



COPPE/UFRJ

UMA NOVA ESTRATÉGIA DA DEFINIÇÃO DOS ESTÁGIOS PARA A
PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL DETERMINÍSTICA - APLICAÇÃO AO
PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

Tiago Norbiato dos Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas e Computação, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Sistemas e Computação.

Orientadores: Adilson Elias Xavier

André Luiz Diniz Souto Lima

Rio de Janeiro

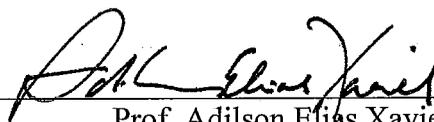
Março de 2009

UMA NOVA ESTRATÉGIA DA DEFINIÇÃO DOS ESTÁGIOS PARA A
PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL DETERMINÍSTICA - APLICAÇÃO AO
PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

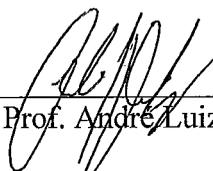
Tiago Norbiato dos Santos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:



Prof. Adilson Elias Xavier, D.Sc.



Prof. André Luiz Diniz Souto Lima, D.Sc.



Prof. Antonio Alberto Fernandes de Oliveira, D.Sc.



Profª. Maria Elvira Piñeiro Maceira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2009

Santos, Tiago Norbiato dos

Uma Nova Estratégia da Definição dos Estágios para a Programação Dinâmica Dual Determinística - Aplicação ao Problema da Programação Diária da Operação/ Tiago Norbiato dos Santos. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

XV, 83 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Adilson Elias Xavier

André Luiz Diniz Souto Lima

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Sistemas e Computação, 2009.

Referencias Bibliográficas: p. 74-80.

1. Planejamento de sistemas hidrotérmicos. 2. Programação Dinâmica Dual Determinística. 3. Programação Linear. I. Xavier, Adilson Elias, *et al*, II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação. III. Título.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UMA NOVA ESTRATÉGIA DA DEFINIÇÃO DOS ESTÁGIOS PARA A
PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL DETERMINÍSTICA - APLICAÇÃO AO
PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

Tiago Norbiato dos Santos

Março/2009

Orientadores: Adilson Elias Xavier
André Luiz Diniz Souto Lima.

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Neste trabalho propõe-se uma nova estratégia de definição dos estágios para a programação dinâmica dual, com o objetivo de reduzir o tempo computacional e o número de iterações para se resolver um problema de otimização multi-período determinístico. A proposta consiste em agregar em um mesmo estágio dois ou mais intervalos de tempo. Com isso, fica explícita dentro de cada estágio da programação dinâmica dual uma parcela dos acoplamentos temporais, os quais são característicos do problema de operação de sistemas hidrotérmicos, para o qual a metodologia foi aplicada. Apresentam-se estudos de caso baseados no sistema elétrico brasileiro, onde se constatou uma redução significativa no tempo computacional com a metodologia proposta. Estudos adicionais de sensibilidade mostraram que o fator ótimo de agregação, que oferece a melhor compensação entre o tempo para resolver cada subproblema de programação linear e o número de subproblemas resolvidos, depende das restrições consideradas em cada caso, tais como: rede elétrica, volumes de espera, restrições de rampa e/ou tempo de viagem da água.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A NEW STRATEGY OF DEFINITION OF STAGE TO DUAL DYNAMIC
PROGRAMMING - APPLIED TO SHORT-TERM HYDROTHERMAL
SCHEDULING PROBLEM

Tiago Norbiato dos Santos

March /2009

Advisors: Adilson Elias Xavier

André Luiz Diniz Souto Lima

Department: System and Computation engineering.

In this work a new strategy to define the stages for the dual dynamic programming approach is proposed, with the objective of reducing both the CPU time and the number of iterations to solve a deterministic multi-period optimization problem. The proposal consists in joining two or more time steps into a single stage of the dual dynamic programming strategy. In this sense, time couplings within several time steps - which are an important characteristic of the short term hydrothermal scheduling problem considered - become explicit in a same linear program. Study cases were presented based on the real Brazilian electrical system, where a significant reduction in the CPU time to solve the problem was verified with the proposed methodology. Additional sensitivity analysis showed that the optimal aggregation factor - which best balances the time to solve each linear programming subproblem and the number of subproblems to be solved - depends on the type of constraints considered in each case, such as: electrical network, flood control constraints, ramp constraints and water delay times.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROELÉTRICA.....	4
2.1. Características do Planejamento da Operação.....	4
2.2. Etapas do Planejamento da Operação do Sistema Interligado Nacional Brasileiro	5
2.3. Revisão Bibliográfica do problema de PDO	7
3. MODELO MATEMÁTICO PARA A PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO	12
3.1. Função Objetivo	13
3.2. Equação de Conservação da Água.....	14
3.2.1. Tempo de viagem da água.....	16
3.3. Atendimento à Demanda dos Subsistemas.....	17
3.4. Função de Produção Hidroelétrica Aproximada (FPHA).....	18
3.5. Restrições Operativas	18
3.6. Restrições da Rede Elétrica	19
3.7. Inviabilidades	20
3.8. Problema completo.....	21
4. DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS/PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL	22
4.1. Decomposição de Benders 2-Estágios determinístico.....	22
4.1.1. Desenvolvimento dos Cortes	23
4.2. Decomposição de Benders Multi-Estágio (PDD) determinístico.....	25
4.3. Aplicação à PDO	27
4.4. Incorporação da Rede Elétrica.....	30
4.5. Tratamento das inviabilidades	31
5. NOVA ESTRATÉGIA DE DEFINIÇÃO DOS ESTÁGIOS PARA A PDD ...	33
5.1. Introdução.....	33
5.2. Metodologia Proposta.....	34
5.2.1. Exemplos de decomposição do problema	34

5.3.	Exemplo comparativo entre as metodologias tradicional e proposta	35
5.3.1.	Metodologia tradicional.....	36
5.3.2.	Metodologia Proposta.....	38
5.3.3.	Múltiplas soluções de mesmo custo	39
5.4.	Aplicação à Programação Diária da Operação	40
5.5.	Considerações adicionais sobre as metodologias tradicional e a proposta.....	42
6.	ESTUDOS DE CASOS.....	44
6.1.	Definições.....	44
6.2.	Análise de Consistência.....	45
6.2.1.	Consistência da Metodologia - Casos com discretização horária.....	46
6.2.2.	Consistência da Metodologia - Casos com discretização em patamares cronológicos.	55
6.3.	Análise de Sensibilidade.....	60
6.3.1.	Rede Elétrica.....	61
6.3.2.	Perdas na rede elétrica	63
6.3.3.	Tempo de Viagem	64
6.3.4.	Restrições de Rampa	66
6.3.5.	Volume de Espera.....	68
7.	CONCLUSÕES.....	71
8.	BIBLIOGRAFIA	74
9.	APÊNDICES.....	81
9.1.	Dados do caso de Setembro/2008.....	81
9.1.1.	Dados das usinas Termoelétricas.....	81
9.1.2.	Dados das usinas Hidroelétricas	81
9.2.	Dimensão dos casos estudados	83

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cadeia de modelos desenvolvida pelo CEPEL para o planejamento da Operação do SIN.....	6
Figura 2 - Definição de período.....	13
Figura 3 - Curva de custo unitário de déficit por profundidade de corte de carga.	14
Figura 4 - Função de custo futuro.....	14
Figura 5 - Desenho esquemático de um desvio de água e de uma usina elevatória.	15
Figura 6 - Esquema de tempo de viagem da água de 1 hora entre duas usinas A e B em cascata.....	16
Figura 7 - Acoplamento temporal provocado pelo tempo de viagem.	17
Figura 8 - Definição tradicional dos estágios na PDD.	28
Figura 9 - Simulação Forward.	28
Figura 10 - Recursão Backward.	29
Figura 11 - Exemplo de processo de convergência da PDD.	30
Figura 12 - Fluxograma para consideração da rede elétrica na resolução de cada subproblema da PDD.....	31
Figura 13 - Exemplo da nova definição dos estágios para a PDD, para um fator de agregação (k) igual a 2.....	34
Figura 14 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia tradicional ($k=1$).	35
Figura 15 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia proposta ($k=2$).....	35
Figura 16 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia proposta ($k=3$).....	35
Figura 17 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia proposta ($k=6$).....	35
Figura 18 - Problema completo e a sua solução ótima.	36
Figura 19 - Problema da Figura 18 decomposto em quatro subproblemas.	36
Figura 20 - Fluxograma para a resolução do problema proposto na Figura 19.....	37
Figura 21 - Problema com a decomposição proposta.....	38
Figura 22 - Fluxograma da metodologia proposta	38
Figura 23 - Exemplo de diferentes soluções com custos equivalentes.....	40
Figura 24 - Divisão dos períodos proposta para a PDO.	41

Figura 25 - Comparação do acoplamento entre os períodos 1 e 2 entre a metodologia tradicional e a proposta.....	42
Figura 26 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Dezembro/2007.....	50
Figura 27 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Fevereiro/2008.....	50
Figura 28 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Abril/2008.....	51
Figura 29 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Setembro/2008.....	51
Figura 30 - Distribuição acumulada dos desvios para geração: Setembro/2008, $k=168$ e $k=21$	53
Figura 31 - Distribuição acumulada dos desvios para o volume armazenado: Setembro/2008, $k=168$ e $k=21$	54
Figura 32 - Distribuição acumulada dos desvios para CMO: Setembro/2008, $k=168$ e $k=21$	54
Figura 33 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Dezembro/2007.....	56
Figura 34 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Fevereiro/2008.....	57
Figura 35 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Abril/2008.....	57
Figura 36 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Setembro/2008.....	58
Figura 37 - Distribuição acumulada dos desvios para geração: Setembro/2008, $k=1$ e $k=30$	59
Figura 38 - Distribuição acumulada dos desvios para volume armazenado: Setembro/2008, $k=1$ e $k=30$	60
Figura 39 - Distribuição acumulada dos desvios para o CMO: Setembro/2008, $k=1$ e $k=30$	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Múltiplas soluções de mesmo custo	39
Tabela 2 - Número de colunas, linhas e elementos não nulos da matriz do PL dos casos bases.....	46
Tabela 3 - Análise de consistência para os casos de Dezembro/2007.....	47
Tabela 4 - Análise de consistência para os casos de Fevereiro/2008.....	47
Tabela 5 - Análise de consistência para os casos de Abril/2008.....	48
Tabela 6 - Análise de consistência para os casos de Setembro/2008.....	48
Tabela 7 - Comparação entre os tempos dos casos horários	49
Tabela 8 - Diferenças nos CMO's.....	52
Tabela 9 - Diferenças nas gerações	52
Tabela 10 - Diferenças nos Volumes finais, de cada período, nos reservatórios	52
Tabela 11 - Resumo dos resultados para os casos baseados nos PMO's de Dezembro/2007, Fevereiro/2008, Abril/2008 e Setembro/2008.....	55
Tabela 12 - Comparação dos menores tempos e os tempos metodologia tradicional	58
Tabela 13 - Porcentagem de valores diferentes para o CMO's.....	59
Tabela 14 - Porcentagem de valores diferentes para a geração.....	59
Tabela 15 - Porcentagem de valores diferentes para os volumes armazenados.....	59
Tabela 16 - Comparação entre os casos base e os casos com a rede elétrica: 30 períodos.....	62
Tabela 17 - Comparação entre os casos base e os casos com a rede elétrica: 168 períodos para os casos Dezembro/2007 e abril/2008.....	63
Tabela 18 - Comparação entre os casos bases e os casos com rede elétrica e perdas. ...	64
Tabela 19 - Comparação entre os casos bases e os casos com tempo de viagem: 30 períodos.....	65
Tabela 20 - Z_{inf} e Z_{sup} dos casos com tempo de viagem da água entre reservatórios.....	65
Tabela 21 - Comparação entre os casos bases e os casos com tempo de viagem: 168 períodos, Fevereiro/2008 e Setembro/2008.....	66
Tabela 22 - Comparação entre os casos bases e os casos com restrições de rampa.....	67

Tabela 23 - Z_{inf} e Z_{sup} dos casos com tempo de viagem da água entre reservatórios.....	67
Tabela 24 - Comparação entre os casos base e os casos com restrições de volume de espera: 30 períodos.	68
Tabela 25 - Comparação entre os casos base e os casos com restrições de volume de espera: 168 períodos, Fevereiro/2008 e Setembro/2008.....	69
Tabela 26 - Comparação entre os casos base e os casos com restrições de volume de espera (80%) para o caso de Dezembro/2007 com 30 períodos.....	69
Tabela 27 - Dados das usinas térmicas do Setembro/2008.	81
Tabela 28 - Dados das usinas hidroelétricas do Setembro/2008.	82

SIGLAS UTILIZADAS

BCH	→	British Columbia Hydro Power Authority;
CMO	→	Custo Marginal de Operação;
CEPEL	→	Centro de Pesquisas em Energia Elétrica;
CMO	→	Custo Marginal da Operação;
FCF	→	Função de Custo Futuro;
FPHA	→	Função de produção hidráulica aproximada;
IT	→	Intervalo de tempo;
N	→	Subsistema Norte;
NE	→	Subsistema Nordeste;
ONS	→	Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro;
PL	→	Programação Linear;
PDD	→	Programação Dinâmica Dual;
PDO	→	Programação Diária da Operação;
PMO	→	Programa Mensal de Operação;
PPO	→	Problema do Planejamento da Operação;
POA	→	Progressive Optimality Algorithm;
PPL	→	Problema de Programação Linear;
S	→	Subsistema Sul;
SE	→	Subsistema Sudeste;
SIN	→	Sistema Interligado Nacional Brasileiro;
TV	→	Tempo de viagem;
VE	→	Volume de espera;

NOTAÇÃO

A	→ Matriz de restrições de um PPL;
b	→ Vetor com limites de um PPL;
B	→ Matriz de admitância nodal;
c	→ Vetor de custo de um PPL;
CT_j	→ Custo linear de geração para a usina termoeletrica j ;
DK^t	→ Demanda do subsistema k no período t ;
$defc_{k,p}^t$	→ Déficit de energia no subsistema k , com profundidade p , no intervalo t ;
e	→ Índice de estágio da PDD;
E	→ Número de estágios da PDD;
gap	→ Tolerância de otimalidade;
f_g	→ Vetor com variáveis de folga;
f_{km}	→ Fluxo de potência entre as barras k e m ;
$\overline{f_{km}}$	→ Limite superior de fluxo para a linha entre as barras k e m ;
$\underline{f_{km}}$	→ Limite inferior de fluxo para a linha entre as barras k e m ;
Z	→ Função objetivo da PPL;
GH_i^t	→ Energia gerada no período t pela usina hidroeletrica i ;
GT_j^t	→ Energia gerada no período t pela usina termoeletrica j ;
i	→ Índice para usinas hidroeletricas;
I	→ Matriz identidade;
$Int_{k,p}^t$	→ Intercâmbio de energia do subsistema k para o subsistema p no período t ;
j	→ Índice para usinas termoeletricas;
JB_i	→ Conjunto de usina elevatória tais que a usina i é jusante;
k	→ Índice para subsistemas;
M_i	→ Conjunto de usinas a montante da usina i ;
Mb_i	→ Conjunto de usinas elevatórias tais que a usina i é montante;
Md_i	→ Conjunto de usinas que desviam água para a usina i ;
NB	→ Número de barras na rede elétrica;
nc	→ Número de cortes da função de custo futuro;
NCD	→ Número de curvas para o custo de déficit;
NE	→ Número de usinas Elevatórias;
NH	→ Número de usinas Hidroeletricas;

NS	→ Número de subsistemas;
NT	→ Número de usinas Termoelétricas;
P	→ Vetor com as injeções líquidas de potência ativa;
Q_i^t	→ Volume turbinado no período t pela usina hidroelétrica i ;
$Qdesv_i^t$	→ Volume desviado pela usina i no período t ;
$Qbomb_j^t$	→ Volume bombeado pela usina elevatória j no período t ;
S_i^t	→ Volume vertido no período t pela usina hidroelétrica i ;
t	→ Índice para intervalos de tempo;
T	→ Número total de períodos;
\bar{u}	→ Vetor com os Limites superiores de variáveis;
\underline{u}	→ Vetor com os Limites inferiores de variáveis;
V_i^t	→ Volume ao final do período t da usina hidroelétrica i ;
x	→ Vetor de variáveis;
Z	→ Custo de um PPL;
Z_{sup}	→ Valor máximo para o custo total da operação;
Z_{inf}	→ Valor mínimo para o custo total da operação;
$\alpha(x)$	→ Custo futuro;
EH	→ Conjunto de usinas hidroelétricas com restrições de volume de espera;
DH	→ Conjunto de usinas hidroelétricas com restrições de defluência máxima e/ou mínima;
π	→ Vetor com as variáveis duais de um PPL;
$\tau_{i,j}$	→ Número de períodos que a água leva entre sair de i e chegar em j ;
\mathcal{G}_k^H	→ Conjunto de usinas hidroelétricas no subsistema k ;
\mathcal{G}_k^T	→ Conjunto de usinas termoelétricas no subsistema k ;
Ω_k	→ Conjunto de subsistemas interligados ao subsistema k ;
$\gamma_{const i}^t$	→ Termo constante na inequação da FPHA da usina hidroelétrica i no período t ;
$\gamma_{Q,i}^t$	→ Coeficiente para o turbinamento inequação da FPHA da usina hidroelétrica i no período t ;
$\gamma_{S,i}^t$	→ Coeficiente para o vertimento da inequação da FPHA da usina hidroelétrica i no período t ;
$\gamma_{V,i}^t$	→ Coeficiente para o volume da inequação da FPHA da usina hidroelétrica i no período t ;

- θ → Vetor com os ângulos das tensões nodais;
- θ_k → Ângulo da barra k ;
- θ_{km} → Diferença angular entre as barras k e m ;
- γ_{km} → Reatância entre as barras k e m ;
- \mathcal{R}^n → Conjunto dos números reais com dimensão n ;

1. INTRODUÇÃO

O problema de planejamento da operação (PPO) de sistemas hidrotermoelétricos consiste em determinar uma política de operação para as usinas hidroelétricas e termoelétricas que minimize o custo total de operação, para um horizonte em geral de 5 a 10 anos. Devido ao fato do problema ser complexo e de grande porte, como no caso brasileiro, pode-se dividi-lo em 3 etapas, denominadas na literatura como: longo prazo, médio prazo e curto prazo.

O trabalho apresentado nesta dissertação está focado na etapa de curto prazo, denominada no Brasil de programação diária da operação (PDO). Este problema consiste em determinar um despacho horário para as usinas ao longo de uma ou duas semanas, com o objetivo de minimizar a soma dos custos de operação ao longo das semanas com o custo futuro, sinalizado pela etapa de médio prazo (denominada no Brasil de curto prazo).

Para se obter o despacho das usinas é necessário considerar, além do atendimento à demanda, do balanço hídrico e da função de produção das usinas hidroelétricas, diversos outros aspectos do sistema, tais como: a rede de transmissão de energia elétrica, limites inferiores e superiores de defluências para as usinas, tempos de viagem da água entre reservatórios, volumes de espera para o controle de cheias, etc. De forma a considerar simultaneamente todos esses aspectos, faz-se necessário o desenvolvimento de ferramentas matemáticas e computacionais robustas, precisas e que forneçam o resultado em tempo hábil.

Em geral, no estudo de PDO, o sistema é ricamente detalhado, o que leva a um grande número de restrições e variáveis para o problema de otimização a ser resolvido. Desta forma, é comum empregar técnicas de decomposição para resolver o problema, o que leva à sua divisão em um determinado número de subproblemas. Esta divisão do problema de PDO será analisada em detalhes neste trabalho, no contexto de utilização da técnica de programação dinâmica dual (PDD) para resolver o problema.

O Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL) desenvolve uma cadeia de modelos utilizada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) para o planejamento do Sistema Interligado Nacional (SIN) brasileiro. Adotando a terminologia vigente no

Brasil, para o médio prazo têm-se o modelo NEWAVE, para o curto prazo o modelo DECOMP e para a PDO o modelo DESSEM, que está sendo validado pelo ONS e empresas do setor elétrico.

Tradicionalmente, se decompõe o problema de PDO em T subproblemas, onde T é o número de intervalos de tempo em que se subdivide o horizonte de estudo. Esta decomposição é a natural, pois se decompõe o problema da mesma forma em que se discretiza o horizonte de estudo. Os modelos NEWAVE e DECOMP, assim como o modelo DESSEM, aplicam a estratégia de PDD para resolver o problema, com essa decomposição de 1 estágio para cada intervalo de tempo. Entretanto, observa-se que o modelo DESSEM pode levar um grande tempo computacional para resolver o problema quando o número de estágios é grande, devido ao fato desse modelo representar restrições que promovem um forte acoplamento temporal como, por exemplo, o tempo de viagem da água.

O objetivo deste trabalho é propor uma forma alternativa de decompor o problema dentro do contexto de utilização da PDD para o modelo DESSEM, com a finalidade de reduzir o tempo computacional para resolver o problema de PDO. A estratégia proposta consiste em incluir em um mesmo subproblema mais de um intervalo de tempo. Com isso há uma redução no número de subproblemas a serem resolvidos, embora o tempo para resolver cada subproblema se torne maior. Num balanço final entre o tempo por subproblema e o número de subproblemas, busca-se o ponto em que o tempo computacional seja o mínimo possível.

Sendo k o número médio de intervalos de tempo englobados em um mesmo subproblema (fator de agregação), faz-se um estudo de sensibilidade de como se comporta o valor ótimo de k na a metodologia proposta de acordo com diversos aspectos que podem ser incluídos no problema, tais como a consideração da rede elétrica, o tempo de viagem da água entre reservatórios, restrições para o controle de cheias e limites de rampa para geração para as usinas hidroelétricas.

Um dos motivos da decomposição tradicional do problema de PDO em subproblemas é a limitação de hardware (computadores) e software (pacotes de otimização). Com as inovações tecnológicas alcançadas na última década, tanto na área de computadores quanto na área de programas de otimização, pode-se resolver problemas de

Programação Linear de maior porte (maior número de colunas, linhas e elementos não nulos da matriz de restrições) em um tempo razoável. Esta é uma dos motivos principais para a aplicação da estratégia proposta neste trabalho.

O modelo DESSEM, desenvolvido pelo CEPEL para a programação diária da operação, será utilizado como ferramenta para os estudos apresentados. O problema resolvido possui as restrições de balanço hídrico e função de produção para cada usina hidroelétrica, atendimento à demanda por subsistema, restrições operativas (defluência máxima/mínima, manutenção de máquinas, controle de cheias,...), limites de fluxo nas linhas de transmissão, entre outras. O horizonte de estudo é de até 1 semana e dois tipos de discretização foram consideradas: uma horária, típica na literatura e uma em intervalos de tempos com duração de várias horas, que é a discretização adotada pelo ONS. O acoplamento com o médio prazo é feito por uma função de custo futuro (FCF).

Os resultados mostram que a metodologia proposta oferece uma significativa redução de tempo computacional. Observou-se que o fator "ótimo" de agregação, para o qual se obtém o menor tempo computacional, depende das restrições consideradas no problema. Em alguns casos, principalmente quando se considera tempo de viagem da água, o menor tempo foi obtido utilizando-se o fator máximo de agregação, ou seja, sem decompor o problema.

Este trabalho foi dividido em três partes principais. Na primeira parte descreve-se de forma superficial o problema planejamento da operação (capítulo 2) e o modelo matemático para o problema de PDO considerado neste trabalho (capítulo 3). Na segunda parte, descreve-se a metodologia de PDD adotada para resolver o problema de PDO, tanto na forma tradicional, apresentada na literatura (capítulo 4), quanto na forma proposta neste trabalho (capítulo 5). Na terceira parte, realizam-se estudos de caso com o intuito de comparar as duas metodologias e realizar uma análise de sensibilidade da metodologia proposta em relação a variações na formulação do problema (capítulo 6). Ao final do trabalho são apresentadas as conclusões e considerações finais (capítulo 7), além de sugestões para trabalhos futuros.

2. PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROELÉTRICA

2.1. Características do Planejamento da Operação

O problema de planejamento da operação (PPO) de sistemas hidrotérmicos consiste, tradicionalmente, em se obter uma política de operação para as usinas hidroelétricas e termoelétricas, a qual minimize a soma dos custos operacionais a curto, médio e longo prazos [1], [2]. Esta política, calculada em geral para um horizonte de estudo de 5 a 10 anos, é obtida a partir de uma configuração do sistema definida pelo planejamento da expansão.

As principais características do PPO são:

Estocasticidade: as afluências às usinas hidroelétricas no futuro não são conhecidas. Utilizam-se, portanto, métodos estocásticos, baseados em séries temporais, para gerarem cenários futuros de afluências às usinas;

Acoplamento Temporal: como a disponibilidade de água para as usinas hidroelétricas depende não só das afluências naturais, mas também do volume armazenado em seus reservatórios, a decisão do despacho de geração hidroelétrica e/ou termoelétrica no presente interfere na disponibilidade de água para as usinas hidroelétricas no futuro;

Acoplamento Espacial: as usinas hidroelétricas são acopladas espacialmente, devido à presença de várias usinas em uma mesma cascata. Assim a disponibilidade de água para a geração em uma usina depende das defluências realizadas pelas usinas à montante.

Por essas características, o PPO é considerado um problema complexo, em particular para sistemas de grande porte como o brasileiro, com mais de 120 usinas hidroelétricas e mais de 70 usinas termoelétricas. Por isso, existe a necessidade de uma formulação matemática e métodos computacionais eficientes, que forneçam um resultado com boa precisão e em tempo hábil.

Uma forma de reduzir a complexidade deste problema é decompô-lo em subproblemas correspondentes ao planejamento a longo, médio e curto prazos, conforme descrito na seção seguinte.

2.2. Etapas do Planejamento da Operação do Sistema Interligado Nacional Brasileiro

No Brasil, o problema de planejamento da operação (PPO) do sistema interligado nacional (SIN) é dividido nas três etapas seguintes, de acordo com a nomenclatura definida pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro (ONS):

- **Médio Prazo**: No estudo de médio prazo têm-se um horizonte de 5 a 10 anos, discretizados mensalmente. O estudo, nesta etapa, tem um enfoque maior para o tratamento das incertezas do problema, com um menor detalhamento do sistema. Por exemplo, as usinas hidroelétricas são representadas por sistemas equivalentes e a transmissão através dos intercâmbios energéticos entre os subsistemas. Por outro lado, as incertezas em relação às afluições naturais às usinas hidroelétricas são modeladas através de um sofisticado modelo de séries temporais auto-regressivo;
- **Curto Prazo**: No curto prazo, têm-se um horizonte de até 1 ano. A discretização é semanal para o primeiro mês, com um único cenário para as afluições, e mensal para o restante do horizonte de estudo, considerando-se uma árvore de cenários para as afluições às usinas hidroelétricas. As usinas hidroelétricas são representadas individualmente e a rede de transmissão é considerada através dos intercâmbios entre os subsistemas;
- **Programação Diária da Operação (PDO)**: Nesta etapa, considera-se um horizonte de no máximo duas semanas, com discretização tipicamente horária. Prioriza-se uma modelagem detalhada do sistema, incluindo-se a representação de detalhada da rede elétrica e de algumas especificidades de geração das usinas como, por exemplo, o tempo de viagem da água entre reservatórios. Por outro lado, o problema é modelado de forma determinística, considerando um único cenário de afluições às usinas hidroelétricas.

Na discretização temporal do problema de PDO, os intervalos de tempo são também denominados de patamares cronológicos¹ ou períodos, os quais podem ter duração de

¹ Os patamares cronológicos recebem este nome, pois, apesar de estarem associados aos patamares de carga, respeitam a uma cronologia. Nos modelos NEWAVE e DECOMP, os patamares de carga aproximam a curva de duração de carga em cada período, e não possuem ordem cronológica entre si.

tempo não uniforme. Cada patamar cronológico varia, em geral, de no mínimo 30 minutos até algumas horas.

Na etapa de PDO, que será o foco deste trabalho, o objetivo é obter uma solução que minimize o custo total da operação, o qual se divide em duas parcelas. A primeira parcela é o custo presente, avaliado ao longo do horizonte de estudo, que é a soma dos custos de geração das usinas termoeletricas e o custo de déficit, que consiste no custo de não atendimento à demanda do sistema. A segunda parcela é o custo futuro, que é sinalizado por meio de uma Função de Custo Futuro (FCF) fornecida pela etapa de curto prazo. Esta FCF relaciona o estado final do sistema (volumes finais nos reservatórios) com o custo estimado de operação do sistema após o horizonte de estudo da PDO, contabilizado a valor presente.

O Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro (ONS) realiza o planejamento do SIN utilizando uma cadeia de modelos desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL). Para o médio prazo, utiliza-se o modelo NEWAVE [3]; para o curto prazo, utiliza-se o modelo DECOMP [4]; e para a PDO está sendo validado, pelo ONS e diversas empresas do setor elétrico, o modelo DESSEM-PAT [5].

A Figura 1 ilustra as etapas no planejamento da operação do SIN:

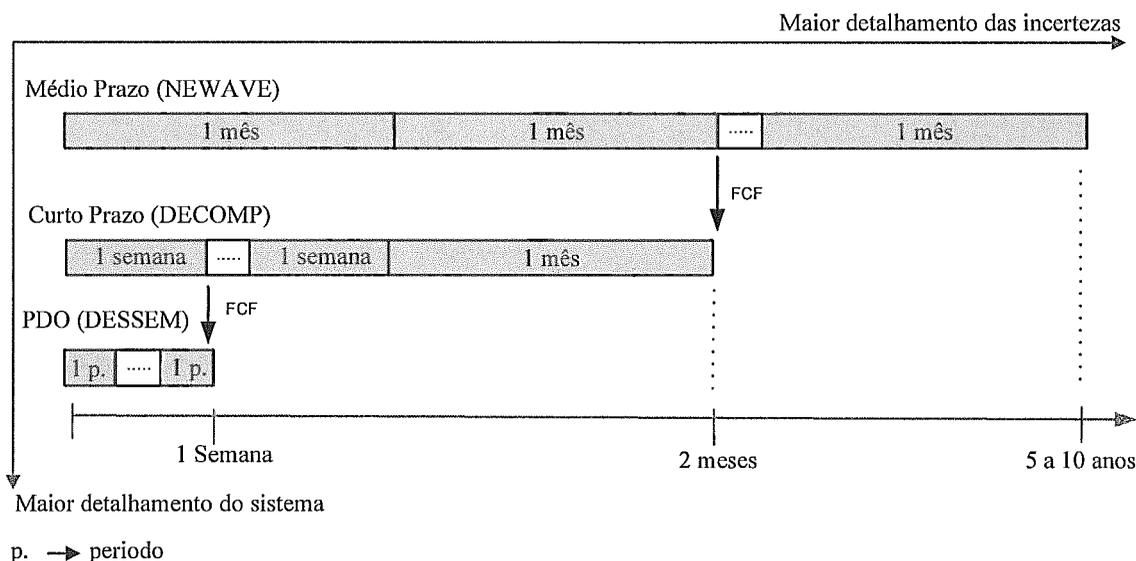


Figura 1 - Cadeia de modelos desenvolvida pelo CEPEL para o planejamento da Operação do SIN.

Mensalmente, o ONS realiza a Programação Mensal da Operação (PMO), executando o modelo NEWAVE a fim de determinar uma política de operação do sistema. Com isso,

define-se uma FCF a ser utilizada pelo modelo DECOMP e obtêm-se uma estimativa da evolução do armazenamento dos reservatórios equivalentes do sistema, e das gerações das usinas termoeletricas nos próximos meses, para diversos cenários hidrológicos. Também são realizados diversos estudos com o objetivo de analisar o suprimento de energia no futuro.

Posteriormente, em cada semana do mês em vigor, executa-se o modelo DECOMP a fim de se obter metas semanais de geração para as usinas, em cada patamar de carga (leve, média e pesada). Simultaneamente, obtêm-se os preços de energia em cada um desses patamares, a partir dos custos marginais de operação (CMO) do sistema obtidos pelo modelo. Atualmente, com base nestas metas semanais, realiza-se a PDO com uma antecedência de dois dias.

Está em validação, desde 2008, o modelo DESSEM-PAT, objeto desta dissertação. No futuro, este modelo deverá servir de ferramenta de auxílio para a elaboração da PDO pelo ONS. Este programa obtém uma programação com um horizonte de até quinze dias, o qual é discretizado em patamares cronológicos cuja duração pode variar de meia hora até algumas horas. A rede de transmissão é considerada de forma detalhada, representando-se cada circuito da rede elétrica e considerando os seus limites de fluxo.

2.3. Revisão Bibliográfica do problema de PDO

O problema de PDO tem sido estudado desde a década de 60, tendo sido utilizados desde então diversos modelos matemáticos e estratégias de solução. Em muitos desses estudos, empregam-se técnicas de decomposição, motivadas pelas limitações das máquinas (hardware), valendo-se do fato que, muitas vezes, é mais eficiente resolver vários subproblemas menores, sucessivas vezes, do que resolver um grande problema de uma única vez.

Neste capítulo, será feita uma breve referência a alguns trabalhos representativos na modelagem e resolução do PPO e mais especificamente do problema de PDO.

Em [6] é apresentado um modelo para resolver o PPO dividido em duas etapas: a longo e a curto prazo. Não linearidades são representadas na Função Objetivo utilizando-se relaxação Lagrangeana. Para o problema de curto prazo, é realizada uma simulação AC

da rede elétrica. Ao final do trabalho, é apresentado um estudo com 2 usinas hidroelétricas e 2 usinas termoelétricas.

Em [7], é utilizado um método direto para resolver o PDO de sistemas hidrotérmicos. Neste trabalho, o Planejamento da Operação foi modelado como um problema de programação não-linear, com a função objetivo não-linear, e restrições lineares e não-lineares. Esta técnica resolve o problema utilizando um método de direções viáveis.

Técnicas de decomposição e de coordenação são utilizadas em [8] para resolver o PPO estocástico. Neste caso, o problema foi decomposto em Subproblemas Térmico, Estocástico e Hidráulico, através da dualização das restrições de atendimento à demanda para cada cenário de aflúncias. Também é feita uma breve interpretação econômica do problema. Discute-se a questão de custo / benefício entre usar a água presente nos reservatórios das usinas hidroelétricas, para gerar energia elétrica, ou manter armazenada a água para o futuro, utilizando as usinas termoelétricas para atender a demanda.

Um algoritmo de otimalidade progressiva (Progressive Optimality Algorithm, POA) foi utilizado em [9] para resolver o problema de programação em um curto prazo, com usinas em cascata e considerando o tempo de viagem da água entre os reservatórios. Neste trabalho a rede elétrica foi representada por um modelo AC.

Em [10] o PPO é dividido em três etapas: estratégia de longo prazo, programação de médio prazo e pré-despacho, tendo como um dos principais objetivos do PPO o estabelecimento de metas semanais para as usinas hidroelétricas e termoelétricas. O problema de pré-despacho tem como objetivo produzir um despacho horário para a geração, que não viole as restrições da rede elétrica, e atenda à meta semanal estabelecida pela Programação à Médio Prazo. O problema é modelado como um problema de programação linear (PL) de grande porte e resolvido por decomposição de Dantzig-Wolfe. Os subproblemas de "re-despacho ótimo horário", são resolvidos pelo método Dual-Simplex. Ao final é apresentado um estudo de caso com a Região Sudeste do Brasil, com 20 geradores e uma rede elétrica representada por 47 barras e 97 linhas de transmissão.

Uma metodologia para coordenar a programação de médio e curto prazo de sistemas hidrotermoelétricos é apresentada em [11], onde os problemas da rede elétrica,

encontrados no curto prazo, são traduzidos em restrições para o médio prazo. Essas restrições, construídas através dos cortes de Benders, constituem-se em um instrumento de coordenação entre o curto e o médio prazo. Com esta técnica de separar o problema de médio e curto prazo em dois subproblemas, que trocam informações através dos Cortes de Benders, permite-se que tais subproblemas possuam técnicas específicas de resolução, resultando em melhor desempenho no tempo computacional e eficiência na otimização global.

Uma vertente da programação dinâmica, denominada de "Programação Dinâmica Multi-Passo", foi utilizada em [12], incluindo-se restrições de rampa para a geração das usinas. A proposta foi de se utilizar apenas soluções viáveis, passo a passo, ao invés de se utilizar todos os estados para a geração das usinas, como na Programação Dinâmica tradicional.

O trabalho [13] propôs um modelo para a programação a curto prazo de sistemas hidrotérmicos decompondo o sistema em duas partes: um subsistema térmico, onde é definido o custo marginal para uma dada produção hidroelétrica, e o subsistema hidráulico, onde é obtida a programação com base nos custos marginais definidos pelo subsistema térmico. A mesma técnica de decomposição foi utilizada em [14], onde também foram empregadas técnicas de otimização baseadas na programação de fluxo em redes, com o intuito de aprimorar a eficiência computacional do modelo.

Em [15], é apresentado um método para análise de re-despacho das usinas em situação de contingência na rede elétrica. Utilizou-se um algoritmo de fluxo em redes linear, um modelo DC para a rede elétrica e aplicaram-se técnicas heurísticas. O problema é dividido em dois estágios. No primeiro estágio é obtida uma solução ótima para a programação em condições normais, enquanto que no segundo estágio são inseridas as possíveis contingências na rede elétrica.

Em [16] o problema de curto prazo foi resolvido por relaxação Lagrangeana das metas semanais de defluências para as usinas. A rede elétrica é representada por um modelo DC. Outra importante característica do modelo é a representação do tempo de viagem da água entre os reservatórios. Propôs-se de fazer uma simulação hidráulica, minimizando os desvios das metas de geração estabelecidas pelo modelo de médio/longo prazo, e em seguida uma otimização do sistema elétrico.

Em [17] foi apresentada a programação dinâmica dual aplicada ao planejamento da operação, tanto para o caso determinístico (para o curto prazo) quanto para o caso estocástico (para o médio e longo prazo).

Em 1994 foi proposto por [18] um modelo de otimização para a geração de curto prazo, com uma representação DC da rede elétrica, utilizando-se Programação Linear (PL) tradicional.

A resolução do problema de programação de curto prazo através de algoritmos de fluxo em redes também foi descrita em detalhes em [19], no qual se utilizou um modelo DC da rede elétrica, um modelo linear para a geração hidroelétrica, restrições de reserva de energia, entre outras.

Em [20], apresenta-se um modelo de programação inteira-mista para as usinas hidroelétricas no planejamento de curto prazo. A vantagem apresentada pelo autor foi de considerar como pontos de quebra, na construção da função de produção hidroelétrica, apenas os pontos de máxima eficiência. O problema é decomposto para cada usina hidroelétrica, sendo considerados os custos de partida das usinas.

A relaxação Lagrangeana foi utilizada em [21] para determinar a coordenação de sistemas hidrotérmicos. Em [22] foi estudado um novo procedimento de atualização dos multiplicadores de Lagrange, que é uma questão importante quando se utiliza relaxação Lagrangeana para resolver o problema. Em [23], uma técnica baseada em algoritmos genéticos (AG) foi utilizada para determinar o despacho horário ótimo para um sistema hidrotérmico.

A “British Columbia Hydro Power Authority” (BCH) desenvolveu um modelo para determinar a geração horária ótima aplicada ao sistema do Canadá, para o qual se utilizou PL e o pacote de resolução CPLEX e AMPL [24].

Em [2] é apresentada uma descrição das principais características dos modelos a serem utilizados para o planejamento e para a operação do sistema energético brasileiro.

Em [25], apresentou-se um modelo baseado em PDD com a consideração da rede elétrica por meio de um modelo DC. O aperfeiçoamento deste modelo deu origem futuramente ao modelo DESSEM-PAT, a partir do qual se realizou o trabalho desta dissertação.

Esta breve revisão está longe de ser exaustiva, e procurou apenas mencionar alguns dos trabalhos e técnicas importantes apresentadas na literatura para os problemas de planejamento da operação e da PDO. Uma revisão mais completa sobre técnicas de resolução e modelagem do problema de planejamento da operação é apresentada em [26].

3. MODELO MATEMÁTICO PARA A PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

O problema de programação diária da operação (PDO) considerado neste trabalho é modelado por restrições lineares. Eventuais não linearidades são representadas, quando possível, por aproximações lineares por partes. Com isto obtêm-se um problema de programação linear (PPL) com m restrições e n variáveis, como definido em (1):

$$\begin{aligned} \min Z &= c^T x & (a) \\ \text{s.a.} & & \\ \underline{b} &\leq Ax \leq \bar{b} & (b) \\ \underline{u} &\leq x \leq \bar{u} & (c) \end{aligned} \tag{1}$$

onde $x \in \mathfrak{R}^n$, $c \in \mathfrak{R}^n$, \bar{b} e $\underline{b} \in \mathfrak{R}^m$, $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$, \bar{u} e $\underline{u} \in \mathfrak{R}^n$, e Z é a função objetivo. O vetor x contém as variáveis do PPL (gerações, volumes, turbinamentos, etc); c é um vetor com os custos unitários para as variáveis (ex.: custo linear de geração térmica, custo de déficit, etc); \bar{b} e \underline{b} são os limites superiores e inferiores das restrições, sendo que, nos casos de restrições de igualdade (como por exemplo, as equações de conservação da água, vide seção 3.2), os dois valores são iguais; A é a matriz com os coeficientes das restrições; \bar{u} e \underline{u} são os limites e/ou capacidades das variáveis (capacidade de geração, capacidade de armazenamento, etc). As restrições e variáveis serão detalhadas posteriormente.

As restrições do problema podem ser divididas em dois tipos: as físicas e as operativas. As restrições físicas são definidas pelas características naturais dos componentes do sistema, tais como o armazenamento máximo dos reservatórios e a capacidade de geração das usinas. As restrições operativas representam requisitos para a operação do sistema, tais como a demanda a ser atendida e as defluências máximas e/ou mínimas para as usinas hidroelétricas.

O horizonte de estudo é dividido em intervalos de tempo, também denominados de períodos. Os períodos podem ter a sua duração variável. Como resultados da PDO obtêm-se os valores das variáveis e restrições (descritas a seguir) para cada período. A Figura 2 ilustra a definição de período.

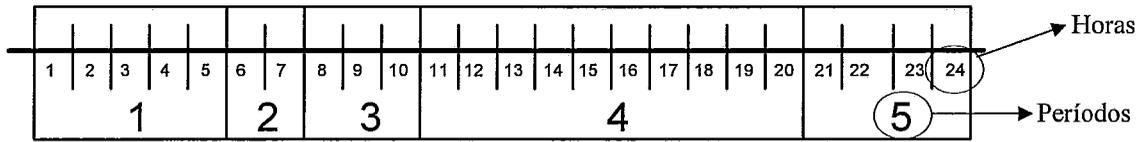


Figura 2 - Definição de período.

Na Figura 2, tem-se um horizonte de um dia (24 horas) dividido em 5 períodos ou intervalos de tempo². Em cada período os valores para os dados e variáveis correspondem aos valores médios ao longo das horas que compõem o período.

3.1. Função Objetivo

Deseja-se minimizar a soma dos custos de geração térmica com os custos de não atendimento à demanda, também denominado de custo de déficit, e o custo futuro. Desta forma a função objetivo é definida pela equação (2):

$$Z = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j=1}^{NT} CT_j GT_j^t + \sum_{k=1}^{NS} \sum_{p=1}^{NCD_k} CD_{k,p}^t Defc_{k,p}^t \right) + \alpha^T (V^T), \quad (2)$$

onde T é o número de intervalos de tempo em que o horizonte de estudo é dividido; NT é o número de usinas térmicas no sistema; NS é o número de Subsistemas no qual se subdivide o sistema; GT_j^t é a geração térmica da usina j , no intervalo t ; CT_j é o custo linear de geração³ para a usina térmica j ;

O custo unitário de déficit de energia varia com a profundidade do corte de carga. Assim, o custo de déficit é modelado como as gerações de várias usinas térmicas fictícias, onde o custo incremental e a capacidade de geração de cada usina correspondem respectivamente, ao custo unitário e à profundidade de cada patamar de déficit. Esta representação é ilustrada na Figura 3. Na equação (2), NCD_k é o número de segmentos de reta que representam a curva de custo de *Déficit* para o subsistema k , $Defc_{k,p}^t$ é o déficit no atendimento à demanda do subsistema k , para o segmento p , no intervalo de tempo t , e $CD_{k,p}^t$ é o seu respectivo custo linear.

² Neste trabalho serão utilizados os dois termos como sinônimos: período e intervalo de tempo (ou simplesmente intervalo).

³ Funções de custo lineares por partes podem ser representadas dividindo-se a geração de cada usina em diversos segmentos.

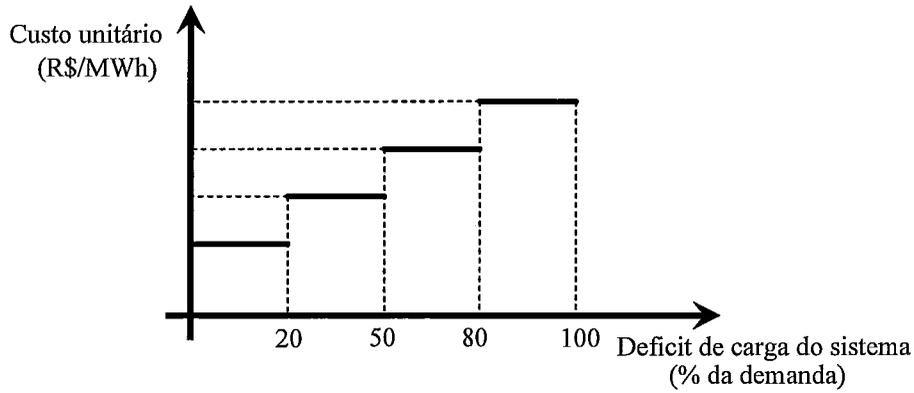


Figura 3 - Curva de custo unitário de déficit por profundidade de corte de carga.

O termo α^T representa o custo futuro, expresso como uma função linear por partes do vetor V^T de volumes armazenados nos reservatórios ao final do intervalo T . A Figura 4 ilustra a função de custo futuro.

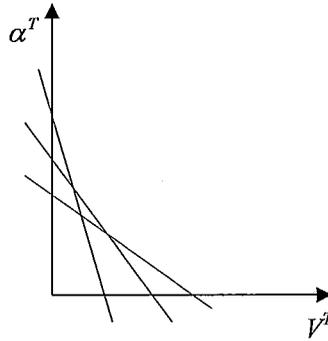


Figura 4 - Função de custo futuro.

3.2. Equação de Conservação da Água

Também chamada de Balanço Hidráulico, é uma restrição física do problema e representa a chegada e saída de água no tempo para as usinas em cascata ao longo dos rios. Esta restrição é representada pela equação (3):

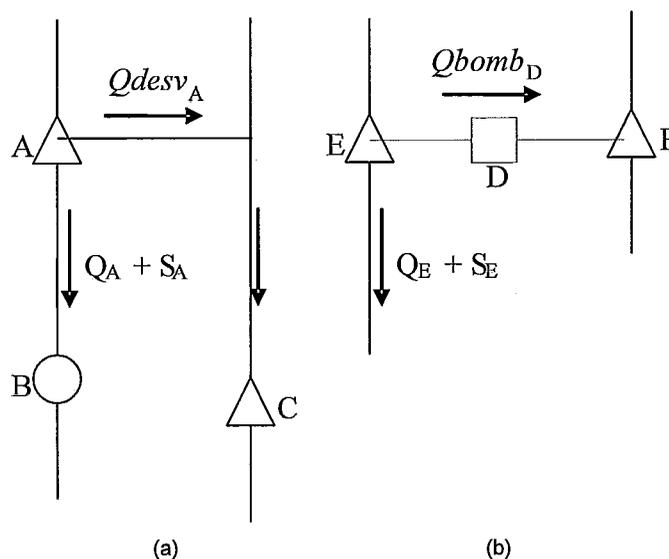
$$V_i^t + Q_i^t + S_i^t + Q_{desv_i} + \sum_{j \in Jb_i} Q_{bomb_j}^t = A_i^t + V_i^{t-1} + \sum_{j \in M_i} (Q_j^{t-\tau_{ij}} + S_j^{t-\tau_{ij}}) + \sum_{j \in Md_i} (Q_{desv_j}^t) + \sum_{j \in Mb_i} (Q_{bomb_j}^t), \quad (3)$$

$$i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T,$$

onde M_i é o conjunto de usinas a montante da usina i ; Md_i é o conjunto de usinas com canal de desvio para a usina i ; Mb_i é o conjunto de usinas elevatórias que bombeiam água para a usina i ; Jb_i é o conjunto de usinas elevatórias que bombeia água da usina i para outra usina; NH é o número de usinas hidroelétricas; V_i^t é o volume armazenado da usina i ao final do intervalo t ; Q_i^t é o turbinamento, S_i^t é o vertimento e $Qdesv_i^t$ é o desvio da usina i no intervalo de tempo t ; $Qbomb_j^t$ é o bombeamento da usina elevatória j no intervalo de tempo t ; O fator τ_{ij} representa o tempo de viagem (TV) da água entre as usinas i e j .

O desvio ($Qdesv$) pode ocorrer quando uma usina possui um canal de desvio artificial para outra usina que não seja a sua usina de jusante (aquela para onde se destinam o turbinamento e o vertimento), como ilustrado na Figura 5a.

As usinas elevatórias bombeiam a água de uma usina que está em uma cota mais baixa para outra usina que está em uma cota mais alta, com o objetivo de se obter um ganho energético com o aproveitamento de alturas de queda mais elevadas.



A, B, C, E, F: Usinas Hidroelétricas
 D: Usina elevatória

Figura 5 - Desenho esquemático de um desvio de água e de uma usina elevatória.

No exemplo da Figura 5a, a usina A deflui ($Q_A + S_A$) para a usina de jusante B, e desvia ($Qdesv_A$) para a usina C. Na Figura 5b a usina elevatória D bombeia água da usina E para a usina F, a qual está em uma cota superior a da usina E.

3.2.1. Tempo de viagem da água

O tempo de viagem da água entre usinas hidroelétricas é o tempo decorrido para que a água turbinada e/ou vertida por uma usina hidroelétrica chegue a sua usina de jusante. A consideração do tempo de viagem da água na PDO implica em um acoplamento forte entre os intervalos de tempo, principalmente para as usinas a fio d'água, pois a operação do intervalo t depende da operação de intervalos de tempo anteriores ao intervalo t . Como as usinas a fio d'água não possuem reservatórios para armazenar água, estas dependem ainda mais da operação das usinas a montante em intervalos anteriores.

Na equação (3), o termo $\tau_{i,j}$ é o número de intervalos de tempo necessários para que a água defluída na usina i chegue à próxima usina de jusante j . A Figura 6 mostra um diagrama esquemático para o tempo de viagem da água. Observa-se que, no período 1, chegam à usina B defluências anteriores ao início do estudo, as quais devem ser fornecidas como dados de entrada para o estudo. Já no período T , a defluência de A não chega à usina B antes do final do estudo.

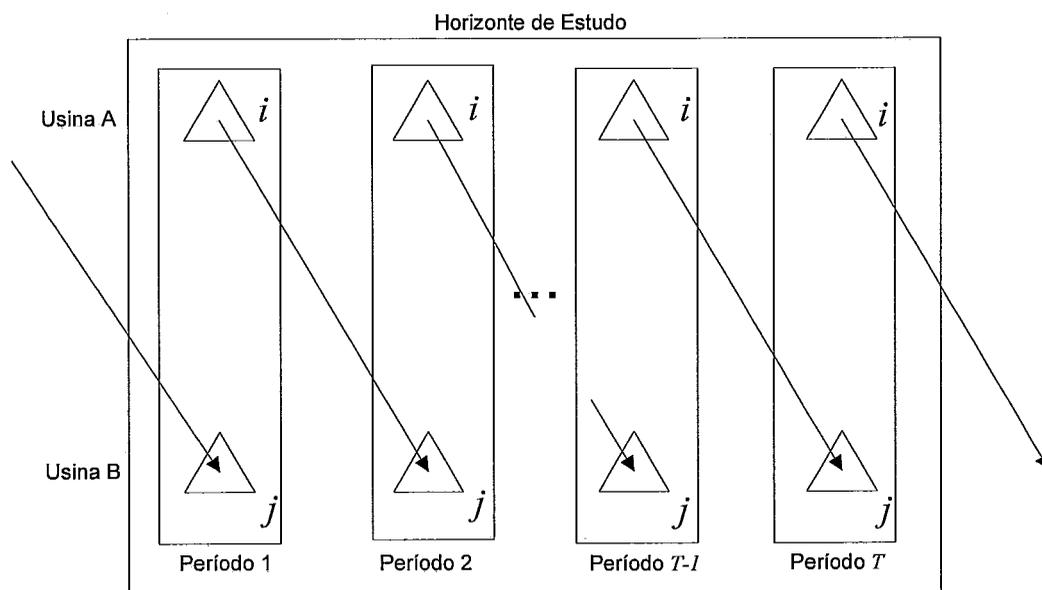


Figura 6 - Esquema de tempo de viagem da água de 1 hora entre duas usinas A e B em cascata.

A Figura 7 ilustra o acoplamento temporal devido ao tempo de viagem. Os números maiores representam os intervalos de tempos (1 a 5), e os menores as horas (1 a 24). A extremidade inicial das setas indica a hora em que ocorrem algumas defluências da usina de montante, e a extremidade final das setas indica a hora em que a usina de

jusante recebe cada defluência. Neste exemplo, o tempo de viagem entre a usina A e a usina B é de 3 horas.

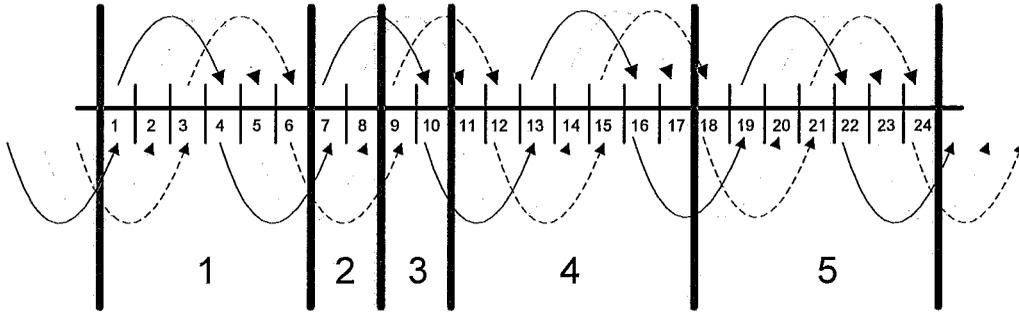


Figura 7 - Acoplamento temporal provocado pelo tempo de viagem.

Considerando que a defluência da usina A em cada intervalo se distribui uniformemente ao longo das horas desse intervalo, parte da água defluída no primeiro intervalo de tempo chega ao mesmo intervalo de tempo (ex. defluência da hora 1), parte chega apenas no segundo intervalo de tempo (ex. defluências da hora 4) e ainda há uma parcela que chega somente no terceiro intervalo de tempo (ex. defluências da hora 6). Ou seja, neste caso a operação do primeiro período impacta a operação do segundo e do terceiro períodos. Este acoplamento temporal dificulta a resolução do problema quando se utiliza a PDD, pois há a necessidade de "troca de informações" entre períodos distantes um do outro (no exemplo, os períodos 1 e 3). Esta dificuldade é mais grave quando o tempo de viagem é maior e a discretização do tempo é menor, pois maior se torna a distância entre o período em que a água é defluída de A e o período em que a água chega em B (esta distância temporal é comumente chamada de "lag"). O efeito deste acoplamento será analisado neste estudo.

3.3. Atendimento à Demanda dos Subsistemas

Nestas restrições, a soma entre as gerações das usinas e um eventual déficit de energia deve ser igual à demanda de cada subsistema, considerando-se os intercâmbios de energia entre os subsistemas:

$$\sum_{i \in \mathcal{G}_k^H} GH_i^t + \sum_{j \in \mathcal{G}_k^T} GT_j^t + \sum_{p=1}^{NCD_k} Defc_{k,p}^t + \sum_{p \in \Omega_k} (Int_{pk}^t - Int_{kp}^t) = D_k^t,$$

$$k = 1, \dots, NS; t = 1, \dots, T, \quad (5)$$

onde GH_i^t é a geração da usina hidroelétrica i no intervalo de tempo t ; \mathcal{G}_k^H e \mathcal{G}_k^T indicam respectivamente o conjunto de usinas hidroelétricas e termoelétricas do subsistema k ; Int_{kp}^t é o intercâmbio de energia do subsistema k para o subsistema p no intervalo de tempo t ; Ω_k é o conjunto de subsistemas que estão conectados ao subsistema k ; e D_k^t é a carga do subsistema⁴ k no intervalo de tempo t .

3.4. Função de Produção Hidroelétrica Aproximada (FPHA)

Comumente chamada apenas de Função de Produção, este conjunto de inequações relacionam a geração de uma usina hidroelétrica com a sua operação hidráulica. Nela, a geração da usina é função da vazão turbinada e vertida⁵ pela usina e do volume armazenado em seu reservatório, através de uma modelagem linear por partes [27], [4]. Nesta modelagem, constroem-se p inequações, similares a inequação (7), para modelar a FPHA de cada usina. Quanto maior for o valor de p , mais detalhada será a FPHA.

$$GH_i^t - \gamma_{V_{i,l}}^t \frac{V_i^t}{2} - \gamma_{Q_{i,l}}^t Q_i^t + \gamma_{S_{i,l}}^t S_i^t \leq \gamma_{const_{i,l}}^t + \gamma_{V_{i,l}}^t \frac{V_i^{t-1}}{2},$$

$$i = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T \text{ e } l = 1, \dots, p_i \quad (7)$$

onde p_i é o número de cortes para a FPHA da usina i , $\gamma_{V_{i,l}}^t$, $\gamma_{Q_{i,l}}^t$, $\gamma_{S_{i,l}}^t$ e $\gamma_{const_{i,l}}^t$ são os coeficientes para o volume armazenado, turbinamento, vertimento e o termo constante da inequação do corte l da usina i no intervalo t .

3.5. Restrições Operativas

Estas restrições são decorrentes do atendimento aos múltiplos usos da água, tais como irrigação, navegação, controle de vazão de calha de rios, controle de nível em reservatórios, etc. As principais restrições são:

- Bombeamento, Desvio, Turbinamento e Vertimento máximos e/ou mínimos para uma usina elevatória e hidroelétrica, que podem variar ao longo do tempo;

$$\underline{Vbomb}_i^t \leq Vbomb_i^t \leq \overline{Vbomb}_i^t, \quad i = 1, \dots, NE, \quad t = 1, \dots, T \quad (8)$$

⁴ Ao se considerar a rede elétrica, a carga do subsistema será a soma das cargas nas barras da rede elétrica pertencentes ao subsistema.

⁵ Somente para as usinas onde o canal de fuga interfere na cota de jusante.

$$\underline{Vdesv}_i^t \leq Vdesv_i^t \leq \overline{Vdesv}_i^t, i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T \quad (9)$$

$$\underline{Q}_i^t \leq Q_i^t \leq \overline{Q}_i^t, i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T. \quad (10)$$

$$\underline{S}_i^t \leq S_i^t \leq \overline{S}_i^t, i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T. \quad (11)$$

onde NE é o número de usinas elevatórias.

- Defluência (turbinamento + vertimento) máxima e/ou mínima para uma usina;

$$\underline{def}_i^t \leq Q_i^t + S_i^t \leq \overline{def}_i^t, i \in D_H, t = 1, \dots, T. \quad (12)$$

onde D_H é o conjunto de usinas hidroelétricas com restrições de defluência máxima e/ou mínima.

- Volume de Espera (VE) em um reservatório, para o controle de cheias. Estas restrições são inseridas apenas no último intervalo de tempo do estudo, e correspondem a um volume máximo para a usina;

$$V_i^T \leq VE_i, i \in E_H. \quad (13)$$

E_H é o conjunto de usinas hidroelétricas com restrições de volume de espera.

3.6. Restrições da Rede Elétrica

Na PDO, a rede elétrica é incorporada ao problema por um modelo linear (modelo DC), pelo qual o fluxo em uma linha que liga duas barras k e m é dado por:

$$f_{km} = \frac{\theta_k - \theta_m}{\gamma_{km}} = \frac{\theta_{km}}{\gamma_{km}} \quad (14)$$

onde f_{km} é o fluxo entre as barras k e m . Quando f_{km} assume um valor negativo o fluxo está no sentido de m para k ; θ_k e θ_m são os ângulos de tensão das barras k e m , respectivamente; θ_{km} é a diferença angular entre as barras k e m ; γ_{km} é a reatância da linha que conecta as barras k e m .

Os ângulos das barras podem ser obtidos através do sistema linear (15), onde P é um vetor com as injeções líquidas de potência ativa em cada barra (*geração - carga*), B é matriz de admitância nodal e θ é um vetor com os ângulos das tensões nodais [28]:

$$P=B\theta. \quad (15)$$

A matriz B é definida a partir da topologia e características das linhas da rede elétrica. As restrições inseridas no problema são:

$$\underline{f}_{km} \leq f_{km} \leq \overline{f}_{km}. \quad (16)$$

O limite inferior representa o limite no sentido contrário ao convencional ($\underline{f}_{km} = -\overline{f}_{km}$), ou seja, da barra m para a barra k . Calculando θ em função de P em (15) e substituindo em (14); os fluxos se tornam uma função linear das gerações das usinas hidroelétricas e termoelétricas. Assim os fluxos nas linhas podem ser escritos como em (17):

$$f_{km} = \sum_{i=1}^{NB} k_i^{km} (g_i - d_i) \quad (17)$$

onde NB é o número de barras no sistema; g_i é a geração na barra i , e d_i é a demanda na barra i , e k_i^{km} é o coeficiente que relaciona a geração e a demanda da barra i com o fluxo na linha km .

Maiores detalhes desta modelagem são descritos em [25], [5].

3.7. Inviabilidades

Devido a possíveis inconsistências nos dados fornecidos para a PDO, o PPL montado com estes dados pode ser inviável. Para contornar este inconveniente, podem-se incluir variáveis de folga no PPL. Desta forma, cada PPL resolvido sempre terá uma solução viável. Maiores detalhes sobre o uso de variáveis de folga serão apresentadas na seção 4.5.

3.8. Problema completo

A formulação completa do problema de PDO considerado neste trabalho está apresentada a seguir:

$$\min f = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j=1}^{NT} CG_j GT'_j + \sum_{k=1}^{NS} \sum_{p=1}^{NCD_k} CD_{k,p} Def'_{k,p} \right) + \alpha(V^T)$$

s.a

$$V'_i + Q'_i + S'_i + Qdesv'_i + \sum_{p \in Db_i} (Qbomb'_p) =$$

$$A'_i + V_i^{t-1} + \sum_{p \in M_i} (Q'_p + S'_p) + \sum_{p \in Md_i} (Qdesv'_p) + \sum_{p \in Mb_i} (Qbomb'_p)$$

$$i = 1, \dots, NH; \quad t = 1, \dots, T$$

$$GH'_i - \gamma'_{V,i,l} \frac{V'_i}{2} - \gamma'_{Q,i,l} Q'_i + \gamma'_{S,i,l} S'_i \leq \gamma_{const,i,l} + \gamma'_{V,i,l} \frac{V_i^{t-1}}{2},$$

$$l = 1, \dots, p; \quad i = 1, \dots, NH; \quad t = 1, \dots, T;$$

$$\sum_{i \in S'_k} GH'_i + \sum_{j \in S'_k} GT'_j + \sum_{p=1}^{NCD_k} CD'_{k,p} def'_{k,p} + \sum_{p \in \Omega_k} (Int'_{pk} - Int'_{kp}) = D'_k,$$

$$k = 1, \dots, NS; \quad t = 1, \dots, T$$

$$\underline{f}_{km} \leq f_{km} \leq \overline{f}_{km},$$

$$\underline{V}_i \leq V_i \leq \overline{V}_i, \quad i = 1, NH$$

$$\underline{GH}_i \leq GH_i, \quad i = 1, NH$$

$$\underline{GT}_j \leq GT_j, \quad j = 1, NT$$

$$\underline{def}_i \leq Q'_i + S'_i \leq \overline{def}_i, \quad i \in DH$$

$$\underline{V}_i^T \leq VE_i, \quad i \in EH$$

(18)

4. DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS/PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL

A estratégia de solução adotada para resolver o problema da programação diária da operação (PDO) é a Decomposição de Benders Multi-Estágio, que foi batizada na literatura de programação dinâmica dual (PDD), nomenclatura pela qual será referenciada neste trabalho. Neste capítulo, descreve-se sucintamente esta metodologia. No capítulo 5, apresenta-se o aprimoramento proposto neste trabalho para esta estratégia. Maiores detalhes desta metodologia podem ser vistos em [17] e [29].

Este capítulo é dividido em duas partes. Na primeira apresenta-se a decomposição de Benders e a Programação Dinâmica Dual (PDD) de forma geral e na segunda parte descreve-se sua aplicação à PDO.

4.1. Decomposição de Benders 2-Estágios determinístico

Seja um PPL definido como mostrado a seguir:

Problema 1

$$\begin{aligned}
 \min f(x_1, x_2) &= c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\
 \text{s.a.} \\
 A_1 x_1 &\geq b_1 & (a) \\
 D_2 x_1 + A_2 x_2 &\geq b_2 & (b) \\
 x_1 &\geq 0 \\
 x_2 &\geq 0
 \end{aligned} \tag{19}$$

Este problema pode ser decomposto nos subproblemas 1.1 e 1.2 mostrados em (20), os quais, apesar de serem resolvidos separadamente, se comunicam entre si pelo acoplamento entre as variáveis x_1 e x_2 na inequação (b) do problema 1:

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{l}
 \textit{Subproblema 1.1} \\
 \min f_1(x_1) = c_1^T x_1 \\
 \text{s.a.} \\
 A_1 x_1 \geq b_1 \\
 x_1 \geq 0
 \end{array}
 &
 \begin{array}{c}
 \xleftrightarrow{\hat{x}_1} \\
 \xleftrightarrow{\text{Cortes}}
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 \textit{Subproblema 1.2} \\
 \min f_2(x_2) = c_2^T x_2 \\
 \text{s.a.} \\
 A_2 x_2 \geq b_2 - D_2 \hat{x}_1 \\
 x_2 \geq 0
 \end{array}
 \end{array} \tag{20}$$

onde \hat{x}_1 é a solução obtida para o subproblema 1.1

4.1.1. Desenvolvimento dos Cortes

No subproblema 1.2, a variável \hat{x}_1 não é uma variável de decisão e sim de estado, ou seja, seu valor foi definido ao se resolver o subproblema 1.1. Por isso a variável foi escrita no lado direito da restrição.

Ao se resolver o subproblema 1.1, não se tem ainda informações sobre o subproblema 1.2. Assim, pode-se encontrar uma solução para x_1 que não seja a melhor, ou seja, que não minimiza a função $f(x_1, x_2)$, para um determinado valor de x_2 . Para contornar este inconveniente, utiliza-se a teoria da dualidade ([30], [31], [32]).

Denominando de "Problema Primal" o problema original e "Problema Dual" o seu problema dual equivalente, tem-se para o subproblema 1.2:

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Primal do Subproblema 1.2} & \textit{Dual do Subproblema 1.2} \\
 \min f_2(x_2) = c_2^T x_2 & \max f_2^d(\pi_2^T) = \pi_2^T (b_2 - D_2 \hat{x}_1) \\
 \textit{s.a.} & \textit{s.a.} \\
 A_2 x_2 \geq b_2 - D_2 \hat{x}_1 & \pi_2^T A_2 \leq c_2 \\
 x_2 \geq 0 & \pi_2^T \geq 0
 \end{array} \quad , \quad (21)$$

onde π_2^T é o vetor de variáveis duais associadas às restrições do subproblema 1.2.

Definindo:

$$\begin{cases}
 u_i = \pi_2^{iT} (a_2^i x_2 - b_2^i + D_2^i \hat{x}_1) \\
 v_i = (c_2^i - \pi_2^T a_2^i) x_2^i,
 \end{cases}$$

têm-se que $u_i \geq 0$ e $v_i \geq 0$, para cada i . Os sub-índices i indicam ora as componentes de cada vetor ora as linhas da matriz, conforme o caso.

A soma de todas as componentes de u_i e v_i será:

$$\begin{cases}
 \sum u_i = \pi_2^T (A_2 x_2 - b_2 + D_2 \hat{x}_1) \geq 0 \\
 \sum v_i = (c_2 - \pi_2^T A_2) x_2 \geq 0
 \end{cases}$$

e desta forma:

$$0 \leq \sum u_i + \sum v_i = \pi_2^T A_2 x_2 - \pi_2^T b_2 + \pi_2^T D_2 \hat{x}_1 + c_2 x_2 - \pi_2^T A_2 x_2,$$

concluindo-se que então:

$$c_2 x_2 \geq \pi_2^T (b_2 - D_2 \hat{x}_1)$$

Definindo $\alpha(x_1)$ como o custo futuro do subproblema 1.1 (ou seja, o custo do subproblema 1.2) para um dado valor x_1 , obtêm-se:

$$\alpha(x_1) \geq \pi_2^T (b_2 - D_2 \hat{x}_1) \quad \Rightarrow \quad \alpha(x_1) \geq \pi_2^T b_2 - \pi_2^T D_2 \hat{x}_1 .$$

Esta relação será válida para todo par (x_1, π_2^T) .

Seja $\hat{\pi}_2^T$ obtido a partir de \hat{x}_1 , teremos:

$$\alpha(x_1) + \hat{\pi}_2^T D_2 x_1 \geq \hat{\pi}_2^T b_2 \quad (22)$$

Se realizarmos um processo iterativo para obter diversos valores de \hat{x}_1 e seus respectivos valores de $\hat{\pi}_2^T$ teremos:

$$\alpha(x_1) + \pi_2^{jT} D_2 x_1 \geq \pi_2^{jT} b_2, \quad j = 1, nc \quad (23)$$

onde nc é o número de vezes em que se obteve \hat{x}_1 e $\hat{\pi}_2^T$ as inequações (23) são os chamados cortes de Benders, os quais devem ser inseridos no subproblema 1.1 para representar a função de custo futuro desse subproblema (que corresponde ao custo do subproblema 1.2 como função de x_1).

O problema 1 pode ser reescrito então como uma composição dos subproblemas (1.1) e (1.2), da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll}
 \textbf{Sub Problema 1.1} & \textbf{Sub Problema 1.2} \\
 \min f_1'(x_1, \alpha) = c_1^T x_1 + \alpha(x_1) & \min f_2(x_2) = c_2^T x_2 \\
 \text{s.a.} & \Rightarrow \text{s.a.} \\
 A_1 x_1 \geq b_1 & A_2 x_2 \geq b_2 - D_2 \hat{x}_1 \rightarrow (\pi_2) \\
 \alpha(x_1) + \pi_2^{jT} D_2 x_1 \geq \pi_2^{jT} b_2, \quad j = 1, nc & x_2 \geq 0 \\
 x_1 \geq 0 &
 \end{array} \quad (24)$$

Os subproblemas são comumente chamados de estágios. Assim o subproblema 1.1 corresponde ao estágio 1 e o subproblema 1.2 ao estágio 2.

4.2. Decomposição de Benders Multi-Estágio (PDD) determinístico

De forma similar à desenvolvida na seção anterior, pode-se generalizar a decomposição de Benders 2-estágios para E -estágios. Para decompor um problema em mais de dois estágios, o problema deve ter a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 & \textbf{Problema 2} & (25) \\
 \min & f(x_1, x_2, \dots, x_E) = c_1^T x_1 + c_2^T x_2 + \dots + c_E^T x_E \\
 \text{s.a.} & \\
 & A_1 x_1 & & & = b_1 \\
 & D_{2,1} x_1 & A_2 x_2 & & = b_2 \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & D_{E,E-1} x_{E-1} & A_E x_E = b_E \\
 & x_1, & x_2, & \dots & x_E \geq 0
 \end{aligned}$$

A decomposição tradicional em E subproblemas está mostrada em (26):

$$\begin{array}{lll}
 \textbf{SubProblema 2.1} & & \textbf{SubProblema 2.e} & & \textbf{SubProblema 2.E} \\
 \min f_1(x_1) = c_1^T x_1 & \dots & \min f_e(x_e) = c_e^T x_e & \dots & \min f_E(x_E) = c_E^T x_E & (26) \\
 \text{s.a.} & & \text{s.a.} & & \text{s.a.} \\
 A_1 x_1 \geq b_1 & & A_e x_e \geq b_e - \sum_{i=1}^{e-1} D_{e,i} \hat{x}_i & & A_E x_E \geq b_E - \sum_{i=1}^{E-1} D_{E,i} \hat{x}_i \\
 x_1 \geq 0 & & x_e \geq 0 & & x_E \geq 0
 \end{array}$$

Na Decomposição Multi-estágios o problema é dividido em E estágios (ou subproblemas), sendo assim uma generalização da decomposição 2-estágios. Maiores detalhes da decomposição Multi-estágio, podem ser encontradas em [30].

Generalizando os cortes descritos na seção, os subproblemas a serem montados são:

Sub Problema 2.1

$$\min f_1^*(x_1, \alpha) = c_1^T \cdot x_1 + \alpha(x_1)$$

s.a.

$$A_1 x_1 \geq b_1$$

...

$$\alpha(x_1) + \sum_{i=2}^E \pi_i^j D_{i,1} \cdot x_1 \geq \sum_{i=2}^E \pi_i^{jT} b_i, \quad j=1, nc$$

$$x_1 \geq 0$$

Sub Problema 2.e

$$\min f_e^*(x_e, \alpha_e) = c_e^T \cdot x_e + \alpha_e(x_e)$$

s.a.

$$A_e x_e \geq b_e \quad \Rightarrow \quad \pi_e$$

$$\alpha_e(x_e) + \sum_{i=e+1}^E \pi_i^j D_{i,e} \cdot x_e \geq \sum_{i=e+1}^E \pi_i^{jT} b_i, \quad j=1, nc$$

$$x_s \geq 0$$

O último subproblema, sem cortes de Benders será:

Sub Problema 2.E

$$\min f_E^*(x_E) = c_E^T \cdot x_E$$

s.a.

$$A_E x_E \geq b_E - \sum_{i=1}^{E-1} D_{E,i} x_i \quad \Rightarrow \quad \pi_E$$

$$x_E \geq 0$$

Quando aplicado a um problema multi-estágio, a decomposição de Benders tem sido denominada na literatura de programação dinâmica dual ([17]).

4.3. Aplicação à PDO

A formulação completa do problema de PDO, considerado neste trabalho, é reescrito em (28).

$$\min f = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j=1}^{NT} CG_j GT_j^t + \sum_{k=1}^{NS} \sum_{p=1}^{NCD_k} CD_{k,p} Def_{k,p}^t \right) + \alpha (V^T)$$

s.a

$$\begin{aligned} V_i^t + Q_i^t + S_i^t + Qdesv_i^t + \sum_{p \in Jb_i} (Qbomb_p^t) &= \\ A_i^t + V_i^{t-1} + \sum_{p \in M_i} (Q_p^t + S_p^t) + \sum_{p \in Md_i} (Qdesv_p^t) + \sum_{p \in Mb_i} (Qbomb_p^t) & \\ i = 1, \dots, NH; \quad t = 1, \dots, T & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GH_i^t - \gamma_{V,i,l}^t \frac{V_i^t}{2} - \gamma_{Q,i,l}^t Q_i^t + \gamma_{S,i,l}^t S_i^t &\leq \gamma_{const,i,l}^t + \gamma_{V,i,l}^t \frac{V_i^{t-1}}{2}, \\ l = 1, \dots, p_i; \quad i = 1, \dots, NH; \quad t = 1, \dots, T; & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i \in \mathcal{G}_k^t} GH_i^t + \sum_{j \in \mathcal{G}_k^t} GT_j^t + \sum_{p=1}^{NCD_k} CD_{k,p}^t def_{k,p}^t + \sum_{p \in \Omega_k} (Int_{pk}^t - Int_{kp}^t) &= D_k^t, \\ k = 1, \dots, NS; \quad t = 1, \dots, T & \end{aligned}$$

$$\underline{f}_{km} \leq f_{km} \leq \overline{f}_{km},$$

$$\begin{aligned} \underline{V}_i &\leq V_i \leq \overline{V}_i, & i = 1, NH \\ \underline{GH}_i &\leq GH_i \leq \overline{GH}_i, & i = 1, NH \\ \underline{GT}_j &\leq GT_j \leq \overline{GT}_j, & j = 1, NT \\ \underline{def}_i &\leq Q_i^t + S_i^t \leq \overline{def}_i, & i \in DH \\ \underline{V}_i^T &\leq VE_i, & i \in EH \end{aligned} \tag{28}$$

Para resolver o problema diretamente como um único PPL, exige-se um grande esforço computacional, que é caracterizado por um longo tempo de execução. Para amenizar este inconveniente, utiliza-se a PDD. Assim, troca-se a resolução de um único PPL, de grande dimensão e de forma direta, por um processo iterativo de resolução de diversos PPL's de menor porte.

Em [17] a PDD foi aplicada ao problema de planejamento da operação em curto prazo (determinístico) e em médio/longo prazo (estocástico). Neste trabalho, aplica-se a PDD ao problema de PDO (problema determinístico), como em [33].

No problema de PDO, o horizonte de estudo é dividido em T intervalos de tempo, o que induz a decompor também o PPL da equação (28) com a mesma divisão. Desta forma, o PPL é tradicionalmente dividido em T estágios ($T = E$) [25], cada estágio contendo exatamente um intervalo de tempo, ou seja, apenas as variáveis e restrições para um determinado valor de t (onde $t = 1, \dots, T$). A Figura 8 ilustra esta decomposição. Os quadrados são os subproblemas modelados como em (26).

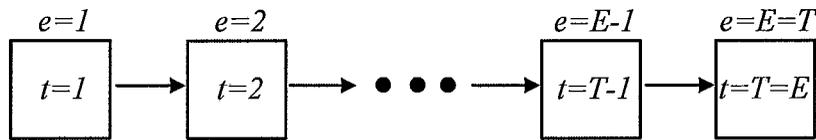


Figura 8 - Definição tradicional dos estágios na PDD.

Cada iteração do processo de PDD pode ser dividida em duas partes, denominadas de **Forward** e **Backward**, as quais estão descritas a seguir.

Simulação Forward: Nesta etapa todos os estágios são resolvidos em seqüência desde o estágio 1 até o estágio E . As variáveis de estado para o estágio e são obtidas a partir das soluções (x^1, x^2, \dots, x^{e-1}) dos subproblemas dos estágios anteriores. No último estágio faz-se o acoplamento com a FCF proveniente do modelo de planejamento de curto prazo, que nos estudos realizados foi o modelo DECOMP. A Figura 9 ilustra a simulação Forward.

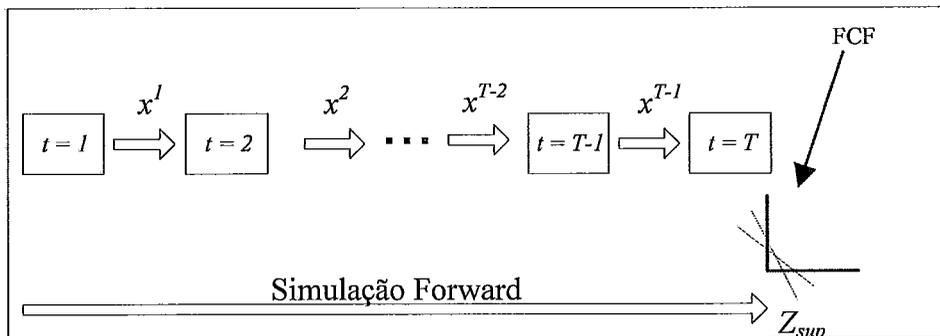


Figura 9 - Simulação Forward.

Recursão Backward: Nesta etapa os estágios são resolvidos em seqüência, desde o estágio $E-1$ até o estágio 1. A partir da solução primal e dual de cada estágio e ,

constrói-se um corte de Benders para o estágio imediatamente anterior ($e-1$). Com a adição deste corte, obtêm-se uma nova aproximação da FCF para o estágio $e-1$. A Figura 10 ilustra a recursão Backward

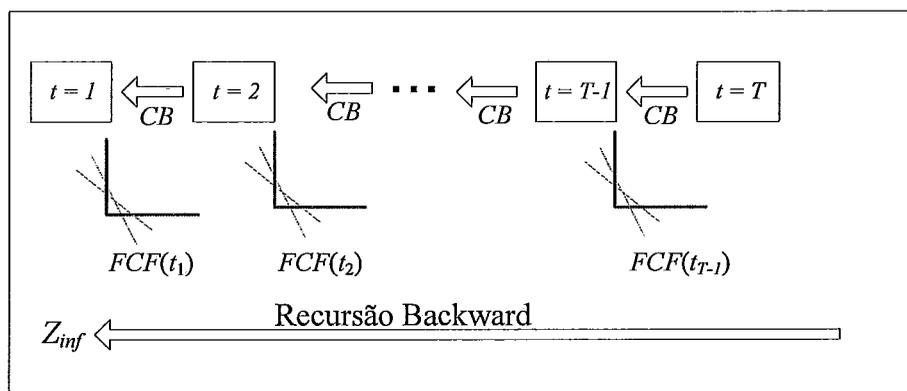


Figura 10 - Recursão Backward.

Estas duas etapas são executadas de forma iterativa até que a convergência seja alcançada. O teste de parada é feito comparando-se o limite superior e inferior do custo total ótimo da operação. O limite superior (Z_{sup}) é calculado ao final de cada simulação Forward e o limite inferior (Z_{inf}) é obtido ao final de cada recursão Backward. O valor de Z_{sup} é calculado somando os custos de cada estágio com o custo futuro do estágio E , dado pela FCF fornecida pelo modelo de curto prazo. O valor de Z_{inf} é dado pelo custo do primeiro estágio (soma do custo de operação do estágio 1 com o custo futuro no estágio 1).

Define-se *gap* como a diferença entre os valores de Z_{sup} e Z_{inf} , em % do valor de Z_{sup} . No decorrer do processo iterativo, o valor de *gap* se reduz até que seja menor do que uma dada tolerância, quando o processo é finalizado. A Figura 11 ilustra o processo de convergência da PDD

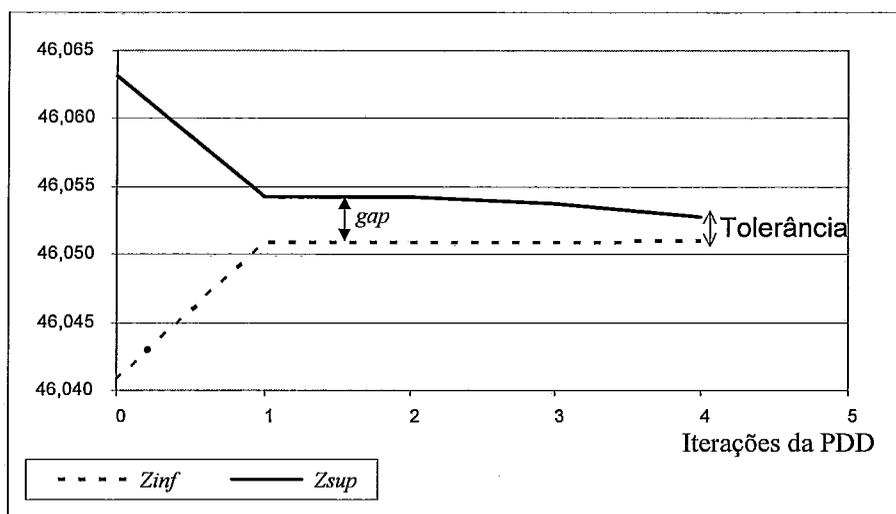


Figura 11 - Exemplo de processo de convergência da PDD.

Como o processo iterativo inicia-se com uma simulação Forward e termina com uma recursão Backward, faz-se necessário uma última simulação Forward denominada de simulação final.

4.4. Incorporação da Rede Elétrica

No problema de PDO, a rede elétrica é representada de forma detalhada. A troca de energia entre subsistemas, representada no médio e curto prazo através dos intercâmbios entre os subsistemas, no problema de PDO é realizada implicitamente pela modelagem da rede elétrica. A carga de cada subsistema é a soma das cargas das barras da rede elétrica que pertencem ao subsistema. Os fluxos nas linhas devem atender aos seus limites físicos e de segurança.

Devido ao grande número de linhas da rede elétrica e pelo fato de que, em geral, um percentual muito pequeno dos seus fluxos violam seus limites, a consideração da rede elétrica é feita através de um sub-processo iterativo para a resolução do subproblema de cada estágio, em cada iteração da PDD. Os fluxos nas linhas são obtidos a partir de um modelo linear da rede elétrica (ou modelo DC). Para cada linha onde se identifica que o fluxo é maior do que o seu limite máximo insere-se no PPL uma restrição que relaciona o fluxo na linha com a geração das usinas, conforme a equação (17). Desta forma, ao final do processo, a solução obtida para os subproblemas da PDD atende aos limites da rede elétrica (desde que o subproblema seja viável). Detalhes deste processo podem ser vistos em [25], [28], [34].

A Figura 12 ilustra o processo para o tratamento da rede elétrica em um determinado estágio e iteração da PDD. Ressalta-se que este procedimento garante a otimalidade da solução final obtida para o estágio e iterações correntes, com relação às restrições de limites de fluxos nas linhas da rede elétrica. Como o próximo estágio da PDD só é resolvido depois de terminado esse processo iterativo para o estágio anterior, garante-se também a otimalidade da solução final obtida para o problema multi-estágio, dentro da tolerância especificada para o *gap* da PDD.

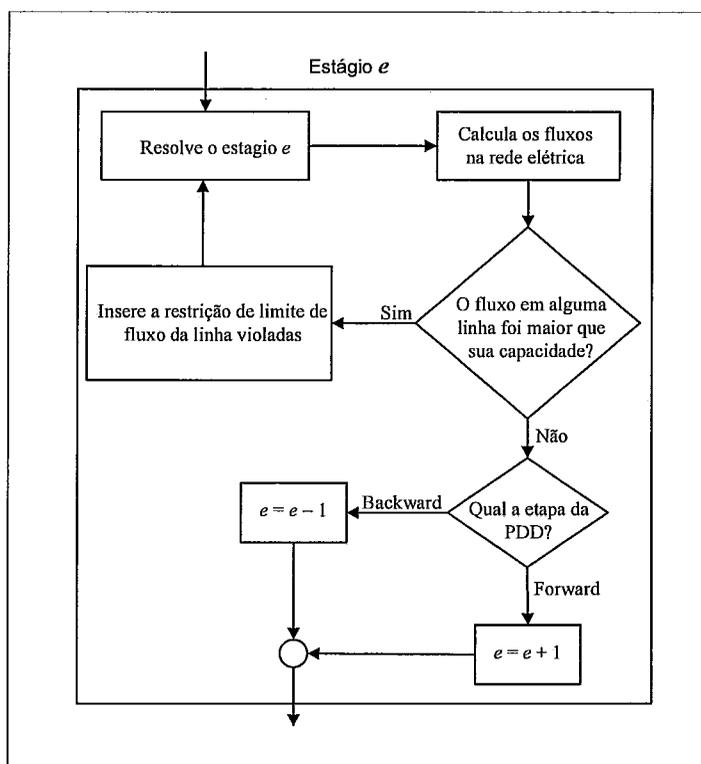


Figura 12 - Fluxograma para consideração da rede elétrica na resolução de cada subproblema da PDD.

4.5. Tratamento das inviabilidades

No processo iterativo da PDD, podem ocorrer eventuais inviabilidades em alguns subproblemas. Estas inviabilidades devem ser tratadas convenientemente, já que não indicam, *a priori*, que o problema como um todo seja inviável, pois podem ter sido provocadas por decisões “equivocadas” em estágios anteriores. Estas decisões ainda podem ser “corrigidas” em iterações futuras da PDD por meio da FCF a ser construída para estes estágios. Quando ocorre uma inviabilidade em uma restrição, a variável dual associada a esta restrição sinaliza um alto custo para esta operação, através da FCF.

Um método para tratar essas inviabilidades temporárias é a inclusão de variáveis de folga em cada restrição. Essas variáveis de folga possuem um elevado custo, ou seja, seu valor na função objetivo do PPL é bem maior do que todos os outros custos reais do problema. Assim, essas variáveis apenas estarão ativas (com valor diferente de zero) em um determinado subproblema quando não for possível obter uma solução viável sem essas violações.

A equação (29) ilustra a aplicação de variáveis de folga em um PPL, onde x é o vetor com as de variáveis do problema, e f_g é o vetor com as variáveis de folga. Com o intuito de tornar os subproblemas de PDO sempre viáveis, inserem-se variáveis de folga em todas as restrições do problema. Ao final do processo iterativo da PDD, verifica-se se alguma restrição não foi atendida. A existência de variáveis de folga com valores diferentes de zero indica que o problema como um todo é inviável, ou seja, os dados de entrada e as restrições impostas ao problema devem ser revistos.

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x + p^T f_g \\ & Ax - If_g \leq b \\ & x, f_g \geq 0 \end{aligned} \tag{29}$$

Um estudo sobre o tratamento de inviabilidades no problema de PDD é apresentado em [35].

5. NOVA ESTRATÉGIA DE DEFINIÇÃO DOS ESTÁGIOS PARA A PDD

5.1. Introdução

Neste capítulo apresenta-se a nova proposta de definição dos estágios da PDD, objetivo deste trabalho. Esta proposta foi motivada por estudos em que o acoplamento temporal é muito forte. Nestes casos, pode ser necessário um excessivo número de iterações, até que as informações associadas ao acoplamento temporal sejam transmitidas ao longo do horizonte de estudo. Além disso, a solução de um subproblema pode impactar os subproblemas subseqüentes não somente em relação aos custos, mas também em relação à viabilidade dos subproblemas. Como as inviabilidades são tratadas por meio de variáveis de folga, algumas variáveis duais do problema, utilizadas para a construção dos cortes de Benders, podem assumir valores altos e tornar algum subproblema mal condicionado, criando assim dificuldades no processo iterativo, como discutido em [35].

A seguir, citam-se alguns exemplos de restrições que promovem um acoplamento temporal, e que podem tornar um subproblema inviável devido à operação de intervalos de tempos anteriores:

- ***Volume de espera:*** Essas restrições são inseridas apenas no último intervalo de tempo (final do estudo), mas acoplam indiretamente as variáveis de operação hidráulica de todos os intervalos de tempo, devido às equações de balanço hídrico. O volume no final do horizonte de estudo depende do volume no final do intervalo de tempo anterior ao último intervalo de tempo. Este volume, por sua vez, também depende do volume no final do penúltimo intervalo de tempo, e assim por diante. Assim, o volume ao final do horizonte de estudo depende do volume da usina ao longo de todo o período de estudo;
- ***Tempo de viagem:*** Algumas usinas possuem tempos de viagem elevados que promovem um acoplamento temporal entre intervalos de tempo bem distantes entre si;
- ***Restrições de Rampa:*** Para evitar que os valores de algumas variáveis do problema aumentem ou reduzam rapidamente de um intervalo de tempo para outro, inserem-se restrições de rampa, que limitam a variação nos valores

dessas variáveis. Neste caso, os limites de uma variável em um período dependem dos valores dessa variável em períodos anteriores.

5.2. Metodologia Proposta

A nova definição dos estágios consiste em englobar mais de um intervalo de tempo num mesmo estágio. Nesta metodologia, define-se de **Fator de Agregação** ou **Fator k** o número de intervalos agregados em um mesmo estágio. A Figura 13 ilustra esta nova definição, para o caso em que se têm dois períodos por estágio ($k=2$).

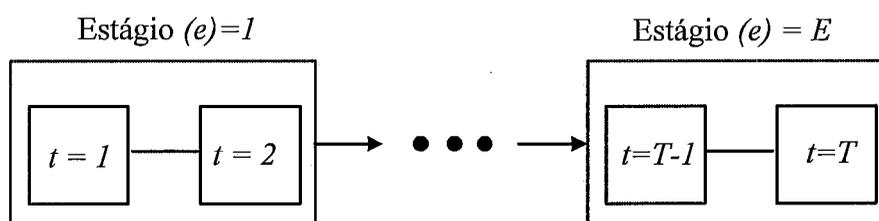


Figura 13 - Exemplo da nova definição dos estágios para a PDD, para um fator de agregação (k) igual a 2.

Ressalta-se que esta proposta **não é uma aproximação** do problema a ser representado, pois nela apenas se faz um rearranjo das variáveis e restrições do problema nos estágios da PDD. O principal objetivo desta nova reestruturação de estágios é fazer com que variáveis de intervalos de tempo diferentes, relacionadas entre si por restrições que acoplam no tempo, possam ficar em um mesmo PPL. Assim, diminui-se a necessidade de troca de informações através dos Cortes de Benders, e espera-se uma redução no número de iterações e conseqüentemente no tempo de processamento. Em contrapartida, o tempo de resolução de cada PPL deverá ser maior, pois o tamanho do mesmo (número de variáveis, restrições e elementos não nulos) será maior.

O exemplo a seguir ilustra a diferença entre as definições dos estágios na metodologia tradicional e na metodologia proposta neste trabalho.

5.2.1. Exemplos de decomposição do problema

Seja um estudo com 6 intervalos de tempo. Na metodologia tradicional, tem-se a divisão entre os estágios como apresentado na Figura 14. Dessa forma, cada intervalo de tempo é resolvido em um PPL separado. Na metodologia proposta, dois ou mais intervalos de tempo são resolvidos simultaneamente em um mesmo PPL, como ilustra a Figura 15, onde se tem $k=2$. Outra divisão possível é apresentada na Figura 16, onde se agregam 3

intervalos de tempo. A Figura 17 ilustra a situação limite, onde todos os intervalos de tempo são resolvidos em um único PPL. Neste caso, não é necessário o processo iterativo para se resolver o problema da PDO por PDD, pois o mesmo é resolvido através de um PPL único.

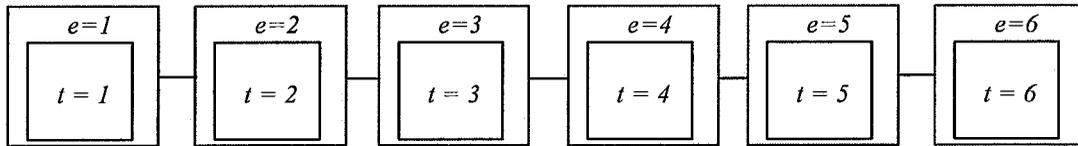


Figura 14 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia tradicional ($k=1$).

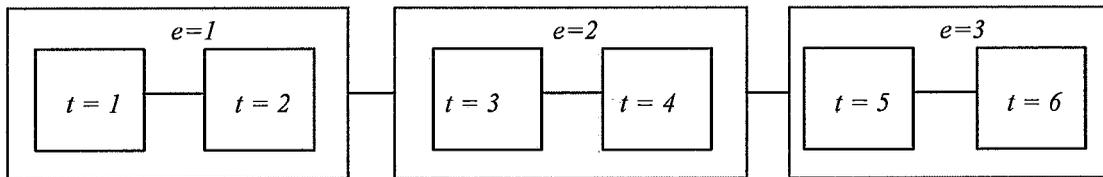


Figura 15 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia proposta ($k=2$).

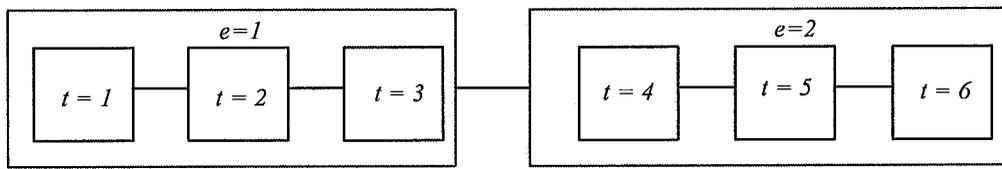


Figura 16 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia proposta ($k=3$).

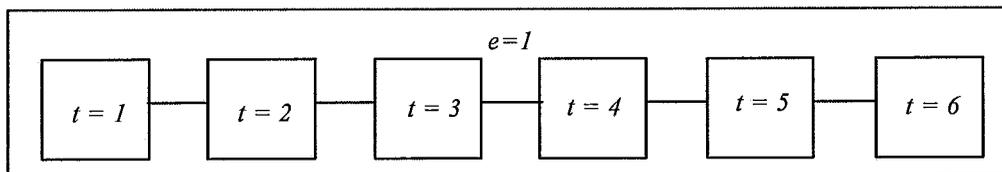


Figura 17 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia proposta ($k=6$).

5.3. Exemplo comparativo entre as metodologias tradicional e proposta

Nesta seção será apresentado um exemplo numérico, com o intuito de ilustrar a metodologia proposta.

Seja o problema da Figura 18, o qual está na sua forma original (ou completa). A solução ótima para este problema está apresentada ao lado.

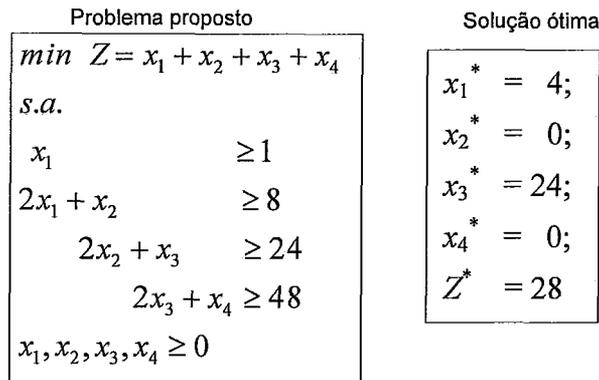


Figura 18 - Problema completo e a sua solução ótima.

5.3.1. Metodologia tradicional

A forma tradicional de se decompor o problema da Figura 18 é mostrada na Figura 19. Nesta situação o problema foi decomposto em 4 subproblemas.

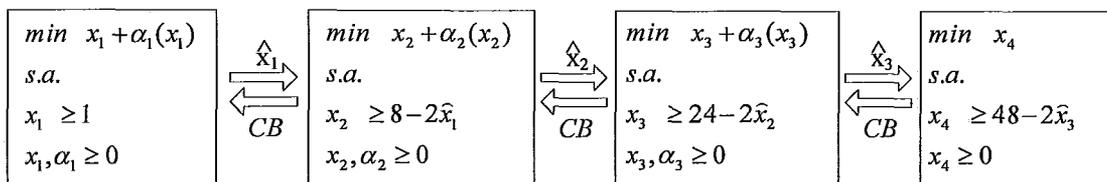


Figura 19 - Problema da Figura 18 decomposto em quatro subproblemas.

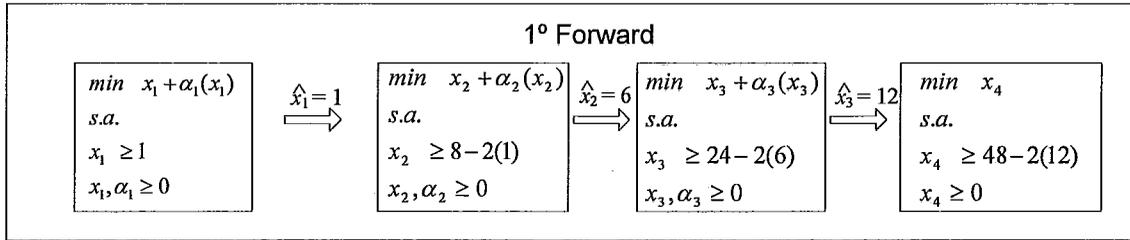
onde *CB* indica a construção de cortes de BENDERS. Denota-se por \hat{x} os valores conhecidos, que são resultados dos subproblemas já resolvidos. O fluxograma da Figura 20 mostra o processo iterativo para resolver o problema com a decomposição apresentada na Figura 19.

Denotando por:

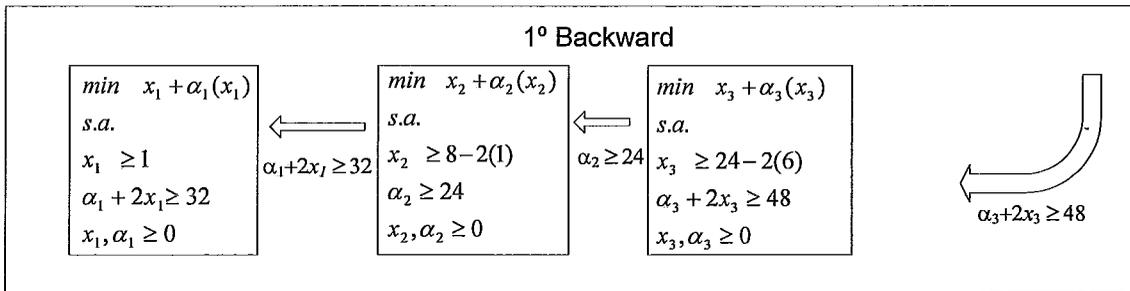
$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{inf} = \hat{x}_1 + \alpha_1 \\ Z_{sup} = \hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3 + \hat{x}_4 \\ gap = Z_{sup} - Z_{inf} \end{array} \right.$$

temos:

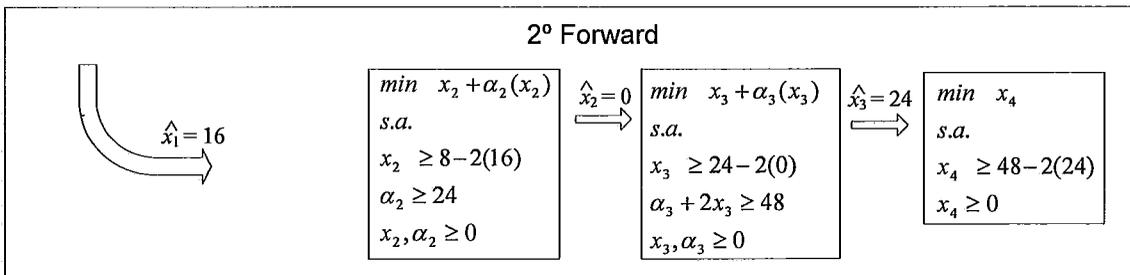
Iteração 1: $\alpha_1 = 0, \hat{x}_1 = 0, Z_{inf} = 0 + 0 = 0$



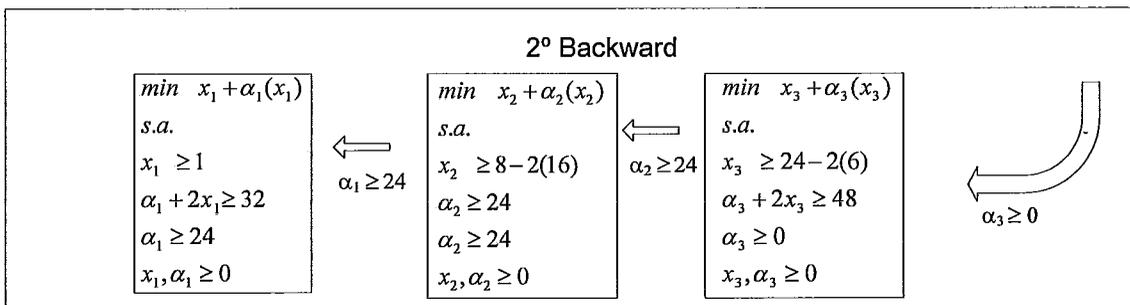
$\hat{x}_1 = 1, \hat{x}_2 = 6, \hat{x}_3 = 12, \hat{x}_4 = 24, Z_{sup} = 1 + 6 + 12 + 24 = 43, gap = 43 - 0 = 43$



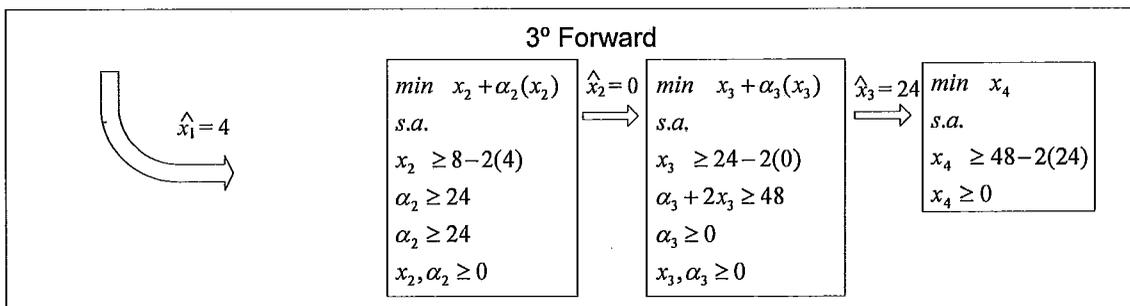
Iteração 2: $\alpha_1 = 0, \hat{x}_1 = 16, Z_{inf} = 16 + 0 = 16, gap = 43 - 16 = 27$



$\alpha_1 = 0, \hat{x}_1 = 16, \hat{x}_2 = 0, \hat{x}_3 = 24, \hat{x}_4 = 0, Z_{sup} = 16 + 0 + 24 + 0 = 40, gap = 40 - 16 = 24$



Iteração 3: $\alpha_1 = 24, \hat{x}_1 = 4, Z_{inf} = 4 + 24 = 28, gap = 40 - 28 = 12$



$\hat{x}_1 = 4, \hat{x}_2 = 0, \hat{x}_3 = 24, \hat{x}_4 = 0, Z_{sup} = 4 + 0 + 24 + 0 = 28, gap = 0, \text{convergiu!}$

Figura 20 - Fluxograma para a resolução do problema proposto na Figura 19

5.3.2. Metodologia Proposta

Segundo a metodologia proposta neste trabalho, pode se utilizar a seguinte decomposição para o problema:

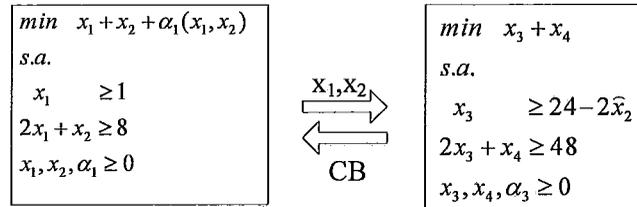
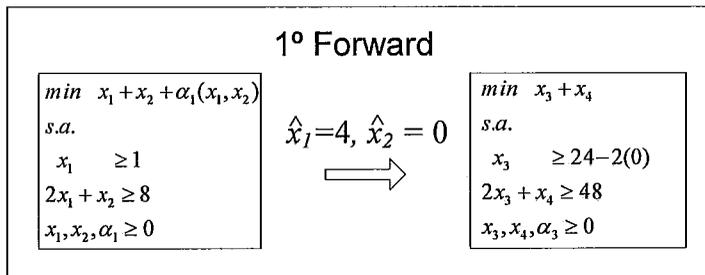


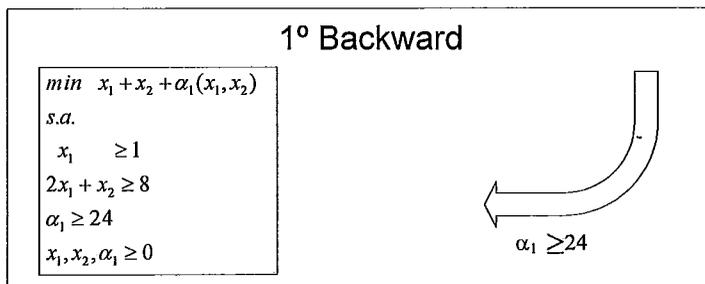
Figura 21 - Problema com a decomposição proposta.

Com esta decomposição do problema, obtêm-se para a PDD os resultados mostrados no fluxograma da Figura 22.

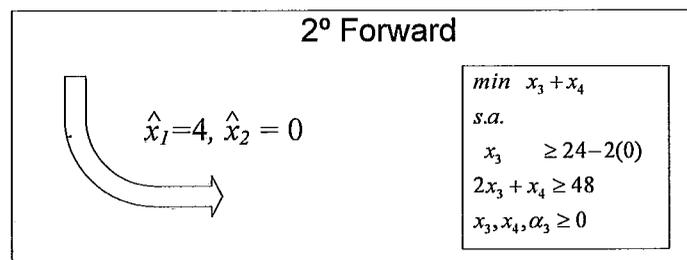
Iteração 1: $\alpha_1 = 0$, $\hat{x}_1 = 0$, $\hat{x}_2 = 0$, $Z_{inf} = 0 + 0 + 0 = 0$



$$\hat{x}_1 = 4, \hat{x}_2 = 0, \hat{x}_3 = 24, \hat{x}_4 = 0, Z_{sup} = 4 + 0 + 24 + 0 = 28, \text{gap } 28 - 0 = 28$$



Iteração 2: $\hat{x}_1 = 4$, $\hat{x}_2 = 0$, $\alpha_1 = 24$, $Z_{inf} = 4 + 24 = 28$, $\text{gap} = 28 - 28 = 0$



$$\hat{x}_1 = 4, \hat{x}_2 = 0, \hat{x}_3 = 24, \hat{x}_4 = 0, Z_{sup} = 4 + 0 + 24 + 0 = 28, \text{gap} = 28 - 28 = 0, \text{convergiu!}$$

Figura 22 - Fluxograma da metodologia proposta

Neste pequeno exemplo, percebe-se que, com a redução do número de estágios, a “comunicação” entre os mesmos se torna mais rápida e, como consequência, tem-se uma redução no número de iterações. Em contrapartida, aumenta o número de variáveis em cada subproblema, o que poderia provocar um acréscimo no tempo para se resolver o PPL de cada estágio. Em ambas as formas de resolver o problema, o custo total ótimo foi de 28 unidades ($Z_{inf}=Z_{sup}=28$) e o valor ótimo para as variáveis também foi igual, como apresentado na Figura 18. Ou seja, a forma de decompor o problema não altera o resultado, pois o problema continua sendo rigorosamente o mesmo.

Ressalta-se que as duas formas apresentadas para resolver o problema 1 não são as únicas. Pode-se decompor o problema em 3 subproblemas, ou até mesmo resolvê-lo de forma direta sem decomposição (como um PPL único).

Neste trabalho, procura-se estudar a melhor forma de se decompor o problema, de forma a reduzir o número de iterações e o tempo computacional. No capítulo 6, apresentam-se vários estudos com diferentes configurações das variáveis e restrições para o problema.

5.3.3. Múltiplas soluções de mesmo custo

Ressalta-se que existem problemas que podem ter mais de uma solução ótima, ou seja, com o mesmo custo mínimo (ou máximo, quando o problema for de maximização). Por exemplo, se no problema apresentado na Figura 18 a função objetivo for alterada para minimizar apenas a variável x_1 , pode-se ter as seguintes soluções:

Tabela 1 - Múltiplas soluções de mesmo custo

	Solução 1	Solução 2	Solução 3
x_1	1	1	1
x_2	6	12	6
x_3	12	0	24
x_4	24	48	0
Z^*	1	1	1

Todas as soluções da Tabela 1 são soluções ótimas, pois os custos de todas elas são iguais ao valor mínimo ótimo do problema.

A PDD é feita por um processo iterativo que se encerra por algum critério de parada. Neste trabalho, são adotados dois critérios. O primeiro é o valor mínimo para o *gap* definido como tolerância de otimalidade e o segundo é o número máximo de iterações.

Considera-se que duas soluções são equivalentes, do ponto de vista de custo de operação, quando a diferença no custo de ambos for inferior à precisão estabelecida para a otimalidade, denotada por ε . Portanto, ao se resolver o mesmo problema com diferentes formas de decomposição, pode ser que os resultados obtidos por ambos sejam diferentes, porém com custos de operação equivalentes, conforme mencionado acima.

Um dos testes a serem realizados no estudo de caso é a consistência da metodologia. Nestes estudos o custo total da operação será comparado nas diversas formas de se decompor o problema. A Figura 23 ilustra dois intervalos para o custo de operação cujas soluções obtidas pelo modelo seriam consideradas equivalentes, já que estes dois intervalos apresentam interseção entre si. A escolha da tolerância de otimalidade utilizada é de grande importância, pois se a tolerância for um valor muito pequeno, será necessário um grande número de iterações para se obter o resultado final. Em contrapartida, se o valor para a tolerância for muito alto, poderão ocorrer resultados razoavelmente distantes do valor ótimo (desconhecido a priori) para o problema.

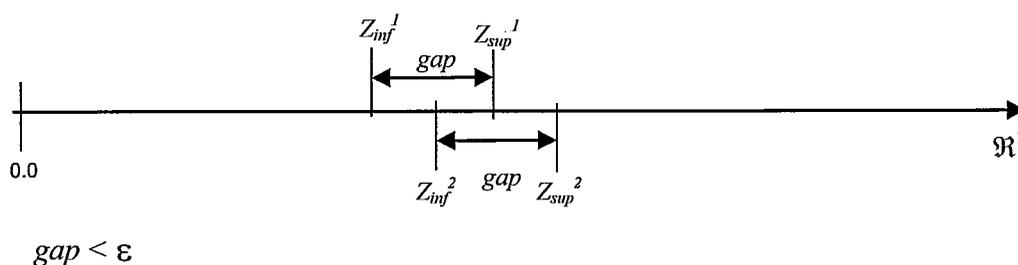


Figura 23 - Exemplo de diferentes soluções com custos equivalentes

5.4. Aplicação à Programação Diária da Operação

No problema da programação diária da operação (ou simplesmente PDO) o horizonte de tempo é dividido em T intervalos de tempo ou períodos. Na metodologia tradicional, cada estágio corresponde às variáveis e restrições de um único intervalo de tempo. As variáveis que aparecem em mais de um subproblema são denominadas de "variáveis de estado" para o subproblema do estágio seguinte. Estas variáveis de estado são tipicamente os volumes nos reservatórios e as defluências anteriores para as usinas com tempo de viagem (que estão relacionadas entre si pelas equações de balanço hídrico, vide

seção 3.2). Quando restrições de rampa são adicionadas ao problema, as gerações das usinas hidroelétricas no intervalo anterior também passam a fazer parte também (ou seja, são argumentos) da Função de Custo Futuro.

A Figura 24 ilustra a nova definição dos estágios da PDD na PDO adotando-se metodologia proposta neste trabalho.

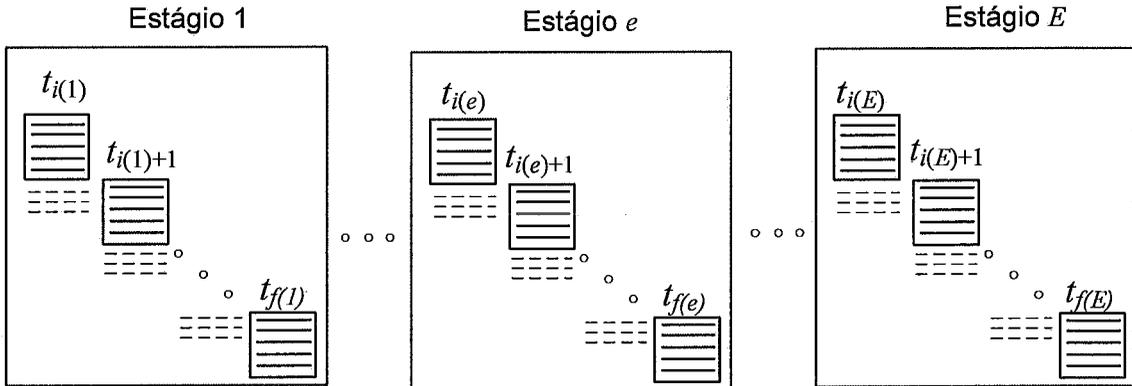


Figura 24 - Divisão dos períodos proposta para a PDO.

Na notação adotada, T é o número total de períodos; E é o número total de estágios; $t_{i(e)}$ é o período (intervalo de tempo) inicial do estágio; e $t_{f(e)}$ é o período final do estágio e . Podemos observar que $t_{i(e+1)} = t_{f(e)} + 1$; $t_{i(1)} = 1, t_{f(E)} = T$. Supondo uma agregação uniforme, ou seja, em que todos os estágios tenham o mesmo número de períodos, temos que: $t_{f(e)} = t_{i(e)} + k - 1$, onde k é o número de períodos em cada estágio.

Observa-se que todos os quadrados apresentados na Figura 8 da seção 4.3 estão representados nesta nova divisão dos estágios. Porém, na metodologia proposta, os PPL a serem resolvidos não são mais representados pelos quadrados pequenos, mas sim pelos quadrados grandes, que englobam mais de um quadrado pequeno, como ilustrado na Figura 24. Assim, resolvem-se dois ou mais períodos com um único PPL. As linhas tracejadas representam a comunicação entre alguns períodos, que antes era feita através de passagem de variáveis e da FCF, e que agora passa a ser feito diretamente através das restrições do PPL que envolvem simultaneamente variáveis de dois períodos. A comunicação entre períodos de estágios diferentes (por exemplo, o último período do estágio e e o primeiro período do estágio $e+1$) continua sendo feita através da passagem de variáveis e da FCF. A Figura 25 ilustra a comparação entre as duas metodologias. Para o caso específico do acoplamento entre os períodos 1 e 2:

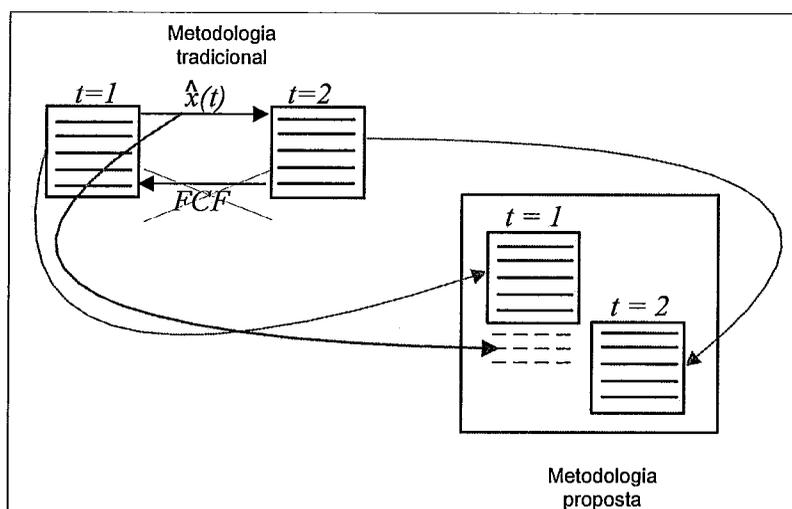


Figura 25 - Comparação do acoplamento entre os períodos 1 e 2 entre a metodologia tradicional e a proposta.

5.5. Considerações adicionais sobre as metodologias tradicional e a proposta

Ambas as metodologias podem apresentar dificuldades para se resolver o problema de PDO. A seguir são apresentadas algumas características das metodologias que podem impedir que o problema possa ser resolvido.

- Na metodologia tradicional, podem ocorrer problemas numéricos quando o processo iterativo for longo. Isto ocorre devido ao excessivo número de cortes criados, pois para cada iteração obtêm-se um novo corte para a FCF de cada estágio;
- Um dos fatores que influenciam no número de iterações é a tolerância de otimalidade utilizada para a convergência. Quanto menor a tolerância maior o número de iterações;
- Outro fator que aumenta o número de iterações é a discretização e o acoplamento temporal. Em um caso com uma discretização detalhada do tempo (por exemplo, a discretização horária) e com um forte acoplamento temporal (por exemplo, o tempo de viagem da água) as informações demoram a serem transmitidas desde o final até o início do estudo. Assim há a necessidade de um detalhamento maior da FCF de cada estágio, o que exige intervalos de tempo. Isto fará com que haja uma redução com relação aos problemas numéricos encontrados na metodologia tradicional;

- Utilizando a PDD tradicional obtêm-se uma aproximação para a FCF para cada intervalo de tempo, o que não será possível na metodologia proposta. Assim para aplicar a metodologia proposta deve-se fazer uma análise da necessidade de se ter uma FCF ao final de cada intervalo de tempo;
- Ao se agregar diversos intervalos de tempo em um mesmo estágio, os PPL's a serem resolvidos serão maiores. Desta forma podem ocorrer problemas na resolução desses PPL's, como por exemplo, um excessivo tempo computacional, ou uma alocação excessiva de memória (para armazenar as variáveis), etc.

Pelos motivos apresentados, nem sempre será possível resolver todos os casos com todos os possíveis valores de k como será visto no capítulo 6.

6. ESTUDOS DE CASOS

Nesta seção avaliou-se a nova metodologia de definição dos estágios para a programação dinâmica dual (PDD) proposta neste trabalho, realizando-se uma comparação com os resultados obtidos pela metodologia tradicional. Os casos estudados foram baseados na programação mensal da operação (PMO) realizado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) para o sistema elétrico brasileiro, para os quais se adicionaram uma série de dados específicos para a o problema de PDO, tais como a representação da rede elétrica.

Os estudos foram divididos em duas partes. Na primeira parte realizou-se um estudo de consistência da metodologia proposta de decomposição do problema em estágios multi-períodos. Na segunda parte, realizou-se uma análise de sensibilidade de performance da metodologia em relação à inclusão de diversas restrições no problema de PDO. Em particular, buscou-se verificar como varia a melhor forma de agregação (fator k) em relação à variação na formulação do problema.

6.1. Definições

A seguir são revisados alguns termos que serão utilizados neste capítulo, para análise dos resultados.

Z_{inf} : Limite inferior para o custo da solução ótima;

Z_{sup} : Limite superior para o custo da solução ótima;

Gap : É a tolerância de otimalidade considerada, ou seja, a diferença máxima tolerada entre os limites inferior e superior para o custo da solução ótima. Esta diferença é dada por: $(Z_{sup} - Z_{inf}) / Z_{sup}$.

$Estudo de consistência$: Nestes estudos foram utilizados casos típicos da PDO, com 30 e 168 intervalos de tempo e uma tolerância de otimalidade (gap) de 10^{-8} .

$Estudo de desempenho$: Nestes estudos foram considerados diversos estudos de casos, inserindo-se uma série de restrições ao problema para avaliar o desempenho da metodologia apresentada em relação às variações na formulação do problema.

Pacote (de programação linear): Programa utilizado para resolver os problemas de programação linear (PPL).

SIMPLEX: Método de resolução de um PPL, consagrado na literatura e utilizado pelo pacote de programação linear (PL).

Algoritmo PRIMAL e DUAL: Variantes do método simplex, que podem ser utilizadas pelo pacote de PL.

Algoritmo escolhido pelo PACOTE: Quando não se define a variante do método simplex (primal ou dual) que deve ser utilizado. Assim, o próprio pacote de PL define o algoritmo a ser adotado, baseado em análises feitas antes da resolução do problema.

NC: Não convergido. Devido a problemas na resolução de PPL, discutidos na seção 5.5, não foi possível resolver todos os casos para todos os valores de k . Os casos em que ocorrem problemas e não foram resolvidos estão indicados com a sigla **NC**.

(Pac): Alguns dos casos que não convergiram foram resolvidos sem definir o algoritmo. Estes casos são indicados com '(Pac)'.
(Pac)'

6.2. Análise de Consistência

A análise de consistência tem o objetivo de verificar se a implementação computacional da metodologia proposta está adequada e se a metodologia está consistente. Uma forma de verificar a consistência dos resultados é comparar o custo total de operação obtido para cada fator de agregação (k).

Para que esta análise pudesse ser feita de forma precisa, utilizou-se um *gap* muito baixo, de forma que o custo total mínimo e máximo seja muito próximos. Para isto, utilizou-se um *gap* de 10^{-8} , que pode ser considerado muito rigoroso, pois é muito menor do que o usual em estudos de planejamento⁶. Com este valor de *gap* os limites Z_{inf} e Z_{sup} devem ser iguais, para a precisão de uma casa decimal. Além do valor ótimo do problema (custo de operação), serão comparadas as soluções obtidas para diferentes valores de k , tanto para as variáveis primais (volumes armazenados, geração das usinas

⁶ Por exemplo, no modelo DECOMP ([4]), quando utilizado no PMO, emprega-se um *gap* de 10^{-3} .

hidroelétricas) como para as das variáveis duais (custos marginais da operação (CMO) dos subsistemas).

O objetivo desta primeira análise foi verificar a consistência da metodologia para um caso base mais simples. Assim não foram inseridas as restrições de limites de fluxo das linhas da rede elétrica (6.3.1), os tempos de viagem da água (6.3.3), as restrições de volume de espera (6.3.5) e as restrições de rampa (6.3.4). A performance da metodologia proposta com a inclusão dessas restrições será analisada em detalhes e de forma específica nos estudos de desempenho na seção 6.3.

Os casos considerados são recentes (final de 2007 e de 2008), com horizonte de uma semana. Foram utilizadas duas variantes pra a discretização temporal: uma discretização horária (168 períodos⁷) e uma discretização em patamares cronológicos (30 patamares⁸). Foram utilizados 4 casos baseados nos PMO's de: Dezembro/2007, Fevereiro/2008, Abril/2008, Setembro/2008. Em cada estudo, compararam-se os resultados obtidos para diversos fatores de agregação, sendo que, na análise das diferenças nas soluções obtidas para as variáveis do problema, escolheu-se um determinado valor de k como base, o qual variou de acordo com o caso.

Em todos os casos foi utilizado o pacote OSL [36] e o algoritmo PRIMAL. O tamanho médio da matriz, com as restrições dos problemas dos casos bases (apresentados nos estudos de consistência), está na Tabela 2.

Tabela 2 - Número de colunas, linhas e elementos não nulos da matriz do PL dos casos bases.

# de períodos	# de colunas	# de linhas	# de elementos não nulos
30	51.346	32.992	160.783
168	287.533	184.661	897.325

6.2.1. Consistência da Metodologia - Casos com discretização horária

Neste estudo o horizonte de estudo foi dividido em 168 períodos com duração de 1 hora. Foram utilizados para o valor de k todos os divisores de 168.

Avaliação do Custo Ótimo e o Tempo Computacional

⁷ 168 períodos é um valor típico considerado na literatura para o problema de PDO.

⁸ 30 patamares é o valor utilizado oficialmente pelo ONS para a validação do modelo DESSEM-PAT.

As tabelas a seguir mostram, para cada caso e para cada fator k , o número de iterações, o tempo total e os limites obtidos para o custo total ótimo. Os tempos indicados com "(Pac)" antes de seu valor correspondem a casos em que o pacote não resolveu utilizando o algoritmo PRIMAL, porém obteve sucesso quando não se definiu o algoritmo a ser utilizado. Os valores com (NC) indicam que o caso não convergiu ou sua resolução não foi possível. As linhas sombreadas indicam o fator k pelo qual se obteve o menor tempo total.

Tabela 3 - Análise de consistência para os casos de Dezembro/2007.

Fator k	Tempo(s)	# de iterações	Limite inferior para o Custo da operação (\$1000)	Limite superior para o Custo da operação (\$1000)
1	⁹ 15321	225	46.279.897,4	46.279.897,6
2	14188	230	46.279.897,5	46.279.897,5
3	14247	233	46.279.897,5	46.279.897,5
4	11940	198	46.279.897,5	46.279.897,5
6	10067	160	46.279.897,5	46.279.897,5
7	8474	130	46.279.897,5	46.279.897,5
8	7727	115	46.279.897,5	46.279.897,5
12	6022	80	46.279.897,5	46.279.897,5
14	7116	94	46.279.897,5	46.279.897,5
21	5096	51	46.279.897,5	46.279.897,5
24	5528	50	46.279.897,5	46.279.897,5
28	6018	55	46.279.897,5	46.279.897,5
42	5696	36	46.279.897,5	46.279.897,5
56	7672	27	46.279.897,5	46.279.897,5
84	7586	17	46.279.897,5	46.279.897,5
168	(NC)	-		-

Tabela 4 - Análise de consistência para os casos de Fevereiro/2008.

Fator k	Tempo(s)	# de iterações	Limite inferior para o Custo da operação (\$1000)	Limite superior para o Custo da operação (\$1000)
1	(NC)4916	81	51.690.468,0	51.690.549,7
2	(NC)8253	145	51.690.517,4	51.690.533,5
3	(NC)12311	218	51.690.526,2	51.690.527,2
4	(NC)13944	244	51.690.526,6	51.690.526,9
6	(NC)14673	248	51.690.526,7	51.690.526,8
7	(NC)15113	250	51.690.526,7	51.690.526,8
8	15155	252	51.690.526,8	51.690.526,8
12	12319	185	51.690.526,8	51.690.526,8
14	10868	155	51.690.526,8	51.690.526,8
21	10766	133	51.690.526,8	51.690.526,8
24	6389	75	51.690.526,8	51.690.526,8
28	7718	82	51.690.526,8	51.690.526,8
42	7181	55	51.690.526,8	51.690.526,8
56	7861	47	51.690.526,8	51.690.526,8
84	9064	32	51.690.526,8	51.690.526,8
168	(Pac)13948	1		51.690.526,8

⁹ O caso não convergiu. Porém o gap era pequeno quando o problema foi interrompido. Para obter os resultados (volumes armazenados, gerações, CMO's) o problema foi resolvido com 220 iterações.

Tabela 5 - Análise de consistência para os casos de Abril/2008.

Fator k	Tempo(s)	# de iterações	Limite inferior para o Custo da operação (\$1000)	Limite superior para o Custo da operação (\$1000)
1	(NC)15545	243	46.052.905,6	46.052.922,3
2	(NC)14027	249	46.052.912,5	46.052.918,7
3	(NC)14041	252	46.052.914,5	46.052.917,1
4	(NC)14229	254	46.052.915,6	46.052.916,3
6	(NC)14615	258	46.052.915,9	46.052.916,1
7	(NC)14904	259	46.052.915,9	46.052.916,0
8	(NC)15053	261	46.052.915,9	46.052.916,0
12	13832	226	46.052.915,9	46.052.915,9
14	12111	188	46.052.915,9	46.052.915,9
21	10820	142	46.052.915,9	46.052.915,9
24	10913	139	46.052.915,9	46.052.915,9
28	7345	78	46.052.915,9	46.052.915,9
42	9766	89	46.052.915,9	46.052.915,9
56	8672	63	46.052.915,9	46.052.915,9
84	(Pac)6114	25	46.052.915,9	46.052.915,9
168	(Pac)7480	1	46.052.915,9	46.052.915,9

Tabela 6 - Análise de consistência para os casos de Setembro/2008.

Fator k	Tempo(s)	# de iterações	Limite inferior para o Custo da operação (\$1000)	Limite superior para o Custo da operação (\$1000)
1	(NC)4941	81	52.953.545,1	52.953.570,9
2	(NC)8133	144	52.953.558,1	52.953.561,5
3	(NC)11974	217	52.953.560,1	52.953.560,2
4	(NC)13638	246	52.953.560,1	52.953.560,2
6	11889	213	52.953.560,1	52.953.560,1
7	11771	205	52.953.560,1	52.953.560,1
8	9212	154	52.953.560,1	52.953.560,1
12	7642	116	52.953.560,1	52.953.560,1
14	8017	120	52.953.560,1	52.953.560,1
21	7019	91	52.953.560,1	52.953.560,1
24	3666	42	52.953.560,1	52.953.560,1
28	6483	73	52.953.560,1	52.953.560,1
42	(Pac)5535	48	52.953.549,0	52.953.568,9
56	5259	32	52.953.560,1	52.953.560,1
84	7508	31	52.953.560,1	52.953.560,1
168	(Pac)14193	1	52.953.560,1	52.953.560,1

Como podemos observar, os limites inferiores e superiores para o custo ótimo são na maioria dos casos iguais para todos os valores de k , apesar de alguns casos não convergirem devido a problemas na resolução de PPL. Entretanto, observa-se que nesses casos os intervalos definidos por Z_{inf} e Z_{sup} sempre contêm o valor ótimo do problema obtido para outros valores de k . Assim confirmamos, para o caso horário, a consistência da implementação da metodologia proposta.

Também se observa que o menor tempo foi quando se utilizou um k diferente de 1 (metodologia tradicional) e 168 (PPL único). A Tabela 7 faz a comparação entre a

metodologia tradicional e a proposta. Observa-se a redução obtida no tempo computacional para resolver o problema quando se utiliza um k entre 21 e 28

Tabela 7 - Comparação entre os tempos dos casos horários

Caso	Metodologia proposta		Tempo para metodologia tradicional (s)	Redução (%)
	Melhor valor de k	Tempo(s)		
Dezembro/2007	21	5096	15321	66,74
Fevereiro/2008	24	6389	>4916	¹⁰
Abril/2008	28	7345	15545	52,75
Setembro/2008	24	3666	>4941	>25,81

Ressalta-se que o valor de k ótimo não é conhecido a priori, por isso não se pode garantir sempre os ganhos mostrados na Tabela 7. Entretanto, mesmo utilizando valores próximos aos ótimos, obtêm-se reduções com relação à metodologia tradicional.

A seguir são apresentados os gráficos com os tempos computacionais e os números de iterações para todos os casos estudados. Os casos interrompidos antes que fosse convergido são indicados pelo círculo do ponto no gráfico. As linhas tracejadas mostram o número de iterações para cada k , e as linhas contínuas mostram o tempo total.

¹⁰ Neste Caso a metodologia tradicional não convergiu (houve problemas na resolução de um dos PPL's) e por isso não se pode concluir que houve uma redução no tempo computacional. Apenas constata-se que o tempo com a metodologia tradicional é maior do que 4916 segundos.

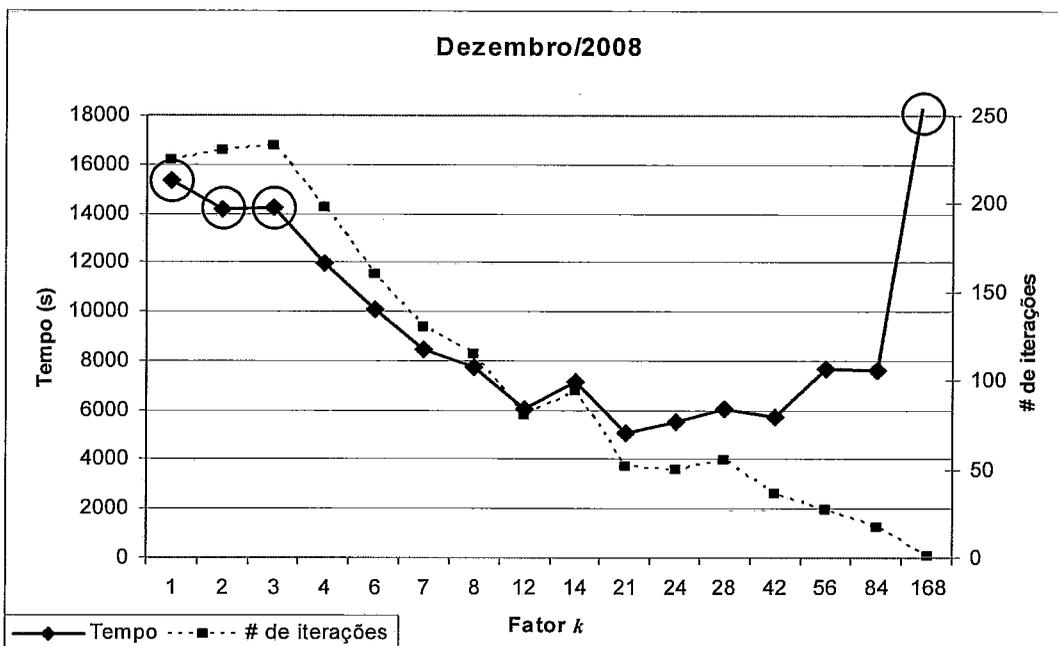


Figura 26 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Dezembro/2007

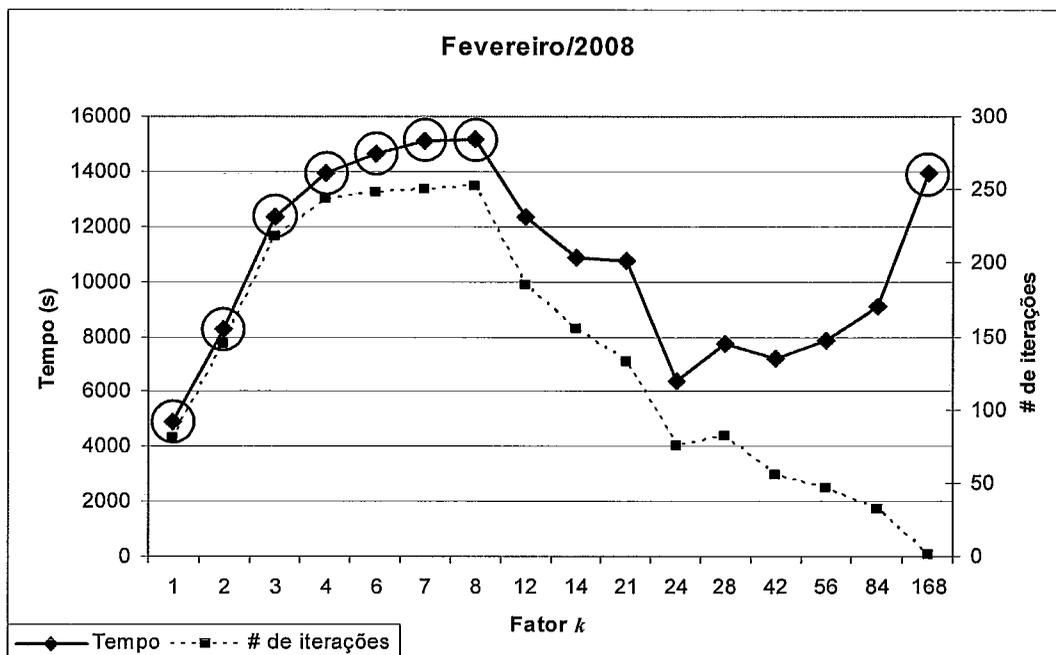


Figura 27 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Fevereiro/2008

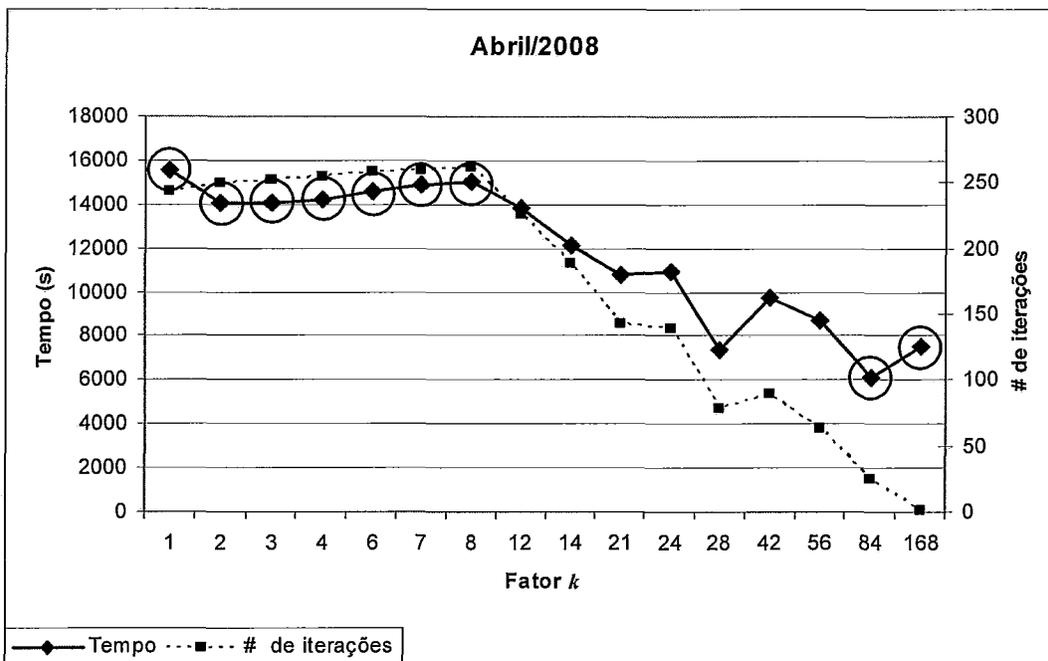


Figura 28 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Abril/2008

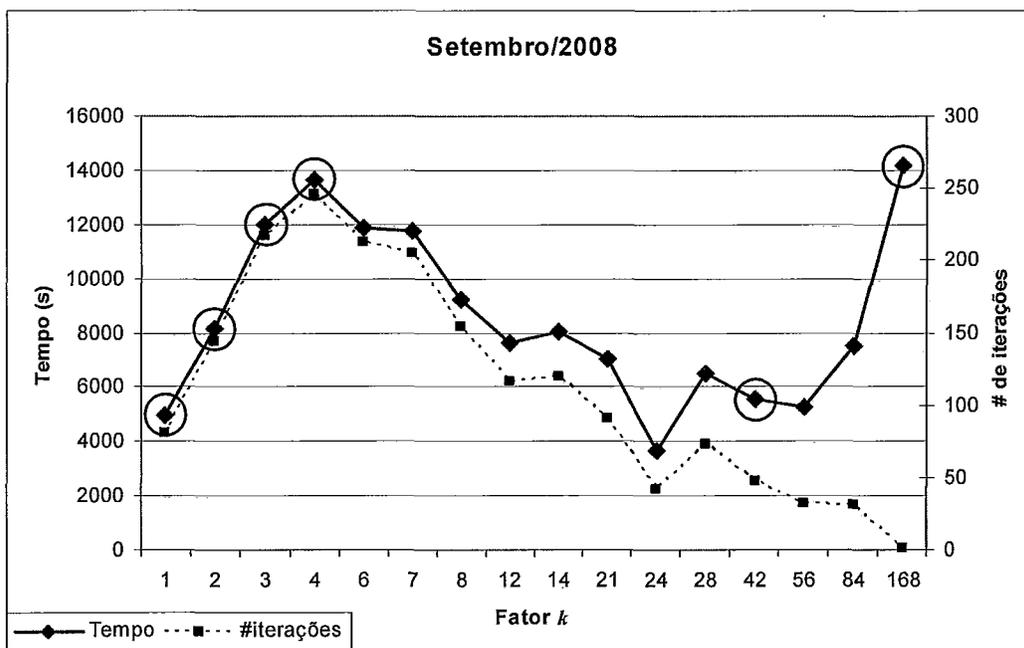


Figura 29 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Setembro/2008

Podemos observar que, para os casos que convergiram, o número de iterações é na maioria das vezes decrescente.

Avaliação das Diferenças na Solução Ótima

Como discutido na seção 5.3.3, o problema de PDO pode ter múltiplas soluções de custo ótimo dentro de uma tolerância de otimalidade considerada. Por isso, será feita uma rápida análise das diferenças em algumas variáveis da operação quando se altera o fator de agregação k . Serão analisadas as seguintes variáveis: gerações hidroelétricas (variável primal do PPL), volumes armazenados ao final de cada intervalo de tempo (variável primal do PPL) e custos marginais de operação (CMO) dos subsistemas (variáveis duais do PPL).

Nas tabelas a seguir apresenta-se a quantidade de variáveis (em porcentagem) cujo resultado foi diferente dos obtidos utilizando um determinado valor de k tomado como base. Consideraram-se como valores "diferentes" aqueles em que a diferença foi maior do que 0,1% do obtido com o valor base de k . Para os casos de Fevereiro/2008, Abril/2008 e Setembro/2008 foi utilizado $k = 168$ como base e para o caso Dezembro/2007 foi utilizado $k = 21$, pois para este caso não foi possível resolver o problema utilizando $k = 168$. Valores com um traço ('-') correspondem a casos que não convergiram.

Tabela 8 - Diferenças nos CMO's

Caso	% dos valores diferentes						
	$k = 1$	$k = 7$	$k = 12$	$k = 21$	$k = 28$	$k = 42$	$k = 56$
Dezembro/2007	1,19	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00
Fevereiro/2008	-	-	1,19	0,00	0,00	0,00	0,00
Abril/2008	-	-	0,24	0,00	0,24	0,00	0,24
Setembro/2008	-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 9 - Diferenças nas gerações

Caso	% dos valores diferentes						
	$k = 1$	$k = 7$	$k = 12$	$k = 21$	$k = 28$	$k = 42$	$k = 56$
Dezembro/2007	2,51	0,66	0,59		0,42	0,72	0,52
Fevereiro/2008	-	-	2,17	1,24	1,57	0,88	1,39
Abril/2008	-	-	2,27	1,93	1,65	1,59	1,47
Setembro/2008	-	1,08	0,99	0,98	0,84	0,43	0,60

Tabela 10 - Diferenças nos Volumes finais, de cada período, nos reservatórios

Caso	% dos valores diferentes						
	$k = 1$	$k = 7$	$k = 12$	$k = 21$	$k = 28$	$k = 42$	$k = 56$
Dezembro/2007	7,94	1,59	1,59	-	0,00	3,17	4,76
Fevereiro/2008	-	-	8,06	4,84	4,84	4,84	6,45
Abril/2008	-	-	8,62	6,90	6,90	3,45	6,90
Setembro/2008	-	8,20	9,84	9,84	8,20	6,56	4,91

Como podemos observar, a quantidade de valores diferentes é razoavelmente pequena, ou seja, as mudanças na operação quando se altera a definição dos estágios na PDD, proposta neste trabalho, não são muito significativas.

Os gráficos a seguir mostram a distribuição acumulativa dos desvios das variáveis para o caso de Setembro/2008, utilizando $k=21$ (quando se obteve o menor tempo computacional) e $k=168$.

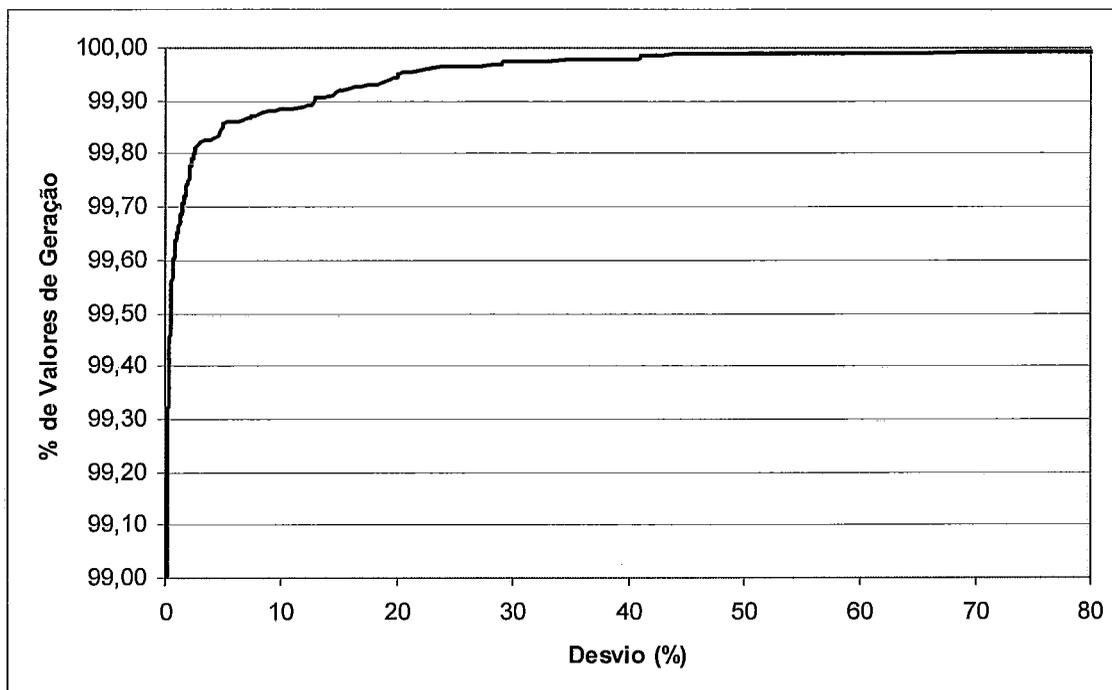


Figura 30 - Distribuição acumulada dos desvios para geração: Setembro/2008, $k=168$ e $k=21$.

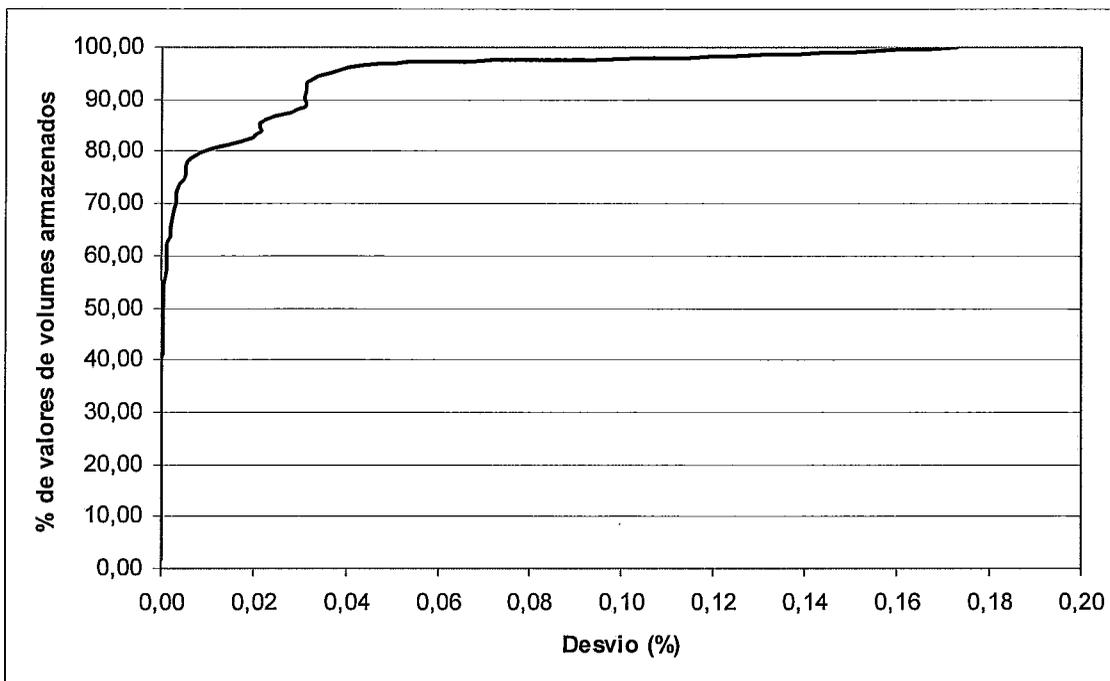


Figura 31 - Distribuição acumulada dos desvios para o volume armazenado: Setembro/2008, $k=168$ e $k=21$.

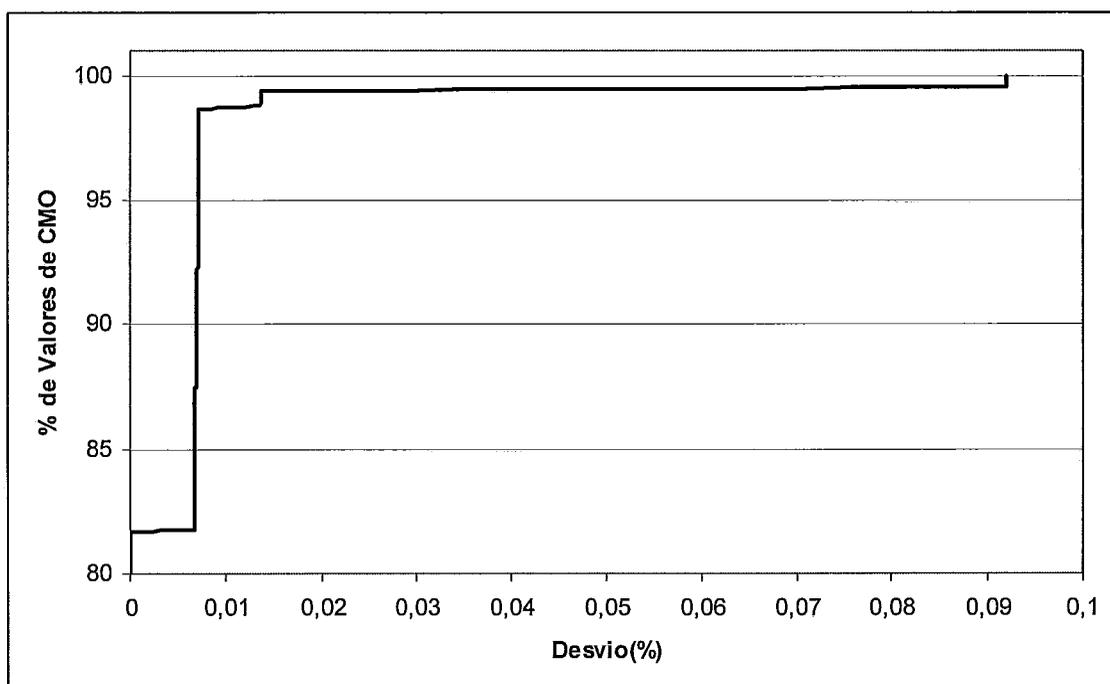


Figura 32 - Distribuição acumulada dos desvios para CMO: Setembro/2008, $k=168$ e $k=21$.

Estes gráficos mostram que as diferenças, além de serem poucas, também são pequenas. Em algumas pouquíssimas gerações ocorrem altos desvios em %, porém observou-se que em MW estes desvios foram pequenos. Os gráficos para os demais casos apresentam comportamento similar.

6.2.2. Consistência da Metodologia - Casos com discretização em patamares cronológicos.

Nestes estudos o horizonte de estudo foi dividido em 30 períodos com duração variável. Esta discretização é a utilizada pelo ONS nos estudos de validação do modelo DESSEM-PAT.

Avaliação do Custo Ótimo e o Tempo Computacional

A Tabela 11 a seguir mostra, para cada caso e cada fator k , o número de iterações, o tempo total e o custo para a solução ótima. Utilizou-se também o *gap* de 10^{-8} para a tolerância de otimalidade. Linhas sombreadas indicam o k onde o tempo foi o menor.

Tabela 11 - Resumo dos resultados para os casos baseados nos PMO's de Dezembro/2007, Fevereiro/2008, Abril/2008 e Setembro/2008.

Caso	k	Tempo total (s)	# de iterações	Custo total (\$1.000)
Dezembro/2007	1	2413	213	46.278.977,6
	2	1295	129	46.278.977,6
	3	948	98	46.278.977,6
	5	516	52	46.278.977,6
	6	593	63	46.278.977,6
	10	264	23	46.278.977,6
	15	312	28	46.278.977,6
	30	343	1	46.278.977,6
Fevereiro/2008	1	2923	275	51.689.175,8
	2	1384	150	51.689.175,8
	3	894	102	51.689.175,8
	5	701	82	51.689.175,8
	6	442	50	51.689.175,8
	10	390	45	51.689.175,8
	15	291	32	51.689.175,8
	30	337	1	51.689.175,8
Abril/2008	1	9287	749	46.052.293,5
	2	4806	496	46.052.293,5
	3	1869	210	46.052.293,5
	5	1088	128	46.052.293,5
	6	1032	125	46.052.293,5
	10	746	96	46.052.293,5
	15	353	40	46.052.293,5
	30	285	1	46.052.293,5
Setembro/2008	1	2359	221	52.952.758,4
	2	1289	139	52.952.758,4
	3	1031	117	52.952.758,4
	5	627	74	52.952.758,4
	6	442	51	52.952.758,4
	10	343	40	52.952.758,4
	15	289	34	52.952.758,4
	30	272	1	52.952.758,4

Obteve-se sempre, conforme esperado, a igualdade entre Z_{inf} e Z_{sup} (valor apresentado na coluna de custo total). Com estes resultados, confirma-se, para os casos com 30 períodos, a consistência da metodologia.

Ressalta-se que, como discutido no capítulo 5, o custo ótimo encontrado é igual para todos os fatores de agregação utilizados, devido ao fato do fator de agregação não alterar a formulação do problema, mas apenas a forma de definição dos estágios da PDD.

Uma constatação interessante é que em dois desses quatro casos obteve-se o melhor desempenho computacional quando não se utilizou a PDD, ou seja, a resolução do problema foi feita com apenas um único PPL.

A seguir apresentam-se os gráficos com o tempo total de processamento e o número de iterações para cada k . As linhas tracejadas correspondem ao número de iterações para cada k e as linhas contínuas correspondem ao tempo total.

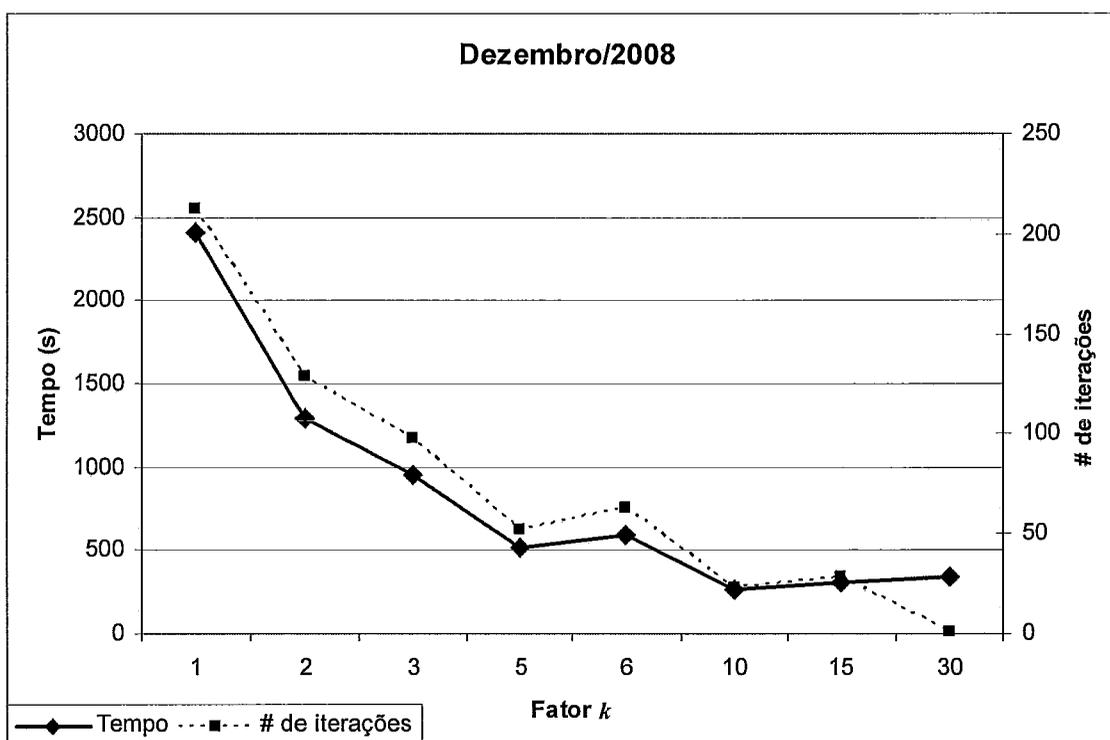


Figura 33 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Dezembro/2007

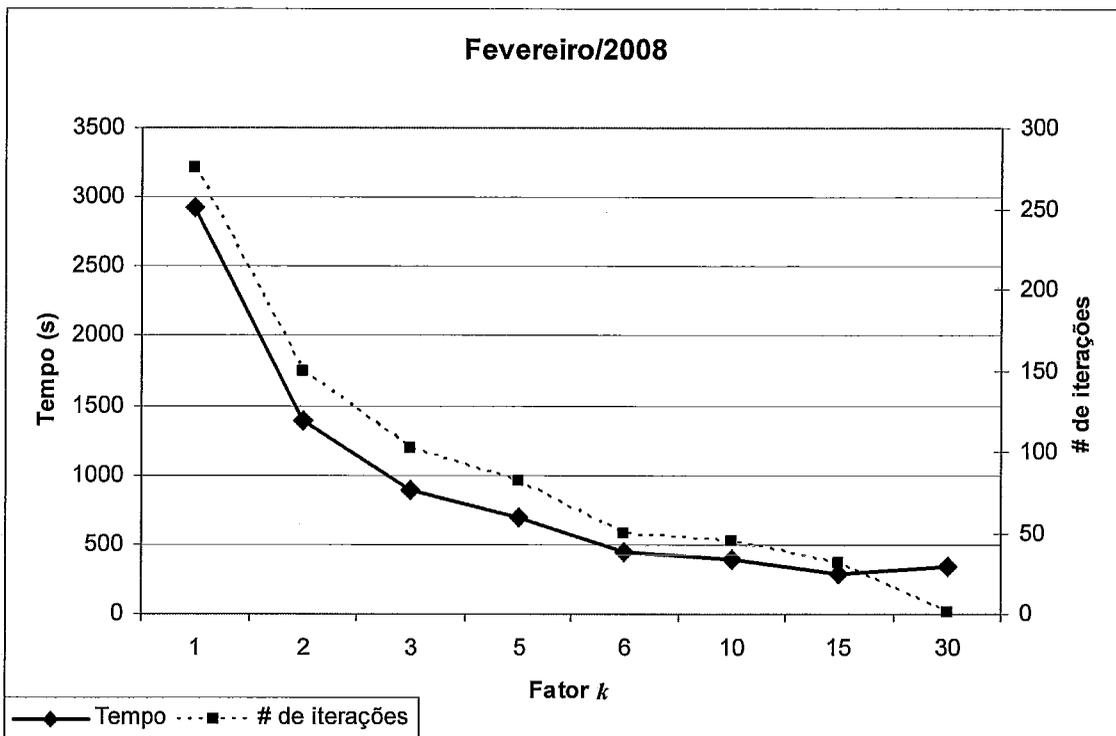


Figura 34 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Fevereiro/2008

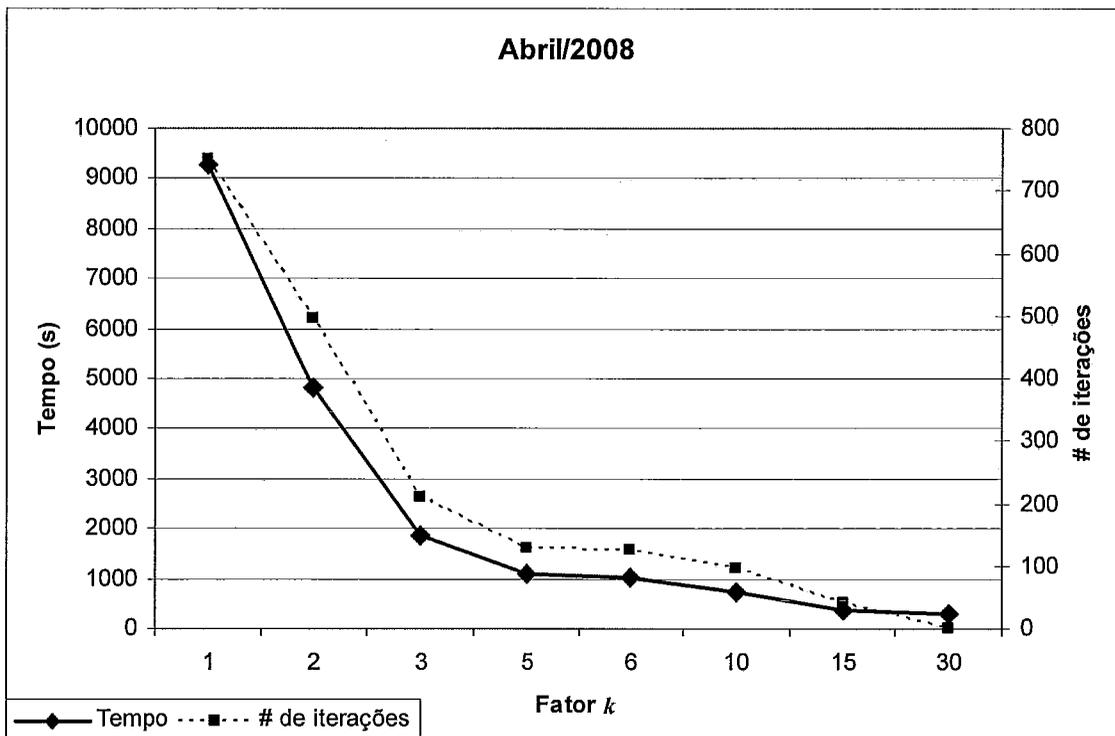


Figura 35 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Abril/2008

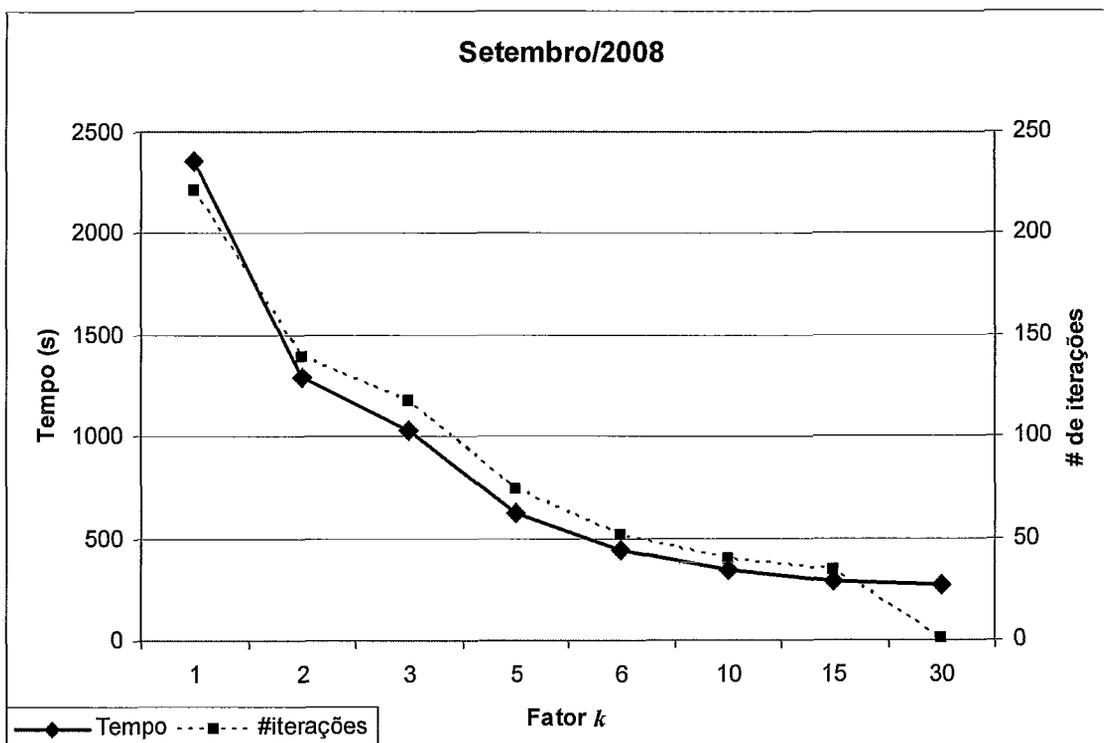


Figura 36 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Setembro/2008

Na Tabela 12 apresenta-se a comparação entre os tempos com a metodologia tradicional e a proposta.

Tabela 12 - Comparação dos menores tempos e os tempos metodologia tradicional

Caso	Metodologia proposta		Tempo metodologia tradicional (s)	Redução (%)
	k	Tempo(s)		
Dezembro/2007	10	264	2413	89,06
Fevereiro/2008	15	291	2923	90,04
Abril/2008	30	285	9287	96,93
Setembro/2008	30	272	2359	88,47

Avaliação das Diferenças na Solução Ótima

A mesma análise feita para os casos horários com relação às diferenças nos resultados obtidos foi realizada para os casos com 30 períodos. Nestes casos, foi utilizado sempre $k=1$ como sendo o valor de k base, uma vez que, com $k=30$. As tabelas a seguir mostram a quantidade de valores (em porcentagem) diferentes dos valores encontrados quando se utilizou o valor base de k . Dois valores são considerados diferentes quando sua diferença é maior do que 0,1% do valor obtido utilizando o k base.

Tabela 13 - Porcentagem de valores diferentes para o CMO's.

Caso	% dos valores diferentes						
	$k=2$	$k=3$	$k=5$	$k=6$	$k=10$	$k=15$	$k=30$
Dezembro/2007	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Fevereiro/2008	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Abril/2008	1,33	1,33	1,33	0,00	1,33	4,00	1,33
Setembro/2008	3,33	3,33	3,33	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 14 - Porcentagem de valores diferentes para a geração.

Caso	% dos valores diferentes						
	$k=2$	$k=3$	$k=5$	$k=6$	$k=10$	$k=15$	$k=30$
Dezembro/2007	1,45	2,08	1,58	1,75	1,58	1,01	0,98
Fevereiro/2008	0,88	1,10	0,91	0,69	0,63	0,83	0,66
Abril/2008	3,11	4,47	3,16	3,56	3,25	3,73	3,33
Setembro/2008	1,83	1,69	1,33	1,50	1,25	0,64	1,19

Tabela 15 - Porcentagem de valores diferentes para os volumes armazenados.

Caso	% dos valores diferentes						
	$k=2$	$k=3$	$k=5$	$k=6$	$k=10$	$k=15$	$k=30$
Dezembro/2007	0,00	0,00	0,00	1,59	0,00	0,00	1,59
Fevereiro/2008	0,00	1,61	0,00	0,00	0,00	0,00	3,23
Abril/2008	1,72	6,90	3,45	3,45	3,45	3,45	6,90
Setembro/2008	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Como esperado, observa-se que a grande maioria dos resultados são iguais, não alterando significativamente o resultado do problema de PDO.

Os gráficos a seguir mostram a distribuição acumulada dos desvios para o caso de setembro/2008 utilizando $k=1$ e $k=30$.

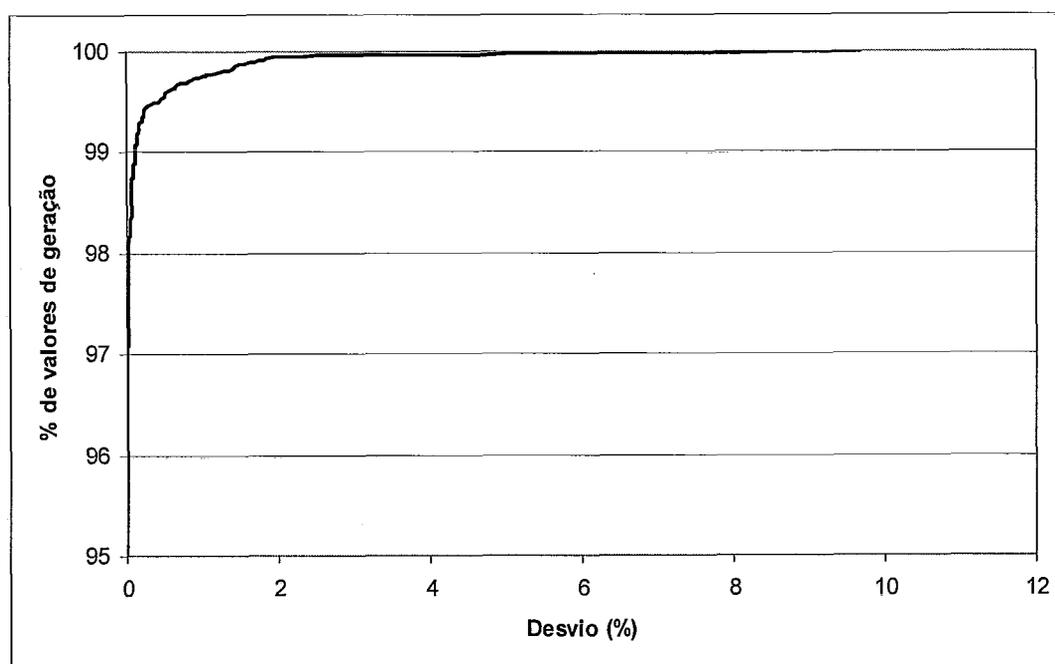


Figura 37 - Distribuição acumulada dos desvios para geração: Setembro/2008, $k=1$ e $k=30$.

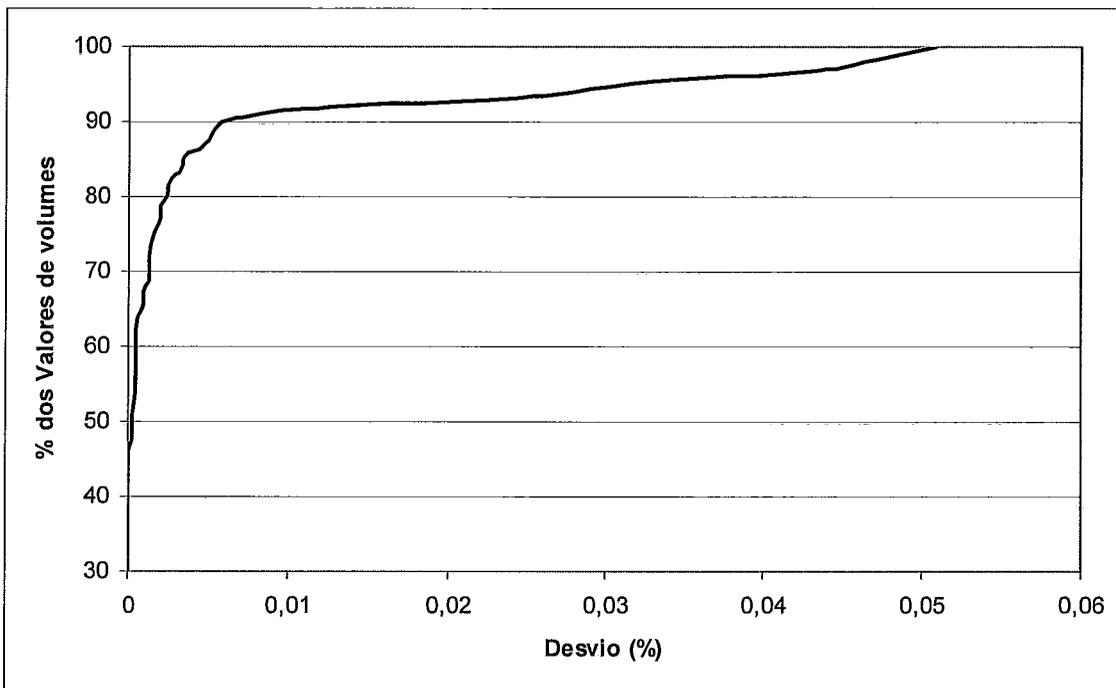


Figura 38 - Distribuição acumulada dos desvios para volume armazenado: Setembro/2008, $k=1$ e $k=30$.

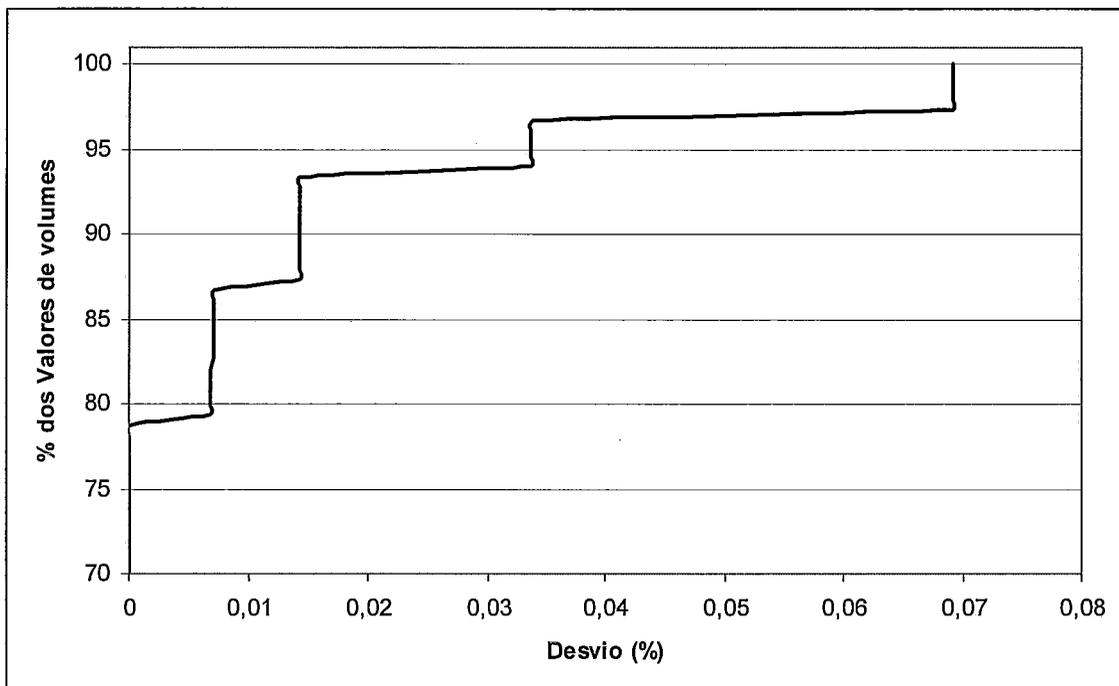


Figura 39 - Distribuição acumulada dos desvios para o CMO: Setembro/2008, $k=1$ e $k=30$.

6.3. Análise de Sensibilidade

Nestes estudos, foram adicionados, aos casos bases apresentado na secção 6.2, alguns aspectos importantes da PDO, tais como a rede elétrica, o cálculo das perdas nas linhas da rede elétrica, o tempo de viagem, restrições de rampa, e volume de espera para os

reservatórios. Para todos os casos será apresentada uma tabela comparativa dos resultados entre o caso base e o caso incluindo o aspecto a ser analisado. Para a análise de sensibilidade foram utilizados todos os casos com discretização em patamares cronológicos e alguns casos com discretização horária.

Nestes estudos comparou-se apenas o tempo computacional entre a metodologia tradicional e a proposta e entre o caso base e o caso considerando a funcionalidade. O *gap* utilizado foi de 10^{-5} para todos os casos¹¹, visto que para esta análise não há a necessidade de se utilizar um *gap* tão rigoroso, já que a metodologia já foi testada e consistida na seção 6.2. O número máximo de iterações foi de 200. Todos os problemas foram resolvidos utilizando o pacote de otimização OSL e o algoritmo PRIMAL.

6.3.1. Rede Elétrica

Nestes estudos, foram inseridas as restrições de limites de fluxo das linhas da rede elétrica. O algoritmo para a consideração da rede elétrica no PPL está descrito na seção 4.4.

Na Tabela 16 apresentam-se os tempos totais e o número de iterações tanto para os casos bases (sem limites de fluxos nas linhas) quanto para os casos com a consideração dos limites de fluxos. Neste estudo foram utilizados apenas alguns valores de k . Todos os casos convergiram com menos de 100 iterações, exceto o caso de Abril/2008 com o valor de $k=1$, onde foram necessárias 102 iterações.

No caso de Abril/2008 com o valor de $k=30$, ocorreram problemas numéricos e não foi possível encontrar uma solução, por isso o mesmo caso foi resolvido sem especificar o algoritmo (o pacote de otimização decide a melhor forma). As linhas sombreadas indicam o valor de k onde se obteve o menor tempo.

¹¹ O *gap* utilizado para a análise de consistência é diferente do utilizado para a análise de sensibilidade, por isso o tempo do caso base é diferente do apresentado na análise de consistência.

Tabela 16 - Comparação entre os casos base e os casos com a rede elétrica: 30 períodos.

Caso	k	Tempo Total(s)		# de iterações	
		Sem Rede	Com rede	Sem Rede	Com rede
Dezembro/2007	1	874	1462	76	96
	3	374	556	35	36
	6	225	383	19	18
	30	343	534	1	1
Fevereiro/2008	1	1013	1114	99	95
	3	358	572	38	41
	6	200	7992	19	21
	30	337	396	1	1
Abril/2008	1	1581	1396	147	102
	3	553	597	57	46
	6	278	621	28	27
	30	285	(Pac)246	1	1
Setembro/2008	1	676	922	64	68
	3	320	474	33	35
	6	165	393	15	24
	30	272	458	1	1

O caso de Fevereiro/2008 com $k=6$ foi resolvido em um tempo muito superior ao esperado (se comparado com os outros valores). Analisando o tempo no decorrer das iterações para este caso, constatou-se que a iteração 3 levou mais de 48 minutos para ser resolvida e a iteração 7 mais de 1 hora. Descartando estas duas iterações, o tempo é reduzido para 260 segundos. Este fenômeno pode ter sido provocado por algum problema durante a resolução de alguns PPL's pelo pacote.

A consideração dos limites de fluxo nas linhas de transmissão possui dois fatores que contribuem para aumentar o tempo computacional. O primeiro é o acréscimo no número de variáveis, restrições e elementos não nulos na matriz. E o segundo é o processo iterativo que se introduz para o tratamento da rede descrito na seção 4.4. Assim, cada subproblema da PDD pode ser resolvido mais de uma vez em cada Backward e/ou Forward, o que aumenta assim o número de PPL's a serem resolvidos.

Como as restrições da rede elétrica não promovem acoplamento temporal, os valores "ótimos" de k mantiveram-se próximos dos obtidos quando não se considerou a rede elétrica no problema.

Os casos de Dezembro/2007 e Abril/2008 foram analisados com uma discretização horária. Com esta discretização, houve uma tendência de aumento para o valor "ótimo" de k , conforme se observa pelos resultados mostrados na Tabela 17.

Tabela 17 - Comparação entre os casos base e os casos com a rede elétrica: 168 períodos para os casos Dezembro/2007 e abril/2008.

<i>k</i>	Dezembro/2007		Abril/200	
	Caso Base	Com rede	Caso Base	Com rede
1	8867	18328	(NC)15545	15681
2	7889	14124	(NC)14027	13682
3	6270	13355	11302	(NC)2431
4	5924	13341	9758	(NC)6013
6	5283	10867	7725	(NC)
7	4440	(NC)11378	7057	8386
8	4239	9062	6932	7582
12	3439	7442	5043	5652
14	3244	(NC)4026	5363	(NC)
21	3437	(NC)	4389	(NC)
24	3760	(NC)	4422	(NC)
28	2878	(NC)2547	4215	(NC)
42	3897	12446	4558	(NC)2421
56	5956	(NC)	5223	(NC)
84	6255	(NC)	(Pac)4721	(NC)
168	(NC)	(NC)	(Pac)7480	(Pac)35680

6.3.2. Perdas na rede elétrica

As perdas na rede elétrica são causadas pela resistência elétrica que é característica das linhas de transmissão. Devido ao grande tamanho da rede de transmissão do sistema Brasileiro, é de grande importância o cálculo da geração extra para compensar as perdas na rede elétrica. Em [5] foi proposta uma metodologia para a consideração das perdas na rede elétrica no modelo DESSEM-PAT.

Uma dificuldade de considerar as perdas na rede elétrica, utilizando a metodologia proposta em [5] é o tamanho do PPL a ser resolvido, o qual cresce demasiadamente. Este aumento do PPL faz com que o tempo computacional de resolução aumente de forma exagerada, sendo que em muitas vezes a memória (hardware) não é suficiente para que o problema seja resolvido. Devido a este inconveniente, o CEPEL recentemente iniciou um estudo para reduzir o tempo e o uso de memória. Na Tabela 18 são mostrados os tempos quando se consideraram as perdas na rede elétrica.

Tabela 18 - Comparação entre os casos bases e os casos com rede elétrica e perdas.

Caso	k	Tempo Total(s)		# de iterações	
		Sem Rede	Com perdas	Sem Rede	Com perdas
Dezembro/2007	1	874	4133	76	81
	3	374	4888	35	29
	6	225	(NC)	19	-
	30	343	(NC)	1	-
Fevereiro/2008	1	1013	(NC)	99	-
	3	358	(NC)	38	-
	6	200	(NC)	19	-
	30	337	(NC)	1	-
Abril/2008	1	1581	4563	147	122
	3	553	3579	57	32
	6	278	4312	28	18
	30	285	(NC)	1	-
Setembro/2008	1	676	6939	64	71
	3	320	3573	33	13
	6	165	2830	15	8
	30	272	(NC)	1	-

Ao se considerar as perdas na rede elétrica foram encontradas diversos problemas. O caso de Fevereiro/2008 não foi resolvido para nenhum k e o tempo aumentou sem que o número de iterações tenha sofrido grandes alterações. Outra observação é que o valor ótimo de k variou de acordo com caso estudado.

6.3.3. Tempo de Viagem

A representação do tempo de viagem (TV) da água entre reservatórios tem como importante característica o acoplamento temporal entre vários intervalos de tempo, que podem estar bem distantes entre si. Incluindo os tempos de viagem nos casos com 30 patamares, obtivemos, para alguns valores de k , os tempos mostrados na Tabela 19. As linhas sombreadas indicam o k em que o tempo computacional foi o menor.

Tabela 19 - Comparação entre os casos bases e os casos com tempo de viagem: 30 períodos.

Caso	k	Tempo Total(s)		# de iterações	
		Sem TV	Com TV	Sem TV	Com TV
Dezembro/2007	1	874	(NC)3887	76	200
	3	374	(NC)2434	35	200
	6	225	(NC)2236	19	200
	30	343	502	1	1
Fevereiro/2008	1	1013	(NC)6682	99	200
	3	358	(NC)5629	38	200
	6	200	(NC)5064	19	200
	30	337	401	1	1
Abril/2008	1	1581	(NC)3582	147	200
	3	553	(NC)2314	57	200
	6	278	(NC)2085	28	200
	30	285	332	1	1
Setembro/2008	1	676	(NC)7523	64	200
	3	320	(NC)6082	33	200
	6	165	(NC)4919	15	200
	30	272	688	1	1

Todos os casos não convergiram com 200 iterações utilizando a PDD, porem foram resolvidos em tempo hábil utilizando $k=30$, ou seja, sem decompor o problema.

A Tabela 20 mostra os valores de Z_{inf} , Z_{sup} e gap para os casos não convergidos. Observa-se que quanto maior o valor de k , menor foi o gap alcançado com 200 iterações, ou seja, os casos mais próximos da convergência foram os que tinham os maiores valores de k .

Tabela 20 - Z_{inf} e Z_{sup} dos casos com tempo de viagem da água entre reservatórios

Caso	k	Tempo(s)	gap	Z_{inf}	Z_{sup}
Dezembro/2007	1	3887	0,029668791	46284865,1	46298597,3
	3	2434	0,000963820	46290151,1	46290597,2
	6	2236	0,000027039	46290310,2	46290322,7
	30	502	-	46290314,6	-
Fevereiro/2008	1	6682	0,115985555	51579458,1	51639282,8
	3	5629	0,011187166	51605541,7	51611314,9
	6	5064	0,002414511	51608000,2	51609246,3
	30	401	-	51608657,5	-
Abril/2008	1	3582	0,023603839	46012319,6	46023180,3
	3	2314	0,002857708	46016895,8	46018210,9
	6	2085	0,000184933	46017413,1	46017498,2
	30	332	-	46017478,7	-
Setembro/2008	1	7523	0,114992134	52902556,1	52963389,9
	3	6082	0,003608867	52928954,6	52930864,8
	6	4919	0,000326189	52929757,4	52929930,1
	30	688	-	52930153,5	-

Com $k=30$, ou seja, resolvendo o problema com um único PPL, o tempo foi da mesma ordem de grandeza dos casos sem tempo de viagem. O pequeno aumento, foi

basicamente provocado pelo acréscimo do número de elementos não nulos da matriz de restrições do PPL. Já para os casos em que o problema é decomposto em subproblemas ($k < 30$), a transmissão de informações referentes às defluências com tempo de viagem, de um subproblema para o outro, induz em um grande aumento no número de iterações do processo iterativo. Com isso, observa-se um aumento de até 25 vezes no tempo computacional quando comparados com o tempo sem a consideração do tempo de viagem.

A seguir são apresentados os tempos para os casos de Fevereiro/2008 e Setembro/2008 com discretização horária. Observa-se que quando se utilizou a PDD nenhum caso convergiu até 200 iterações para o caso de Fevereiro. Ao se resolver o problema sem decomposição, obteve-se um tempo próximo do caso base para o caso de setembro/2008.

Tabela 21 - Comparação entre os casos bases e os casos com tempo de viagem: 168 períodos, Fevereiro/2008 e Setembro/2008.

k	Fevereiro/2008		Setembro/2008	
	Caso base	Com TV	Caso base	Com TV
1	(NC)4916	(NC)16498	(NC)4941	(NC)15810
2	(NC)8253	(NC)13996	7572	(NC)14807
3	8638	(NC)9028	5903	(NC)11133
4	7415	(NC)	2710	(NC)42061
6	5278	(NC)8804	(Pac)4005	(NC)11359
7	5636	(NC)9175	3872	(NC)12672
8	4547	(NC)30844	3705	(NC)38632
12	3663	(NC)14802	3064	(NC)4257
14	4212	(NC)18535	3227	(NC)17896
21	3770	(NC)23594	3127	(NC)22195
24	2425	(NC)41284	1916	(NC)19749
28	3145	(NC)55121	2793	(NC)23554
42	4116	(NC)61642	2067	(NC)28173
56	4384	(NC)13644	3297	(NC)31942
84	6293	(NC)19468	5021	(NC)43469
168	(Pac)13948	(NC)	(Pac)14193	14557

6.3.4. Restrições de Rampa

As restrições de rampa impedem que uma variável relacionada a algum componente do sistema tenha grande variação de um período para o outro. Neste trabalho foram inseridas restrições de rampa para as gerações das usinas hidroelétricas. As restrições de rampa promovem um acoplamento temporal entre os períodos, pois a operação de um período depende da operação do período anterior.

A Tabela 22 mostra os tempos totais e o número de iterações considerando ou não as restrições de rampa para as gerações hidroelétricas. As linhas sombreadas indicam o k em que o tempo computacional foi o menor.

Tabela 22 - Comparação entre os casos bases e os casos com restrições de rampa.

Caso	k	Tempo Total(s)		# de iterações	
		Sem Rampa	Com Rampa	Sem Rampa	Com Rampa
Dezembro/2007	1	874	(NC)5686	76	200
	3	374	(NC)4793	35	200
	6	225	(NC)4563	19	200
	30	343	453	1	1
Fevereiro/2008	1	1013	(NC)6081	99	200
	3	358	(NC)5113	38	200
	6	200	(NC)5848	19	200
	30	337	919	1	1
Abril/2008	1	1581	(NC)5536	147	200
	3	553	(NC)4678	57	200
	6	278	(NC)4268	28	200
	30	285	375	1	1
Setembro/2008	1	676	(NC)6904	64	200
	3	320	(NC)6919	33	200
	6	165	(NC)6287	15	200
	30	272	344	1	200

Como esperado, a inclusão das restrições de rampa tornou o processo iterativo mais extenso, o que provocou um aumento no tempo computacional. O valor de k ótimo foi sempre igual a 30. Em todos os casos com k diferente de 30 não foi possível obter a convergência com menos de 200 iterações. A Tabela 23 mostra os valores de Z_{inf} , Z_{sup} e gap para os casos não convergidos. Podemos observar, como nos casos com tempo de viagem, que os casos com maiores valores de k estão mais próximos de convergirem.

Tabela 23 - Z_{inf} e Z_{sup} dos casos com tempo de viagem da água entre reservatórios

Caso	k	Tempo(s)	gap	Z_{inf}	Z_{sup}
Dezembro/2007	1	5686	0,014278374	46.301.508,4	46.308119,5
	3	4793	0,000495678	46.304.949,0	46.305178,5
	6	4563	0,000039008	46.305.028,6	46.305046,6
	30	453	-	46.305.032,6	-
Fevereiro/2008	1	6081	6,710385581	54.441.797,1	58.095051,6
	3	5113	0,484160089	57.089.610,2	57.366015,3
	6	5848	0,239203667	57.206.336,6	57.343176,2
	30	919	-	57.318.693,1	-
Abril/2008	1	5536	1,145743315	51.899.048,5	52.493678,4
	3	4678	0,011597172	52.185.426,0	52.191478,0
	6	4268	0,000353337	52.187.914,5	52.188098,9
	30	375	-	52.188.003,5	-
Setembro/2008	1	6904	12,125824546	61.930.670,6	69.440275,0
	3	6919	2,639030506	65.528.624,3	67.257944,7
	6	6287	0,773164121	66.517.265,1	67.031552,7
	30	344	-	66.831.075,4	-

6.3.5. Volume de Espera

A restrição de volume de espera (ou simplesmente VE) é uma restrição inserida no final do horizonte de estudo, com o objetivo de impedir que reservatórios fiquem cheios, a fim de se manter um volume ocioso no reservatório para amortecer eventuais cheias que venham a ocorrer. Esta restrição, apesar de somente estar presente no último intervalo de tempo, acopla as variáveis de operação de todos os intervalos de tempo, visto que o volume do último período depende da operação ao longo de todo o horizonte.

A Tabela 24 mostra os tempos comparativos quando se considera ou não as restrições de VE no problema. O caso de Abril/2008 com $k=1$ foi o único a não convergir após 200 iterações. As linhas sombreadas indicam o valor de k em que o tempo computacional foi o menor.

Tabela 24 - Comparação entre os casos base e os casos com restrições de volume de espera: 30 períodos.

Caso	k	Tempo Total(s)		# de iterações	
		Sem VE	Com VE	Sem VE	Com VE
Dezembro/2007	1	874	777	76	69
	3	374	455	35	43
	6	225	216	19	18
	30	343	351	1	1
Fevereiro/2008	1	1013	3182	99	132
	3	358	1387	38	65
	6	200	922	19	39
	30	337	668	1	1
Abril/2008	1	1581	(NC)2211	147	200
	3	553	968	57	103
	6	278	526	28	58
	30	285	285	1	1
Setembro/2008	1	676	1748	64	63
	3	320	842	33	34
	6	165	474	15	18
	30	272	620	1	1

Nestes estudos podemos observar que os impactos das restrições de VE são diferentes de um caso para o outro. No caso de Dezembro/2007, as restrições de VE não provocaram grandes impactos, sendo que para alguns valores de k o tempo foi até reduzido. Já que nos demais casos houve um aumento no tempo computacional.

Quando não se inserem as restrições de VE, os melhores tempos são obtidos quando se utiliza $k=6$, porém com as restrições de VE, aumenta-se o acoplamento temporal e o k ótimo fica sendo igual a 30.

Também analisados os casos de Fevereiro/2008 e Setembro/2008 com discretização horária. Os tempos estão mostrados na tabela a seguir. Observa-se que o valor ótimo de agregação é o mesmo de quando não se insere as restrições de VE.

Tabela 25 - Comparação entre os casos base e os casos com restrições de volume de espera: 168 períodos, Fevereiro/2008 e Setembro/2008.

<i>k</i>	Fevereiro		Setembro	
	Caso Base	Com VE	Caso Base	Com VE
1	(NC)4916	(NC)5066	(NC)4941	(NC)5077
2	(NC)8253	(NC)8327	7572	6822
3	8638	11615	5903	5476
4	7415	8808	2710	4961
6	5278	8609	(Pac)4005	4455
7	5636	8097	3872	3790
8	4547	7302	3705	3239
12	3663	6343	3064	3354
14	4212	6962	3227	3347
21	3770	7010	3127	3123
24	2425	5022	1916	2033
28	3145	6735	2793	2633
42	4116	9377	2067	2655
56	4384	11963	3297	2885
84	6293	16894	5021	5257
168	(Pac)13948	(Pac)8834	(Pac)14193	14926

Em princípio, esperava-se que para as restrições de VE, a melhor opção de decomposição do problema de PDO fosse uma maior agregação, o que não foi constatado. Este fato ocorreu por que restrições consideradas não causaram impacto na operação, ou seja, as restrições de VE foram atendidas com folga. Realizou-se um estudo adicional com o caso de Dezembro/2007 com 30 intervalos de tempo. Neste estudo, os limites das restrições de VE foram alterados para ficarem mais severos, ou seja, os limites superiores de armazenamento (equação (13)) foram reduzidos. Os tempos obtidos estão na Tabela 26.

Tabela 26 - Comparação entre os casos base e os casos com restrições de volume de espera (80%) para o caso de Dezembro/2007 com 30 períodos.

Caso	<i>k</i>	Tempo Total(s)		# de iterações	
		Sem VE	Com VE, mais severos	Sem VE	Com VE, mais severos
Dezembro/2007	1	874	3233	76	142
	2	468	1766	44	82
	3	374	1243	35	61
	5	181	741	19	36
	6	225	721	19	36
	10	179	285	12	12
	15	184	281	9	12
	30	343	342	1	1

Podemos observar que houve apenas uma leve alteração no valor ótimo de k (10 no caso base e 15 com VE mais severo). Entretanto o fato mais interessante é que o tempo computacional para estes valores de k sofreu um aumento percentual (aproximadamente 50%) muito menor do que, por exemplo, para o $k = 1$ ou $k = 2$, onde o aumento chegou a aproximadamente 300%. Com isso constata-se que as restrições de volume de espera, quando ativas, causam um impacto muito maior para as variantes onde a agregação de períodos na PDD é menor.

7. CONCLUSÕES

Este trabalho teve por objetivo propor uma nova estratégia de definição dos estágios para a programação dinâmica dual (PDD) dentro do contexto de resolução do problema da programação diária da operação (PDO) determinístico. Utilizou-se para os estudos o modelo DESSEM, desenvolvido pelo CEPEL para a PDO, e consideraram-se casos reais utilizados no planejamento da operação do sistema energético brasileiro com horizonte de uma semana.

O objetivo principal dos testes numéricos foi de comparar as performances das metodologias tradicional e proposta, além de verificar como se comporta a metodologia proposta em relação à variação no grau de decomposição do problema. Os casos foram divididos em dois tipos. No primeiro tipo foi utilizada uma discretização horária, típica na literatura, e assim o horizonte de estudo foi dividido em 168 intervalos de tempo de uma hora. No segundo tipo foi utilizada uma discretização que tem sido usada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) para a PDO do sistema interligado nacional brasileiro, a qual consiste em dividir o horizonte de estudo em 30 intervalos de tempo, de duração variável.

Os estudos foram divididos em duas partes. Na primeira parte foi feito um estudo de consistência, onde todos os casos foram resolvidos utilizando todos os possíveis valores para o fator de agregação (k). Em todos os casos foram comparados os custos totais de operação obtidos para os diferentes valores de k e verificou-se que os custos foram iguais para todos os casos. Com isto mostra-se que a metodologia é coerente no sentido de que o custo da solução ótima não depende do fator de agregação. Também se verificou que existe uma decomposição "ótima" do problema, que é aquela para a qual se obteve o mínimo tempo de processamento. Para alguns casos, o menor tempo foi obtido com o fator máximo de agregação, ou seja, sem decompor o problema.

Na segunda parte dos estudos, foi realizada uma análise de sensibilidade do fator ótimo de agregação em relação à inclusão de diversos aspectos no problema PDO, tais como: tempo de viagem d'água entre reservatórios; consideração da rede elétrica e das perdas na rede elétrica; restrições para o controle de cheias nos reservatórios; e restrições de rampa de geração para as usinas hidroelétricas. Para todos os casos, encontrou-se uma divisão do problema em que o tempo computacional para resolvê-lo utilizando a

O problema estudado neste trabalho é determinístico. Em trabalhos futuros, pretende-se estender a metodologia proposta para problemas estocásticos, como no modelo DECOMP, que é utilizado pelo Operador Nacional do Sistema para o planejamento com um horizonte de até 1 ano com discretização semanal/mensal.

metodologia proposta é menor tanto quando comparado com a metodologia de PDD tradicional (1 subproblema para cada intervalo de tempo) como quando comparado com a estratégia de não se decompor o problema (resolvê-lo como um único problema de programação linear). Em alguns casos, não foi possível obter uma solução para o problema da programação diária da operação, por um dos dois motivos: o extenso processo iterativo provocado pela decomposição do problema em um grande número de estágios, ou o grande tamanho do problema de programação linear a ser resolvido (número de variáveis, restrições e elementos não nulos da matriz de restrições), devido à decomposição do problema ter sido feita em um pequeno número de estágios.

Para a rede elétrica, o menor tempo foi alcançado nos mesmos padrões obtidos para os casos sem rede elétrica. Isto decorre pelo fato das restrições da rede elétrica não promoverem acoplamento temporal, portanto não há vantagens significativas em uma maior agregação de intervalos em relação ao caso sem rede elétrica. Para os casos com tempo de viagem da água entre reservatórios, onde o acoplamento temporal é muito forte, verificou-se que a melhor estratégia era sempre a de não decompor o problema. O mesmo foi verificado para os casos com restrição de rampa. O fator de agregação ótimo para os casos com restrição de volume de espera foram próximos de quando estas restrições não foram consideradas, com uma leve tendência a um aumento no valor de k . Entretanto, observou-se que, quando as restrições de volume de espera são mais severas, o uso de valores pequenos de k leva um significativo aumento no tempo computacional para resolver o problema.

A partir dos estudos realizados, conclui-se que é de grande importância a avaliação da melhor forma de se decompor o problema da PDO. A decomposição ótima depende dos tipos de restrições consideradas em cada caso. Entretanto, em linhas gerais pode-se dizer que, para aspectos que não promovem acoplamento temporal, é melhor aumentar o número de estágios, enquanto que para aspectos que promovem acoplamento temporal é melhor reduzir o número de estágios.

Devido aos constantes avanços na área tecnologia (computadores e pacotes de otimização), faz-se necessário uma reavaliação periódica da decomposição do problema de PDO, para verificar se os fatores ótimos de agregação continuam sendo os mesmos obtidos neste trabalho.

8. BIBLIOGRAFIA

- [1] FORTUNATO, L.A.M. NETO, T., ALBUQUERQUE, A.A., et al., Introdução ao planejamento da expansão e operação de sistemas de produção de energia elétrica, Niterói, Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.
- [2] MACEIRA, M.E., TERRY, L.A., COSTA, F.S. et al, “Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system”, *Proceedings of the Power System Computation Conference - PSCC'02*, Sevilla, Spain, June 2002.
- [3] MACEIRA, M. E. P., MERCIO, C. B., GORENSTIN, B. G., et al., “Energy Evaluation of The North/Northeastern and South/Southeastern Interconnection with NEWAVE Model”, *VI SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Salvador, Brazil, 1998
- [4] XAVIER, L. N., DINIZ, A. L., COSTA, F. S., et al, “Aprimoramento da modelagem da função de produção energética das usinas hidroelétricas no modelo DECOMP: metodologia e resultados”, *XVIII SNPTEEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Curitiba, Out. 2005.
- [5] DINIZ, A. L., SANTOS, T. N., MACEIRA, M. E. P., “Short term security constrained hydrothermal scheduling for large scale systems considering transmission losses”, *IEEE/PES Transm. Distr. Conf. Expos. Latin America*, Caracas, Venezuela, Jun. 2006.
- [6] AGARWAL, S., K., NAGRATH, I., J., “Optimal Scheduling of hydrothermal Systems”, *IEE Proceedings*, v.119, n. 02, pp. 169-173, Fev. 1972.
- [7] SAHA, T., N., KHAPARDE, S., A., “An Application of a Direct Method to the Optimal Scheduling of Hydrothermal System”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 97, n. 3, pp. 977-982, Mai. 1978.

- [8] SOARES, S., LYRA, C., TAVARES, H., "Optimal Generation Scheduling of Hydrothermal Power Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 99, n. 3, pp. 1107-1118, Jun. 1980.
- [9] NANDA, J., BIJWE, P., R., "Optimal hydrothermal Scheduling with cascaded plants using progressive optimality algorithm", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 100, n. 4, pp. 2093-2099, Apr. 1981.
- [10] PEREIRA, M. V. P., PINTO, L. M. V. G., "A decomposition approach to the economic dispatch of hydrothermal systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 10, pp. 3851-3859, Oct. 1982.
- [11] PEREIRA, M., V., F., PINTO, L., M., V, G., "Application of Decomposition Techniques to the Mid – and Short – Term Scheduling of Hydrothermal System", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 102, n. 11, pp. 3611-3618, Nov. 1983.
- [12] YANG, J., S., CHEN, N., "Short Term Hydrothermal Coordination Using Multi-Pass Dynamic Programming", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 3, pp. 1050-1056, Aug. 1989.
- [13] LUO, G., X., HABIBOLLAHZADEH, H., SEMLYEM, A., "Short- term hydro-thermal dispatch detailed model and solutions", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 4, pp. 1452-1462, Oct 1989.
- [14] HABIBOILAHZADEH, H., FRANCES, D., SUI, U., "A new generation scheduling program at Ontario Hydro", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 1, pp. 65-73, Feb 1990.
- [15] JOHANNESSEN, A., GJELSVIK, A., FOSSO, O., B., FLATABO, N., "Optimal short-term hydro scheduling including security constraints", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 2, pp. 576-583, May 1991.

- [16] OHISHI, T., SOARES, S., CARVALHO, M., F., M., "A short-term hydrothermal scheduling approach for dominantly hydro systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 2, pp. 637-643, May. 1991.
- [17] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., "Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning", *Mathematical Programming*, v. 52, n.1-3, pp. 359-375, May 1991.
- [18] PIEKUTOWSKI, M., R., LITWINOWICZ, T., FROWD, R., J., "Optimal Short-term scheduling for a large-scale cascaded hydro system", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, pp. 805-811, May. 1994.
- [19] HEREDIA, F., J., NABONA, N., "Optimum short-term hydrothermal scheduling with spinning reserve through network flows", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3, pp. 1642-1651, Aug 1995.
- [20] NILSSON, O., SJELVGREN, D., "Mixed-integer programming applied to short-term planning of a hydro thermal system", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 281-286, Feb. 1996.
- [21] SALAM, M.S., NOR, K.M., HAMDAM, A.R., " Hydrothermal scheduling based Lagrangian relaxation approach to hydrothermal coordination", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 1, pp. 226-235, Feb. 1998.
- [22] RUZIC, S., RAJAKOVIC, N., "Optimal distance method for lagrangian multipliers updating in short-term hydro-thermal coordination", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 4, pp. 1439-1444, Nov. 1998.
- [23] ORERO, S. O., IRVING, M.R. , " A genetic algorithm modeling framework and solution technique forshort term optimal hydrothermal scheduling", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2 , pp. 501-518, May. 1998.

- [24] SHAWWASH, Z. K., SIU, T. K., RUSSEL, S. O., "The B.C. Hydro short-term hydro scheduling optimization model", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3, pp. 1125-1131, Aug. 2000.
- [25] DINIZ, A. L., SOUZA, L. C. F., MACEIRA, M. E. P., "Estratégia de representação DC da rede elétrica no modelo de despacho da operação energética – DESSEM", *VIII SEPOPE – Symposium of Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Brasilia, Brasil, May 2002.
- [26] DINIZ, A.L., *Uma estratégia de decomposição por relaxação lagrangeana para a otimização da programação diária da operação de sistemas hidrotérmicos com modelagem detalhada da rede elétrica – aplicação ao sistema brasileiro*. Tese* de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Jan. 2007.
- [27] DINIZ, A.L., MACEIRA, M.E., "A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n.3, pp. 1298-1308, Ago. 2008.
- [28] Monticelli, A., *Fluxo De Carga Em Redes De Energia Elétrica*, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1983.
- [29] BENDERS, J. F. "Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems". *Numerische Mathematik*, n. 4, p. 238-252, 1962.
- [30] BERTSIMAS, D., TSITSIKLIS, J. N., *Introduction to Linear Optimization*, 3th ed., Athena Scientific, 1997.
- [31] BAZARRA, M. S., JARVIS, J. J., *Linear Programming and Network Flows*, John Wiley, New York, 1977.

- [32] LUENBERGER, D. G., *Linear and nonlinear programming*, 2 ed., Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1984
- [33] MACEIRA, M. E. P., TERRY, L. A., DINIZ, A. L. et al, "Despacho de geração horário com representação detalhada de restrições hidráulicas", *VII SEPOPE –Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Foz do Iguaçu, Brasil, May 2000.
- [34] AL-AGTASH, S., "Hydrothermal scheduling by augmented Lagrangian: consideration of transmission constraints and pumped-storage units", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 04, pp. 750-756, Nov. 2001.
- [35] SANTOS, T. N., DINIZ, A. L., "Análise do uso de cortes de viabilidade na programação dinâmica dual para o problema de programação da operação de sistemas hidrotérmicos", *XI SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica*, Belém - Pará, Março, 2009.
- [36] IBM Optimization Subroutine Library (OSL), *Guide and Reference*, Release 3.0, 2003.
- [37] BELLONI, A., DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E. P., et al., "Bundle relaxation and primal recovery in unit commitment problems. The Brazilian case", *Annals of Operations Research*, v.120, n. 1-4, pp. 21-44, Apr. 2003.
- [38] BRANNLUND, H., BUBENKO, J. A., SJELVGREN, D., et al., "Optimal short term operation planning of a large hydrothermal power system based on a nonlinear network flow concept", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 1, n. 4, pp. 75-82, Feb. 1986.
- [39] BRANNLUND, H., SJELVGREN, D., "Short term generation scheduling with security constraints", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, no. 1, Feb. 1988, pp. 310-316.

- [40] DANTZIG, G. B., *Linear Programming and Extensions*, Princeton. Princeton University Press, 1963.
- [41] DINIZ, A.L., SANTOS, T.N., "Sensitivity Analysis on the Definition of Stages for the Multi Stage Benders Decomposition Approach Applied to Hydrothermal Scheduling", *IEEE PES – General Meeting – Florida, USA*, June, 2007.
- [42] DINIZ, A.L., SANTOS, T.N., "Multi-Period Stage Definition for the Multi Stage Benders Decomposition Approach Applied to Hydrothermal Scheduling", *EngOpt 2008 - International Conference on Engineering Optimization*, Rio de Janeiro, Brazil, 01 - 05 June 2008.
- [43] FINARDI, E.C., DA SILVA, E. L., SAGASTIZÁBAL, C., "Solving the unit commitment problem of hydropower plants via Lagrangian relaxation and sequential quadratic programming", *Computational and Applied Mathematics*, v. 24, n. 3, pp. 0317-0341, Sept. 2005.
- [44] FRANCO, P. E. C., CARVALHO, M. F., SOARES, S., "A network flow model for short-term hydro-dominated hydrothermal scheduling problems", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, pp. 1016-1022, May 1994.
- [45] GILL, P. E., MURRAY, W., WRIGHT, M. H., *Practical Optimization*, Academic Press, London, 1981.
- [46] ILOG CPLEX 9.0, *User's Manual*, October 2003.
- [47] ILOG CPLEX 9.0, *Getting Started*, October, 2003.
- [48] LI, C., HSU, E., SVOBODA, A. J., et al, "Hydro unit commitment in hydro thermal optimization", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, pp. 764-769, May 1997.

- [49] MACEIRA, M. E. P., MERCIO, C. B., GORENSTIN, B. G., et al., "Energy Evaluation of The North/Northeastern and South/Southeastern Interconnection with NEWAVE Model", *VI SEPOPE –Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Salvador, Brazil, 1998.
- [50] PEREIRA, M. V. F., "Optimal Stochastic Operations Scheduling of Large Hydroelectric Systems", *Electrical Power & Energy Systems*, v. 11, n.3, pp. 161-169, July 1989.
- [51] SACHDEVA, S. S., "Bibliography on optimum reservoir drawdown for the hydroelectric-thermal power system operation", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 6, pp. 1487-1496, Jun. 1982.
- [52] SANTOS, T.N, DINIZ, A.L., "Avaliação da performance da programação dinâmica dual em relação à definição dos estágios no problema de programação da operação", *XIX SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – Rio de Janeiro, Outubro, 2007*.
- [53] VAN DEN BOSCH, P. P. J., LOOTSMA, F. A., "Scheduling of power generation via large-scale nonlinear optimization", *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 55, n. 2, pp. 313-326, Nov. 1987.
- [54] YAMIN, H., "Review on methods of generation scheduling in electric power systems", *Electric Power Systems Research*, v.69, n.2-3, pp. 227-248, May 2004.

9. APÊNDICES

9.1. Dados do caso de Setembro/2008

9.1.1. Dados das usinas Termoeletricas

A Tabela 27 lista as usinas do parque térmico utilizado no caso de Setembro/2008 para os estudos de consistência. Este parque é constituído de 40 usinas térmicas distribuídas pelos subsistemas Sul (S), Sudeste (SE) e Nordeste (NE).

Tabela 27 - Dados das usinas térmicas do Setembro/2008.

Nome da Usina	Capacidade (MW)	Custo Incremental (R\$/MWh)	Nome da Usina	Capacidade (MW)	Custo Incremental (R\$/MWh)
ANGRA 1	520	20,17	P.MEDICI A	50	115,9
ANGRA 2	1350	16,26	P.MEDICI B	215	115,9
IGARAPE	75	645,3	NUTEPA	12	780
ST.CRUIZ 34	0	310,41	S.JERONIMO	15	248,31
ST.CRUIZ DI	166	730,54	FIGUEIRA	8,5	206,39
R.SILVEIRA	30	523,35	ALEGRETE	60	564,57
CUIABA CC	0	6,27	CHARQUEADA	54	143,28
CARIOBA	0	937	J.LAC. A1	92	170,49
PIRAT.12 O	175,3	470,34	J.LAC. A2	124	129,14
FGASPARIAN	0	180	J.LACER. B	250	129,12
BRIZOLA_T	53,3	137,27	J.LACER. C	350	105,39
BLSOBR_T	26,2	139,23	W.ARJONA	84	808,02
AUR.CHAVES	0	77,46	URUGUAIANA	0	137,67
M.LAGO	860	253,83	S.TIARAJU	153	541,93
LC.PRESTES	0	130,55	ARAUCARIA	0	219
JUIZ DE FO	79	150	CAMACARI	330	834,35
NORTEFLU 1	400	31,01	C.JEREISSA	108,8	492,29
NORTEFLU 2	100	42,6	FORTALEZA	163,4	80,65
NORTEFLU 3	200	74,4	C.FURTADO	96	100,95
NORTEFLU 4	85	108	TERMOPE	177,9	70,16

9.1.2. Dados das usinas Hidroelétricas

A Tabela 28 lista as usinas do parque hidroelétrico utilizado no caso de Setembro/2008 para os estudos de consistência. Este parque é constituído de 120 usinas hidroelétricas distribuídas por todos os subsistemas. Usinas com volume útil igual a ‘-’, correspondem

a usina a fio d'água, ou seja, que não possuem capacidade de regularização. Usinas com potência instalada igual a '-' não possuem máquinas para gerar energia, se constituindo basicamente em reservatórios para fazer o controle de cheias, e a regularização de vazões.

Tabela 28 - Dados das usinas hidroelétricas do Setembro/2008.

Nome	Volume útil (hm ³)	Potência instalada (MW)	Nome	Volume útil (hm ³)	Potência instalada (MW)
CAMARGOS	672	46,00	CANDONGA	0	140,10
ITUTINGA	0	52,00	MASCARENHAS	0	198,00
FUNIL-GRANDE	0	180,00	ITAIPU	0	14000,00
EMBORCACAO	13056	1192,00	ERNESTINA	238	-
CAPIM BRANC1	12,86	240,00	PASSO REAL	3357	158,00
CAPIM BRANC2	1	210,00	JACUI	0	180,00
NOVA PONTE	10380	510,00	ITAUBA	0	500,00
SAO SIMAO	5540	1710,00	D. FRANCISCA	0	125,00
TRES MARIAS	15278	396,00	G.B. MUNHOZ	3805	1676,00
JAGUARA	0	424,00	SEGREDO	388	1260,00
VOLTA GRANDE	0	380,00	SALTO CAXIAS	0	1240,00
SALTO GRANDE	0	102,00	G.P. SOUZA	156	260,00
MIRANDA	146	408,00	JORDAO	25	-
IGARAPAVA	0	210,00	STA CLARA PR	262	120,00
AIMORES	28,97	330,00	FUNDAO	0	120,00
IRAPE	3696	360,00	SLT.SANTIAGO	4113	1420,00
QUEIMADO	461,75	105,00	SALTO OSORIO	0	1078,00
CACONDE	504	80,40	PASSO FUNDO	1404	226,00
A. VERMELHA	5169	1396,20	MACHADINHO	1057	1140,00
BARRA BONITA	2566	140,00	ITA	0	1450,00
PROMISSAO	2128	264,00	CANA BRAVA	0	450,00
NAVANHANDAVA	0	347,40	MONTE CLARO	1,18	130,00
E. DA CUNHA	0	108,80	SOBRADINHO	28669	1050,00
A.S.OLIVEIRA	0	32,00	ITAPARICA	3548	1500,00
A.S. LIMA	0	144,00	MOXOTO	0	400,00
IBITINGA	0	131,40	P.AFONSO 123	0	1417,20
TAQUARUCU	0	554,00	XINGO	0	3162,00
ROSANA	0	372,00	B. ESPERANCA	1912	225,00
CANOAS I	0	82,50	P. CAVALO	880	160,00
CANOAS II	0	72,00	TUCURUI	38982	8370,00
A.A. LAYDNER	3165	97,75	CURUA-UNA	400	30,00
CHAVANTES	3041	414,00	ROSAL	0	55,00
CAPIVARA	5724	640,00	GUILMAN-AMOR	0	140,00
L.N. GARCEZ	0	73,76	SOBRAGI	0	60,00
JUPIA	0	1551,20	P. ESTRELA	33	112,00
I. SOLT. EQV	8965	4251,50	STA CLARA MG	0	60,00
P. PRIMAVERA	0	1540,00	SA CARVALHO	0	78,00
JAGUARI	793	27,60	LAJEADO	0	902,50
PARAIBUNA	2636	85,00	PIRAJU	0	80,00
FURNAS	17217	1312,00	ITIQUEIRA I	0	60,80

Nome	Volume útil (hm ³)	Potência instalada (MW)	Nome	Volume útil (hm ³)	Potência instalada (MW)
M. DE MORAES	2500	478,00	JAUURU	0,98	118,00
ESTREITO	0	1104,00	GUAPORE	0	120,00
P. COLOMBIA	0	328,00	ITAPEBI	0	475,00
MARIMBONDO	5260	1488,00	QUEBRA QUEIX	26	120,00
ITUMBIARA	12454	2280,00	PONTE PEDRA	0	176,10
CORUMBA I	1030	375,00	BARRA GRANDE	2192,66	698,25
SERRA MESA	43250	1275,00	CAMPOS NOVOS	157	880,00
MANSO	2951	210,00	OURINHOS	0	44,10
FUNIL	605	222,00	CORUMBA IV	687,8	127,00
PEIXE ANGIC	530	452,10	PICADA	1	50,00
SANTA BRANCA	308	56,05	NILO PECANHA	0	380,03
LAJES	445,34	-	P. PASSOS	0	99,90
ILHA POMBOS	0	187,17	VIGARIO	0	-
STA CECILIA	0	-	FONTES A	0	44,00
TOCOS	0	-	FONTES BC	0	87,99
SANTANA	0	-	TRAICAO	0,9	-
EDGARD SOUZA	0,9	-	PEDREIRA	0,9	-
GUARAPIRANGA	189,19	-	HENRY BORDEN	0	888,00
BILLINGS	1131,67	-	P.AFONSO 4	0	2462,40
CACH.DOURADA	0	658,00	ITIQUEIRA II	0	95,20

9.2. Dimensão dos casos estudados

A seguir são apresentadas as dimensões dos casos estudados.

Componente	Dezembro/ 2007	Fevereiro/ 2008	Abril/ 2008	Setembro/ 2008
# de usinas hidroelétricas	122	121	117	120
# de usinas termoeletricas	42	34	33	40
# de subsistemas	5	5	5	5
# de usinas com TV	56	55	55	57
# de usinas Com VE	22	25	15	25
# de usinas com restrição de rampa	91	90	105	108
# de barras elétricas	≈3700	3500	≈3600	3600
# de linhas de transmissão	≈5300	5000	≈5100	5300
Total de colunas na matriz (30 períodos)	53101	50941	49771	51571
Total de linhas na matriz (30 períodos)	33850	33482	31976	32659
Total de elementos na matriz (30 períodos)	168974	162461	153377	158321
Total de colunas na matriz (168 períodos)	297361	285265	278713	288793
Total de linhas na matriz (168 períodos)	189514	187266	178948	182914
Total de elementos na matriz (168 períodos)	945086	905937	852791	885485