for economical operation of a hydrothermal electric system", *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v.73, pp. 1260-1267, Oct. 1954.
- [136] GLIMN, A. F., KIRCHMAYER, L. K., "Economic operation of variable-head hydroelectric plants", *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 77, pp. 1070-1079, Dec. 1958.
- [137] ARISMUNANDAR, A., NOAKES, F., "General time-dependent equations for short-range optimization of hydrothermal electric systems", *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 81, pp. 88-93, Apr. 1962.
- [138] RINGLEE, R. J., "Bounds for convex variational programming problems arising in power system scheduling and control", *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 10, n. 1, pp. 28-35, Jan. 1965.
- [139] WATCHORN, C. W., "Inside hydrothermal coordination", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 86, n. 1, pp. 106-117, Jan. 1967.
- [140] OSO, J. B., MEADOWS, H. E., "Simulation and short-range scheduling of hydrothermal power systems using system 360 CSMP", *Simulation*, v. 19, n. 2, pp. 55-60, Aug. 1972.
- [141] TURGEON, A., "Optimal unit commitment", *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 22, n. 2, pp. 223-227, Apr. 1977.
- [142] NANDA, J., BIJWE, P. R., "Optimal hydrothermal scheduling with cascaded plants using progressive optimality algorithm", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 100, n. 4, pp. 2093-2099, Apr. 1981.
- [143] OHISHI, T., SOARES, S., CARVALHO, M. F. H., "A short-term hydrothermal scheduling approach for dominantly hydro systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 2, pp. 637-643, May 1991.
- [144] GAGNON, C. R., BOLTON, J. F., "Optimal hydro scheduling at the Bonneville power administration", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 97, n. 3, pp. 772-775, May/June. 1978.
- [145] FINARDI, E. C., DA SILVA, E. L., SAGASTIZÁBAL, C. A., "Solving the unit commitment problem of hydropower plants via Lagrangian relaxation and sequential quadratic programming", *Computational and Applied Mathematics*, v. 24, n. 3, pp. 317-341, Sept. 2005.
- [146] ALLEN, R. B., BRIDGEMAN, S. G., "Dynamic programming in hydropower scheduling", *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 112, n. 3, pp. 339-353, Jul. 1986.
- [147] NILSSON, O., SJELVGREN, D., "Variable splitting applied to modeling of start-up costs in hydro generation scheduling", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, pp. 770-775, May 1997.
- [148] CHANG, G. W., AGANAGIC, M., WRIGHT, J. G., *et al*, "Experiences with mixed-integer linear programming based approaches on short-term hydro scheduling", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 4, pp. 743-749, Nov. 2001.
- [149] RUZIC, S., RAJAKOVIC, N., "Optimal distance method for Lagrangian multipliers updating in short-term hydro-thermal coordination", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 4, pp. 1439-1444, Nov. 1998.

- [150] HABIBOLLAHZADEH, H., BUBENKO, J. A., “Application of decomposition techniques to short term operation planning of hydrothermal Power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 1, n. 1, pp. 41-47, Feb. 1986.
- [151] SHAWWASH, Z. K., SIU, T. K., RUSSEL, S. O., “The B.C. Hydro short-term hydro scheduling optimization model”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3, pp. 1125-131, Aug. 2000.
- [152] CONEJO, A. J., ARROYO, J. M., CONTRERAS, J., *et al*, “Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market”, v. 17, n. 4, pp. 1265-1272, Nov. 2002.
- [153] CHANG, H-C., CHEN, P-H., “Hydrothermal generation scheduling package: a genetic based approach”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr*, v. 145, n. 4, pp. 451-457, Jul. 1998.
- [154] WU, R. N., LEE, T. H., HILL, E. F., “Effect of interchange on short-term hydrothermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 3, pp. 1217-1223, Aug. 1991.
- [155] BACAUD, L., LEMARECHAL, C., RENAUD, A., *et al*, “Bundle methods in stochastic optimal power management: a disaggregated approach using preconditioners”, *Computational Optimization and Applications*, v. 20, pp. 227-244, Jan. 2001.
- [156] MOHAN, M. R., KUPPUSAMY, K., KHAN, M. A., “Optimal short-term hydrothermal scheduling using decomposition approach and linear programming method”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 14, n. 1, pp. 39-44, Feb. 1992.
- [157] HEREDIA, F. J., NABONA, N., “Optimum short-term hydrothermal scheduling with spinning reserve through network flows”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3, pp. 1642-1651, Aug. 1995.
- [158] GARCIA-GONZALEZ, J., CASTRO, G. A., “Short-term hydro scheduling with cascaded and head-dependent reservoirs based on mixed-integer linear programming”, *IEEE Power Tech Conference*, Porto, Portugal, Sept. 2001.
- [159] SINHA, N., CHAKRABARTI, R., CHATTOPADHYAY, P. H., “Evolutionary programming techniques for economic load dispatch”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 7, n. 1, pp. 83-94, Feb. 2003.
- [160] SODER, L., “A mixed rule based-linear programming method applied to daily operation planning of a hydro power system”, *IEEE/KTH Stockholm Power Tech Conference*, pp. 93-98, Sweden, Jun. 1995.
- [161] TOMEOKA, H., NAKAJIMA, N., KAWACHI, Y., *et al*, “New daily hydro scheduling system for multi-chain hydro power system”, *Engineering Intelligent Systems*, v. 1, pp. 23-29, 1994.
- [162] SOARES, S., OHISHI, T., CICOGNA, M., *et al*, “Dynamic dispatch of hydro generating units”, *IEEE Power Tech Conference*, Bologna, Italy, Jun. 2003.
- [163] PIEKUTOWSKI, M. R., LITWINOWICZ, T., FROWD, R. J., “Optimal Short-term scheduling for a large-scale cascaded hydro system”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, pp. 805-811, May 1994.

- [164] FELTENMARK, S., LINDBERG, P. O., “Network methods for head-dependent hydro power scheduling”, *Network Conference*, Gamesville, FL, Feb. 1996.
- [165] ESTEVES, P. P. I., DINIZ, A. L., SAGASTIZÁBAL, C. A., “A mathematical model for the efficiency curves of hydroelectric units”, – *X SEPOPE –Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Florianópolis, SC, Brasil, Maio 2006.
- [166] ARCE, A., OHISHI, T., SOARES, S., “Optimal dispatch of generating units of the Itaipu hydroelectric plant”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2, pp. 154-158, Feb. 2002.
- [167] GUAN, X., SVOBODA, A., LI, C., “Scheduling power Systems with restricted operating zones and discharges ramping constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, pp. 126-131, Feb. 1999.
- [168] RUX, L. M., “An incremental economic dispatch method for cascaded hydroelectric power plants”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 3, pp. 1266-1273, Aug. 1993.
- [169] NIEVA, R., INDA, A., FRAUSTO, J., “CHT: A Digital Computer Package for Solving Short Term Hydro-Thermal Coordination and Unit Commitment Problems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 1, n. 3, pp. 168-174, Aug. 1986.
- [170] GUO, T., HENWOOD, M. I., VAN OOIJEN, M., “An algorithm for combined heat and power economic dispatch”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 4, pp. 1778-1784, Nov. 1996.
- [171] RIFAAT, R. M., “Economic dispatch of combined cycle cogeneration plants with environmental constraints”, *Proceedings of the IEEE Energy Manag. & Power Deliv. Conf.*, v. 1, pp. 149-153, Mar. 1998.
- [172] VAN MEETEREN, H. P., “Scheduling of generation and allocation of fuel, using dynamic and linear programming”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 103, n. 7, pp. 1562-1568, Jul. 1984.
- [173] VEMURI, S., KUMAR, A. B. R., HALIMAH, A., “Fuel resource scheduling - the daily scheduling problem”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 104, n. 2, pp. 313-320, Feb. 1985.
- [174] AOKI, K., ITOH, M., SATOH, et al., “Optimal long term unit commitment in large scale systems including fuel constrained Thermal and Pumped-storage hydro”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 3, pp. 1065-1072, Aug. 1989.
- [175] Lee, F. N., “A fuel-constrained unit commitment method”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 3, pp. 1208-1218, Aug. 1989.
- [176] LU, B., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Unit commitment with flexible generating units”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 2, pp. 1022-1034, May 2005.
- [177] HAPP, H. H., “Optimal power dispatch”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 93, n. 3, pp. 820-830, Mar. 1974.
- [178] FAN, J. Y., MCDONALD, J. D., “A practical approach to real time economic dispatch considering unit’s prohibited operating zones”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 4, pp. 1737-1743, Nov. 1994.

- [179] BAEK, Y-S., HAN, J-H., “Fast economic dispatch solution with piecewise quadratic cost function using Lagrangian multiplier”, *IEEE/KTH Stockholm Power Tech Conference*, pp. 42-47, Sweden, Jun. 1995.
- [180] TANG, J., CARTES, D., BALDWIN, T., “Economic dispatch with piecewise linear incremental function and line loss”, *Proceedings of the PES General Meeting*, pp. 944-947, Jul. 2003.
- [181] MOON, Y-H., PARK, J-D., LEE, *et al.*, “A new economic dispatch algorithm for thermal unit generation scheduling in power system”, *Proceedings of the PES Winter Meeting*, pp. 1034-1039, Jan. 2000.
- [182] LIN, C. E., CHEN, S. T., HUANG, C. L., “A direct Newton-Raphson economic dispatch”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 3, pp. 1149-1154, Aug. 1992.
- [183] JIANG, A., ERTEM, S., “Economic dispatch with non-monotonically increasing incremental cost units and transmission system losses”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 2, pp. 891-897, May 1995.
- [184] CHEN, S-D., CHEN, J-F., “A direct Newton-Raphson economic emission dispatch”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 25, n. 5, pp. 411-417, Jun. 2003.
- [185] EL-HAWARY, M. E., RAVINDRANATH, M., “Optimal operation of variable head hydrothermal systems using the Glimn-Kirchmayer model and the Newton-Raphson method”, *Electric Power Systems Research*, v. 14, n. 1, pp. 11-22, Feb. 1988.
- [186] EL-HAWARY, M. E., LANDRIGAN, J. K., “Optimum operation of fixed-head hydrothermal electric power systems: Powell’s hybrid method versus Newton-Raphson method”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 3, pp. 547-554, Mar. 1982.
- [187] ZAGHLOOL, M. F., TRUTT, F. C., “Efficient methods for optimal scheduling of fixed head hydrothermal power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 1, pp. 24-30, Feb. 1988.
- [188] RAMANATHAN, R., “Fast economic dispatch based on penalty factors from Newton’s method”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 104, n. 7, pp. 1624-1629, Jul. 1985.
- [189] PALANICHAMY, C., SRIKRISHNA, K., “Simple algorithm for economic power dispatch”, *Electric Power Systems Research*, v. 21, n. 2, pp. 147-153, Jun. 1991.
- [190] HALIM, A., RASHID, A., NOR, K. M., “An algorithm for the optimal scheduling of variable head hydro and thermal plants”, *IEEE/PES Summer Meeting*, Jul. 1992.
- [191] DANDENO, P. L., “Hydrothermal economic scheduling - computational experience with co-ordinating equations”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 79, pp. 1219-1228, Feb. 1961.
- [192] DAHLIN, E. B., SHEN, D. W. C., “Optimal solution to the hydro-steam dispatch problem for certain practical systems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 85, n. 5, pp. 437-458, May 1966.
- [193] HANO, I., TAMURA, Y., NARITA, S., “An application of the Maximum Principle to the most economical operation of power systems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 85, pp. 486-494, May 1966.

- [194] PONTRYAGIN, L. S., BOLTYANSKII, V. G., GAMKRELIDZE, R. V., *et al*, “The Mathematical Theory of Optimal Processes”, New York, Interscience, 1962.
- [195] PODMORE, R., “Economic power dispatch with line security limits”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 93, n. 1, pp. 289-295, Jan. 1974.
- [196] VAN DEN BOSCH, P. P. J., LOOTSMA, F. A., “Scheduling of power generation via large-scale nonlinear optimization”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 55, n. 2, pp. 313-326, Nov. 1987.
- [197] CHU, W. S., YEH, W. W-G., “A nonlinear programming algorithm for real-time hourly reservoir operations”, *Water Resources Bulletin*, v. 14, n. 5, pp. 1048-1063, Oct. 1978.
- [198] SAHA, T. N., KHAPARDE, S. A., “An application of a direct method to the optimal scheduling of hydrothermal system”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 97, n. 3, pp. 977-983, May/June. 1978.
- [199] LUGTU, R., “Security constrained dispatch”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 98, n. 1, pp. 270-274, Jan. 1979.
- [200] NAKAMURA, Y., YAMASHIRO, S., “A fast scheduling method for power system operation considering an environmental constraint and system reliability”, *Electric Power Systems Research*, v. 12, n. 3, pp. 235-242, Feb. 1987.
- [201] AOKI, K., SATOH, T., “Economic dispatch with network security constraints using parametric quadratic programming”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n.12, pp. 4548-4556, Dec. 1982.
- [202] GRANVILLE, S., “Optimal reactive dispatch through interior point methods”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v.9, n.1, pp. 136-146, May 1994.
- [203] LATORRE, M. L., “Aplicação do Método de Pontos Interiores Primal-Dual Para a Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo”, Tese de Dsc, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, R.J., Brasil, 1995.
- [204] LEE, T. H., THORNE, D. H., HILL, E. F., “A transportation method for economic dispatching - application and comparison”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 99, n. 6, pp. 2373-2385, Nov/Dec. 1980.
- [205] KENNINGTON, J.L., HELGASON, R.V., “Algorithms for network programming”, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- [206] LUO, J. S., HILL, E. F., LEE, T. H., “Power system economic dispatch via network approach”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 103, n. 6, pp. 1242-1248, Jun. 1984.
- [207] CARVALHO, M. F., SOARES, S., OHISHI, T., “Optimal active power dispatch by network flow approach”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 4, pp. 1640-1647, Nov. 1988.
- [208] OLIVEIRA, A. R. L., SOARES, S., NEPOMUCENO, L., “Optimal active power dispatch combining network flow and interior point approaches”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 4, pp. 1235-1240, Nov. 2003.
- [209] OLIVEIRA, A. R. L., SOARES, S., NEPOMUCENO, L., “Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 27, n. 2, pp. 91-99, Feb. 2005.

- [210] FRANCO, P. E. C., CARVALHO, M. F., SOARES, S., “A network flow model for short-term hydro-dominated hydrothermal scheduling problems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, pp. 1016-1022, May 1994.
- [211] LI, C-A., JAP, P. J., STREIFFERT, D. L., “Implementation of network flow programming in hydrothermal coordination in an energy management system”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 3, pp. 1045-1053, Aug. 1993.
- [212] HABIBOLLAHZADEH, H., FRANCES, D., SUI, U., “A new generation scheduling program at Ontario Hydro”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 1, pp. 65-73, Feb. 1990.
- [213] HEITSCH, H., ROMISCH, W., “Hydro-storage subproblems in power generation: an approach with a relaxation method for network flow problems”, *IEEE Power Tech Conference*, Bologna, Italy, Jun. 2003.
- [214] WAKAMORI, F., MASUI, S., MORITA, K., *et al.*, “Layered network model approach to optimal daily hydro scheduling”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 9, pp. 3310-3314, Sept. 1982.
- [215] XIA, Q, XIANG, N., WANG, *et al.*, “Optimal daily scheduling of cascaded plants using a new algorithm of nonlinear minimum cost network flow”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 3, pp. 929-935, Aug. 1988.
- [216] CHIVA, A., HEREDIA, F. J., NABONA, N., “Network model of short-term optimal hydrothermal power flow with security constraints”, *IEEE/KTH Stockholm Power Tech Conference*, pp. 67-73, Sweden, Jun. 1995.
- [217] ARRAES, J. C., FRANCO, P. C., CARVALHO, M. F., “Estudo comparativo de modelos para a operação em usinas hidroelétricas”, *XIV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Belém, PA, 1997.
- [218] HAPP, H. H., JOHNSON, R. C., WRIGHT, W. J., “Large scale hydro-thermal unit commitment – method and results”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 89, n. 3, pp. 1373-1384, May 1971.
- [219] LEE, F. N., “Short term unit commitment: a new method”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, pp. 421-428, May 1988.
- [220] SNYDER, W. L., POWELL, H. D., RAYBURN, J. C., “Dynamic programming approach to unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 2, n. 2, pp. 339-350, May 1987.
- [221] LEE, F. N., “The application of commitment utilization factor (CUF) to thermal unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 2, pp. 691-698, May 1991.
- [222] WANG, M., ZHANG, B., DENG, Y., “A novel unit commitment method considering various operation constraints”, *Proceedings of the PES Winter Meeting*, pp. 1778-1783, Jan. 2000.
- [223] SENJYU, T., SHIMABUKURO, K., UEZATO, K., *et al.*, “A fast technique for unit commitment problem by extended priority list”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 2, pp. 882-888, May 2003.
- [224] LEE, F. N., HUANG, J., ADAPA, R., “Multi-area unit commitment via sequential method and a DC power flow network model”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, pp. 279-287, Feb. 1994.

- [225] FAN, J. Y., ZHANG, L., MCDONALD, J. D., “Enhanced techniques on sequential unit commitment with interchange transaction” *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 93-100, Feb. 1996.
- [226] SENJYU, T., MIYAGI, T., SABER, A. Y., *et al.*, “Emerging solution of large-scale unit commitment problem by stochastic priority list”, *Electric Power Systems Research*, v. 76, n. 5, pp. 283-292, Jan. 2006.
- [227] RINGLEE, R. J., WILLIAMS, D. D., “Economic system operation considering valve throttling losses, Part II - Distribution of system loads by the method of dynamic programming”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v.81, pp. 730-735, Feb. 1963.
- [228] LOWERY, P. G., “Generating unit commitment by dynamic programming”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 85, n. 5, pp. 422-426, May 1966.
- [229] AYOUB, A. K., PATTON, A. D., “Optimal thermal generating unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 90, n. 4, pp. 1752-1756, Jul. 1971.
- [230] KORSACK, A. J., LARSON, R. E., “A dynamic programming successive approximations technique with convergence proofs – parts I & II”, *Automatica*, v. 6, Dec. 1969.
- [231] ROSS, D. W., KIM, S., “Dynamic economic dispatch of generation”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 99, n. 6, pp. 2060-2068, Nov/Dec. 1980.
- [232] FERRERO, R. W., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Dynamic economic dispatch in deregulated systems”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 19, n. 7, pp. 433-439, Oct. 1997.
- [233] BECHERT, T. E., CHEN, N., “Area automatic generation control by multi-pass dynamic programming”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 96, n. 5, pp. 1460-1469, Sept. 1977.
- [234] KUSIC, G. L., PUTNAM, H. A., “Dispatch and unit commitment including commonly owned units”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 104, n. 9, pp. 2408-2412, Sept. 1985.
- [235] BOND, S. D., FOX, B., “Optimal thermal unit scheduling using improved dynamic programming algorithm”, *IEE Proceedings part C – Gen. Transm. Dist.*, v. 133, n. 1, pp. 1-5, Jan. 1986.
- [236] VILLASECA, F. E., FARDANESH, B., “Fast thermal generation rescheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 2, n. 1, pp. 65-71, Apr. 1987.
- [237] PAPPALARDO, L., PASINI, G. L., “A large scale unit commitment algorithm for systems with radially connected areas”, *IEEE Power Tech Conference*, Bologna, Italy, Jun. 2003.
- [238] PARK, J-D., KOOK, H-J., MOON, Y-H., *et al.*, “Unit commitment algorithm considering the effects of economic dispatch”, *Proceedings of the PES Winter Meeting*, pp. 1028-1033, 2000.
- [239] SALAM, M-S., A-R. Hamdan, K-M. Nor, “Integrating an expert system into a thermal unit commitment algorithm”, *IEE Proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 138, n. 6, pp. 553-559, Nov. 1991.

- [240] OUYANG, Z., SHAHIDEHPOUR, S. M., “A Hybrid artificial neural network-dynamic programming approach to unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 1, pp. 236-242, Feb. 1992.
- [241] PANG, C. K., CHEN, H. C., “Optimal short-term thermal unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 95, n. 4, pp. 1336-1346, Jul./Aug. 1976.
- [242] PANG, C. K., SHEBLÉ G. B., ALBUYEH, F., “Evaluation of dynamic programming based methods and multiple area representation for thermal unit commitments”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 100, n. 3, pp. 1212-1218, Mar. 1981.
- [243] OUYANG, Z., SHAHIDEHPOUR, S. M., “An intelligent dynamic programming for unit commitment application”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 3, pp. 1203-1209, Aug. 1991.
- [244] CHEN, C. L., CHEN, S. L., “Short-term unit commitment with simplified economic dispatch”, *Electric Power Systems Research*, v. 21, n. 2, pp. 115-120, Jun. 1991.
- [245] VAN DEN BOSCH, P. P. J., HONDERD, G., “A solution of the unit commitment problem via decomposition and dynamic programming”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 104, n. 7, pp. 1684-1690, Jul. 1985.
- [246] TRAVERS, D. L., KAYE, R. J., “Dynamic dispatch by constructive dynamic programming”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 1, pp. 72-78, Feb. 1998.
- [247] YU, I-K., SONG, Y. H., “Short-term generation scheduling of thermal units with voltage security and environmental constraints”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr*, v. 144, n. 5, pp. 469-476, Sept. 1997.
- [248] BERNHOLTZ, B., SHELSON, W., KESNER, O., “A method of scheduling optimum operation at Ontario Hydro’s Sir Adam Beck-Niagara Generation System”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 77, pp. 981-991, Dec. 1958.
- [249] BERNHOLTZ, B., GRAHAN, L. J., “Hydrothermal economic scheduling, Part I - solution by incremental dynamic programming”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v.79, pp. 921-932, Dec. 1960.
- [250] BERNHOLTZ, B., GRAHAN, L. J., “Hydrothermal economic scheduling, Part II - extension of the basic theory”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 80, 1089-1096, Feb. 1962.
- [251] ANSTINE, L. T., RINGLEE, R. J., “Susquehanna river short-range hydro-thermal coordination”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 82, pp. 185-191, Apr. 1963.
- [252] YANG, J. S., CHEN, N., “Short-term hydrothermal coordination using multi-pass dynamic programming”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n.3, pp. 1050-1056, Aug. 1989.
- [253] RAO, K. S. P., PRABHU, S. S., AGARWAL, R. P., “Optimal scheduling in hydro-thermal power systems using the method of local variations”, *IEEE/PES Winter Meeting*, Paper no. C 74025-3, Jan. 1974.

- [254] HOWSON, H. R., SANCHO, G. F., “A new algorithm for the solution of multistate dynamic programming problems”, *Mathematical Programming*, n. 8, pp. 104-116, 1975.
- [255] TURGEON, A., “Optimal short-term hydro scheduling from the principle of progressive optimality”, *Water Resources Research*, v. 17, n. 3, pp. 481-486, Jun. 1981.
- [256] AMADO, S. M., RIBEIRO, C. C., “Short-Term generation scheduling of hydraulic multi-reservoir area interconnected systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 2, n. 3, pp. 758-763, Aug. 1987.
- [257] LEE, F.N., “A method to eliminate solution trapping in applying progressive optimality principle to short-term hydrothermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 3, pp. 935-942, Aug. 1989.
- [258] LAND, A.H., DOIG, A.G., “An automatic method for solving discrete programming problems”, *Econometrica*, v. 28, n. 3, pp. 497-520, Jul. 1960.
- [259] PADBERG, M., RINALDI, G., “A branch-and-cut algorithm for the resolution of large-scale symmetric traveling salesman problems”, *SIAM Review*, v. 33, n. 1, pp. 60-100, 1991.
- [260] CHANG, G. W., TSAI, Y. D., LAI, C. Y., *et al*, “A practical mixed integer linear programming based approach for unit commitment”, *IEEE/PES General Meeting*, Jun. 2004.
- [261] HAMAM, K., HAMAM, Y. M., HINDI, K. S., BRAMELLER, A., “Unit commitment of thermal generation”, *IEE Proc.*, v. 127, n. 1, pp. 3-8, Jan. 1980.
- [262] GEORGE, J.A., READ, E.G., KERR, A.L., *et al*, “Optimal scheduling of hydro stations: an integer Programming model”, Working Paper: EMRG - WP-95-07, Energy Model Research Group, Jul. 1996.
- [263] CARRION, M.; ARROYO, J.M., “A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 3, pp. 1371-1378, Aug. 2006.
- [264] WONG, K. P., WONG, Y. W., “Short term hydro thermal scheduling Part II: parallel simulated annealing approach”, *IEE proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 141, n. 5, pp. 502-506, Sept. 1994.
- [265] ANNAKAGE, U. D., NUMNONDA, T., PAHALAWATHA, N. C., “Unit commitment by parallel simulated annealing”, *IEE proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 142, n. 6, pp. 595-600, Nov. 1995.
- [266] YANG, H-T., YANG, P-C., HUANG, C-L., “ parallel genetic algorithm approach to solving the unit commitment problem: implementation on the transputer networks”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, pp. 661-668, May 1997.
- [267] ONGSAKUL, W., DECHANUPAPRITTHA, S., NGAMROO, I., “Parallel tabu search algorithm for constrained economic dispatch”, *IEE Proc. Gen. Transm. Distr.*, v. 151, n. 2, pp. 157-166, Mar. 2004.
- [268] PURUSHOTHAMA, G. K., JENKINS, L., “Simulated annealing with local search - a hybrid algorithm for unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 273-278, Feb. 2003.

- [269] ORERO, S. O., IRVING, M. R., “Economic dispatch of generators with prohibited operating zones: a genetic algorithm approach” *IEE Proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 143, n. 6, pp. 529-534, Nov 1996.
- [270] KAZARLIS, S. A., BAKIRTZIS, A. G., PETRIDIS, V., “A genetic algorithm solution to the unit commitment problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 83-92, Feb. 1996.
- [271] ORERO, S. O., IRVING, M. R., “A genetic algorithm modeling framework and solution technique for short term optimal hydrothermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2, pp. 501-518, May 1998.
- [272] PEREIRA-NETO, A., UNSIHUAY, C., SAAVEDRA, O. R., “Efficient evolutionary strategy optimisation procedure to solve the nonconvex economic dispatch problem with generator constraints”, *IEE Proc. Gen. Transm. Distr.*, v. 152, n. 5, pp. 653-660, Sept. 2005.
- [273] SINHA, N., CHAKRABARTI, R., CHATTOPADHYAY, P. H., “Fast evolutionary programming techniques for short-term hydrothermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 214-220, Feb. 2003.
- [274] YANG, P-C., YANG, H-T., HUANG, C-L., “Scheduling short-term hydrothermal generation using evolutionary programming techniques”, *IEE Proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 143, n. 4, pp. 371-376, Jul. 1996.
- [275] VENKATESH, P., GNANADASS, R., PADHY, N. G., “Comparison and application of evolutionary programming techniques to combined economic emission dispatch with line flow constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 2, pp. 688-697, May 2003.
- [276] WONG, K. P., FUNG, C. C., “Simulated annealing based economic dispatch algorithm”, *IEE Proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 140, n. 6, pp. 509-515, Nov. 1993.
- [277] ZHUANG, F., GALIANA, F. D., “Unit commitment by simulated annealing”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 1, pp. 311-318, Feb. 1990.
- [278] WONG, S. Y. W., “An enhanced simulated annealing approach to unit commitment”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 20, n. 5, pp. 359-368, Jun. 1998.
- [279] WONG, K. P., WONG, Y. W., “Short term hydrothermal scheduling Part I: simulated annealing approach”, *IEE proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 141, n. 5, pp. 497-501, Sept. 1994.
- [280] BASU, M., “A simulated annealing-based goal-attainment method for economic emission load dispatch of fixed head hydrothermal power systems”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 27, n. 2, pp. 147-153, Feb. 2005.
- [281] YALCINOZ, T., SHORT, M. J., “Neural networks approach for solving economic dispatch problem with transmission capacity constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2, pp. 307-313, May 1998.
- [282] DA SILVA, I. N., NEPOMUCENO, L., BASTOS, T. M., “An efficient Hopfield network to solve economic dispatch problems with transmission system representation”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 26, n. 9, pp. 733-738, Nov. 2004.

- [283] KASANGAKI, V. B. A., SENDAULA, H. M., BISWAS, S. K., “Stochastic Hopfield artificial neural network for electric power production costing”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3, pp. 1525-1533, Aug. 1995.
- [284] LIANG, R-H., HSU, Y-Y., “Scheduling of hydroelectric generations using artificial neural networks”, *IEE proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 141, n. 5, pp. 452-458, Sept. 1994.
- [285] WALSH, M. P., MALLEY, M. J. O., “Augmented Hopfield network for constrained generator scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 2, pp. 765-771, May 1999.
- [286] SUM-IN, T., ONGSAKUL, W., “Ant colony search algorithm for unit commitment”, *Proceedings of the International Conference on Industrial Technology*, pp. 72-77, Dec. 2003.
- [287] HUANG, S-J., “Enhancement of hydroelectric generation scheduling using ant colony system based optimization approaches”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 16, n. 3, Sept. 2001.
- [288] PARK, J-B., LEE, K-S., SHIN, J-R., LEE, K. Y., “A particle swarm optimization for economic dispatch with nonsmooth cost functions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 1, pp. 34-42, Feb. 2005.
- [289] GAING, Z-L., “Particle swarm optimization to solving the economic dispatch considering the generator constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 3, pp. 1187-1195, Aug. 2003.
- [290] SWARUP, K. S., KUMAR, P. R., “A new evolutionary computation technique for economic dispatch with security constraints”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 28, n. 4, pp. 273-283, May 2006.
- [291] GAING, Z-L., “Constrained dynamic economic dispatch solution using particle swarm optimization”, *IEEE/PES General Meeting*, Jun. 2004.
- [292] GAING, Z-L., “Discrete particle swarm optimization algorithm for unit commitment”, *Proceedings of the IEEE/PES General Meeting*, pp. 418-424, Jun. 2003.
- [293] NIIMURA, T., YOKOYAMA, R., “An approximate reasoning approach for optimal dynamic dispatch of thermal generating units including auxiliary control”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 2, pp. 651-657, May 1991.
- [294] SANEIFARD, S., PRASAD, N. R., SMOLLECK, H. A., “A fuzzy logic approach to unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, pp. 988-995, May 1997.
- [295] TIPPAYACHAI, J., ONGSAKUL, W., NGAMROO, I., “Non-convex economic dispatch by enhanced tabu search algorithm”, *Proceedings of the IEEE/PES General Meeting*, pp. 908-913, Jun. 2003.
- [296] LU, S., SHAHIDEHPOUR, S. M., WANG, C., “Promoting the application of expert systems in short-term unit commitment”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 3, n. 1, Mar. 1993.
- [297] KOTHARI, D. P., AHMAD, A., “An expert system approach to the unit commitment problem”, *Energy Conversion and Management*, v. 36, n. 4, pp. 257-261, Apr. 1995.
- [298] BERTSEKAS, D.P., “Nonlinear programming”, Athena Scientific, Belmont, MA, 1995.

- [299] LIN, W-M., CHENG, F-S., TSAY, M-T., “Nonconvex economic dispatch by integrated artificial intelligence”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v.16, n.2, pp. 301-306, May 2001.
- [300] SOMASUNDARAM, P., LAKSHMIRAMANAN, R., KUPPUSAMY, K., “Hybrid algorithm based on EP and LP for security constrained economic dispatch problem”, *Electric Power Systems Research*, v. 76, n. 1-3, pp. 77-85, Nov. 2005.
- [301] VICTOIRE, T. A. A., JEYAKUMAR, A. E., “Reserve constrained dynamic dispatch of units with valve-point effects”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 3, pp. 1273-1282, Aug. 2005.
- [302] HUANG, S-J., HUANG, C-L., “Application of genetic-based neural networks to thermal unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, pp. 654-660, May 1997.
- [303] DUO, H., SASAKI, H., NAGATA, T., FUJITA, H., “A solution for unit commitment using Lagrangian relaxation combined with evolutionary programming”, *Electric Power Systems Research*, v. 51, n. 1, pp. 71-77, May 1999.
- [304] TAKRITI, S., BIRGE, J. R., “Using integer programming to refine Lagrangian-based unit commitment solutions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 1, pp. 151-156, Feb. 2000.
- [305] MORI, H., MATSUZAKI, O., “Embedding the priority list into tabu search for unit commitment”, *Proceedings of the PES Winter Meeting*, pp. 1067-1072, 2001.
- [306] BORGHETTI, A., FRANGIONI, A., LACALANDRA, F., *et al.*, “Lagrangian relaxation and tabu search approaches for the unit commitment problem”, *IEEE Power Tech Conference*, Porto, Portugal, Sept. 2001.
- [307] RAJAN, C. C. A., MOHAN, M. R., “An evolutionary programming-based tabu search method for solving the unit commitment problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 1, pp. 577-585, Feb. 2004.
- [308] LIAO, G-C., “Short-term thermal generation scheduling using improved immune algorithm”, *Electric Power Systems Research*, v. 76, n. 5, pp. 360-373, Jan. 2006.
- [309] SABER, A. Y., SENJYU, T., MYAGI, T., *et al.*, “Fuzzy unit commitment scheduling using absolutely stochastic simulated annealing”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, pp. 955-964, May 2006.
- [310] EL DESOUKY, A. A., AGGARWAL, R., ELKATEB, M. M., *et al.*, “Advanced hybrid genetic algorithm for short-term generation scheduling”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr.*, v. 148, n. 6, pp. 511-517, Nov. 2001.
- [311] RAMOS, L. J. M., LORA, A. T., SANTOS, J. R., *et al.*, “Short-term hydro-thermal coordination based on interior point nonlinear programming and genetic algorithms”, *IEEE Power Tech Conference*, Porto, Portugal, Sept. 2001.
- [312] WONG, S. Y. W., “Hybrid simulated annealing/genetic algorithm approach to short-term hydro-thermal scheduling with multiple thermal plants”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 23, n. 7, pp. 565-575, Oct. 2001.
- [313] LUO, G. X., HABIBOLLAHZADEH, H., SEMLYEN, A., “Short- term hydro-thermal dispatch detailed model and solutions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 4, pp. 1452-1460, Oct. 1989.

- [314] HAN, X. S., GOOI, H. B., “Optimal dynamic dispatch in short-term hydrothermal generation systems”, *Proceedings of the PES Winter Meeting*, pp. 1231-1236, Jan. 2000.
- [315] TONG, S. K., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Hydrothermal unit commitment with probabilistic constraints using segmentation method”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 1, pp. 276-282, Feb. 1990.
- [316] BERNHOLTZ, B., GRAHAN, L. J., “Hydrothermal Economic Scheduling, Part III - scheduling the thermal subsystem using constrained steepest descent”, *AIEE Transactions, pt III (Power Apparatus and Systems)*, v. 80, 1096-1105, Feb. 1962.
- [317] BAINBRIDGE, E. S., MCNAMEE, J. M., ROBINSON, D. J., *et al*, “Hydrothermal dispatch with pumped storage”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 85, n. 5, pp. 472-485, May 1966.
- [318] ZOUMAS, C. E., BAKIRTZIS, A. G., THEOCHARIS, J. B., *et al*, “A genetic algorithm solution approach to the hydrothermal coordination problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, pp. 1356-1364, May 2004.
- [319] COHEN, A. I., YOSHIMURA, M., “A branch-and-bound algorithm for unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 102, n. 2, pp. 444-451, Feb. 1983.
- [320] MUCKSTADT, J. A., KOENIG, S. A., “An application of Lagrangian relaxation to scheduling in power-generation systems”, *Operations Research*, v. 25, n. 3, pp. 387-403, May/June. 1977.
- [321] LAUER, G. S., SANDELL, N. R., BERTSEKAS, D. P., *et al.*, “Solution of large-scale optimal unit commitment problems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 1, pp. 79-86, Jan. 1982.
- [322] DODU, J. C., MARTIN, P., MERLIN, A., *et al.*, “An optimal formulation and solution of short range operating problems for a power system with flow constraints”, *Proceedings of the IEEE*, v. 60, n. 1, pp. 54-63, Jan. 1972.
- [323] DILLON, T. S., EDWIN, K. W., KOCHS, H-D., *et al.*, “Integer programming approach to the problem of optimal unit commitment with probabilistic reserve determination”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 97, n. 6, pp. 2154-2166, Nov/Dec. 1978.
- [324] LIDGATE, D., KHALID, B. M. N., “Unit commitment in a thermal generation system with multiple pumped-storage power stations”, *Int. Journ. Of Electrical Power and Energy Systems*, v. 6, n. 2, pp. 101-111, Apr. 1984.
- [325] WONG, K.P., CHEUNG, H.N., “Thermal generator scheduling algorithm based on heuristic-guided depth-first search”, *IEE Proc. part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 137, n. 1, pp. 33-43, Jan. 1990.
- [326] CHEN, C-L., S-WANG, C., “Branch and bound scheduling for thermal generating units”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 8, n. 2, pp. 184-189, Jun. 1993.
- [327] DANTZIG, G. B., WOLFE, P., “Decomposition principle for linear programs”, *Operations Research*, v. 8, n. 1, pp. 101-111, Jan. 1960.
- [328] LASDON, L.S., “Optimization theory for large systems”, The Macmillan Company, 1970.

- [329] STERLING, M. J. H., IRVING, M. R., “Constrained dispatch of active power by linear decomposition”, *IEE Proc.*, v. 124, n. 3, pp. 247-251, Mar. 1977.
- [330] ROMANO, R., QUITANA, V. H., LOPEZ, R., et al., “Constrained economic dispatch of multi-area systems using the Dantzig-Wolfe decomposition principle”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 100, n. 5, pp. 2226-2230, Apr. 1981.
- [331] PEREIRA, M. V. P., PINTO, L. M. V. G., “A decomposition approach to the economic dispatch of hydrothermal systems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 10, pp. 3851-3859, Oct. 1982.
- [332] HINDI, K. S., GHANI, M. R. AB., “Multiperiod secure economic dispatch for large-scale power systems”, *IEE Proc. part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 136, n. 3, pp. 130-136, May 1989.
- [333] AGANAGIC, M., MOKHTARI, S., “Security constrained economic dispatch using nonlinear Dantzig-Wolfe decomposition”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1, pp. 105-112, Feb. 1997.
- [334] BENDERS, J. F., “Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems”, *Numerische Mathematik*, v. 4, n. 1, pp. 238-252, Dec. 1962.
- [335] GEOFFRION, A., “Generalized Benders decomposition”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 10, n. 4, pp. 237-260, 1972.
- [336] BAPTISTELLA, L. F. B., GEROMEL, J. C., “Decomposition approach to problem of unit commitment schedule for hydrothermal systems”, *IEE Proc, part D*, v. 127, n. 6, pp. 250-258, Nov. 1980.
- [337] MA, H., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Decomposition approach to unit commitment with reactive constraints”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr*, v. 144, n. 2, pp. 113-117, Mar. 1997.
- [338] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., “Economic dispatch with security-constrained rescheduling”, *Int. Journ. Of Electrical Power and Energy Systems*, v. 9, n. 2, pp. 97-104, Apr. 1987.
- [339] ALGUACIL, N., CONEJO, A. J., “Multiperiod optimal power flow using Benders decomposition”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 1, pp. 196-201, Feb. 2000.
- [340] YAMIM, H.Y., AL-TALLAQ, K., SHAHIDEHPOUR, S. M., “New approach for dynamic optimal power flow using Benders decomposition in a deregulated power market”, *Electric Power Systems Research*, v. 65, n. 2, pp. 101-107, May 2003.
- [341] FU, Y., SHAHIDEHPOUR, S. M., LI, Z., “AC contingency dispatch based on security-constrained unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, pp. 897-908, May 2006.
- [342] MARTÍNEZ-CRESPO, J., USAOLA, J., FERNÁNDEZ, J. L., “Security-constrained optimal generation in large-scale power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 1, pp. 321-332, Feb. 2006.
- [343] TAKRITI, S., KRASENBRINK, B., WU, L.S-Y, “Incorporating fuel constraints and electricity spot prices into the stochastic unit commitment problem”, *Operations Research*, v. 48, n. 2, pp. 268-280, Mar. 2000.

- [344] BATUT, J., RENAUD, A., “Daily generation scheduling optimization with transmission constraints: a new class of algorithms”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 3, pp. 982-989, Aug. 1992.
- [345] WANG, S. J., SHAHIDEHPOUR, S. M., KIRSCHEN, D. S., *et al.*, “Short term generation scheduling with transmission and environmental constraints using an augmented Lagrangian relaxation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3, pp. 1294-1301, Aug. 1995.
- [346] SHAW, J. J., “A direct method for security-constrained unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3, pp. 1329-1342, Aug. 1995.
- [347] ABDUL-RAHMAN, K. H., SHAHIDEHPOUR, S. M., AGANAGIC, M., *et al.*, “A practical resource scheduling with OPF constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 254-259, Feb. 1996.
- [348] TSENG, C-L., GUAN, X., SVODOBA, A. J., “Multi-area unit commitment for large-scale power systems”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr*, v. 145, n. 4, pp. 415-421, Jul. 1998.
- [349] MA, H., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Unit commitment with transmission security and voltage constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 2, pp. 757-764, May 1999.
- [350] MURILLO-SÁNCHEZ, C. E., THOMAS, R. J., “Parallel processing implementation of the unit commitment problem with full AC power flow constraints”, *Proceedings of the 30th IEEE Hawaii International Conference on System Sciences*, Jan. 2000.
- [351] AL-AGTASH, S., “Hydrothermal scheduling by augmented Lagrangian: consideration of transmission constraints and pumped-storage units”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 4, pp. 750-756, Nov. 2001.
- [352] ONGSAKUL, W., PETCHARAKS, N., “Transmission constrained generation scheduling in a centralized electricity market by improved Lagrangian relaxation”, *IEEE/PES General Meeting*, Jun. 2004.
- [353] EVERETT, H., “Generalized Lagrange Multiplier Method for Solving Problems of Optimum Allocation of Resources”, *Operations Research*, v. 11, pp. 399-417, 1963.
- [354] SHAPIRO, J. F., “Generalized Lagrange multipliers in integer programming”, *Operations Research*, v. 19, n.1, , pp. 68-76, 1971.
- [355] LEMARECHAL. C., “Lagrangian Relaxation”, In: *Computational Combinatorial Optimization*, pp. 115-160, Springer Verlag, Heidelberg, 2001.
- [356] LEMARECHAL, C., RENAUD, A., “A geometric study of duality gaps, with applications”, *Mathematical Programming*, v. 90, n. 3, pp. 399-427, May 2001.
- [357] SHAW, J. J., GENDRON, R. F., BERTSEKAS, D. P., “Optimal scheduling of large hydrothermal power systems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 104, n. 2, pp. 286-293, Feb. 1985.
- [358] NILSSON, O. , SODER, L., SJELVGREN, D., “Integer modeling of spinning reserve requirements in short term scheduling of hydro systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 3, pp. 959-964, Aug. 1999.
- [359] NI, E., GUAN, X., LI, R., “Scheduling hydrothermal power systems with cascaded Head-dependent reservoirs”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, pp. 1127-1132, Aug. 1999.

- [360] BALDICK, R., "The generalized unit commitment problem", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 1, pp. 465-475, Feb. 1995.
- [361] ZHUANG, F., GALIANA, F. D., "Towards a more rigorous and practical unit commitment by Lagrangian relaxation", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, pp. 763-773, May 1988.
- [362] FELTENMARK, S., "On optimization of power production", Doctoral Thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1997.
- [363] WANG, C., SHAHIDEHPOUR, S. M., "Optimal generation scheduling with ramping costs", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 1, pp. 60-67, Feb. 1995.
- [364] ZHU, R., FU, C., RAHMAN, S., "Network programming technique for unit commitment", *Int. Journ. Of Electrical Power and Energy Systems*, v. 17, n. 2, pp. 123-127, Apr. 1995.
- [365] COHEN, A. I., OSTROWSKI, G., "Scheduling units with multiple operating modes in unit commitment", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 497-503, Feb. 1996.
- [366] BJELOGRLIC, M. R., "Inclusion of combined cycle plants into optimal resource scheduling", *Proceedings of the IEEE PES Summer Meeting*, pp. 189-194, Jul. 2000.
- [367] LU, B., SHAHIDEHPOUR, S. M., "Short-term scheduling of combined cycle units", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 3, pp. 1616-1625, Aug. 2004.
- [368] BARD, J. F., "Short-term scheduling of thermal-electric generators using Lagrangian relaxation", *Operations Research*, v. 36, n. 5, pp. 756-766, Sept/Oct. 1988.
- [369] PETERSON, W. L., BRAMMER, S. R., "A capacity based Lagrangian relaxation unit commitment with ramp constraints", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 2, pp. 1077-1084, May 1995.
- [370] SOARES, S., LYRA, C., TAVARES, H., "Optimal generation scheduling of hydrothermal power systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 99, n. 3, pp. 1107-1118, Jun. 1980.
- [371] GUAN, X., LUH, P. B., ZHANG, L., "Nonlinear approximation method in Lagrangian relaxation-based algorithms for hydrothermal scheduling", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 2, pp. 772-778, May 1995.
- [372] NEPOMUCENO, L., DA SILVA, P. S., "An active/reactive predispatch model incorporating ramp rate constraints solved by dual decomposition / Lagrangian relaxation", *Proceedings of the IEEE/PES Transm. Distr. Conf. Expos. Latin America*, pp. 633-638, Jun. 2004.
- [373] POLYAK, B. T., "Minimization of unsmooth functionals", *USSR Comput. Math. Math. Phys*, v.9, pp. 14-29, 1969.
- [374] GEOFFRION, A., "Lagrangian relaxation for integer programming", *Mathematical Programming Study*, n. 2, pp. 82-114, 1974.
- [375] HELD, M., WOLFE, P., CROWDER, H. P., "Validation of subgradient optimization", *Mathematical Programming*, n. 6, pp. 62-88, 1974.
- [376] RUZIC, S., "Lagrangian relaxation technique in power systems operation planning: multiples updating problem", *IEEE/KTH Stockholm Power Tech Conference*, pp. 61-66, Sweden, Jun. 1995.

- [377] HELD, M., KARP, R., “The traveling salesman problem and minimum spanning trees”, *Operations Research*, v. 18, pp. 1138-1162, 1970.
- [378] PRASANNAN, B., LUH, P. B., YAN, H., et al., “Optimization-based sale transactions and hydrothermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 2, pp. 654-660, May 1996.
- [379] CAMERINI, P. M., FRATTA, L., MAFFIOLI, F., “On improving relaxation methods by modified gradient techniques”, *Mathematical Programming Study*, v. 3, pp. 95-109, 1975.
- [380] BONNANS, J. F., GILBERT, J. C., LEMARÉCHAL, C., SAGASTIZÁBAL, C. A., “Numerical optimization. Theoretical and practical aspects”, 2nd Ed., Springer-Verlag, 2006.
- [381] BORGHETTI, A., FRANGIONI, A., LACALANDRA, F., et al., “Lagrangian heuristics based on disaggregated bundle methods for hydrothermal unit commitment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 313-323, Feb. 2003.
- [382] KELLEY, J. E., “The cutting planes method for solving convex problems”, *Siam Journal*, v. 8, n. 4, pp. 703-712, 1960.
- [383] CHENEY, E. W., GOLDSTEIN, A. A., “Newton's method for convex programming and Tchebycheff approximation”, *Numerische Mathematik*, v. 1, n. 1, pp. 253-268, 1959.
- [384] REDONDO, N. J., CONEJO, A. J., “Short-term hydro-thermal coordination by Lagrangian relaxation: solution of the dual problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, pp. 89-95, Feb. 1999.
- [385] LEMARECHAL, C., “Bundle methods in nonsmooth optimization”, in *Nonsmooth Optimization*, pp. 151-165, Pergamon Press, 1978.
- [386] MIFFLIN, R., “A quasi-second-order proximal bundle algorithm”, *Mathematical Programming*, v. 73, pp. 51-72, Apr. 1996.
- [387] KIWIEL, K. C., “Proximity control in bundle methods for convex nondifferentiable minimization”, *Mathematical Programming*, v. 46, n. 1, pp. 105-122, Feb. 1990.
- [388] IUSEUM, A., “Métodos de ponto proximal em otimização”, *20^o Colóquio Brasileiro de Matemática*, IMPA, Jul. 1995.
- [389] DUBOST, L., GONZALEZ, A., LEMARECHAL, C., “A primal-proximal heuristic applied to the unit commitment problem”, *Technical Report, INRIA*, n° 4978, Oct. 2003.
- [390] FELTENMARK, S., KIWIEL, K. C., “Dual Applications of proximal bundle methods, including Lagrangian relaxation of nonconvex problems”, *Siam Journal of Control and Optimization*, v. 10, n. 3, pp. 0697-0721, 2000.
- [391] LUH, P. B., ZHANG, D., TOMASTIK, R. N., “An algorithm for solving the dual problem of hydro thermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2, pp. 593-600, May 1998.
- [392] SCHRAMM, H., ZOWE, J., “A version of the bundle idea for minimizing a nonsmooth function: conceptual Idea, converge analysis, numerical Results”, *Siam Journal of Optimization*, v. 2, n. 1, pp. 121-152.

- [393] GOFFIN, J. L., HAURIE, A., VIAL, J. P., “Decomposition and nondifferentiable optimization with the projective algorithm”, *Management Science*, v. 38, n. 2, pp. 284-302, Feb. 1992.
- [394] MADRIGAL, M., QUINTANA, V. H., “An interior point / cutting plane method to solve unit commitment problems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3, pp. 1022-1027, Aug. 2000.
- [395] BABONNEAU, F., BELTRAN, C., HAURIE, A., et al, “Proximal-ACCPM: a versatile oracle based optimization method”. In *Optimisation, Econometric and Financial Analysis*, vol. 9 of *Advances in Computational Management Science*, 2006.
- [396] AOKI, K., SATOH, T., ITOH, M., et al., “Unit Commitment in a large scale power system including fuel constrained thermal and pumped-storage hydro”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 2, n. 4, pp. 1077-1084, Nov. 1987.
- [397] MENDES, V. M. F., FERREIRA, L. A. F. M., ROLDÃO, et al., “Short-term resource scheduling in large-scale hydrothermal power systems: dual optimization by a modified ε -subgradient algorithm”, *IEEE/KTH Stockholm Power Tech Conference*, pp. 86-92, Sweden, Jun. 1995.
- [398] BELTRAN, C., HEREDIA, F. J., “Short-term hydro thermal coordination by augmented Lagrangean relaxation: a new multiplier updating”, *Investigación Operativa*, v.8, n. 1-3, pp 63-76, Jul. 1999.
- [399] CHENG, C-P., LIU, C-W., LIU, C-C., “Unit commitment by Lagrangian relaxation and genetic algorithm”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 2, pp. 707-71, Mai 2000.
- [400] ATTAVIRIYANUPAP, P., KITA, H, TANAKA, E., et al, “A hybrid EP and SQP for dynamic economic dispatch with nonsmooth fuel cost function”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2, pp. 411-416, May 2002.
- [401] SRIYANYONG, P., SONG, Y. H., “Unit commitment using particle swarm optimization combined with Lagrangian relaxation”, *IEEE-PES General Meeting*, Jun. 2005.
- [402] BERTSEKAS, D. P., LAUER, G. S., SANDELL JR., N. R., et al, “Optimal short-term scheduling of large-scale power systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 28, n. 1, pp. 1-11, Jan. 1983.
- [403] TONG, S. K., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Combination of Lagrangian-relaxation and linear-programming approaches for fuel-constrained unit-commitment problems”, *IEE Proc. part C – Gen. Transm. Distr.*, v. 136, n. 3, pp. 162-174, May 1989.
- [404] FERREIRA, L. A. F. M., ANDERSSON, T., IMPARATO, C. F., et al, “Short term resource scheduling in multi-area hydrothermal power systems”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 11, n. 3, pp. 200-212, Jul. 1989.
- [405] FELTENMARK, S., KIWIEL, K. C., LINDBERG, P-O., “Solving unit commitment problems in power production planning”, Technical Report, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1997.
- [406] MURILLO-SANCHEZ, C., THOMAS, R. J., “Thermal unit commitment including optimal AC power flow constraints”, *30th Hawaii Int. Conf. on Systems Science*, Jan. 1998.

- [407] FRANGIONI, A., GENTILE, C., LACALANDRA, F., “New Lagrangian heuristics for ramp-constrained unit commitment problems”, Proceedings of the 19th Mini EURO Conference on Operational Research models and Methods in the Energy Sector – ORMMES, Coimbra, Por., Sept. 2006.
- [408] GOLLMER, R., MOLLER, A., NOWAK, M. P., *et al.*, “Primal and dual methods for unit commitment in a hydro-thermal power system”, Technical Report, Humboldt Universitat, Berlin, 1998
- [409] GOLLMER, R., NOWAK, M. P., ROMISCH, W., *et al.*, “Unit commitment in power generation - a basic model and some extensions”, *Annals of Operations Research*, v. 96, n.1-4, pp. 167-189, Jan. 2000.
- [410] GUO, S., GUAN, X., ZHAI, Q., “The necessary and sufficient conditions for determining feasible solutions to unit commitment problems with ramping constraints”, *IEEE-PES General Meeting*, Jun. 2005.
- [411] GUAN, X., GUO, S., ZHAI, Q., “The conditions for obtaining feasible solutions to security-constrained unit commitment problems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, pp. 1746-1756, Nov. 2005.
- [412] RUZIC, S., RAJAKOVIC, N., VUCKOVIC, A., “A flexible approach to short-term hydro-thermal coordination, Part I: problem formulation and general solution procedure”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, pp. 1564-1571, Aug. 1996.
- [413] PIRIA, A., TEMPONE, R. F., “A dual algorithm for the short term power production planning with network constraints”, *Technical Report, Instituto de Matemáticas y Estadística (IMERL), Facultad de Ingeniería*, Montevideo, Uruguay, Jan. 1998.
- [414] GUAN, X., LUH, P. B., YAN, H., *et al.*, “Optimization-based scheduling of hydrothermal power systems with pumped-storage units”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, pp. 1023-1031, May 1994.
- [415] VIRMANI, S., ADRIAN, E. C., IMHOF, K., *et al.*, “Implementation of a Lagrangian relaxation based unit commitment problem”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 4, pp. 1373-1380, Oct. 1989.
- [416] ZHAO, X., LUH, P. B., WANG, J., “Surrogate gradient algorithm for Lagrangian relaxation”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 100, n. 3, pp. 699-712, Mar. 1999.
- [417] LI, C., JOHNSON, R. B., SVOBODA, A. J., “A new unit commitment method”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1, pp. 113-119, Feb. 1997.
- [418] TSENG, C-L., OREN, S. S., SVOBODA, A. J., *et al.*, “A unit decommitment method in power system scheduling”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 19, n. 6, pp. 357-365, Aug. 1997.
- [419] MARTINEZ, J.M., “Métodos computacionais de otimização”, 20^o Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, Julho 1995.
- [420] COHEN, G., “Auxiliary problem principle and decomposition of optimization problems”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 32, n. 3, pp. 277-305, Nov. 1980.

- [421] KULOOR, S., HOPE, G. S., MALIK, O. P., “Environmentally constrained unit commitment”, *IEE Proceedings, part C – Gen. Transm. Distr.* v. 139, n. 2, pp. 122-128, Mar. 1992.
- [422] WOLSEY, L. A., NEMHAUSER, G. L., “Integer and Combinatorial Optimization”, Wiley-Interscience; 1st Ed, 1999.
- [423] FISHER, M. L., “The Lagrangian relaxation for solving integer programming problems”, *Management Science*, v. 27, n. 1, pp. 1-18, Jan. 1981.
- [424] YAN, H., LUH, P. B., ZHANG, L., “Scheduling of hydrothermal power systems using the augmented Lagrangian decomposition and coordination technique”, *Proceedings of the American Control Conference*, Baltimore, MA, Jun. 1994.
- [425] RADINSKAIA, E., GALIANA, F. D., “Generation scheduling and the switching curve law”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 2, pp. 546-551, May 2000.
- [426] BAKIRTZIS, A. G., ZOUMAS, C. E., “Lambda of Lagrangian relaxation solution to unit commitment problem”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr*, v. 147, n. 2, pp. 131-136, Mar. 2000.
- [427] EA, K., MONTI, M., “Daily operational planning of the EDF plant mix proposal for a new method”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 1, n. 3, pp. 251-257, Aug. 1986.
- [428] TONG, S. K., SHAHIDEHPOUR, S. M., “An innovative approach to generation scheduling in large-scale hydro-thermal power systems with fuel constrained units”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 2, pp. 665-673, May 1990.
- [429] FERREIRA, L. A. F. M., “On the convergence of the classic hydro-thermal coordination algorithm”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, pp. 1002-1008, May 1994.
- [430] EL-KEIB, A. A., MA, H., HART, J. L., “Environmentally constrained economic dispatch using Lagrangian relaxation method”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 4, pp. 1723-1729, Nov. 1994.
- [431] CAROE, C. C., RUSZCZYNSKI, A., SCHULTZ, R., “Unit commitment under uncertainty via two-stage stochastic programming”, *Technical Report, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik*, Berlin, Germany, Jun. 1997.
- [432] SALAM, M. S., NOR, K. M., HAMDAM, A. R., “Comprehensive algorithm for hydro-thermal co-ordination”, *IEE Proc., part C - Gen, Transm, Distr*, v. 144, n. 5, pp. 482-488, Sept. 1997.
- [433] GUAN, X., NI, E., LI, R., *et al.*, “An optimization-based algorithm for scheduling hydrothermal power systems with cascaded reservoirs and discrete hydro constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 4, pp. 1775-1780, Nov. 1997.
- [434] CARPENTIER, P., COHEN, G., CULIOLI, J-C., *et al.*, “Stochastic optimization of unit commitment: a new decomposition framework”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 2, pp. 1067-1073, May 1996.
- [435] MA, H., SHAHIDEHPOUR, S. M., “Transmission-constrained unit commitment based on Benders decomposition”, *Int. Journ. of Electrical Power and Energy Systems*, v. 20, n. 4, pp. 287-294, May 1998.

- [436] STOTT, B., MARINHO, J. L., “Linear programming for power-system network security applications”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 98, n.3, pp. 837-848, May 1979.
- [437] GORESTIN, B., CAMPODONICO, N. M., COSTA, J. P., *et al*, “Stochastic optimization of a hydro-thermal system including network constraints”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 2, pp. 791-797, May 1992.
- [438] GONZAGA, C., POLAK, E., “On constraint dropping schemes and optimality functions for a class of outer approximation algorithms”, *Siam Journal on Control and Optimization*, v. 17, n. 4, pp. 477-497, 1979.
- [439] IBM, “Optimization Subroutine Library – Guide and Reference”, Release 2.1, 5ed., Feb. 1995.
- [440] GRANVILLE, S., LATTORE, M. L., PEREIRA, L. A. C., “Fluxo de Potência Ótimo: Modelagem Básica e Aplicações”, *XII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – SNPTEE*, Camboriú, S.C., Out. 1995.
- [441] DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E. P., SOUZA, L. C. F., *et al.*, “Aplicação de técnicas de relaxação Lagrangeana e programação dinâmica dual ao modelo de despacho horário da operação energética”, *XVII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – SNPTEE*, Uberlândia, Brasil, Out. 2003.
- [442] BURACHIK, R. S., SAGASTIZÁBAL, C.A. MAKLER, S. S., “An inexact method of partial inverses and a parallel bundle method”, *Optimization Methods and Software*, v. 21, n. 3, pp. 385-400, 2005

11 APÊNDICES

APÊNDICE I - Análise da função dual para a estratégia de RL com duplicação de variáveis para um exemplo ilustrativo

Neste apêndice, exemplifica-se a aplicação da técnica de RL com duplicação de variáveis para o exemplo da seção 4.1, mostrando, para este problema simples, o aprimoramento que pode ser conseguido na viabilidade da pseudo-solução primal ao se aplicarem os artifícios descritos na seção 7.3.3.

Considere o problema introduzido na seção 4.1:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min & f(x, y) := 2x + y \\ \text{s.a.} & x + y = 3 \quad (a) \\ & 0 \leq x \leq 4 \quad (b) \\ & 0 \leq y \leq 2, \quad (c) \end{array} \right. \quad (\text{P}) \quad (11.1)$$

para o qual se utilizarão variáveis artificiais \tilde{x} e \tilde{y} para duplicar as variáveis originais x e y , respectivamente:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min & f(x, y) := 2x + y \\ \text{s.a.} & x + y = 3 \quad (a) \\ & 0 \leq x \leq 4 \quad (b) \\ & 0 \leq y \leq 2 \quad (c) \\ & \tilde{x} - x = 0 \quad (d) \\ & \tilde{y} - y = 0. \quad (e) \end{array} \right. \quad (11.2)$$

Relaxando as restrições (d) e (e) com multiplicadores λ_x e λ_y , respectivamente, e realizando procedimentos similares aos descritos na seção 4.1, chega-se ao seguinte problema dual:

$$\max_{\lambda \in \mathbb{R}^2} \theta(\lambda), \quad (11.3)$$

onde $\theta(\lambda)$ é dada por:

$$\theta(\lambda) := \theta_x(\lambda_x) + \theta_y(\lambda_y) + \theta_{xy}(\lambda_x, \lambda_y),$$

com

$$\theta_X(\lambda_X) := \begin{cases} \min_{\tilde{x}} (2 + \lambda_X)\tilde{x} \\ \text{s.a. } 0 \leq \tilde{x} \leq 4, \end{cases} \quad [X]$$

$$\theta_Y(\lambda_Y) := \begin{cases} \min_{\tilde{y}} (1 + \lambda_Y)\tilde{y} \\ \text{s.a. } 0 \leq \tilde{y} \leq 2, \end{cases} \quad [X]$$

$$\theta_{XY}(\lambda_X, \lambda_Y) := \begin{cases} \min_{x,y} -\lambda_X x - \lambda_Y y \\ \text{s.a. } x + y = 3 \\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 2. \end{cases} \quad [XY]$$

Note que as restrições de caixa foram aplicadas a ambas as variáveis originais e artificiais. As soluções destes subproblemas, em função λ_X e λ_Y , são:

$$\tilde{x}^* := \begin{cases} 4, & \text{se } \lambda_X < -2 \\ 0, & \text{se } \lambda_X > -2 \\ a, & \text{se } \lambda_X = -2, \\ & \text{com } a \in [0,4], \end{cases} \quad \tilde{y}^* := \begin{cases} 2, & \text{se } \lambda_Y < -1 \\ 0, & \text{se } \lambda_Y > -1 \\ a, & \text{se } \lambda_Y = -1, \\ & \text{com } a \in [0,2], \end{cases} \quad (x, y) := \begin{cases} (3,0), & \text{se } -\lambda_X < -\lambda_Y \\ (1,2), & \text{se } -\lambda_X > -\lambda_Y \\ (a,3-a), & \text{se } -\lambda_X = -\lambda_Y, \\ & \text{com } a \in [0,3] \end{cases}$$

Quando comparada à função dual $\theta(\cdot)$ de (4.1), a nova função é tridimensional. Porém, ainda é possível fazer uma análise no \mathfrak{R}^2 para entender o seu comportamento. Note que o subproblema [XY] é também um problema de despacho econômico, porém com os custos de “geração” correspondentes aos multiplicadores λ_X e λ_Y , com sinal contrário. Portanto, a escolha natural para o ótimo, para este problema simples, seria $\lambda_X = -2$ e $\lambda_Y = -1$. Na Figura 11.2 a seguir mostra-se o gráfico da função dual na dimensão de λ_Y , para um valor fixo $\lambda_X = -2$, e os valores ótimos de \tilde{y} e y para cada combinação de λ_X e λ_Y nos subproblemas correspondentes.

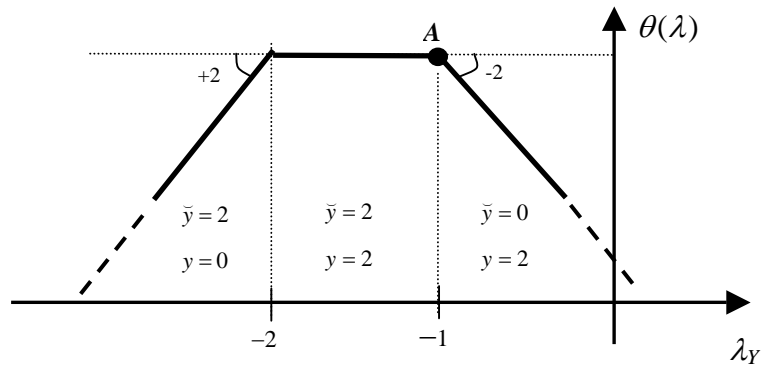


Figura 11.2 – Seção da função dual no eixo da variável λ_Y , para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis.

De forma análoga, mostra-se na Figura 11.3 a seguir, o gráfico da função dual na dimensão de λ_X , para um valor fixo $\lambda_Y = -1$, e os valores ótimos de \tilde{x} e x para cada combinação de λ_X e λ_Y nos subproblemas correspondentes:

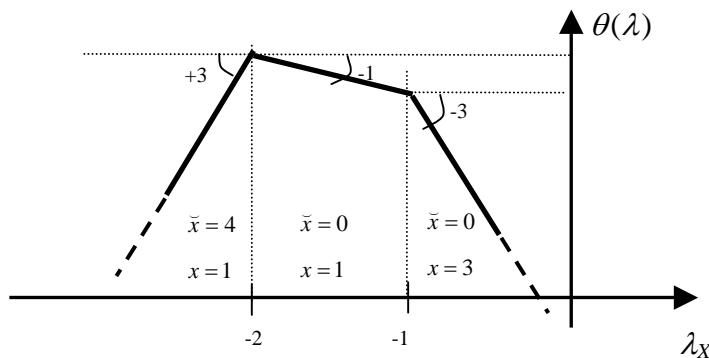


Figura 11.3 – Seção da função dual no eixo da variável λ_X , para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis.

O gráfico da Figura 11.2 ilustra o comportamento típico observado para quase todas as unidades geradoras do sistema: uma região lateral à esquerda - onde a variável artificial atinge um valor superior ao da variável original, uma região lateral à direita, onde as relações se invertem, e um platô, onde se atinge a igualdade entre as duas variáveis.

Já o gráfico da Figura 11.3 mostra o comportamento típico da função dual no eixo do(s) gerador(es) marginais do sistema¹. Para estes geradores, em geral não se observa a presença de um platô no gráfico da função.

¹ em geral, para um problema com custos lineares, o gerador marginal é único.

Ao se maximizar a função dual, pode-se conseguir a viabilidade para a restrição $\tilde{y} - y = 0$, caso o multiplicador λ_x esteja no intervalo $(-2, -1)$. Caso seu valor seja numericamente menor do que -2 ou maior do que -1 , a restrição não será atendida. Já a restrição $\tilde{x} - x = 0$ nunca será atendida, pela mesma razão explicada na seção 4.1 para a restrição $x + y = 3$.

O gráfico tridimensional da função dual é apresentado a seguir, na Figura 11.4.

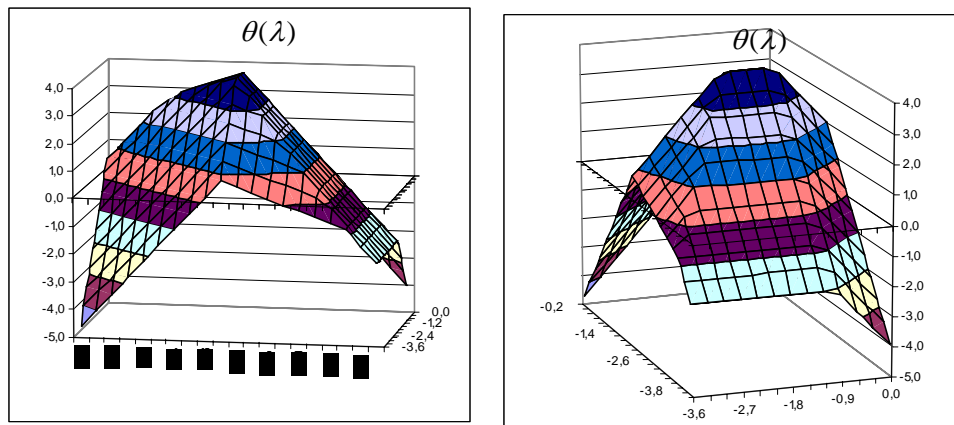


Figura 11.4 – Gráfico tridimensional da função dual, para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis.

I.1– Modificações na função dual com os aprimoramentos propostos na seção 7.3.3

Nesta seção, ilustra-se a redução do grau de inviabilidade na pseudo-solução primal conseguida com as técnicas descritas na seção 7.3.3, quando aplicadas ao exemplo (11.1).

Aprimoramento na FPHA

O exemplo (11.1) pode ser visto como um problema de TED. No entanto, se considerarmos uma produtividade ($MW/(m^3/s)$) e um valor da água ($R\$/hm^3$) constantes para a usina, pode-se, mediante o produto do valor da água pelo inverso da produtividade e uma conversão adequada de unidades, tratá-la como uma usina térmica equivalente com custo linear fixo. Ao se construir uma FPHA linear por partes para a usina hidroelétrica, o seu efeito pode ser entendido então como o de construir uma função de custo linear por partes para essa usina térmica equivalente.

Suponha então que, no exemplo (11.1), a variável y representa a geração de usina hidroelétrica, com FPHA linear por partes e com o valor da água constante¹, resultando na função de custo linear $c(x)$ por partes mostrada na Figura 11.5.

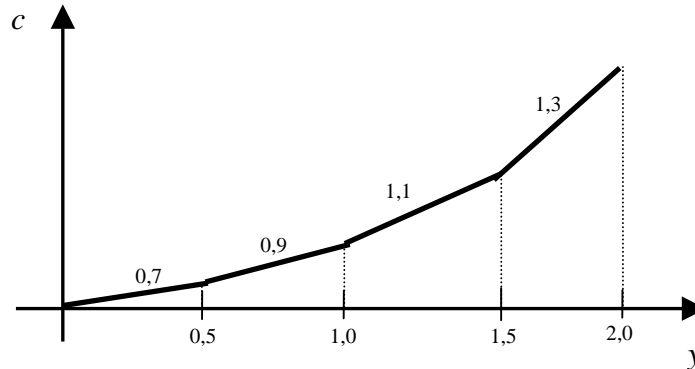


Figura 11.5 – Função de custo linear por partes para a usina cuja geração é representada pela variável y .

Note que, ao invés de um custo linear fixo igual a 1,0 para todo o intervalo $[0,2]$, a geração da usina possui custos incrementais de 0,7; 0,9; 1,1; 1,3; respectivamente, para os intervalos $[0;0,5]$; $[0,5;1,0]$; $[1,0;1,5]$; e $[1,5;2,0]$.

Considere então o novo problema (11.4), formulado como segue:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min f(x, y) := 2x + 0,7y_1 + 0,9y_2 + 1,1y_3 + 1,3y_4 & \\ \text{s.a. } x + y = 3 & (a) \\ 0 \leq x \leq 4 & (b) \\ 0 \leq y_i \leq 0,5, i = 1, \dots, 4 & (c'_1) \\ y = \sum_i y_i & (c'_2), \end{array} \right. \quad (11.4)$$

onde se aplica RL com duplicação de variáveis de forma semelhante a (11.2). Mostra-se que a nova função dual tem a forma seguinte na dimensão de λ_y , para um valor fixo $\lambda_x = -2$.

¹ No problema de programação para 1 dia, esta aproximação é bastante razoável, já que o valor da água depende do volume do reservatório, que quase não varia ao longo do dia.

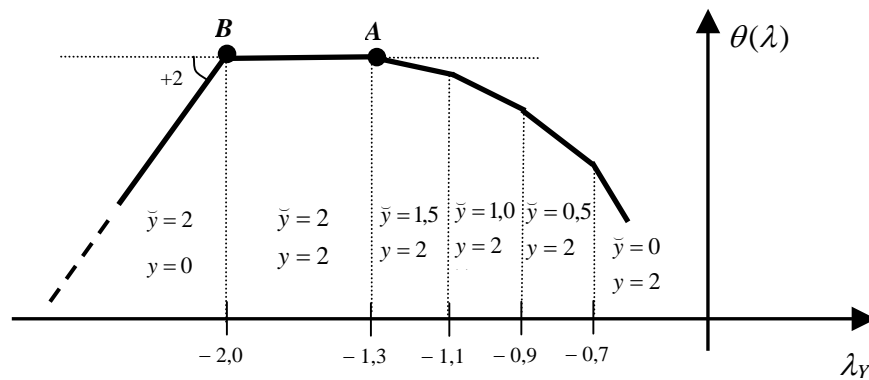


Figura 11.6 – Seção da função dual no eixo da variável λ_Y , para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis, e realizando um aprimoramento na modelagem da FPHA.

Observe que o ângulo entre a função dual e a reta $\theta(\lambda) = \theta(\lambda^*)$, à direita do ponto A, tem inclinação menor do que o mesmo ângulo na Figura 11.2. Esta redução evidencia o menor grau de inviabilidade da restrição $\tilde{y} - y = 0$ caso o multiplicador ótimo λ_Y^* seja numericamente um pouco maior do que o valor $-1,3$ (resp., $-1,0$ na Figura 11.2), que é um dos extremos de seu intervalo ótimo $[-2,0; -1,3]$ (resp. $[-2, -1]$). No limite, ao se usar uma FPHA não linear para a usina cuja geração é y , a função dual será suave no ponto A e a inviabilidade da pseudo-solução ótima da RL será nula, caso o valor de λ_Y^* seja um pouco maior do que o valor no extremo à direita de seu intervalo ótimo.

Criação de unidades artificiais

Analisemos agora a influência da introdução de variáveis artificiais para as usinas hidroelétricas na redução da inviabilidade do pseudo-ponto primal obtido pela RL com duplicação de variáveis.

Considere uma modificação ao problema (11.4), onde se introduzem 8 unidades artificiais para a usina x , com as mesmas propriedades incrementais da usina:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min f(x, y) := 2 \sum_{j=1}^8 x_j + 0,7y_1 + 0,9y_2 + 1,1y_3 + 1,3y_4 & \\ s.a. \quad x + y = 3 & (a) \\ \quad 0 \leq x \leq 4 & (b) \\ \quad 0 \leq y_i \leq 0,5, \quad i = 1, \dots, 4 & (c'_1) \\ \quad y = \sum_i y_i & (c'_2) \\ \quad 0 \leq x_j \leq 0,5, \quad i = 1, \dots, 8 & (d'_1) \\ \quad y = \sum_j y_j & (d'_2), \end{array} \right. \quad (11.4)$$

para o qual se aplica RL com duplicação de variáveis de forma semelhante aos problemas anteriores, porém **duplicando cada unidade artificial** x_j , resultando em 8 multiplicadores escalares λ_{x_j} , para $j = 1, \dots, 8$.

Pelos mesmos motivos descritos anteriormente, os valores destes multiplicadores tenderão ao valor -2 , para representar adequadamente o custo de geração da usina x no subproblema $[XY]$. No entanto, numericamente estes multiplicadores não serão iguais. Sem perda de generalidade suponha que $\lambda_{x_j} > \lambda_{x_{j+1}}$, e $\lambda_{x_j} \in [-2+\epsilon, -2-\epsilon]$, para todo $j = 1, \dots, 8$. Então a função dual, na dimensão de λ_y , para o conjunto de valores λ_{x_j} descrito acima, terá a seguinte forma no entorno do ponto B indicado na Figura 11.6.

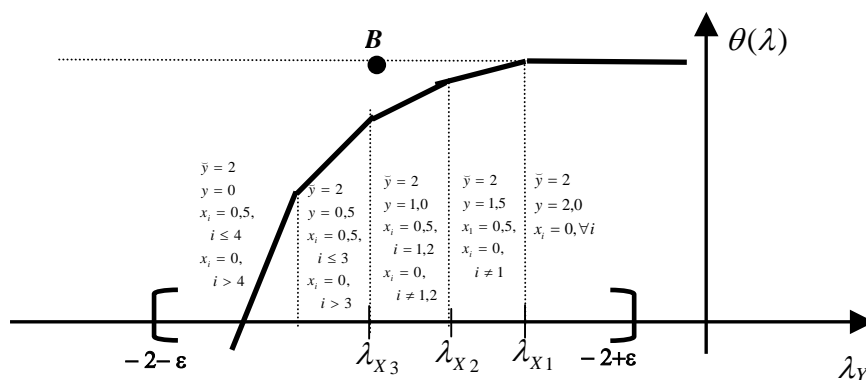


Figura 11.7 – Seção da função dual no eixo da variável λ_y , para o exemplo do capítulo 4, resolvido por RL com duplicação de variáveis, e realizando tanto um aprimoramento na modelagem da FPHA como a inclusão de variáveis artificiais para as unidades geradoras.

Percebe-se que o ângulo entre a reta horizontal $\theta(\lambda)=\theta(\lambda^*)$ e o primeiro segmento inclinado diminuiu, em relação ao ângulo à esquerda do ponto B na Figura 11.6. Observa-se, portanto, que a criação de unidades geradoras artificiais também promove uma redução do grau de inviabilidade do pseudo-ponto primal obtido com a RL.

A composição da curva à direita do ponto A , na Figura 11.6, com a mostrada na Figura 11.7, mostra que os artifícios de aperfeiçoamento da FPHA das usinas e de criação de unidades artificiais são complementares, no que diz respeito à redução do grau de inviabilidade do pseudo-ponto primal obtido com a RL por duplicação de variáveis, estratégia proposta nesta tese para resolver o problema de PDO.

APÊNDICE II – Obtenção de uma estimativa para um ponto primal viável a partir dos resultados da Relaxação Lagrangeana

Neste apêndice ilustra-se, para o exemplo discutido no capítulo 4, a aplicação da alternativa (*conv*) (vide seção 6.4.4) para obtenção de uma estimativa de um ponto primal viável para o problema original, a partir dos resultados da RL.

Considere, na Figura 11.8, o mesmo gráfico da função dual mostrado anteriormente na Figura 4.1, onde agora se indicam os pseudos-pontos primais associados a cada corte obtido para o modelo da função dual, referenciados como (1), (2) e (3). Estes pseudos-pontos podem ser calculados resolvendo-se os subproblemas $\theta_x(\lambda)$ e $\theta_y(\lambda)$, para valores de λ nos intervalos $(-\infty, -2)$, $(-2, -1)$ e $(-1, +\infty)$, respectivamente para os cortes (1), (2) e (3).

Nesta figura, os valores $x^{(i)}$ e $y^{(i)}$ indicam os valores das variáveis primais obtidas ao se resolverem os subproblemas $\theta_x(\lambda)$ e $\theta_y(\lambda)$, para λ no intervalo para o qual o corte (i) encontra-se ativo na solução do problema dual. Ou seja:

$(x^{(i)}, y^{(i)}) = x(\lambda^{(i)})$, onde:

$$\begin{cases} \lambda^{(1)} \leq -2 \\ -2 \leq \lambda^{(2)} \leq -1 \\ \lambda^{(3)} \geq -1 \end{cases}$$

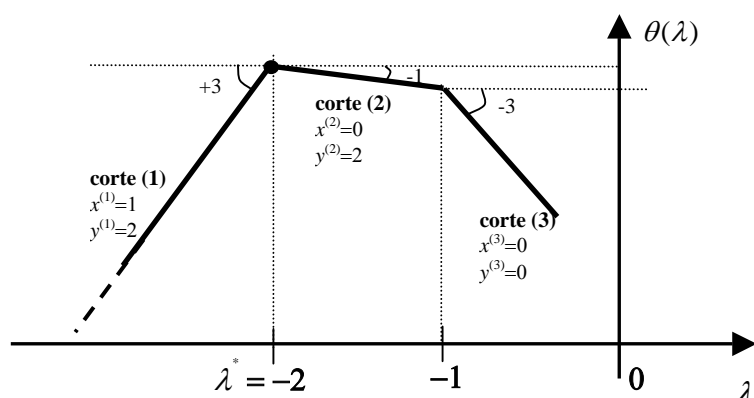


Figura 11.8 – Modelo da função dual, com 3 cortes e seus respectivos pseudos-pontos primais associados.

O problema dual com estes 3 cortes é dado por:

$$\begin{cases} \max_{\theta, \lambda} \theta \\ \text{s.a. } \theta \leq 10 + 3\lambda & (\text{corte 1} \Rightarrow \text{multip. } \kappa_1 \geq 0) \\ \theta \leq 2 - \lambda & (\text{corte 2} \Rightarrow \text{multip. } \kappa_2 \geq 0) \\ \theta \leq -3\lambda & (\text{corte 3} \Rightarrow \text{multip. } \kappa_3 \geq 0). \end{cases} \quad (11.6)$$

Os multiplicadores k_i associados a cada corte podem ser obtidos resolvendo o problema dual de (11.6):

$$\begin{cases} \min 10\kappa_1 + 2\kappa_2 + 0\kappa_3 \\ \text{s.a. } \kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3 = 1 & (\Rightarrow \text{multip. } \theta) \\ 3\kappa_1 - \kappa_2 - 3\kappa_3 = 1 & (\Rightarrow \text{multip. } \lambda). \end{cases} \quad (11.7)$$

A solução de (11.7) é $\kappa_1^* = 1/4$, $\kappa_2^* = 3/4$, e $\kappa_3^* = 0$ (cortes (1) e (2) ativos e corte (3) inativo).

Logo, a estimativa para o pseudo-ponto primal (\hat{x}, \hat{y}) , cujo cálculo é explicado nas seções 4.5.4 e 6.4.4, é:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \sum_{i \in A^{(k)}} \kappa_i^{(k)} x^{(i)} = 1/4 \times 4 + 3/4 \times 0 = 1 \\ \hat{y} &= \sum_{i \in A^{(k)}} \kappa_i^{(k)} y^{(i)} = 1/4 \times 2 + 3/4 \times 2 = 2. \end{aligned}$$

Note que, para o exemplo estudado, tem-se que (\hat{x}, \hat{y}) coincide com o ponto primal (x^*, y^*) , solução de (P) , já que o problema primal (4.1) é convexo. Observa-se também que, como $\lambda^* = -2$ se situa na interseção dos cortes (1) e (2), o valor obtido para o pseudo-ponto primal não irá variar se esta interseção ocorre em um valor numérico maior ou menor que -2 (vide discussão na seção 4.1), já que os valores de κ_1^* e κ_2^* dependem apenas da inclinação relativa entre os cortes.

Resolução pelo método de feixes

Na metodologia proposta nesta tese, os multiplicadores κ^* são calculados pelo problema quadrático do método de feixes proximal, quando $\hat{\lambda} \approx \lambda^* = -2$ e o algoritmo pára. Calculando a solução do PQ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\theta, \lambda} \quad \theta + \frac{1}{2} \tau^{(k)} |\lambda - \hat{\lambda}|^2 \\ \text{s.a.} \quad \theta \leq 10 + 3\lambda \\ \quad \quad \theta \leq 2 - \lambda \\ \quad \quad \theta \leq -3\lambda, \end{array} \right.$$

para $\hat{\lambda} = -2 \pm \varepsilon$, obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa_1^* = \frac{1 \mp \tau^{(k)} \varepsilon}{4} \\ \kappa_2^* = \frac{3 \pm \tau^{(k)} \varepsilon}{4} \\ \kappa_3^* = 0, \end{array} \right.$$

que são próximos aos valores $(1/4, 3/4, 0)$ de (11.7).

APÊNDICE III – Dados para os estudos de caso realizados no Capítulo 7

III.2 Subsistemas e intercâmbios

Os subsistemas considerados em cada caso são mostrados na Tabela 11.1 abaixo, e seguem a mesma disposição mostrada na Figura 8.1, para o estudo apresentado no capítulo 8. Os intercâmbios entre os subsistemas são mostrados na Tabela 11.2.

Tabela 11.1 – Subsistemas considerados nos estudos

Subsistema		Casos
Nome	Índice	
S	2	A a H
SE	1	B a H
N	4	B a H
NE	3	C a H

Tabela 11.2 – Intercâmbios considerados nos estudos

Intercâmbios				
SS “de”	SS “para”	Limite de=>para (MW)	Limite para=>de (MW)	Casos
2	1	4600	4800	B a H
1	4	850	850	B a H
1	3	300	300	C a H

III.3 Usinas Hidroelétricas

As usinas hidroelétricas consideradas em cada caso são listadas na Tabela 11.3 a seguir, onde indica-se também a respectiva potência instalada, capacidade de armazenamento, e subsistema a que pertence.

Tabela 11.3 – Usinas hidroelétricas considerados nos estudos.

USINA	SS	Pot. Inst. (MW)	Cap. Armaz. (hm ³)	casos	USINA	SS	Pot. Inst. (MW)	Cap. Armaz. (hm ³)	casos		
74	G.B. Munhoz	2	1676	3804	A a H	50	L. N. Garcez	1	72	-	D a H
76	Segredo	2	1260	388	A a H	51	Canoas II	1	70	-	D a H
77	Salto Santiago	2	1420	4113	A a H	52	Canoas I	1	83	-	D a H
78	Salto Osório	2	1078	-	A a H	61	Capivara	1	640	5724	D a H
82	Salto Caxias	2	1240	-	A a H	62	Taquaruçu	1	554	-	D a H
93	Passo Fundo	2	226	1404	A a H	63	Rosana	1	372	-	D a H
111	Passo Real	2	158	3357	A a H	66	Itaipu	1	13300	-	E a H
112	Jacuí	2	180	-	A a H	37	Barra Bonita	1	140	2566	F a H
113	Itaúba	2	500	-	A a H	38	A. S. Lima	1	144	-	F a H

USINA		SS	Pot. Inst. (MW)	Cap. Armaz. (hm ³)	casos	USINA		SS	Pot. Inst. (MW)	Cap. Armaz. (hm ³)	casos
134	Salto Grande	1	102	-	B a H	39	Ibitinga	1	131	-	F a H
144	Mascarenhas	1	131	-	B a H	40	Promissão	1	264	2128	F a H
192	Guilm.-Amor.	1	140	-	B a H	42	Navanhandava	1	347	-	F a H
251	Serra da Mesa	1	1575	43250	B a H	44	Ilha Solt. Equiv.	1	4252	8965	F a H
115	G. P. Souza	2	260	156	B a H	45	Jupia	1	1552	-	F a H
275	Tucuruí	4	7240	38982	B a H	24	Emborcação	1	1192	13056	G e H
272	Curuá-Una	4	30	400	B a H	25	Nova Ponte	1	510	10380	G e H
156	Três Marias	3	396	15278	C a H	26	Miranda	1	408	146	G e H
169	Sobradinho	3	1050	28669	C a H	30	Corumbá I	1	375	1030	G e H
172	Itaparica	3	1500	3548	C a H	31	Itumbiara	1	2280	12454	G e H
173	Moxotó	3	400	-	C a H	32	Cach. Dourada	1	658	-	G e H
174	P. Afonso 123	3	1423	-	C a H	33	São Simão	1	1710	5540	G e H
175	P. Afonso 4	3	2460	-	C a H	14	Caconde	1	80	504	H
178	Xingó	3	3162	-	C a H	15	E.da Cunha	1	109	-	H
190	Boa Esperança	3	225	1912	C a H	16	A. S. Oliveira	1	32	-	H
47	A. A. Laydner	1	98	3165	D a H	17	Marimbondo	1	1488	5260	H
49	Chavante	1	414	3041	D a H	18	A. Vermelha	1	1397	-	H

A topologia hidráulica do sistema brasileiro, incluindo as usinas acima relacionadas, é descrita no Apêndice IV. Dados adicionais para as usinas, como polinômios de montante e de jusante, número de unidades geradoras, entre outros, constam do cadastro de usinas hidroelétricas do SIN, cujos dados encontram-se no endereço <http://www.ons.org.br>.

III.4 Usinas Termoelétricas

As usinas térmicas consideradas em cada caso, com os custos correspondentes, são relacionadas na Tabela 11.4 a seguir.

Tabela 11.4 – Unidades geradoras térmicas consideradas nos estudos.

Usina	# unidades	SS	Potência Nominal (por unidade)	Custo de geração (R\$/MWh)	Casos
9 P. Medici A	3	2	160,0	22,32	A a H
11 J. Lacerda A	2	2	116,0	48,92	A a H
13 Charqueada	4	2	18,0	53,29	A a H
14 Alegrete	2	2	33,0	98,52	A a H
16 Nutepa	1	2	24,0	100,00	A a H
1 Angra	1	1	300,0	8,50	B a H
2 Santa Cruz 1-2	2	1	84,0	85,00	B a H
3 Santa Cruz 3-4	2	1	194,0	41,55	B a H
18 Camaçari	1	3	40,0	230,00	C a H
4 Piratininga 3-4	2	1	167,5	127,00	D a H

	Usina	# unidades	SS	Potência Nominal (por unidade)	Custo de geração (R\$/MWh)	Casos
6	Piratininga 1-2	2	1	50,0	112,00	D a H
7	Carioba	1	1	36,0	140,00	D a H

III.5 Demanda de Energia

As demandas em cada caso, para cada subsistema, foram consideradas constantes ao longo do dia, e seus valores são listados na Tabela 11.5 a seguir.

Tabela 11.5 – Demanda de energia considerada para todos os intervalos de tempo,.

Caso	D_{SSi}^t (MW)				Caso	D_{SSi}^t (MW)			
	SS 1	SS 2	SS 3	SS 4		SS 1	SS 2	SS 3	SS 4
A	-	2.000	-	-	E	10.000	3.000	3.000	2.000
B	1.000	2.000	-	1.000	F	10.000	3.000	3.000	2.000
C	1.000	2.000	800	1.000	G	20.000	3.000	3.000	2.000
D	4.000	3.000	3.000	2.000	H	20.000	5.000	3.000	2.000

III.6 Condições para as usinas hidroelétricas

O volume no início do dia, em % da capacidade máxima de armazenamento, e as vazões afluentes médias incrementais ao longo do dia (consideradas constantes) para cada usina hidroelétrica, são relacionadas na Tabela 11.6 a seguir.

Tabela 11.6 – Condições para as usinas hidroelétricas nos estudos considerados.

Usina	V^0 (%)	I' (m^3/s)	Usina	V^0 (%)	I' (m^3/s)	Usina	V^0 (%)	I' (m^3/s)
A. A. Laydner	28,1	66	Guilm.-Amor.	-	39	P. Afonso 123	-	1457
A. Vermelha	24,1	1512	Ibitinga	-	260	P. Afonso 4	-	0,0
A. S. Lima	-	198	I. Solt. Equiv.	35,7	3621	Promissão	46,6	363
A. S. Oliveira	-	50	Itaipu	-	6656	Rosana	-	523
Barra Bonita	65,7	174	Itaparica	96,1		Salto Caxias	-	527
Boa Esperança	41,7	409	Itaúba	-	117	Salto Grande	-	65
Cach. Dourada	-	1066	Itumbiara	31,4	1023	Salto Osório	-	409
Caconde	69,1	30	Jacuí	-	131	Salto Santiago	78,4	385
Canoas I	-	179	Jupiá	-	3871	São Simão	52,7	179
Canoas II	-	172	L. N. Garcez	-	164	Segredo	80,0	197
Capivara	90,0	434	Marimondo	31,0	963	Serra da Mesa	39,4	321
Chavante	34,0	113	Mascarenhas	-	433	Sobradinho	32,3	1475
Corumbá I	49,8	249	Miranda	70,0	240	Taquaruçu	-	451
Curuá-Una	40	554	Moxotó	-	1457	Três Marias	43,2	367
E.da Cunha	-	50	Navanhandava	-	389	Tucuruí	56,4	1533
Emborecação	17,6	963	Nova Ponte	24,7	210	Xingó	-	1457
G. P. Souza	54	13	Passo Fundo	70	52			
G.B. Munhoz	60,5	164	Passo Real	59,5	130			

APÊNDICE IV - Resultados adicionais para o capítulo 7

IV.1 - Resultados da Seção 7.2.2

Tabela 11.7 – Desvios percentuais ocorridos entre os valores de Z obtidos resolvendo o problema por PDD (estratégia 1) ou pela (Estratégia 3uni) – todos os casos e usinas.

Usina	Desvios	Usina	Desvios
74	4,29%, no caso D	26	0,57% no caso G
76	0,15% no caso E	33	0,26% no caso G
111	0,21% no caso D e 1,15% no caso F	40	0,12% no caso G
112	0,21% no caso D e 1,16% no caso F	42	0,11% no caso G
113	0,17% no caso D e 0,65% no caso F		
Demais combinações de usina / caso: desvio = 0,00%			

Tabela 11.8 – Desvios percentuais ocorridos entre os valores de Z obtidos resolvendo o problema por PDD (estratégia 1) ou pela (Estratégia 3usi) – todos os casos e usinas.

Usina	Desvios	Usina	Desvios
74	0,52%, no caso D	26	0,02% no caso G
111	0,02% no caso D	33	0,05% no caso G
112	0,02% no caso D	40	0,15% no caso G
113	0,02% no caso D	42	0,14% no caso G
Demais combinações de usina / caso: desvio = 0,00%			

IV.2 – Resultados da Seção 7.3.1

Tabela 11.9 – Média dos módulos dos desvios percentuais horários entre Z e GH considerando todos os intervalos, por usina, para o caso H (%).

Usina	Estratégia 3uni	Estratégia 3usi	Usina	Estratégia 3uni	Estratégia 3usi
Capivara	10,48	12,92	Jupia	5,09	11,13
Chavantes	13,58	13,73	Nova Ponte	7,38	14,55
G. B. Munhoz	11,90	12,52	Promissão	20,22	32,07
I. Solt. Eqv.	3,40	13,83	Rosana	2,73	5,24
Itaipu	1,89	6,34	Salto Santiago	15,86	18,23
Itaparica	11,34	26,12	Sobradinho	31,48	20,62
Itumbiara	17,82	14,50	Tucuruí	2,48	4,69
Itauba	24,23	25,43	Xingo	11,73	16,98

Tabela 11.10 – Diferença percentual, em módulo, entre os valores médios diários de Z e GH, por usina, para o caso H.

Usina	Estratégia 3uni			Estratégia 3usi		
	Z	GH	Desvio	Z	GH	Desvio (%)
G. B. Munhoz	1528,44	1457,76	4,62 %	1528,44	1477,34	3,34 %
I. Solt. Eqv.	1375,39	1384,00	0,62 %	1352,91	1376,92	1,74 %
Itaipu	8410,01	8460,62	0,60 %	8353,13	8461,69	1,28 %
Itaparica	563,20	510,42	9,37 %	482,20	591,25	18,44 %
Itumbiara	709,81	649,65	8,48 %	709,81	666,57	6,09 %
Jupiá	798,86	807,92	1,12 %	788,00	823,85	4,35 %
Salto Santiago	824,86	839,04	1,69 %	824,86	887,50	7,06 %
Sobradinho	335,00	240,63	28,17 %	335,00	280,63	16,23 %
Tucuruí	2913,54	2850,00	2,18 %	2943,01	2850,00	3,16 %
Xingo	1298,87	1243,96	4,23 %	1112,05	1140,21	2,47 %

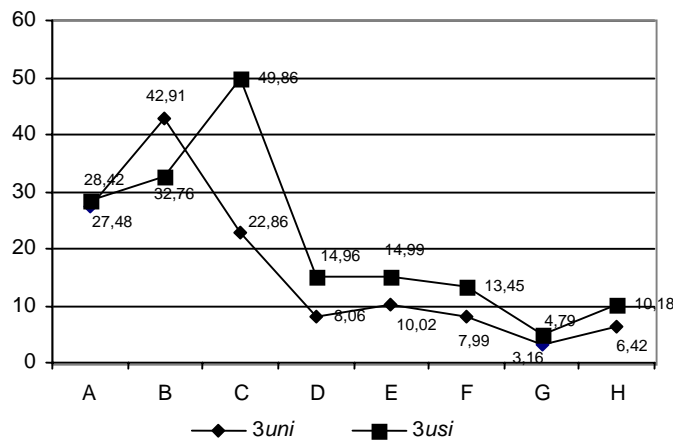


Figura 11.9 – Média, considerando todas as usinas dos módulos das diferenças percentuais entre os valores médios diários de Z e GH.

IV.3- Resultados da Seção 7.3.2

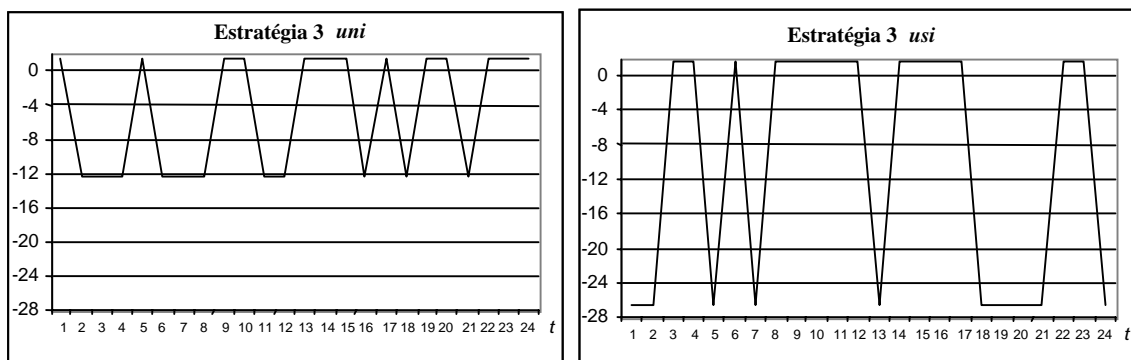


Figura 11.10 – Diferenças, por intervalo de tempo, entre a demanda e a soma das gerações y e Z – caso A.

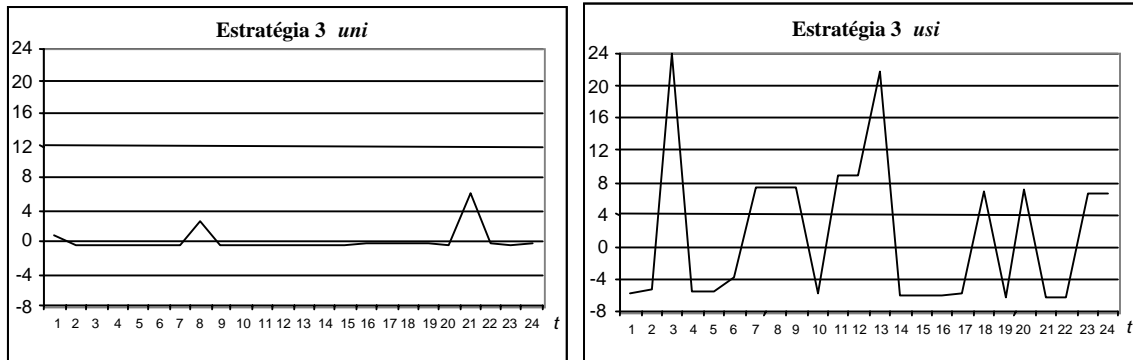


Figura 11.11 – Diferenças, por intervalo de tempo, entre a demanda e a soma das gerações y e Z – caso D.

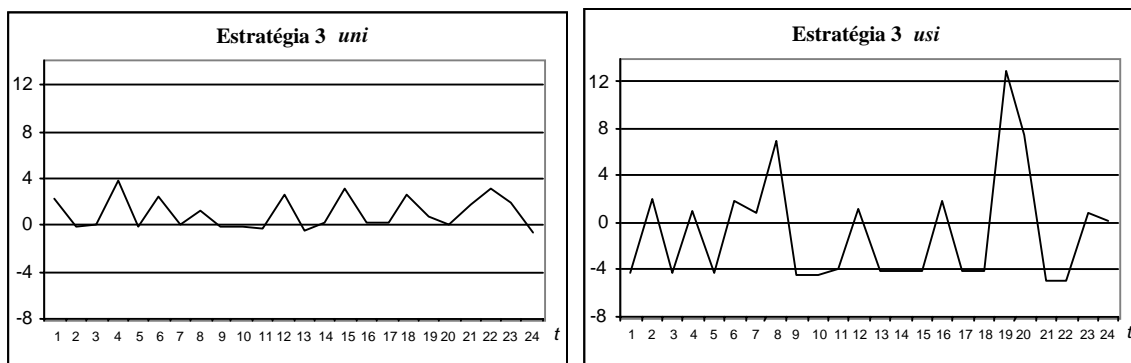


Figura 11.12 – Diferenças, por intervalo de tempo, entre a demanda e a soma das gerações y e Z – caso H.

Tabela 11.11 – Média das inviabilidades para o atendimento da demanda diária a partir dos valores de y e Z.

	Caso	A	B	C	D	E	F	G	H
Estratégia	demanda média	2000,0	4000,0	4800,0	12000,0	18000,0	18000,0	28000,0	30000,0
3uni	média de $\Sigma Z + \Sigma y$ (MW)	1905,5	3685,2	4715,4	12010,4	17996,5	17982,1	28029,4	29773,5
	Desvio %	-4,73	-7,87	-1,76	+0,09	-0,02	-0,10	+0,10	-0,75
3usi	média de $\Sigma z + \Sigma y$ (MW)	1798,0	3506,3	4086,7	12192,1	18154,7	18461,8	27856,1	30289,9
	Desvio %	-10,10	-12,34	-14,86	+1,60	+0,86	+2,57	-0,51	+0,97

IV.4- Resultados da Seção 7.3.3

Tabela 11.12 – Média dos módulos das diferenças percentuais entre *Z* e *GH* em cada intervalo, por usina, para o caso H, na estratégia *3uni* (%).

Usina	Caso-base	FPHA detalhada	Unidades Artificiais	FPHA + Unid. Artif.
Capivara	10,48	12,96	0,00	2,63
Chavantes	13,58	9,14	0,36	1,34
G. B. Munhoz	11,90	8,49	2,71	2,24
I. Solt. Eqv.	3,40	2,78	4,26	1,47
Itaipu	1,89	2,80	1,95	1,77
Itaparica	11,34	5,53	16,72	15,15
Itumbiara	17,82	28,91	7,23	8,21
Itauba	24,23	16,49	10,68	9,53
Jupiá	5,09	0,94	4,42	2,08
Nova Ponte	7,38	0,90	2,28	1,60
Promissão	20,22	2,74	4,48	11,35
Rosana	2,73	1,41	2,28	6,47
Salto Santiago	15,86	15,36	3,89	3,73
Sobradinho	31,48	21,88	2,91	2,42
Tucuruí	2,48	0,55	2,05	3,17
Xingo	11,73	3,39	2,07	1,59

Tabela 11.13 – Média dos módulos dos desvios percentuais entre *Z* e *GH* em cada intervalo, por usina, para o caso H, na estratégia *3usi* (%).

Usina	Caso-base	FPHA detalhada	Unidades Artificiais	FPHA + Unid. Artif.
Capivara	12,92	13,30	0,00	2,64
Chavantes	13,73	11,86	3,81	7,75
G. B. Munhoz	12,52	11,77	2,64	2,81
I. Solt. Eqv.	13,83	4,26	8,59	3,91
Itaipu	6,34	3,45	4,91	1,88
Itaparica	26,12	10,94	22,50	21,84
Itumbiara	14,50	27,90	7,26	8,19
Itauba	25,43	25,32	9,79	9,72
Jupiá	11,13	5,81	7,08	4,51
Nova Ponte	14,55	10,17	3,00	4,34
Promissão	32,07	33,31	8,13	13,27
Rosana	5,24	6,57	3,94	6,43
Salto Santiago	18,23	17,88	4,35	3,92
Sobradinho	20,62	29,95	3,61	5,17
Tucuruí	4,69	4,62	5,15	4,71
Xingo	16,98	10,45	22,79	3,78

Análise dos efeitos de uma FPHA detalhada para as usinas de Tucuruí e Paulo Afonso

Tucuruí: 11 unidades de 375 MW + 12 unidades de 350 MW;

Paulo Afonso: 6 unidades de 410 MW.

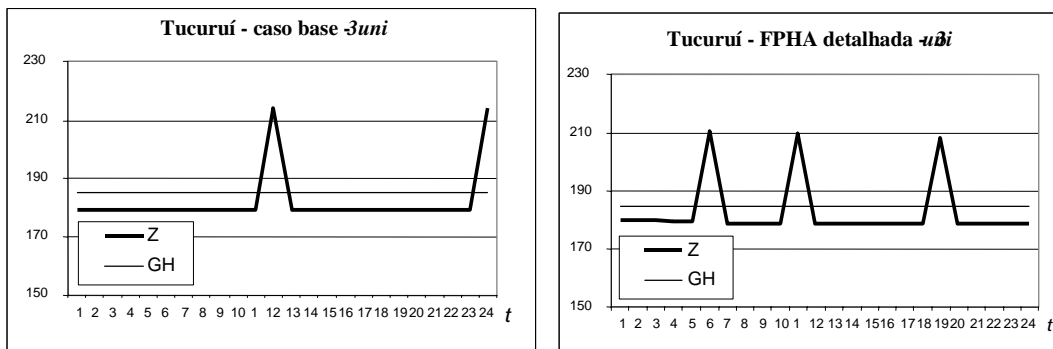


Figura 11.13 – Análise do impacto da consideração de uma FPHA mais detalhada para Tucuruí - caso C - Estratégia 3uni.

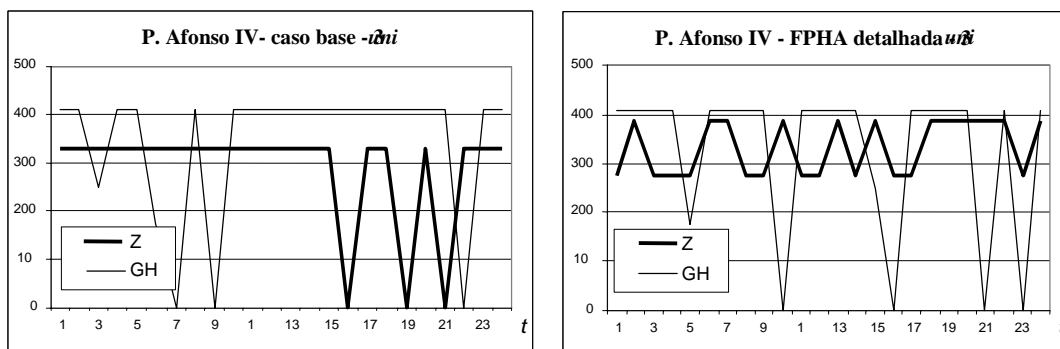


Figura 11.14 – Análise do impacto da consideração de uma FPHA mais detalhada para Paulo Afonso - caso C - Estratégia 3uni.

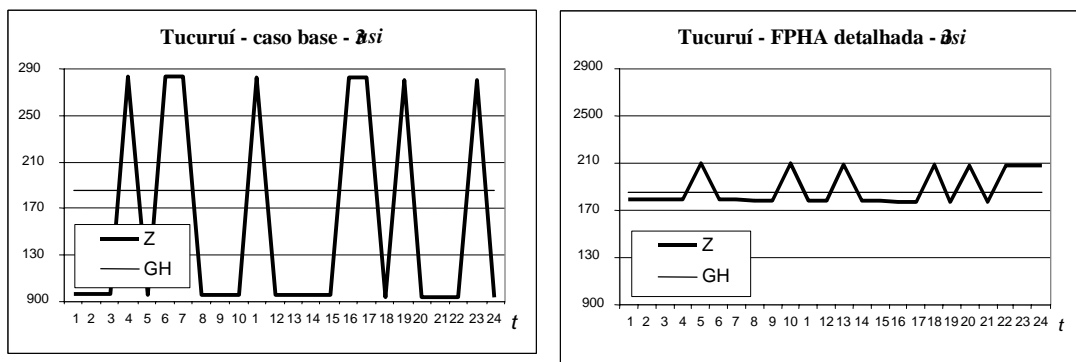


Figura 11.15 – Análise do impacto da consideração de uma FPHA mais detalhada para Tucuruí – caso C - Estratégia 3usi.

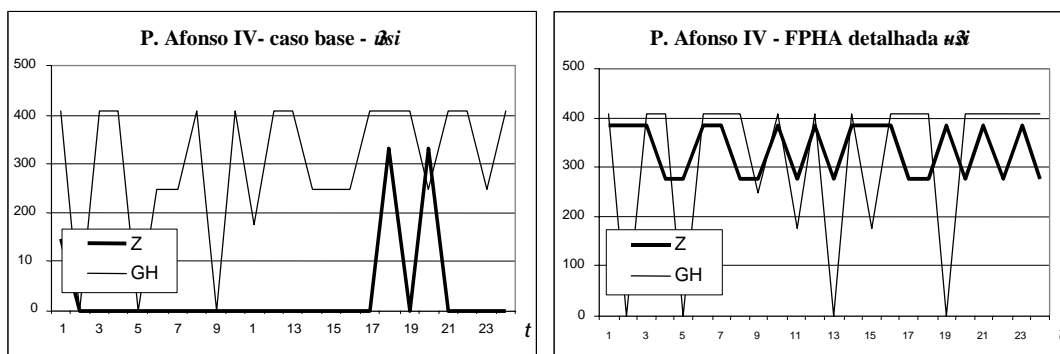


Figura 11.16 – Análise do impacto da consideração de uma FPHA mais detalhada para Paulo Afonso – caso C - Estratégia 3usi.

IV.5- Resultados da Seção 7.4.1

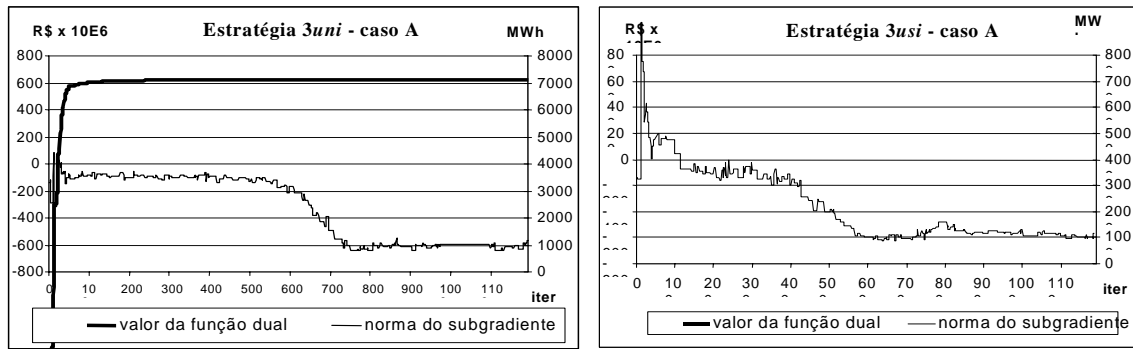


Figura 11.17 – Avaliação conjunta da evolução do valor da função dual e da norma do vetor subgradiente – $\lambda_0 = \text{zero}$ – caso A.

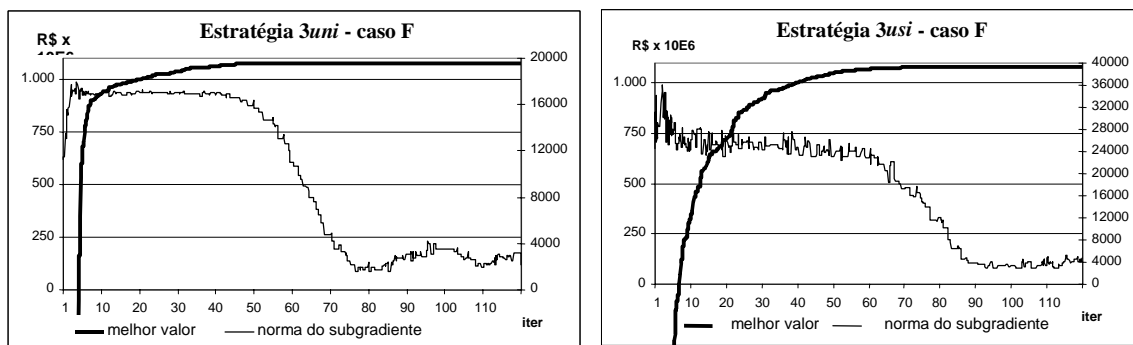


Figura 11.18 – Avaliação conjunta da evolução do valor da função dual e da norma do vetor subgradiente – $\lambda_0 = \text{zero}$ – caso F

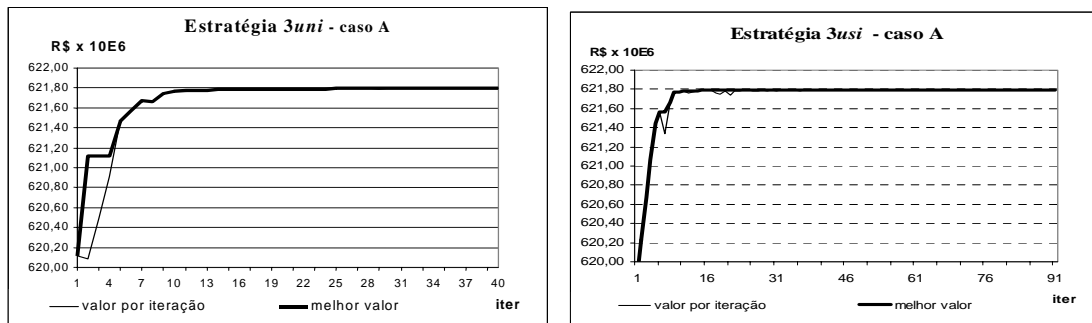


Figura 11.19 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o CMO – caso A.

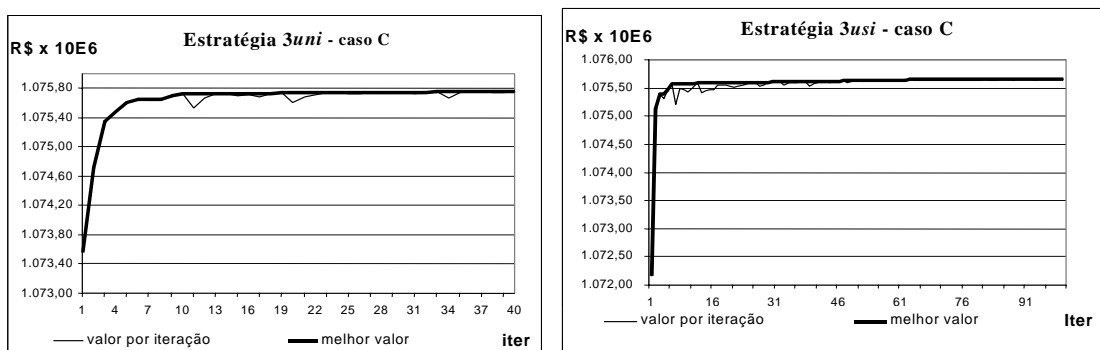


Figura 11.20 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o CMO caso C.

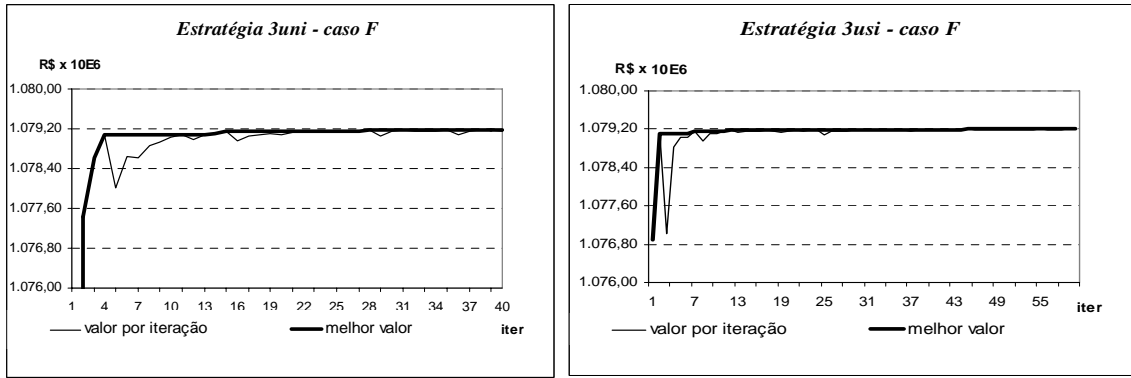


Figura 11.21 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o CMO – caso F.

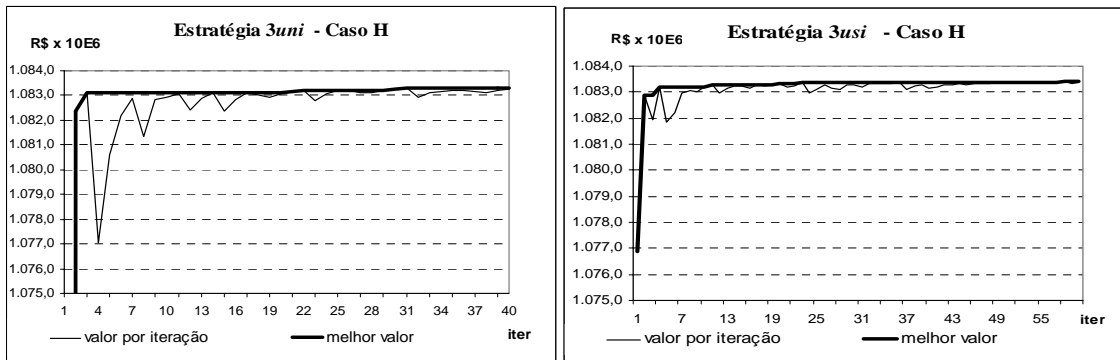


Figura 11.22 – Processo de convergência da RL inicializando os multiplicadores com uma estimativa para o CMO – caso H.

IV.6- Resultados da Seção 7.4.2

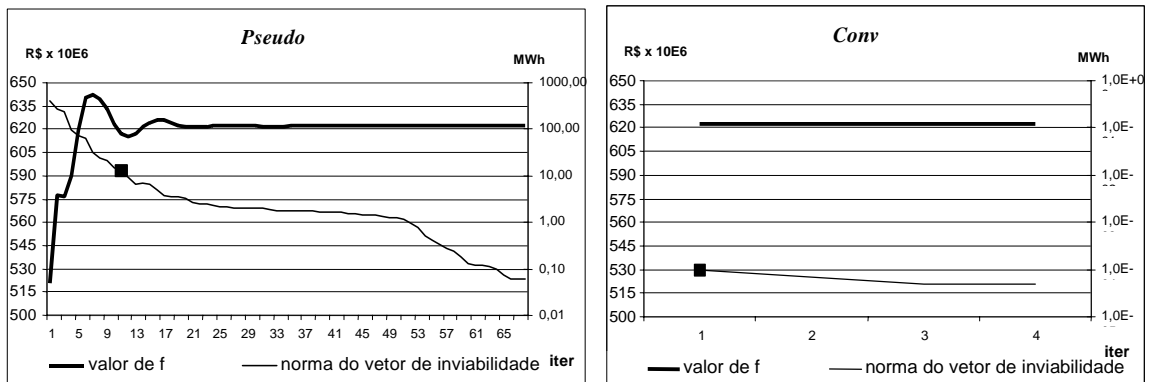


Figura 11.23 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso A – Estratégia 3uni.

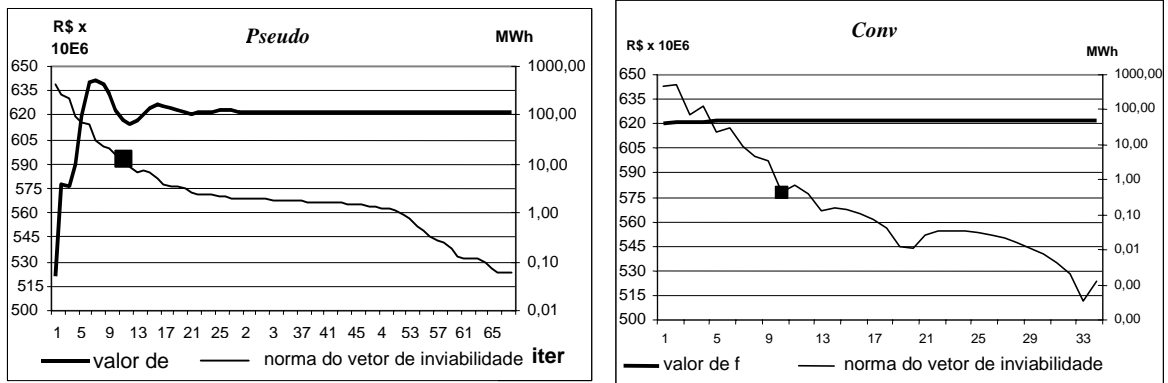


Figura 11.24 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso A – Estratégia 3usi.

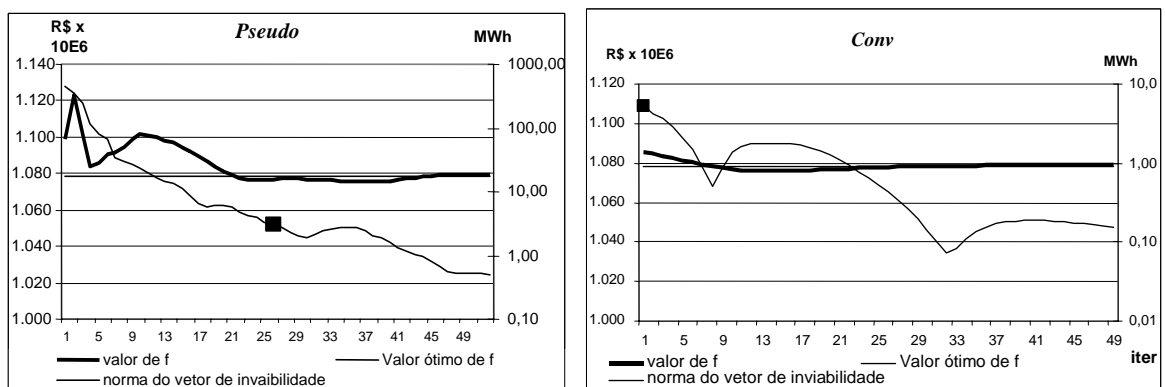


Figura 11.25 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso D – Estratégia 3uni.

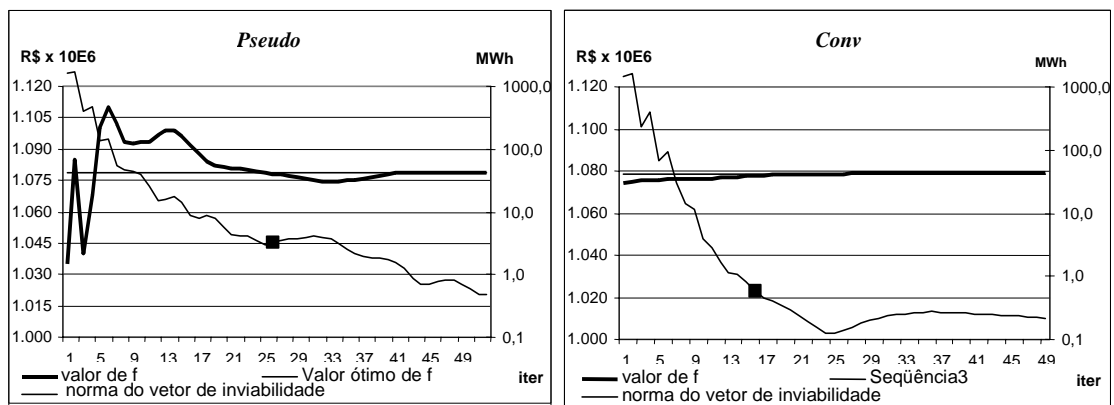


Figura 11.26 – Velocidade de convergência na etapa de RP – caso D – Estratégia 3usi.

IV.7- Resultados da Seção 7.5.1

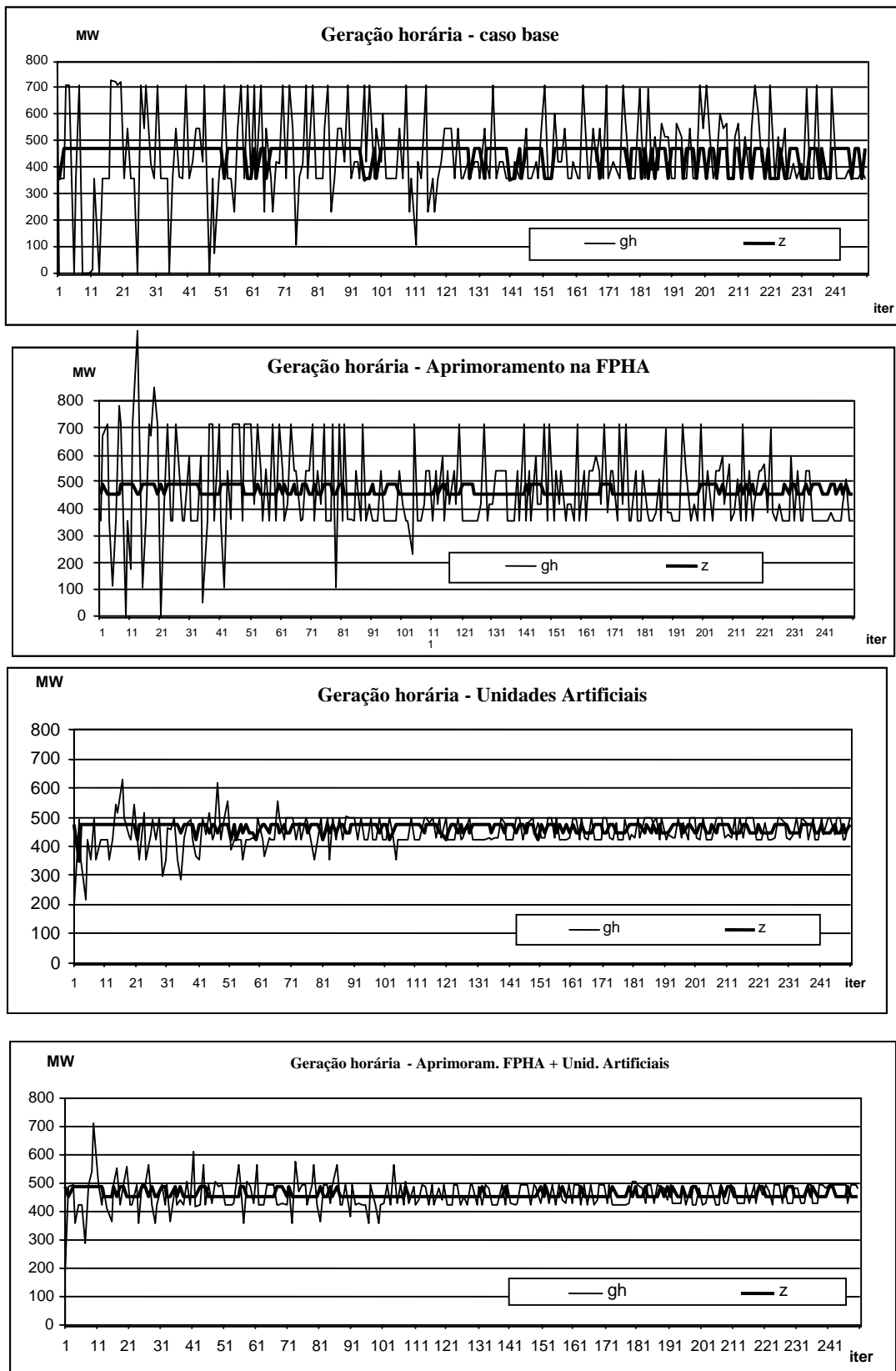


Figura 11.27 – Oscilações na geração horária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Estratégia 3uni.

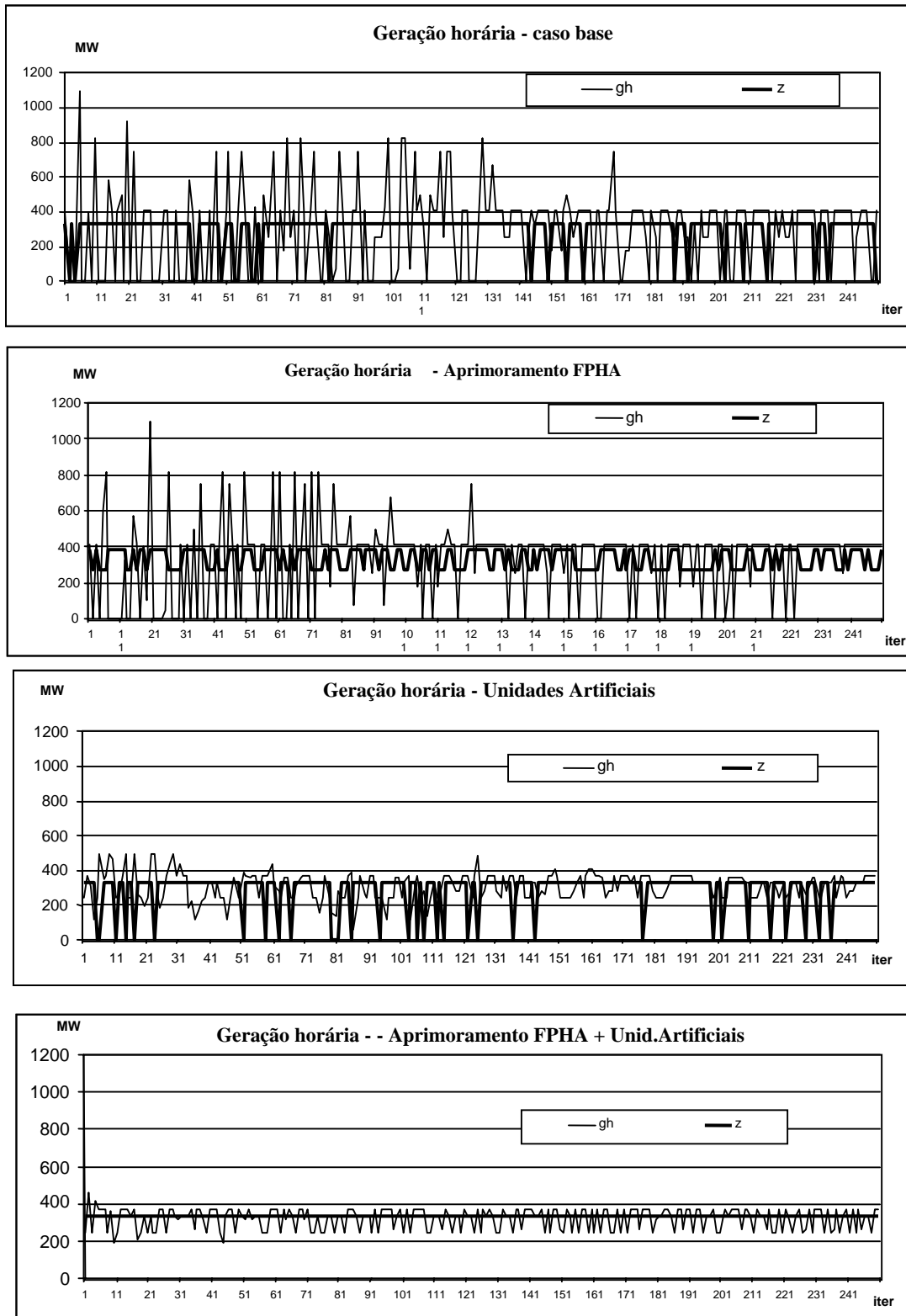


Figura 11.28 – Oscilações na geração horária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Salto Santiago – Estratégia *3usi*.

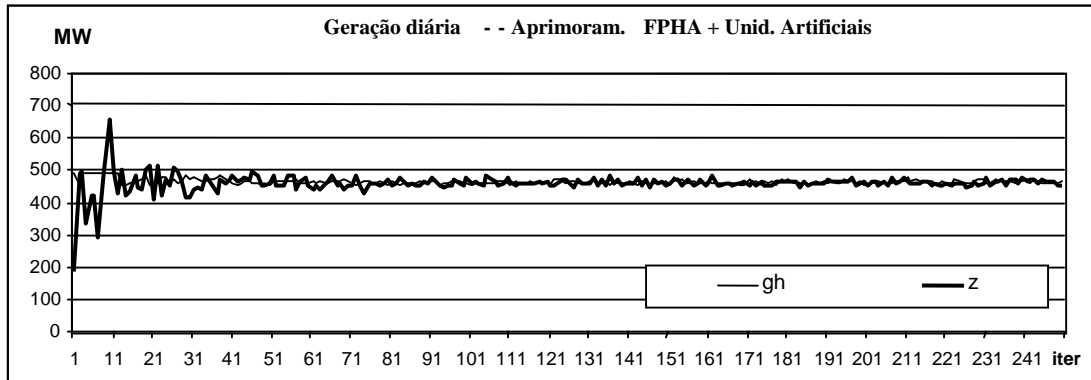
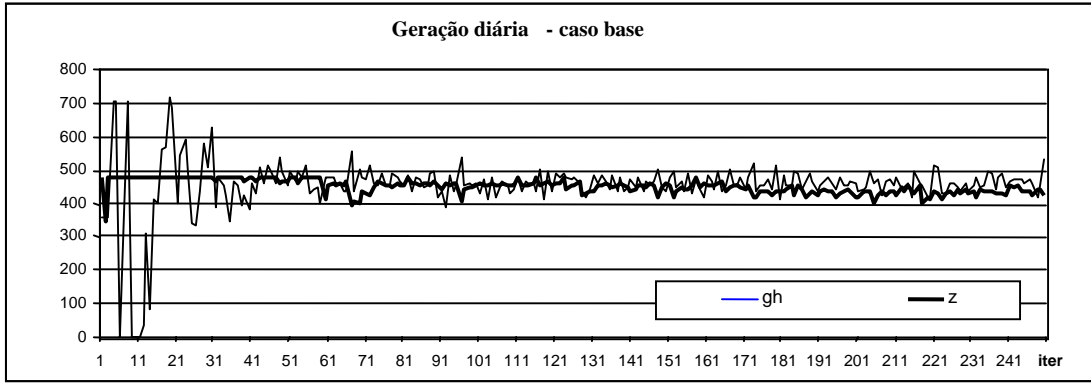


Figura 11.29 – Oscilações na geração diária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Estratégia *3uni* – Salto Santiago.

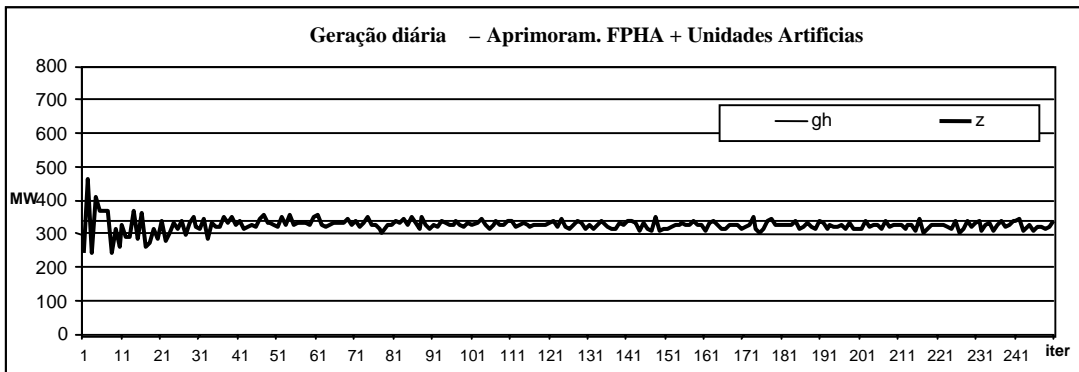
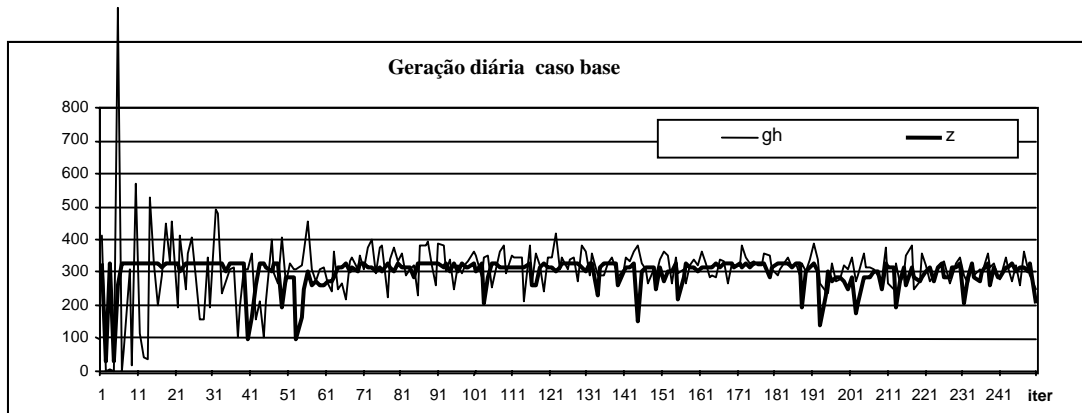


Figura 11.30 – Oscilações na geração diária de uma usina hidroelétrica em determinado intervalo ao longo das iterações da RL – Estratégia *3usi* – Salto Santiago.