

PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE PETRÓLEOS NA PETROBRAS: MODELAGEM
MATEMÁTICA E UM ALGORITMO DE SOLUÇÃO

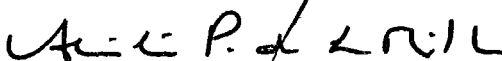
Roger Rocha

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE
SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

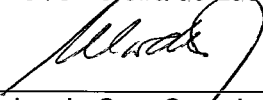
Aprovada por:



Prof. Nelson Maculan Filho, D. Habil



Prof. Abílio Pereira de Lucena Filho, Ph.D.



Prof. Celso da Cruz Carneiro Ribeiro, D. Habil



Prof^a. Márcia Helena Costa Fampa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
DEZEMBRO DE 2004

ROCHA, ROGER

Problema de Alocação de Petróleos na
PETROBRAS: Modelagem Matemática e um
Algoritmo de Solução [Rio de Janeiro] 2004
XV, 124 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,
Engenharia de Sistemas e Computação, 2004)

Tese - Universidade Federal do Rio de
Janeiro, COPPE

1. Alocação de Petróleos

2. Programação Inteira Mista

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

A Deus
Aos meus pais, Jarbas e Helena
À minha esposa, Renata

AGRADECIMENTOS

Ao CENPES/PETROBRAS, pela liberação e disponibilização de recursos para a conclusão desta dissertação.

Ao Prof. Nelson Maculan Filho, pela orientação, apoio e incentivo para a finalização deste trabalho.

Ao Prof. Abílio Pereira de Lucena Filho, por orientar-me e pelas contribuições fundamentais para a condução desta dissertação.

Ao amigo Luiz Fernando de Jesus Bernardo, pela motivação e pela revisão de alguns capítulos deste trabalho.

Ao colega Carlos Augusto Erthal Neto, pelos dados fornecidos para os testes.

Enfim, aos colegas da gerência de Distribuição, Logística e Transporte do CENPES, que direta ou indiretamente colaboraram para o sucesso deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE PETRÓLEOS NA PETROBRAS: MODELAGEM
MATEMÁTICA E UM ALGORITMO DE SOLUÇÃO

Roger Rocha

Dezembro/2004

Orientadores: Nelson Maculan Filho

Abílio Pereira de Lucena Filho

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Neste trabalho é apresentado um estudo sobre a alocação de petróleo na PETROBRAS, focando-se no desenvolvimento de modelos de programação matemática para auxiliar o especialista na realização desta tarefa.

Apesar de ser um problema comum de empresas de petróleo verticalmente integradas, verifica-se uma escassez quase que completa de trabalhos que versem sobre o tema. A abordagem proposta neste trabalho, diferentemente das encontradas na literatura, procura tratar o problema de forma integrada, ou seja, os problemas do transporte marítimo e do planejamento das refinarias são estudados através de um único modelo.

Ao longo deste trabalho é apresentado um histórico do desenvolvimento do modelo, mostrando o esforço dispendido em sua adequação ao problema real e também na adição e reformulação de algumas restrições visando "ajustar" a formulação à luz da teoria poliédrica da programação inteira.

Como o modelo não se mostrou eficiente para a solução do problema real, foi proposta uma heurística combinada com um procedimento de busca local por otimização que garante a obtenção de soluções viáveis de boa qualidade para as instâncias reais, em tempo computacional aceitável para a realização da alocação.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

PETROLEUM ALLOCATION PROBLEM AT PETROBRAS: MATHEMATICAL
MODELING AND A SOLUTION ALGORITHM

Roger Rocha

December/2004

Advisors: Nelson Maculan Filho

Abílio Pereira de Lucena Filho

Department: Systems Engineering and Computer Science

In this work, a study on the petroleum allocation at PETROBRAS is presented, focusing in the development of mathematical programming models to assist the specialist in the accomplishment of this task.

Despite being a common problem of vertically integrated oil companies, no reference can be found in the literature of models to tackle this problem in its entire range. In this study, differently of the found ones in literature, we propose a model for dealing with the overall problem, i.e. the maritime problem as well as the refineries planning is tackled by a unique model.

Throughout this work a description of the development of the model is presented, showing the effort spent in its adequacy to the real problem and also in the addition and reformulation of some restrictions aimed at tightening the formulation in view of the polyhedral theory of integer programming.

As the model does not prove itself efficient for the solution to the real problem, it was proposed a heuristic combined with a new local search procedure by optimization that guarantees the attainment of viable solutions of good quality for the real instances, in acceptable computational time.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	ix
LISTA DE FIGURAS.....	xi
LISTA DE TERMOS ESPECÍFICOS.....	xiv
INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Gerais.....	1
1.2 Justificativa para o Trabalho	4
1.3 Estrutura do Trabalho	5
CAPÍTULO 2	7
APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	7
2.1 Plano de Abastecimento do País	7
2.2 Alocação de Petróleos	10
2.3 Descrição do problema	12
2.3.1 <i>Pontos de produção do E&P</i>	12
2.3.2 <i>Categorias de petróleo</i>	14
2.3.3 <i>Terminais Marítimos</i>	14
2.3.4 <i>Rede de dutos</i>	16
2.3.5 <i>Refinarias</i>	17
2.3.6 <i>Frota de navios</i>	18
CAPÍTULO 3.....	20
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	20
3.1 Enquadramento do problema.....	20
3.1.1 <i>Problema do transporte marítimo</i>	21
3.1.2 <i>Problema do planejamento e produção de refinarias</i>	23
CAPÍTULO 4.....	25
MODELAGEM MATEMÁTICA.....	25
4.1 Introdução	25
4.2 Simplificações do problema	26
4.3 Modelos	28
4.3.1 <i>Modelo Inicial (MI)</i>	29
4.3.2 <i>Modelo com flexibilização de campanhas (MFC)</i>	40
4.3.3 <i>Modelo com a consideração da frota de navios (MCFN)</i>	44
CAPÍTULO 5	51
FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS.....	51
5.1 Introdução	51

5.2	Programação Linear Inteira Mista (PLIM)	53
5.2.1	Técnicas de Modelagem	54
5.2.1.1	Condições e Expressões Lógicas	54
5.2.1.2	Quantidades Discretas	56
5.2.1.3	Produção Mínima	56
5.2.1.4	Custos Fixos	57
5.2.1.5	Economia de Escala	58
5.2.1.6	Restrições Disjuntivas	59
5.2.2	Técnicas de Solução de PLIM	60
5.2.2.1	Algoritmo Branch and Bound	62
5.2.2.2	Parâmetros de controle do Branch and Bound	67
5.2.2.3	Considerações Finais	70
CAPÍTULO 6		72
LOCAL BRANCHING		72
6.1	Introdução	72
6.2	O procedimento <i>Local Branching</i>	73
CAPÍTULO 7		80
RESULTADOS		80
7.1	Justificativa para a flexibilização de campanhas	81
7.2	Restrição de corte para modelos com custos de <i>set-up</i>	84
7.3	Reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção	89
7.4	Heurística de fixação de navios	95
CAPÍTULO 8		112
CONCLUSÃO		112
8.1	Extensões para o trabalho	114
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		117

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Ligação entre Refinarias x Terminais.....	18
Tabela 5.1 – Restrições equivalentes a diversas expressões lógicas.....	55
Tabela 7.1 – Comparação entre os modelos sem e com flexibilização de campanhas.....	82
Tabela 7.2 – Dimensão das instâncias de teste.....	86
Tabela 7.3 – Comparação da eficiência computacional da adição da restrição de mínimo número de campanhas para a instância 1.....	87
Tabela 7.4 – Comparação da eficiência computacional da adição da restrição de mínimo número de campanhas para a instância 2.....	87
Tabela 7.5 – Comparação da eficiência computacional da adição da restrição de mínimo número de campanhas para a instância 3.....	88
Tabela 7.6 – Dimensão das instâncias reais simplificadas.....	91
Tabela 7.7 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 3.....	92
Tabela 7.8 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 4.....	92
Tabela 7.9 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 5.....	93

Tabela 7.10 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 6.....	93
Tabela 7.11 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 7.....	94
Tabela 7.12 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento <i>Local Branching</i> para a instância 4.....	98
Tabela 7.13 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento <i>Local Branching</i> para a instância 5.....	100
Tabela 7.14 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento <i>Local Branching</i> para a instância 6.....	101
Tabela 7.15 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento <i>Local Branching</i> para a instância 7.....	103
Tabela 7.16 – Dimensão das instâncias reais.....	105
Tabela 7.17 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento <i>Local Branching</i> para a instância 8.....	106
Tabela 7.18 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento <i>Local Branching</i> para a instância 9.....	107
Tabela 7.19 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento <i>Local Branching</i> para a instância 10.....	109
Tabela 7.20 – Qualidade das soluções para as instâncias reais.....	110

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Fluxograma simplificado da interação de cada atividade na Cadeia logística da PETROBRAS.....	9
Figura 2.2 – Infra-estrutura da cadeia de suprimento de petróleo na PETROBRAS.....	11
Figura 2.3 – Esquemático do escoamento de óleo e gás do ponto de produção Ceará-mar.....	12
Figura 2.4 – Operação de alívio do ponto de produção P-35 pelo navio-tanque Bicas.....	13
Figura 2.5 – Terminal Coronel Maximiliano Ferreira (TEBIG). Píer do TEBIG com seus dois berços.....	15
Figura 2.6 – Representação esquemática da distribuição do parque de tanques do terminal São Sebastião(TEBAR).....	16
Figura 4.1 – O processo de construção de modelos.....	25
Figura 4.2 – Representação do estoque agregado da categoria “c”, na refinaria “r” no tempo “t”.....	37
Figura 4.3 – Exemplo de flexibilização de campanhas numa dada refinaria.....	40
Figura 4.4 – Classes de navios que podem realizar determinada viagem.....	44
Figura 5.1 – Representação gráfica do custo de uma atividade com custo de preparação.....	57
Figura 5.2 – Aproximação por partes da função custo total <i>versus</i> quantidade produzida.....	58

Figura 5.3 – Árvore de subproblemas desenvolvida pelo algoritmo <i>Branch and Bound</i>	63
Figura 6.1 – Esquema básico do procedimento <i>Local Branching</i>	75
Figura 7.1 – Evolução do estoque de petróleo da categoria c1 na refinaria r2.....	82
Figura 7.2 – Evolução do estoque de petróleo da categoria c3 na refinaria r2.....	83
Figura 7.3 – Evolução do estoque de petróleo da categoria c3 na refinaria r3.....	83
Figura 7.4 – Evolução do estoque de petróleo da categoria c2 na refinaria r1.....	83
Figura 7.5 – Exemplo de diferente número de rotas para cada classe de navios.....	96
Figura 7.6 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança, tipo de restrição de <i>Local Branching</i> e conjunto de variáveis binárias para a instância 4.....	99
Figura 7.7 – Comparação da evolução das soluções com o <i>Local Branching</i> , para os melhores valores de tamanhos de vizinhança, e com o pacote de otimização Xpress-MP para a instância 4.....	99
Figura 7.8 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança, tipo de restrição de <i>Local Branching</i> e conjunto de variáveis binárias para a instância 5.....	100
Figura 7.9 – Comparação da evolução das soluções com o <i>Local Branching</i> , para os melhores valores de tamanhos de vizinhança, e com o pacote de otimização Xpress-MP para a instância 5.....	101
Figura 7.10 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança, tipo de restrição de <i>Local Branching</i> e conjunto de variáveis binárias para a instância 6.....	102

Figura 7.11 – Comparação da evolução das soluções com o <i>Local Branching</i> , para os melhores valores de tamanhos de vizinhança, e com o pacote de otimização Xpress-MP para a instância 6.....	102
Figura 7.12 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança, tipo de restrição de <i>Local Branching</i> e conjunto de variáveis binárias para a instância 7.....	103
Figura 7.13 – Comparação da evolução das soluções com o <i>Local Branching</i> , para os melhores valores de tamanhos de vizinhança, e com o pacote de otimização Xpress-MP para a instância 7.....	104
Figura 7.14 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança e conjunto de variáveis binárias para a instância 8.....	106
Figura 7.15 – Comparação da evolução das soluções com o <i>Local Branching</i> , para os melhores valores de tamanhos de vizinhança para a instância 8.....	107
Figura 7.16 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança e conjunto de variáveis binárias para a instância 9.....	108
Figura 7.17 – Comparação da evolução das soluções com o <i>Local Branching</i> , para os melhores valores de tamanhos de vizinhança para a instância 9.....	108
Figura 7.18 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança e conjunto de variáveis binárias para a instância 10.....	109
Figura 7.19 – Comparação da evolução das soluções com o <i>Local Branching</i> , para os melhores valores de tamanhos de vizinhança para a instância 10.....	110

LISTA DE TERMOS ESPECÍFICOS

Aframax – Classe de navios com capacidade de transportar entre 80000 e 95000 toneladas de petróleo ou derivados e atende as restrições de passagem pelo canal da África.

ANP (Agência Nacional do Petróleo) – Órgão regulador do setor de petróleo e gás natural no Brasil

Campo de petróleo – Área produtora de petróleo ou gás a partir de um reservatório contínuo ou de mais de um reservatório, a profundidades variáveis, abrangendo instalações e equipamentos destinados à produção.

Campanha de processamento – Vazão de consumo de cada categoria de petróleo em uma determinada unidade de processamento.

Categoria de petróleo – Conjunto de petróleos com propriedades físico-químicas semelhantes.

Downstream – Termo usado para definir as atividades de refino do petróleo bruto, e também o tratamento do gás natural, o transporte e comercialização/distribuição de derivados.

E&P – Exploração e produção de petróleo e gás natural.

Floating, Production, Storage & Offloading (FPSO) – Unidade flutuante de produção, armazenamento e transferência de petróleo, construída a partir de um navio.

Grau API do American Petroleum Institute (°API) – Forma de expressar a densidade relativa de um óleo ou derivado. A escala API, medida em graus, varia inversamente com a densidade relativa, isto é, quanto maior a densidade relativa, menor o grau API. O grau API é maior quando o petróleo é mais leve. Petróleos com grau API maior que 30 são considerados leves; entre 22° e 30° API, são médios;

abaixo de 22° API, são pesados; com grau API igual ou inferior a 10°, são petróleos extrapesados. Quanto maior o grau API, menor o valor do petróleo no mercado.

Handy – Do inglês, a mão. Corresponde a classes de navio relativamente pequenas, com capacidade de transportar entre 15000 a 40000 toneladas de petróleo ou derivados.

Nafta – Derivado de petróleo utilizado principalmente como matéria-prima da indústria petroquímica na produção de eteno e propeno, além de outras frações líquidas, como benzeno, tolueno e xilenos.

Óleo combustível – Frações mais pesadas da destilação atmosférica do petróleo. Largamente utilizado como combustível industrial em caldeiras, fornos, etc...

Panamax – Classe de navios com capacidade de transportar entre 55000 e 70000 toneladas de petróleo ou derivados e atende as restrições de passagem pelo canal do Panamá.

Praça morta – Capacidade ociosa de carga em um navio.

Sobreestadia – Tempo que excede à estadia permitida, que é função da carga do navio, e não foi por ele causada.

Suezmax – Classe de navios capaz de transportar entre 130000 a 150000 toneladas de petróleo ou derivados e atende as restrições de passagem pelo canal de Suez.

TCP (Time Charter Party) – Fretamento de navio por um período determinado.

Upstream – Atividades de exploração e produção.

VLCC (Very Large Charter Carrier) – Classe de navio capaz de transportar entre 350000 a 400000 toneladas de petróleo e derivados.

VCP (Voyage Charter Party) – Fretamento de um navio para realizar uma viagem isolada.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

A PETROBRAS, maior empresa brasileira e 14ª empresa de petróleo do mundo, segundo os critérios da publicação *Petroleum Intelligence Weekly* – PIW(1998), junto com suas subsidiárias Braspetro, Transpetro, BR Distribuidora, Gaspetro e Petroquisa, atua de forma integrada (do poço ao posto) nos seguintes segmentos relacionados à indústria do petróleo: exploração e produção; refino, comercialização e transporte; distribuição de derivados; gás natural e petroquímico.

Há 50 anos, quando a PETROBRAS foi criada, a média diária de produção de petróleo no Brasil era de apenas 2,7 mil barris. Hoje, são cerca de 1,6 milhão de barris. A distância entre os números de consumo também é grande: na década de 50, o mercado interno de derivados de petróleo não chegava a 200 mil barris/dia, dos quais a maioria importados, ao passo que agora um volume médio diário de 1,8 milhão de barris movimentam o país, em que somente uma parcela de aproximadamente 20% é importada.

Os atuais números de produção de petróleo, de refino e de consumo de derivados ainda retratam a predominância da PETROBRAS no cenário brasileiro. Todavia o quadro vem mudando desde o início da abertura de mercado, há quase sete anos. Com a regulamentação da Lei do petróleo (Lei 9478), em agosto de 1997, o Brasil e a própria PETROBRAS vivem uma total reformulação nas áreas de exploração, produção, refino e comercialização de produtos.

Em um primeiro momento, a atuação da ANP direcionou-se, em grande parte, às áreas de exploração e produção de petróleo (*upstream*). Um passo decisivo foi dado em 1º de janeiro de 2002 para os segmentos de refino, comercialização e logística (que engloba as atividades de armazenamento e transporte), com a liberação total das importações de derivados. Hoje, empresas regularmente constituídas e habilitadas podem importar derivados de qualquer parte do mundo, contratar transporte internacional e armazenamento, e contratar no Brasil a logística para que o produto chegue ao consumidor final. Isso, independentemente de qualquer relacionamento com a PETROBRAS. É evidente que o avanço de outras empresas,

sobretudo no mercado de derivados de petróleo, a curto prazo, e na produção e refino a médio e longo prazos, estará muito condicionado à política de preços da PETROBRAS.

O Brasil ainda não conseguiu firmar-se como auto-suficiente na produção de petróleo, o que leva a PETROBRAS a importar petróleos crus e derivados de diversos países do mundo. Ocorre ainda, que parte da produção interna de alguns derivados, como gasolina e óleo combustível, não é consumida internamente devido às características do mercado brasileiro, sendo então destinados à exportação. Alguns petróleos, como é o caso do Marlim, produzido na Bacia de Campos, também são exportados. Trata-se de óleo do tipo pesado (grau API baixo), que não se adapta ao perfil da demanda interna de derivados. Por isso, a PETROBRAS exporta cerca de 200 mil barris/dia de petróleos pesados e vende ao mercado externo em torno de 170 mil barris/dia de derivados.

O mercado brasileiro de derivados apresenta características bem peculiares. No Sudeste, região do país altamente industrializada, como é o caso dos estados de Minas Gerais e São Paulo, a grande demanda por combustíveis industriais pesados determina a alocação de petróleos às refinarias ali localizadas. Na região Sul, com destaque para o Paraná e Rio Grande do Sul com predomínio na agroindústria, a demanda por óleo diesel, com forte sazonalidade nos períodos de safra, estabelece o perfil de produção das refinarias da região. Há ainda, o caso bem particular dos estados da Bahia e Rio Grande do Sul, devido à forte presença de empresas petroquímicas, influenciando também o perfil de produção das refinarias destes estados, que devem direcionar suas unidades de processos para a maximização do volume obtido de nafta petroquímica. Pode-se destacar ainda o caráter exportador de algumas refinarias brasileiras, que devido à capacidade excedente de refino que apresentam, abastecem não só o seu mercado local como o de outras regiões de menor demanda, onde a instalação de uma unidade de refino não seria viável. Este é o caso das refinarias do Rio de Janeiro (REDUC) e Cubatão (RPBC), onde a proximidade de importantes portos facilita a exportação e a cabotagem para outros destinos do país.

Conforme descrito acima, as características distintas de mercado de cada região do país influenciaram de maneira decisiva o projeto das unidades de processo de cada refinaria da PETROBRAS. Um fator fundamental na cadeia de suprimento da empresa é a escolha correta do tipo de petróleo alocado a cada refinaria, para que não seja gerado excedente e/ou falta de alguns derivados na área coberta por cada refinaria do sistema, onerando assim os custos logísticos associados à operação de

distribuição. Outra implicação de uma alocação mal conduzida é o sub-aproveitamento de refinarias que poderiam estar trabalhando com petróleos pesados agregando maior valor a estes, enquanto refinarias, que não são capazes de beneficiá-los adequadamente, estariam gerando uma quantidade enorme de “fundo de barril” (parte pesada do petróleo de valor agregado muito baixo), levando até mesmo a suspensão de suas operações, devido a limitações operacionais de escoamento destes produtos.

Diante do novo cenário altamente competitivo, aliado ao nervosismo característico do mercado de petróleo mundial e a complexidade do sistema logístico de distribuição de petróleo no Brasil, com pontos de produção de petróleo e de refino espalhados por toda sua extensão geográfica, o planejamento do abastecimento (PA) da PETROBRAS assume função fundamental para que a empresa não venha a perder mercado para outras distribuidoras.

Numa empresa integrada, como a PETROBRAS, todos os elos que compõem a sua cadeia de suprimento devem estar consistentes e sincronizados para que seja evitada uma excessiva sub-otimização. Consciente de que é impossível construir um modelo global, que analise as decisões em todos os níveis hierárquicos da cadeia de suprimento de petróleo ao mesmo tempo, surge então, a necessidade de ferramentas de apoio à decisão que sejam capazes de lidar com a enorme quantidade de informações em cada nível, prover soluções baseadas em indicações dos níveis superiores e servirem de instrumentos de *what-if* no traçado de cenários pelo decisor.

A alocação de petróleos enquadra-se perfeitamente como um destes elos da cadeia de suprimento da PETROBRAS, que recebe informações de uma ferramenta de otimização agregada num nível superior e baseada na produção diária de petróleos, nas janelas de campanhas das refinarias e nas limitações de transporte e estocagem do sistema, deve gerar a sequência de chegadas de petróleos nas refinarias que servirá de subsídios para que estas tracem os seus planos de produção. Caso o plano de retiradas de petróleo nas plataformas esteja coerente com a frota de navios disponíveis, o resultado do seu trabalho dará também uma boa indicação para a operação de cabotagem.

Dentre as diversas abordagens que poderiam ser usadas para o estudo do problema, foi escolhido modelá-lo como um problema de programação linear inteiramista e utilizar o pacote de otimização do XPRESS-MP(2003) para resolvê-lo.

Este trabalho tem por objetivos: descrever de forma clara a problemática envolvida no processo de alocação de petróleos; mostrar a evolução dos diversos modelos propostos; e baseado num modelo escolhido como o mais adequado para a abordagem do problema, tanto no que se refere a sua representação quanto a sua

facilidade em termos de tempo computacional, resolvê-lo combinando um algoritmo heurístico com uma ferramenta de solução de problemas de programação linear inteira mista. Convém salientar, que o presente trabalho não tem a pretensão de substituir o especialista de alocação de petróleo, mas de servir como ferramenta que o auxilie em seu trabalho, permitindo acelerá-lo e melhorar o processo de tomada de decisão. Até porque, sempre existirá uma distância entre o mundo real e qualquer modelo que seja proposto, devido à complexidade e peculiaridades da tarefa de alocação e também pelo compromisso existente entre uma modelagem muito detalhada e o tempo necessário para encontrar-se uma solução de boa qualidade.

1.2 Justificativa para o Trabalho

Com a possibilidade de importação de derivados por outras empresas, a tarefa de alocação de petróleos não pode limitar-se mais a encontrar uma solução viável para o problema. Esta atividade deve, entretanto, procurar a solução com menor custo logístico possível para garantir preços competitivos e evitar que parte de seu mercado seja deslocada para outras empresas. Cabe ressaltar, que na indústria do petróleo, devido aos grandes volumes produzidos e movimentados, qualquer redução de custos pode representar quantias consideráveis. Somente na atividade ligada ao transporte marítimo, se houver uma redução de uma viagem por mês para transportar o mesmo volume de petróleo, isto representa uma economia anual de aproximadamente US\$500,000.00, além dos ganhos advindos de estoques mais enxutos, maior balanceamento da produção de derivados por área de atuação, diminuindo as possíveis transferências entre unidades.

Existem várias ferramentas de gerenciamento da cadeia logística disponíveis no mercado mundial voltadas exclusivamente para a indústria do petróleo, tais como: AllegroCrude (Allegro Development), H/COSS (Harveley Systems inc.), Business.FLEX (Honeywell International inc.,2002) entre outras. Nenhuma delas, todavia, seria capaz de tratar de forma integrada a estrutura logística complexa da PETROBRAS, sem mudanças razoáveis em seus modelos. Além disso, com o desenvolvimento desta ferramenta por pessoal interno da PETROBRAS, todo conhecimento fica retido na companhia, e as modificações e manutenções podem ser realizadas com maior rapidez e custo bem menor.

Por fim, com este trabalho, espera-se que a tarefa da alocação de petróleos seja realizada com maior rapidez e eficiência; que as reprogramações sejam mais

freqüentes e que através de um estudo de cenários, o especialista possa adquirir maior conhecimento do processo de alocação e sensibilidade de sua solução em relação às mudanças das condições de contorno do problema.

1.3 Estrutura do Trabalho

No capítulo 1, foi apresentada uma introdução à problemática da alocação de petróleo na PETROBRAS, mostrando sua importância para a competitividade da empresa e a necessidade da utilização de uma ferramenta que auxilie o especialista da alocação em seu trabalho.

No capítulo 2, é apresentado como a alocação de petróleos se insere no plano de abastecimento do país. Ainda nesse capítulo, a atividade de alocação é descrita de forma detalhada mostrando as variáveis que influenciam a sua realização, além de serem apresentados os elementos necessários à definição do problema de alocação de petróleos.

No capítulo 3 é realizada uma revisão bibliográfica sobre o assunto, mostrando que na literatura, devido às limitações algorítmicas e computacionais, esse problema sempre foi tratado como dois subproblemas.

A modelagem matemática do problema é apresentada no capítulo 4, mostrando um histórico de sua evolução durante este trabalho. São descritos três modelos, em que cada um é uma extensão dos anteriores, visando se aproximar cada vez mais do problema real, sem contudo se prender em demasia nas minúcias do problema para que a sua solução se dê em tempo computacional aceitável.

Já no capítulo 5 é apresentado de forma simplificada técnicas de modelagem e solução de problemas de programação linear inteira mista.

Como a formulação matemática desenvolvida e o pacote de solução de problemas de programação linear inteira mista, não foram suficientes para a solução do problema de alocação de petróleos na PETROBRAS, no capítulo 6 é apresentada uma técnica de busca local por otimização, conhecida como *Local Branching*, que permite acelerar o processo de busca de soluções.

Os resultados de algumas instâncias simplificadas são mostrados no capítulo 7, onde também é apresentada uma restrição de corte que fortalecerá sobremaneira a formulação do problema e em seguida a restrição de balanço de volume nos pontos de produção é substituída por uma outra, denominada nesse trabalho de "restrição de balanço de volume acumulativo", que é melhor tratada pelo XPRESS-MP, pois se

constitui em desigualdades do tipo da mochila que é uma estrutura muito bem estudada na literatura. Ainda nesse capítulo é apresentada uma heurística para obtenção de soluções viáveis para instâncias do problema real. Com o objetivo de melhorar a qualidade da solução heurística obtida, é aplicado o procedimento de busca local *Local Branching*. É realizado também um estudo, mostrando a influência do tamanho da vizinhança e o conjunto de variáveis binárias a considerar no procedimento *Local Branching*.

Finalmente, no capítulo 8 são apresentados alguns comentários e conclusões e também é dado um direcionamento para a continuação desse trabalho.

CAPÍTULO 2

APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

2.1 Plano de Abastecimento do País

A sistemática do planejamento do abastecimento de petróleo e derivados no país, elaborado pela PETROBRAS, é dividido em três ciclos (PETROBRAS, 2003): ciclo do plano de abastecimento, ciclo operacional e o ciclo de avaliação e controle do plano de abastecimento. Segundo os conceitos da logística clássica, pode-se enquadrar cada um destes ciclos nas seguintes etapas:

- Planejamento estratégico - ciclo do plano de abastecimento;
- Planejamento tático - ciclo operacional (alocação de petróleos e elaboração dos planos de produção das refinarias);
- Planejamento operacional - ciclo operacional (cabotagem de petróleos e derivados e acompanhamento semanal do suprimento, etc...);
- Controle do planejamento - ciclo de avaliação e controle do plano de abastecimento.

O ciclo do plano de abastecimento é realizado bimestralmente e tem como objetivo estabelecer diretrizes para um período de 6 meses. As principais indicações fornecidas nesta etapa são: utilização das unidades de processo; ações para viabilizar as paradas programadas das unidades de refino e de dutos; custos de importação de petróleo e derivados; receita de exportação de petróleo e derivados; balanço da produção *versus* demanda de derivados; volume de importação e exportação de derivados; alocação de petróleos nas refinarias (para um período de 6 e 2 meses); recomendações para o acompanhamento e controle das indicações apresentadas.

A ferramenta fundamental utilizada para a definição do ciclo do plano de abastecimento é o PLANAB (Plano Nacional de Abastecimento) – modelo de programação linear multi-período que representa as atividades da logística do

abastecimento de petróleo e derivados, visando maximizar o resultado da companhia (PETROBRAS, 2001).

O ciclo operacional, tal como mostrado anteriormente, pode ser dividido em um planejamento tático e outro operacional. O planejamento tático, compõe-se da alocação de petróleos e da elaboração dos planos de produção das refinarias. A alocação de petróleos define, para um horizonte de 2 meses, o planejamento diário de chegada de petróleos nas refinarias que servirá de entrada para a elaboração do plano de produção mensal de cada refinaria. Já o planejamento operacional é constituído por todas as operações que são organizadas para um horizonte de no máximo uma semana, tais como: a cabotagem de petróleos e derivados; acompanhamento do suprimento; sequenciamento das refinarias; sequenciamento de dutos, entre outras.

O ciclo de avaliação e controle do plano de abastecimento apresenta ao final de cada mês comentários sobre os dispêndios nas operações comerciais de petróleos e derivados, volumes comercializados, preços no mercado internacional, demanda de derivados, produção nacional de petróleo, nível de atividade das unidades de refino, produção de derivados e estoques de petróleo e derivados. Esta etapa tem como objetivo indicar, com base no que foi realizado, as variáveis que mais se afastaram do planejado a fim de sugerir correções e tornar o planejamento mais aderente a realidade.

A figura 2.1 representa, esquematicamente, a interação de cada atividade na cadeia de suprimento de petróleo da PETROBRAS. Note que as linhas ligando a alocação de petróleo e as atividades de cabotagem de petróleo e sequenciamento de dutos estão traçadas, mostrando que a interação entre estas é bastante incipiente ou mesmo inexistente, isto é, as informações provenientes da alocação são pouco aproveitadas nas tarefas subseqüentes. Isto ocorre porque, enquanto a programação da cabotagem e o sequenciamento de dutos se dão semanalmente, a alocação é realizada mensalmente. E mesmo que aconteça algum evento que modifique razoavelmente as condições de contorno do problema, como nos casos de mudança do elenco de petróleos e/ou indisponibilidade de recursos operacionais, isso não provoca o replanejamento da alocação, já que o tempo gasto nesta atividade atualmente é muito longo, podendo levar até cinco dias, não justificando tal ação. Espera-se, que com o presente trabalho, seja possível realizar reprogramações mais freqüentes, levando realmente a uma integração de toda a cadeia logística de suprimento de petróleo.

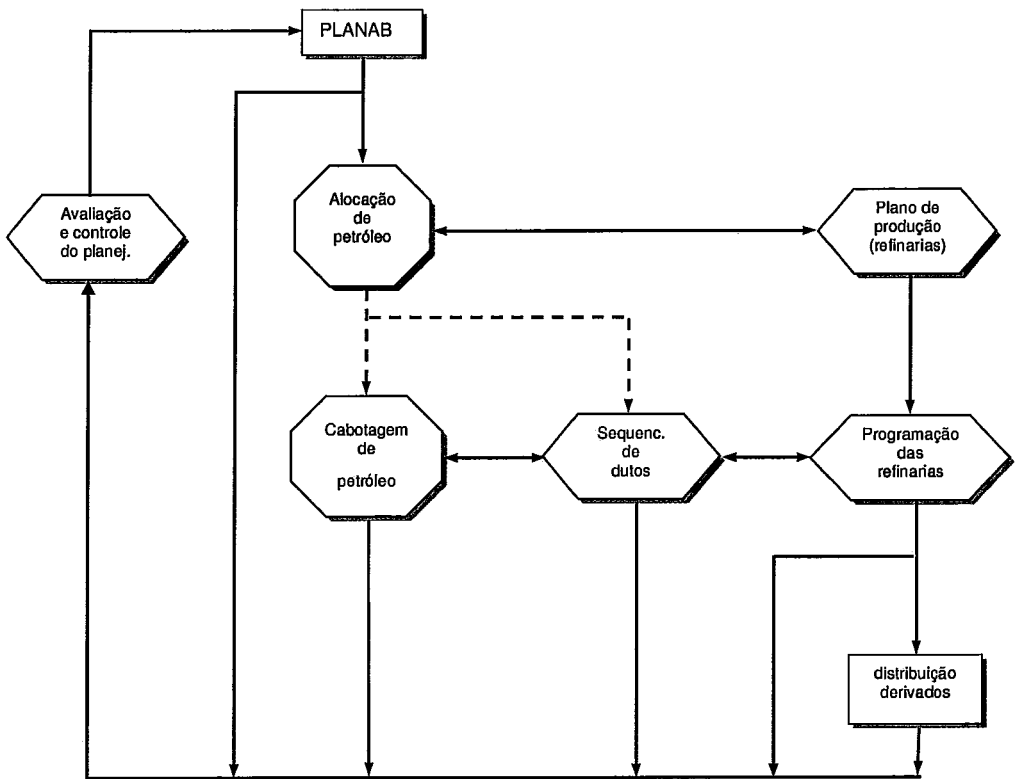


Figura 2.1 – Fluxograma simplificado da interação de cada atividade na cadeia logística da PETROBRAS

A seguir, será dada especial atenção à atividade da alocação de petróleo que é o objeto deste estudo. Serão apresentados os objetivos desta atividade e a infraestrutura logística do sistema PETROBRAS para o suprimento de petróleo às refinarias.

2.2 Alocação de Petróleos

A alocação de petróleo é uma atividade da área de logística da PETROBRAS cuja finalidade é definir a programação diária do abastecimento de petróleo em cada refinaria com base no planejamento mensal, fornecido por uma ferramenta de programação linear, denominada PLANAB, que define os volumes de petróleos nacionais e importados que serão destinados a cada refinaria do sistema PETROBRAS, levando-se em conta a previsão de demanda de produtos em cada região e limitações operacionais de cada elemento que compõem a cadeia de suprimento.

Atualmente, essa atividade é realizada utilizando-se uma ferramenta chamada SISP(Sistema Integrado de Suprimento de petróleo). O software SISP auxilia a tarefa de alocação diária de petróleos ao verificar a viabilidade da programação proposta pelo usuário. O problema da alocação de petróleo é composto por 27 pontos de produção, 11 refinarias, 8 terminais e em média um elenco de 40 petróleos diferentes, entre nacionais e importados que devem suprir as refinarias por um período de 60 dias. Um problema com uma dimensão tão grande como esse, torna-se impossível para um ser humano propor uma solução de forma a minimizar os custos de transporte e satisfazer, da melhor forma possível, os requisitos de nível de serviço às refinarias.

O consumo mensal de petróleo nas refinarias é definido pela solução do PLANAB para um horizonte de dois meses, onde foi levado em consideração: a capacidade de processamento, limitações técnicas e operacionais de cada refinaria; as capacidades dos dutos que ligam os terminais às refinarias; a disponibilidade de transporte marítimo e a previsão do mercado de derivados de petróleo em cada região do país para o período.

Para facilitar a substituição de petróleos previstos pelo PLANAB, no momento da alocação define-se uma entidade denominada categoria de petróleo, que é um conjunto de tipos de petróleos que possuem características físico-químicas "semelhantes". O problema da alocação de petróleos consiste em: dados a produção diária estimada de petróleo em cada ponto de produção; as limitações de transporte impostas por restrições de atracação nos pontos de produção e nos berços dos terminais; o número limitado de navios disponíveis; as capacidades dos dutos ligando os terminais às refinarias e as limitações e políticas de estocagem nos diversos pontos da cadeia de suprimento de petróleo, definir o abastecimento diário das refinarias de forma a minimizar os custos de transporte e as penalizações por estoque baixo e

ainda tentar reduzir ao máximo o desvio em relação à solução proposta pelo PLANAB, em termos de tipos e volumes de petróleos destinados para cada refinaria.

A figura 2.2 mostra todos os modais utilizados desde a produção de petróleo até a sua chegada nas refinarias onde são processados e posteriormente distribuídos aos mercados. Pode-se observar que, os petróleos nacionais chegam aos tanques dos terminais brasileiros, sejam transportados por navios ou bombeados diretamente dos pontos de produção. Já os petróleos importados chegam exclusivamente via transporte marítimo. Dos terminais estes óleos crus podem ser diretamente exportados ou transportados por dutos às refinarias a eles interligadas. Apesar de não estar explícito na figura abaixo, pode-se ter mais de uma refinaria ligada a um mesmo terminal, como é o caso das refinarias de São Paulo (REPLAN, REVAP, RECAP e RPBC) que estão ligadas ao terminal de São Sebastião (TEBAR).

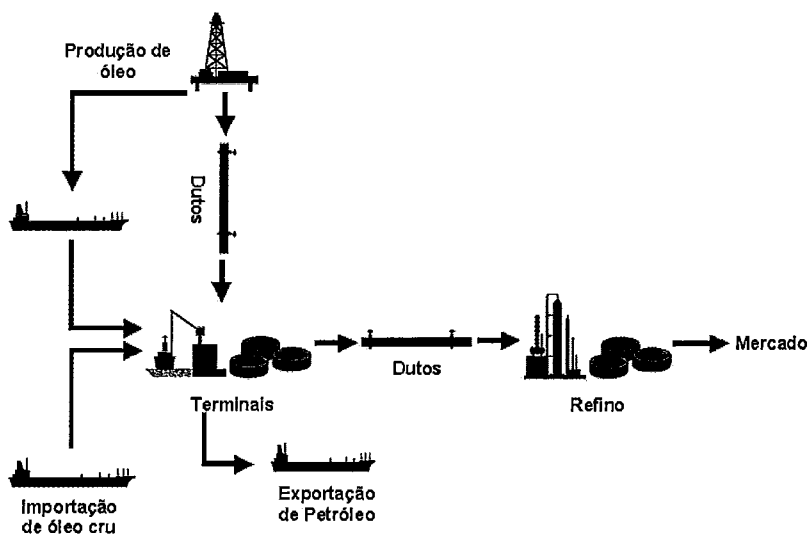


Figura 2.2 – Infra-estrutura da cadeia de suprimento de petróleo na PETROBRAS

Na próxima seção, serão descritos todos elementos que compõem este problema complexo, mostrando como cada um deles foi abordado. Alguns conceitos apresentados, ainda que não haja um consenso na indústria do petróleo, são necessários para a definição da problemática da alocação de petróleos.

2.3 Descrição do problema

2.3.1 Pontos de produção do E&P

Entenda-se por ponto de produção, o local onde um ou mais campos de petróleo são interligados, formando o que se denomina uma “corrente” ou tipo de petróleo. A figura abaixo, mostra um exemplo representativo deste conceito.

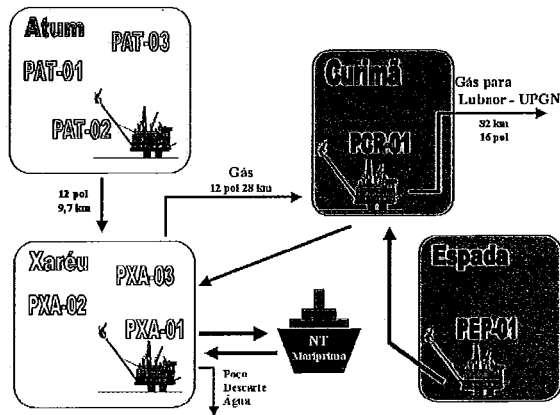


Figura 2.3 – Esquemático do escoamento de óleo e gás do ponto de produção Ceara-mar

Alguns pontos de produção possuem infra-estrutura para o armazenamento de petróleo e até mesmo para o pré-processamento de sua produção, como é o caso dos FPSO. Os pontos de produção marítimos que não possuem capacidade de armazenamento estão normalmente associados a navios tanques denominados “navios cisternas” ou então enviam suas produções diretamente para a terra através de dutos submarinos.



Figura 2.4 - Operação de alívio do ponto de produção P-35 pelo navio-tanque Bicas

Fonte: Banco de imagens da PETROBRAS, autor: José Caldas, jan/2003

Devido às severas condições em alto mar, as operações de amarração e desamarração de navios para o transporte do petróleo dos pontos de produção são bastante dificultadas, podendo ser realizadas somente durante o dia com condições de vento e correntes marítimas favoráveis. Constitui-se uma prática, adotada na PETROBRAS, a exigência da chegada de navio para alívio de algum ponto de produção marítimo com no mínimo 48 horas antes de ser atingida sua capacidade máxima de estocagem. Isto é realizado a fim de se reduzir o risco de perda de produção por falta de capacidade de armazenamento.

As informações relevantes para a descrição dos pontos de produção são:

- tipo de óleo produzido (cada ponto de produção está associado a um único tipo de petróleo);
- transporte por duto ou por navios. Caso seja por duto, devem ser fornecidos a vazão média diária de bombeamento e o terminal de destino;
- vazão diária de óleo;
- vazão diária de água associada ao petróleo para os pontos de produção sem separador água/óleo;
- capacidade operacional de estocagem (2 dias de margem em relação à vazão de produção);
- restrições de atracação, traduzidas como um conjunto de classes de navios que pode visitá-los.

2.3.2 Categorias de petróleo

O termo categoria de petróleo é usado para designar um conjunto de petróleos que possuem características físico-químicas semelhantes. De forma simplificada pode-se classificar um petróleo quanto:

- à densidade relativa, sendo mais comumente usado o ° API para relatá-la;
- ao teor de enxofre;
- à morfologia da cadeia de carbono (parafínica, naftênica, etc...);
- à acidez, entre outras.

É observado na prática, que as características dos petróleos têm ponderável influência sobre a técnica adotada para a refinação e freqüentemente determinam os produtos que melhor podem ser obtidos. Desta maneira, nem todos derivados podem ser produzidos com qualidade, direta e economicamente de qualquer tipo de petróleo. Surge então, o conceito de categoria de petróleo, utilizado pelos especialistas de alocação de petróleo para facilitar a substituição de petróleo previsto pelo PLANAB para alguma refinaria. Neste trabalho, os petróleos foram classificados em seis categorias, a saber:

- Lubrificante/parafínico;
- Injeção;
- Rat-Craq;
- Comum;
- Marlim;
- Asfáltico;

2.3.3 Terminais Marítimos

Este subsistema, intermediário entre os pontos de produção e as refinarias, dispõe da seguinte infra-estrutura:

- Um conjunto de piers;
- Conjuntos de berços associados a cada pier (normalmente têm-se dois berços em cada pier, ver figura 2.5) ou monobóias, caso o terminal não possua infra-estrutura própria para operação de embarcações, tal como ocorre com o terminal de São Francisco (TEFRAN), em Santa Catarina;

- Um parque de tanques destinados ao armazenamento de petróleo e derivados, tendo na maioria dos casos tanques específicos para cada classe de produtos, ou seja, tanques para produtos claros (gasolina, Querosene de aviação, diesel, etc...), tanques para produtos escuros (óleo combustível, asfalto, etc...), esferas para produtos especiais (GLP, Butano, Propano, etc...) e tanques para petróleos.
- Um conjunto de bombas, para as operações de carregamento/descarregamento de navios e transferência de produtos para as refinarias.

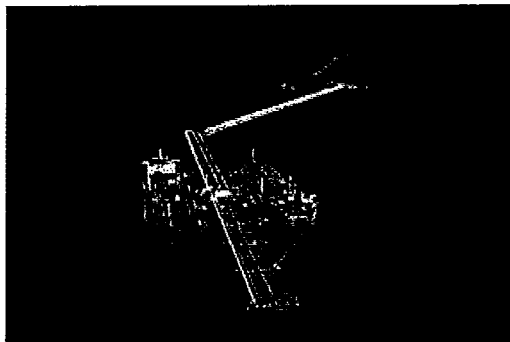


Figura 2.5 – Terminal Coronel Maximiliano Ferreira (TEBIG). Pier do TEBIG com seus dois berços

Fonte: Banco de imagens da PETROBRAS, autor: José Caldas, jan/2003

Para a modelagem deste subsistema os seguintes elementos foram considerados:

- Berços associados a cada terminal. Cada berço impõe limitações operacionais às embarcações, tais como: calado máximo (afundamento máximo do navio), Boca (largura do navio) e TPB (tonelada de porte bruto) mínima e máxima. Estas limitações foram traduzidas como um conjunto de classes de navios que podem visitar cada berço;
- Em lugar de tratar o parque de tanques dos terminais tanque a tanque, optou-se, por simplificação, considerar a tancagem agregada por refinaria ligada aos terminais. Esta tancagem agregada por refinaria é ainda subdividida entre as diversas categorias de petróleos que essa refinaria pode consumir. É importante observar que a soma das tancagens agregadas por refinaria em um determinado terminal é maior que sua capacidade física de estocagem de petróleo. Isso foi realizado com o objetivo de tratar os tanques que podem ser destinados a mais de uma refinaria. Essa

observação se aplica também à divisão em categorias da tancagem agregada por refinaria. A figura 2.6 mostra de forma simplificada esse fato no caso do terminal TEBAR e suas quatro refinarias associadas.

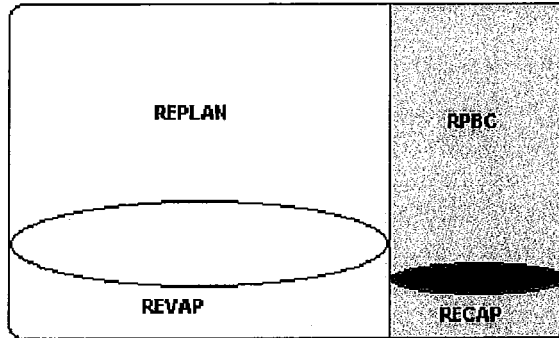


Figura 2.6 - Representação esquemática da distribuição do parque de tanques do terminal de São Sebastião (TEBAR). As elipses representam os tanques comuns às refinarias.

2.3.4 Rede de dutos

Esse subsistema permite o transporte de grandes volumes de petróleo a um custo muito menor do que qualquer outro modal. Na modelagem do problema de alocação de petróleos, a rede de dutos que está sendo considerada é aquela ligando os terminais às refinarias, pois os dutos ligando os pontos de produção aos terminais por bombearem sempre o mesmo petróleo não há necessidade de uma abordagem mais detalhada que aquela exposta no item 2.3.1.

Não é o objetivo desse trabalho tratar o sequenciamento de bateladas nos dutos, por está totalmente fora do seu escopo e exigir uma complexidade tão grande que por si só, já se consistiria num outro estudo. Desta forma, para a modelagem dos dutos foram consideradas as seguintes informações:

- Cada par (terminal, refinaria) que está interligado. Não foram considerados terminais intermediários explicitamente e a capacidade de estocagem destes foi computada no terminal do par (terminal, refinaria);
- Tempo médio de bombeamento dos terminais para as refinarias;
- E a capacidade máxima de bombeamento dos dutos ligando cada par (terminal, refinaria)

2.3.5 Refinarias

Para que o potencial energético dos petróleos seja plenamente aproveitado, bem como sua utilização como fonte de matérias primas, é importante que seja realizado seu desmembramento em cortes, com padrões pré-estabelecidos para determinados objetivos, que denominamos frações.

As refinarias executam esse trabalho através do arranjo de suas várias unidades de processos. Podemos classificar os processos existentes nas refinarias em quatro grandes grupos:

- Processos de separação (Destilação atmosférica e a vácuo, etc...);
- Processos de conversão (Craqueamento catalítico, Coqueamento retardado, etc...);
- Processos de tratamento (Hidrotamento, Tratamento cáustico, etc...);
- Processos auxiliares.

O foco desse trabalho não é tratar as refinarias com todas as suas complexidades. Sendo assim, partiu-se para uma abordagem simplificada, em que toda refinaria é composta de:

- Um conjunto de unidades de destilação;
- Um parque de tanques agregado por categoria de petróleo (da mesma maneira que nos terminais, a soma das tancagens agregadas individuais é maior que a capacidade física total de armazenamento de cada refinaria, devido ao fato de alguns tanques poderem ser usados para armazenarem mais de uma categoria de petróleo diferente);
- E uma ligação, através de dutos, com um ou mais terminais marítimo. A tabela a seguir, apresenta as refinarias e os terminais marítimos associados a cada uma delas.

Tabela 2.1 – Ligação entre Refinarias x Terminais

REFAP	TEDUT
REPAR	TEFRAN
REDUC	TORGUA/TEBIG
RECAP	TEBAR
REVAP	TEBAR
REPLAN	TEBAR
RPBC	TEBAR
REGAP	TORGUA/TEBIG
RLAM	TEMADRE
LUBNOR	T. MUCURIFE
REMAN	T. REMAN
REF. EXPORT	T.EXPORT

Ainda que fisicamente não existam REF. EXPORT e T.EXPORT (refinaria e terminal de exportação), suas definições se fizeram necessárias para que o problema pudesse ser tratado de maneira uniforme.

A cada unidade de destilação existente nas refinarias são associadas campanhas de consumo de petróleo. Cada uma destas campanhas é caracterizada por:

- Vazões diárias de cada categoria de petróleo que a compõe;
- Uma duração em dias;
- Uma data mais cedo de início;
- E uma data limite de fim.

Os três últimos parâmetros acima caracterizam o que é denominado neste trabalho de janela de campanha.

2.3.6 Frota de navios

Os navios utilizados para o transporte de petróleo dos pontos de produção até os terminais são em sua maioria administrados pela PETROBRAS e podem ser classificados quanto à capacidade média de transporte, como:

- Handy – C (19000 m³);
- Handy – R (30000 m³);
- Handy – L (40000 m³);

- Panamax (65000 m³);
- Aframax (100000 m³);
- Suezmax. Devido a importante variação da capacidade de transporte entre os navios velhos e novos desta classe, optou-se por dividi-la em duas classes: Suezmax (140000 m³) e Suezmax-novos (160000 m³);
- VLCC (350000 m³).

Os navios que compõe a frota da PETROBRAS, a maioria pertence à própria empresa, outros são fretados por tempo, ou seja, em contrato TCP e tem-se ainda o contrato por viagem, isto é, em VCP. Os custos de transporte associados a cada um dos navios variam de acordo com a classe e o tipo de contrato. Para os navios próprios e em TCP foi considerado o custo variando com a classe, já para os VCP adicionou-se um sobrevalor para que esses sejam usados somente quando não estiverem disponíveis os anteriormente citados.

Os dados necessários para a consideração da frota de navios na modelagem foram:

- Número de navios em cada classe;
- Capacidade média de transporte de cada classe de navio;
- Custos de transporte por dia de cada classe de navio;
- Custo de fretamento dos navios em VCP;
- Fator de utilização da frota. Este número corresponde a uma estimativa da percentagem dos navios de cada classe disponível para realizar as viagens em cada tempo.

CAPÍTULO 3

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Enquadramento do problema

Como descrito anteriormente, o problema da alocação de petróleo pode ser visto como dois subproblemas. No lado *upstream*, tem-se o problema da definição de quando, quanto e para onde deve ser destinada à produção de petróleos de cada ponto de produção, levando-se em consideração a frota de navios disponível, as restrições de atracação e as limitações de estocagem de cada petróleo. Já no *downstream*, tem-se o problema da definição das campanhas em cada unidade de refino, obedecendo às janelas de tempo de cada campanha, a política de estocagem em cada refinaria e as limitações do transporte dutoviário e estocagem em cada terminal.

Ronen (1993) destaca a escassez de trabalhos que versem sobre o tema como um todo, ainda que a maioria das companhias de petróleo e petroquímicas, verticalmente integradas, se defrontem com esse problema. Passado-se um pouco mais de dez anos, a situação continua praticamente a mesma.

Desde os primórdios da pesquisa operacional, uma enorme gama de artigos foi apresentada na literatura sobre problemas relacionados à indústria do petróleo. Todavia, a maioria deles se limitou ao estudo, alguns de forma aprofundada, de uma das partes do problema apresentado. Isto se deve, em muitos casos, à limitação computacional e aos poucos algoritmos existentes na época que pudessem tratar de forma eficiente o problema global. Ainda hoje, com o avanço dos computadores e eficiência dos algoritmos, aplicações que tratem o problema de forma integrada são praticamente inexistentes.

Verifica-se uma tendência, quase geral, dos trabalhos nessa área em não distinguirem o essencial do acessório (Hamacher, 1989). Como o problema geral, tratado com todos seus detalhes é certamente intratável computacionalmente, um recorte em suas minúcias é fundamental para obtenção de boas soluções em tempo computacional aceitável.

A partir deste ponto, serão discutidas as abordagens encontradas na literatura para cada um dos sub-problemas mostrados anteriormente, ou seja, o problema do

transporte marítimo e o problema do planejamento e produção de refinarias.

3.1.1 Problema do transporte marítimo

Segundo Lawrence (1972), há três modos de operação de uma frota de navios, não mutuamente exclusivos, que podem ser descritos como segue:

- Modo regular (*liner operation*): Os navios seguem rotas fixas, definidas a *posteriori* pela empresa operadora da frota, onde um conjunto de portos deve ser visitado independentemente da demanda, que nesse caso se ajusta à oferta de transporte. Esse modo de operação equivale ao serviço de uma linha circular de ônibus.
- Modo empreitada (*liner tramp*): Os navios são enviados onde há uma demanda de transporte e usualmente as cargas equivalem a uma embarcação completa e as viagens são entre uma origem e um ou mais destinos. Esse modo de operação assemelha-se à tarefa de uma empresa de táxi. Tanto as empresas que trabalham segundo os modos regular ou empreitada tentam maximizar seus faturamentos por unidade de tempo.
- Modo industrial (*industrial*): Esse é o caso em que a empresa que é a proprietária da carga também administra a frota de navios, sendo esses próprios ou fretados por tempo. O objetivo principal das empresas que trabalham com esse modo de operação é assegurar o serviço de transporte ao menor custo possível. Esse modo de operação é muito comum entre as empresa químicas e de petróleo verticalmente integradas, como é o caso da PETROBRAS.

De forma clássica, a primeira grande classificação dos problemas de transporte marítimo é de acordo com a dimensão temporal. Constituem problemas de longo prazo, àqueles relacionados ao dimensionamento e estabelecimento das características da frota de navio, bem como a localização e análise de mudanças na infra-estrutura portuária (Braga, 1977; Lane *et al.*, 1987 e Papadakis *et al.*, 1989). Os problemas de médio prazo, para um período de 1 a 2 anos, estão relacionados a decisões sobre afretamento de navios e reavaliação do esquema de distribuição (Jaramillo e Perakis, 1991 e Crainic *et al.*, 1997). Já os problemas de curto prazo, tratam basicamente o sequenciamento de cargas, atribuição de navio a cargas, controle de estoques e roteamento de navios (Becker, 1987; Hamacher, 1989). Por

atribuição de navios a carga, entenda-se a definição de um navio de uma determinada classe para realizar o transporte, sem contudo nomeá-lo.

Pode-se depreender que a parte marítima do problema objeto desse estudo enquadra-se no modo de operação industrial e está relacionada com decisões de sequenciamento de cargas, atribuição de navios a cargas e controle de estoques na origem e destino das viagens. Esse problema é conhecido na literatura como *scheduling and routing inventory* (Ronen, 1983).

Mesmo para essa parte do problema são relativamente recentes as referências encontradas na literatura. Um dos primeiros trabalhos versando sobre o assunto foi apresentado por Zabal (1984). É proposta uma modelagem bastante abrangente e duas alternativas de soluções. Na primeira, o problema é seccionado e cada parte é resolvida seqüencialmente. O método prevê uma série de aproximações, tais como a intervenção do usuário na definição de um conjunto de rotas, o arredondamento das variáveis inteiras que se apresentam fracionárias e a composição aleatória de viagens marítimas a partir das rotas escolhidas. Todas essas aproximações, somadas às otimizações parciais, podem significar grandes distorções em relação ao ótimo global, o que é parcialmente contornado pela utilização de um procedimento de melhoria de solução baseado no algoritmo de Lin (1973). A segunda alternativa proposta por Zabal constrói a programação dos navios de forma iterativa, utilizando critérios de ordem prática. Também esse procedimento não garante sequer a proximidade da solução ótima, embora seja bastante atraente por poder incorporar práticas habituais do usuário.

Outra referência importante sobre o assunto é apresentada por Miller (1987), todavia é considerado somente o controle de estoque nos pontos de recebimento. O problema consiste de 4 navios tanques, 1 porto de carregamento, 20 tipos de produtos e um total de 30 pontos de demanda. É construído um modelo de fluxo numa rede espaço x tempo e propõe-se um método de solução que combina procedimentos heurísticos e intervenção forte do especialista para construir o sequenciamento de rotas. Esse modelo apresenta uma complexidade muito elevada, pois se considera a possibilidade de um mesmo navio carregar mais de um produto em seus compartimentos e é tratado até o problema de instabilidade no carregamento das embarcações.

Aplicações como essas de *scheduling and inventory routing*, tendem a se tornar cada vez mais freqüentes, já que atualmente várias empresas de distribuição estão integrando suas cadeias de suprimento com a dos revendedores finais,

abastecendo-os automaticamente através do controle de seus estoques (PRAXAIR, 2000).

3.1.2 Problema do planejamento e produção de refinarias

De maneira semelhante à exposta para o problema de transporte marítimo, Sullivan e Gould-Marks (1999) mostram que o planejamento em refinarias pode ser classificado da seguinte forma, de acordo com a dimensão temporal:

- Planejamento estratégico (horizonte de mais de 1 ano) – Esse nível de decisão é intimamente ligado ao plano estratégico de negócios das companhias. Nesse nível são consideradas decisões tais como: alternativas de investimento de capital com restrições de orçamento; mudança no arranjo de unidades de processo para o longo prazo, entre outras;
- Planejamento tático (horizonte de 1 ano com revisões trimestrais) – Uma vez definidas as plantas de produção, a decisão que segue é como balancear a demanda e o suprimento de petróleo a fim de atender as demandas previstas de produtos. O resultado desse planejamento é diretamente utilizado pelos departamentos de compra de petróleos das companhias;
- Planejamento operacional (horizonte de 1 a 3 meses com atualizações regulares) – A questão básica relacionada com esse nível de decisão é como otimizar as operações das unidades de processos das refinarias visando maximizar seus lucros sujeitos a restrições de estoque de petróleo e derivados; limites de utilização das unidades de processo; demanda de produtos; previsão de suprimento de óleos crus; preços (petróleo e derivados), entre outras.

Não há um consenso na literatura sobre o horizonte de cada nível de planejamento, ou seja, é difícil estabelecer quando termina um nível e começa o outro. Assim, apesar da atividade de alocação de petróleo lidar com decisões para um horizonte de 60 dias, ela se enquadra melhor no planejamento tático da PETROBRAS.

As aplicações da programação matemática no segmento *downstream* datam desde a metade do século passado. Na área de distribuição de derivados destacam-se os trabalhos realizados nas empresas SHELL (Zierer, 1976), CITGO, atual PDVSA (Klingman, 1987) e AMOCO (Mehring, 1990). Já na área de planejamento da produção

de refinarias, as aplicações tiveram início com a utilização de programação linear em mistura de petróleo e preparação de produtos a serem comercializados (Symonds, 1955).

Ainda no planejamento da produção de refinarias, observa-se um grande aumento do uso de ferramentas de apoio à decisão para execução de seus planos de produção agregados, devido à disponibilidade atual de softwares comerciais, baseados em programação linear, como o RPMS (Refinery and Petrochemical Modeling System – Bonner and Moore, 1979) e PIMS (Process Industry Modeling System – Bechtel, 1993), este último utilizado nas refinarias do sistema PETROBRAS.

Já na programação operacional de refinarias, as referências encontradas são muito recentes. Lee *et al.* (1996) propuseram uma formulação de programação linear inteira mista multi-período para o problema, onde foi considerado o sequenciamento de chegada e descarga dos navios nos terminais; a transferência dos petróleo para os tanques das refinarias; o controle de estoque nas refinarias e o sequenciamento do carregamento de suas unidades de destilação. Um problema similar foi tratado por Shah (1996), através de sua decomposição em dois subproblemas de programação linear inteira mista. Esse mesmo problema foi também abordado por Wenkai *et al.* (2003) através de uma formulação de programação não-linear inteira mista, em que é proposto um algoritmo que a resolve iterativamente, através de dois modelos, um de programação linear inteira mista e outro não-linear. Uma boa referência sobre o assunto é o trabalho de Pinto *et al.* (2000), que apresentam uma discussão detalhada sobre modelagens aplicadas aos problemas de planejamento e programação de operações em refinarias. Nesse trabalho são apresentados dois problemas reais muito interessantes: o da distribuição de diesel na RPBC em Cubatão, São Paulo, e o da produção de óleo combustível, asfalto e GLP (Gás Liquefeito de Petróleo) na refinaria REVAP em São José dos Campos, também em São Paulo.

Como comentado anteriormente não foi encontrada nenhuma referência na literatura que tratasse o problema do suprimento de petróleo as refinarias de forma integrada. O trabalho que mais se aproximou deste objetivo foi o dos autores Escudero *et al.* (1999) que abordaram o tema através de um modelo de programação linear com incertezas nos parâmetros e resolução através de análise de cenários.

CAPÍTULO 4

MODELAGEM MATEMÁTICA

4.1 Introdução

Nesse capítulo será apresentada a evolução dos modelos construídos para a solução do problema de alocação, com o objetivo de mostrar o avanço do entendimento do problema ao longo desse trabalho.

O processo de modelagem exige a definição clara de alguns elementos imprescindíveis para a tradução de um problema em uma linguagem matemática. Estes elementos são (Goldberg, 2000):

- Objetivos
- Variáveis de decisão ou controle
- Nível de detalhes

Conforme Goldberg (2000) é possível, de forma bastante geral, resumir o processo de modelagem de um problema sob a ótica operacional, pelos seguintes passos mostrados no fluxograma abaixo.

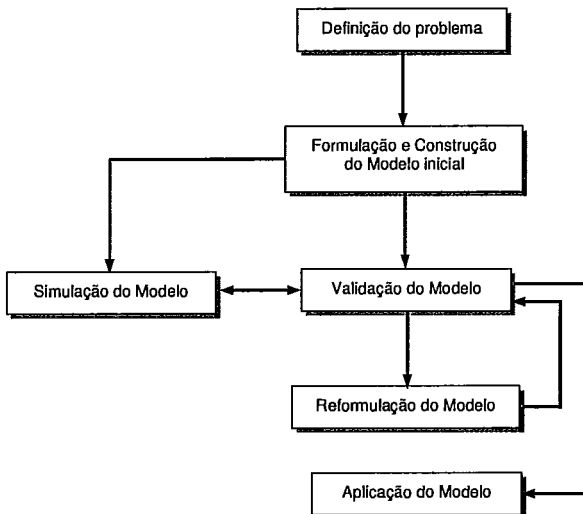


Figura 4.1 - O processo de construção de modelos

Será visto que o principal elemento explorado nesses modelos foi o nível de detalhes. Foi escolhida uma abordagem óbvia, onde os modelos foram construídos com nível de detalhes gradativamente maior.

A formulação matemática dos modelos foi realizada através de programação linear inteira mista. Diferentemente dos problemas de programação linear que apresentam algoritmos de solução eficientes (Dantzig, 1963), ainda não existe um algoritmo que seja capaz de tratar de maneira geral qualquer problema de programação inteira, ou seja, desde que esteja correto, qualquer modelo de programação linear para um determinado problema pode ser resolvido em tempo computacional razoável, já os problemas de programação inteira são muito dependentes da formulação empregada (Kallrath, 1997; Willians, 1999 e Wolsey 1998). Um exemplo clássico dessa dependência pode ser verificado na literatura com o problema de localização de facilidades não capacitado (Wolsey, 1998 e Eiselt, 2000), onde são mostradas duas formulações diferentes, uma denominada fraca e outra forte.

Esse conceito de formulação fraca ou forte está muito relacionado às técnicas utilizadas na solução de problemas de programação inteira, que se baseiam na relaxação linear do problema. Essa relaxação consiste em abandonar as condições de integralidade das variáveis e considerá-las como contínuas. Dessa forma, uma formulação é dita mais forte que uma outra, se a região poliédrica definida pela sua relaxação linear se aproxima mais da envoltória convexa do problema de programação inteira que a outra.

Nesse trabalho procurou-se formular o problema da melhor forma possível. É certo que muito pode ainda ser feito para fortalecer essa formulação, contudo se deve atentar para o compromisso entre uma formulação forte e o tempo necessário para resolver sua relaxação linear, no caso de adição de restrições a formulação.

4.2 Simplificações do problema

No processo de modelagem de problemas de programação inteira deve sempre haver um compromisso entre o nível de detalhe e o tempo computacional para resolvê-lo. Assim, fez-se necessário uma simplificação do problema sem, contudo, perder o objetivo que é a alocação diária de petróleo nas refinarias. As principais simplificações foram:

- Roteamento dos navios. Esse não é considerado na modelagem do problema, todavia para que a alocação seja feita de forma coerente com a capacidade de transporte marítimo, os navios são incorporados implicitamente no modelo através das informações de classe e disponibilidade dos navios em cada classe. Isto é totalmente justificável, já que também não é tarefa da alocação fazer esse roteamento, além disso, por se tratar de uma atividade de planejamento tático, para um horizonte médio de 72 dias, Levy *et al.* (1977) mostraram que a probabilidade de um navio obedecer a um roteamento para uma semana é menor que 30%, reforçando a desconsideração do roteamento no modelo.
- Tempo de viagem. Independentemente da classe do navio, foi considerado como constante o tempo de viagem de uma origem a um destino determinado. No caso de petróleo importados, em lugar de considerar o tempo de viagem entre cada porto no exterior a cada terminal no Brasil, foram tomados regiões e tempos de viagem médios dessas aos terminais brasileiros.
- Número de terminais visitados. Cada navio pode visitar somente um terminal de destino. Verifica-se que na prática isto acontece na maioria das vezes.
- Número de origens visitadas. Cada navio visita somente uma origem por viagem. Essa hipótese não significa na realidade uma simplificação, já que na prática isso é verificado.
- Custos de sobreestadia. Não é considerado nesse modelo. Como já foi dito anteriormente, o problema de alocação de petróleo se enquadra como um planejamento tático e devido à característica estocástica do transporte marítimo, é razoável não incluir na função objetivo um custo associado ao atraso na atracação de uma embarcação, sabendo-se que é impossível afirmar que isso acontecerá, mesmo na primeira semana do estudo.
- Tempos de atracação, desatracação e operação (bombeamento do navio para os tanques dos terminais). Esses tempos são incorporados ao de viagem, ou seja, o tempo de viagem reflete o tempo de deslocamento de uma origem a um destino somado aos tempos de atracação, desatracação e operação.

4.3 Modelos

Serão apresentados nessa seção, três modelos para a resolução do problema de alocação. Todos esses modelos foram formulados como um problema de fluxo em rede com custos fixos nos arcos e restrições adicionais. Esse problema, comumente conhecido na literatura como *Fixed Charge Network Flow* (Murty, 1976; Bertsimas, 1997; Wolsey, 1998), é um tipo de fluxo em rede no qual os custos de se usar os arcos são fixos, no sentido de que se algum fluxo passar por um arco se paga um custo pré-determinado, e em caso contrário, o custo é nulo. Nos problemas tradicionais de fluxo em rede, o custo de um arco é proporcional ao fluxo que passa nesse arco. Ao contrário do problema de fluxo em rede tradicional, que pode ser resolvido de forma eficiente, o fluxo em rede com custos fixos nos arcos é NP-difícil (Garey e Johnson, 1979). Entretanto, devido ao grande esforço de pesquisa nesse problema realizado nos últimos anos (Van Roy e Wolsey, 1985; Schaffer e O'Leary, 1989; Gu *et al.*, 1996), já é possível resolver de forma ótima muitas instâncias da ordem de milhares de arcos com custos fixos. Boas soluções aproximadas, com garantia de qualidade, podem ser encontradas para muitas instâncias ainda maiores. Naturalmente, o problema proposto nesse trabalho é bem mais complicado, devido ao acréscimo de restrições adicionais ao problema clássico de fluxo em rede com custo fixo nos arcos.

O modelo inicial, que será apresentado a seguir, servirá de base para a construção dos demais, ou seja, os outros dois modelos propostos constituem extensões do modelo inicial. Essas extensões não possuem como único objetivo fortalecer a formulação do modelo inicial, elas apresentam, ademais, um histórico do entendimento do problema visando o tratamento do problema real.

Na apresentação dos modelos que se seguem foram adotadas as seguintes convenções:

- Os dados de entrada para o problema são escritos em letras maiúsculas.
- As variáveis são escritas em letras minúsculas.
- Tanto os nomes das variáveis quanto dos dados foram escolhidos de forma mnemônica para facilitar a compreensão dos modelos.
- Os índices das variáveis e dados são apresentados entre parênteses após seus respectivos nomes.
- Há uma ordem na apresentação dos índices das variáveis e dados. Essa ordem é: óleo, categoria, berço, classe de navio, terminal, refinaria e tempo.

4.3.1 Modelo Inicial (MI)

Índices

B = {1,...,b,...,NB}: Conjunto de berços.

C = {1,...,c,...,NC}: Conjunto de categorias de petróleo.

O = {1,...,o,...,NO}: Conjunto de tipos de petróleo ou pontos de produção. Cada ponto de produção está associado a um determinado petróleo.

R = {1,...,r,...,NR}: Conjunto de refinarias.

T = {1,...,t,...,NT}: Instantes de tempo.

Z = {1,...,z,...,NZ}: Conjunto de terminais.

Dados

BTER(b): Terminal associado a cada berço “b”.

CAPMAXESTP(o): Capacidade máxima, em 1000 m³, de estocagem do petróleo “o” no ponto de produção “o”.

CPLANAB1(o, r): Penalidade por desvio entre o volume entregue de petróleo do tipo “o”, na refinaria “r”, e o planejado pelo PLANAB para a primeira faixa de intervalos de tempo.

CPLANAB2(o, r): Penalidade por desvio entre o volume entregue de petróleo do tipo “o”, na refinaria “r”, e o planejado pelo PLANAB para a segunda faixa de intervalos de tempo.

CVIAG: Custo médio, em unidades monetárias/dia, de uma embarcação navegando.

CVOLINVCATREF(r, t): Penalidade por não se ter petróleo de alguma categoria, que a refinaria “r” consome, em um determinado período “t”.

CVOLMAXCATREF(r, t): Penalidade por se ter volume de petróleo de alguma categoria, que a refinaria “r” consome, acima de **VOLMAXCATREF(c, r)** em um determinado período “t”.

CVOLMINCATREF(r, t): Penalidade por se ter volume de petróleo de alguma categoria, que a refinaria “r” consome, entre **VOLMINCATREF(c, r)** e **VOLPERCATREF(c, r)** em um determinado período “t”.

CVOLPERCATREF(r, t): Penalidade por se ter volume de petróleo de alguma categoria, que a refinaria “r” consome, entre **VOLPERCATREF(c, r)** e zero em um determinado período.

CTVIAG(o, z): Custo médio de viagem, em 1000 unidades monetárias, de uma viagem de uma embarcação do ponto de produção “o” ao terminal “z”.

NCATEG(o): Conjunto das categorias a que pertence cada tipo de petróleo “o”.

NOLEO(c): Conjunto dos óleos pertencentes a cada categoria “c”.

NTERREF(z): Conjunto de refinarias associadas ao terminal “z”.

PROD(o, t): Produção, em 1000 m³, do petróleo “o” no ponto de produção “o” em cada período “t”.

REFTER(r): Terminal associado a cada refinaria “r”.

TBN(o, b): Mínimo entre o volume da maior embarcação que pode atracar no ponto de produção “o” e no berço “b” e **CAPMAXESTP(o)**, dado em 1000 m³.

TERB(z): Conjunto dos berços associados a cada terminal “z”.

TVIAG(o, z): Tempo de viagem, em períodos, de uma embarcação do ponto de produção “o” ao terminal “z”.

VAZCAMP(c, r,t): Vazão da campanha de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³/dia, na refinaria “r”.

VAZMAXBOMB(z, r): Vazão máxima de bombeio, em 1000 m³/dia, entre o terminal “z” e a refinaria “r”.

VOLINICPROD(o): Volume inicial, em 1000 m³,do petróleo “o”, no ponto de produção “o”.

VOLINICREF(c, r): Volume inicial de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, estocado na refinaria “r”.

VOLINICTER(c, r, z): Volume inicial, em 1000 m³, do petróleo da categoria “c”, destinado à refinaria “r”, estocado no terminal “z”.

VOLMAXCATTER(c, r, z): Volume máximo de petróleo, em 1000 m³, da categoria “c”, destinado à refinaria “r”, que pode ser estocado no terminal “z”.

VOLMAXREF(r): Capacidade máxima de estocagem de petróleo, em 1000 m³, na refinaria “r”.

VOLMAXTERREF(z, r): Capacidade máxima de estocagem de petróleo, em 1000 m³, no terminal “z”, destinado à refinaria “r”.

VOLMAXTER(z): Capacidade máxima de estocagem de petróleo, em 1000 m³, no terminal “z”.

VOLMAXCATREF(c, r): Volume máximo de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, na refinaria “r”.

VOLMINCATREF(c, r): Limite mínimo de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, que não acarreta perda de produção da refinaria “r”.

VOLPERCATREF(c, r): Limite de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, abaixo do qual há parada de alguma unidade da refinaria “r”.

VOLPLANAB1(o, r): Volume de petróleo “o”, em 1000 m³, indicado pelo PLANAB para a refinaria “r” para a primeira faixa de intervalos de tempo.

VOLPLANAB2(o, r): Volume de petróleo “o”, em 1000 m³, indicado pelo PLANAB para a refinaria “r” para a segunda faixa de intervalos de tempo.

Variáveis

desvplan1(o, r) ∈ R₊: Desvio entre o volume de petróleo do tipo “o”, em 1000 m³, entregue na refinaria “r” e o planejado pelo PLANAB para a primeira faixa de intervalos de tempo.

desvplan2(o, r) ∈ R₊: Desvio entre o volume de petróleo do tipo “o”, em 1000 m³, entregue na refinaria “r” e o planejado pelo PLANAB para a segunda faixa de intervalos tempo.

estprod(o, t) ∈ R₊: Volume de petróleo do tipo “o”, em 1000 m³, estocado no ponto de produção “o”, em cada período “t”.

volcatrefh(c, r, t) ∈ R₊: Volume de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, acima do limite desejável (acima de VOLMAXCATREF(c, r)) nos tanques da refinaria “r” no período “t”.

volcatrefinv(c, r, t) ∈ R₊: Volume de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, na faixa inviável (menor que zero nos tanques da refinaria “r” no período “t”).

volcatrefl(c, r, t) ∈ R₊: Volume de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, na faixa perda de processamento (entre VOLPERCATREF(c, r) e VOLMINCATREF(c, r)) nos tanques da refinaria “r” no período “t”.

volcatrefill(c, r, t) ∈ R₊: Volume de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, na faixa de parada de unidades (entre VOLPERCATREF(c, r) e zero, nos tanques da refinaria “r” no período “t”).

volcatrefn(c, r, t) ∈ R₊: Volume de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, dentro da faixa de segurança (entre VOLMINCATREF(c, r) e VOLMAXCATREF(c, r)) nos tanques da refinaria “r” no período “t”.

volcatter(c, z, r, t) ∈ R₊: Volume de petróleo da categoria “c”, em 1000 m³, nos tanques do terminal “z”, destinados à refinaria “r” no período “t”.

$\text{volpetchter}(\mathbf{o}, \mathbf{c}, \mathbf{z}, \mathbf{r}, \mathbf{t}) \in \mathbf{R}_+$: Volume de petróleo do tipo “o”, em 1000 m³, pertencente à categoria “c”, que chega ao terminal “z”, destinado à refinaria “r” no período “t”.

$\text{volpetsaip}(\mathbf{o}, \mathbf{b}, \mathbf{t}) \in \mathbf{R}_+$: Volume de petróleo do tipo “o”, em 1000 m³, que sai do ponto de produção “o” em direção ao berço “b” no período “t”.

$\text{volpetsaipbi}(\mathbf{o}, \mathbf{b}, \mathbf{t}) \in \{0, 1\}$: Variável binária indicando se o petróleo do tipo “o” saiu do ponto de produção “o” em direção ao berço “b” no período “t”.

$\text{volpetsaiter}(\mathbf{c}, \mathbf{z}, \mathbf{r}, \mathbf{t}) \in \mathbf{R}_+$: Volume de petróleo, em 1000 m³, da categoria “c”, que sai do terminal “z” em direção à refinaria “r” no período “t”.

Formulação Matemática

Função objetivo

Procura-se minimizar os seguintes custos e penalidades:

1. Custos de transporte dos lotes de petróleo:
 - Custo de viagem da origem ao destino de um lote;
2. Penalidade por perda de produção na refinaria, se subdividindo em:
 - Penalidade por estoque abaixo do mínimo e acima do limite de perda de processamento;
 - Penalidade por estoque abaixo do limite de perda de processamento e acima de zero;
 - Penalidade por estoque abaixo de zero;
3. Penalidade por não atendimento ao PLANAB

Assim, pode-se descrevê-la como:

$$\text{Fobj} = \min\{\{\text{custo viagem}\} + \{\text{penalidade estoque alto na refinaria}\} + \{\text{penalidade estoque baixo na refinaria}\} + \{\text{penalidade estoque muito baixo na refinaria}\} + \{\text{penalidade estoque inviável na refinaria}\} + \{\text{penalidade por não atendimento ao PLANAB para os intervalos 1 e 2}\}$$

Matematicamente, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Fobj} : \min \{ & \sum_o \sum_z \sum_{b \in TERB(z)} \sum_t CTVIAG(o, z).volpetaipbi(o, b, t) + \\
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLMAXCATREF(c, r).volcatrefh(c, r, t) + \\
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLMINCATREF(c, r).volcatrefl(c, r, t) + \quad (4.1) \\
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLPERCATREF(c, r).volcatrefll(c, r, t) + \\
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLINVCATREF(c, r).volcatrefinv(c, r, t) + \\
 & \sum_o \sum_r CPLANAB1(o, r).desvplan1(o, r) + \\
 & \left. \sum_o \sum_r CPLANAB2(o, r).desvplan2(o, r) \right\}
 \end{aligned}$$

onde,

$$CTVIAG(o, z) = CVIAG * TVIAG(o, z), \quad \forall o \in O \text{ e } \forall z \in Z$$

Sujeito as seguintes restrições:

Restrições

Balanco de volume nos pontos de produção

Em cada período “t”, o estoque de um determinado óleo “o” em um ponto de ponto de produção “o” será a soma da produção desse óleo nesse período com o seu estoque do período anterior, subtraído do volume que foi enviado para algum berço “b” no período em questão.

$$\begin{aligned}
 estprod(o, t) - estprod(o, t - 1) - PROD(o, t) + \sum_b volpetaip(o, b, t) = 0 \quad (4.2) \\
 \forall o \in O, \forall t \in T
 \end{aligned}$$

Restrição de fixed charge network flow

Caso haja fluxo entre algum ponto de produção “o” e algum berço “b” em algum período “t”, esse está limitado à capacidade máxima do arco.

$$volpetaip(o, b, t) \leq TBN(o, b) \cdot volpetaipb(o, b, t) \quad (4.3)$$

$$\forall o \in O, \forall b \in B, \forall t \in T$$

Número máximo de lotes que podem sair de um ponto de produção em cada período de tempo

De um mesmo ponto de produção “o” pode sair no máximo um certo número x de lotes de petróleo em um determinado período “t”. Nesse trabalho foi considerado que no máximo um lote de petróleo pode sair a cada instante de tempo de um mesmo ponto de produção.

$$\sum_b volpetaipb(o, b, t) \leq 1, \quad (4.4)$$

$$\forall o \in O, \forall t \in T$$

Número máximo de lotes que podem chegar em um berço em cada período de tempo

Em um mesmo berço “b” pode chegar no máximo um certo número x de lotes de petróleo em um determinado período “t”. Nesse trabalho foi considerado que no máximo um lote de petróleo pode chegar a um berço a cada instante.

$$\sum_{o/t - TVI AVG(o, BTER(b)) \geq 0} volpetaipb(o, b, t) \leq 1, \quad (4.5)$$

$$\forall b \in B, \forall t \in T$$

Balanco de volume nos berços de cada terminal

Cada lote de petróleo do tipo “o”, que chega a um berço “b”, num determinado período “t”, é enviado ao terminal “z”, o qual “b” pertence , para algum

conjunto de tanques segregados destinados às refinarias associadas a esse, e é ao mesmo tempo enquadrado numa das categorias as quais ele pode fazer parte.

$$\sum_{b \in TERB(z)} volpetaip(o, b, t - TVIAG(o, z)) - \sum_{r \in NTERREF(z)} \sum_{c \in NCATG(o)} volpetchter(o, c, z, r, t) = 0 \quad (4.6)$$

$$\forall o \in O, \forall z \in Z, \forall t \in T / t - TVIAG(o, z) \geq 0$$

Balanço de volume nos terminais

O volume estocado dos vários tipos de petróleo “o”, enquadrados na categoria “c”, num terminal “z”, destinado a uma refinaria “r”, no período “t+1” é igual ao volume estocado dos vários tipos de petróleo “o”, enquadrados na categoria “c”, num terminal “z”, destinado a uma refinaria “r”, no período “t” somado ao volume de petróleo dos vários tipos “o”, enquadrados na categoria “c”, destinados a uma refinaria “r”, vindo de algum berço associado a ele, no período “t”, subtraído do volume de petróleo da categoria “c”, enviado à refinaria “r”, no período “t”.

$$volcatter(c, z, r, t + 1) - volcatter(c, z, r, t) + volpetaiter(c, z, r, t) - \sum_{o \in NOLEO(c)} volpetchter(o, c, z, r, t) = 0 \quad (4.7)$$

$$\forall c \in C, \forall z \in Z, \forall r \in NTERREF(z), \forall t \in T$$

Limite de estoque no terminal por refinaria

O volume total de petróleo armazenado num determinado terminal “z” e destinado a uma determinada refinaria “r” em cada período “t”, deve ser no máximo a sua tancagem agregada, separada para essa refinaria.

$$\sum_c volcatter(c, z, r, t) \leq VOLMAXTERREF(z, r) \quad (4.8)$$

$$\forall z \in Z, \forall r \in NTERREF(z), \forall t \in T$$

Limite de Bombeio

Cada terminal “z” pode bombear no máximo a capacidade do duto que o liga a uma determinada refinaria “r” em cada período “t”.

$$\sum_c \text{volpetaiter}(c, z, r, t) \leq \text{VAZMAXBOMB}(z, r) \tag{4.9}$$

$$\forall z \in Z, \forall r \in \text{NTERREF}(z), \forall t \in T$$

Balanço de volume nas refinarias

Esta restrição é um pouco diferente de todas as outras que envolvem balanço de volume, já que se procura expressar a preocupação com a política de estoque nas refinarias. A alocação de petróleos deve tentar garantir o suprimento das refinarias, com o petróleo adequado no momento certo. Com o objetivo de avaliar a qualidade dessa tarefa, penalizações foram atribuídas ao estoque abaixo ou acima do adequado em cada refinaria. Desta forma, o estoque agregado por categoria de petróleo em cada refinaria foi dividido em 5 faixas, a saber:

- Volume alto (**volcatrefh**);
- Volume desejável (**volcatrefn**);
- Volume baixo (**volcatrefl**);
- Volume muito baixo (**volcatrefll**);
- Volume inviável (**volcatrefinv**)

A definição da variável de volume inviável nas refinarias fez-se necessária a fim de garantir, que independente do volume de petróleo disponível para alocação, a solução provida pelo modelo seja sempre viável. A variável **volcatrefinv** tem uma interpretação interessante, pois indica para o especialista de alocação a necessidade do provimento de petróleo de uma determinada categoria em um dado tempo. Desta forma, o especialista pode fazer uma análise de cenários com a importação de mais petróleo para esse período ou a mudança das campanhas de consumo nas refinarias.

A figura 4.2 mostra uma representação esquemática do estoque agregado de petróleo de uma dada categoria em uma refinaria. A direção de aumento da variável **volcatrefinv** está para baixo, a fim de mostrar que houve falta completa de petróleo no período, todavia, assim como as outras relacionadas a volume, ela é maior ou igual a zero.

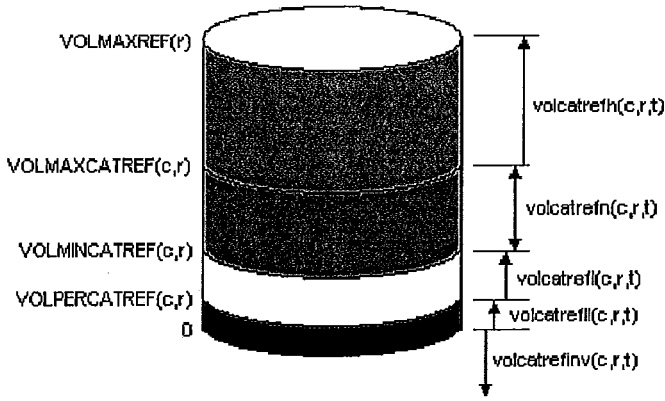


Figura 4.2 - Representação do estoque agregado da categoria “c”, na refinaria “r”, no tempo “t”

Assim, seja $estoqref(c,r,t)$, o estoque total de petróleo da categoria “c”, na refinaria “r”, no tempo “t”, então tem-se:

$$estoqref(c,r,t) = volcatrefn(c,r,t) + volcatrefh(c,r,t) - volcatrefl(c,r,t) - volcatrefll(c,r,t) - volcatrefinv(c,r,t)$$

e assim, o balanço de volume na refinaria torna-se:

$$estoqref(c,r,t) = VOLINICREF(c,r) \quad \forall t = t_0$$

e

$$estoqref(c,r,t) - estoqref(c,r,t-1) + [volpetsaiter(c,z,r,t - TBOMBEIO(z,r) - 1)]_{\forall t | 1 - TBOMBEIO(z,r) - 1 \geq 0} - VAZCAMP(c,r,t-1) = 0, \quad \forall t \in \{t_0 + 1, \dots, NT\}$$

ou seja,

$$volcatrefn(c,r,t) + volcatrefh(c,r,t) - volcatrefl(c,r,t) - volcatrefll(c,r,t) - volcatrefinv(c,r,t) = VOLINICREF(c,r) \quad \forall c \in C, \forall r \in R, \forall t = t_0 \tag{4.10}$$

e

$$\begin{aligned}
 & volcatrefn(c, r, t) + volcatrefh(c, r, t) - volcatrefl(c, r, t) - \\
 & volcatrefll(c, r, t) - volcatrefinv(c, r, t) - \\
 & volcatrefn(c, r, t-1) - volcaterefh(c, r, t-1) + volcatrefl(c, r, t-1) + \\
 & volcatrefll(c, r, t-1) + volcatrefinv(c, r, t-1) + \\
 & [volpetsaiter(c, z, r, t - TBOMBEIO(z, r) - 1)]_{\forall t | t - TBOMBEIO(z, r) - 1 \geq 0} \\
 & - VAZCAMP(c, r, t) = 0
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\forall c \in C, \forall z \in REFTER(r), \forall r \in R, \forall t \in \{t_0 + 1, \dots, NT\}$$

É importante observar que a modelagem acima só está correta, devido aos custos de penalização na função objetivo serem estritamente crescentes, ou seja,

$$CVOLINVCATREF(c, r) > CVOLPERCATREF(c, r) > CVOLMINCATREF(c, r) > 0$$

Limite de estoque total nas refinarias

Cada refinaria “r” pode estocar um volume de petróleo de no máximo a capacidade do seu parque de tanques destinado para tal fim, em cada período “t”.

$$\begin{aligned}
 & \sum_c (volcatrefh(c, r, t) + volcatrefn(c, r, t) - \\
 & volcatrefl(c, r, t) - volcatrefll(c, r, t)) \leq VOLMAXREF(r)
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\forall r \in R, \forall t \in T$$

Note que a variável **volcatinv(c,r,t)** não entra nessa restrição, já que corresponde a um volume fictício abaixo de zero.

Desvio do Planab

Primeira faixa de intervalos de tempo

$$(a) \ desplan1(o, r) + \tag{4.13a}$$

$$\sum_{\forall c \in NCATEG(o)} \sum_{\forall z \in REFTER(r)} \sum_{\forall t | t \leq TPLANB1 - TBOMBEIO(z, r)} volpetchter(o, c, z, r, t) \geq VOLPLANAB1(o, r)$$

$$(b) \text{ desplan1}(o, r) - \sum_{\forall c \in \text{NCATEG}(o)} \sum_{\forall z \in \text{REFTER}(r)} \sum_{\forall t | t \leq \text{TPLANAB1} - \text{TBOMBEIO}(z, r)} \text{volpetchter}(o, c, z, r, t) \geq \text{VOLPLANAB1}(o, r) \quad (4.13b)$$

$$\forall o \in O, \forall r \in R$$

Segunda faixa de intervalos de tempo

$$(a) \text{ desplan2}(o, r) + \sum_{\forall c \in \text{NCATEG}(o)} \sum_{\forall z \in \text{REFTER}(r)} \sum_{\forall t | \text{TPLANAB1} - \text{TBOMBEIO}(z, r) < t \leq \text{NT} - \text{TBOMBEIO}(z, r)} \text{volpetchter}(o, c, z, r, t) \geq \text{VOLPLANAB2}(o, r) \quad (4.14a)$$

$$(b) \text{ desplan2}(o, r) - \sum_{\forall c \in \text{NCATEG}(o)} \sum_{\forall z \in \text{REFTER}(r)} \sum_{\forall t | \text{TPLANAB1} - \text{TBOMBEIO}(z, r) < t \leq \text{NT} - \text{TBOMBEIO}(z, r)} \text{volpetchter}(o, c, z, r, t) \geq \text{VOLPLANAB2}(o, r) \quad (4.14b)$$

$$\forall o \in O, \forall r \in R$$

Limites das variáveis

$$\text{estprod}(o, t) \leq \text{CAPMAXESTPROD}(o) \quad \forall o \in O, \forall t \in T \quad (4.15)$$

$$\text{volcatter}(c, z, t) \leq \text{VOLMAXCATTER}(c, z, r), \quad \forall c \in C, \forall r \in R, \forall t \in T \quad (4.16)$$

$$\text{VOLMINCATREF}(c, r) \leq \text{volcatrefn}(c, r, t) \leq \text{VOLMAXCATREF}(c, r), \quad (4.17)$$

$$\forall c \in C, \forall r \in R, \forall t \in T$$

$$\text{volcatrefl}(c, r, t) \leq \text{VOLMINCATREF}(c, r) - \text{VOLPERCATREF}(c, r), \quad (4.18)$$

$$\forall c \in C, \forall r \in R, \forall t \in T$$

$$\text{volcatrefll}(c, r, t) \leq \text{VOLPERCATREF}(c, r), \quad \forall c \in C, \forall r \in R, \forall t \in T \quad (4.19)$$

4.3.2 Modelo com flexibilização de campanhas (MFC)

Neste modelo é incorporada a flexibilização das campanhas das refinarias, ou seja, são proposta campanhas iniciais e suas mudanças (flexibilização) pelo modelo são permitidas se resultarem numa redução do valor da função objetivo. Essas mudanças são limitadas tão somente à troca dos dias em que se dará cada campanha, permanecendo fixas suas composições e vazões. A figura 4.3 apresenta um exemplo desta flexibilização. Inicialmente têm-se duas campanhas que são flexibilizadas transformando-se em três campanhas. A cada troca de campanhas nas refinarias são necessários ajustes em suas unidades de processo para o recebimento da nova carga e durante esse período são produzidos derivados que normalmente estarão fora de especificação, exigindo muitas vezes operações de reprocessamento, aumentando seus custos de produção. Para evitar que a solução do modelo proponha uma flexibilização nas refinarias de forma indiscriminada, é atribuído um custo de penalização a cada troca efetuada.

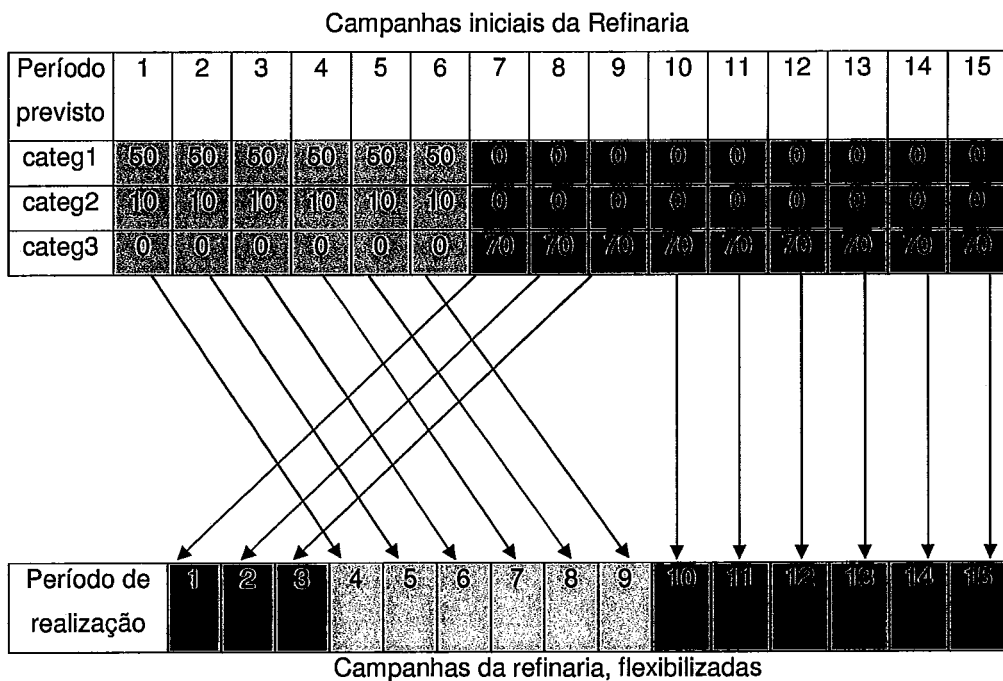


Figura 4.3 - Exemplo de flexibilização de campanhas numa dada refinaria.

A seguir será apresentada a formulação do modelo com flexibilização de campanhas. Como poderá ser visto, se fizeram necessárias definições de mais alguns índices, dados e variáveis.

Índice adicional

POS = {1, ..., pos, ..., NT}: Conjunto de posições de tempo das campanhas sugeridas;

Dados adicionais

CSETUP: Custo decorrente da troca de campanha em alguma refinaria;

MAXVAZCAMP: Máximo de **VAZCAMP(c, r, t)**, para ser usado na restrição de *set-up*;

Variáveis adicionais

campbi(r,tl,t) ∈ {0, 1}: variável binária indicando se a campanha na refinaria “r”, que foi sugerida para o tempo “tl”, aconteceu ou não no tempo “t”;

setup(r, t) ∈ {0, 1}: variável binária indicando se no tempo “t”, houve ou não troca de campanha na refinaria “r”.

Formulação Matemática

Função objetivo

A função objetivo do modelo anterior (4.1) foi alterada para incluir a parcela relativa a penalização por *setup* nas refinarias. Assim,

$$\begin{aligned}
 Fobj : \min & \left\{ \sum_o \sum_z \sum_{b \in BTER(z)} \sum_t CTVIAG(o, z).volpetsaipbi(o, b, t) \right. & + \\
 & \sum_c \sum_r \sum_l CVOLMAXCATREF(c, r).volcatrefh(c, r, t) & + \\
 & \left. \sum_c \sum_r \sum_l CVOLMINCATREF(c, r).volcatrefl(c, r, t) \right. & +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLPERCATREF(c, r).volcatrefll(c, r, t) & + & & (4.20) \\
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLINVCATREF(c, r).volcatrefinv(c, r, t) & + & \\
 & \sum_o \sum_r CPLANAB1(o, r).desvplan1(o, r) & + & \\
 & \sum_o \sum_r CPLANAB2(o, r).desvplan2(o, r) & + & \\
 & \sum_r \sum_t CSETUP.setup(r, t)
 \end{aligned}$$

sujeito a todas as restrições do modelo inicial, com alteração da restrição de balanço de volume nas refinarias (4.11) e adição das restrições de flexibilização de campanhas e *setup*.

Balanço de volume nas refinarias

$$\begin{aligned}
 & volcatrefn(c, r, t) + volcatrefh(c, r, t) - volcatrefl(c, r, t) \\
 & - volcatrefll(c, r, t) - volcatrefinv(c, r, t) = VOLINICREF(c, r) & (4.21) \\
 & \forall c \in C, \forall r \in R, \forall t = t_0
 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 & volcatrefn(c, r, t) + volcatrefh(c, r, t) - volcatrefl(c, r, t) - \\
 & volcatrefll(c, r, t) - volcatrefinv(c, r, t) - \\
 & volcatrefn(c, r, t - 1) - volcatrefh(c, r, t - 1) + volcatrefl(c, r, t - 1) + \\
 & volcatrefll(c, r, t - 1) + volcatrefinv(c, r, t - 1) + & (4.22) \\
 & [volpetsaiter(c, z, r, t - TBOMBEIO(z, r) - 1)]_{\forall t | t - TBOMBEIO(z, r) - 1 \geq 0} \\
 & - \sum_{tl} VAZCAMP(c, r, tl).campbi(r, tl, t) = 0 \\
 & \forall c \in C, \forall z \in REFTER(r), \forall r \in R, \forall t \in \{t_0 + 1, \dots, NT\}
 \end{aligned}$$

Flexibilização das campanhas nas refinarias

Para a flexibilização das campanhas nas refinarias foi proposta uma formulação conhecida por *time-indexed formulation* (Sousa e Wolsey, 1992). Segundo essa formulação a campanha da refinaria é desmembrada em posições equivalentes a

um período que devem ser alocadas nos diversos períodos dos meses. Para preservar as proporções de cada categoria de petróleo na campanha sugerida pela refinaria, essa flexibilização troca para um determinado dia de campanha todas as categorias de petróleo que fazem parte desse dia. Assim, tem-se:

Para cada refinaria “r”, cada período de campanha “tl” deve ser alocado num único período de tempo “t”.

$$\sum_t \text{campbi}(r,tl,t) = 1, \forall r \in R, \forall tl \in TL \tag{4.23a}$$

Para cada refinaria “r”, cada período de tempo “t” deve receber um único período de campanha “tl”.

$$\sum_{tl} \text{campbi}(r,tl,t) = 1, \forall r \in R, \forall t \in T \tag{4.23b}$$

set up nas refinarias

Se houver mudança de campanha em uma dada refinaria “r”, no tempo “t” a variável *setup(r,t)* assume valor um. A mudança de campanha é percebida seja pela mudança de vazão de alguma categoria de petróleo ou pela mudança da categoria de petróleo na campanha no período seguinte.

$$\text{MAXVAZCAMP} \cdot \text{setup}(r,t) + \tag{4.24a}$$

$$\sum_c \left(\sum_{tl} \text{campbi}(r,tl,t) \cdot \text{VAZCAMP}(r,c,tl) - \sum_{tl} \text{campbi}(r,tl,t+1) \cdot \text{VAZCAMP}(r,c,tl) \right) \geq 0$$

$$\text{MAXVAZCAMP} \cdot \text{setup}(r,t) + \tag{4.24b}$$

$$\sum_c \left(- \sum_{tl} \text{campbi}(r,tl,t) \cdot \text{VAZCAMP}(r,c,tl) + \sum_{tl} \text{campbi}(r,tl,t+1) \cdot \text{VAZCAMP}(r,c,tl) \right) \geq 0$$

$\forall r \in R, \forall t \in \{1,2,\dots, NT - 1\}$

4.3.3 Modelo com a consideração da frota de navios (MCFN)

Nos modelos apresentados até aqui, uma questão importante deixou de ser tratada que é a disponibilidade de embarcações para realizarem o transporte marítimo. Isso pode inviabilizar completamente as soluções propostas por esses modelos, já que pode ser requerido que em dado período muito mais navios que os disponíveis devam ser utilizados. Para tratar esse problema, em lugar de se fazer o roteamento dos navios, o que tornaria o problema ainda mais complexo em termos computacionais, foi proposto um modelo que leva em consideração a frota de navios disponíveis de forma implícita. Assim, para cada par (ponto de produção, berço) são associados diversos arcos correspondentes aos navios que podem ser utilizados num dado período para realizar a viagem definida por esse par. A figura abaixo mostra essa associação, onde se nota que o conjunto de classes de navios que pode realizar uma determinada viagem corresponde à intercessão das restrições de atracação no ponto de produção e no berço que a compõe.

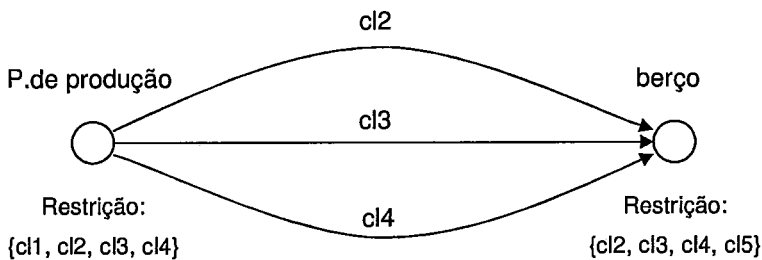


Figura 4.4 – Classes de navios que podem realizar determinada viagem

Outra dificuldade que pode surgir nos modelos considerados anteriormente é que, se as variáveis $volcatrefl(c, r, t)$ e/ou $volcatrefll(c, r, t)$ tiverem valores iniciais diferente de zero ou em algum período isso acontecer, sem contudo haver campanha na refinaria “r” que consuma essa categoria de petróleo nos próximos períodos, a função objetivo será penalizada sem motivo. Para resolver essa questão, uma nova variável foi criada para assumir os valores de $volcatrefl(c, r, t)$ e/ou $volcatrefll(c, r, t)$ nos períodos “t” em que não houver campanha da categoria “c” na refinaria “r”, sem penalizar a função objetivo e evitando que o petróleo seja enviado para uma refinaria sem necessidade.

Além disso, nesse modelo foram acrescentados os óleos transportados por duto dos pontos de produção para os terminais e o conceito de flexibilização de campanhas foi aprimorado para aproximá-lo mais da realidade do problema. As

campanhas agora estão associadas às unidades de destilação e não mais diretamente as refinarias e são tratadas como tarefas que possuem definidas uma data mais cedo para o início, uma data mais tarde para o término e uma duração, assim como uma vazão diária para cada categoria de petróleo.

Tal como no modelo anterior, alguns índices, dados, variáveis, restrições tiveram que ser criados e/ou alterados, como segue:

Índices adicionais

CL = {1, ..., cl, ..., NCL}: Conjunto de classes de navios pertencente à frota PETROBRAS.

CP = {1, ..., cp, ..., NCP}: Conjunto de campanhas a serem realizadas.

U = {1, ..., u, ..., NU}: Conjunto de unidades de refino para cada refinaria.

Dados adicionais

CAFRET(cl) : Custo pago ou recebido pelo fretamento de um navio da classe “cl”, durante o período de estudo.

CAMPANHA(cp,c) : Vazão diária, em 1000 m³, de cada categoria de petróleo “c”, pertencente a uma dada campanha “cp”.

CTVIAG(o, z, cl): Custo médio de viagem, em 1000 unidades monetárias, de uma viagem de uma embarcação “cl”, do ponto de produção “o” ao terminal “z”.

CVIAG(cl) : Custo médio, em unidades monetárias/dia, de uma embarcação da classe “cl” navegando.

DUR(cp) : Duração da campanha “cp”.

FATUTIL : Fator de utilização da frota de navios PETROBRAS.

FIM(cp) : Data mais tarde para início da campanha “cp”.

INI(cp) : Data mais cedo para início da campanha “cp”.

NNAVCLASSE(cl): Número de navios em cada classe de navios “cl”, pertencente à frota PETROBRAS.

ODUT(o,2) : Tabela indicando se o petróleo “o” é transportado por duto e, em caso afirmativo, o terminal de destino desse óleo.

PERCAGUA(o) : Percentagem de água associada a cada óleo “o”

TBNOLBER(o, b) : Tabela indicando se o par **(o, b)** é uma rota viável e, em caso afirmativo, o conjunto de classe que podem realizar essa rota.

UNCAMP(u) : Conjunto das campanhas que devem ser processadas em cada unidade de refino “u”.

UNREF(r) : Conjunto das unidades de refino pertencentes a uma dada refinaria “r”.

VOLCLASSE(cl) : Volume médio de cada classe de navio “cl”, pertencente à frota PETROBRAS, dado em 1000 m³.

VOLDUT(o) : Vazão média, em 1000 m³/dia, dos petróleos que são transportados por duto dos pontos de produção.

Variáveis adicionais

campbi(u, cp,t) ∈ {0, 1}: variável binária indicando se a campanha “cp”, da unidade de destilação “u”, acontecerá ou não no tempo “t”.

desvfrota(cl) ∈ R: variável indicando uma sub ou sobre utilização de navios da classe “cl” durante o período total de estudo. Notar que o sinal dessa variável é livre.

volcatrefnaopen(c, r, t) ∈ R₊: variável que assume os valores de **volcatrefl(c, r, t)** e **volcatrefll(c, r, t)** quando na refinaria “r”, não estiver operando com alguma campanha que consuma petróleo da categoria “c” no tempo “t”.

volpetsaipbi(o, b, cl, t) ∈ {0, 1}: Variável binária indicando se o petróleo do tipo “o” saiu do ponto de produção “o” em direção ao berço “b” utilizando navio da classe “cl” no período “t”.

Formulação Matemática

Função objetivo

A função objetivo do modelo inicial foi alterada para a inclusão da penalização por troca de campanha nas unidades de destilação, do custo de transporte dependente da classe dos navios e da penalização ou bônus relativo ao máximo desvio entre a quantidade de navios de uma dada classe utilizada e o número médio de navios dessa classe disponíveis em cada período de tempo. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \text{Fobj: min} \{ & \sum_o \sum_b \sum_{cl} \sum_t CTVIAG(o, z, cl) . volpetsaipbi(o, b, cl, t) + \\
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLMAXCATREF(c, r) . volcatrefh(c, r, t) + \\
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLMINCATREF(c, r) . volcatrefl(c, r, t) + \\
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLPERCATREF(c, r) . volcatrefll(c, r, t) + \tag{4.25} \\
 & \sum_c \sum_r \sum_t CVOLINVCATREF(c, r) . volcatrefinv(c, r, t) + \\
 & \sum_o \sum_r CPLANAB1(o, r) . desvplan1(o, r) \quad + \\
 & \sum_o \sum_r CPLANAB2(o, r) . desvplan2(o, r) \quad + \\
 & \sum_u \sum_t CSETUP . setup(u, t) \quad + \\
 & \sum_{cl} CAFRET(cl) . desvfrota(cl) \}
 \end{aligned}$$

onde,

$$CTVIAG(o, z, cl) = CVIAG(cl) * TVIAG(o, z, cl), \quad \forall o \in ODUT(o, 1), \forall z \in Z \text{ e } \forall cl \in CL$$

Sujeito às restrições do modelo inicial com as modificações e adições das seguintes restrições:

Restrições modificadas

Balço de volume nos pontos de produo de oles transportados por navios.

$$\begin{aligned}
 estprod(o, t) - estprod(o, t - 1) - PROD(o, t) + \\
 \sum_b \sum_{cl / cl \in TBNOLBER(o, b)} VOLCLASSE(cl) . volpetsaipbi(o, b, cl, t) = 0 \tag{4.26} \\
 \forall o \notin ODUT(o, 1), \forall t \in T
 \end{aligned}$$

No mximo um lote pode sair de um ponto de produo a cada perodo.

$$\sum_b \sum_{cl \in \text{TBNOLBER}(o,b)} \text{volpetsaipbi}(o,b,cl,t) \leq 1, \quad \forall o \in \text{ODUT}(o,1), \forall t \in T \quad (4.27)$$

No máximo um lote pode chegar em um determinado berço a cada período.

$$\sum_{o \in \text{ODUT}(o,1) \wedge (o,b) \in \text{TBNOLBER}(o,b) \wedge \text{TVIAG}(o, \text{TERB}(b)) \geq 0} \sum_{cl \in \text{TBNOLBER}(o,b)} \text{volpetsaipbi}(o,cl,b,t) \leq 1 \quad (4.28)$$

$$\forall b \in B, \forall t \in T$$

Balanco de volume nos berços de cada terminal.

Definindo,

$$\text{VOLUTIL}(o,cl) = (1 - \text{PERCAGUA}(o)) \cdot \text{VOLCLASSE}(cl),$$

tem-se:

$$\sum_{cl \in \text{TBNOLBER}(o,b \in \text{TERB}(z))} \text{VOLUTIL}(o,cl) \cdot \text{volpetsaipbi}(o,b,cl,t) - \sum_{r \in \text{NTERREF}(z)} \sum_{c \in \text{NCATEG}(o)} \text{volpetchter}(o,c,z,r,t + \text{TVIAG}(o,z)) = 0 \quad (4.29)$$

$$\forall o \in \text{ODUT}(o,1),$$

$$\forall z \in Z / (o, \text{TERB}(z)) \in \text{TBNOLBER}(o, \text{TERB}(z)),$$

$$\forall t \in T / t - \text{TVIAG}(o,z) \geq 0$$

Neste modelo, não é necessária a restrição de *fixed charge network flow*, pois está sendo considerado que todo navio sai dos pontos de produção transportando um volume igual a sua capacidade. Isso é uma hipótese normalmente aplicada na prática, já que sempre se procura minimizar o que se denomina de “Praça morta”, que equivale à fração da capacidade de transporte de um navio que não está sendo aproveitada em uma viagem.

Balanco de volume nas refinarias.

$$\text{volcatrefn}(c,r,t) + \text{volcatrefh}(c,r,t) - \text{volcatrefl}(c,r,t) - \text{volcatrefll}(c,r,t) - \text{volcatrefinv}(c,r,t) - \text{volcatrefnaopen}(c,r,t) = \text{VOLINICREF}(c,r) \quad (4.30)$$

$$\forall c \in C, \forall r \in R, \forall t = t_0$$

e

$$\begin{aligned} & volcatrefn(c, r, t) + volcatrefh(c, r, t) - volcatrefl(c, r, t) - \\ & volcatrefll(c, r, t) - volcatrefinv(c, r, t) - \\ & volcatrefnaopen(c, r, t) - volcatrefn(c, r, t-1) - \\ & volcatrefh(c, r, t) + volcatrefl(c, r, t-1) + volcatrefll(c, r, t-1) + \\ & volcatrefinv(c, r, t-1) + volcatrefnaopen(c, r, t-1) + \\ & [volpetsyater(c, z, r, t - TBOMBEIO(z, r) - 1)]_{\forall t / t - TBOMBEIO(z, r) - 1 \geq 0} - \\ & \left[\sum_{u \in UNIREF(u)} \sum_{cp \in UNCAMP(u)} CAMPANHA(cp, c).campbi(u, cp, t) \right]_{\substack{\forall t / \\ INI(cp) \leq t \leq FIM(cp)}} = 0 \end{aligned} \tag{4.31}$$

$$\forall c \in C, \forall r \in R, \forall t \in \{t_0 + 1, \dots, NT\}$$

Flexibilização das campanhas nas refinarias

Cada unidade de refino da refinaria só pode processar uma única campanha em cada período “t”,

$$\sum_{cp \in UNCAMP(u)} [campbi(u, cp, t)]_{INI(cp) \leq t \leq FIM(cp)} = 1 \tag{4.32}$$

$$\forall u \in U, \forall t \in T$$

Notar que não é necessária a restrição que cada campanha só pode ser processada em uma única unidade de refino, já que isso é garantido através da condição $cp \in UNCAMP(u)$.

Cada campanha deve ser realizada completamente dentro de sua janela de tempo,

$$\sum_{t=INI(cp)}^{FIM(cp)} campbi(u, cp, t) = DUR(cp) \tag{4.33}$$

$$\forall u \in U, \forall cp \in UNCAMP(u), \forall t \in T$$

Set up por troca de campanha em cada unidade de refino,

$$\begin{aligned} \text{setup}(u, t) &\geq \text{campbi}(u, cp, t + 1) - \text{campbi}(u, cp, t) & (4.34) \\ \forall u \in U, \forall cp \in \text{UNCAMP}(u), \\ \forall t \in T / \text{INI}(cp) \leq t \leq \text{FIM}(cp) - 1 \end{aligned}$$

Restrições adicionais

Balço de volume nos terminais dos óleos transportados por duto.

$$\begin{aligned} \sum_{r \in \text{NTERREF}(z)} \sum_{c \in \text{NCATEG}(o)} \text{volpetchter}(o, c, z, r, t) &= \text{VOLDUT}(o) & (4.35) \\ \forall o \in O / o \in \text{ODUT}(o, 1), \\ \forall z \in \text{ODUT}(o, 2), \forall t \in T \end{aligned}$$

Cada refinaria só não é penalizada por estoque baixo, se não estiver consumindo petróleo da categoria “c” no instante “t”.

$$\begin{aligned} \text{volcatrefnaopen}(c, r, t) + \\ \left[\text{VOLMINCATREF}(c, r) \cdot \text{campbi}(u, cp, t) \right]_{\text{INI}(cp) \leq t \leq \text{FIM}(cp)} &\leq \text{VOLMINCATREF}(c, r) & (4.36) \\ \forall c \in C, \forall r \in R, \\ \forall u \in \text{UNIREF}(r), \\ \forall cp \in \text{UNCAMP}(u), \\ \forall t \in T \end{aligned}$$

Máximo desvio da frota.

Tem-se que tomar o maior desvio durante todo o período de estudo para cada classe “cl”.

$$\begin{aligned} \text{desvfrota}(cl) &\geq \left[\text{FATUTIL} \right] \text{NNAVCLASSE}(cl) - \\ \sum_o \sum_{b | (o, b) \in \text{TBNOLEBER}(o, b)} \text{volpetsaipbi}(o, b, cl, t) & & (4.37) \end{aligned}$$

$$\forall cl \in CL, \forall t \in T$$

CAPÍTULO 5

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

Nesse capítulo serão apresentados, de forma simplificada, aspectos relacionados aos modelos e técnicas de solução de problemas de Programação Matemática. Será dada especial atenção às técnicas de solução de problemas de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), haja vista a formulação apresentada para o problema objeto de estudo deste trabalho.

5.1 Introdução

A Programação Matemática consiste no uso de técnicas e algoritmos para elaborar e solucionar modelos matemáticos, ou especificamente modelos de otimização, servindo como ferramenta fundamental em muitos processos de tomada de decisão.

Um modelo de Programação Matemática é um conjunto de relações matemáticas que representam uma abstração de um problema real e compreende os seguintes elementos chaves:

- Um conjunto de **variáveis de decisão**, cujos valores deverão ser determinados;
- Um conjunto de relacionamentos entre essas variáveis (equações, inequações), denominado conjunto de **restrições**;
- Um meio de comparar a qualidade das soluções obtidas que satisfazem o conjunto de restrições, ou seja, uma **função objetivo**.

Assim, pode-se descrever de forma geral um modelo de programação matemática como:

$$\begin{aligned} &\min f(x, y) \\ &s.a : \\ &\quad h(x, y) = 0 \\ &\quad g(x, y) \geq 0 \end{aligned}$$

De acordo com as funções f , g , h e com o domínio dos vetores x e y , podem-se ter diversos tipos de modelos, dando origem a diferentes abordagens de solução e subáreas de estudo, como por exemplo:

- **Programação Linear (PL)** – Todas as funções do modelo são lineares e o domínio dos vetores x e y é o conjunto dos números Reais;
- **Programação Não Linear (PNL)** – Pelo menos uma das funções do modelo é não linear e o domínio dos vetores x e y é o conjunto dos números Reais;
- **Programação Linear Inteira Mista (PLIM)** – Todas as funções do modelo são lineares e o domínio do vetor y é conjunto dos números Inteiros e o do x é o conjunto dos números Reais ;
- **Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM)** – Pelo menos uma das funções do modelo é não linear e o domínio do vetor y é conjunto dos números Inteiros e o do x é o conjunto dos números Reais ;

É interessante ressaltar que embora os modelos de Programação Matemática envolvam a obtenção de soluções ótimas, estas podem não ser as soluções ótimas do problema real. Na realidade o que se espera é que, caso o modelo seja aderente à realidade, sua solução ótima seja uma boa solução para o problema real. Além desta contribuição fundamental no processo de tomada de decisão, os modelos de Programação Matemática possibilitam (Williams, 1999):

- 1) Revelar inter-relacionamentos que não são aparentes para muitas pessoas, propiciando um melhor entendimento do problema que está sendo modelado;
- 2) Sugerir novas tendências e procedimentos, através de sua análise matemática, que de outra forma não seriam evidentes;
- 3) Possibilitar a realização de experimentos, principalmente onde essa atividade não é possível ou não é desejável que seja executada no objeto de estudo.

5.2 Programação Linear Inteira Mista (PLIM)

A PLIM é uma poderosa técnica para abordagem de problemas com variáveis discretas e contínuas, podendo ser utilizada para modelagem de uma grande classe de problemas reais. O preço dessa flexibilidade é que a PLIM apresenta complexidade de resolução bem maior do que, por exemplo, a programação linear (PL). Enquanto modelos de PL, com milhares de restrições e variáveis, podem ser resolvidos em tempo computacional aceitável usando os pacotes de otimização e computadores disponíveis no mercado, o mesmo não pode ser dito para o caso de modelos de PLIM.

Os modelos de PLIM possuem praticamente a mesma forma que os de PL, com exceção do domínio de algumas ou de todas variáveis que é restrito a ser inteiro. De forma geral, dados matrizes A e B e vetores b , c e d , um problema de PLIM pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x + d^T y \\ \text{s.a:} \quad & Ax + By = b \\ & x \in R_+^n \\ & y \in Z_+^m \end{aligned}$$

Observe que só foram consideradas restrições de igualdade, já que restrições de desigualdades podem ser facilmente colocadas no formato de igualdade com a adição de variáveis de folga ou de excesso. Caso não haja variáveis contínuas, x , o modelo é usualmente denominado de modelo de Programação Linear Inteira (PLI). Caso ainda, todas variáveis inteiras, y , sejam restritas a valores 0 ou 1, este pode ser denominado de modelo de Programação Booleana (PB). Neste trabalho será usado o termo modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para se referir a qualquer dos modelos descritos acima, já que são simplificações deste último.

Nesta seção serão apresentados, além de metodologias de resolução de problemas de PLIM, algumas técnicas de modelagem e formas de melhor aproveitar os recursos algorítmicos das ferramentas de otimização disponíveis no mercado.

5.2.1 Técnicas de Modelagem

Nesta seção serão descritas técnicas, através de alguns exemplos, que facilitam a formulação de problemas de otimização discreta como modelos de programação linear inteira mista. Em particular, este estudo estará focado no uso de variáveis binárias, pois representam um poderoso meio de modelagem de diversas situações, tais como: decisões discretas, como por exemplo: operar uma unidade de processo ou não; condições e expressões lógicas; quantidades discretas; produção mínima; custos fixos; economia de escala; restrições disjuntivas.

5.2.1.1 Condições e Expressões Lógicas

Freqüentemente na modelagem de sistemas reais se faz necessário o uso de condições e expressões lógicas na descrição natural do problema em estudo. Por exemplo, considere o caso hipotético de uma planta com dois estágios produzindo produtos intermediários e finais, com a seguinte regra de produção: caso o produto final A seja produzido, então pelo menos um dos produtos intermediários B e C deve ser produzido também. Assim, pode-se escrever a seguinte expressão lógica:

$$A \Rightarrow B \vee C \quad (5.1)$$

onde está se assumindo os símbolos usuais para representação de expressões lógicas, tais como: \Rightarrow implicação; \Leftrightarrow equivalência; \vee, \wedge ou e e lógicos, respectivamente e \neg negação.

Associando, a cada decisão modelada uma variável δ_p , tal que:

$$\delta_p = \begin{cases} 1 & \text{Caso } p, \text{ seja escolhido.} \\ 0 & \text{Em caso contrário.} \end{cases}$$

Pode-se descrever (5.1), através da seguinte expressão matemática,

$$\delta_A + \delta_B \geq \delta_C \quad (5.2)$$

Outra situação bastante comum em problemas práticos é o caso da escolha de opções. Em geral, tem-se:

a) Selecionar pelo menos k elementos de uma lista de n opções,

$$\sum_{p=1}^n \delta_p \geq k \tag{5.3}$$

b) Selecionar no máximo k elementos de uma lista de n opções,

$$\sum_{p=1}^n \delta_p \leq k \tag{5.4}$$

c) Selecionar exatamente k elementos de uma lista de n opções,

$$\sum_{p=1}^n \delta_p = k \tag{5.5}$$

Kallrath e Wilson (1997), apresentam um grande número de restrições associadas às expressões lógicas mais comuns que estão sumarizadas na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Restrições equivalentes a diversas expressões lógicas

Expressões lógicas	Restrições equivalentes
$A \vee B$	$\delta_A + \delta_B \geq 1$
$A \wedge B$	$\delta_A + \delta_B = 2$
$\neg(A \wedge B)$	$\delta_A + \delta_B \leq 1$
$\neg(A \vee B)$	$\delta_A = 0, \delta_B = 0$
$A \Rightarrow B$	$\delta_A \leq \delta_B$
$A \Leftrightarrow B$	$\delta_A = \delta_B$
$A \Rightarrow (B \wedge C)$	$\delta_A \leq \delta_B, \delta_A \leq \delta_C$
$A \Rightarrow (B \vee C)$	$\delta_A \leq \delta_B + \delta_C$
$(A \wedge B) \Rightarrow C$	$\delta_A + \delta_B \leq 1 + \delta_C$
$(A \vee B) \Rightarrow C$	$\delta_A \leq \delta_C, \delta_B \leq \delta_C$
$A \wedge (B \vee C)$	$\delta_A = 1, \delta_B + \delta_C \geq 1$
$A \vee (B \wedge C)$	$\delta_A + \delta_B \geq 1, \delta_B + \delta_C \geq 1$

5.2.1.2 Quantidades Discretas

Esse tipo de restrição é muito comum em aplicações práticas devido principalmente à padronização de itens com o objetivo de redução de custos e complexidade da cadeia de produção das empresas. Como exemplo, considere o caso do projeto de um oleoduto, onde uma das diversas variáveis é o diâmetro do duto, que deve ser um dos seguintes valores: 20 pol, 24 pol, 30 pol e 36 pol. Em geral, se uma variável x_i é restrita a assumir valores pertencentes ao conjunto $\{c_1, c_2, \dots, c_k\}$, esta restrição pode ser modelada como:

$$\begin{aligned}x_i - (c_1\delta_1 + c_2\delta_2 + \dots + c_k\delta_k) &= 0 \\ \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_k &= 1 \\ \text{onde, } \delta_k &\in \{0,1\}\end{aligned}\tag{5.6}$$

Essa idéia pode ser estendida para a modelagem de qualquer variável inteira x através de variáveis binárias, para tanto basta escrever x na base 2, fazer $c_k = 2^k$, $\forall k$ e utilizar a idéia da restrição (5.6).

5.2.1.3 Produção Mínima

Restrições desse tipo são aplicadas onde uma variável deve ser igual a zero ou maior ou igual a um determinado valor. Suponha, por exemplo, que numa indústria a produção de um determinado item, caso aconteça, só é economicamente viável acima de um certo nível de produção. Seja x , a quantidade produzida deste certo produto, L e U o limite mínimo e a capacidade máxima de sua produção, respectivamente e δ , a variável binária representando a decisão de produzi-lo ou não. Assim, pode-se modelar esse problema pelo seguinte conjunto de restrições:

$$\begin{aligned}x_i - L\delta &\geq 0 \\ x_i - U\delta &\leq 0 \\ \text{onde, } \delta_k &\in \{0,1\}\end{aligned}\tag{5.7}$$

5.2.1.4 Custos Fixos

Em muitas aplicações práticas, o custo para realizar uma determinada atividade é função não somente do seu nível, mas também, de uma parcela fixa comumente denominada de custo de preparação. Essa situação pode ser representada pela figura abaixo.

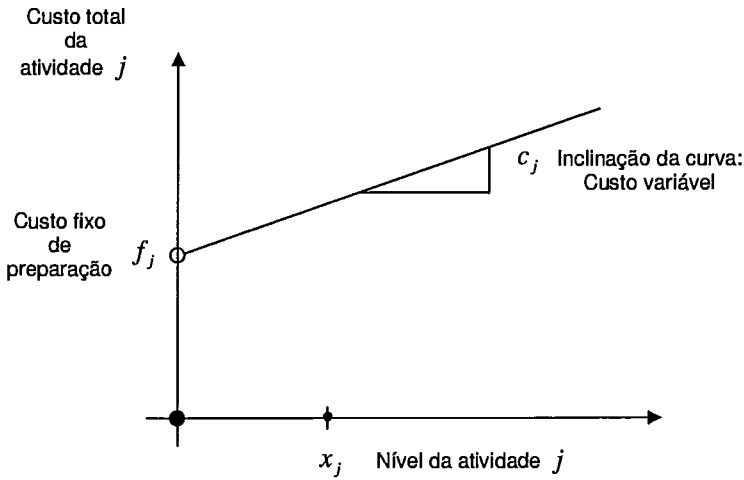


Figura 5.1 - Representação gráfica do custo de uma atividade com custo de preparação

Claramente, o custo total da atividade j não é uma função linear do seu nível, devido à não continuidade na origem da curva. Contudo, através da definição de uma variável binária, δ_j , que indica se a atividade j será realizada ou não, esta função pode ser modelada como um problema de PLIM, pelo seguinte conjunto de restrições:

$$\text{Custo total da atividade } j = f_j \delta_j + c_j x_j$$

$$x_j \leq M \delta_j$$

onde, M é um limite superior para a variável x_j .

O problema cujo objetivo é a minimização da função custo total acima, é conhecido na literatura como *Fixed Charge Linear Programming Problem* (Murty, 1976; Bertsimas, 1997; Wolsey, 1998).

5.2.1.5 Economia de Escala

Em geral, o custo unitário de um produto não é independente de sua produção. Observa-se, que na maioria dos casos, quanto maior a quantidade produzida de um produto menor é o seu custo unitário, devido ao melhor rateio de seus custos fixos de produção. Isto conduz a uma modelagem do custo total como uma função não linear da quantidade produzida. Para a abordagem deste problema através da PLIM, faz-se necessário discretizar o domínio da função custo, tornando-a linear por partes, como mostrado na figura abaixo.

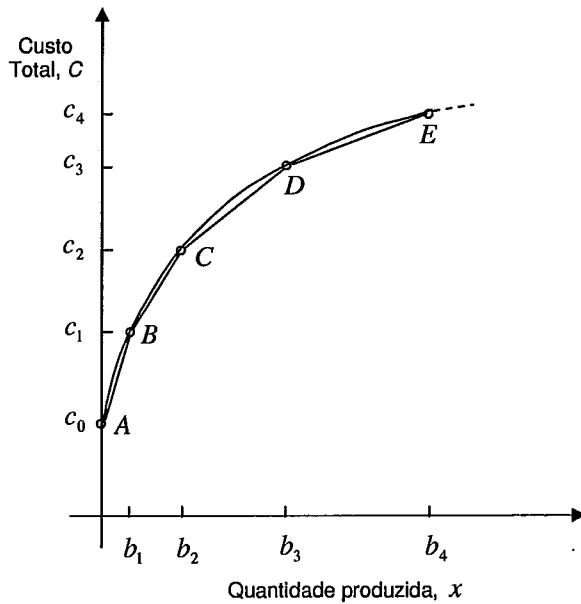


Figura 5.2 – Aproximação por partes da função custo total versus quantidade produzida

Matematicamente, definindo uma variável, $0 \leq \lambda_i \leq 1$, associada a cada ponto discretizado da curva, tem-se:

$$\begin{cases} x = b_1\lambda_1 + b_2\lambda_2 + \dots + b_n\lambda_n \\ C = c_0\lambda_0 + c_1\lambda_1 + c_2\lambda_2 + \dots + c_n\lambda_n \\ \lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = 1 \end{cases} \quad (5.8)$$

tempo de início de cada tarefa $i = \{1,2\}$, numa dada máquina. Se a tarefa 1 preceder a 2, ter-se-á $t_2 \geq t_1 + p_1$ ou, em caso contrário, $t_1 \geq t_2 + p_2$. Seja y_{12} , uma variável binária indicando se a tarefa 1 precede a 2, pode-se formular, de forma concisa, essa situação como:

$$\begin{cases} t_2 \geq t_1 + p_1 - My_{12} \\ t_1 \geq t_2 + p_2 - M(1 - y_{12}) \end{cases} \quad (5.11)$$

onde, M é um valor grande o suficiente para garantir a validade da formulação.

5.2.2 Técnicas de Solução de PLIM

Considere o problema geral de PLIM, a seguir:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x + d^T y \\ \text{s.a:} \quad & \\ & x + y \leq b \\ & x \in R_+^n \\ & y \in Z_+^p \end{aligned} \quad (5.12)$$

Onde, A e B são matrizes de dimensões, $m \times n$ e $m \times p$, respectivamente. Os vetores b , c e d possuem dimensões compatíveis com os vetores x e y e com as matrizes A e B . O problema obtido pela relaxação linear¹ da condição de integridade das variáveis y é denominado relaxação linear do PLIM.

Como existem algoritmos robustos e eficientes para a solução de problemas de PL, uma idéia natural que surge para a solução de problemas de PLIM é arredondar a solução ótima obtida de sua relaxação linear. Entretanto, essa idéia em geral, conduz a uma solução inteira usualmente muito distante da solução ótima de (5.12). Esse método pode ser útil, se há garantia de que os valores das variáveis inteiras na solução ótima são grandes e se é fácil assegurar que a solução arredondada é viável. Como exemplo, seja x_1 , o número de automóveis montados numa cadeia de produção num determinado mês, suponha que as únicas restrições existentes sejam de

¹ Substituição da restrição $y \in Z_+^p$ por $y \in R_+^p$

capacidade máxima de produção. Uma solução, $\bar{x}_1 = 2000,3$, da relaxação linear deste problema, certamente pode ser arredondada para $x_1 = 2000$, mantendo a viabilidade da solução e possivelmente muito próximo do ótimo inteiro.

Essa idéia, certamente deve ser descartada na solução de problemas com variáveis binárias, pois com que critério poder-se-ia arredondar uma solução do PL associado, se por exemplo, uma variável binária assumisse o valor 0,5 na solução ótima do problema relaxado. Além disso, considerando que o vetor de variáveis binárias tenha dimensão n , pode-se ter até 2^n vizinhos da solução ótima do problema relaxado, onde muitos destes são inviáveis, tornando algumas vezes o problema de encontrar uma solução inteira viável tão difícil quanto a resolução do problema em si.

Outra idéia que poderia surgir, seria a enumeração completa dos possíveis valores das variáveis inteiras e a resolução subsequente de cada problema PL associado. Essa idéia pode até funcionar com problemas pequenos, todavia em aplicações reais torna-se impraticável. Como exemplo, considere um problema com n variáveis binárias e nenhuma variável contínua. O número de soluções possíveis seria 2^n e mesmo com o computador mais rápido do mercado, para $n \geq 100$ seriam necessários mais de um século para a enumeração completa de suas soluções.

Tendo em vista a ineficiência prática das idéias óbvias de solução anteriormente expostas e a complexidade de solução de modelos de PLIM, muitos algoritmos foram propostos com o objetivo de resolver eficientemente essa classe de problemas. É interessante ressaltar, que ainda hoje não existe um método com garantia de eficiência para a resolução de qualquer problema de PLIM, o que torna esse tema uma área de estudo muito rica e desafiadora para realização de muitas pesquisas.

Segundo Bertsimas e Tsitsiklis (1997), os algoritmos para a solução de problemas de PLIM podem ser agrupados em três categorias principais, a saber:

- a) **Algoritmos Exatos:** Possuem garantia de encontrar a solução ótima, todavia podem requerer um número exponencial de iterações. Nessa classe de algoritmos tem-se: *Branch and Bound* (Land e Doig, 1960; Dakin, 1964); algoritmos de Plano de Corte (Gomory, (1958)); Programação Dinâmica (Bellman, 1957); Método de Decomposição de Bender (Bender, 1962); entre outros.
- b) **Algoritmos de Aproximação:** Fornecem uma solução viável, sub-ótima, em tempo computacional aceitável e com garantia de qualidade em relação ao grau de sub-otimalidade da solução (Sahni, 1975).

- c) **Algoritmos Heurísticos:** Fornecem uma solução viável, sub-ótima, contudo sem garantia de sua qualidade. Ainda que também não haja garantia de que o tempo computacional desses algoritmos seja aceitável, evidências empíricas sugerem que muitos deles sejam capazes de encontrar boas soluções em tempo computacional não muito longo. Como exemplo, tem-se: *Simulated Annealing* (Kirkpatrick *et al.*, 1983), algoritmo Genéticos (Holland, 1975), Busca Tabu (Glover, 1986), GRASP (Feo e Resende, 1995), *Local Branching* (Fischetti e Lodi, 2003).

Na seção seguinte será apresentado o algoritmo *Branch and Bound* (B&B), por ser um dos mais utilizados em aplicações práticas, de uso geral para qualquer classe de problemas de PLIM e por estar implementado na maioria dos softwares comerciais.

5.2.2.1 Algoritmo Branch and Bound

O Algoritmo *Branch and Bound* foi desenvolvido a partir do trabalho pioneiro de Land e Doig (1960), sendo o termo utilizado pela primeira vez por Dakin (1964). Ele está fundamentado numa estratégia muito conhecida na área de algoritmos, que é a estratégia “dividir para conquistar”, ou seja, em lugar de se tentar resolver o problema de uma só vez, divide-se sua região viável num número finito de regiões menores e otimiza a função objetivo em cada uma dessas regiões menores, individualmente.

O algoritmo de *Branch and Bound* explora de forma eficiente a região viável do problema, através do uso de limites para o valor ótimo de sua função objetivo, a fim de evitar a exploração de certas regiões viáveis, onde há garantia de não haver nenhuma solução melhor do que alguma existente. Daí advem a classificação do algoritmo *Branch and Bound* como um algoritmo de enumeração implícita.

Para ilustrar o procedimento desenvolvido pelo *Branch and Bound*, considere o problema de PLIM, a seguir:

$$\begin{array}{ll}
 \min & c^T x \\
 (P): & \text{s.a:} \\
 & x \in S
 \end{array} \tag{5.13}$$

onde S é o conjunto de soluções viáveis inteiras de (P) .

Pode-se dividir o conjunto S numa coleção finita de sub-conjuntos S_1, S_2, \dots, S_q , e resolver cada subproblema (P_i) associado, separadamente, comparando suas soluções ótimas e escolhendo a melhor.

$$\begin{aligned}
 (P_i): \quad & \min \quad c^T x \\
 & \text{s.a.} : \\
 & \quad x \in S_i, \quad i = 1, \dots, q
 \end{aligned}
 \tag{5.14}$$

Na realidade, essa separação do conjunto de soluções, não é realizada num único passo, isto é, ela se dá de forma progressiva até que seja possível a solução dos subproblemas resultantes. Essa etapa do algoritmo corresponde a parte do *Branch*, que pode ser representada através de uma árvore binária de subproblemas (ver figura 5.3). Por si só, essa etapa do algoritmo levaria a uma enumeração quase que completa do conjunto S . Assim, para que o algoritmo funcione de forma eficiente, são necessários limites (inferiores e superiores) para o valor da função objetivo, de forma a inibir o crescimento acelerado desta árvore. Essa etapa do algoritmo corresponde à parte do *Bound*.

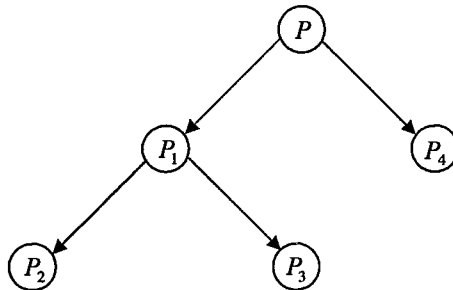


Figura 5.3 – Árvore de subproblemas desenvolvida pelo algoritmo *Branch and Bound*

A forma usual para a obtenção de limites inferiores para o valor da função objetivo de (P) é através de sua relaxação. A idéia da relaxação consiste na substituição de um problema “difícil” por um outro mais “fácil”, cujo valor ótimo de sua função objetivo é menor ou igual ao valor ótimo da função objetivo do problema

original, para o caso de minimização. Há muitas maneiras de se obter a relaxação de um dado problema, algumas delas inclusive totalmente dependente do problema. Dentre as mais comuns, cita-se (Wolsey, 1998): a relaxação por Programação Linear; a relaxação Lagrangeana; a relaxação Combinatorial e a relaxação via Dualidade.

Procurar soluções viáveis é a única maneira conhecida para a obtenção de limites superiores para o valor da função objetivo de (P) . Para alguns tipos de problemas, encontrar uma solução viável é relativamente simples e, neste caso, o que se procura é obter uma boa solução viável. Em outros casos, a obtenção de uma solução viável é uma tarefa tão difícil quanto resolver o problema a otimalidade. Como regra geral, essas soluções viáveis são obtidas através de heurísticas, ou surgem naturalmente durante a execução do *Branch and Bound*, pela solução a otimalidade de alguns subproblemas.

Tendo apresentado os conceitos anteriores, podem-se agora estabelecer as condições em que a ramificação de um dado nó da árvore de procura pode ser interrompida. Considere z^k , \underline{z}^k e \bar{z}^k , a solução ótima, o limite inferior e o limite superior, respectivamente, de um subproblema (P_k) . Assim, $\underline{z} = \min_k \underline{z}^k$ é o limite inferior e $\bar{z} = \max_k \bar{z}^k$ é o limite superior do valor ótimo, z , da função objetivo de (P) . Então, a ramificação do nó P_k será interrompida se, qualquer uma das três situações abaixo ocorrer:

- I) A solução relaxada de P_k , satisfaz a todas as restrições de P_k . Neste caso, é fácil mostrar que a solução ótima de qualquer nó descendente de P_k , é necessariamente maior ou igual a z^k (Wolsey, (1998));
- II) O problema relaxado obtido através de P_k é inviável, e por conseguinte, o problema P_k também;
- III) A solução relaxada de P_k é tal que a condição $\underline{z}^k \geq \bar{z}$, seja satisfeita. Isto é justificado pelo fato de \underline{z}^k ser sempre menor ou igual ao valor da função objetivo de qualquer descendente do nó P_k .

Se nenhuma dessas situações citadas ocorrer, o nó P_k deve ser ramificado até que uma das condições acima ocorra para todos os seus descendentes.

O quadro 5.1 apresenta o algoritmo *Branch and Bound* simplificado para um problema de minimização da forma de (5.12), fazendo uso da relaxação por

programação linear, já que é a forma implementada em todos os pacotes de otimização comerciais.

Uma importante variante do método *Branch and Bound* é o algoritmo *Branch and Cut*, que consiste em adicionar cortes na resolução de cada subproblema da árvore. Um dos primeiros trabalhos a fazer uso dessa idéia foi o de Crowder *et al.* (1983) e, desde então, há uma tendência ao seu uso, já que reduz bastante o espaço de busca de soluções. Na prática, deve haver um compromisso em relação à quantidade de cortes adicionados a cada subproblema. Quanto maior o número de cortes, mais lenta é a resolução da relaxação linear de cada nó da árvore de procura, podendo inclusive levar a um tempo maior para a resolução do problema do que se utilizasse o algoritmo *Branch and Bound* puro.

i. Inicialização:

Inicialize a lista de subproblemas candidatos L , com a relaxação linear do problema de PLIM, que consiste do problema de PLIM original, onde todas as restrições de integralidade foram abandonadas (por exemplo, substitui-se $x \in \{0,1,2,3\}$ por $0 \leq x \leq 3$). Inicialize os valores do limites inferior, $\underline{z} = -\infty$, superior $\bar{z} = \infty$ e o valor melhor solução de (P) , $z^* = -\infty$

ii. Seleção do subproblema para resolução:

Se a lista L é não vazia e $\frac{z^* - \underline{z}}{\underline{z}} \leq \varepsilon$, onde ε é conhecido como *gap* dual relativo,

então: Escolha um subproblema (P_k) , retire-o da lista L e resolva sua relaxação linear. Como a cada iteração é adicionado um limite (inferior ou superior) a uma variável, normalmente é utilizado o método Dual Simplex para resolvê-la, a partir do nó raiz, por ser extremamente eficiente nessa situação.

Caso contrário: Vá para o passo v.

iii. Analise a solução do subproblema:

Como visto anteriormente, uma das três situações pode ocorrer:

- Se a relaxação linear de (P_k) satisfaz as condições de integralidade de (P) , então: se $\underline{z}_k \leq z^*$, faça $z^* = \bar{z} = \underline{z}_k$. Vá para o passo ii
- Senão, se a relaxação linear de (P_k) é inviável. Vá para o passo ii.
- Senão, se o valor ótimo da relaxação linear de (P_k) , é tal que $\underline{z}_k \geq \bar{z}$, vá para o passo ii.

iv. Separe o subproblema (P_k)

Escolha uma variável $y_k = \beta_k + f_k$, onde $\beta_k \in \mathbb{Z}_+$ e $0 < f_k < 1$. Adicione a lista L , os subproblemas $(P_k) \cup \{y \leq \beta_k\}$ e $(P_k) \cup \{y \geq \beta_k + 1\}$. Vá para o passo ii.

v. Término

Se $z^* = -\infty$, então o problema não possui solução inteira viável.

Senão. Melhor solução inteira z^* .

Quadro 5.1 – Pseudo-código simplificado do algoritmo *Branch and Bound*

5.2.2.2 Parâmetros de controle do Branch and Bound

Como pode ser observado no algoritmo descrito na seção anterior, dois passos (ii e iv) foram deixados em aberto, isto é, nada foi dito em relação ao critério a ser adotado tanto na escolha do nó ou subproblema a resolver, quanto na seleção da variável fracionária a separar. Na prática, observa-se que essas duas decisões influenciam fortemente a eficiência do algoritmo *Branch and Bound*, por estarem relacionadas com a rapidez da convergência dos limites inferior e superior e por conseguinte, com o número de nós a ser pesquisado na árvore desenvolvida pelo *Branch and Bound* até a solução ótima do problema.

Ainda que muitos testes tenham sido feitos pelos desenvolvedores de pacotes de solução de problemas PLIM para determinar os melhores critérios de seleção de subproblemas e de variáveis que funcionem numa gama muito grande de casos, em alguns tipos de problemas pode-se ganhar um tempo computacional enorme para resolvê-los, fazendo-se uso de uma outra estratégia de seleção (ver Savelsbergh e Atamtürk, 2003). A seguir serão apresentados alguns critérios básicos de seleção de variáveis e subproblemas.

Seleção de Variáveis

Tendo a solução ótima relaxada de algum subproblema variáveis inteiras assumindo valores fracionários, faz-se necessária a definição de algum critério para a seleção de uma delas para a realização da separação. Em geral, procura-se escolher uma variável que acelere a convergência entre os limites inferior e superior do valor da função objetivo de um problema, tanto quanto possível. É importante ressaltar que a maioria dos critérios de seleção de variáveis propostos se baseiam em heurísticas, e portanto, não há garantia que realmente o tempo para solução de um dado problema será reduzido, ficando a cargo do usuário testar as diversas possibilidades e escolher o melhor critério para seu problema, em particular.

Dentre os diversos critérios de seleção de variáveis, os mais conhecidos são:

- i. Selecionar uma variável $y_j \in Z_+$, do conjunto,

$$\{y_j / y_j = \beta_j + f_j, \beta_j \in Z_+, 0 < f_j < 1\} \quad (5.15)$$

- tal que maximize $\min\{f_j, 1 - f_j\}$, isto é, selecionar a variável com a maior distância em relação ao seu piso² e teto³.
- ii. Selecionar a variável $y_j \in Z_+$, pertencente a (5.15), tal que minimize $\min\{f_j, 1 - f_j\}$, isto é, selecionar a variável mais próximo possível do seu piso ou teto.
- iii. Selecionar a variável $y_j \in Z_+$, pertencente a (5.15), com o maior coeficiente, d_j , em valor absoluto, na função objetivo.
- iv. Selecionar a variável $y_j \in Z_+$, pertencente a (5.15), que cause a maior degradação da função objetivo, quando arredondada para cima ou para baixo. A degradação D_j da função objetivo, devido ao arredondamento da variável y_j , pode ser calculada por:

$$D_j^- = P_j^- f_j \quad \text{e} \quad D_j^+ = P_j^+ (1 - f_j) \quad (5.16)$$

onde, P_j^- e P_j^+ , são usualmente conhecidos como pseudo-custos associados ao arredondamento para baixo e para cima, respectivamente, de uma variável. Os valores destes pseudo-custos podem ser fornecidos como entrada de parâmetros ou serem calculados a partir de informações do problema. Uma das maneiras de calculá-los é simplesmente usar a variação da função objetivo do problema de relaxação linear, devido à separação de alguma variável. Assim, se z_{PL}^- e z_{PL}^+ denotarem o valor da função objetivo do problema relaxado quando feita o arredondamento de uma dada variável para cima e para baixo, respectivamente, tem-se:

$$P_j^- = \frac{z_{LP}^- - z_{PL}}{f_i} \quad \text{e} \quad P_j^+ = \frac{z_{LP}^+ - z_{PL}}{1 - f_i} \quad (5.17)$$

onde z_{PL} , é o valor da função objetivo da relaxação linear do subproblema que se está separando. Como são gerados dois novos nós a cada separação de variável, existem diversas formas de combinar o valor estimado da degradação da função objetivo do problema relativo a cada um desses nós. Os métodos mais populares utilizados para

² Piso de uma variável x , é o maior número inteiro menor que x

³ Teto de uma variável x , é o menor número inteiro maior que x

escolher a variável $y_j \in Z_+$ que cause a maior degradação da função objetivo do problema são:

$$j = \arg \max_j \{D_j^+, D_j^-\} \quad \text{ou} \quad j = \arg \max_j \{\min\{D_j^+, D_j^-\}\} \quad (5.18)$$

v. Selecionar a variável $y_j \in Z_+$, pertencente a (5.15), com a maior prioridade para separação, ou qualquer outro critério acima, se houver empate. A prioridade de separação de cada variável é normalmente um parâmetro de entrada e, permite ao usuário informar ao algoritmo a importância relativa de cada variável inteira no momento da escolha da variável para separação. Do mesmo modo, pode-se definir também a direção prioritária de separação de cada variável, se para baixo ou para cima. Em muitos casos, o próprio problema fornece uma prioridade para as variáveis, por exemplo, no caso do problema de localização de plantas industriais, é natural definir primeiramente onde será construída uma determinada planta e após quais regiões serão atendidas pela mesma.

Seleção de Subproblemas

Um critério muito usado para a seleção do subproblema, no caso de minimização, é escolher aquele com o menor limite inferior. Esse critério é comumente conhecido na literatura como estratégia *best first* ou *best bound* e, tende a minimizar o número de subproblemas explorados até a solução por completa do problema. Num outro extremo, tem-se o critério de busca em profundidade, conhecido na literatura como *depth first*, que como o próprio nome sugere, os subproblemas (nós) são ordenados de acordo com suas profundidades⁴ na árvore do *Branch and Bound* e aqueles com maior profundidade são visitados primeiro.

Cada um desses critérios possui vantagens e desvantagens. O critério da escolha do subproblema com o menor limite inferior, resulta na exploração do menor número possível de subproblemas, já que a cada passo, procura-se melhorar o limite inferior global do problema. Entretanto, como desvantagem, este critério tende a explorar a árvore de procura através de uma pesquisa em largura, fazendo que cada subproblema a explorar tenha pouca relação com os anteriormente explorados, o que aumenta o tempo computacional para resolução da relaxação linear de cada nó. O tempo necessário para resolver a relaxação linear de cada nó com esse critério, pode

⁴ A profundidade de um nó, por definição, é o número de seus predecessores até o nó raiz da árvore.

ser reduzido, se a solução for iniciada a partir da base da solução ótima do pai de cada nó. Contudo, isto requer o armazenamento de informações das bases ótimas de todos nós que ainda não foram explorados por completo. Conseqüentemente, a necessidade de memória para a pesquisa na árvore através deste critério, pode inviabilizar o seu uso.

A busca em profundidade não apresenta essa desvantagem, visto que a diferença do problema de relaxação linear de um nó com o do anteriormente visitado é mínima, ou seja, é acrescido apenas a uma dada variável um limite inferior ou superior. Assim, a necessidade de memória com esse critério é muito baixa. Outra vantagem é que a busca em profundidade tende a encontrar soluções viáveis muito rápido, pois quanto maior a profundidade mais restrito estão os subproblemas. Todavia, esse critério possui a desvantagem de explorar muito mais nós, pois os limites fornecidos, em geral, são de baixa qualidade.

Uma boa estratégia de seleção de subproblema consiste em combinar os dois critérios expostos acima, procurando tomar vantagem das qualidades de cada um deles. No começo do processo de solução, faz-se uso da busca em profundidade até que pelo menos uma solução viável seja encontrada, em seguida alterna-se entre a busca em profundidade e a busca pelo melhor limite inferior a fim tentar provar a otimalidade da melhor solução ou encontrar soluções viáveis ainda melhores.

5.2.2.3 Considerações Finais

O estudo de algoritmos para solução de problemas de PLIM gerais continua atraindo a atenção de pesquisadores no mundo inteiro. É importante ressaltar, que esse estudo é relevante tanto para os implementadores de algoritmos quanto para aqueles que aplicam essas técnicas em problemas reais, já que nessa área é impossível haver desconexão entre a modelagem e a técnica de solução.

Muito do que tem sido feito está fundamentado na idéia de aumentar a eficiência do algoritmo *Branch and Bound*, seja através da redução do salto de integridade (a diferença entre a solução ótima relaxada e a solução ótima inteira do problema), seja por métodos de busca mais aprimorados a algumas estruturas comuns a muitos problemas práticos. A maioria dessas melhorias está implementada na maior dos pacotes comerciais de solução de problemas de PLIM.

Como regra geral, para ser bem-sucedido na solução de problemas de PLIM de grande porte, algumas recomendações devem ser observadas:

- **Construir uma formulação mais justa⁵ possível para o problema:** Essa é potencialmente a área onde podem ser alcançados os maiores ganhos, todavia é também a mais difícil de se estabelecer dicas gerais. Normalmente, procura-se descobrir qual parte do modelo induz o maior distanciamento entre a solução relaxada e a solução do problema inteiro, e adicionam-se linhas e/ou colunas extras com o objetivo de melhorar a formulação;
- **Utilizar estruturas de modelagem mais eficientes:** Como exemplo, citam-se as restrições conhecidas como *Special Ordered Sets* (SOS), que permitem que no algoritmo *Branch and Bound*, várias variáveis sejam separadas simultaneamente no processo de busca de soluções;
- **Adicionar cortes para excluir soluções fracionárias:** Nos pacotes de solução de PLIM comerciais, isto já pode ser feito automaticamente, através de uma simples definição de parâmetros de controle;
- **Utilizar algoritmos para pré-processamento das formulações:** Isto também é feito automaticamente pela maioria dos pacotes de solução de PLIM comerciais, e tem por objetivo fixar e/ou ajustar os limites de algumas variáveis, fundamentado no fato delas serem inteiras;
- **Por fim, utilizar processadores mais rápidos:** Isto ajuda, porém devido à complexidade dos problemas dessa área, os ganhos são na maioria das vezes marginais em relação às outras recomendações.

⁵ Por mais justa, entenda-se por mais próxima possível da envoltória convexa do problema inteiro

CAPÍTULO 6

LOCAL BRANCHING

Nesse capítulo será apresentado um método heurístico denominado *Local Branching*, cujo objetivo é aumentar a eficiência da busca dos algoritmos *Branch and Bound*, implementados na maioria dos pacotes de solução de problemas de PLIM disponíveis no mercado. Este algoritmo foi proposto em 2002 por Fischetti e Loddi (2003), sendo em muitos aspectos semelhante as metaheurísticas tradicionais. Entretanto sua originalidade advem do seu procedimento de busca na vizinhança de uma solução que é obtido através da introdução, no modelo de PLIM, de restrições lineares denominadas cortes de *local branching*. Este capítulo será todo baseado no trabalho de Fischetti e Loddi (2003), já que é a única referência disponível atualmente sobre o assunto.

6.1 Introdução

A idéia do algoritmo consiste em alternar etapas estratégicas de geração de cortes de *local branching* para a definição da vizinhança de uma dada solução, e etapas de busca de soluções nessas vizinhanças, através dos métodos tradicionais dos pacotes de solução de PLIM. Isto permite se trabalhar com uma estrutura geral para solução de problemas de PLIM, e ainda tomar vantagem de todo o esforço de pesquisa e implementação que atualmente vem sendo realizado nos pacotes comerciais de solução para essa classe de problemas.

Ainda que diversas heurísticas para solução de problemas PLIM sejam encontradas na literatura, somente uma pequena parte delas se aplica à solução de problemas gerais (Hillier (1969); Ibaraki *et al.* (1974); Glover e Laguna (1997a); Balas e Martin (1980); Balas *et al.*(2001)). Dentre essas heurísticas, uma das mais utilizadas é o procedimento de fixação progressiva de variáveis, conhecido na literatura como *Hard Variable Fixing or Diving procedure* (ver Wolsey, 1998). Um problema típico dessa classe de heurística está relacionado com a escolha das variáveis a serem fixadas em cada passo do algoritmo, isto é, variáveis fixadas erradamente no início do algoritmo são muito difíceis de serem detectadas e corrigidas. Desta forma, uma questão fundamental nesses tipos de heurísticas é como fixar uma quantidade relevante de variáveis sem perder a possibilidade de encontrar boas soluções viáveis.

Para melhor ilustrar esse ponto, suponha que seja dada uma solução heurística parcial, \bar{x} , de um modelo PLI com n variáveis 0-1, e se queira fixar pelo menos uma porcentagem α das variáveis assumindo valor 1 nesta solução. Em lugar de utilizar algum critério fixo para a seleção dessas variáveis, essa questão poderia ser resolvida, simplesmente acrescentando ao modelo uma restrição linear, denominada na literatura de *soft fixing*, da seguinte forma:

$$\sum_{j=1}^n \bar{x}_j x_j \geq \left\lceil \frac{\alpha}{100} \sum_{j=1}^n \bar{x}_j \right\rceil \quad (6.1)$$

e aplicar um pacote de solução comercial ao modelo PLI resultante. Assim, evita-se uma fixação de variáveis muito rígida, por meio de uma condição mais flexível, que permite o pacote de solução explorar uma vizinhança mais apropriada da solução heurística. A hipótese implícita na restrição (6.1), é que a porcentagem $1-\alpha$ de variáveis que podem ser diferentes da solução original, pode tornar a busca por melhores soluções tão rápida quanto a fixação de um grande número de variáveis, com a vantagem de ter um maior grau de liberdade e portanto, melhores soluções poderão ser encontradas.

A seguir será apresentado o algoritmo *Local Branching* que está fundamentado no mecanismo de adição progressiva de restrições *soft fixing*, apresentada acima.

6.2 O procedimento *Local Branching*

Considere o modelo de PLIM, abaixo:

$$\begin{aligned} (P) \quad & \min \quad c^T x \\ & \text{s.a:} \\ & \quad x \leq b \\ & \quad x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in B \neq \emptyset \\ & \quad x_j \in Z_+ \quad \forall j \in G \\ & \quad x_j \geq 0 \quad \forall j \in C \end{aligned} \quad (6.2)$$

Neste modelo o conjunto de índices $N = \{1, \dots, n\}$, foi dividido nos subconjuntos B, G, C , onde $B \neq \emptyset$ é o conjunto de índices das variáveis 0-1, enquanto os conjuntos

G e C são os conjuntos de índices das variáveis inteiras gerais e variáveis contínuas, respectivamente.

Dada uma solução viável \bar{x} para (P) , seja $\bar{S} = \{j \in B / \bar{x}_j = 1\}$ o conjunto das variáveis binárias assumindo valor 1 em \bar{x} . Para um dado parâmetro inteiro k , define-se como vizinhança $k-OPT$, $N(\bar{x}, k)$, da solução \bar{x} , o conjunto de soluções de (P) satisfazendo a seguinte restrição adicional de *local branching*:

$$\Delta(x, \bar{x}) = \sum_{j \in \bar{S}} (1 - x_j) + \sum_{j \in B - \bar{S}} x_j \leq k \quad (6.3)$$

onde, o lado esquerdo desta restrição indica o número de variáveis binárias mudando de valor em relação à solução \bar{x} , seja de 1 para 0 ou de 0 para 1, respectivamente. Nos casos onde a cardinalidade do conjunto \bar{S} é aproximadamente constante, a restrição (6.3) pode ser substituída convenientemente por sua forma "assimétrica".

$$\sum_{j \in \bar{S}} (1 - x_j) \leq k' (\cong k / 2) \quad (6.4)$$

Como o próprio nome sugere, a restrição de *Local Branching* pode ser vista como um outro critério de separação, trabalhando conjuntamente com um esquema enumerativo de solução para (P) , ou seja, dada uma solução \bar{x} , o espaço de soluções associado ao nó corrente é dividido através das seguintes restrições:

$$\Delta(x, \bar{x}) \leq k \text{ (ramo esquerdo)} \quad \Delta(x, \bar{x}) \geq k + 1 \text{ (ramo direito)} \quad (6.5)$$

Isto pode ser melhor entendido através da representação em árvore do procedimento *Local Branching*, mostrada na figura 6.1. Os triângulos identificados com a letra T , correspondem aos subproblemas a serem explorados através de algum algoritmo de solução de PLIM, com por exemplo, o algoritmo *Branch and Bound*.

O parâmetro k , que define o tamanho da vizinhança, deve ser escolhido de tal forma que os subproblemas correspondentes aos ramos esquerdos, sejam bem mais fáceis de se resolver que os seus respectivos pais na árvore. Na prática, procura-se definir um valor para k , tal que a vizinhança $N(\bar{x}, k)$, correspondente ao ramo esquerdo, seja suficientemente pequena para ser otimizada num curto tempo computacional, e grande o suficiente para conter soluções melhores que \bar{x} . Fischetti e

Lodi (2003) comentam que a escolha do parâmetro k é raramente um problema por si só e que valores de k no intervalo $[10,20]$ provaram ser efetivos na maioria das instancias por eles testadas.

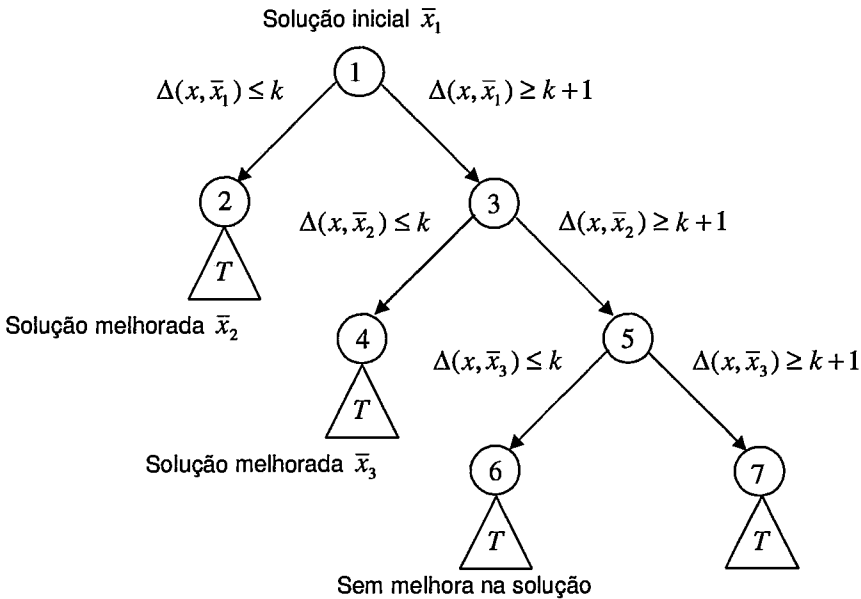


Figura 6.1 – Esquema básico do procedimento *Local Branching*

Na figura acima, é assumido ter uma solução inicial \bar{x}_1 para o nó 1. O nó 2 corresponde a otimização sobre a vizinhança $N(\bar{x}_1, k)$, utilizando os pacotes de otimização de PLIM, resultando na obtenção de uma solução ótima \bar{x}_2 . A melhor solução do problema é então atualizada para \bar{x}_2 . O procedimento é assim reaplicado ao ramo direito, correspondente ao nó 3. O nó 4, correspondente a vizinhança $N(\bar{x}_2, k) \setminus N(\bar{x}_1, k)$, é então otimizado, gerando uma melhor solução \bar{x}_3 . O próximo nó a ser desenvolvido é o 5, que corresponde ao problema original (P), com duas restrições adicionais $\Delta(x, \bar{x}_1) \geq k+1$ e $\Delta(x, \bar{x}_2) \geq k+1$. Neste exemplo, o nó 6 representa um subproblema sem melhor solução. No nó 7 o procedimento *Local Branching* é abandonado e o subproblema correspondente é então explorado através do pacote de otimização de PLIM que esteja sendo utilizado. É interessante observar que a idéia do procedimento *Local Branching* é bem diferente dos métodos tradicionais, isto é, em lugar de forçar variáveis fracionárias serem inteiras, busca-se guiar os

métodos tradicionais de solução de PLIM com o objetivo de pesquisar primeiro regiões promissoras do espaço de solução do problema. Assim, o que é esperado do procedimento *Local Branching* é uma atualização mais rápida e freqüente do limite superior do problema (caso minimização), ou seja, procura-se encontrar cada vez melhores soluções até que não valha mais a pena à aplicação do *Local Branching* (nó 7, na figura 6.1), utilizando-se os métodos tradicionais para completar a enumeração das soluções do problema.

O procedimento básico apresentado acima pode ser aprimorado com o objetivo de melhorar a sua performance através das seguintes idéias:

- Impor um limite no tempo de exploração dos ramos esquerdos da árvore (triângulos com T na figura 6.1): A solução exata de cada subproblema correspondente aos ramos esquerdos no procedimento *Local Branching* pode levar muito tempo, dependendo do valor do parâmetro k . Do ponto de vista de uma heurística é razoável limitar o tempo computacional a ser despendido na exploração de cada ramo esquerdo. Caso esse limite de tempo seja excedido, toma-se uma das duas ações seguintes:

- a) Se for encontrada uma solução melhor do que a atual, então se atualiza a solução e retorna-se ao pai do nó na árvore, gerando em seguida uma nova restrição de *Local Branching* relativa a nova solução encontrada e com o mesmo valor do parâmetro k ;

- b) Se não for possível encontrar melhor solução do que a atual, então retorna-se ao pai do nó na árvore, gerando em seguida uma nova restrição de *Local Branching* relativa a mesma solução, porém reduzindo o valor do parâmetro k de um fator α ($\alpha > 1$).

- Utilizar mecanismo de diversificação: Este é caso quando é provado que o nó esquerdo corrente não possui soluções melhores do que a atual. Isto é realizado aumentando-se o tamanho da vizinhança, ou seja, gerando uma nova restrição de *Local Branching* relativa a mesma solução, porém aumentando-se o valor do parâmetro k de um fator β ($\beta > 1$).

O procedimento *Local Branching* como um todo é mostrado pelo pseudo-código a seguir:

```

Procedimento LocalBra(  $k$  , tempo_total, tempo_no, div_max,  $x^*$  , best_UB)
  UB = best_UB; tl = tempo_no; tempo_gasto = 0; termo_cte =  $k$  ;
  first = verdadeiro; div = 0; diverficar = falso;  $\bar{x} = x^*$  ;
  Repetir
    Adicionar ao modelo a restrição Local Branching  $\Delta(x, \bar{x}) \leq k$ 
    tl = min{tl, tempo_total – tempo_gasto};
    status = RESOLVE_PLIM(tl, UB, first,  $\tilde{x}$  )
  1. se (status == "sol_otima_encontrada") então
    se (  $c^T \tilde{x} < \text{best\_UB}$  ) então
      best_UB =  $c^T \tilde{x}$  ;  $x^* = \tilde{x}$  ;
    fim-se
    substituir a ultima restrição Local Branching por  $\Delta(x, \bar{x}) \geq k + 1$ 
    diversificar = first = falso;  $\bar{x} = \tilde{x}$  ; UB =  $c^T \tilde{x}$  ; termo_cte =  $k$  ;
    fim-se
  2. se (status == "sol_inviavel") então
    substituir a última restrição Local Branching por  $\Delta(x, \bar{x}) \geq k + 1$ 
    se (diversificar) então
      UB =  $\infty$  ; div = div + 1; first = verdadeiro;
    fim-se
    termo_cte =  $k + \lceil k/2 \rceil$  ( $\beta = 3/2$ ); diversificar = verdadeiro;
    fim-se
  3. se (status == "sol_viavel_encontrada") então
    se (first) então
      deletar a última restrição Local Branching  $\Delta(x, \bar{x}) \leq k$  ;
    senão
      substituir a última restrição Local Branching por  $\Delta(x, \bar{x}) \geq 1$ 
    fim-se
    REFINASOL( $\tilde{x}$  );
    se (  $c^T \tilde{x} < \text{best\_UB}$  ) então
      best_UB =  $c^T \tilde{x}$  ;  $x^* = \tilde{x}$  ;
    fim-se
    diversificar = first = falso;  $\bar{x} = \tilde{x}$  ; UB =  $c^T \tilde{x}$  ; termo_cte =  $k$  ;
    fim-se
  4. se (status == "sol_viavel_nao_encontrada") então
    se (diversificar) então
      substituir a última restrição Local Branching por  $\Delta(x, \bar{x}) \geq 1$ 
      UB =  $\infty$  ; div = div + 1; first = verdadeiro;
      termo_cte =  $k + \lceil k/2 \rceil$  ( $\beta = 3/2$ );
    senão
      deletar a última restrição Local Branching  $\Delta(x, \bar{x}) \leq k$  ;
      termo_cte =  $k - \lceil k/2 \rceil$  ( $\alpha = 2$ );
    fim-se
    diversificar = first = falso;  $\bar{x} = \tilde{x}$  ; UB =  $c^T \tilde{x}$  ; termo_cte =  $k$  ;
    fim-se
  Até que (tempo_gasto > tempo_total) ou (div > div_max);
  tl = tempo_total – tempo_gasto; first = verdadeiro;
  status = RESOLVE_PLIM(tl, best_UB, first,  $x^*$  );
fim.

```

Quadro 6.1 – Pseudo-código do procedimento *Local Branching*

Comentários sobre o pseudo-código *Local Branching*.

Recebe como entrada o tamanho da vizinhança (k); o tempo limite total para execução do procedimento (`tempo_total`); o tempo limite para exploração de cada ramo esquerdo (`tempo_no`); o número máximo de diversificações permitidas (`div_max`); a melhor solução encontrada (x^*) e o melhor limite superior (`best_UB`), que no início do processo é a solução inicial e seu valor, respectivamente.

O algoritmo é executado até que o tempo limite total ou o número máximo de diversificações permitidas seja excedido. A cada iteração, o problema de PLIM é resolvido através de um pacote de otimização (representado acima por `RESOLVE_PLIM`), que recebe três parâmetros de entrada: `tl`, o limite de tempo local; `UB`, o limite inferior para que a busca seja interrompida tão logo o melhor limite inferior se torne maior ou igual a `UB`; `first`, indicador que se verdadeiro, faz com que a busca seja abortada assim que a primeira solução seja encontrada. Ao final de cada iteração, `RESOLVE_PLIM` retorna a melhor solução encontrada, se houver, e o status da solução.

Como pode ser observado, o pseudo-código usa um indicador interno, denominado de “diversificar”, que controla o tipo de diversificação, moderada ou agressiva, a ser realizada. Como regra, uma diversificação agressiva só é executada após uma diversificação moderada, isto é, toda iteração que não requiera diversificação faz com que `diversificar` retorne ao valor falso.

Após a execução de `RESOLVE_PLIM`, uma das quatro situações a seguir pode ocorrer:

1. **sol_otima_encontrada**: O problema corrente foi resolvido a otimalidade. Neste caso, a última restrição de *local branching* é substituída por $\Delta(x, \bar{x}) \geq k + 1$, a solução de referência \bar{x} de valor `UB` (e possivelmente a melhor solução x^* de valor `best_UB`) é atualizada.
2. **sol_inviavel**: O problema corrente não possui solução viável com custo estritamente menor que o limite inferior fornecido `UB`. Neste caso, a última restrição de *local branching* é substituída por $\Delta(x, \bar{x}) \geq k + 1$ e dependendo do valor do indicador “diversificar”, é realizado uma diversificação moderada ou agressiva.
3. **sol_viavel_encontrada**: Pelo menos uma solução de custo menor que o limite inferior fornecido `UB` foi encontrada, entretanto não foi possível provar a sua otimalidade, seja pelo limite de tempo em cada subproblema ou devido ao requerimento de abortar a execução do algoritmo após a primeira solução

encontrada. Neste caso, não se pode substituir a última restrição de *local branching* por $\Delta(x, \bar{x}) \geq k + 1$, caso não há garantia de otimalidade da melhor solução encontrada. Para que a última solução de referência não possa ser mais encontrada durante o processo de solução, substitui-se a última restrição de *local branching* por $\Delta(x, \bar{x}) \geq 1$. Essa idéia é semelhante à utilizada na metaheurística Busca Tabu. Para que o algoritmo esteja correto é necessário utilizar um procedimento de refinamento de solução (REFINASOL no pseudo-código), que substitui a solução encontrada \tilde{x} , pela solução ótima na vizinhança de $\Delta(x, \tilde{x}) \leq 0$.

4. **sol_viavel_nao_encontrada:** Nenhuma solução viável de custo estritamente menor que UB foi encontrada no tempo limite para exploração do ramo esquerdo, todavia não há garantia da inviabilidade do subproblema. Neste caso, a restrição de *local branching* é retirada ou substituída por $\Delta(x, \bar{x}) \geq 1$, de acordo com o valor do indicador “diversificar”. Se a diversificação for moderada, a última restrição de *local branching* é simplesmente retirada, sendo posteriormente acrescida ao problema uma outra restrição de *local branching* com tamanho de vizinhança reduzido. Por outro lado, se a diversificação for agressiva, a restrição de *local branching* é substituída por $\Delta(x, \bar{x}) \geq 1$, sendo posteriormente acrescida ao problema uma outra restrição de *local branching* com tamanho de vizinhança maior e é atribuído ao valor do limite superior UB um número grande (representado por ∞ no pseudo-código).

CAPÍTULO 7

RESULTADOS

Nesse capítulo serão apresentados alguns resultados obtidos com os modelos anteriormente apresentados. Apesar dos modelos MI e MFC não serem adequados para a solução do problema de alocação, serão mostradas as soluções de uma instância de teste através dos mesmos para evidenciar a importância da flexibilização de campanhas. Os outros resultados estarão todos relacionados com o modelo com consideração da frota de navios (MCFN), por ser o mais representativo do problema real de alocação de petróleo.

Com o objetivo de se reduzir o tempo computacional para obtenção da solução do problema através do MCFN, serão apresentadas uma restrição de corte especialmente formulada para problemas de sequenciamento com custo por troca de tarefas e uma reformulação da restrição de balanço nos pontos de produção com o objetivo de induzir estruturas que facilitem a resolução do problema.

Haja vista a impossibilidade de obtenção, mesmo de 1 solução viável para as instâncias do problema real, após 15 dias de processamento com o pacote de otimização XPRESS-MP, foi desenvolvida uma heurística para obtenção rápida de soluções viáveis e fez-se uso da técnica de *Local Branching* para melhorá-las. Serão apresentados ainda alguns resultados comparativos do *Local Branching* em relação ao XPRESS-MP para algumas instâncias reais simplificadas⁶.

Todos os testes foram realizados numa máquina PENTIUM IV, 3,0 GHz e 1,0 Gb de memória RAM sobre uma plataforma Windows XP, implementados em linguagem C e executados com o compilador do pacote Microsoft Visual C++.

Por questão de espaço, já que cada instância se constitui de mais de 30 tabelas de dados, optou-se por não as apresentar integralmente nesse trabalho, mostrando apenas os dados relativos à dimensão de cada uma delas.

⁶ Por simplificadas entenda-se instâncias reais considerando apenas um sub-conjunto das refinarias

7.1 Justificativa para a flexibilização de campanhas

Para justificar a adição da flexibilização de campanhas ao modelo inicial, serão apresentados resultados de uma instância de teste com os dois modelos MI e MFC, propositalmente construída para evidenciar a diferença entre eles. As campanhas dessa instância estão muito desbalanceadas, fazendo com que se não forem permitidas as suas flexibilizações, faltará inevitavelmente petróleo em alguma refinaria. Isso não é uma situação irreal, já que as campanhas são propostas pelo usuário e como o problema real tem uma dimensão considerável é muito fácil propor campanhas para as refinarias que não sejam compatíveis com a produção e o tipo de petróleo disponível para um determinado intervalo de tempo.

Esta instância é composta de: 5 pontos de produção, 4 berços, 3 terminais, 3 refinarias e 3 categorias de petróleo.

Parâmetros relevantes utilizados na resolução do modelo pelo XPRESS:

- `XPRS_CUTSTRATEGY = -1`, que corresponde à escolha automática da estratégia de corte moderada ou agressiva realizada pelo *solver*.
- `XPRS_NODESELECTION = 4`, considera todos os `XPRS_BREADHFIRST` (`XPRS_BREADHFIRST = 50`) melhores nós ativos e escolhe aquele com melhor estimativa da função objetivo, após degradação.
- `XPRS_PRESOLVE = 1`, que corresponde à aplicação de um algoritmo de pré-processamento ao problema de relaxação linear, com o objetivo de levar em consideração a restrição de integralidade de algumas variáveis.
- `XPRS_MIPRESTOP = 0.25`, parar a execução do modelo logo que se encontre uma solução inteira a menos de 25% da relaxação linear. Foi colocado este valor relativamente alto, pois o objetivo desse teste era avaliar as soluções dos modelos quanto à qualidade das mesmas e não quanto ao tempo de processamento.

Tabela 7.1 – Comparação entre os modelos sem e com flexibilização de campanhas

	Sem flexibilização	Com flexibilidade
CPU (s) ⁽⁷⁾	10	30
Solução	48782,0	3717
Melhor limite inferior	46342,0	3085,0
Desvio Planab 1º intervalo	Óleo 3 na refinaria 2 = 2200 m ³ Óleo 2 na refinaria 3 = 10000 m ³	Não houve
Desvio Planab 2º intervalo	Óleo 2 na refinaria 2 = 1900 m ³ Óleo 2 na refinaria 3 = 81500 m ³	Não houve

A seguir são apresentados diversos gráficos mostrando a evolução dos estoques de cada categoria de petróleo em cada refinaria para as soluções com os dois modelos. As linhas em amarelo representam a faixa que se deseja manter os estoques.

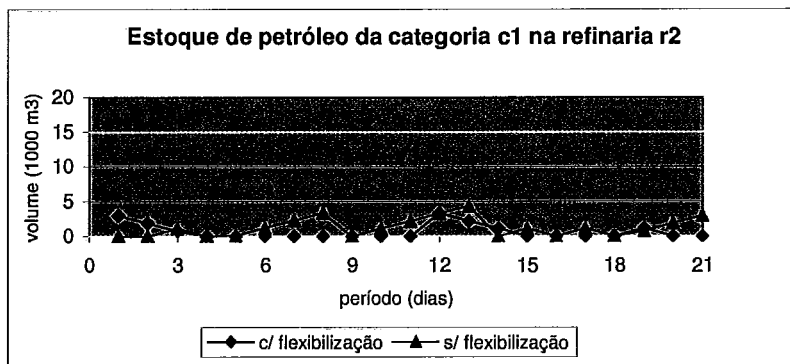


Figura 7.1 – Evolução do estoque de petróleo da categoria c1 na refinaria r2

⁷ Já se esperava que o tempo computacional para o modelo com flexibilização de campanha fosse um pouco maior, pois a formulação da restrição de *set-up* utilizando um limitante superior é muito “fraca”.

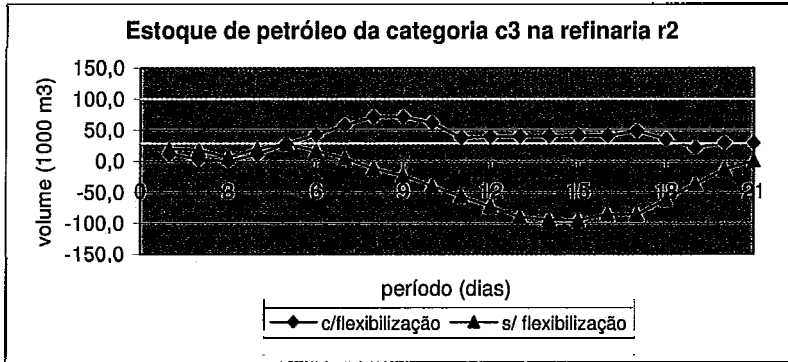


Figura 7.2 – Evolução do estoque de petróleo da categoria c3 na refinaria r2

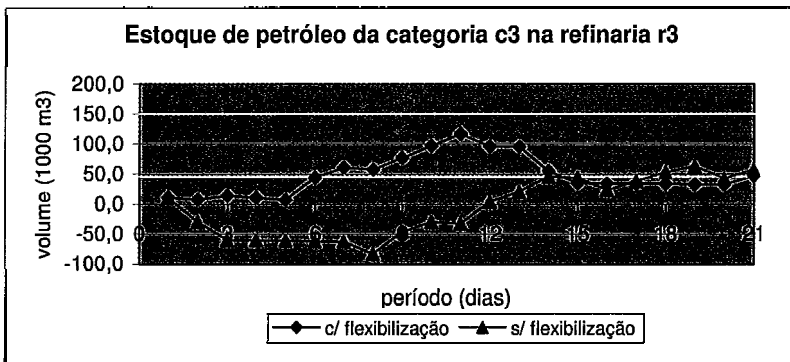


Figura 7.3 – Evolução do estoque de petróleo da categoria c3 na refinaria r3

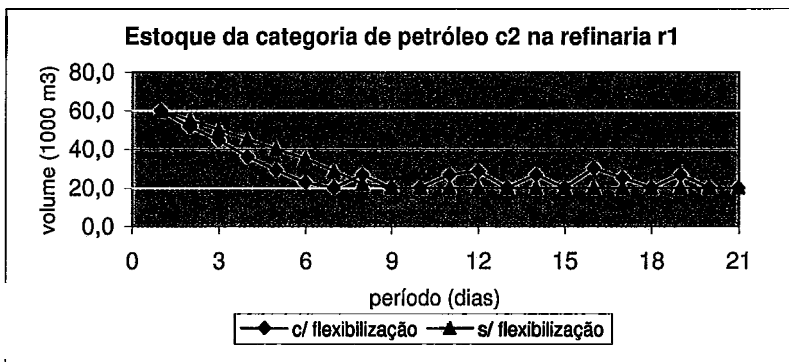


Figura 7.4 – Evolução do estoque de petróleo da categoria c2 na refinaria r1

Além do fato do valor da função objetivo para o modelo com flexibilização de campanhas ser bem menor que para o modelo sem flexibilização, através dos gráficos nota-se claramente que, com a flexibilização de campanhas a política de estoques em cada refinaria é melhor respeitada e também se consegue um maior balanceamento da produção e o suprimento de petróleos em cada refinaria.

7.2 Restrição de corte para modelos com custos de *set-up*

Na resolução de problemas de PLIM, o algoritmo comumente empregado é o *Branch and Bound*, devido a sua eficiência comprovada na resolução de problemas reais e por estar implementado na maioria dos pacotes de solução de problemas de PLIM. Como visto no capítulo 5, o método *Branch and Bound* se baseia inicialmente na relaxação da integralidade das variáveis inteiras do problema e sua resolução subsequente como um problema de programação linear a fim de obter um limite inferior (caso de minimização) para o problema. Caso nessa solução as variáveis inteiras se apresentem fracionárias, o que acontece na maioria das vezes, então é realizada uma busca em árvore, onde cada nó corresponde à fixação de alguma variável, no caso de variáveis binárias. Esse processo de relaxação da integralidade e resolução dos problemas relaxados prossegue até que se encontre uma solução inteira ótima ou se prove que o problema é inviável.

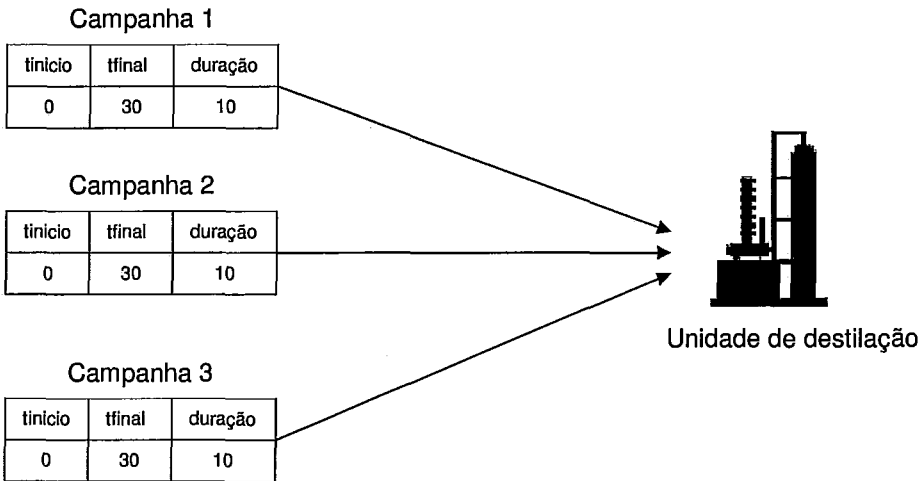
A diferença entre a solução ótima inteira e a solução relaxada do problema original é denominada de "salto de integralidade da formulação". Em geral, o tempo de procura em na árvore do *Branch and Bound* tende a ser maior quanto maior for o salto de integralidade da formulação dada ao problema. Várias técnicas têm sido propostas com o objetivo de reduzir esse salto, entre elas destaca-se a adição de restrições de corte válidas⁸ à formulação dos problemas (Nenhauser, 1994; Barnhart *et al.*, 1993).

A restrição de corte que será mostrada nessa seção, ainda que pareça totalmente redundante em termos do problema programação inteira, é altamente eficiente na redução do salto de integralidade de problemas de sequenciamento com custos de *set-up* ou de limpeza de máquinas, como mostrado no trabalho de Shah e Yee (1998). É fácil mostrar que problemas de sequenciamento com custos de *set-up*

⁸ Por restrições de corte válidas, entenda-se restrições que não eliminam nenhuma solução inteira para o problema.

apresentam um salto de integralidade inicial muito grande, tal como apresentado a seguir.

Exemplo motivador:



A solução relaxada deste exemplo, poderia ser:

$$campbi(u, cp, t) = 0.333..., \forall cp \text{ e } \forall t$$

e assim,

$$setup(u, t) = 0, \forall t$$

desta forma, a função objetivo não seria penalizada por troca de campanhas.

Todavia, verifica-se por inspeção, que no mínimo serão necessárias 2 trocas de campanhas, já que se têm 3 campanhas diferentes propostas para uma única unidade de destilação. Para se eliminar esse tipo de solução, adiciona-se ao modelo a restrição de mínimo número de troca de campanhas, mostrada abaixo:

$$\sum_i setup(u, t) \geq |UNCAMP(u)| - 1, \forall u \in U \tag{7.1}$$

A seguir serão apresentados os resultados comparativos com e sem adição dessa restrição em três instâncias de teste, com as seguintes dimensões:

Tabela 7.2 – Dimensão das instâncias de teste

Elementos	Instâncias		
	#1	#2	#3
Pontos de produção	6	6	11
Terminais	4	4	5
Berços	6	6	7
Refinarias	5	5	6
Unidade de destilação	6	6	8
Categoria de petróleos	3	3	3
Classes de navios	3	3	6
Horizonte (dias)	10	10	60

Parâmetros relevantes utilizados na resolução do modelo pelo XPRESS para todas as instâncias:

- XPRS_CUTSTRATEGY = 2, que corresponde a uma estratégia de corte automático mais agressiva.
- XPRS_NODESELECTION = 4
- XPRS_BREADHFIRST = 50
- XPRS_PRESOLVE = 1
- XPRS_MIPRESTOP = 0.10. critério de parada após encontrar solução com *gap* dual de 10 %.

Tabela 7.3 – Comparação da eficiência computacional da adição da restrição de mínimo número de campanhas para a instância 1.

Instância 1	s/ rest. de min set-up	c/ adição de min. set-up
nº de restrições	1550	1553
nº de variáveis	2740	2740
nº de var. binárias	940	940
nº de nós visitados	>> 1000000	202
CPU(s)	>> 100000	3
Solução do PL (Z_{pl})	321,40	464,73
Melhor Solução (Z_0)	-	605,50
Salto de integralidade		
$\left(\frac{Z_* - Z_{pl}}{Z_*}\right) \times 100\%$, $Z_* = \min\{Z_0\}$	47 %	23 %

Tabela 7.4 – Comparação da eficiência computacional da adição da restrição de mínimo número de campanhas para a instância 2.

Instância 2	s/ rest. de min set-up	c/ adição de min. set-up
nº de restrições	1550	1553
nº de variáveis	2740	2740
nº de var. binárias	940	940
nº de nós visitados	551	313
CPU(s)	4	3
Solução do PL (Z_{pl})	539,00	832,00
Melhor Solução (Z_0)	1111,00	1104,50
Salto de integralidade		
$\left(\frac{Z_* - Z_{pl}}{Z_*}\right) \times 100\%$, $Z_* = \min\{Z_0\}$	51 %	25 %

Tabela 7.5 – Comparação da eficiência computacional da adição da restrição de mínimo número de campanhas para a instância 3.

Instância 3	s/ rest. de min <i>set-up</i>	c/ adição de min. <i>set-up</i>
nº de restrições	13847	13855
nº de variáveis	46992	46992
nº de var. binárias	22123	22123
nº de nós visitados	>> 1000000	631243
CPU(s)	>> 100000	32760
Solução do PL (Z_{pl})	16484,03	17471,83
Melhor solução (Z_0)	-	25743,72
Salto de integralidade	35 %	32 %

$$\left(\frac{Z_* - Z_{pl}}{Z_*} \right) \times 100\%, Z_* = \min\{Z_0\}$$

Pode-se verificar que nas três instâncias, a redução do salto de integralidade inicial com a adição da restrição de número mínimo de troca de campanhas foi significativa, chegando em alguns a ser reduzido pela metade. Paradoxalmente a redução do salto de integralidade inicial na instância 2, o tempo computacional para encontrar uma solução inteira com *gap* dual menor que 10% é praticamente o mesmo, confirmando que nem sempre se tem uma redução efetiva do tempo computacional na busca de soluções na árvore de procura do *Branch and Bound* com uma redução do salto de integralidade.

Observa-se que para a instância 3, o modelo com a adição da restrição de corte de *set-up* levou mais de 9 horas para atingir um *gap* dual de 10%, o que motivou a busca de reformulações do modelo, visando reduzir ainda mais o tempo computacional para obtenção de soluções de boa qualidade, tal como mostrado na próxima seção.

7.3 Reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção

Essa reformulação se baseia no trabalho de Liberatore e Miller (1985) que desenvolveram um sistema de planejamento e programação da produção da empresa de azulejos *American Olean Tile Company*. Essa reformulação consiste em reescrever o balanço de volume nos pontos de produção numa forma que será denominada nesse trabalho de "balanço de volume acumulado". Essa modificação, apesar de não fortalecer a formulação do problema, ou seja, ela induz uma estrutura que é bem melhor tratada pelo pacote de otimização XPRESS-MP.

A restrição original é apresentada abaixo,

$$\begin{aligned} estprod(o,t) - estprod(o,t-1) - PROD(o,t) + \\ \sum_b \sum_{cl / cl \in TBNOLBER(o,b)} VOLCLASSE(cl).volpetsaipbi(o,b,cl,t) = 0 \end{aligned} \quad (7.2)$$

$$\forall o \notin ODUT(o), \forall t \in T$$

onde,

$$estprod(o,t) \leq CAPMAXESTPROD(o), \quad \forall o \notin ODUT(o), \forall t \in T \quad (7.3)$$

$$estprod(o,t) \geq 0, \quad \forall o \notin ODUT(o), \forall t \in T \quad (7.4)$$

$$estprod(o,0) = VOLINICPROD(o), \quad \forall o \notin ODUT(o) \quad (7.5)$$

Contudo, o estoque de petróleo nos pontos de produção pode ser também escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} estprod(o,t) = estprod(o,0) + \sum_{\tau=0}^{t-1} PROD(o,\tau) - \\ \sum_{\tau=0}^{t-1} \sum_b \sum_{cl / cl \in TBNOLBER(o,b)} VOLCLASSE(cl).volpetsaipbi(o,b,cl,\tau) \end{aligned} \quad (7.6)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} estprod(o,t) = VOLINICPROD(o) + \sum_{\tau=0}^{t-1} PROD(o,\tau) - \\ \sum_{\tau=0}^{t-1} \sum_b \sum_{cl / cl \in TBNOLBER(o,b)} VOLCLASSE(cl).volpetsaipbi(o,b,cl,\tau) \end{aligned} \quad (7.7)$$

e assim substituído (7.7) em (7.3) e (7.4), obtêm-se as restrições de balanço de volume acumulado nos pontos de produção:

$$\sum_{\tau=0}^{t-1} \sum_b \sum_{cl / cl \in \text{TBOLBER}(o,b)} \sum \text{VOLCLASSE}(cl) \cdot \text{volpetsaipbi}(o,b,cl,\tau) \leq \text{VOLINICPROD}(o) + \sum_{\tau=0}^{t-1} \text{PROD}(o,\tau) \quad (7.8)$$

$$\forall o \notin \text{ODUT}(o), \forall t \in T$$

e

$$\sum_{\tau=0}^{t-1} \sum_b \sum_{cl / cl \in \text{TBOLBER}(o,b)} \sum \text{VOLCLASSE}(cl) \cdot \text{volpetsaipbi}(o,b,cl,\tau) \geq \text{VOLINICPROD}(o) + \sum_{\tau=0}^{t-1} \text{PROD}(o,\tau) - \text{CAPMAXESTPROD}(o) \quad (7.9)$$

$$\forall o \notin \text{ODUT}(o), \forall t \in T$$

Como se pode verificar, as duas restrições acima se apresentam como desigualdades conhecidas na literatura como da mochila (Wolsey, 1998). Essas desigualdades têm sido estudadas durante muito tempo e vários cortes muito eficientes e algoritmos de separação têm sido propostos (Gomory, 1969; Wolsey, 1975; Hammer *et al.*, 1975; Crowder e Johnson, 1983). O resultado de todos esses estudos, há algum tempo já estão presente nos pacotes comerciais de otimização, dentre eles, o XPRESS-MP.

Essas restrições ainda apresentam uma característica muito importante que é o acoplamento entre elas, ou seja, um corte desenvolvido para uma restrição, tem uma forte influência nas outras. A seguir serão apresentados alguns resultados que comprovam a eficiência do tratamento dessas restrições pelo XPRESS-MP. Foram utilizadas cinco instâncias para os testes: a instância 3 do estudo anterior e quatro novas instâncias reais simplificadas, cujas dimensões são mostradas na tabela a seguir.

Tabela 7.6 – Dimensão das instâncias reais simplificadas

Elementos	Instâncias			
	#4	#5	#6	#7
Pontos de produção	17	19	17	13
Terminais	5	3	5	1
Berços	12	7	11	4
Refinarias	6	6	6	4
Unidade de destilação	6	10	9	7
Categoria de petróleos	6	6	6	6
Classes de navios	8	8	8	8
Horizonte (dias)	73	73	73	73

Os parâmetros de solução utilizados nesses testes foram os seguintes:

- XPRS_CUTSTRATEGY = -1, que corresponde a uma estratégia de corte automático, cuja intensidade é determinada pelo *solver*.
- XPRS_NODESELECTION = 1, escolhe o nó com a melhor avaliação da função objetivo entre os descendentes imediatos e irmão, se houver, de um dado nó. Caso contrário, escolhe o nó com a melhor avaliação da função objetivo entre todos os nós.
- XPRS_PRESOLVE = 1
- XPRS_MIPRESTOP = 0.10. critério de parada após encontrar solução com *gap* dual de 10 %.

Além dos parâmetros acima, foi estabelecido um limite de tempo computacional de 12 horas para a busca de soluções, já que como será visto a seguir, para algumas instâncias mesmo com esse limite não foi possível encontrar uma solução a menos de 10% do ótimo com essa reformulação.

Tabela 7.7 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 3.

Instância 3	s/ reformulação	c/ reformulação
nº de restrições	13855	14395
nº de variáveis	46992	44398
nº de var. binárias	22123	22123
Solução do PL (Z_{pl})	17471,83	17471,83
Função obj. PL após cortes	19452,13	19879,42
nº de nós visitados	631243	1471
CPU(s)	32760	410
nº de soluções	1	2
Melhor limite inferior	23238,74	23543,51
Melhor solução (Z_o)	25743,72	25397,53

Tabela 7.8 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 4.

Instância 4	s/ reformulação	c/ reformulação
nº de restrições	16205	17300
nº de variáveis	30777	29667
nº de var. binárias	15555	15555
Solução do PL (Z_{pl})	47917,40	47917,40
Função obj. PL após cortes	49762,43	50241,40
nº de nós visitados	1790627	33331
CPU(s)	43200	2655
nº de soluções	0	2
Melhor limite inferior	50503,83	50517,33
Melhor Solução (Z_o)	-	54606,40

Tabela 7.9 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 5.

Instância 5	s/ reformulação	c/ reformulação
nº de restrições	19805	21119
nº de variáveis	43507	42175
nº de var. binárias	20403	20403
Solução do PL (Z_{pl})	54330,37	54330,37
Função obj. PL após cortes	56613,42	57307,55
nº de nós visitados	1388959	317679
CPU(s)	43200	43200
nº de soluções	0	1
Melhor limite inferior	57209,33	57435,38
Melhor Solução (Z_o)	-	63259,94

Tabela 7.10 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 6.

Instância 6	s/ reformulação	c/ reformulação
nº de restrições	15109	16058
nº de variáveis	24439	23477
nº de var. binárias	11536	11536
Solução do PL (Z_{pl})	7971,80	7971,80
Função obj. PL após cortes	8333,99	8533,83
nº de nós visitados	2888867	1286422
CPU(s)	43200	43200
nº de soluções	0	4
Melhor limite inferior	9297,58	9532,60
Melhor Solução (Z_o)	-	10961,80

Tabela 7.11 – Comparação da eficiência computacional com reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção para a instância 7.

Instância 7	s/ reformulação	c/ reformulação
nº de restrições	13760	14636
nº de variáveis	30608	29720
nº de var. binárias	16179	16719
Solução do PL (Z_{pl})	14162,66	14162,66
Função obj. PL após cortes	14744,05	14942,93
nº de nós visitados	2093899	980421
CPU(s)	43200	43200
nº de soluções	0	6
Melhor limite inferior	15006,23	15240,13
Melhor Solução (Z_0)	-	17607,00

Observa-se que o número de restrições do modelo com a reformulação da restrição do balanço de volume nos pontos de produção é maior que o número de restrições do modelo sem a reformulação, pois como explicado anteriormente, a reformulação consiste em transformar os limites das variáveis de estoque nos pontos de produção em restrições efetivas do modelo. Já o número total de variáveis do modelo com a reformulação é menor que o do modelo sem reformulação, pois com a reformulação eliminam-se as variáveis contínuas de estoque nos pontos de produção.

Os resultados acima confirmam a melhor performance do pacote de otimização XPRESS-MP, quando aplicado ao modelo com a substituição do balanço de volume nos pontos produção tradicional pelo balanço de volume acumulado. Esse resultado já havia sido sugerido na tese de doutorado de Marchand(1998) ao estudar a estrutura poliédrica da envoltória convexa das soluções dos problemas da mochila 0-1. É interessante notar que, o aumento do limite inferior após cortes em relação à solução relaxada inicial com o modelo com reformulação é em média 30% maior que com o modelo sem reformulação. Apesar de que em valor absoluto, esse aumento seja relativamente baixo, o impacto na obtenção de soluções é extremamente expressivo, pois com o modelo com reformulação foram encontradas soluções viáveis para todas as instâncias após 12 horas de processamento, o mesmo só ocorrendo para a instância 3 com o modelo sem reformulação.

Embora a reformulação do modelo proposta nesta seção, tenha trazido um ganho surpreendente, para a solução do problema de alocação, em termos

computacionais, verifica-se que para algumas instâncias de teste simplificadas não foi possível alcançar um *gap* dual menor ou igual a 10% mesmo após 12 horas, o que motivou o desenvolvimento da heurística apresentada na próxima seção.

7.4 Heurística de fixação de navios

Ainda que bastante esforço tenha sido feito para a reformulação do modelo proposto para solução do problema de alocação, verifica-se que à parte do modelo referente ao balanço de volume nos pontos de produção, conduz a uma solução de relaxação linear razoavelmente distante da solução inteira. Isto pode ser explicado pelo fato da economia de escala, pois como o custo de viagem dos navios por volume é menor quanto maior a classe do navio, a solução de relaxação linear procura sempre utilizar, em todo tempo, fração de classes de navios maiores em lugar de classes de navios menores, levando assim a um distanciamento muito grande de uma solução inteira em relação à solução de relaxação linear.

Fundamentado na observação acima, foi proposta uma heurística com o objetivo de eliminar o fator de economia de escala em relação ao custo das viagens das classes dos navios e encontrar uma solução viável o mais rápido possível. Essa heurística é muito simples e consiste na definição das classes dos navios e datas de saídas para cada ponto de produção, restando como única decisão para o modelo indicar para qual terminal esse petróleo será enviado. Essa heurística possui quatro etapas principais:

1) Hierarquização dos pontos de produção

Como a alocação das classes de navios aos pontos de produção é realizada pela heurística, fez-se necessário estabelecer algum critério de importância dos pontos de produção para que o algoritmo associasse primeiramente classes de navios aos pontos de produção com maior prioridade.

Para a hierarquização dos pontos de produção, foram utilizados dois critérios:

- Associar classes de navios primeiramente aos pontos de produção com maior produção total;
- Associar classes de navios primeiramente aos pontos de produção com o menor "maior tempo de alívio", definido como o quociente da produção total pela capacidade da maior classe de navio que pode visitar determinado ponto de produção.

2) Escolha da classe de navio

Como em geral, cada ponto de produção pode ser visitado por mais de uma classe de navio, faz-se necessário levar em consideração essa informação no momento da escolha da classe do navio que fará determinada viagem. Para tal, considere o exemplo a seguir:

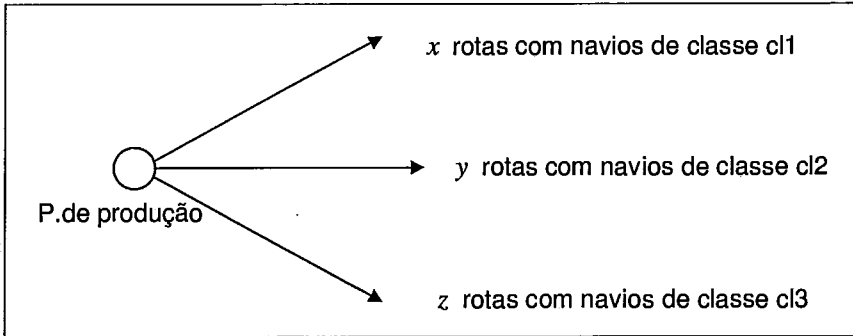


Figura 7.5 – Exemplo de diferente número de rotas para cada classe de navios

Para a consideração desta informação, foram associadas probabilidades à escolha de cada classe de navios para cada ponto de produção, da seguinte forma:

$$P(cl1) = \frac{x}{x + y + z}, \quad P(cl2) = \frac{y}{x + y + z} \quad \text{e} \quad P(cl3) = \frac{z}{x + y + z}$$

Em seguida, com esses valores de probabilidades, é feito um sorteio aleatório de uma classe de navio para aliviar o ponto de produção.

3) Definição do tempo de alívio

Tendo sido definido a classe do navio que visitará um dado ponto de produção, o instante em que o lote de petróleo será criado, é definido como o menor tempo em que o estoque no ponto de produção é maior que a capacidade de transporte da classe do navio, ora alocado.

4) Consideração da restrição de disponibilidade da frota

Como a frota de navios da PETROBRAS é limitada, para que a solução obtida considere essa restrição, tem-se que implementar mecanismos que permitam a escolha da classe do navio para cada ponto de produção de modo a violar, o mínimo possível essa restrição.

Desta forma, no processo de associação de classe de navios aos pontos de produção, caso a restrição do número máximo de navios de uma dada classe seja violada, faz-se uma nova escolha de classe de navio, até que seja escolhida uma classe de navio que não viole essa restrição, ou se conclua que não há escolha de classe de navio para a qual essa restrição seja respeitada e assim é feito um novo sorteio e alocada qualquer das classes de navio permitida para aliviar o ponto de produção.

Definidos as classes dos navios e os instantes em que partirão de cada ponto de produção, o modelo resultante é resolvido pelo pacote de solução XPRESS-MP. Essa heurística permitiu que soluções de boa qualidade para as instâncias do problema real fossem obtidas em no máximo três minutos. É interessante notar que após quinze dias, sem a utilização da heurística, o pacote de solução não foi capaz de encontrar nem ao menos uma solução viável.

Com o objetivo de melhorar ainda mais a solução heurística obtida, foi utilizado o procedimento de *Local Branching*, onde a solução inicial é a melhor solução obtida pelas quatro heurísticas, a seguir:

- Heurística com hierarquização dos pontos de produção com maior produção total e sem considerar a restrição de número máximo de navios em cada classe em cada instante;
- Heurística com hierarquização dos pontos de produção com maior produção total e considerando a restrição de número máximo de navios em cada classe em cada instante;
- Heurística com hierarquização dos pontos de produção com o menor tempo de alívio e sem considerar a restrição de número máximo de navios em cada classe em cada instante;
- Heurística com hierarquização dos pontos de produção com o menor tempo de alívio e considerando a restrição de número máximo de navios em cada classe em cada instante.

A seguir serão apresentados alguns resultados, com as instâncias simplificadas do teste anterior, para a comparação da heurística proposta combinada com o procedimento *Local Branching* em relação ao pacote de otimização XPRESS-MP. Será mostrado também a influência do tamanho da vizinhança na obtenção de soluções com o *Local Branching*. Por fim, serão apresentados resultados para três instâncias do problema real.

Em todos os resultados a seguir, os termos assimétrico e simétrico correspondem à utilização das restrições 5.3 e 5.4, respectivamente, na implementação do procedimento *Local Branching*. Já os termos ponto de produção e todas variáveis, correspondem à adição das restrições de *Local Branching* ao modelo, considerando somente o conjunto das variáveis binárias associadas aos pontos de produção e considerando todas variáveis binárias do modelo, respectivamente. Para que a comparação do *Local Branching* com o pacote XPRESS-MP seja feita em igualdade de condições, a solução heurística obtida com a fixação de navios é passada como limite superior para o pacote de otimização.

Tabela 7.12 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento *Local Branching* para a instância 4.

Tamanho da vizinhança (k'/k)	Locbra assimétrico ponto de prod.	Locbra assimétrico todas variáveis	Locbra simétrico ponto de prod.	Locbra simétrico todas variáveis
5/10	52715,2	52270,2	53740,8	53551,9
6/12	53010,4	52447,6	54329,9	53356,1
7/14	53448,2	52299,4	53669,6	53488,3
8/16	52819,4	52750,6	54218,9	52795,4
9/18	53109,0	52701,0	53100,4	54822,4
10/20	52858,6	53143,5	53606,8	53676,6

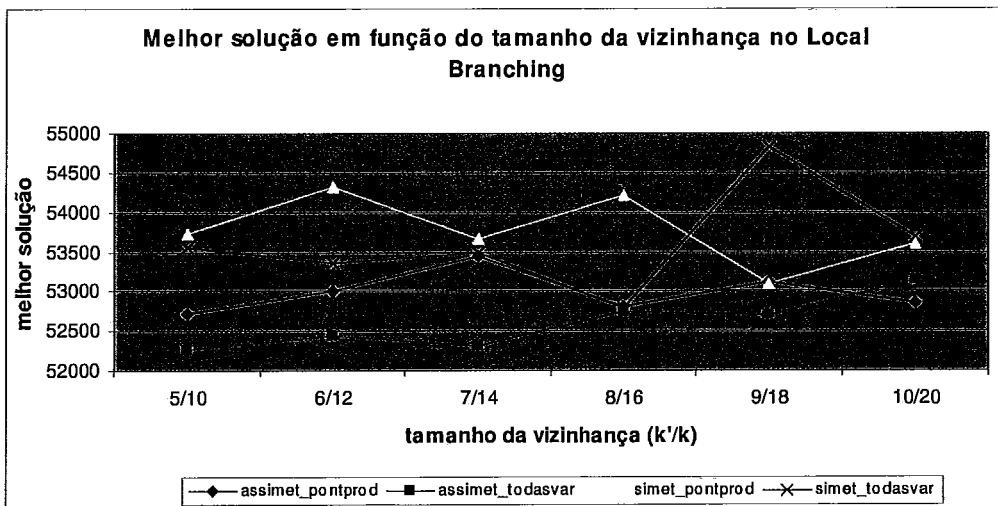


Figura 7.6 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança, tipo de restrição de *Local Branching* e conjunto de variáveis binárias para a instância 4.

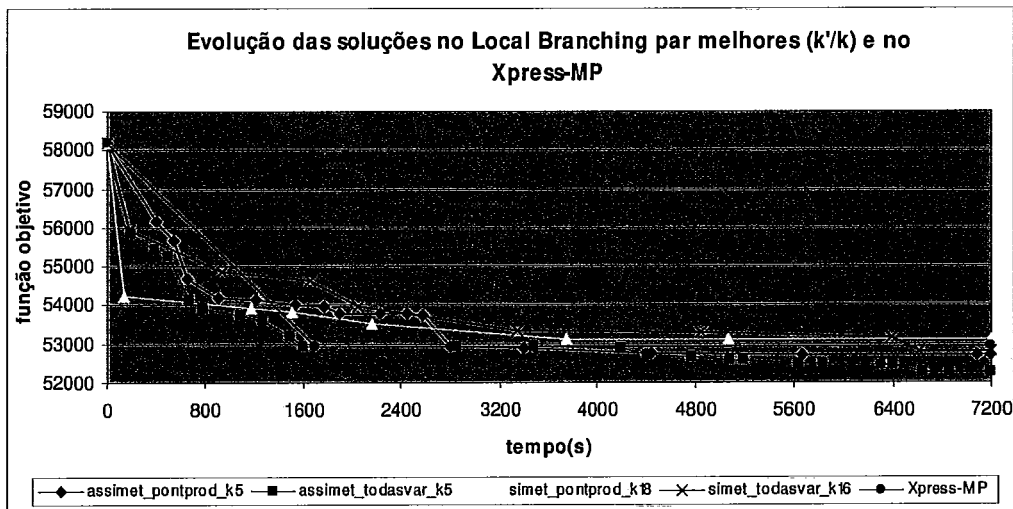


Figura 7.7 – Comparação da evolução das soluções com o *Local Branching*, para os melhores valores de tamanhos de vizinhança, e com o pacote de otimização Xpress-MP para a instância 4.

Tabela 7.13 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento *Local Branching* para a instância 5.

Tamanho da vizinhança (k'/k)	Locbra assimétrico ponto de prod.	Locbra assimétrico todas variáveis	Locbra simétrico ponto de prod.	Locbra simétrico todas variáveis
5/10	63195,7	63423,5	64330,7	63961,8
6/12	63374,1	62939,8	64767,7	64359,9
7/14	64189,3	64023,1	64823,1	64166,7
8/16	63180,0	64369,0	66079,2	64943,0
9/18	63740,7	63256,6	64678,3	65388,8
10/20	64595,7	63321,7	67234,7	64581,5

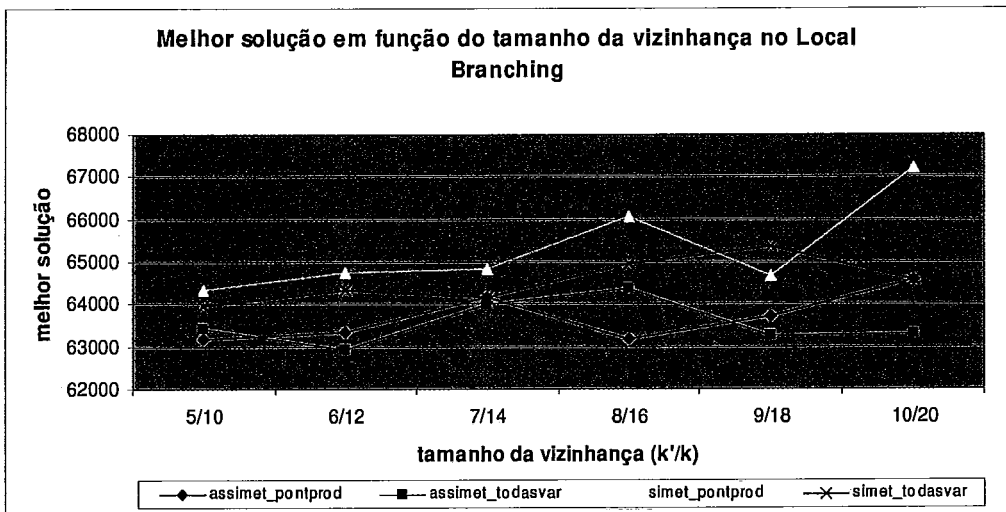


Figura 7.8 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança, tipo de restrição de *Local Branching* e conjunto de variáveis binárias para a instância 5.

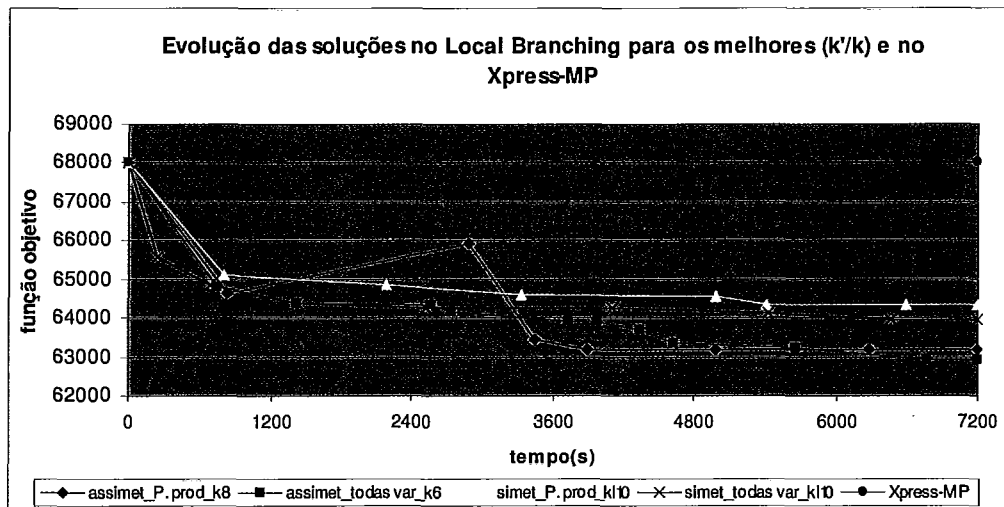


Figura 7.9 – Comparação da evolução das soluções com o *Local Branching*, para os melhores valores de tamanhos de vizinhança, e com o pacote de otimização Xpress-MP para a instância 5.

Tabela 7.14 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento *Local Branching* para a instância 6.

Tamanho da vizinhança (k'/k)	Locbra assimétrico ponto de prod.	Locbra assimétrico todas variáveis	Locbra simétrico ponto de prod.	Locbra simétrico todas variáveis
5/10	10998,6	10676,2	11449,7	11100,8
6/12	10789,2	10461,9	11628,9	11111,3
7/14	11080,9	10617,9	11490,1	10881,6
8/16	11179,6	10652,8	11196,9	10995,2
9/18	11020,4	10645,8	11209,1	10661,2
10/20	10660,3	10424,8	11366,3	10628,4

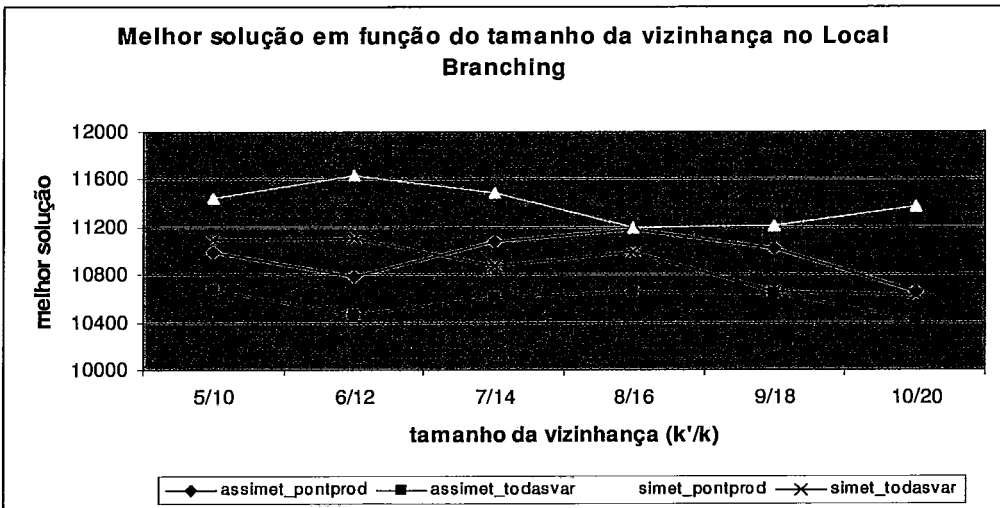


Figura 7.10 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança, tipo de restrição de *Local Branching* e conjunto de variáveis binárias para a instância 6.

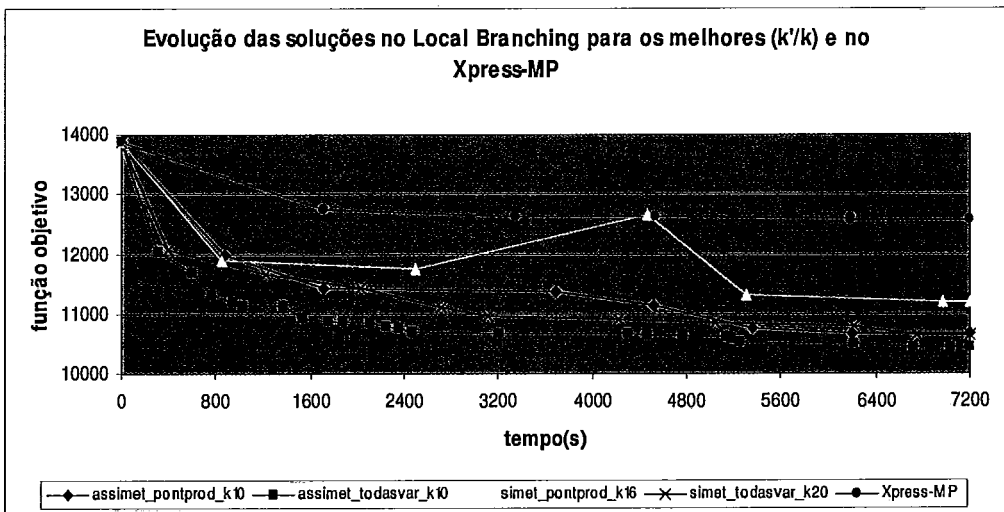


Figura 7.11 – Comparação da evolução das soluções com o *Local Branching*, para os melhores valores de tamanhos de vizinhança, e com o pacote de otimização Xpress-MP para a instância 6.

Tabela 7.15 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento *Local Branching* para a instância 7.

Tamanho da vizinhança (k'/k)	Locbra assimétrico ponto de prod.	Locbra assimétrico todas variáveis	Locbra simétrico ponto de prod.	Locbra simétrico todas variáveis
5/10	17011,4	17227,3	17834,3	17524,2
6/12	16950,9	17455,4	17524,2	17733,7
7/14	16858,5	16894,1	17222,8	17274,3
8/16	17032,2	17403,4	17580,2	17904,4
9/18	16933,1	16825,5	17835,4	17791,4
10/20	17873,6	16760,4	17682,4	17879,1

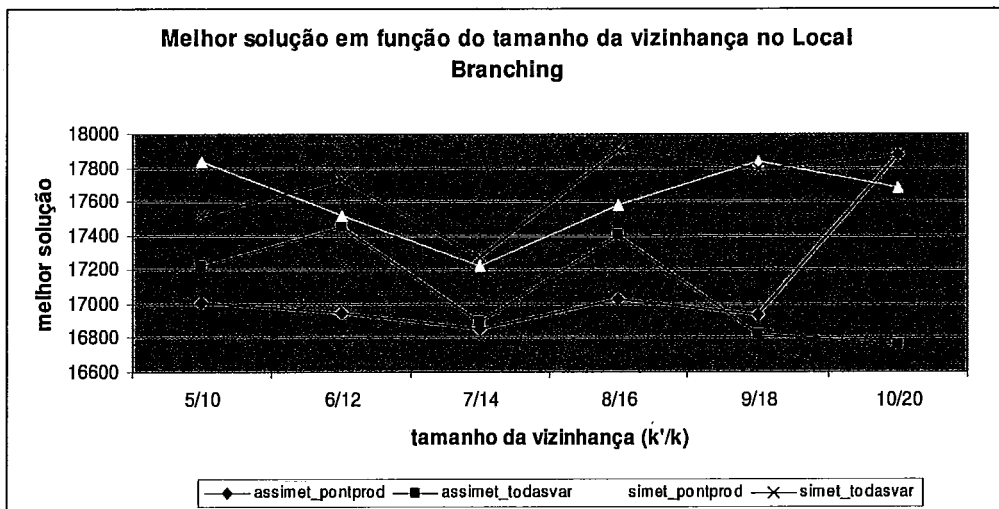


Figura 7.12 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança, tipo de restrição de *Local Branching* e conjunto de variáveis binárias para a instância 7.

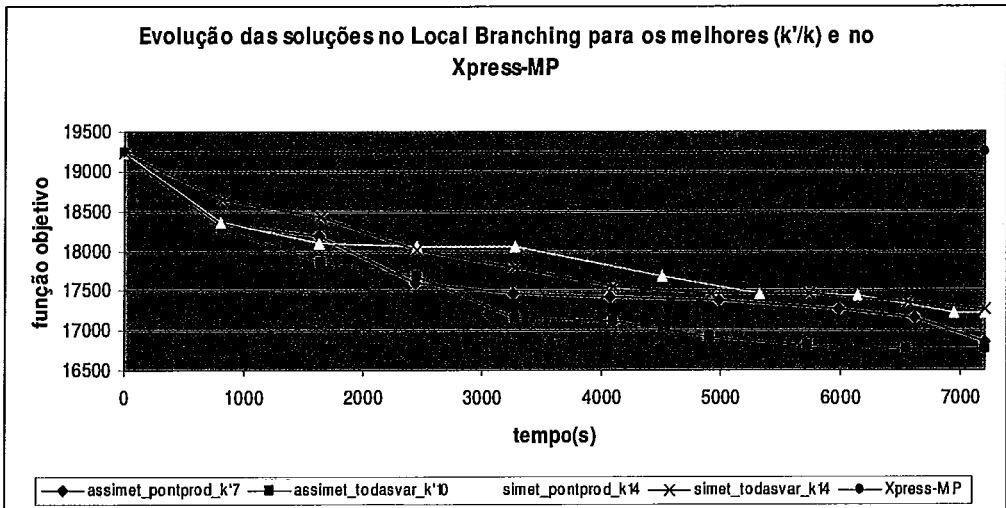


Figura 7.13 – Comparação da evolução das soluções com o *Local Branching*, para os melhores valores de tamanhos de vizinhança, e com o pacote de otimização Xpress-MP para a instância 7.

Conforme os resultados dos testes apresentados, a heurística de fixação de navios combinada com o *Local Branching* se mostraram muito eficientes para obtenção de boas soluções para as instâncias simplificadas do problema de alocação de petróleo. Considerando os limites inferiores obtidos para essas instâncias em testes anteriores (tabelas 7.7 a 7.11), a melhor solução obtida com essa técnica está comprovadamente no máximo a 10% da solução ótima. Outro fato relevante é que, essas soluções foram melhores inclusive que as soluções obtidas com o XPRESS-MP após 12 horas de processamento.

Com relação ao tamanho da vizinhança, pôde-se comprovar que valores de k' entre 5 e 10, para a restrição de *Local Branching* assimétrica e de k entre 10 e 20 para a restrição simétrica são satisfatórios para o alcance de boas soluções. Para valores de k' e k menores, as soluções obtidas geralmente não são de boa qualidade e uma parte das iterações conduz a problemas inviáveis, já para valores maiores a atualização de soluções fica um pouco prejudicada, pois o processo é iniciado com uma vizinhança muito grande. Contudo, vale observar que de acordo com os resultados acima, pode-se ter um ganho razoável através da escolha do melhor valor de k'/k para cada uma das instâncias. Cabe ressaltar que, conforme pode ser verificado no pseudo-código, no quadro 5.2, os valores de k' e k , são dinamicamente

alterados através dos processos de intensificação e diversificação do procedimento *Local Branching*.

Os resultados mostram ainda que as restrições de *Local Branching* considerando todas as variáveis binárias apresentam sensível ganho no valor das soluções e permitem atualizações bem mais frequentes do que as restrições considerando somente o conjunto de variáveis dos pontos de produção. Já em relação às restrições de *Local Branching* simétricas e assimétricas, a melhora no valor das soluções é considerável quando adicionadas restrições do tipo assimétrica, por isso, os testes apresentados a seguir com as instâncias reais foram realizados somente com restrições assimétricas.

Tabela 7.16 – Dimensão das instâncias reais

Elementos	Instâncias		
	#8	#9	#10
Pontos de produção	43	38	39
Terminais	6	6	6
Berços	21	21	21
Refinarias	13	13	13
Unidade de destilação	21	21	21
Categoria de petróleos	6	6	6
Classes de navios	9	9	9
Horizonte (dias)	71	73	73

Tabela 7.17 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento *Local Branching* para a instância 8.

Tamanho da vizinhança ((k'))	Locbra assimétrico ponto de prod.	Locbra assimétrico todas variáveis
5	374458,0	348608,0
6	365960,0	346051,0
7	366692,0	366565,0
8	372858,0	365218,0
9	370060,0	368211,0
10	375358,0	358062,0

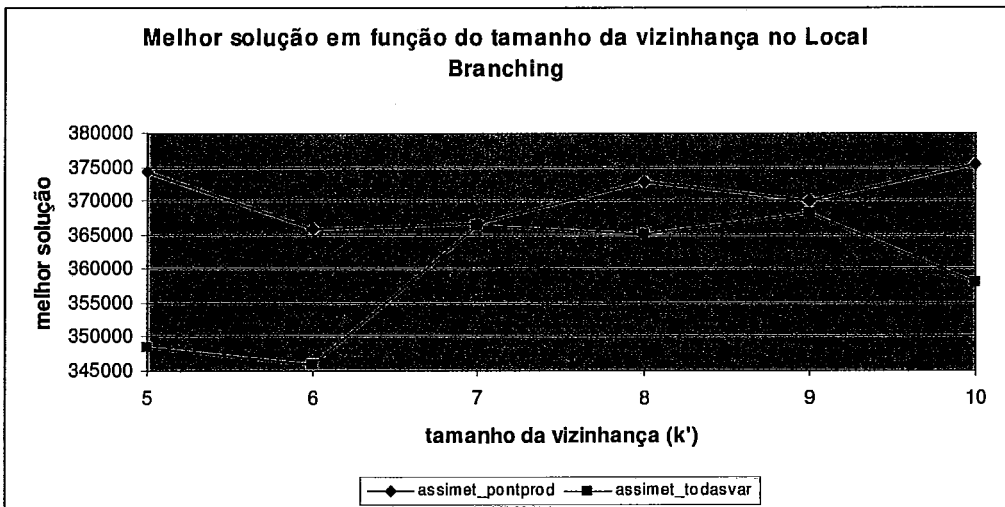


Figura 7.14 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança e conjunto de variáveis binárias para a instância 8.

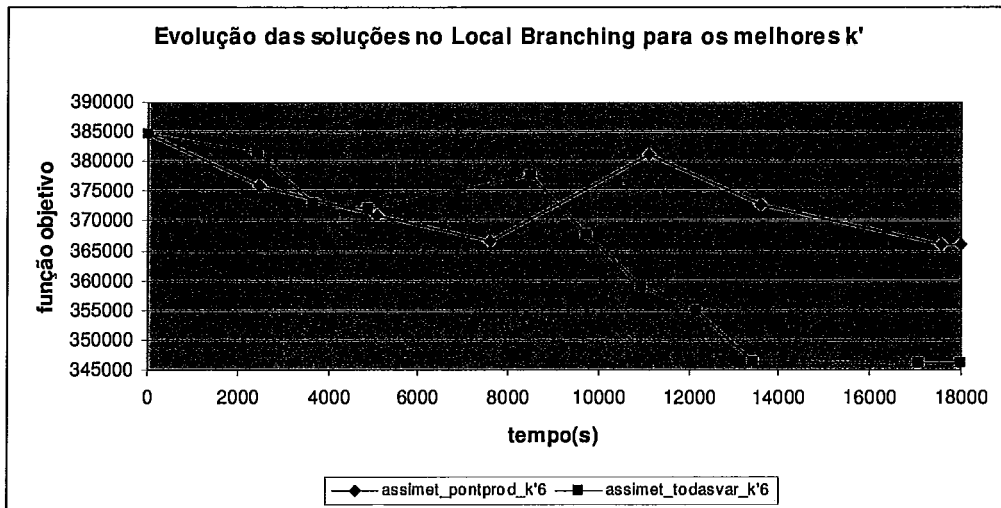


Figura 7.15 – Comparação da evolução das soluções com o *Local Branching*, para os melhores valores de tamanhos de vizinhança para a instância 8.

Tabela 7.18 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento *Local Branching* para a instância 9.

Tamanho da vizinhança (k')	Locbra assimétrico ponto de prod.	Locbra assimétrico todas variáveis
5	207519,0	210908,0
6	214876,0	212739,0
7	211595,0	209205,0
8	212368,0	210757,0
9	215129,0	210293,0
10	210579,0	212189,0

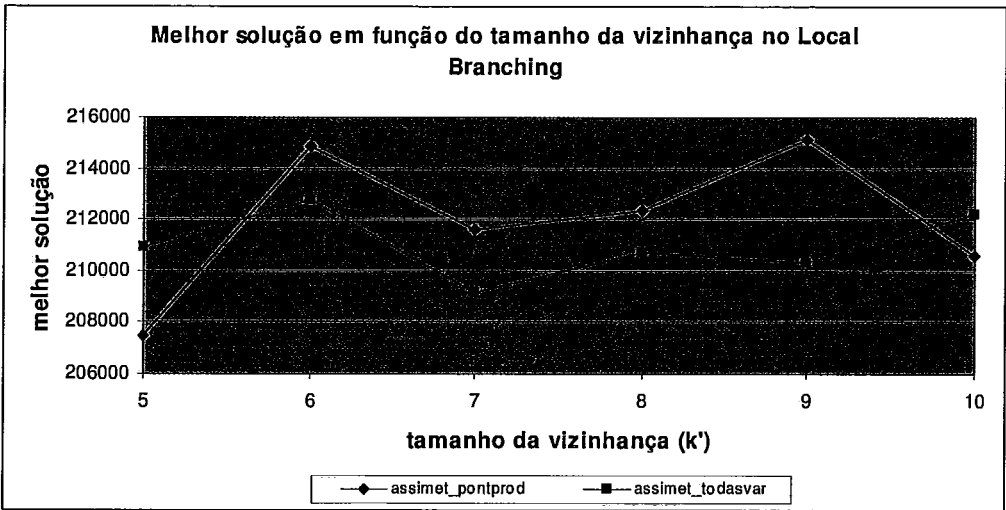


Figura 7.16 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança e conjunto de variáveis binárias para a instância 9.

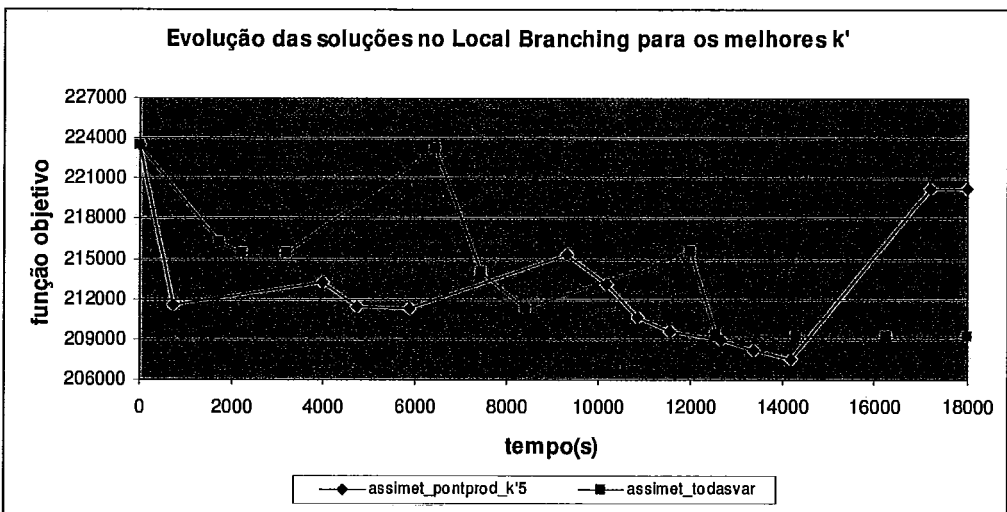


Figura 7.17 – Comparação da evolução das soluções com o *Local Branching*, para os melhores valores de tamanhos de vizinhança para a instância 9.

Tabela 7.19 – Melhor solução em função do tamanho da vizinhança para o procedimento *Local Branching* para a instância 10.

Tamanho da vizinhança ((k'))	Locbra assimétrico ponto de prod.	Locbra assimétrico todas variáveis
5	247869,0	243763,0
6	248439,0	237101,0
7	247047,0	239611,0
8	244229,0	235841,0
9	248086,0	239555,0
10	252829,0	242370,0

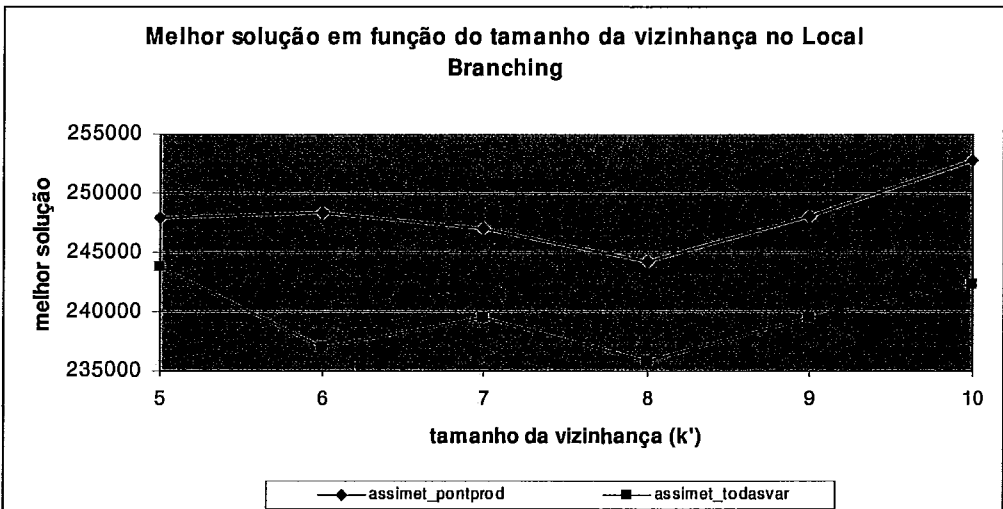


Figura 7.18 – Comparação da qualidade das soluções obtidas com diferentes tamanhos de vizinhança e conjunto de variáveis binárias para a instância 10.

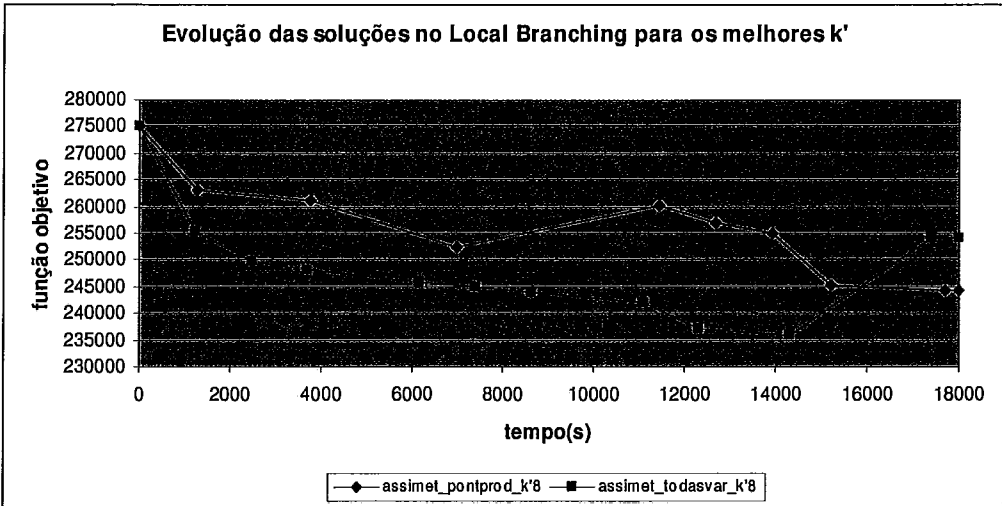


Figura 7.19 – Comparação da evolução das soluções com o *Local Branching*, para os melhores valores de tamanhos de vizinhança para a instância 10.

Tabela 7.20 – Qualidade das soluções para as instâncias reais

Instância	Melhor solução (Z_*)	Melhor limite inferior (LI) (após 1 dia)	gap $\left(\frac{Z_* - LI}{LI} 100\%\right)$
#8	346051,0	254336,9	36%
#9	207519,0	193814,3	7%
#10	235841,0	184301,8	28%

Os testes realizados com as instâncias reais, mostraram que o *Local Branching* foi fundamental para a melhoria das soluções obtidas pela heurística de fixação de navios. Não foi reportado nenhum teste realizado somente com o XPRESS-MP, pois mesmo fornecendo a solução heurística como limite superior para o *solver*, nenhuma solução viável foi obtida após 15 dias de processamento. Nota-se que, diferentemente dos testes com instâncias reais simplificadas, a melhor solução em um dos testes reais foi obtida considerando somente o conjunto das variáveis binárias dos pontos de produção. Com relação à qualidade das soluções, verifica-se que para a instância 9 a melhor solução obtida foi muito boa, todavia os testes com as outras instâncias foram bem piores. Cabe lembrar que, nenhum estudo foi feito para determinar os melhores

valores de tempo de pesquisa em cada nó do *Local Branching* para cada instância, dessa forma, esses resultados podem ser bem melhores com esse ajuste para cada instância.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÃO

Esse trabalho permitiu um entendimento abrangente do processo de alocação de petróleos, onde foi possível identificar os aspectos mais relevantes dessa atividade. Mais do que técnicas de modelagem, foi apresentada uma metodologia de abordagem do problema que em lugar de se deter em detalhes, procurou-se focar nos pontos mais importantes da alocação de petróleo, afim de que sua solução pudesse ser obtida em tempo computacional aceitável⁹, sem perder entretanto, o foco em sua utilidade.

Muitos conceitos introduzidos nesse trabalho, contribuíram para o aumento do escopo da tarefa de alocação, permitindo a sua efetiva atuação como elo importantíssimo na integração da cadeia de suprimento de petróleos na PETROBRAS. Dentre estes, citam-se: o desvio da alocação em relação ao volume previsto pelo PLANAB para cada refinaria atuando como direcionador efetivo na tomada de decisão; volume de petróleo inviável nas refinarias, fornecendo informações importantes para a importação de petróleos pela PETROBRAS; a definição das campanhas por categoria de petróleo nas refinarias e suas flexibilizações, permitindo a desagregação das refinarias em unidades de destilação, fazendo com que a alocação de petróleos seja bem mais aderente a programação da produção nas refinarias e o balanço entre a produção de petróleos e o consumo das refinarias seja realizado de forma rápida e eficiente; por fim a consideração implícita da frota de navios foi fundamental para a consistência entre a alocação e a programação de navios, ou seja, a solução da alocação de petróleos poderá servir de entrada de dados para um futuro roteamento dos navios.

Outra contribuição importante deste trabalho é a abordagem integrada dos problemas do transporte marítimo e do planejamento da produção nas refinarias, que segundo o levantamento bibliográfico, não existe até o momento nenhuma iniciativa nessa direção. A abordagem clássica é a hierarquizada, que consiste em resolver primeiramente o problema do transporte marítimo e em seguida com essa solução como entrada de dados, planejar a produção das refinarias. Isto conduz, entretanto, a uma solução sub-ótima do problema inteiro, e em muitos casos bastante distante do ótimo global devido às decisões arbitrárias que devem ser tomadas nesse processo de hierarquização.

⁹ No máximo 6 horas de processamento.

Houve um progresso significativo nas formulações propostas nesse trabalho, principalmente com a adição da restrição de corte de mínimo número de trocas de campanhas e a reformulação da restrição de balanço de volume nos pontos de produção. O modelo MCFN, com as melhorias anteriormente citadas, tornou possível resolver em menos de 5 segundos pequenas instâncias, que com o modelo MFC não eram solucionadas com *gap* dual de 5%, mesmo após um dia de processamento.

Ainda que não tenha sido possível resolver o problema real somente com a formulação proposta, essa experiência com modelagem de problemas de grande porte serviu para evidenciar o compromisso entre reformulação para “ajustar” o modelo, em termos da teoria poliédrica da programação inteira e o tempo necessário para a resolução da relaxação linear de cada subproblema, já que muitos modelos que não estão nem reportados nesse trabalho foram abandonados, pois apesar de estarem mais próximos da envoltória convexa do problema inteiro, o número de restrições era tão elevado que só a resolução da relaxação linear de cada subproblema levava tanto tempo que tornou proibitiva a utilização.

Motivado pelo exposto acima, o desenvolvimento da heurística de fixação de navios combinado com o procedimento *Local Branching* foi fundamental para a resolução do problema real. A heurística de fixação de navios mostrou que em problemas de logística, a decisão mais complexa é “quando”, pois com a definição dos tempos de saída de cada lote foi possível obter soluções viáveis para o problema em menos de três minutos, algo que mesmo após 15 dias de processamento não foi possível sem a heurística. O procedimento *Local Branching* foi fundamental para a melhoria das soluções heurísticas obtidas, reduzindo de forma significativa o valor destas últimas em tempo computacional aceitável. Apesar de recente, esta técnica tem um potencial enorme para resolução de problemas de grande porte e provavelmente em pouco tempo já estará incluída nos pacotes de otimização como uma alternativa de integração com o *Branch and Cut* para melhoria e atualização mais freqüente de soluções, já que em problemas reais é preferível ter uma boa solução viável em tempo computacional aceitável do que se ter a solução ótima do problema em tempo proibitivo para o processo de decisão.

Por fim, a modelagem e a técnica de solução adotadas nesse trabalho se apresentaram adequadas para a efetiva aplicação prática na alocação de petróleo, possuindo grandes chances de estarem sendo usadas de forma rotineira nessa tarefa, agregando qualidade e eficiência na sua realização.

8.1 Extensões para o trabalho

Ainda que o modelo proposto para a alocação de petróleos tenha se mostrado bastante aderente a essa atividade, algumas questões poderiam ter sido melhor investigadas, a fim de se aproximar ainda mais do problema real. Essas extensões do modelo têm que ser consideradas com muito cuidado, pois como o problema possui uma dimensão considerável, toda e qualquer reformulação deve ser bem estudada a fim de garantir a sua solução em tempo aceitável para a atividade.

Dentre os vários aspectos do problema de alocação que merecem ser melhor investigados, citam-se:

- Consideração do tempo de carregamento dos navios nos pontos de produção. Este tempo é função da vazão de bombeamento de cada ponto de produção e pode impor como restrição a chegada dos navios em alguns pontos de produção obrigatoriamente antes de se ter estoque suficiente para o carregamento dos navios. Outra implicação da consideração deste fato no modelo é que a disponibilidade dos navios da frota deverá ser reformulada, pois um mesmo navio pode ficar esperando mais de um dia para o seu carregamento.
- A relaxação da restrição do número máximo de navios que podem chegar a determinado terminal. A forma mais adequada de se tratar essa situação é considerar a possibilidade de um ou mais navios permanecerem esperando no terminal até a desocupação de algum berço, todavia pagando um custo de sobreestadia a cada dia de espera. Essa extensão facilitaria inclusive a busca de soluções iniciais para o problema através da heurística.
- Investigar o impacto da incorporação da possibilidade de envio de petróleo entre terminais, tanto em termos de qualidade da solução quanto em tempo computacional. Na prática, verifica-se que essa movimentação ocorre entre alguns terminais específicos. Assim, recomenda-se uma implementação bem flexível que permita a definição de quais movimentações entre terminais considerar, se a possibilidade entre todos os terminais se mostrar inviável.
- Incorporar à formulação uma modelagem do rendimento de cada unidade de destilação em função da categoria de petróleo das campanhas. Isto é interessante, pois a grande parte do petróleo consumido pelas refinarias do sistema PETROBRAS, constitui-se de óleo pesado, gerando grande quantidade de óleo combustível. Como esse derivado ocupa tanque e na maioria dos casos é transportado por duto até os terminais para exportação,

dependendo da alocação pode-se inviabilizar a continuidade da produção em uma refinaria por falta de tanques ou por restrições ao escoamento desse produto. Outra idéia interessante, seria permitir que o modelo ajustasse a vazão das campanhas das refinarias em determinados limites a fim de minimizar a falta de petróleos nas refinarias.

Em relação à formulação proposta e a técnica de solução, tem-se como propostas:

- Uma restrição de ordem prática que pode ser adicionada ao modelo, é a restrição de intervalo mínimo entre a saída e chegada de navios nos pontos de produção. Isso tenderá a fortalecer ainda mais o modelo, pois algumas soluções viáveis do problema relaxado serão cortadas.
- Assim como realizado com a adição da restrição de corte de número mínimo de campanhas e a reformulação do balanço de volume nos pontos de produção, que se mostraram muito eficientes, outros cortes e reformulações podem ser testados a fim de reduzir ainda mais o tempo computacional para se encontrar uma solução de qualidade. Uma das reformulações possíveis é uma extensão da formulação proposta por Wenkai, L. et al. (2002) conhecida como *Bi-index Formulation*.
- Apesar de fornecer soluções boas em tempo muito curto, não deve ser descartada a melhoria da heurística de fixação de navios para a inclusão de outras restrições do modelo e incorporação de outras práticas adotadas pelo especialista da alocação.
- Integrar o *Local Branching* aos algoritmos de *Branch and Cut* dos pacotes de otimização comerciais. Neste trabalho, a cada restrição de *Local Branching* acrescentada ao modelo, um novo problema era resolvido pelo XPRESS-MP. Desta forma, muito tempo é gasto para resolver cada relaxação linear destes problemas e em casos de inviabilidade ou impossibilidade de encontrar uma solução no tempo fornecido para cada nó, uma boa parte do tempo total é gasto sem melhora alguma na solução. Contudo, a implementação do *Local Branching* de forma integrada ao *solver* é bem mais complicada e exige que essas restrições sejam acrescentadas como cortes durante o *Branch and Cut*, exigindo a implementação de um gerenciador de cortes particular e extensão das idéias de diversificação e intensificação para esse caso.

- Implementar outras metaheurísticas para resolução do problema com o objetivo de comparação com a técnica de busca local por otimização proposta nesse trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

AllegroCrude Development. <http://www.allegrodevelopment.com>, visitado em 15 de maio de 2002.

Balas, E. and Martin, C. H., "Pivot and Complement: A Heuristic for 0-1 Programming", *Management Science*, 26, 86-96 (1980)

Balas, E.; Ceria, S. and Cornuéjols, G., "A Lift-and-project Cutting Plane Algorithm for Mixed 0-1 Programs", *Mathematical programming*, 58, 295-324 (1993)

Balas, E.; Ceria, S; Dawande, M.; Margot, F. and Pataki, G., "OCTANE: A New Heuristic for Pure 0-1 Programs", *Operational Research*, 49, 207-225 (2001)

Barnhart, C.; Johnson; E. L.; Nemhauser, G. L.; Sigmond, G. and Vance, P., "Formulating a Mixed Integer Programming Problem to improve Solvability", *Operations Research*, 41, 1013-1019 (1993)

Bechtel (1993). *PIMS User's Manual*, Version 6.0, Betchel Corp., Houston

Becker, R., *Programação de uma Frota de Petroleiros – Proposta de um método para o longo prazo*, Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ (1987)

Bellman, R. (1957), *Dynamic Programming*, New York, Princeton University Press Princeton

Benders, J. F., "Partitioning Procedures for Solving Mixed-variables Programming Problems", *Numerische Mathematik*, 4, 238-252 (1962)

Bertsimas, D. P. and Tsitsiklis, J. N. (1997), *Introduction to Linear Optimization*, Massachusetts, Athena Scientific

Bonner and Moore (1979). *RPMS: A system description*. Bonner and Moore Management Science, Houston

- Borges, F. J. L., *Uma Análise da Cadeia Logística de Suprimento da Indústria de Petróleo utilizando a Técnica de Simulação – Uma Aplicação ao Sistema Bacia de Campos- Refinaria de Araucária*, Dissertação de mestrado, UFSC (2000)
- Braga, R. A. *Dimensionamento de Frota de Cabotagem – Uma generalização do conceito de rota extrema*, Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ (1977)
- Carraresi, P. and Gallo G., "Network Models for Vehicule and Crew Scheduling", *European Journal of Operational Research*, 16, 139-151 (1984)
- Crainic, T. G. and Laporte, G., "Planning models for freight transportation", *European Journal of Operational Research*, 97, 409-438 (1997)
- Crowder, H. and Johnson, E. J., "Solving Large-scale Zero-one Linear Programming Problems", *Operations Research*, 31, 803-835 (1983)
- Dakin, R. J., "A Tree Search Algorithm for Mixed Integer Programming Problems", *The Computer Journal*, 8, 250-255 (1965)
- Dantzig, G. B., *Linear Programming and Extensions*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press, (1963)
- Eiselt, H. A. and Sandblom, C. L. (2000), *Integer Programming and Network Models*, Berlin, Spring – Verlag
- Erenguc, S. S.; Simpson, N.C. and Vakharia, A. J., "Integrated Production/Distribution Planning in Supply Chains: An invited review", *European Journal of Operational Research*, 115, 219-236 (1999)
- Escudero, L. F.; Quintana F. J. and Salmerón J., "CORO, a Modeling and an Algorithm Framework for Oil Supply, Transformation and Distribution Optimization under Uncertainty", *European Journal of Operational Research*, 114, 638-656 (1999)
- Esqui, L.; Gallo, G.; Marziale, S. and Weintraub, A., "A Combined Transportation and Scheduling Problem", *European Journal of Operational Research*, 97, 94-104 (1997)

Feo, T. A. and Resende, M.G.C "Greedy Randomized Adaptative Search Procedure", *Journal of Global optimization*, 6, 109-133 (1995).

Fischetti, M. and Lodi, A., "Local Branching", *Mathematical Programming*, 98, 439-467 (2003)

Garey, M. R. and Johnson D. S. (1979), *Computers and Intractability – A Guide to the Theory of NP-Completeness*. Bell Laboratories, Murray Hill, New Jersey. W. H. Freeman and Company, New York.

Geoffrion, A. M. and Graves, G. W., "Multicommodity Distribution System Design by Benders Decomposition", *Management Science*, 20, 822-845 (1974)

Ginzberg, M. J., "Steps Towards more Effective Implementation of MS and MIS", *Interfaces*, 8, 57-63 (1978)

Glover, F., "New Approaches for Heuristic Search. A Bilateral Linkage with Artificial Intelligence", *European Journal of Operational Research*, 39, 119-130 (1986)

Glover, F. and Laguna, M., "General Purpose Heuristics for Integer Programming: Part I", *Journal of Heuristics*, 2, 343-358 (1997)

Goldberg, M. C. e H. L. L. Pacca, (2000), *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*, Editora Campus.

Gomory, R. E., "Outline of an algorithm for integer solutions to linear programs", *Bulletin of the American Mathematical Society*, 64, 275-278 (1958)

Gomory, R. E., "Some Polyhedra related to Corner Problems", *Linear and Algebra and its Applications*, 2, 451-588 (1969)

Grossmann, I.E.; Van den Heever, S. A. and Harjunkoski, I., "Discrete Optimization Methods and their Role in the Integration of Planning and Scheduling", Carnegie Mellon University, internal report (2001)

Gu, Z.; Nemhauser, G. L. and Savelsbergh, M., "Lifted Flow Cover Inequalities for Mixed 0-1 Integer Programs". Relatório Técnico (1996)

Hamacher, P. F., *Transporte Marítimo de Petróleo e Derivados: Problemas, modelos e Algoritmos*, Dissertação de mestrado, PUC/RJ (1989)

Hammer, P.L.; Johnson, E.L. and Peled, U.N., "Facet of Regular 0-1 polytopes", *Mathematical Programming*, 8, 179-206 (1975)

Harveley Systems inc. <http://www.harveley.com/hcoss.htm>, visitado em 15 de maio de 2002

Hillier, F. S., "Efficient Heuristic Procedures for Integer Linear Programming with an Interior", *Operations Research*, 17, 600-637 (1969)

Holland, J. H. (1975), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Michigan, University of Michigan Press

Honeywell International inc. (2002) Business.FLEX. <http://www.honeywell.com>, visitado em 15 de maio de 2002.

Iyer, R. R. and Grossmann, I. E., "Synthesis and Operational Planning of Utility Systems for Multiperiod Operation", *Computers Chemical Engineering*, 22, 979-993 (1998)

Ibaraki, T.; Ohashi, T. and Mine, H., "A Heuristic Algorithm for Mixed-Integer Programming Problems", *Mathematical Programming Study*, 2, 115-136 (1974)

Jaramillo, D. I. and Perakis, A. N., "Fleet deployment optimization for liner shipping Part 2. Implementation and results," *Maritime Policy and Management* 18, 235-262 (1991).

Jeroslow, R.G. and Lowe, J.K., "Modelling with Integer Variables", *Mathematical Programming Study*, 22, 167-184 (1984)

Kallrath, J. and Wilson, J. M.(1997), *Business Optimization using Mathematical Programming*, London, Macmillan Business

Kirkpatrick, S.; Gelatt, C. D., Jr.; and Vecchi, M. P., "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, 220, 671-680 (1983)

Klingman, D.; Philips, N.; Steiger, D. and Young, W., "The Successful Deployment of Management Science throughout Citgo Petroleum Corporation", *Interfaces*, 17, 4-25 (1987)

Land, A. H. and Doig, A. G., "An Automatic Method for Solving Discrete Programming Problem", *Econometrica*, 28, 497-520 (1960)

Lane, D. E.; Heaver, T. D. and Uyeno, D., "Planning and Scheduling for Efficiency in Liner Shipping", *Maritime Policy and Management*, 14, 109-125 (1987)

Lawrence, S. A. (1972), *International Sea Transport: The years Ahead*, Lexington Books, Lexington, M.A.

Lee, H.; Pinto, J. M.; Grossmann, I. E. and Park, S., "Mixed-integer Linear Programming Model for Refinery Short-term Scheduling of Crude Oil Unloading with Inventory Management", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 35, 1630-1641 (1996)

Leif H. A., "A Column Generation Algorithm for Ship Scheduling Problem", *Transportation Science*, 3, 53-68 (1969)

Leif H. A., "Integer Programming Methods for a Vessel Scheduling Problem", *Transportation Science*, 5, 64-78 (1971)

Levy, V. D.; Lvov, S. P. and Lovetsky, "Man-machine System for Merchant Fleet Operation Scheduling. *Proc. 7th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Kyoto, 823-836 (1977)

Liberatore, M. J. and Miller, T., "A Hierarchical Production Planning System", *Interfaces*, 15, 1-11 (1985)

Lin, S. and Kernighan, B. W., "An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem", *Operations Research*, 21, 498-516 (1973)

McBride, R. D., "Advances in Solving the Multicommodity-flow Problem", *Interfaces*, 28, 32-41 (1998)

Mehring, J. S., and Gutterman, M. M., "Supply and Distribution Planning Support for Ammoco(U.K.) Limited", *Interfaces*, 20, 95-104 (1990)

Miller, D. M., "An Iterative, Computer-aided Ship Scheduling System", *European Journal of Operational Research*, 32, 363-379 (1987)

Mitra, G., "Investigation of some Branch and Bound Strategies for the Solution of Mixed Integer Linear Programs", *Mathematical programming*, 4, 155-170 (1973)

Murty, K. G. (1976), *Linear and Combinatorial Programming*, New York, John Wiley and sons

Nemhauser, G. L., "The Age of Optimization: Solving Large-scale Real-world Problems", *Operations Research*, 42, 5-13 (1994)

Papadakis, N. A. and Perakis, A. N., "A Nonlinear Approach to the Multiorigin, Multidestination Fleet Deployment Problem", *Naval Research Logistics*, 36, 515-528 (1989)

PETROBRAS (2001), *Planejamento do Abastecimento – PLANAB*, Apresentação interna PETROBRAS

PETROBRAS (2003), *Sistemática de Planejamento*, Documento interno PETROBRAS

Pinto, J. M.; Joly, M.; Moro, L. F. L., "Planning and Scheduling models for refinery operations", *Computers and Chemical Engineering*, 24, 2259-2276 (2000).

PRAXAIR (2000), *Inventory Routing in Practice* in: <http://www.praxair.com>, visitado em 27 de abril de 2002.

Rana, K. and Vickson, R. G., "A Model and Solution Algorithm for Optimal Routing of a Time-chartered Containership", *Transportation Science*, 22, 83-95 (1988)

Ronen, D., "Cargo Ship Routing and Scheduling: Survey of Models and Problems", *European Journal of Operational Research*, 12, 119-126 (1983)

Ronen, D., "Short-term Scheduling of Vessels for Shipping Bulk and Semi-bulk Commodities Originating in a Single Area", *Operations Research*, 34, 164-173 (1986)

Ronen, D., "Shipping Scheduling: The Last Decade", *European Journal of Operational Research*, 71, 325-333 (1993)

Ronen, D., "Dispatching Petroleum Products", *Operations Research*, 43, 379-387 (1995)

Sahni S., "Approximation algorithms for the 0/1 knapsack problem." *Journal of the Association of Computing Machinery*, 22, 115-124 (1975)

Savelsbergh, M. W. P. and Atamtürk, A., "Integer Programming Software Systems", (2003)

Schaffer, J. R. and O'Leary, D. E., "Use of Penalties in a Branch and Bound Procedure for the Fixed charge Transportation Problem", *European Journal of Operational Research*, 43, 305-312 (1989)

Shah, N., "Mathematical Programming Techniques for Crude Oil Scheduling", *Computers Chem. Engng.*, 20 suppl., S1227-1232 (1996)

Sousa, J. P. and Wolsey, L. A. "A time-indexed formulation of non-preemptive single machine scheduling problems", *Mathematical programming*, 54, 353-367 (1992).

Sullivan, T. L. and Gould-Marks, F. "Supply Chain System", European Refining Technology Conference Computing, (1999).

Sysmonds, G. H. (1955). *Linear Programming: The Solution of Refinery Problems*. New York: Esso Standard Oil Company

Van Roy, T. J. and Wolsey L. A., "Solving Mixed Integer Programming Problems using Automatic Reformulation", *Operations Research*, 35, 45-57 (1985)

XPRESS-MP (2003), *Essentials – Introduction to modeling and optimization*, Dash optimization

Xpress-BCL (2003), *Reference Manual*, Dash optimization, release 2.0.

Xpress-Optimizer (2004), *Reference Manual*, Dash optimization, release 14.

Wenkai, L.; Hui, Chi-Wai; Hua B. and Tong, Z., "Scheduling Crude Oil Unloading, Storage and Processing", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 41, 6723-6734 (2003)

Williams, H. P. (1999), *Model Building in Mathematical Programming*, fourth edition, Chichester, John Wiley and sons

Wolsey, L. A., "Facets and Strong Valid Inequalities for Integer Programs", *Operations Research*, 24, 367-372 (1975)

Wolsey, L. A., "Strong Formulations for Mixed Integer Programming: A survey", *Mathematical Programming*, 45, 173-191 (1989)

Wolsey, L. A. (1998), *Integer Programming*, New York, John Wiley and sons

Zabal, J. C., *Distribution des Produits Pétroliers par MÉR*, Université Montreal, (1984)

Zierer, T.K.; Mitchel, W.A. and White, T.R., "Practical Applications of Linear Programming to Shell's Distribution Problems", *Interfaces*, 6, 13-26 (1976)