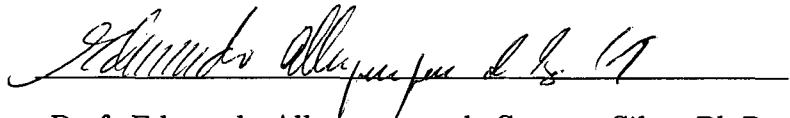


CONTROLE DE CONGESTIONAMENTO: UMA ABORDAGEM
DINÂMICO-POPULACIONAL VIA TEORIA DOS JOGOS EVOLUCIONÁRIOS

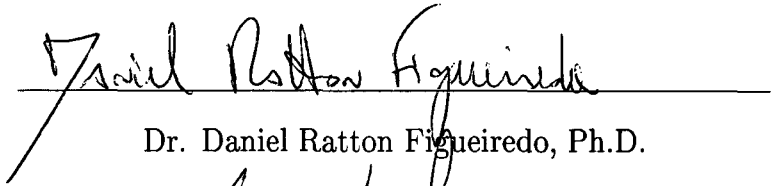
Daniel Sadoc Menasché

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E
COMPUTAÇÃO.

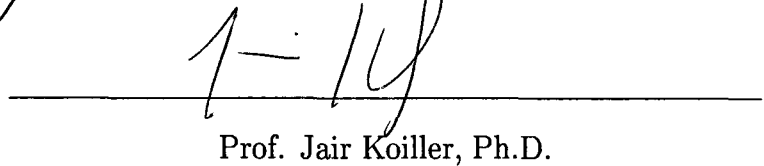
Aprovada por:



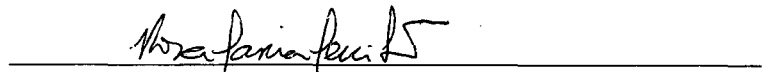
Prof. Edmundo Albuquerque de Souza e Silva, Ph.D.




Dr. Daniel Rattton Figueiredo, Ph.D.



Prof. Jair Koiller, Ph.D.



Profa. Rosa Maria Meri Leão, Dr.



Prof. Valmir Carneiro Barbosa, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL DE 2005

MENASCHÉ, DANIEL SADO

Controle de Congestionamento: Uma Abordagem Dinâmico-Populacional via Teoria dos Jogos Evolucionários [Rio de Janeiro] 2005

XIV, 137 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia de Sistemas e Computação, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Controle de congestionamento
2. Modelo dinâmico-populacional
3. Teoria dos jogos
4. Teoria dos jogos evolucionários
5. Redes de computadores

I. COPPE/UFRJ II. Título (Série)

*Dedico este trabalho aos meus pais
Benjamin Menasché e Ivone Luiza Menasché,
à minha irmã Diana Matilde Menasché,
e a todos os professores e amigos que participaram direta ou indiretamente
da concretização do mesmo.*

Agradecimentos

O que a lagarta interpreta como o fim do mundo é o que o professor denomina borboleta.

Richard Bach

Obrigado a todos os amigos do LAND – Laboratório de Modelagem, Análise e Desenvolvimento de Redes e Sistemas de Computação. Em especial, agradeço aos Professores Edmundo A. de Souza e Silva e Rosa Maria Meri Leão, que desde o terceiro período do Curso de Bacharelado em Informática, no ano de 2000, vêm acompanhando e orientando minha trajetória acadêmica. Muito obrigado ao Daniel Ratton Figueiredo, ex-aluno do Prof. Edmundo A. de Souza e Silva. Enquanto cursava seu doutorado na Universidade de Massachusetts, Amherst (UMASS), o Daniel trabalhou intensamente com o Professor Edmundo e comigo na criação e maturação das idéias contidas nesta tese. Muito obrigado também à minha irmã, Diana Matilde Menasché, que me ajudou a rever o português.

Agradeço a todos aqueles que colaboraram na etapa final de revisão, fazendo críticas, comentários e sugestões, e ajudando na concretização deste trabalho. Em especial:

Benjamin Menasché

Bernardo Calil Machado Netto

Carlo Kleber da Silva Rodrigues

Carolina Maria de Vilar Moreira Vieira

Prof. Dan Heyman

Daniel Ratton Figueiredo

Diana Matilde Menasché

Prof. Edmundo A. de Souza e Silva

Fernando Jorge Silveira Filho

Ivone Luiza Menasché

Prof. Jair Koiller

Jorge Allyson Azevedo

Profa. Rosa Maria Meri Leão

Prof. Valmir Carneiro Barbosa

Por fim, destaco o importante papel exercido pelo CNPq. Este foi o órgão responsável pela bolsa da qual usufruí durante os dois anos de dedicação ao Mestrado, bem como da bolsa de Iniciação Científica (IC) que recebi durante o curso de graduação.

Dúvidas, sugestões e comentários sobre a tese são bem vindos, e podem ser enviadas ao autor via e-mail: sadoc@land.ufrj.br.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UM ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE AGENTES QUE ADOTAM
CONTROLE DE CONGESTIONAMENTO NÃO-COOPERATIVO PARA
TRANSMISSÃO DE MULTIMÍDIA

Daniel Sadoc Menasché

Abril/2005

Orientador: Edmundo de Souza e Silva

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Esta tese investiga um sistema onde usuários em rede compartilham um canal de comunicação, devendo escolher a taxa com que irão receber dados multimídia. Cada usuário toma suas decisões objetivando unicamente maximizar a qualidade do serviço por ele recebido. Estamos particularmente interessados no processo dinâmico através do qual os usuários adaptam suas taxas e convergem para pontos de equilíbrio. Propomos um modelo, em duas camadas, para representar este sistema: (i) a camada superior consiste de um jogo evolucionário, que representa como os usuários adaptam suas taxas ao longo do tempo; (ii) a camada inferior captura o desempenho da rede e a qualidade percebida pelos usuários. Usando o modelo proposto, demonstramos de forma analítica e numérica algumas propriedades interessantes dos pontos de equilíbrio. Em particular, estabelecemos uma relação entre os estados que recebem probabilidade não-desprezível em regime estacionário e os equilíbrios de Nash do jogo induzido.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

CONGESTION CONTROL: A POPULATION-DYNAMICAL APPROACH
USING EVOLUTIONARY GAME THEORY

Daniel Sadoc Menasché

April/2005

Advisor: Edmundo de Souza e Silva

Department: Computer and System Engineering

This thesis investigates a system where a set of users sharing a bottleneck link must choose the transmission rate at which multimedia traffic is received. Users are assumed to be self-regarding and make their decisions with the sole goal of maximizing their perceived quality. We are interested in the dynamic process by which users adapt their data rates and the convergence of this process to equilibria. We propose a novel two layer model to represent this system: (i) the upper layer is an evolutionary game-theoretic model that captures how users adapt their rates; (ii) the lower layer model captures the network performance and the quality perceived by the users. Using the model proposed, we analytically and numerically demonstrate several interesting properties of the system equilibria. In particular, we establish the relationship between system states that have non-negligible steady state probabilities and Nash equilibria of the induced game.

Palavras-chave

1. Congestion control
2. Population-dynamical model
3. Game theory
4. Evolutionary game theory
5. Computer networks

Glossário de Redes

- ACK : Mensagem de Confirmação (*Acknowledge*).
- AIMD : Acréscimo aditivo, decréscimo multiplicativo (*Additive Increase, Multiplicative Decrease*).
- Canal : Meio através do qual trafegam os pacotes (*Link*).
- Codec : Codificador/decodificador de sinais de áudio ou vídeo.
- FEC : Mecanismo de Correção de Erros (*Forward Error Correction*).
- Internet : A rede de computadores mais popular atualmente, composta por um conjunto de canais (*links*), computadores (*hosts*) e roteadores (*routers*), prestando serviços como correio eletrônico (*e-mail*), web e suporte a vídeo-conferências, dentre outros, para milhões de usuários ao redor do mundo.
- MOS : Nota de opinião média – um indicador subjetivo de QoS (*mean opinion score*).
- QoS : Qualidade de Serviço (*Quality of Service*).
- Roteador : Um dispositivo que recebe mensagens e as encaminha para seus destinos, procurando selecionar a melhor rota disponível.
- RTP : Protocolo de Tempo-Real (*Real-Time Protocol*).
- RTT : Tempo para um pacote trafegar da origem ao destino, e voltar do destino para a origem (*Round Trip Time*).
- Taxa de recepção : Taxa, em bits por segundo, com a qual os dados são recebidos por um computador na rede.

- TCP : Protocolo de Controle de Transmissão (*Transmission Control Protocol*). O protocolo de transmissão de dados mais utilizado na Internet, que oferece garantia de entrega dos dados, controle de congestionamento e controle de fluxo.
- UDP : Protocolo de Datagrama do Usuário (*User Datagram Protocol*). Protocolo de transmissão de dados minimalista, que não oferece garantia de entrega dos dados, controle de congestionamento ou controle de fluxo. É usado primordialmente para transmissão de dados multimídia como vídeo e voz.

Glossário de Teoria dos Jogos

Jogo	:	O jogo é a descrição formal de uma situação estratégica.
Teoria dos jogos	:	A teoria dos jogos é o estudo formal sobre tomada de decisões nas quais vários jogadores interagem e a escolha de um pode afetar nos interesses dos outros.
Jogador	:	Agente, jogador ou usuário, é aquele que toma decisões.
Ganho	:	O ganho, <i>payoff</i> , utilidade, ou qualidade de serviço (QoS) é um número que reflete o quão desejável é um certo resultado do jogo.
Equilíbrio de Nash	:	O equilíbrio de Nash é uma lista de estratégias com a propriedade de que nenhum jogador pode unilateralmente mudar sua escolha e obter maior ganho.
Ótimo de Pareto	:	O ponto ótimo de Pareto é uma lista de estratégias com a propriedade de que nenhuma outra lista oferece maior ganho para todos os jogadores concomitantemente.
Estratégia	:	Cada estratégia é uma possível ação do jogador.
Inteligente	:	Um jogador inteligente é aquele capaz de inferir qualquer conclusão que um teórico dos jogos possa obter.
Racional	:	Um jogador racional é aquele que possui uma função de utilidade consistente e joga de forma a maximizar o seu ganho a longo prazo.

Notação

$\mathbf{a} \in \times_{j \in N} A_j$:	(a_1, a_2, \dots, a_N)
\mathbf{a}_{-i}	:	$(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_N)$
(\mathbf{a}_{-i}, a_i)	:	$(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \dots, a_N)$
$f(\cdot)$:	função f e seus parâmetros
$U_r(\cdot)$:	utilidade percebida pelo usuário r
$U(\boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\sigma})$:	utilidade percebida por um jogador “do tipo $\boldsymbol{\tau}$ ” quando o estado da população é $\boldsymbol{\sigma}$
$o(\epsilon)$:	nesta tese, uma função é dita $o(\epsilon)$ se $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} f(\epsilon) = 0$ (diferindo da definição padrão)

A seguir, algumas das variáveis levam em conta um usuário adotando a estratégia l , no estado s_i :

$p(l, i)$:	prob. de perda de pacotes
$d(l, i)$:	retardo (<i>delay</i>) (em segundos)
$L(i)$:	tamanho médio da fila (em bits)
μ	:	capacidade do servidor (em bits por segundo)
$\lambda(l)$:	taxa com a qual um usuário adotando a estratégia l injeta dados no <i>link</i>
$n(l, i)$:	número de usuários adotando a estratégia l no estado i
$\lambda^*(i)$:	taxa agregada de chegada de dados ao <i>link</i> , no estado i , igual a $\sum_l \lambda(l)n(l, i)$
$\rho(i)$:	$\lambda^*(i)/\mu$

Disponibilidade desta tese

Esta tese está disponível eletronicamente em www.land.ufrj.br/~sadoc/tese e em www.cos.ufrj.br. Informações adicionais, e eventualmente uma errata, também serão disponibilizadas no primeiro *link*.

Uma cópia impressa da mesma está disponível na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Centro de Tecnologia (CT), Biblioteca Central.

Dúvidas, sugestões e comentários são bem vindos, e podem ser enviadas ao autor via e-mail: sadoc@land.ufrj.br.

Sumário

Resumo	vi
Abstract	vii
Glossário	ix
1 Introdução	1
1.1 Motivação e Objetivo	1
1.2 Contribuição	2
1.3 Uma Introdução às Redes de Computadores e ao Controle de Con- gestionamento	3
1.4 Transmissão de Vídeo e Voz na Internet	10
1.5 Roteiro	13
2 Teoria dos Jogos Clássica	14
2.1 Conceitos Básicos e Definições	14
2.2 A Tragédia dos Bens Comuns	20
2.3 Outros exemplos de jogos	22
2.3.1 Leilões	25

2.4	Uma Classificação dos Jogos	26
2.4.1	Jogos Soma Zero e Jogos Soma Não Zero: Elos entre Otimização e Teoria dos Jogos	26
2.4.2	Jogos Cooperativos e Não Cooperativos	29
2.5	No Limiar Entre a Teoria dos Jogos Clássica e a Teoria dos Jogos Evolucionários	30
2.5.1	Jogos Extensivos	30
	Uma visão crítica	32
2.5.2	Jogos Repetidos e o Surgimento da Cooperação no Dilema do Prisioneiro	33
	Uma visão crítica	35
3	Teoria dos Jogos Evolucionários	36
3.1	Motivação e Definições	36
3.2	Virtudes da Teoria dos Jogos Evolucionários	40
3.3	Maynard Smith e Estratégias Evolucionariamente Estáveis (ESS)	41
3.4	Sistemas Dinâmicos, Atratores e Estabilidade	43
3.5	A Dinâmica do Replicador	44
3.5.1	Outra forma de dedução	46
3.5.2	Exemplos	47
3.5.3	Algoritmos Genéticos	51
3.5.4	Bifurcações e a Estabilidade Estrutural do Sistema	52
3.6	Relacionando os Pontos de Equilíbrio	54
3.7	Dinâmicas Estocásticas	55

4 Teoria dos Jogos, Redes de Computadores e Economia	56
4.1 Revisitando a Tragédia dos Comuns: Mecanismos de Tarifação ou <i>Pricing</i>	56
4.1.1 O Mercado Inteligente	57
4.1.2 O <i>Framework</i> de Frank Kelly	58
O Caso de Um Único <i>Link</i>	58
O Algoritmo Distribuído de Tarifação	61
Indo Além: Entram em Cena Usuários Ainda Mais Espertos	63
O Caso de Múltiplos <i>Links</i>	64
4.1.3 Outras Propostas de Tarifação	65
4.2 Segurança: Detectando Intrusões	66
4.3 Um <i>tour</i> pela Pilha de Protocolos	67
4.4 Teoria dos Jogos e o Problema do Controle de Congestionamento	69
4.5 Os Modelos de KMR, Young e Samuelson	73
Exemplo 1: Um Único Equilíbrio de Nash	76
Exemplo 2: Rousseau e os Jogos de Coordenação	78
Exemplo 3: O Jogo da Águia e da Pomba	82
4.5.1 Diferenças entre KMR, Young e o Modelo Proposto	82
5 O Modelo MFS e Resultados Analíticos	84
5.1 O Sistema	84
5.2 O Modelo em Duas Camadas	85
5.2.1 Hipóteses Sobre os Usuários	86
5.2.2 O Processo Dinâmico de Ajuste de Estratégias	88

5.3	Resultados Analíticos	90
6	Resultados Numéricos	98
6.1	Medidas de Desempenho do <i>Link</i>	99
6.2	O E-Model	100
6.2.1	Resultados Numéricos Obtidos Usando o E-Model	103
6.3	Um Modelo Genérico para Estimação de QoS	110
6.3.1	Resultados Obtidos Usando o Modelo Genérico para Estima- ção de QoS	112
7	Conclusão e Trabalhos Futuros	119
7.1	Conclusão	119
7.2	Trabalhos Futuros	121
7.2.1	Outras Interpretações Para o Modelo MFS	123
A	Sistemas Dinâmicos	125
	Referências Bibliográficas	127

Lista de Figuras

1.1	Cenário no qual duas fontes compartilham um <i>link</i>	3
1.2	Evolução de duas fontes TCP.	7
1.3	Comportamento <i>dente de serra</i> do TCP.	8
2.1	Dilema do Prisioneiro com três jogadores.	21
2.2	Tragédia dos Comuns.	22
2.3	(a) Jogo Microsoft-Netscape na forma extensiva; (b) o jogo após poda do último nível; (c) o jogo após poda dos dois últimos níveis.	31
2.4	Máquina de estados (autômato) da <i>estratégia gatilho</i>	34
3.1	Sistemas dinâmicos do tipo $\frac{dx}{dt} = ax + by$, $\frac{dy}{dt} = cx + dy$, onde (a,b,c,d) valem: (a) (0,1,-1,0); (b) (-1,0,0,-1); (c) (1,0,0,1); (d) (3,0,0,-2).	44
3.2	Ponto (2/3, 1/6, 1/6) representado em coordenadas baricêntricas.	48
3.3	Dinâmica do replicador: (a) jogo Águia-Pombo-Burguês (APB) com $v = 1$ e $w = 2$; (b) APB com $v = 2$ e $w = 1$	48
3.4	Dinâmica do replicador: um jogo com matriz [0,6,-4;-3,0,5;-1,3,0].	49
3.5	Dinâmica do replicador: (a) jogo Pedra-Papel-Tesoura (PPT); (b) PPT com perturbação de $\epsilon = +0.1$; (c) PPT com perturbação de $\epsilon = -0.1$	51

3.6	Simulação de Pedra-Papel-Tesoura (<i>Uta Stansburiana</i>) usando vida artificial.	52
3.7	Bifurcação transcítica. De cima para baixo, $\epsilon > 0$, $\epsilon = 0$ e $\epsilon < 0$. Pontos cheios são atratores, e pontos vazados são repulsores.	53
3.8	Relacionando os pontos de equilíbrio [23, 30, 88].	54
4.1	Esquema de Controle de F. Kelly.	63
4.2	Esquema básico dos modelos de KMR e Young.	74
4.3	Evolução da probabilidade de estado estacionário do KMR em função de ϵ (probabilidade de mutação).	78
4.4	Dinâmica do Replicador no Jogo de Coordenação. Pontos cheios são atratores, e vazados repulsores.	79
4.5	Evolução da probabilidade de estado estacionário do KMR em função de ϵ (probabilidade de mutação) no Jogo de Coordenação Degenerado.	80
4.6	<i>Dinâmica do Replicador</i> no Jogo de Caça ao <i>Stag</i> . Pontos cheios são atratores, e vazados repulsores.	81
5.1	Panorama do Sistema	85
5.2	O modelo em duas camadas.	86
5.3	Partição da Cadeia de Markov nos subconjuntos de estados S_i e T	92
5.4	Cadeia de Markov ilustrativa para a demonstração do teorema.	94
5.5	Cadeia de Markov ilustrativa para Proposição 15.	97
6.1	A relação entre os modelos.	98
6.2	Processo M/M/1/k de nascimento e morte.	99
6.3	Equilíbrio do sistema em função da (a) capacidade do <i>buffer</i> , (b) capacidade do <i>link</i> e (c) número do usuários.	108

6.4	MOS no equilíbrio em função da (a) capacidade do <i>buffer</i> , (b) capacidade do <i>link</i> e (c) número de usuários.	108
6.5	MOS médio no estado de equilíbrio em função da (a) capacidade do <i>buffer</i> e (b) capacidade do <i>link</i>	108
6.6	Equilíbrio do sistema em função da capacidade do <i>buffer</i> (<i>zoom out</i>).	109
6.7	Probabilidade em regime estacionário de cada estado em função da capacidade do <i>link</i> . Em muitos casos, um único estado concentra toda a probabilidade.	111
6.8	Exemplo 1.	113
6.9	Exemplo 2.	114
6.10	Modelo perturbado.	115
6.11	Matriz de transição de probabilidades.	117

Lista de Tabelas

1.1	Requisitos de algumas aplicações de redes	11
2.1	Dois jogos estratégicos.	17
2.2	Mais jogos estratégicos.	23
2.3	Um jogo soma zero.	27
2.4	Jogo Microsoft-Nescape na forma estratégica.	31
4.1	Aplicações de Teoria dos Jogos	67
4.2	<i>Stage game</i> de KMR [37]	74
4.3	Cinco exemplos de <i>stage game</i>	77
4.4	Algumas possíveis configurações da função $f(\cdot)$	77
6.1	Tabela de variáveis.	100
6.2	Tabela de variáveis do E-Model.	101
6.3	Codecs e seus respectivos parâmetros segundo o E-Model [17].	103
6.4	Valores de MOS para o cenário $N = 16$, 2 estratégias, $\mu = 160\text{Kbps}$ e capacidade do <i>buffer</i> 10K.	104
6.5	Valores de MOS para o cenário $N = 4$, 3 estratégias, $\mu = 25.5\text{Kbps}$ e capacidade do <i>buffer</i> 10.8K.	110

6.6 Parâmetros dos exemplos. 113

Capítulo 1

Introdução

O destino dos homens é a liberdade. *Vinicius de Moraes*

Não há excesso de liberdade se aqueles que são livres são responsáveis. *Milton Friedman*

1.1 Motivação e Objetivo

O controle de congestionamento é um ponto chave no estudo das redes de computadores. Diariamente, milhões de usuários fazem uso da infraestrutura de roteadores e canais de comunicação da Internet, a fim de trocar informações e idéias. Neste contexto, surgem problemas de compartilhamento de recursos, que se traduzem em congestionamento e retardos. Afinal, a banda passante, ou seja, a capacidade de transmissão de dados da rede, precisa ser compartilhada entre os vários fluxos que atravessam um *link* congestionado.

Hoje a estabilidade da Internet deve-se ao fato de a maior parte dos fluxos empregarem o TCP. Entretanto, num breve futuro este cenário deve mudar, pois o TCP não é adequado para a transmissão de dados multimídia em tempo real. Surgem então novas e importantes perguntas.

O objetivo deste trabalho é responder à seguinte questão: se cada usuário determinar, de forma individual, sua taxa de recepção de dados e tiver como único incentivo para mudança dela a qualidade do serviço que está recebendo, quais serão

os pontos de convergência e o desempenho do sistema em questão? O que podemos esperar de um sistema em que usuários egocêntricos (*self-regarding*) compartilham recursos da rede, sem uma autoridade central para determinar que protocolo de controle de congestionamento cada agente deve forçosamente seguir?

A Teoria dos Jogos será usada para abordar este tema. Esta consiste em uma linguagem e um conjunto de ferramentas analíticas para a modelagem de situações que envolvem conflitos de interesses. Para utilizar a linguagem própria da teoria, a pergunta chave deste trabalho pode ser reformulada: se cada *jogador* ou agente determinar, de forma individual, sua *estratégia* para recepção de dados e tiver como único incentivo para mudar de estratégia a qualidade de serviço (QoS, ou *payoff*) que está recebendo, quais serão os pontos de convergência e o desempenho do *jogo* em questão?

1.2 Contribuição

A principal contribuição deste trabalho é a apresentação de um novo modelo para tratar a questão do congestionamento em redes de computadores. Consideramos um cenário dinâmico no qual os usuários podem livremente escolher a taxa com a qual receberão os dados. Este modelo é descrito nos Capítulos 5 e 6, e o leitor que já tenha base sólida de Teoria dos Jogos deve remeter-se diretamente aos mesmos.

A segunda contribuição deste trabalho é um apanhado geral (*survey*) sobre Teoria dos Jogos e redes de computadores. Apresentamos primeiramente uma introdução à Teoria dos Jogos, estáticos e evolucionários, nos Capítulos 2 e 3, respectivamente. No Capítulo 4 mostramos as interconexões entre a Teoria dos Jogos e questões relativas às redes de computadores.

1.3 Uma Introdução às Redes de Computadores e ao Controle de Congestionamento

A Internet evoluiu, nos últimos 40 anos, de uma fraca coligação de redes, usadas primordialmente para comunicação entre instituições acadêmicas, para uma entidade global que vem revolucionando as telecomunicações, o comércio e a computação [83, 47]. No princípio da década de 80, reconheceu-se que o acesso irrestrito à Internet resultaria em baixo desempenho, ou seja, em baixa utilização dos recursos disponíveis e alta taxa de perda de pacotes. Na década de 80, foi justamente um colapso de congestionamento na Arpanet que levou ao desenvolvimento do protocolo de controle de congestionamento mais usado hoje em dia, o TCP [32].

A idéia básica do TCP consiste em inferir congestionamento na rede por meio de perdas de pacotes. Quando um pacote é perdido, a fonte reduz a sua taxa de transmissão de dados; caso contrário, a taxa é aumentada. Embora tenha passado por diversas adaptações ao longo do tempo, a saber TCP-Tahoe, Reno, NewReno, Westwood e SACK [44], as características essenciais do TCP (por exemplo, de inferir congestionamento por meio de perda de pacotes) mantiveram-se fiéis ao trabalho seminal de Van Jacobson, com exceção do TCP Vegas, que usa o retardo na rede, ao invés das perdas, como indicativo de congestionamento [72].

Apesar de os algoritmos de controle de congestionamento terem começado a surgir por volta da década de 80, os modelos matemáticos que os descrevem somente apareceram algum tempo depois, e estão em pleno desenvolvimento atualmente. A seguir, descrevemos brevemente um dos trabalhos pioneiros de modelagem que se tornou bastante popular pelo fato de ser simples e mesmo assim conseguir capturar propriedades interessantes relativas ao controle de congestionamento [11].

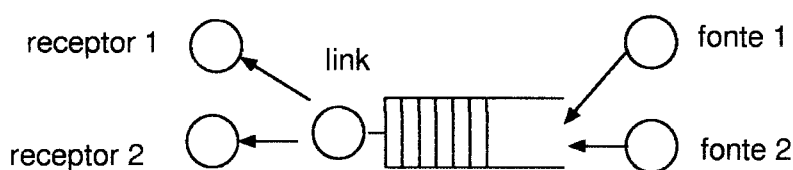


Figura 1.1: Cenário no qual duas fontes compartilham um *link*.

Considere duas fontes de tráfego compartilhando um *link* que serve pacotes a uma taxa de μ pacotes por segundo (veja Figura 1.1). Seja λ_i a taxa com a qual a fonte i injeta pacotes na rede. Suponha ainda que o *link* ofereça um retorno (*feedback*) para as fontes indicando se a taxa total de pacotes por segundo injetada no mesmo ($\lambda_1 + \lambda_2$) é maior do que sua capacidade. Ou seja, o *feedback* é $I_{\lambda_1 + \lambda_2 > \mu}$, a função indicadora do evento $\lambda_1 + \lambda_2 > \mu$. As fontes ajustam suas taxas da seguinte forma: para cada i , λ_i evolui de acordo com a seguinte equação, onde $0 < \beta < 1$ [83, 11].

$$\lambda_i(t + \delta) = \lambda_i(t) + \delta(1 - I_{\lambda_1(t) + \lambda_2(t) > \mu}) - \delta\beta\lambda_i(t)I_{\lambda_1(t) + \lambda_2(t) > \mu} \quad i = 1, 2 \quad (1.1)$$

Nesta equação do tipo tempo-discreto, δ é o comprimento do *slot* de tempo.

Protocolos que seguem a filosofia descrita na equação (1.1) são chamados de AIMD (*additive increase, multiplicative decrease*). Uma fonte AIMD incrementa aditivamente a taxa usada para transmitir dados, até que uma perda seja detectada, quando então a taxa é reduzida multiplicativamente por um fator β .

O ponto $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{\mu}{2}$ é ponto de equilíbrio estável de (1.1). Em outras palavras, em estado estacionário, o *link* é compartilhado igualmente pelas duas fontes, e além disto é completamente utilizado. Para entender por que isto ocorre, considere a seguinte mudança de variáveis:

$$y_1(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) - \mu \quad y_2(t) = \lambda_1(t) - \lambda_2(t) \quad (1.2)$$

Assim, o sistema em questão pode ser reescrito como:

$$y_1(t + \delta) = \begin{cases} y_1(t) + 2\delta & y_1(t) \leq 0 \\ y_1(t) - \beta\delta(y_1(t) + \mu) & y_1(t) > 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

$$y_2(t + \delta) = \begin{cases} y_2(t) & y_1(t) \leq 0 \\ y_2(t) - y_2(t)\beta\delta & y_1(t) > 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

Então enquanto $y_1(t) > 0$ ($y_1(t) \leq 0$), $y_1(t)$ decresce (cresce numa taxa constante), até que cruze a linha $y_1(t) = 0$. A partir de então, $y_1(t)$ oscila *ad infinitum* em torno de 0 (vide (1.3)). Em estado estacionário, portanto, $y_1(t)$ varia ao redor de 0, crescendo a passos de tamanho 2δ , e decrescendo a passos de tamanho aproximadamente $\beta\mu\delta$. Durante a fração de tempo em que $y_1(t) > 0$, $y_2(t)$ converge em

direção ao ponto $y_2(t) = 0$ (vide (1.4)). Concluimos que em regime estacionário $y_1(t)$ mantém-se próximo a 0, e $y_2(t) \rightarrow 0$. Logo $(y_1, y_2) = (0, 0)$ (ou equivalentemente $(\lambda_1, \lambda_2) = (\mu/2, \mu/2)$) é ponto de equilíbrio estável.

O algoritmo de Chiu-Jain [11] identifica uma série de propriedades relativas à gestão do congestionamento que são de nosso interesse:

- controle de congestionamento: as fontes controlam suas taxas λ_1 e λ_2 dependendo do nível de congestionamento da rede. Se a taxa agregada de dados sendo injetada no *link* é muito alta, as fontes diminuem a sua taxa individual de transmissão de dados, e vice versa.
- *feedback* de congestionamento: a rede participa do controle de congestionamento, provendo um retorno (*feedback*) na forma $I_{\lambda_1 + \lambda_2} > \mu$. Note que a quantidade de retorno necessária é mínima: as fontes só precisam saber se $\lambda_1 + \lambda_2 > \mu$ ou não. De fato, a rede não precisa participar ativamente do processo de *feedback*. Se assumirmos que os pacotes são descartados quando $\lambda_1 + \lambda_2 > \mu$, e os receptores têm a capacidade de detectar perdas de pacotes, estes podem transmitir a informação de que houve uma perda para o transmissor quando esta for percebida.
- equidade (*fairness*) na alocação de recursos: o protocolo proposto garante que, em estado estacionário, a operação das fontes se dará de forma igualitária. Cada uma receberá metade dos recursos de banda do *link*, passando a transmitir dados a uma taxa individual de $\mu/2$ pacotes por segundo.
- utilização: o canal é plenamente utilizado em estado estacionário, ou seja, $\lambda_1^* + \lambda_2^* = \mu$.
- descentralização: o controle de congestionamento é descentralizado. Cada fonte executa seu algoritmo independentemente, e precisa apenas de uma quantidade mínima de informação provinda da rede.

Cabe aqui ressaltar dois pontos relevantes no que concerne à implementação dos protocolos AIMD na prática. Primeiro, a taxa das fontes em geral é ajustada dentro

de uma faixa discreta, e não contínua, de valores. Afinal, os dados são transmitidos em pacotes, não de forma fluida. Segundo, e mais importante para a análise em questão, existe um retardo (*delay*) associado à transmissão dos pacotes das fontes para os receptores, bem como à transmissão de informação dos receptores para as fontes. Assim sendo, o *feedback* que as fontes recebem sobre o estado do *link* é inevitavelmente obsoleto. Denotemos por *RTT* (*round trip time*) o tempo que leva para um pacote ser transmitido da fonte para o receptor, e posteriormente retornar do receptor para a fonte. Levando em conta estas considerações, a equação (1.1) precisa ser adaptada para incorporar os efeitos do *RTT* (isto pode ser facilmente alcançado, vide [83]).

Hoje, a estabilidade da Internet deve-se fortemente ao fato de quase todos os usuários empregarem o TCP, um protocolo do tipo AIMD, com $\beta = 0.5$. O TCP resolve o problema do controle de congestionamento na Internet garantindo equidade no uso da banda entre os fluxos que o empregam. Cada fonte TCP i tem a sua taxa controlada por meio de um parâmetro discreto W_i (variável de controle), chamado de *janela do TCP* (*TCP window size*), e medido em número de segmentos: quanto maior a janela, maior a taxa de transmissão. Para todos os fins práticos, no escopo desta tese assumimos que a taxa de transmissão da fonte i no tempo t é $\lambda_i(t) = \frac{W_i(t)MSS}{RTT(t)}$ bytes/segundo, onde *MSS* é o tamanho máximo do segmento (*maximum segment size*), medido em bytes, que representa, em nosso contexto, o tamanho dos pacotes que trafegam pela rede.¹ Ou seja, $W_i(t)$ caracteriza o número de pacotes transmitidos pela fonte TCP i , a cada *RTT*.

A Figura 1.2(a) ilustra a evolução da vazão λ_i de duas fontes TCP compartilhando um canal [11]. A equação que rege a dinâmica da Figura 1.2(a) é a (1.1), com $\beta = 0.5$. Sabemos pela análise feita da equação (1.1) que o ponto de convergência do sistema $(\lambda_1^*, \lambda_2^*)$ é sobre a reta $\lambda_1 = \lambda_2$, e que $\lambda_1^* + \lambda_2^* = \mu$. Geometricamente é possível chegar à mesma conclusão. Suponha que a *janela do TCP* de cada uma das fontes seja tal que, em um certo instante de tempo, a vazão das conexões seja caracterizada pelo ponto A na Figura 1.2(a). Devido ao fato de a banda consumida conjuntamente pelas duas fontes ser menor que a capacidade do canal, estas irão

¹Nesta tese, pacotes e segmentos são sinônimos.

aumentar linearmente as suas respectivas janelas. A vazão conjunta cresce ao longo da reta com inclinação de 45 graus, partindo do ponto *A* (crescimento igual para as duas fontes). Eventualmente, entretanto, quando $\lambda_1 + \lambda_2 > \mu$, irá ocorrer uma perda (ponto *B*). Cada fonte então diminui a sua taxa pela metade. O sistema passa a ser caracterizado pelo ponto *C*, que fica exatamente no meio do segmento de reta que liga o ponto *B* à origem. Repetindo este procedimento iterativamente, a convergência dá-se no ponto de intersecção entre as retas $\lambda_1 = \lambda_2$ e $\lambda_1 + \lambda_2 = \mu$. Em outras palavras, confirmamos mais uma vez que o TCP é um protocolo capaz de garantir, em estado estacionário, tanto a equidade quanto o pleno uso dos recursos da rede [44, seção 3.7].²

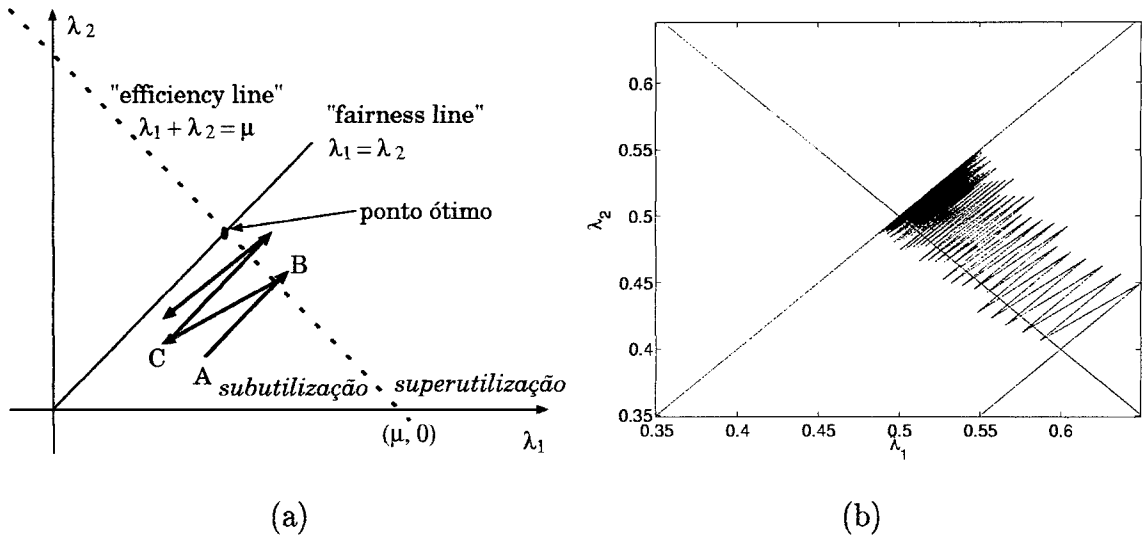


Figura 1.2: (a) Evolução da vazão de duas fontes TCP compartilhando um *link*; (b) Usando a equação (1.1), com $\mu = 1$, $\delta = 0.05$ e $\beta = 0.5$, iniciando do ponto (0.3, 0.1), o sistema evolui para o ponto (0.5, 0.5).

Outros Modelos de Controle de Congestionamento

Na seção precedente apresentamos um modelo simples, baseado no trabalho de Chiu e Jain [11]. Nesta, vamos apresentar, de forma sucinta, alguns outros modelos.

²Novamente enfatizamos que estamos apresentando um modelo para capturar apenas a essência do TCP. O TCP é, de fato, muito mais que um protocolo de controle de congestionamento do tipo AIMD simples [44, Capítulo 3].

Floyd [20] propõe uma equação simples para modelar a taxa média de uma fonte que adote o controle de congestionamento do TCP. Seja L_i a probabilidade de perda de um pacote na rede experimentada pelo fluxo i , que depende da capacidade do canal e das taxas com a quais os usuários injetam dados no *link*, RTT o *round trip time*, medido em segundos, e MSS o tamanho máximo de um segmento de transmissão na rede, medido em bytes. O valor esperado da taxa média com a qual a fonte TCP i injeta pacotes na rede, $E[\lambda_i]$, é dada por:

$$E[\lambda_i] \approx 1.22 \frac{MSS}{RTT \sqrt{L_i}} \tag{1.5}$$

A motivação desta fórmula advém de duas considerações simples, feitas num cenário idealizado. A primeira consiste em assumir que, ao adotar-se o paradigma AIMD, a *janela do TCP*, W_i , varia ciclicamente entre $(W_{M,i} \cdot MSS)/2$ e $W_{M,i} \cdot MSS$, sendo $W_{M,i}$ o tamanho máximo, em segmentos, da *janela do TCP* (Figura 1.3). Além disto, exatamente uma perda de pacote ocorre no final de cada ciclo. Podemos deduzir então que a fração de pacotes perdidos vale

$$L_i = \frac{1}{\frac{3}{8} W_{M,i}^2 + \frac{3}{4} W_{M,i}} \tag{1.6}$$

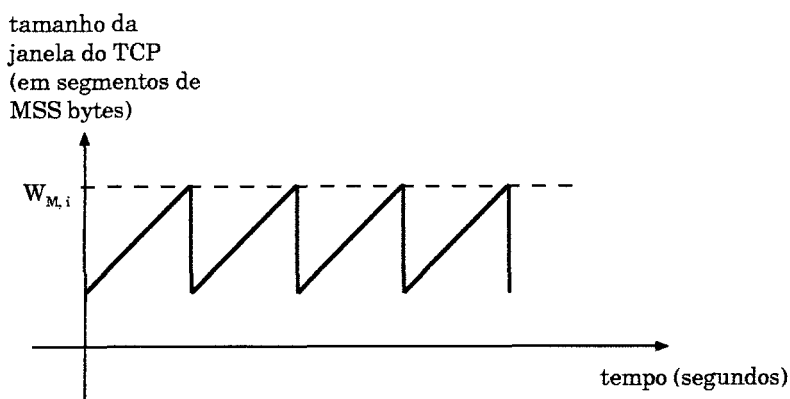


Figura 1.3: Comportamento *dente de serra* do TCP.

Como a *janela do TCP* varia ciclicamente entre $(W_{M,i} \cdot MSS)/2$ e $W_{M,i} \cdot MSS$,

$$E[W_i] = 0.75 \cdot W_{M,i} \tag{1.7}$$

$$\frac{E[W_i] \cdot MSS}{RTT} = E[\lambda_i] = 0.75 \cdot W_{M,i} \cdot \frac{MSS}{RTT} \tag{1.8}$$

De (1.6) e (1.7), obtemos (1.5), como queríamos. Uma propriedade marcante de (1.5) consiste no fato de que ela relaciona a vazão de uma fonte TCP com o inverso da raiz quadrada da fração de perdas experimentada pelo fluxo. A equação

$$E[\lambda_i] \propto \frac{1}{\sqrt{L_i}} \quad (1.9)$$

é já folclórica na literatura [49], e presta-se, dentre outras finalidades, a determinar se uma fonte que não seja TCP é uma *boa vizinha* para uma fonte TCP (*TCP friendly*, ou *amigável*). Um dos pré-requisitos consiste exatamente em saber se a fonte em questão, ao gerar tráfego, atende à equação (1.9).

Uma abordagem distinta para modelar a *janela de congestionamento do TCP* baseia-se no uso de equações diferenciais estocásticas. Misra *et al.* [59, 60] descrevem as perdas de pacotes experimentadas pelo fluxo i por um processo de Poisson $\{N_i(t)\}$ com taxa variável. A seguinte equação traça o comportamento da *janela de congestionamento do TCP* do fluxo i , como um modelo de fluido:

$$\frac{dW_i(t)}{dt} = \frac{1}{R_i(q(t))} - \frac{W_i(t)}{2} dN_i(t) \quad (1.10)$$

onde $N_i(t)$ e $W_i(t)$ são variáveis estocásticas que denotam, respectivamente, o número de perdas detectadas pela fonte TCP i até o instante de tempo t (ou seja, quantos pacotes foram perdidos até o instante de tempo t) e o *tamanho da janela de congestionamento do TCP* da fonte i (medido em pacotes). $R_i(q(t))$ e $q(t)$, também variáveis estocásticas, caracterizam, respectivamente, o RTT do fluxo i (em segundos) e o tamanho da fila do roteador (em bytes).

Comparando a equação acima com a (1.1), vemos que ambas modelam o comportamento AIMD do TCP. Na equação (1.10), o primeiro termo corresponde à parte incremental aditiva, e nos diz que a janela cresce em uma unidade a cada RTT. Já o segundo termo corresponde ao decréscimo multiplicativo: o tamanho da janela é dividido por dois no instante em que ocorre uma perda ($dN_i(t) = 1$).

Budhiraja *et al.* [8] apresentam um apanhado geral sobre várias outras técnicas de modelagem já empregadas no problema do controle de congestionamento na Internet.

1.4 Transmissão de Vídeo e Voz na Internet

A infraestrutura básica da Internet não oferece garantia quanto à entrega de pacotes. Pacotes podem ser perdidos, ou chegar fora de ordem a seus destinos. Portanto, é necessário implementar mecanismos de confiabilidade para solucionar este problema. O TCP é um protocolo que garante, além das propriedades descritas na última seção (e.g., equidade), a consistência dos dados, ou seja, a integridade entre os dados enviados e os recebidos – o TCP é um protocolo confiável.

Esta confiabilidade é alcançada por meio de retransmissões de pacotes. O receptor, ao receber uma mensagem, envia uma confirmação (*acknowledgement*, ou ACK) ao transmissor. O transmissor detecta uma perda quando não recebe o ACK para uma mensagem enviada, e neste caso reenvia o pacote. O principal problema desta estratégia reside no fato de que o tempo entre a detecção da perda por parte do emissor e o recebimento da retransmissão por parte do receptor pode ser muito grande. Assim sendo, quando a mensagem da retransmissão for eventualmente recebida existe uma alta chance de a informação contida já estar obsoleta, e portanto ser dispensável.

A transmissão de vídeo, voz e outras mídias contínuas na Internet difere das aplicações tradicionais do tipo e-mail, WWW, FTP e DNS, que tipicamente usam o TCP, devido a duas características especiais: questões relativas ao tempo, e relativas a tolerância a perdas de pacotes [44] (vide Tabela 1.1). Aplicações multimídia são muito **sensíveis a retardo** – o atraso de um pacote numa aplicação de vídeo por mais que alguns milissegundos faz com que este se torne inútil. Por outro lado, as aplicações de multimídia são em geral **tolerantes a perdas** – se um quadro de vídeo for descartado pela rede, um filme ou uma vídeo-conferência não terão seu desempenho muito afetado. Não há necessidade, portanto, de um protocolo de transmissão confiável como é o caso quando se transfere um arquivo ou e-mail, em que a consistência dos dados recebidos é de fundamental importância.

No cenário idealizado descrito na seção anterior, assumimos que apenas conexões TCP atravessam o *link*. Entretanto, com a disseminação do uso da Internet, este

Tabela 1.1: Requisitos de algumas aplicações de redes [44].

Aplicação	Perdas de dados	Banda	Sensível a Retardo	Protocolo Adotado
Transferência de arquivos	Não tolerante	Elástica	Não	TCP
E-mail	Não tolerante	Elástica	Não	TCP
Web (WWW)	Não tolerante	Elástica	Não	TCP
Vídeo/áudio (telefonia) em tempo-real	Tolerante	Áudio: 5.4 Kbps – 64 Kbps Vídeo: 10 Kbps – 5 Mbps	Sim, 100 ms	UDP
Vídeo/áudio armazenado	Tolerante	Idem ao de cima	Sim, alguns segundos	UDP
Jogos	Tolerante	Poucos Kbps a 10 Kbps	Sim, 100 ms	TCP/UDP

quadro tende a se tornar cada vez mais irreal. Isto ocorre porque aplicações de transmissão de vídeo e voz, por exemplo, vêm sendo cada vez mais requisitadas. Novos desafios então surgem, porque como vimos, o TCP não é adequado para a transmissão de dados nessas mídias, de forma que outros protocolos serão escolhidos, podendo comprometer a estabilidade da rede.

O UDP, concebido para ser adotado na transmissão de mídias como vídeo e voz, tem até hoje assumido um papel marginal. No entanto, o seu uso vem crescendo amplamente, devido à integração progressiva entre a Internet e os sistemas de telefonia digital, dentre outros fatores. Uma vez que o UDP não oferece nenhum tipo de controle de congestionamento, cabe-nos estudar o que ocorrerá caso a Internet passe a ser usada massivamente para transmissão dessas mídias.

Alguns trabalhos sugerem, por exemplo, que o protocolo de transporte UDP seja adotado em conjunto com algum mecanismo de controle de congestionamento [49, 20, 74]. O uso destes mecanismos é importante para prevenir um potencial colapso devido ao congestionamento excessivo (*congestion collapse*). A adoção destes por parte das aplicações multimídia que usam o UDP, no entanto, é absolutamente voluntária. De fato, desenvolvedores competindo no mercado irão procurar mecanismos que melhor se adaptem às suas necessidades.

Uma outra abordagem seria não implementar nenhum controle de congestionamento, e transmitir esta responsabilidade para os usuários. No contexto de transmissão de voz e vídeo, algumas aplicações já estão permitindo aos usuários escolher a taxa que usarão para codificar os dados [25]. O tráfego gerado por estas aplicações é dito *elástico*, porque pode adaptar-se, aumentando ou diminuindo a taxa através

da qual os dados são gerados em função do retardo e da probabilidade de descarte de pacotes na rede [78]. Assim, os usuários podem determinar dinamicamente a taxa que maximiza a qualidade de serviço (QoS) por eles percebida.

Aplicações multimídia podem também adotar diferentes mecanismos de redundância (i.e., FEC, *forward error correction*) para mascarar perdas de pacotes e aumentar a qualidade do serviço prestado aos usuários. Mais uma vez, a decisão sobre o quanto de redundância a aplicação deve enviar pode ser transferida para o usuário. Sendo assim, os usuários tornam-se responsáveis pelo controle de congestionamento, ajustando os parâmetros de suas aplicações dinamicamente, de modo a maximizar a QoS percebida em função do estado atual da rede por eles observado.

Teoria dos Jogos

A idéia de permitir que os usuários determinem a taxa de recepção de dados como um mecanismo de controle de congestionamento constitui um amplo campo para pesquisas. Neste cenário, os usuários possuem uma função de utilidade que depende das características da rede (e.g., vazão e retardo) e assume-se que os mesmos são egocêntricos (*self-regarding*). Esta última hipótese significa que os usuários possuem funções de utilidade bem definidas, e que estão interessados em maximizá-las a longo prazo. Note que os usuários estão competindo por recursos compartilhados e que as decisões adotadas por um afetam o desempenho dos outros. Neste contexto, a Teoria dos Jogos emerge como uma metodologia natural para modelar e avaliar o desempenho destes sistemas, havendo muitos trabalhos nesta área [64, 79, 27, 5]. Nesta tese, apresentamos um novo modelo dinâmico-populacional, usando Teoria dos Jogos evolucionários, para avaliar os pontos de equilíbrio do sistema em questão, assim como a forma através da qual estes são alcançados.

1.5 Roteiro

Nos Capítulos 2 e 3 serão apresentadas breves introduções à Teoria dos Jogos estáticos e evolucionários, respectivamente. No Capítulo 4 serão apresentados alguns trabalhos da literatura relacionando esta teoria e problemas que apareceram no contexto de redes de computadores. Na Seção 4.5, em particular, introduzimos o modelo KMR que serviu de inspiração para o modelo proposto nesta tese, que é apresentado no Capítulo 5. Ainda no Capítulos 5 serão exibidos os resultados analíticos relativos ao modelo proposto. No capítulo subsequente são apresentados os resultados numéricos. O capítulo 7 traz as conclusões e trabalhos futuros.

O leitor interessado exclusivamente no modelo proposto nesta tese para avaliar a questão do congestionamento das redes pode remeter-se diretamente ao Capítulo 5 (consultando eventualmente a Seção 4.5 do Capítulo 4). Já aqueles interessados em um apanhado geral sobre Teoria dos Jogos podem deter-se nos Capítulos 2 e 3. Finalmente os que procuram uma visão geral sobre a intersecção entre Teoria dos Jogos e redes de computadores, e já possuem uma base sólida da teoria, podem focar-se no Capítulo 4.

Capítulo 2

Teoria dos Jogos Clássica

O que pertence a todos não é tratado com muito cuidado, porque todos os homens dão mais importância à sua propriedade do que àquilo que possuem em coletivo. *Aristóteles*

O problema de morar sozinho é que sempre é a nossa vez de lavar a louça. *A. Einstein*

Neste capítulo consta um apanhado geral da Teoria dos Jogos clássica. No próximo será abordada a Teoria dos Jogos evolucionários. A linha mestra que nos guia é introduzir esta teoria sob um panorama amplo mostrando o maior número possível de relações entre ela e as outras áreas da ciência.

2.1 Conceitos Básicos e Definições

A Teoria dos Jogos é uma teoria sobre tomada de decisões em situações que envolvam conflitos de interesses. Desde que publicada a obra clássica de Von Neumann e Morgenstern [86], a Teoria dos Jogos tem atraído enorme interesse em diversas áreas: ciências econômicas, ciências políticas, matemática pura, psicologia, sociologia, finanças, guerra e, conforme será enfatizado nesta tese, ciência da computação e mais especificamente redes de computadores. Em verdade, a Teoria dos Jogos não é uma teoria única, mas um conjunto de teorias. Afinal de contas, um jogo é um modelo da realidade, e seria esperar muito que um único modelo pudesse refletir com precisão atividades de áreas tão diversas. Há, entretanto, certos elementos que

estão contidos em todos os modelos, e é neles que se detêm aqueles que estudam Teoria dos Jogos sob um aspecto genérico [14].

Num determinado cenário envolvendo conflito de interesses, cada pessoa ou jogador deve fazer suas escolhas dentre um certo conjunto de opções disponíveis. Segundo a nomenclatura da Teoria dos Jogos, a escolha do jogador é a sua *estratégia* e o conjunto de opções disponíveis é o *conjunto de estratégias*. O *resultado do jogo* é determinado, então, em função das escolhas individuais dos jogadores. Cada jogador possui *preferências* relativas aos resultados do jogo. A Teoria dos Jogos clássica assume que os jogadores têm pleno conhecimento do jogo em questão e que adotarão comportamento *inteligente* e *racional*. Um jogador *inteligente* é aquele que conhece as regras do jogo e é capaz de inferir qualquer conclusão que um teórico de jogos seja capaz de obter. Um jogador *racional* é aquele que age para maximizar seus benefícios a longo prazo e possui uma relação de preferências \succeq consistente, ou seja, dados os possíveis resultados x , y e z , a relação \succeq deve satisfazer as seguintes propriedades:

- completude, i.e., $x \succeq y$ ou $y \succeq x$
- transitividade, ou seja, $x \succeq y$ e $y \succeq z$ implica $x \succeq z$
- condição de maximização, ou seja, o jogador prefere x a y se $x \succeq y$

Vamos introduzir as definições e ilustrar os conceitos mais importantes da Teoria dos Jogos por meio de um exemplo. Sejam \mathcal{A} e \mathcal{B} dois usuários compartilhando um mesmo *link* numa rede de computadores. \mathcal{A} e \mathcal{B} desejam assistir a um vídeo, e precisam decidir a taxa de recebimento dos dados, em bits por segundo. Formalmente, temos que [70]:

Definição 1 *Um jogo estratégico envolvendo apenas estratégias puras consiste de*

- um conjunto finito N de jogadores

- para cada jogador $i \in N$ um conjunto não vazio A_i (o conjunto de *estratégias puras disponíveis* para o jogador i)
- para cada jogador $i \in N$ uma função de utilidade $u_i : A = \times_{j \in N} A_j \rightarrow \mathbb{R}$ (a *função de utilidade* do jogador i).

Um jogo estratégico pode ser então caracterizado por $\langle N, (A_i), (u_i) \rangle$. No exemplo, tem-se $N = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}\}$. Assumindo que a taxa de requisição de dados possa ser discretizada em dois níveis, suave e agressiva (ou baixa e alta, respectivamente), cada jogador tem duas estratégias puras disponíveis, $A_{\mathcal{A}} = A_{\mathcal{B}} = \{\lambda_s, \lambda_a\}$, $\lambda_s < \lambda_a$. Além disto, cada jogador i tem infinitas estratégias mistas disponíveis. Uma estratégia mista é uma decisão tomada aleatoriamente com a combinação das estratégias puras. As estratégias mistas podem ser caracterizadas por $(\sigma_{i1}, \sigma_{i2})$, onde $\sigma_{i1} + \sigma_{i2} = 1$ e $\sigma_{i1}, \sigma_{i2} \geq 0$. Formalmente, temos que:

Definição 2 *Um jogo estratégico com estratégias mistas* $\langle N, (\Delta(A_i)), (U_i) \rangle$ é uma extensão do jogo $\langle N, (A_i), (u_i) \rangle$ no qual $(\Delta(A_i))$ é o conjunto de distribuições de probabilidade sobre A_i e a função de utilidade U_i atribui para cada resultado do jogo o valor esperado do mesmo.

Num jogo de duas pessoas, por exemplo, a utilidade de um jogador \mathcal{A} que adota a estratégia mista $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)$, quando o adversário \mathcal{B} adota a estratégia mista $\tau = (\tau_1, \dots, \tau_n)$, é dada pelo valor esperado do resultado do jogo, definido neste caso como:

$$U_{\mathcal{A}}(\sigma, \tau) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n u_{\mathcal{A}}(s_i, s_j) \sigma_i \tau_j \quad (2.1)$$

Resta descrever a função de utilidade dos jogadores dadas as estratégias adotadas. Isto pode ser feito convenientemente por meio da Tabela 2.1(a). A entrada (5, 15) da matriz, por exemplo, representa que \mathcal{A} recebe uma qualidade de serviço (QoS) 5 e \mathcal{B} experimenta uma QoS 15. Na matriz da Tabela 2.1(a) representa-se o cenário no qual quanto maior a taxa de requisição de dados de um jogador, maior a sua QoS. Segundo a Definição 2, se \mathcal{A} e \mathcal{B} adotarem, respectivamente, as estratégias mistas $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ e $(1, 0)$, o valor esperado dos ganhos será de $\frac{35}{3}$ para \mathcal{A} e 5 para \mathcal{B} .

	B joga λ_s	B joga λ_a
A joga λ_s	5,5	5,15
A joga λ_a	15,5	15,15

(a)

	B joga λ_s (C)	B joga λ_a (NC)
A joga λ_s (C)	5,5	1,15
A joga λ_a (NC)	15,1	4,4

(b)

Tabela 2.1: Dois jogos estratégicos

A qualidade do vídeo depende de uma série de fatores, como o retardo na rede, *jitter*, vazão, tamanho médio da rajada de perdas, entre outros [61]. Estamos agregando todas estas influências em um único parâmetro, a QoS.

Consideremos agora o fato de que, quando um usuário aumenta a sua taxa de requisição de dados, a rede fica mais congestionada. Neste caso, vamos assumir que se os dois usuários solicitarem dados a uma taxa alta, teremos congestionamento, e a qualidade de serviço oferecida para ambos será menor do que aquela esperada quando ambos escolhem a taxa baixa. Em economia, o fenômeno de a estratégia de um jogador afetar o cenário do jogo como um todo é chamado de *externalidade*. Portanto, considerando as externalidades temos a matriz de utilidades para o jogo caracterizada pela Tabela 2.1(b). Neste jogo um jogador que *coopera* é aquele que *adota a estratégia* λ_s .

Observe que, pelo fato de estarmos considerando agora o congestionamento na rede, o resultado (*payoff*, ou QoS) obtido neste último cenário é sempre menor ou igual ao daquele descrito pela Tabela 2.1(a). A matriz da Tabela 2.1(b) caracteriza um tipo de jogo conhecido como Dilema do Prisioneiro [6].

O problema fundamental da Teoria dos Jogos é entender como os jogadores irão agir ao defrontarem-se com um determinado jogo. Em particular, procura-se prever as estratégias que estes irão adotar. Ao perfil das estratégias previsto para os jogadores dá-se o nome de *solução do jogo*. Entretanto, existem vários conceitos de *solução do jogo* definidos no âmbito da Teoria dos Jogos. Vamos adotar o mais comum, conhecido como equilíbrio de Nash. O equilíbrio de Nash é um conjunto de escolhas, uma para cada jogador, com a propriedade de que nenhum jogador pode aumentar seu *payoff* modificando, unilateralmente, suas estratégias. Formalmente, temos:

Definição 3 *O equilíbrio de Nash de um jogo estratégico $\langle N, (A_i), (u_i) \rangle$ é uma lista $\mathbf{a}^* \in A = \times_{j \in N} A_j$ de N ações, uma para cada jogador, com a propriedade de que para cada $i \in N$ temos*

$$u_i(\mathbf{a}_{-i}^*, a_i^*) \geq u_i(\mathbf{a}_{-i}^*, b_i) \text{ para todo } b_i \in A_i$$

onde $\mathbf{a}_{-i} = (a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_N) = (a_i)_{i \in N \setminus \{i\}}$. Ou seja, o equilíbrio de Nash é um ponto tal que nenhum jogador recebe, unilateralmente, benefícios para mudar sua estratégia.

Da mesma forma que um jogo estratégico com estratégias mistas (Definição 2) é uma extensão do jogo estratégico com estratégias puras (Definição 1), um equilíbrio de Nash misto é uma extensão do equilíbrio de Nash (puro) que acabamos de definir:

Definição 4 *O equilíbrio de Nash misto de um jogo estratégico $\langle N, (\Delta(A_i)), (U_i) \rangle$ é uma lista $\mathbf{a}^* \in \Delta A = \times_{j \in N} \Delta(A_j)$ de N estratégias mistas, uma para cada jogador, com a propriedade de que para cada $i \in N$ temos*

$$U_i(\mathbf{a}_{-i}^*, a_i^*) \geq U_i(\mathbf{a}_{-i}^*, b_i) \text{ para todo } b_i \in \Delta(A_i)$$

A seguir, definimos um equilíbrio de Nash estrito. Este consiste em um equilíbrio de Nash conforme a Definição 4, porém substituindo-se a desigualdade do tipo \geq por uma do tipo $>$. Na Seção 3.6 iremos fazer uso desta definição.

Definição 5 *O equilíbrio de Nash estrito, misto, de um jogo estratégico $\langle N, (\Delta(A_i)), (U_i) \rangle$ é uma lista $\mathbf{a}^* \in \Delta A = \times_{j \in N} \Delta(A_j)$ de N estratégias mistas, uma para cada jogador, com a propriedade de que para cada $i \in N$ temos*

$$U_i(\mathbf{a}_{-i}^*, a_i^*) > U_i(\mathbf{a}_{-i}^*, b_i) \text{ para todo } b_i \in \Delta(A_i)$$

Um importante resultado, apresentado por John Nash, refere-se à existência dos equilíbrios de Nash:

Teorema 1 (*Nash, 1950*) *Teorema da Existência [65].* *Todo jogo estratégico $\langle N, (\Delta(A_i)), (U_i) \rangle$ no qual cada jogador possui uma quantidade finita de estratégias puras admite no mínimo um equilíbrio de Nash (misto ou puro).*

Os jogos definidos pelas Tabelas 2.1(a) e 2.1(b) possuem um único equilíbrio de Nash, dado por (λ_a, λ_a) . Entretanto, note que no Dilema do Prisioneiro (Tabela 2.1(b)) o equilíbrio de Nash é ineficiente, já que um movimento simultâneo dos jogadores para (λ_s, λ_s) traz ganhos mútuos. Todavia, o ponto (λ_s, λ_s) não é equilíbrio de Nash porque cada jogador pode obter uma QoS maior modificando sua estratégia unilateralmente para λ_a .

Esta última observação motiva a definição de pontos que tragam utilidade máxima para todos os jogadores. De fato, o ótimo de Pareto é um conjunto de estratégias, uma para cada jogador, tal que não existe outro conjunto de estratégias onde todos os jogadores recebam concomitantemente maior *payoff*. Mais formalmente, temos:

Definição 6 *O ótimo de Pareto de um jogo estratégico $\langle N, (A_i), (u_i) \rangle$ é uma lista $\mathbf{a}^* \in A = \times_{j \in N} A_j$ de N ações, uma para cada jogador, tal que não existe $\mathbf{b} \in A$ que atenda*

$$u_i(\mathbf{b}) > u_i(\mathbf{a}^*) \text{ para todo } i \in N.$$

Ou seja, o ótimo de Pareto é um ponto tal que não existe outro onde todos os jogadores possam, conjuntamente, obter melhores resultados.

Retornando ao nosso exemplo, o ótimo de Pareto do jogo definido na Tabela 2.1(a) é (λ_a, λ_a) , enquanto que (λ_s, λ_s) , (λ_a, λ_s) e (λ_s, λ_a) correspondem a ótimos de Pareto do jogo definido pela Tabela 2.1(b). No primeiro jogo, o equilíbrio de Nash coincide com um ótimo de Pareto, enquanto que no segundo não.

O fato de o equilíbrio de Nash frequentemente não ser eficiente, ou seja, não corresponder a um ótimo de Pareto, constitui um dos cerne do estudo da Teoria dos

Jogos. Muita pesquisa vem sendo feita para entender este fenômeno, e quantificar a diferença de utilidade entre os dois pontos de equilíbrio [36]. A perda de eficiência gerada pelo fato de não existir uma autoridade central instituindo como cada jogador deve agir pode ser definida pela razão entre o ganho obtido por certo jogador no equilíbrio de Nash e o ganho em um ótimo de Pareto (voltamos a esta questão nas Seções 4.1.2 e 6.2.1).

Em parte, a perda de eficiência prevista pela Teoria dos Jogos clássica no Dilema do Prisioneiro está relacionada com duas de suas premissas básicas. A primeira, que os jogadores são perfeitamente *racionais e inteligentes*, e nunca cometem erros. A segunda é a consideração de um jogo estático. Diante de um problema, os jogadores irão tomar decisões definitivas sem comunicarem-se.

2.2 A Tragédia dos Bens Comuns

O Dilema do Prisioneiro, conforme apresentado na Tabela 2.1(b), foi aplicado a uma quantidade enorme de problemas, em diversas áreas, desde questões biológicas, nas quais bactérias escolhem suas estratégias em função do ambiente em que encontram-se [67], até situações bélicas e políticas, envolvendo nações. Axelrod [6], num clássico livro a respeito do Dilema do Prisioneiro, tenta responder à seguinte pergunta: em que condições a cooperação irá emergir num mundo de egoístas sem uma autoridade central para coordená-los?

O jogo descrito pela Tabela 2.1(b) presta-se a examinar interações entre jogadores dois a dois. Um jogador pode interagir com apenas um outro de cada vez. Todavia, o Dilema do Prisioneiro envolvendo mais de dois jogadores também é objeto de muito estudo, já que dá origem a importantes questões relativas à gerência de bens públicos [28].

Vamos, pois, ilustrar o Dilema do Prisioneiro com três jogadores compartilhando um *link* [58]. Seja $|N| = 3$, e $A_i = \{\lambda_a, \lambda_s\}$, $\lambda_a > \lambda_s$, como antes. Um jogador que *coopera* é um jogador que *adota a estratégia* λ_s . A função utilidade dos jogadores pode ser convenientemente descrita tanto por meio do cubo apresentado na Figura

2.1(a) quanto do gráfico na Figura 2.1(b).¹ Seja \mathcal{A} um dos jogadores acessando o *link*. Então, observando a figura, se \mathcal{A} for o único a cooperar sua QoS será 2, e a de todos os outros jogadores igual a 6.

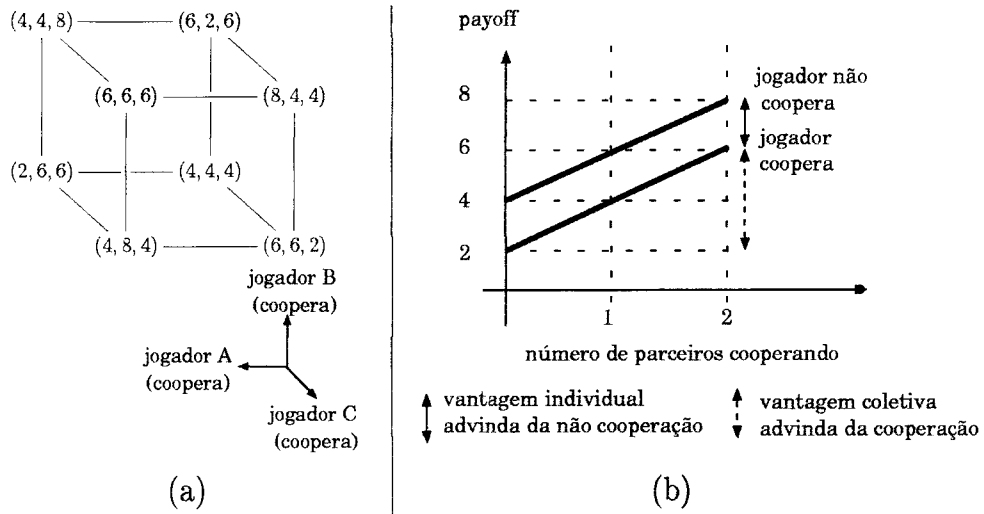


Figura 2.1: Dilema do Prisioneiro com três jogadores.

Claramente, qualquer que seja o número de jogadores cooperando, cada qual individualmente terá sempre uma QoS duas unidades maior caso não coopere (Figura 2.1(b)). Esta é uma propriedade típica do Dilema do Prisioneiro: um jogador que coopere nunca obterá melhores ganhos em comparação com aqueles que não colaborarem no cenário em questão. Diz-se que cooperar é uma *estratégia dominada*. O único equilíbrio de Nash deste jogo é o ponto no qual nenhum jogador coopera. Por outro lado, devido à inclinação positiva da reta de *payoffs*, existe uma vantagem coletiva que cresce em função do número de jogadores que cooperam. Assim, quanto mais jogadores caem na tentação de não cooperar, tanto mais à esquerda (Figura 2.1(b)) eles se irão encontrar, e menor será a vantagem coletiva. Daí o dilema.

Na Figura 2.2 vemos caracterizada uma situação muito similar à da Figura 2.1(b). A Figura 2.2 pode ser compreendida através da clássica parábola da **Tragédia dos Comuns** [50, 28]. Se um bem comum é mantido por contribuições voluntárias ou compulsórias, *caronas* (*free-riders*) que utilizem o bem sem nenhuma despesa obterão um ganho maior do que aqueles que, para usarem o bem comum, precisam

¹Em geral, um jogo envolvendo $|N|$ jogadores concomitantemente pode ser caracterizado por uma matriz (hipercubo) $|N|$ dimensional.

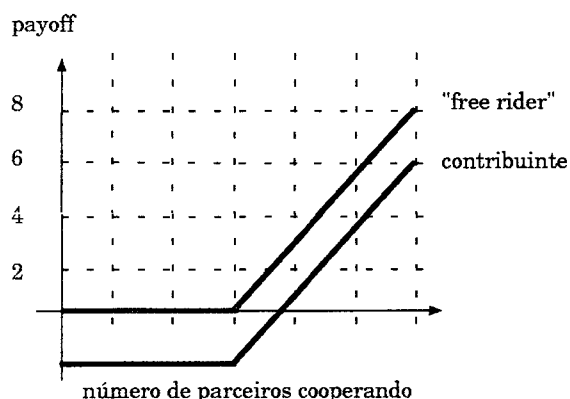


Figura 2.2: Tragédia dos Comuns.

deduzir de seus ganhos o gasto efetuado para financiar o serviço. Caso o número de contribuintes seja pequeno, os serviços, projetos ou bens comuns podem ter sua qualidade denegrida, ou até mesmo deixarem de existir.

De uma forma reversa, a Tragédia dos Comuns reaparece no problema da poluição. Neste caso, não se trata de uma questão de *pegar carona* em um serviço mas sim de empregar algo no bem comum – substâncias químicas na água, fumaça no ar ou poluição visual na paisagem. O raciocínio é análogo. O custo de poluir o ambiente, para cada agente, é menor que o custo para purificar a água antes de retorná-la ao rio.

Cabe às autoridades regular o comportamento dos agentes em situações que envolvam o problema da Tragédia dos Comuns. Os governos podem, por exemplo, impor leis e tarifas para reduzir o problema do excesso de uso dos bens comuns. Alternativamente, o governo pode por vezes transformar um recurso comum num bem privado.

2.3 Outros exemplos de jogos

A melhor forma de familiarizar-se com a Teoria dos Jogos é através de exemplos. Eis cinco jogos populares na Tabela 2.2. Vamos analisar brevemente cada um deles.

Na Tabela 2.2(a), temos o jogo de Coordenação de Pareto. Considere duas firmas

	padrão 1	padrão 2
padrão 1	2,2	0,0
padrão 2	0,0	1,1

(a)

	lutar	desistir
lutar	-100,-100	1,-1
desistir	-1,1	0,0

(b)

	Homem	balé	futebol
Mulher			
	balé	6,2	0,0
	futebol	0,0	4,8

(c)

	R	P	S
R	0,0	-1,1	1,-1
P	1,-1	0,0	-1,1
S	-1,1	1,-1	0,0

(d)

	H	D	B
H	$\frac{v-w}{2}, \frac{v-w}{2}$	$v, 0$	$\frac{3v}{4} - \frac{w}{4}, \frac{v-w}{4}$
D	$0, v$	$\frac{v}{2}, \frac{v}{2}$	$\frac{v}{4}, \frac{3v}{4}$
B	$\frac{v-w}{4}, \frac{3v}{4} - \frac{w}{4}$	$\frac{3v}{4}, \frac{v}{4}$	$\frac{v}{2}, \frac{v}{2}$

(e)

Tabela 2.2: Mais cinco jogos estratégicos: jogo (a) de Coordenação (b) da Galinha (c) da Batalha dos Sexos (d) da Tesoura-Pedra-Papel (e) da Águia-Pomba-Burguês.

precisando eleger uma tecnologia para usar em seus produtos, que em princípio devem ser compatíveis. Se duas tecnologias distintas forem selecionadas, as vendas serão fracas. Por outro lado, uma tecnologia é significativamente preferível em relação a outra por parte do consumidor. Portanto, se as duas firmas escolherem a tecnologia preferida, obterão lucro máximo. Este jogo apresenta um equilíbrio de Nash misto, e dois equilíbrios de Nash puros, mas apenas um deles é ótimo de Pareto (quando as duas firmas escolhem o padrão 1). Qual dos equilíbrios será selecionado pelos jogadores racionais? Temos aí o problema da seleção do equilíbrio de Nash (*Nash equilibrium selection*), na sua forma mais elementar. Uma discussão detalhada deste jogo é feita na Seção 4.5. Além disto, uma variante do mesmo é discutida na Seção 2.5.1, sobre jogos extensivos.

A Tabela 2.2(b) caracteriza o jogo da Galinha, que deve ser comparado com o Dilema do Prisioneiro. Neste jogo, dois lutadores são postos a prova. O primeiro a desistir da luta perde a reputação frente aos seus parceiros. Se nenhum desistir, no entanto, ambos sofrem grandes injúrias. Este jogo apresenta dois equilíbrios de Nash com estratégias puras, e ambos são ótimos de Pareto. Um equilíbrio misto

também existe.

A Tabela 2.2(c) apresenta a Batalha dos Sexos. O homem deseja ir à partida de futebol, a mulher ao balé, e ambos querem sair juntos. Este jogo apresenta dois equilíbrios de Nash com estratégias puras, e os dois são ótimos de Pareto. Voltaremos a este jogo na Seção 2.4.2, onde são discutidos os jogos cooperativos.

Na Tabela 2.2(d) temos o jogo da Pedra-Papel-Tesoura, um jogo infantil no qual cada criança pode escolher uma dentre as três estratégias que dão nome ao jogo. A tesoura corta o papel, que embrulha a pedra, que quebra a tesoura. Este jogo não apresenta equilíbrios de Nash com estratégias puras, e apenas um equilíbrio com estratégias mistas, onde cada jogador adota com probabilidade $1/3$ uma das estratégias puras disponíveis. Em princípio, sob o ponto de vista da Teoria dos Jogos clássica este jogo não apresenta grande riqueza. No entanto, apesar de sua ingenuidade ele foi usado com sucesso para descrever o comportamento de camaleões da espécie *Uta stansburiana* [82]. Portanto, vamos voltar a este exemplo na Seção 3.5.2, após ter sido introduzida a Teoria dos Jogos evolucionários.

Finalmente, a Tabela 2.2 (e) descreve o jogo Águia-Pomba-Burguês. Considere uma população de aves que brigam por território. Aquelas que adotam a estratégia *Águia* batalham até que sejam injuriadas ou até que o oponente desista. Aquelas que escolhem agir como *Pombas* aparentam hostilidade, mas desistem da briga assim que o oponente inicia a ação. Por fim, os *Burgueses* agem como *Águias* quando são os primeiros a ocupar o território, e como *Pombas* quando invadem território alheio. Se $v < w$, e desconsiderarmos a estratégia *Burguês* (ou seja, eliminarmos a última coluna e a última linha da Tabela 2.2 (e)) este jogo apresenta dois equilíbrios de Nash puros, sendo que cada jogador prefere um dos equilíbrios. Ambos são ótimos de Pareto. Um equilíbrio envolvendo estratégias mistas também existe. Este jogo será analisado mais adiante, sob o ponto de vista da Teoria dos Jogos evolucionários (Seção 3.3). Observe que a matriz deste jogo, bem como dos jogos (a), (b) e (d), é simétrica, e portanto bastaria indicar o valor da primeira entrada de cada célula para completamente caracterizar a situação.

Para um dicionário de jogos populares, consulte o site mantido por Shor [80].

Além disto, vários livros de Teoria dos Jogos contém inúmeros exemplos [70, 14, 51]. Gintis [23], em particular, apresenta toda a teoria motivada por problemas e exemplos.

2.3.1 Leilões

Apresentamos vários exemplos de jogos usando matrizes. Nem sempre, no entanto, podemos caracterizar um jogo envolvendo dois jogadores por meio de uma matriz. Isto ocorre, por exemplo, quando os jogadores fazem escolhas dentro de uma faixa contínua de estratégias disponíveis. Para ilustrar a análise deste tipo de cenário, vamos apresentar uma forma especial de leilão, chamada de *leilão de Vickrey* ou ainda *leilão segundo-preço* (*second price auction*).

Um objeto será leiloado. Há $n > 1$ jogadores, e cada um submete uma proposta (*bid*), em segredo. O valor do objeto para o jogador i é v_i . O vencedor do leilão é o jogador que fez a maior proposta, *mas ele paga o preço oferecido pelo jogador que ofereceu a segunda maior*.

Vamos então analisar uma propriedade muito interessante do *leilão de Vickrey*. Neste leilão, contar a verdade é uma estratégia racional para cada jogador, independentemente de o que os outros fizerem. Em outras palavras, o *leilão de Vickrey* é eficiente.

Teorema 2 *Um dos equilíbrios de Nash para o leilão de Vickrey envolve cada jogador propor v_i para o objeto sendo leiloado, onde v_i é o valor do objeto para o jogador i .*

Prova: Para simplificar o argumento, estabelecemos que não ocorrem empates. Considere o jogador j , que apostou $a_j = v_j$. Suponha, primeiramente, que j ganhou o jogo. Seja v_s o valor da segunda maior proposta. Se j tivesse apostado $a_j > v_j$, seu ganho teria sido invariavelmente $v_j - v_s \geq 0$. Se j tivesse apostado menos que v_j , temos três casos a considerar: $a_j > v_s$, $a_j = v_s$ e $a_j < v_s$. Nos três casos, análises simples nos levam a concluir que teria sido melhor (ou indiferente) apostar v_j , ao

invés de a_j . Suponha agora que j apostou $a_j = v_j$ e perdeu o jogo. Neste caso, j também não teria incentivos para apostar $a_j > v_j$, pois se o fizesse seu ganho seria negativo, igual a $v_j - v_s$ (já que neste cenário $v_j < v_s$). \square

Retornaremos a este exemplo na Seção 4.1.1, quando discutiremos a relação entre as redes de computadores e o mercado.

2.4 Uma Classificação dos Jogos

Os jogos foram categorizados de inúmeras formas. Nesta seção, vamos destacar duas destas classificações. A primeira, entre jogos soma zero e soma não zero, motiva a apresentação do importante Teorema Minimax. A segunda, entre jogos cooperativos e não cooperativos, presta-se a melhor situarmos o tipo de problema com o qual lidamos nesta tese.

2.4.1 Jogos Soma Zero e Jogos Soma Não Zero: Elos entre Otimização e Teoria dos Jogos

Jogos soma zero são aqueles nos quais o que um jogador ganha, o outro perde – podendo também haver o empate. Um exemplo de jogo soma zero é o xadrez. Já nos jogos de soma não-zero, os jogadores podem ganhar ou perder concomitantemente. O Dilema do Prisioneiro (Tabela 2.1(b)) é um exemplo de jogo soma não zero.

Os jogos soma zero foram os primeiros a serem estudados, por Émile Borel, em 1921, e deram origem ao Teorema Minimax. Este foi demonstrado por Von Neumann, em 1928, usando recursos matemáticos elaborados. No entanto, com o avanço da matemática durante a Segunda Guerra Mundial, e o surgimento da Programação Linear, em 1947 por Dantzig, descobriram-se novas relações entre a Teoria dos Jogos e a Teoria da Otimização. Estas descobertas culminaram com uma nova demonstração, construtiva, do Teorema Minimax. No que segue, vamos apresentar as características elementares que essencialmente unem estas duas teorias, usando um exemplo simples [24, 71].

	\mathcal{B}	
A	b_1	b_2
a_1	2,-2	5,-5
a_2	3,-3	1,-1
a_3	0,0	3,-3

Tabela 2.3: Um jogo soma zero.

Considere o jogo da Tabela 2.3. Seja $\sigma = (p, q, r)$ a estratégia mista do jogador \mathcal{A} , de tal forma que $p \geq 0, q \geq 0, r \geq 0, p + q + r = 1$. Além disso, seja g o *payoff* mínimo obtido por \mathcal{A} , ou seja, $g = \min(2p + 3q + 0r, 5p + 1q + 3r)$. O objetivo de \mathcal{A} é maximizar g , ou equivalentemente minimizar $1/g$. Considere a seguinte mudança de variáveis $x = \frac{p}{g}, y = \frac{q}{g}, z = \frac{r}{g}$ e $m = \frac{1}{g}$. Podemos então reformular o objetivo de \mathcal{A} por meio do seguinte problema de programação linear (PPL):

<p>PPL de \mathcal{A} em sua forma original</p> <p>determinar: $p \geq 0, q \geq 0, r \geq 0$</p> <p>tal que: $\begin{cases} 2p + 3q + 0r \geq g \\ 5p + 1q + 3r \geq g \end{cases}$</p> <p>maximizando: $\min(2p + 3q, 5p + 1q + 3r)$ = maximizando g</p>	<p>PPL de \mathcal{A} em sua forma canônica</p> <p>determinar: $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$</p> <p>tal que: $\begin{cases} 2x + 3y + 0z \geq 1 \\ 5x + 1y + 3z \geq 1 \end{cases}$</p> <p>minimizando: $x + y + z = m$</p>
---	--

Analogamente, seja o problema de \mathcal{B} escolher uma estratégia $\tau = (s, t)$, ou equivalentemente $(u, v) = (\frac{s}{h}, \frac{t}{h})$, minimizando h ou equivalentemente maximizando $M = \frac{1}{h}$, onde $h > 0$ é a perda máxima de \mathcal{B} , $h = \max(2s + 5t, 3s + t, 0s + 3t)$:

<p>PPL de \mathcal{B} em sua forma original</p> <p>determinar: $s \geq 0, t \geq 0$</p> <p>tal que: $\begin{cases} 2s + 5t \leq h \\ 3s + 1t \leq h \\ 0s + 3t \leq h \end{cases}$</p> <p>minimizando: $\max(2s + 5t, 3s + 1t, 3t)$ = minimizando h</p>	<p>PPL de \mathcal{B} em sua forma canônica</p> <p>determinar: $u \geq 0, v \geq 0$</p> <p>tal que: $\begin{cases} 2u + 5v \leq 1 \\ 3u + 1v \leq 1 \\ 0u + 3v \leq 1 \end{cases}$</p> <p>maximizando: $u + v = M$</p>
--	--

Ou seja, o problema que \mathcal{B} precisa resolver é o Problema de Programação Li-

near (PPL) dual do problema de \mathcal{A} . Um resultado chave da Programação Linear, chamado de *Teorema Fundamental da Dualidade da Programação Linear*, assegura que $M = m$. O *Teorema Minimax* reduz-se, então, a um corolário deste Teorema Fundamental:

Teorema 3 (*Teorema Minimax*) *A cada jogo de duas pessoas, soma-zero, pode-se atribuir um valor v : a quantia que o jogador I pode esperar ganhar do jogador II.*

Prova: a prova é imediata a partir do *Teorema Fundamental da Dualidade da Programação Linear*, já que qualquer jogo de duas pessoas, soma-zero pode ser escrito na forma de um PPL. Este PPL, na sua forma primal, representa o problema a ser resolvido pelo jogador I , que procura a estratégia σ^* que maximiza o seu ganho mínimo (maxmin). Já na sua forma dual, representa o problema a ser resolvido pelo jogador II , que procura a estratégia τ^* que minimiza a sua perda máxima (minmax). Ao perfil de estratégias (σ^*, τ^*) dá-se o nome de *solução maximin do jogo*. \square

Teorema 4 *Num jogo de duas pessoas, soma zero, um perfil de estratégias (σ^*, τ^*) é equilíbrio de Nash se e somente se (σ^*, τ^*) for uma solução maximin do jogo [23, pg. 75].*

No jogo em questão, que pode ser resolvido usando o algoritmo Simplex, $m = M = \frac{5}{13}$, $(p = \frac{2}{5}, q = \frac{3}{5}, r = 0)$ e $(s = \frac{4}{5}, t = \frac{1}{5})$. Note que de fato as duas estratégias (p, q, r) e (s, t) constituem um ponto de equilíbrio de Nash. Afinal, nenhum jogador pode nem mesmo alterar o seu *payoff* mudando unilateralmente de estratégia.

Finalmente, cabe ressaltar que nesta seção foi apresentada a relação entre os jogos soma zero e a Programação Linear. De uma forma mais geral, no entanto, vários problemas de Teoria dos Jogos podem ser encarados sob a ótica da otimização multi-objetivo, na qual cada jogador possui a sua própria função objetivo a otimizar [12]. No caso particular de o jogo envolver apenas um jogador, aplica-se o ferramental da teoria de otimização clássica e da teoria da decisão [14, 63].

2.4.2 Jogos Cooperativos e Não Cooperativos

Jogos cooperativos são aqueles nos quais os jogadores podem formar coalizões ou conluios a fim de conquistar um certo objetivo. Já os jogos não cooperativos são aqueles que não envolvem nenhum tipo de acordo formal entre os jogadores. Nesta tese, estudamos jogos não cooperativos. A título de comparação, no entanto, abordamos nesta seção alguns dos problemas-chaves tratados pela teoria dos jogos cooperativos.

Dentre as várias perguntas analisadas pela teoria dos jogos cooperativos, vamos destacar uma. Num jogo em que se admite negociação, cada jogador deseja conseguir o acordo que lhe seja mais favorável. Vide, por exemplo, a Batalha dos Sexos – Tabela 2.2(c).

John Nash, além de ter contribuído com o Teorema da Existência (Teorema 3) para a teoria dos jogos não cooperativos, também colaborou para a Teoria dos Jogos cooperativos, ao sugerir a seguinte forma de agir neste tipo de situação. Presume-se que dois jogadores devam assinar um contrato, e que um fracasso nos entendimentos terá utilidade zero para ambos. O esquema de negociação de Nash (ou *Nash bargaining scheme*) propõe que o acordo selecionado deva ser aquele tal que o produto das utilidades dos jogadores seja máximo. Na Batalha dos Sexos da Tabela 2.2(c), por exemplo, o acordo sugerido consiste em ambos irem assistir ao jogo de futebol. Este esquema de arbitragem possui uma série de propriedades únicas, dentre as quais o fato de o resultado arbitrado ser um ótimo de Pareto [14, 23].

A Teoria dos Jogos cooperativos trata dos seguintes tipos de problemas, alguns dos quais relacionados ao Direito Civil: qual é uma legislação justa? O que é um contrato imparcial? Por que surgem os conluios? Qual é a melhor forma de um grupo associar-se de forma a maximizar seus ganhos?

2.5 No Limiar Entre a Teoria dos Jogos Clássica e a Teoria dos Jogos Evolucionários

Até então analisamos cenários nos quais os jogadores tomam decisões únicas e definitivas. Ou seja, a variável *tempo* não fez parte de nenhum dos modelos tratados até o momento. Com o objetivo de adicionar mais riqueza de expressão aos jogos e podermos modelar situações nas quais o jogador toma uma ação *antes* de outra, vamos analisar duas abordagens clássicas: os jogos extensivos e os jogos repetidos.

2.5.1 Jogos Extensivos

Considere o seguinte jogo, envolvendo a Microsoft e a Netscape [23, exemplo 5.2]. A Microsoft e a Netscape planejam introduzir um novo tipo de navegador (*browser*) para a *web*. Elas precisam escolher uma dentre duas plataformas, Java ou ActiveX. Se elas introduzirem plataformas distintas, seus ganhos serão zero. Se introduzirem a mesma, seus ganhos serão iguais a 1, mais um ganho extra de 1 para a Microsoft se a plataforma for ActiveX, e 1 para a Netscape se a plataforma for Java. Assuma que a Microsoft tem o poder de *decidir primeiro* a plataforma que irá adotar, e a Netscape poderá tomar sua decisão baseada na observação que fizer sobre a ação adotada pela Microsoft. Neste caso, é conveniente descrever os *payoffs* obtidos pelos jogadores por meio de uma árvore, ao invés de uma matriz como vínhamos fazendo até então (Figura 2.3(a)).

Um jogo, em sua forma extensiva, pode ser descrito por uma árvore. Note que enquanto a Microsoft possui duas estratégias, { ActiveX, Java }, a Netscape possui quatro (2^2), { JJ, JA, AJ, AA }. Em cada estratégia, a primeira letra indica o que a Netscape fará caso a Microsoft adote ActiveX, e a segunda indica o que a Netscape fará caso a Microsoft escolha o Java.

Este jogo também pode ser descrito na forma normal (ou estratégica), por meio da Tabela 2.4. Analisando a forma normal do jogo, vemos que este possui três equilíbrios de Nash, a saber (A, AA) , (A, AJ) e (J, JJ) . Em todos os três pontos

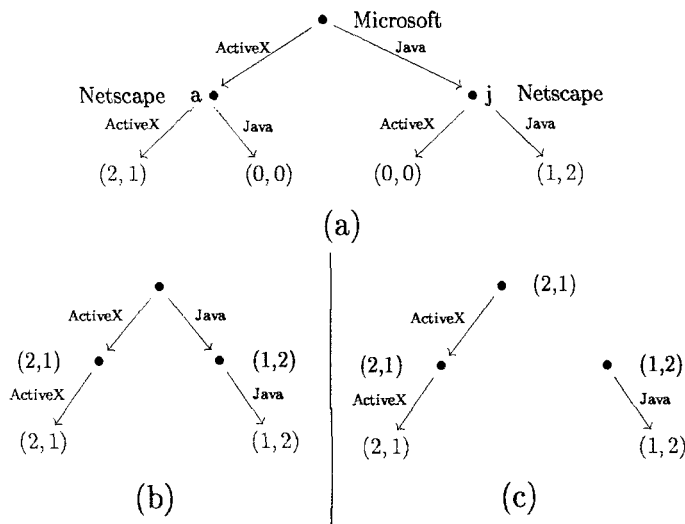


Figura 2.3: (a) Jogo Microsoft-Netscape na forma extensiva; (b) o jogo após poda do último nível; (c) o jogo após poda dos dois últimos níveis.

		Netscape			
		<i>JJ</i>	<i>JA</i>	<i>AJ</i>	<i>AA</i>
Microsoft	<i>A</i>	0,0	0,0	2,1	2,1
	<i>J</i>	1,2	0,0	1,2	0,0

Tabela 2.4: Jogo Microsoft-Nescape na forma estratégica.

nenhum jogador tem incentivos unilaterais para mudar de estratégia: em qualquer um deles o *payoff* da Microsoft é o maior alcançável naquela coluna, e o da Netscape o maior na linha. Diz-se, no entanto, que apenas o segundo equilíbrio é *merecedor de crédito*, perfeito do ponto de vista de subjogos, ou ainda, *subjogo-perfeito*, ou *subgame perfect* (conforme Definição 7 a seguir). Isto porque o primeiro não é um equilíbrio de Nash se nos restringirmos ao subjogo com árvore enraizada em *j*, e o terceiro não é um equilíbrio de Nash se nos restringirmos à árvore enraizada em *a* (vide Figura 2.3(a)). Dizemos que o segundo equilíbrio é o único que não envolve *ameaças sem credibilidade* (*incredible threats*). O equilíbrio (*J, JJ*), por exemplo, corresponde à Netscape ameaçar usar o Java, *independentemente de o que a Microsoft fizer*. Mas a Microsoft sabe que se escolher o ActiveX, quando efetivamente chegar a hora de a Netscape tomar a sua decisão, no ponto *a* (Figura 2.3(a)), a Netscape irá de fato escolher também ActiveX, e não Java.

Definição 7 *Seja \mathcal{J} um jogo escrito na forma extensiva. Um perfil de estratégias é equilíbrio de Nash subjogo-perfeito de \mathcal{J} se dado qualquer nó da árvore que caracteriza \mathcal{J} , o perfil de estratégias continua sendo equilíbrio de Nash do subjogo em questão.*²

Em geral, os equilíbrios de Nash subjogo-perfeitos podem ser obtidos por um procedimento chamado de *backward induction*, poda de sub-árvores, ou ainda, na literatura de inteligência artificial, corte alfa-beta [23, 75]. No exemplo em questão, primeiramente eliminamos dos nós a e j os ramos da árvore que desfavorecem à Netscape (vide Figura 2.3(b)). Em seguida, eliminamos desta árvore o ramo que desfavorece à Microsoft (vide Figura 2.3(c)). Procedendo desta forma, os ramos que não são podados ao longo do processo caracterizam o equilíbrio de Nash subjogo-perfeito, (A, AJ) (Figura 2.3(c)).

Uma visão crítica

O jogo na forma extensiva possui poder de expressão suficiente para lidar com algumas questões relativas ao tempo. Entretanto, para jogos de maior complexidade – e em geral, de maior interesse – a forma extensiva do jogo torna-se rapidamente intratável. Além disso, note que a estratégia de um jogador é dada em função de o que este fará em cada uma das situações com as quais eventualmente irá defrontar-se. Ou seja, o jogador escolhe, de antemão, a ação que adotará em cada ponto de decisão. Estas escolhas podem depender do histórico do jogo. Entretanto, o simples fato de supor-se que os jogadores saberão, antes de o jogo começar, quais as decisões que precisarão enfrentar pode ser considerado, por si só, um requisito muito forte. Finalmente, outro problema dos jogos na forma extensiva consiste no fato de estes frequentemente apresentarem inúmeros pontos de equilíbrio, o que dificulta o entendimento sobre os mesmos.

²Para uma definição precisa do conceito de subjogo, consulte [23].

2.5.2 Jogos Repetidos e o Surgimento da Cooperação no Dilema do Prisioneiro

Como vimos na Seção 2.1, o Dilema do Prisioneiro, quando jogado uma única vez, admite um exclusivo ponto de equilíbrio de Nash, em que ambos os jogadores escolhem a estratégia de não cooperar. Suponha, no entanto, que o jogo seja repetido um número finito de vezes. Neste caso, o equilíbrio em questão continua sendo o único *equilíbrio de Nash subjogo-perfeito* (vide última seção). Vejamos: na última rodada, os jogadores certamente não terão incentivos para colaborar, já que não há perspectivas sobre o futuro que possam influenciá-los. Na penúltima jogada, também não cooperarão, pois irão antecipar que na última não haverá cooperação e assim, o que for feito na penúltima não poderá influenciar no turno seguinte. Esta linha de raciocínio, se repetida, leva-nos a concluir que os jogadores não irão cooperar em nenhuma das rodadas. Isto pode ser facilmente verificado usando o procedimento de *backward induction*, explicado na seção anterior.

Suponha, no entanto, que os jogadores defrontem-se um número *indefinido* de vezes. Considere a situação na qual, após cada iteração, o jogo se repete com probabilidade w , e termina com probabilidade $1 - w$. O parâmetro w é um *fator de desconto*, e iremos usá-lo para calcular o *payoff* que os jogadores esperam obter no jogo. Por exemplo, suponha que os jogadores defrontem-se com o Dilema do Prisioneiro apresentado na Tabela 2.1(b). Se ambos adotarem a estratégia de jogar sempre λ_s , o *payoff* esperado para ambos é de $5(1 + w + w^2 + w^3 + \dots) = 5/(1 - w)$.

Considerando este cenário, obtemos uma surpresa: a cooperação pode emergir no Dilema do Prisioneiro. Este resultado é apresentado no próximo teorema. Antes de enunciá-lo, no entanto, vamos definir uma estratégia para jogar o Dilema do Prisioneiro que chamaremos de *estratégia gatilho*. Esta consiste em cooperar com o oponente enquanto ele colaborar, e puni-lo para sempre caso este não contribua em uma determinada rodada (Figura 2.4).

Teorema 5 *A solução cooperativa do Dilema do Prisioneiro repetido, com a matriz de jogo apresentada na Tabela 2.1(b), pode ser alcançada como equilíbrio de Nash*

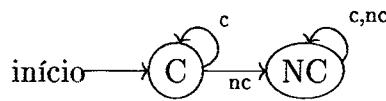


Figura 2.4: Máquina de estados da *estratégia gatilho*: se o oponente não cooperar em um determinado turno t , o jogador adotando a *estratégia gatilho* não cooperará do turno $t + 1$ *ad infinitum*.

subjogo-perfeito se o fator de desconto w for grande o suficiente (maior ou igual a $14/15$) e cada jogador adotar a *estratégia gatilho*.³

Prova: Se ambos os jogadores adotarem a *estratégia gatilho*, o *payoff* esperado de cada um deles será $5/(1 - w)$. Suponha que um dos jogadores, o jogador \mathcal{A} , use *estratégia* diferente. Isto envolve cooperar por um número (possivelmente zero) de períodos, e então não cooperar nunca mais; afinal, uma vez que ele não coopere, \mathcal{B} também não cooperará, logo o melhor que \mathcal{A} pode fazer é também não colaborar. Considere, sem perda de generalidade, que \mathcal{A} não coopere no primeiro turno recebendo, portanto, um *payoff* médio de $15 + 4/(1 - w)$. Logo, o par de *estratégias gatilho* é equilíbrio de Nash se e somente se $5/(1 - w) \geq 15 + 4/(1 - w)$, ou $w \geq \frac{14}{15}$. Além disto, pode-se provar que se $w \geq \frac{14}{15}$ o par de *estratégias gatilho* é também *equilíbrio de Nash subjogo-perfeito* [23].⁴ \square

A mensagem principal deste teorema é clara: se os jogadores têm grandes probabilidades de reencontrarem-se e preocupam-se com o futuro ($w \geq 14/15$) então eles colaborarão mutuamente. Afinal, as possíveis *conseqüências* da cooperação são, para eles, suficientemente relevantes.

³O equilíbrio de Nash é uma lista de estratégias, uma para cada jogador. Ao considerarmos um jogo repetido, a estratégia de cada jogador pode ser caracterizada por uma máquina de estados, como a da Figura 2.4. Logo, o equilíbrio de Nash neste caso é uma lista de máquinas de estado.

⁴O argumento da prova é o seguinte: se \mathcal{B} passasse a não colaborar a partir de certo turno t , \mathcal{A} cumpriria a ameaça de nunca mais colaborar, do instante $t + 1$ em diante. Considerando o sub-jogo que começa em $t + 1$, as estratégias de \mathcal{A} e \mathcal{B} de eterna não cooperação constituem um equilíbrio de Nash. Portanto, o par de estratégias gatilho é *subjogo-perfeito*.

Uma visão crítica

Por fim, algumas críticas aos jogos repetidos merecem destaque. Em primeiro lugar, apesar de ser animador o fato de a *estratégia gatilho* ser um *equilíbrio subjogo-perfeito*, a verdade é que vários outros equilíbrios também o são. Este é um dos principais inconvenientes dos jogos repetidos: em geral, apresentam muitos *equilíbrios subjogo-perfeitos*. Além disto, um dos comentários feitos a respeito dos jogos extensivos também vale para os jogos repetidos: a estratégia de cada jogador, num jogo repetido, consiste em escolhas, feitas de antemão (antes de o jogo começar), sobre as ações que este adotará em cada turno. As estratégias podem ter dependência em relação ao histórico do jogo. Mesmo assim, no entanto, esta abordagem tem poder de expressão restrito, pois é difícil modelar, usando jogos repetidos, agentes que via tentativa e erro experimentam e aprendem em função de observações que façam, ao longo do tempo, sobre o mundo [2].

Finalmente, o fato de o Dilema do Prisioneiro, quando repetido um número finito de vezes, não dar margem à cooperação, segundo a Teoria dos Jogos clássica, não condiz com a realidade. Se este jogo for repetido por t turnos, resultados experimentais com pessoas voluntárias evidenciam que a cooperação emerge mesmo que t seja anunciado de antemão [23].

Respostas às críticas aqui apresentadas, bem como às críticas apresentadas sobre os jogos extensivos, serão dadas a seguir, ao introduzirmos os jogos evolucionários.

Capítulo 3

Teoria dos Jogos Evolucionários

A lógica é invencível porque para combater a lógica é necessário usar lógica. *Pierre Boutroux*

O ser humano não é lógico. Ele é *psicológico*. *Anônimo*

3.1 Motivação e Definições

Von Neumann e Morgenstern comentam em *The Theory of Games and Economic Behavior* [86, 2]:

Repetimos enfaticamente que nossa teoria é completamente estática. Uma teoria dinâmica seria inquestionavelmente mais completa e portanto preferível. Mas há amplas evidências de outros ramos da ciência de que é fútil tentar construí-la enquanto a estática não for completamente compreendida.

Para superar as limitações da Teoria dos Jogos clássica, John Maynard Smith [54] deu uma nova interpretação à Teoria dos Jogos, enquadrando-a num contexto *dinâmico-populacional*. Em vez de os jogos serem avaliados estaticamente, assumindo que os jogadores se encontrarão uma única e exclusiva vez, estes passaram a ser analisados dinamicamente num cenário em que interagem repetidas vezes, podendo imitar uns aos outros, aprender ou experimentar usando tentativa e erro.

A principal virtude da Teoria dos Jogos evolucionários consiste no fato de esta não pressupor agentes necessariamente racionais. O processo de ajuste de estratégias dos jogadores dá-se, na maioria das vezes, de forma trivial. De fato, os jogadores podem ser bactérias, animais, plantas e até células [66]. Em alguns destes casos, os agentes não estão racionalmente maximizando seus *payoffs*. Suas estratégias refletem simplesmente padrões operacionais codificados em seus genes, ou são frutos do hábito, instinto ou imitação [6].

O processo de adaptação dos jogadores é um dos componentes fundamentais da Teoria dos Jogos evolucionários. Além disto, ao invés de um jogador A jogar contra B , J. M. Smith introduziu um modelo onde uma população (ou várias populações) de jogadores interage. A abordagem de J. M. Smith sobre os jogos evolucionários apresenta, portanto, três grandes diferenças em relação à Teoria dos Jogos clássica [23, pg. 148]:

- **Estratégias.** Segundo a Teoria dos Jogos clássica, os *jogadores* dispõem de conjuntos de estratégias. Já de acordo com a Teoria dos Jogos evolucionários, as *espécies* ou, num contexto sociológico, as *sociedades*, é que determinam as estratégias disponíveis, e os *indivíduos* herdam ou selecionam uma das estratégias disponíveis.
- **Equilíbrio.** Ao invés do equilíbrio de Nash, Smith e Price [54] usaram o conceito de estratégia evolucionariamente estável (ESS) para inferir o comportamento da população a longo prazo. Uma estratégia é ESS se uma grande população adotando a mesma não pode ser invadida por um pequeno grupo de mutantes. O enfoque passa a ser na modelagem da difusão de comportamentos (*estratégias*) pela sociedade, e não simplesmente nas ações de indivíduos isoladamente.
- **Interação entre os jogadores.** Ao invés de considerar um jogo estático, jogado uma única e exclusiva vez (*one-shot*), Smith introduziu a noção de *pareamento (agrupamento) repetido e aleatório* entre os jogadores, que eventualmente selecionam as estratégias de acordo com seus genomas e/ou baseados na história do jogo.

Em sua forma mais simples, o jogo evolucionário envolve uma população de jogadores simétricos, ou seja, que possuem conjuntos de escolhas idênticos. Além disto, a função de utilidade também é simétrica: se um jogador \mathcal{A} adota a estratégia s_i e \mathcal{B} adota s_j , a utilidade obtida pelo primeiro é $u_{\mathcal{A}}(s_i, s_j) = u_{\mathcal{B}}(s_j, s_i)$ e a obtida pelo segundo é $u_{\mathcal{B}}(s_i, s_j) = u_{\mathcal{A}}(s_j, s_i)$. A função de utilidade é freqüentemente descrita por uma tabela. As Tabelas 2.2(a), 2.2(b), 2.2(d) e 2.2(e), por exemplo, ilustram funções de utilidade simétricas.

Formalmente, temos a seguinte definição:

Definição 8 *Um jogo evolucionário simétrico \mathcal{G} modela a interação de jogadores ao longo do tempo, envolvendo os seguintes elementos:*

- *um conjunto finito N de jogadores;*
- *um conjunto não vazio A (o conjunto de **estratégias disponíveis** para cada jogador), com $k = |A|$;*
- *para cada jogador j , uma função $u_j : (A_1, A_2, \dots, A_O) \rightarrow \mathcal{R}$ (a **função de utilidade**);*
- *um vetor de elementos entre 0 e 1, $\sigma(t) = (\sigma_1, \dots, \sigma_j, \dots, \sigma_k)(t)$, onde σ_j é a fração da população adotando a estratégia $s_j \in A$ no tempo t (o **estado da população no tempo t**);*
- *um jogo ordinário $\mathcal{S} = \langle O, (A), (u_j) \rangle$ (o **stage game**);*
- *um processo dinâmico de ajuste das estratégias, ou seja, uma função (possivelmente estocástica) $\mathcal{D} : (\sigma(t), \mathcal{S}, t) \rightarrow \sigma(t + \Delta t)$ (a **definição da dinâmica do jogo**).*

Os jogos evolucionários envolvem interações estratégicas ao longo do tempo. Os agentes são repetidamente emparelhados, possivelmente de forma aleatória, O a O , para jogar o *stage game* \mathcal{S} .¹ O vetor $\sigma(t)$ caracteriza a fração da população

¹Ou seja, os agentes são agrupados em conjuntos de tamanho O . Assumimos que N é múltiplo de O .

selecionando cada uma das escolhas. A partir dos resultados obtidos, os jogadores ajustam seus comportamentos, segundo a dinâmica \mathcal{D} .

Seja $U(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ a utilidade obtida por um jogador que joga a estratégia \mathbf{x} quando o restante da população adota a estratégia \mathbf{y} . No caso particular em que \mathbf{x} e \mathbf{y} são estratégias puras, e que o *stage game* é um jogo bidimensional ($O = 2$) simétrico, temos que $U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = u_{\mathcal{A}}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ (a função $u_i(\cdot)$ foi apresentada na Definição 8). Se considerarmos uma população muito grande de agentes, a utilidade obtida por um agente “do tipo i ” (ou seja, que joga a estratégia pura $s_i \in A$) quando o estado da população é $\boldsymbol{\sigma}$ (para não sobrecarregar a notação estamos denotando $\boldsymbol{\sigma}(t)$ por $\boldsymbol{\sigma}$) no caso particular em que o *stage game* é um jogo bidimensional simétrico ($O = 2$) é dada por:

$$U(s_i, \boldsymbol{\sigma}) = \sum_{j=1}^k U(s_i, s_j)\sigma_j = \sum_{j=1}^k u_{\mathcal{A}}(s_i, s_j)\sigma_j = \mathbf{e}_i \mathbf{M} \boldsymbol{\sigma}^T \quad (3.1)$$

onde s_j corresponde ao estado em que todos os agentes fazem a escolha $s_j \in A$.² \mathbf{M} , $\boldsymbol{\sigma}^T$ e \mathbf{e}_i são, respectivamente, a matriz de *payoffs* do *stage game*, o vetor que caracteriza o estado da população no tempo t , transposto, e um vetor com o i -ésimo elemento igual a 1, e todos os outros iguais a 0. Note que ao jogar o *stage game*, cada jogador sempre seleciona uma estratégia pura. A utilidade média de um jogador da população $\boldsymbol{\sigma}$ escolhido aleatoriamente é:

$$U(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}) = \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^k \sigma_l U(s_l, s_j)\sigma_j = \sum_{l=1}^k \sigma_l U(s_l, \boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{M} \boldsymbol{\sigma}^T \quad (3.2)$$

A definição da dinâmica do jogo \mathcal{D} pode ser determinística, envolvendo equações diferenciais (Seção 3.5) ou probabilística, envolvendo por exemplo Cadeias de Markov (Seção 3.7). Independente de sua estrutura, entretanto, esta procura caracterizar como evolui a população ao longo do tempo, via um sistema dinâmico. Retornando mais uma vez ao exemplo exposto previamente na Tabela 2.1(b), vamos agora descrevê-lo sob um prisma dinâmico-populacional. Seja N o número de

²Mais precisamente, s_j é o estado em que todos os agentes, menos (possivelmente) um, fazem a escolha s_j . $U(s_i, s_j)$ é a utilidade obtida por um agente “do tipo i ” quando imerso numa população onde todos os adversários adotam a estratégia s_j .

jogadores na população. Assumimos que os jogadores interagem dois a dois, $O = 2$, e que o *stage game* \mathcal{S} é aquele descrito na Tabela 2.1(b). Cada jogador dispõe de duas estratégias puras, $A = (\lambda_a, \lambda_s)$. Considere um sistema de tempo discreto, no qual o tempo é dividido em intervalos (*slots*) e entre os instantes t e $t + 1$ todos os agentes são emparelhados aleatoriamente, um grande número de vezes, para jogar o *stage game*. No instante de tempo $t + 1$, os agentes adaptam suas escolhas de acordo com a utilidade média recebida no intervalo $(t, t + 1)$. Uma vez que o *stage game* é bidimensional, a utilidade recebida por cada jogador quando o estado da população é $\sigma(t)$ é dada por (3.1). Finalmente, precisamos definir \mathcal{D} , o processo de ajuste de escolhas. Por exemplo, podemos assumir que um jogador muda sua escolha do tempo t para o tempo $t + 1$ caso perceba que teria recebido utilidade maior se tivesse selecionado outra escolha no tempo t . Neste caso, se assumirmos que o estado inicial da população é $\sigma(0) = (1, 0)$ – todos os jogadores escolhem λ_s – então no tempo 1 temos $\sigma(1) = (0, 1)$ – todos os jogadores escolhem λ_a .

3.2 Virtudes da Teoria dos Jogos Evolucionários

Uma vez que o processo de ajuste de escolhas dos jogadores é um componente chave da Teoria dos Jogos evolucionários, esta resolve alguns dos inconvenientes da Teoria dos Jogos clássica. Por exemplo, não é necessário assumir que os jogadores irão decidir, antes de começar o jogo, as escolhas que farão ao longo do tempo, em cada um dos turnos, como no caso dos jogos extensivos ou dos jogos repetidos apresentados na última seção.

Além disso, a dinâmica do jogo muitas vezes pode eliminar alguns dos equilíbrios de Nash previstos pela teoria clássica, resolvendo então o problema da seleção do equilíbrio de Nash (*Nash equilibrium selection*). Na Seção 2.5.2 mencionamos que os jogos repetidos muitas vezes apresentam o inconveniente de possuírem muitos equilíbrios de Nash. Mencionamos também que quando o Dilema do Prisioneiro é repetido um número finito de vezes, este admite apenas um equilíbrio de Nash subjogo perfeito, que por sua vez não condiz com a realidade. Em ambos os ca-

sos, a Teoria dos Jogos evolucionários traz a seguinte resposta: não espere que um equilíbrio de Nash seja um bom indicador de convergência de um modelo a não ser que haja uma dinâmica plausível para a qual este equilíbrio seja um ponto de convergência estável. Em outras palavras: não espere que um equilíbrio de Nash seja adotado a longo prazo a não ser que haja uma dinâmica plausível para explicar a convergência para este equilíbrio.

Vamos, pois, estudar com mais detalhes os pontos de convergência de um sistema dinâmico.

3.3 Maynard Smith e Estratégias Evolucionariamente Estáveis (ESS)

A Teoria dos Jogos evolucionários remonta ao ano de 1973, data de publicação do artigo *The Logic of Animal Conflict*, por Smith e Price [54]. Neste artigo são apresentadas as estratégias evolucionariamente estáveis (ESSs). Amadurecido por Smith [53], este conceito é poderoso porque fornece uma definição de estabilidade que *não depende da dinâmica \mathcal{D} particular que esteja sendo adotada para o jogo*.

O modelo considerado é aquele apresentado na Definição 8. Considere o estado da população σ (para não sobrecarregar a notação vamos denotar $\sigma(t)$ por σ). Se trocarmos uma fração $\epsilon > 0$ da população por um *mutante* $\mathbf{m} = q_1 \mathbf{s}_1 + \dots + q_k \mathbf{s}_k$, que adote cada uma das estratégias disponíveis com probabilidade q_1, \dots, q_k , então o novo estado da população é:

$$\tau = (1 - \epsilon)\sigma + \epsilon\mathbf{m} \quad (3.3)$$

Seja $U(\sigma, \tau)$ o *payoff* médio de um jogador da população σ jogando contra a população τ . Em outras palavras, $U(\sigma, \tau)$ é o *payoff* médio de um jogador “do tipo σ ” quando encontra-se imerso na população τ . Devido à linearidade da função $U(\cdot)$, o *payoff* para um não-mutante escolhido aleatoriamente segundo a equação (3.1) é

$$U(\sigma, \tau) = \sigma \mathbf{M} \tau^T = \sigma \mathbf{M} ((1 - \epsilon)\sigma + \epsilon\mathbf{m})^T = (1 - \epsilon)U(\sigma, \sigma) + \epsilon U(\sigma, \mathbf{m}) \quad (3.4)$$

e o *payoff* para um *mutante* é

$$U(\mathbf{m}, \boldsymbol{\tau}) = \mathbf{mM}\boldsymbol{\tau}^T = \mathbf{mM}((1 - \epsilon)\boldsymbol{\sigma} + \epsilon\mathbf{m})^T = (1 - \epsilon)U(\mathbf{m}, \boldsymbol{\sigma}) + \epsilon U(\mathbf{m}, \mathbf{m}) \quad (3.5)$$

Temos então todos os ingredientes para definirmos formalmente o ESS:

Definição 9 *Um mutante \mathbf{m} invade uma população $\boldsymbol{\sigma} \neq \mathbf{m}$ se para um $\epsilon > 0$ suficientemente pequeno, $U(\mathbf{m}, \boldsymbol{\tau}) \geq U(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\tau})$, ou seja, se o mutante se sai pelo menos tão bem quanto um membro da população original ao interagir com a nova população $\boldsymbol{\tau} = (1 - \epsilon)\boldsymbol{\sigma} + \epsilon\mathbf{m}$.*

Definição 10 (ESS) *Uma população $\boldsymbol{\sigma}$ adota uma estratégia evolucionariamente estável (ou seja, é um ESS) se ela não pode ser invadida por nenhum tipo de mutante.³*

Teorema 6 *Uma população $\boldsymbol{\sigma}$ é ESS se e somente se, para todo mutante \mathbf{m} , temos que*

$$U(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}) > U(\mathbf{m}, \boldsymbol{\sigma})$$

ou, se $U(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}) = U(\mathbf{m}, \boldsymbol{\sigma})$, então

$$U(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{m}) > U(\mathbf{m}, \mathbf{m})$$

Prova: Basta analisar o limite quando $\epsilon \rightarrow 0$ de (3.4) e (3.5) e aplicar as Definições 9 e 10. \square

Como exemplo, considere o jogo da Águia-Pombo-Burguês, descrito na Tabela 2.2(e), desprezando a estratégia *Burguês* (ou seja, removendo a última linha e a última coluna da tabela). Pelo Teorema 6, a estratégia *Pombo* não é ESS. Isto ocorre porque $v/2 = U(\mathbf{D}, \mathbf{D}) < U(\mathbf{H}, \mathbf{D}) = v$, onde $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}$ representa uma população de pombos, e $\mathbf{m} = \mathbf{H}$ uma população de águias. A população de pombos pode ser invadida por uma águia.

³Nesta tese uma estratégia ESS e uma população ESS são sinônimos [53, pg. 16–17]

Em resumo, a motivação para o estudo do ESS é descobrir que tipos de estratégias podem ser mantidas sustentavelmente por uma população face a qualquer alternativa de invasão. De fato, se existir uma alternativa que seja mais bem sucedida no ambiente em questão, ou seja, que gere um *payoff* médio maior que o *status quo*, mais cedo ou mais tarde esta será descoberta, seja racionalmente, seja por meios de mutações, tentativa e erro ou sorte. Assim sendo, é de se esperar que as estratégias que não possam ser invadidas sejam as usadas por todos, a longo prazo [6].

3.4 Sistemas Dinâmicos, Atratores e Estabilidade

O conceito de estabilidade apresentado na última seção independe da dinâmica adotada pelos jogadores. Vamos agora nos ater a um outro conceito de estabilidade, este sim dependente do processo de adaptação dos jogadores. Existem várias formas plausíveis para especificar-se uma dinâmica determinística. Vamos focalizar a na mais famosa delas, chamada de dinâmica do replicador (*replicator dynamics*), que baseia-se em equações diferenciais ordinárias (EDOs). Nesta seção apresentamos alguns conceitos básicos sobre sistemas dinâmicos, e na seguinte a dinâmica do replicador.

Seja $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ um ponto no \mathcal{R}^n . Um sistema dinâmico é um conjunto de equações:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(x_1, \dots, x_n) \end{aligned} \tag{3.6}$$

Um *ponto fixo* \mathbf{x}^* , também chamado de ponto crítico ou ponto estacionário, é um ponto tal que $(f_1(\mathbf{x}^*), \dots, f_n(\mathbf{x}^*)) = \mathbf{f}(\mathbf{x}^*) = (0, \dots, 0)$. Este pode ser neutramente estável, assintoticamente estável (um atrator) ou instável. Ao invés de definirmos estes conceitos, exemplificamos os mesmos, respectivamente, nas Figuras 3.1(a), (b)

e (c), geradas usando o Matlab em conjunto com pplane [52, 73]. Na Figura 3.1 (d) apresentamos um ponto fixo de sela, que é instável. Vide o Apêndice A para definições formais dos conceitos aqui apresentados graficamente [23, 30].

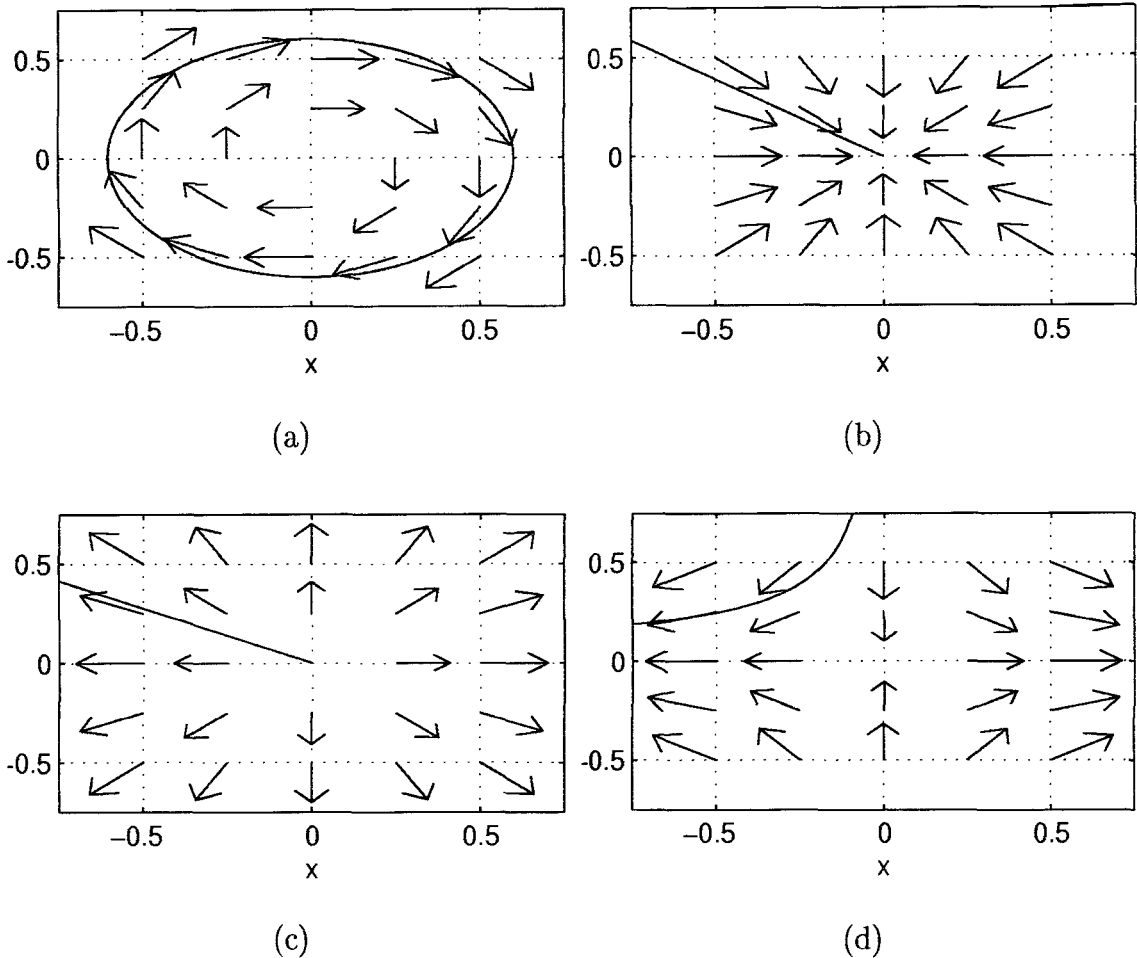


Figura 3.1: Sistemas dinâmicos do tipo $\frac{dx}{dt} = ax + by$, $\frac{dy}{dt} = cx + dy$, onde (a,b,c,d) valem: (a) (0,1,-1,0); (b) (-1,0,0,-1); (c) (1,0,0,1); (d) (3,0,0,-2).

3.5 A Dinâmica do Replicador

A maneira mais fácil de deduzir a dinâmica do replicador é considerando que a função utilidade $U(s_i, \sigma)$ representa o valor esperado do número de filhos de um indivíduo do tipo s_i , a cada Δt , em uma população σ [33]. Esta é a definição de aptidão (*fitness*) no sentido Darwiniano. De uma forma mais geral, a utilidade pode

ser qualquer *recompensa* que os jogadores recebam a cada Δt . Considere o tempo discreto, e que em cada turno os indivíduos interagem aleatoriamente dois a dois. Mais uma vez, o modelo considerado segue o molde da Definição 8. Sejam

$N(t)$ o tamanho da população no tempo t

$N_i(t)$ o número de indivíduos adotando a estratégia s_i no tempo t

$$p_j(t) = \frac{N_j(t)}{N(t)}$$

d a taxa de morte

$U(s_i, \sigma)$ o número esperado de filhos de um indivíduo do tipo s_i

por geração, quando este encontra-se em uma população σ

então,

$$N_i(t+1) = N_i(t) + N_i(t) \left(\sum_{j=1}^n p_j U(s_i, s_j) - d \right) \quad (3.7)$$

Generalizando para tempo contínuo

$$N_i(t + \Delta t) = N_i(t) + \Delta t \left(N_i(t) \left(\sum_{j=1}^n p_j U(s_i, s_j) - d \right) \right) \quad (3.8)$$

então

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = N_i(t) \left(\sum_{j=1}^n p_j U(s_i, s_j) - d \right) \quad (3.9)$$

Para a população como um todo:

$$\begin{aligned} N(t + \Delta t) &= \sum_{i=1}^n \left(N_i(t) + \Delta t N_i(t) \left(\sum_{j=1}^n p_j U(s_i, s_j) - d \right) \right) \\ &= N(t) + \Delta t \left(N(t) \left(\sum_{i=1}^n p_i \sum_{j=1}^n p_j U(s_i, s_j) - d \right) \right) \end{aligned}$$

logo,

$$\frac{dN(t)}{dt} = N(t) \left(\sum_{i=1}^n p_i \sum_{j=1}^n p_j U(s_i, s_j) - d \right)$$

Sejam $U(s_i, \sigma)$ e $U(\sigma, \sigma)$, respectivamente, a utilidade média de um jogador do “tipo i ” e a utilidade média de um jogador escolhido aleatoriamente, quando o estado

da população é $\sigma = p_1 s_1 + \dots + p_n s_n$. As equações (3.1) e (3.2) descrevem estas variáveis, e as repetimos abaixo por conveniência:

$$U(s_i, \sigma) = \sum_{j=1}^n p_j U(s_i, s_j) \quad U(\sigma, \sigma) = \sum_{i=1}^n p_i U(s_i, \sigma) \quad (3.10)$$

Então, podemos reescrever $dN_i(t)/dt$ e $dN(t)/dt$ como:

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = N_i(t) (U(s_i, \sigma) - d) \quad \frac{dN(t)}{dt} = N(t) (U(\sigma, \sigma) - d)$$

Temos que:

$$\frac{d}{dt} \frac{x(t)}{y(t)} = \frac{\left[\frac{d}{dt} x(t)\right] y(t) - x(t) \left[\frac{d}{dt} y(t)\right]}{y^2(t)}$$

logo,

$$\frac{d}{dt} p_i(t) = \frac{d}{dt} \frac{N_i(t)}{N(t)} = p_i(t) (U(s_i, \sigma) - U(\sigma, \sigma)) \quad (3.11)$$

que é a chamada *dinâmica do replicador*.

3.5.1 Outra forma de dedução

Uma outra forma de deduzir a *dinâmica do replicador* consiste em considerar que a cada Δt os indivíduos encontram-se, dois a dois, aleatoriamente. Um indivíduo “do tipo i ”, em particular, pode potencialmente mudar para “o tipo j ” se este cruzar-se com um jogador “do tipo j ”. Ele efetivamente mudará de estratégia com probabilidade $p_{ij}(t)$, dada por:

$$p_{ij}(t) = \begin{cases} U(s_j, \sigma) - U(s_i, \sigma) & \text{se } U(s_j, \sigma) > U(s_i, \sigma) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.12)$$

Assim sendo, um jogador muda da estratégia i para j se este cruzar com um indivíduo “do tipo j ” e perceber que o *payoff* da estratégia j é maior que o da estratégia i . Consideramos que a informação sobre a diferença entre os *payoffs* é imperfeita, de tal forma que quanto maior for a diferença, maior a chance de o jogador de fato percebê-la, e aí mudar. Considere, sem perda de generalidade, que no tempo t é feita a numeração das estratégias de tal forma que $U(s_1, \sigma) \leq U(s_2, \sigma) \leq \dots \leq U(s_n, \sigma)$. Assumimos que N , o número de indivíduos na população, é muito grande, par e constante. A cada Δt ocorrem $N/2$ cruzamentos. A fração destes cruzamentos que ocorre entre um indivíduo “do tipo i ” e um “do tipo j ” vale $2p_i(t)p_j(t)$ (N é grande), logo:

$$N_i(t + \Delta t) = N_i(t) + \Delta t \frac{N}{2} \cdot \left(- \sum_{j=i+1}^n 2p_i(t)p_j(t) (U(s_j, \sigma) - U(s_i, \sigma)) + \sum_{j=1}^i 2p_i(t)p_j(t) (U(s_i, \sigma) - U(s_j, \sigma)) \right)$$

daí,

$$p_i(t + \Delta t) = p_i(t) + p_i(t)\Delta t \left(- \sum_{j=i+1}^n p_j(t) (U(s_j, \sigma) - U(s_i, \sigma)) + \sum_{j=1}^i p_j(t) (U(s_i, \sigma) - U(s_j, \sigma)) \right)$$

ou seja,

$$p_i(t + \Delta t) = p_i(t) + p_i(t)\Delta t \sum_{j=1}^n p_j(t) (U(s_i, \sigma) - U(s_j, \sigma)) \quad (3.13)$$

Finalmente,

$$\frac{d}{dt} p_i(t) = p_i(t) (U(s_i, \sigma) - U(\sigma, \sigma)) \quad (3.14)$$

3.5.2 Exemplos

Para exemplificar como comporta-se a dinâmica do replicador, vamos considerar três jogos distintos. Os três jogos considerados possuem três estratégias, e a forma

mais conveniente de representar a população neste caso consiste em usar coordenadas baricênticas em um 2 -simplexo (conjunto de pontos (p_x, p_y, p_z) , tal que $\sum p_i = 1$ e $0 \leq p_i \leq 1$). Na Figura 3.2 temos o ponto $(p_x, p_y, p_z) = (2/3, 1/6, 1/6)$ representado em coordenadas baricênticas – p_x , a distância entre o ponto e o segmento de reta yz , por exemplo, representa a fração da população adotando a estratégia x .

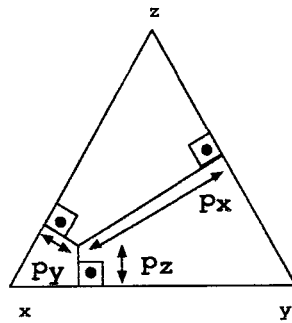


Figura 3.2: Ponto $(2/3, 1/6, 1/6)$ representado em coordenadas baricênticas.

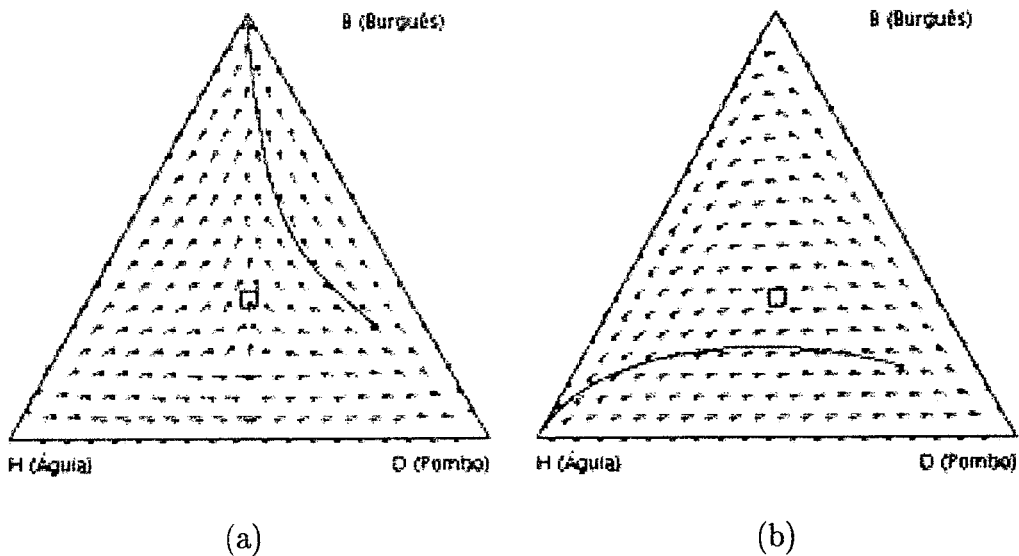


Figura 3.3: Dinâmica do replicador: (a) jogo Águia-Pombo-Burguês (APB) com $v = 1$ e $w = 2$; (b) APB com $v = 2$ e $w = 1$.

Nas Figuras 3.3(a) e 3.3(b) temos o jogo Águia-Pombo-Burguês (Tabela 2.2(e)), com $v = 1$ e $w = 2$ no primeiro caso, e $v = 2$ e $w = 1$ no segundo. O objetivo deste exemplo é mostrar que se $w > v$, ou seja, se a energia perdida por injúrias devido a uma briga entre duas águias for maior do que o *payoff* por elas adquirido durante uma conquista de território, então a única estratégia estável do ponto de vista da

dinâmica do replicador é a estratégia *Burguês*. Por outro lado, se $w < v$ a estratégia *Águia* é a única estável.⁴

Na Figura 3.4 vemos a dinâmica do jogo descrito pela matriz a seguir.

0	6	4
-3	0	5
-1	3	0

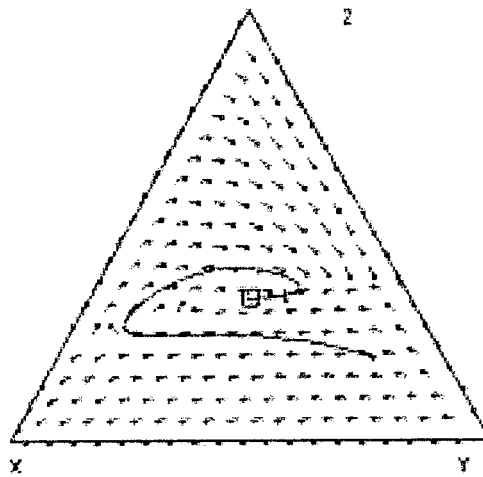


Figura 3.4: Dinâmica do replicador: um jogo com matriz $[0,6,-4;-3,0,5;-1,3,0]$.

Este jogo possui duas características interessantes. Em primeiro lugar, ele possui dois pontos de equilíbrio estáveis: $(1, 0, 0)$ e $(1/3, 1/3, 1/3)$. Observando a Figura 3.4, podemos inferir quais são as bacias de atração destes dois pontos. Por exemplo, vemos que qualquer trajetória que inicie nas proximidades de $(1, 0, 0)$ convergirá para o mesmo, e isto também vale para o ponto $(1/3, 1/3, 1/3)$. Outra questão interessante deste jogo consiste no fato de que o ponto $(1/3, 1/3, 1/3)$ é equilíbrio estável segundo a dinâmica do replicador, mas não é um ESS segundo a definição de Smith apresentada na Seção 3.3. Afinal, a população $(1/3, 1/3, 1/3)$ pode ser invadida por

⁴Nota: as Figuras 3.3–3.5 e 3.1 foram geradas usando programas distintos. Convenções gráficas sutilmente diferentes foram adotadas: nas primeiras (Figuras 3.3–3.5), de cada ponto sai um segmento de reta indicando a direção e sentido da trajetória que passa por aquele ponto. A cabeça das setas é caracterizada por um pequeno círculo [55]. Já na Figura 3.1 as indicações são feitas explicitamente por meio de setas.

uma população de jogadores adotando a estratégia $(1, 0, 0)$. Para conferir, aplique o Teorema 6, sendo

$$\begin{aligned}\sigma &= (1/3, 1/3, 1/3) \\ \mathbf{m} &= (1, 0, 0) \\ U(\sigma, \sigma) &= U(\mathbf{m}, \sigma) = 0 \\ -4/3 = U(\sigma, \mathbf{m}) &< U(\mathbf{m}, \mathbf{m}) = 0.\end{aligned}$$

Isto nos motiva a traçar na Seção 3.6 alguns comentários sobre a relação entre as várias definições de equilíbrio propostas na literatura [88, 23].

O jogo caracterizado na Figura 3.5(a) é o famoso Pedra-Tesoura-Papel, ou *Uta stansburiana* (Tabela 2.2(d)). Conforme mencionado na Seção 2.1, este apresenta pouca riqueza do ponto de vista da Teoria dos Jogos clássica, pois só possui um equilíbrio de Nash, o ponto $(1/3, 1/3, 1/3)$. Do ponto de vista da Teoria dos Jogos evolucionários, entretanto, este jogo é extremamente peculiar e significativo: ele caracteriza a situação na qual uma população passa por ciclos ao longo do tempo, conforme podemos observar na Figura 3.5(a).⁵

Se começarmos, por exemplo, com uma população de jogadores na qual a maioria adota a estratégia *Tesoura*, rapidamente observaremos um aumento daqueles que escolhem a estratégia *Pedra*, já que estes obtêm melhores resultados ao interagirem com a estratégia *Tesoura* (a *Pedra* quebra a *Tesoura*). Esta prevalência da *Pedra*, no entanto, não durará muito tempo, pois a estratégia *Papel* (que embrulha a *Pedra*) rapidamente tomará seu lugar. E aí o ciclo recomeça. Este ciclo foi observado na natureza entre os camaleões da espécie *Uta stansburiana*. O jogo Pedra-Papel-Tesoura foi usado para modelar a dinâmica-populacional dos machos desta espécie [82]. Daí, portanto, um moderno nome científico para um antigo jogo infantil.

Na próxima seção, vamos usar *vida artificial* para mostrar como a dinâmica cíclica da *Uta stansburiana* pode emergir, mesmo se considerarmos apenas requisitos mínimos de inteligência por parte dos integrantes da população. Finalmente, as

⁵Qualquer que seja o estado inicial da população, com exceção de $(1/3, 1/3, 1/3)$, esta irá passar por ciclos ao longo do tempo.

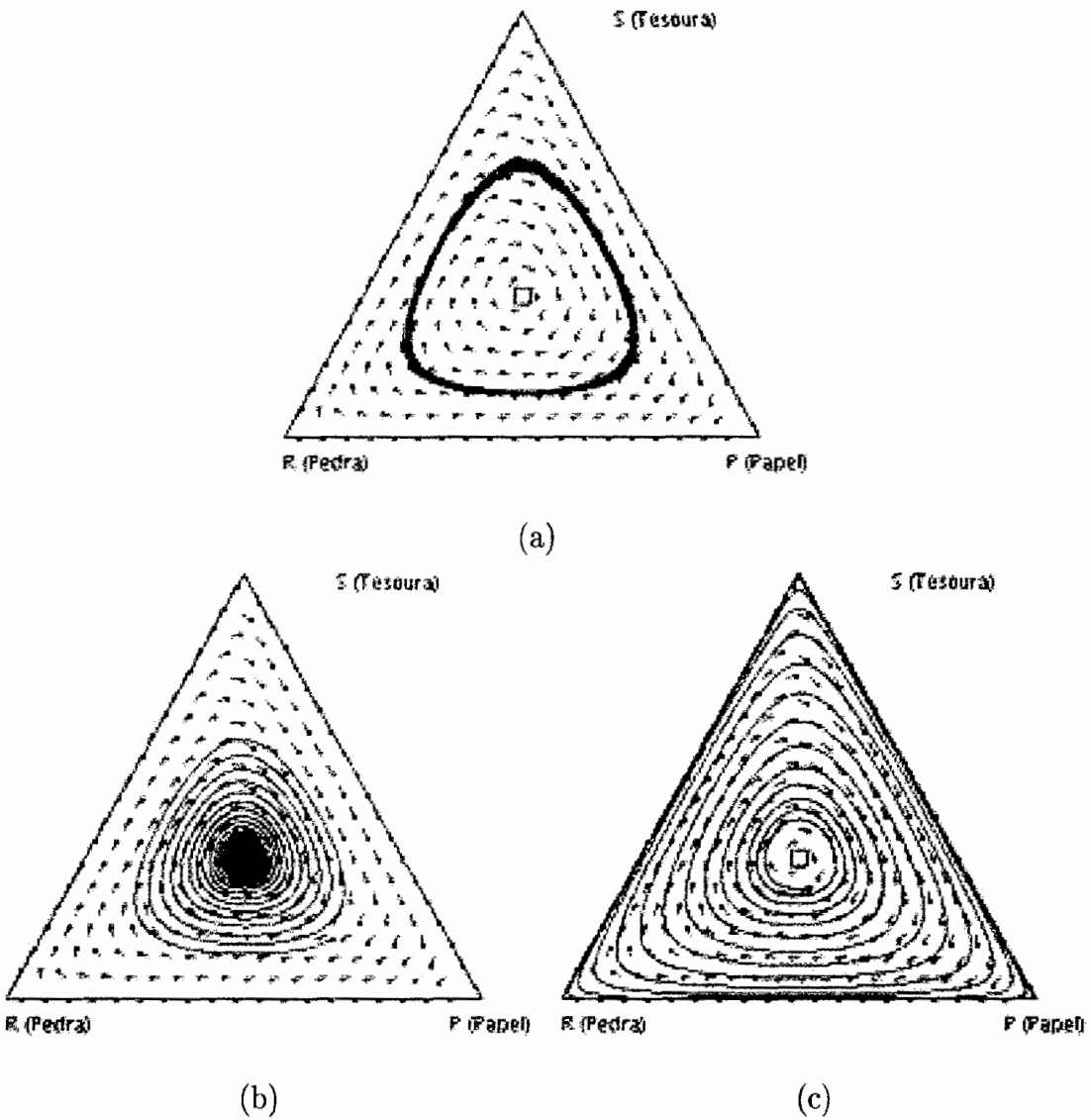


Figura 3.5: Dinâmica do replicador: (a) jogo Pedra-Papel-Tesoura (PPT); (b) PPT com perturbação de $\epsilon = +0.1$; (c) PPT com perturbação de $\epsilon = -0.1$.

Figuras 3.5(b) e 3.5(c) serão discutidas mais adiante (Seção 3.5.4).

3.5.3 Algoritmos Genéticos

Podemos simular o jogo *Uta stansburiana* criando no computador *vida artificial* [23]. Ou seja, considerando criaturas com um poder mínimo de processamento de informação. O genoma de cada criatura consiste numa estratégia mista (i.e., a estratégia é a especificação da probabilidade de adotar cada uma das três estratégias puras). Nesta simulação criamos 400 criaturas, e estratégias mistas foram a elas

atribuídas aleatoriamente. Em cada turno o pareamento foi aleatoriamente especificado, e a cada 100 turnos permitimos que a reprodução ocorresse. A reprodução consistiu em matar, de cada par presente no último turno, o jogador com menor *payoff* acumulado, e clonar o jogador com maior *payoff* acumulado, com probabilidade de mutação igual a 20%. As mutações consideradas foram completamente aleatórias. A simulação levou 5000 turnos.

Os resultados obtidos encontram-se na Figura 3.6(a). Note que foi alcançado exatamente o comportamento cíclico previsto pela *dinâmica do replicador*. Além disto, considerando a média acumulada da fração da população adotando cada uma das estratégias, conforme ilustra a Figura 3.6(b), vemos que a frequência de cada uma delas aproximou-se do valor teórico previsto pelo equilíbrio de Nash ($1/3, 1/3, 1/3$).

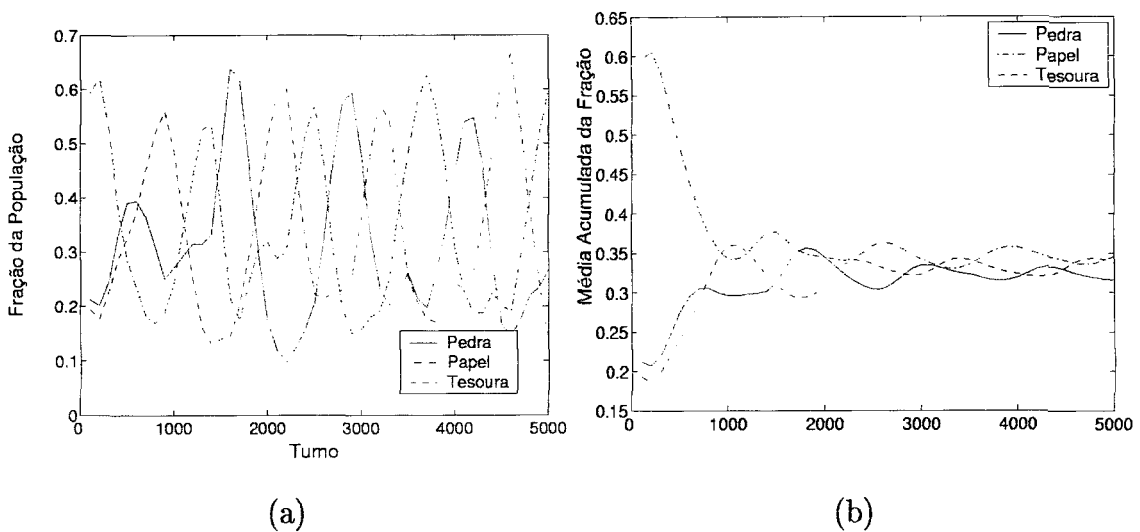


Figura 3.6: Simulação de Pedra-Papel-Tesoura (*Uta Stansburiana*) usando vida artificial.

3.5.4 Bifurcações e a Estabilidade Estrutural do Sistema

Até agora estudamos a estabilidade dos pontos fixos associados à dinâmica do replicador. Uma análise ortogonal consiste em identificar o que ocorre caso sejam feitas perturbações na matriz do jogo. Ou seja, qual a dependência estrutural das trajetórias do sistema (Apêndice A) em relação ao *stage game*.

O objetivo é ambicioso: tentar descobrir o caráter qualitativo da dinâmica do sistema a partir da matriz subjacente ao mesmo. Este problema geral ainda está em aberto. Vamos, por hora, apresentar dois exemplos que ilustram a questão, ambos inspirados no trabalho de E. C. Zeeman [88].

Um sistema é dito estruturalmente estável se pequenas perturbações na matriz do jogo não gerarem grandes modificações na dinâmica do mesmo (para uma definição precisa, vide [88, pg. 478]). Considere, por exemplo, o jogo caracterizado pela matriz a seguir.

0	1
ϵ	0

Se $\epsilon > 0$ este sistema apresenta um ponto fixo estável, $e = (\frac{1}{1+\epsilon}, \frac{\epsilon}{1+\epsilon})$, e dois instáveis, $x = (1, 0)$ e $y = (0, 1)$. Por outro lado, se $\epsilon < 0$ temos um ponto fixo estável x , e dois instáveis, $e' = (\frac{1}{1-|\epsilon|}, \frac{-|\epsilon|}{1-|\epsilon|})$ e y , sendo que e' está fora do 1-simplexo considerado no problema (vide a Figura 3.7).

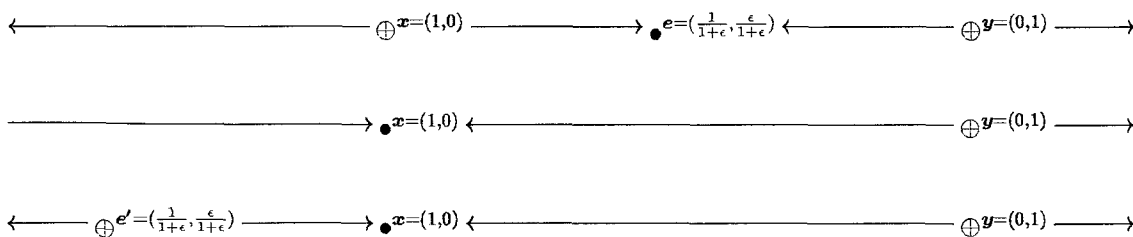


Figura 3.7: Bifurcação transcrítica. De cima para baixo, $\epsilon > 0$, $\epsilon = 0$ e $\epsilon < 0$. Pontos cheios são atratores, e pontos vazados são repulsores.

Dizemos então que o sistema é estruturalmente estável quando $\epsilon \neq 0$ porque pequenas variações de ϵ , neste caso, não criam nem destroem pontos fixos. Já quando $\epsilon = 0$ o sistema é estruturalmente instável, porque qualquer pequena variação no parâmetro irá dar origem a um repulsor. Note que partindo de $\epsilon > 0$, na medida em que ϵ diminui, os dois pontos fixos x e e encontram-se, e trocam de estabilidade. Diz-se que o ponto e *doa* sua estabilidade para x . Este tipo de comportamento é chamado, na literatura de sistemas dinâmicos, de *bifurcação transcrítica*.

Como um segundo exemplo, considere o jogo Pedra-Papel-Tesoura, ou *Uta stansburiana* (Tabela 2.2(d)), perturbado, ou seja, com matriz

0	$1+\epsilon$	-1
-1	0	$1+\epsilon$
$1+\epsilon$	-1	0

As Figuras 3.5(b) e 3.5(c) mostram o jogo perturbado, com $\epsilon = 0.1$ e $\epsilon = -0.1$, respectivamente. No primeiro caso, o ponto $(1/3, 1/3, 1/3)$ transforma-se em um repulsor, enquanto que no segundo, torna-se um atrator. A este tipo de comportamento dá-se o nome de *bifurcação de Hopf degenerada*.

3.6 Relacionando os Pontos de Equilíbrio

O relacionamento entre as diversas definições de pontos de equilíbrio é um problema em aberto, visto que há várias de propostas de dinâmicas evolucionárias bem como de pontos de equilíbrio. A título de exemplo, apresentamos algumas das relações conhecidas entre as definições de equilíbrio expostas nesta tese, a saber: ESS's, equilíbrios de Nash e pontos fixos da dinâmica do replicador (Figura 3.8).

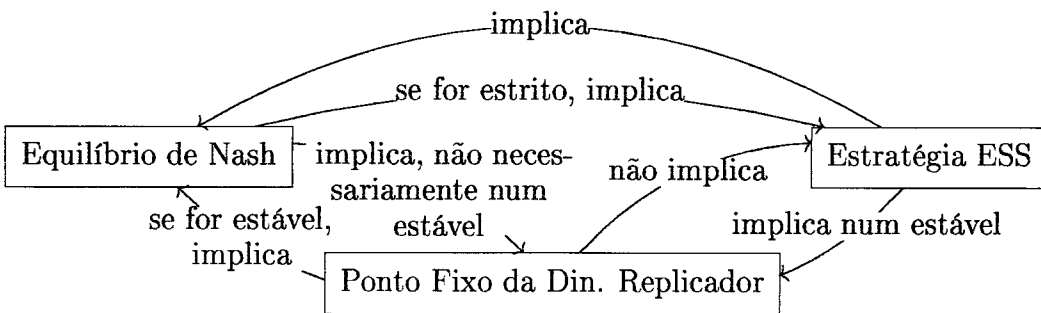


Figura 3.8: Relacionando os pontos de equilíbrio [23, 30, 88].

A relação entre os equilíbrios de Nash e as estratégias ESS's pode ser obtida diretamente a partir das Definições 4 e 5 e do Teorema 6.

A respeito das relações entre os pontos fixos da dinâmica do replicador e os equilíbrios de Nash, é particularmente importante destacar que as recíprocas das mesmas não são válidas. Por exemplo: qualquer estado da população no qual todos os agentes adotem uma mesma estratégia (e.g., estado $(1,0,0)$ no jogo Pedra-Papel-Tesoura) é um ponto fixo da dinâmica do replicador (3.5), porém não é necessariamente um

equilíbrio de Nash. O que determinará se o ponto fixo em questão é um equilíbrio de Nash é a estabilidade do mesmo [23, pg. 201].

Finalmente, o fato de um ponto fixo estável da dinâmica do replicador não implicar em uma estratégia ESS foi provado na última seção, por meio de um contra-exemplo (Figura 3.4). A demonstração de que uma estratégia ESS implica num ponto fixo estável da dinâmica do replicador, por sua vez, pode ser encontrada no clássico livro texto de Hofbauer e Sigmund [30, pg. 70–71].

3.7 Dinâmicas Estocásticas

Neste capítulo descrevemos a *dinâmica do replicador*, uma dinâmica determinística, cujos pontos fixos estáveis correspondem a equilíbrios de Nash (Figura ??). De forma análoga, pode-se também considerar *dinâmicas estocásticas*, nas quais o comportamento dos jogadores é modelado por meio de um processo estocástico – e.g., cadeias de Markov. Neste caso, o equilíbrio evolucionário é caracterizado pela distribuição em estado estacionário do processo estocástico.

Vamos adiar a discussão das dinâmicas estocásticas para a Seção 4.5 do próximo capítulo, quando serão abordados dois trabalhos relevantes na área [87, 37]. O modelo proposto nesta tese é um modelo estocástico, baseado numa cadeia de Markov, e será apresentado no Capítulo 5.

Capítulo 4

Teoria dos Jogos, Redes de Computadores e Economia

Existem apenas duas maneiras de ver a vida. Uma é pensar que não existem milagres e a outra é que tudo é um milagre. *A. Einstein*

Se você não arriscar nada, o seu risco é maior. *Erica Jong*

Desde a publicação do artigo de Nagle [64], em 1985, a Teoria dos Jogos vem sendo usada de forma cada vez mais ampla por parte da comunidade de redes de computadores. Isto reflete uma tendência em relação às pesquisas na área, que consiste em modelar a *complexidade sócio-econômica* envolvida na Internet [71].

4.1 Revisitando a Tragédia dos Comuns: Mecanismos de Tarifação ou *Pricing*

Em Ciências Econômicas, as múltiplas demandas por um recurso escasso são mediadas pelo mercado. Quem estiver disposto a pagar mais por um certo recurso terá a oportunidade de usá-lo. No entanto, a Internet hoje não possui este tipo de mecanismo. Com raras exceções, toda a infraestrutura da Internet, composta por *links* e roteadores, é compartilhada pelos usuários sem que exista qualquer política

de diferenciação de serviços.

Considere, por exemplo, três usuários competindo para usar um *link* entre o Rio de Janeiro e Londres. Ana quer conversar com um parente; Beto deseja fazer um download de um arquivo e Charles quer jogar com seu amigo remoto. Se o *link* não for capaz de suportar esta carga, teremos congestionamento no canal [35]. Mesmo que Ana, Beto e Charles possuam objetivos e demandas distintos, atualmente não há como capturar estas diferenças e dar prioridade a um ou a outro.¹

Em essência, temos o clássico problema da *Tragédia dos Comuns*, exposto na Seção 2.2. Quando usuários têm acesso compartilhado, ilimitado, a um bem comum, cada um usará o recurso de forma deliberada, sem levar em conta os efeitos que suas ações geram sobre seus vizinhos. Conforme mencionado na Seção 2.2, uma forma de resolver o problema consiste em impor tarifas ou mecanismos de incentivo para limitar o uso dos bens comuns.

4.1.1 O Mercado Inteligente

Suponha que durante um período de congestionamento ocorra uma rajada de n pacotes, mas o roteador só tenha capacidade para armazenar m pacotes ($m < n$). Mackie-Mason e Varian [48, 35] propõem que cada pacote i carregue um *bid* w_i , o preço que o emissor está disposto a pagar para ter aquele pacote transmitido. Suponha que os pacotes sejam ordenados em ordem decrescente de *bid*: $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n$. Mackie-Mason e Varian sugerem que os m primeiros sejam aceitos, e que o preço w_{m-1} seja cobrado pela transmissão de cada um deles. Esta abordagem é equivalente ao chamado *leilão de Vickrey*, conforme explicado na Seção 2.3.1, e

¹Cabe destacar que alguns provedores de acesso locais oferecem diferentes planos a seus usuários. De acordo com a mensalidade paga pelo cliente, o serviço prestado pelo provedor é diferente. Entretanto, este controle restringe-se única e exclusivamente ao canal entre o usuário final e o provedor – algumas vezes chamado de *última milha*. Os canais interestaduais e internacionais, geridos por provedores de larga escala, não possuem mecanismos equivalentes. Finalmente, ressaltamos que hoje em dia, em alguns cenários, o usuário já pode, na hora de escolher seu provedor, selecionar aquele que ofereça uma rede global menos congestionada (Seção 4.1.3).

possui as mesmas características desejáveis mencionadas (vide Teorema 2 para mais detalhes).

Esta proposta, no entanto, apresenta alguns inconvenientes práticos. Em primeiro lugar, não é razoável esperar que os usuários sejam capazes de fazer um *bid* para cada pacote que enviem pela rede. Além disto, para implementar o mecanismo seria necessária uma modificação na infraestrutura da Internet: os roteadores precisariam dar suporte ao leilão. Alterações nos roteadores, no entanto, são custosas e demoradas. Finalmente, o mecanismo garantiria o compartilhamento adequado de um certo canal, mas não ofereceria garantias sobre a estabilidade da rede como um todo, que envolve não um, mas vários *links*.

4.1.2 O *Framework* de Frank Kelly

Para transpor os inconvenientes do mecanismo de Mackie-Mason e Varian [48], Frank Kelly [39] propôs um *framework* que permite o estudo de cenários envolvendo uma quantidade arbitrária de *links*. Desta forma, pode-se analisar a estabilidade global de um sistema que envolva vários gargalos. Usando seu *framework*, Frank Kelly sugeriu um algoritmo distribuído para o controle de congestionamento, envolvendo *tarifação*. Este algoritmo pode ser implementado fazendo-se apenas pequenas modificações na infraestrutura atual da rede.

O Caso de Um Único *Link*

Considere um *link* sendo compartilhado por R usuários. Suponha que se o usuário r transmitir dados à taxa x_r , a utilidade para o mesmo será de $U_r(x_r)$. Assuma que $U_r(x_r)$ é crescente, côncava e contínua (o tráfego que dá origem a este tipo de função de utilidade é chamado de tráfego *elástico*). Neste caso, o administrador do sistema precisa resolver o seguinte problema de otimização [39, 36]:

SISTEMA(U, μ): determinar $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_R)$

função objetivo: $\max \sum_{r \in R} U_r(x_r)$

sujeito a: $\sum_r x_r \leq \mu$

$x_r \geq 0, r = 1, \dots, R$

Em geral não são do conhecimento do administrador as funções de utilidade dos usuários. Consideremos então o seguinte esquema de alocação de taxas. Cada usuário r oferece um pagamento (ou *bid*) de w_r unidades monetárias por segundo ao administrador. Dado o vetor $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_r)$ o administrador faz a alocação $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_R)$. Vamos assumir que todos os usuários são tratados por igual: um preço único p para cada bit transmitido é estabelecido (ou seja, o administrador não é um *price discriminator*). Logo, $x_r = w_r/p$. Esperamos que toda a capacidade μ do canal seja alocada. Então,

$$\sum_r \frac{w_r}{p} = \mu \implies p = \frac{\sum_r w_r}{\mu} \quad (4.1)$$

Se assumirmos que o administrador da rede não possui acesso às funções $U_r(\cdot)$, mas conhece w_r , então redefinimos o problema do administrador como [39, 7, 18]:

REDE(\mathbf{w}, μ): determinar $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_r)$

função objetivo: $\max \sum_r w_r \log x_r$

sujeito a: $\sum_r x_r \leq \mu$

$x_r \geq 0, r = 1, \dots, R$

Observe a nova função objetivo, $\sum_r w_r \log x_r$. Ela é definida pelo administrador de rede, que não conhece as funções de utilidade dos jogadores. Como o administrador não é capaz de resolver diretamente o problema SISTEMA(U, μ), assumimos que ele resolverá um outro problema, o REDE(\mathbf{w}, μ).

De fato, existem vários motivos filosóficos para suportar a função objetivo $\sum_r w_r \log x_r$ como uma excelente candidata por parte do administrador da rede. Um deles consiste no fato de que uma alocação de taxas (x_1, \dots, x_r) que maximiza $\sum_r w_r \log x_r$ é alocação com equidade proporcional a pesos (i.e., é uma alocação *weighted proportionally fair* [83, Seção 2.1]). Ou seja, se \hat{x} é alocação *weighted proportionally fair* então, para qualquer outra alocação x temos:

$$\sum_r w_r \frac{x_r - \hat{x}_r}{\hat{x}_r} \leq 0 \tag{4.2}$$

Em outras palavras, qualquer desvio da alocação ótima \hat{x} para uma alocação x gera uma diminuição da soma ponderada dos desvios proporcionais das taxas.

Outro consiste no fato de que esta alocação de taxas (x_1, \dots, x_r) é uma solução do problema de barganha segundo o esquema proposto por Nash (*Nash bargaining solution*) – vide Seção 2.4.2. Vamos admitir que o administrador da rede aproxime a utilidade para o usuário r por $x_r^{w_r}$. Recorde que o esquema de barganha de Nash recomenda que, ao definir-se um contrato, seja selecionado o acordo em que o produto das utilidades dos jogadores seja máximo. Maximizando $\sum_r w_r \log x_r = \log \prod_r x_r^{w_r}$ o administrador está seguindo a recomendação de Nash. E conforme mencionamos na Seção 2.4.2, esta possui uma série de propriedades desejáveis, dentre as quais o fato de resultar em um ótimo de Pareto.

Sob o ponto de vista do administrador da rede, portanto, temos um problema bem definido. Vamos agora olhar a questão sob a ótica dos usuários. Afinal, a Internet é um sistema distribuído. Logo, gostaríamos que os usuários tivessem a capacidade de determinar, de forma distribuída, o valor de x_r (a partir de w_r), ao invés de assumir que o administrador da rede o faça. Por hora, consideremos que os usuários tomam o preço p como dado e constante. Ou seja, os usuários são *price takers*. Neste caso, cada qual procura maximizar a seguinte função objetivo:

USUÁRIO(U_r, p): determinar w_r

função objetivo: $\max P_r(w_r, p)$

onde: $P_r(w_r, p) = U_r(x_r) - w_r = U_r\left(\frac{w_r}{p}\right) - w_r$

$P_r(\cdot)$ é a função de utilidade final do usuário r . O primeiro termo de $P_r(\cdot)$ corresponde à utilidade para o usuário r de receber alocação igual a w_r/p . O segundo termo é o pagamento w_r feito ao administrador do sistema.

Suponha que cada usuário r resolva, separadamente, o problema $\text{USUÁRIO}(U_r, p)$, e assuma que o administrador do sistema use a equação (4.1) para ajustar a tarifa de uso do canal (o valor de p). Temos então um resultado interessante: existe um vetor $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_r)$ que maximiza $\text{USUÁRIO}(U_r, p)$ para todo usuário r , e além disto caracteriza uma alocação de recursos $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_r) = \mathbf{w}/p$ ótima também do ponto de vista da rede, $\text{REDE}(\mathbf{w}, \mu)$, bem como do sistema, $\text{SISTEMA}(U, \mu)$. Ou seja, existe um *equilíbrio competitivo* [36]. Entretanto, permanece a questão: *como* este equilíbrio pode ser alcançado de forma distribuída?

O Algoritmo Distribuído de Tarifação

A fim de resolver o problema da alocação de recursos de forma distribuída, F. Kelly *et al.* [40] propõem que cada usuário adote a seguinte equação diferencial para governar a taxa com a qual transmitirá os dados:

$$\frac{d}{dt}x_r(t) = \kappa \left(w_r - x_r(t)p \left(\sum_r x_r(t) \right) \right) \quad (4.3)$$

onde $p(y(t))$ é o preço cobrado por unidade de fluxo (por exemplo, para cada bit) que trafegue pelo *link*, em função da carga deste. Mais precisamente, quando o fluxo agregado passando pelo *link* for $y(t) = \sum_r x_r(t)$, $p(y(t))$ indica o preço por unidade de fluxo a ser cobrado dos usuários. Assim, o custo por unidade de tempo, imposto ao usuário r , no tempo t , é $x_r(t)p(\sum_r x_r(t))$. Lembremos que o usuário r está disposto a pagar w_r por unidade de tempo (w_r é um parâmetro selecionado pelo usuário r). Portanto, se considerarmos hipoteticamente que o administrador do sistema (e não os usuários) determina de forma centralizada as taxas usadas pelos usuários, uma motivação para a equação (4.3) consiste em assumir que este irá ajustá-las de tal forma a equalizar o custo imposto ao fluxo r com o valor alvo

w_r , para todo $r \in R$.

Podemos, no entanto, olhar para a equação (4.3) sob um outro prisma, comparando-a com a (1.1). Suponha que o *link* gere um retorno (*feedback*) de sinais a uma taxa $p(y(t))$. Cada sinal é recebido por todos os membros que compartilham o *link*, e é encarado como um indicativo de congestionamento. Então a equação (4.3) corresponde à resposta do usuário r ao sinal de congestionamento. Esta equação possui duas partes: um crescimento aditivo proporcional a w_r e um decréscimo multiplicativo proporcional à taxa com a qual o *link* emite sinais de congestionamento. Se $p(y(t)) = 0$ então x_r apenas cresce de forma aditiva. Mas se $p(y(t)) \neq 0$, x_r também decresce de forma multiplicativa, proporcionalmente ao valor de $p(y(t))$.

Um ponto chave consiste no fato de que se a função $p(y(t))$ for escolhida adequadamente, quando os usuários adaptarem-se ao congestionamento segundo a equação (4.3) também estarão, automaticamente, resolvendo o problema REDE(w) (Kelly *et al.* provam esta proposição [40, Teorema 2]). Resumindo, as notícias são animadoras: se os usuários empregarem o mecanismo AIMD exposto em (4.3), estes convergirão para um ponto ótimo global do ponto de vista do administrador da rede! Mais que isto, uma variante deste mecanismo pode ser implementada adicionando-se apenas um bit no cabeçalho de cada pacote, denotado por ECN (*early congestion notification*), e fazendo-se simples modificações nos roteadores [40, 83].

Para exemplificar o comportamento do mecanismo de controle descrito, considere o seguinte sistema tempo-discreto, nos moldes da equação (4.3) [46]:

$$\begin{cases} x_1(k+1) &= x_1(k) + \beta [w_1 - x_1(k)p(k)] \\ x_2(k+1) &= x_2(k) + \beta [w_2 - x_2(k)p(k)] \\ p(k+1) &= \frac{x_1(k+1) + x_2(k+1) - \mu}{x_1(k+1) + x_2(k+1)} \end{cases}$$

As Figuras 4.1(a) e 4.1(b) mostram a evolução do sistema tempo-discreto. Os parâmetros foram escolhidos de forma ilustrativa: constante de normalização $\beta = 1.8$, $w_1 = w_2 = w = 20/1.8 \approx 11$ unidades monetárias por segundo, $\mu = 1000$ Kbps, $x_1(1) = 0.3$ Kbps e $x_2(1) = 0.1$ Kbps. Vemos na Figura 4.1(a) que as duas fontes convergem para o ponto fixo no qual o canal é dividido eqüitativamente,

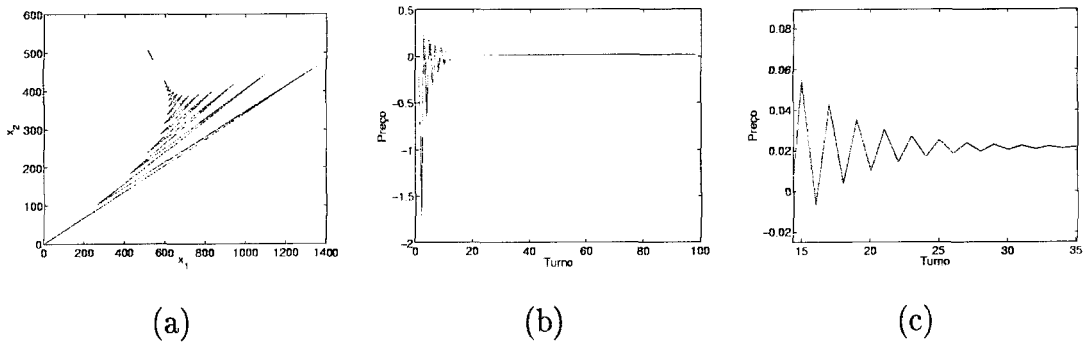


Figura 4.1: Esquema de controle de Kelly: (a) evolução das taxas de duas fontes; (b) evolução do preço; (c) zoom da evolução do preço.

(511, 511).² Além disto, observando a Figura 4.1(b) (e o zoom na Figura 4.1(c)) vemos que o preço converge aproximadamente para 0.022 unidades monetárias por bit transmitido. Como cada fonte transmite, no equilíbrio, aproximadamente a 500 Kbps, então o gasto por segundo de cada usuário é em torno de 11 unidades monetárias, conforme esperado. Um comentário final: a função preço assume valor negativo se $x_1 + x_2 < \mu$. Podemos encarar isto como uma indicação para as fontes de que estas devem aumentar suas taxas agressivamente.

Indo Além: Entram em Cena Usuários Ainda Mais Espertos

Vamos assumir agora que cada usuário r seja capaz de inferir o impacto que a sua decisão individual sobre w_r terá no preço final p (w_r é um parâmetro selecionado pelo usuário r). Ou seja, os usuários conseguem antecipar o efeito de suas escolhas sobre o preço (e passam a ser chamados de *price anticipating*). Eles sabem que p será ajustado de acordo com a equação (4.1), e usam esta informação a seu favor ao resolver o problema $\text{USUÁRIO}(U_r, p)$. Neste caso, o modelo torna-se um jogo entre R jogadores [36].

Cada jogador conhece os *bids* $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_R)$ ofertados por todos os outros,

²Mais precisamente, o ponto fixo deste sistema é $x_1 = x_2 = w + \mu/2$. Apesar de na Figura 4.1(a) parecer que os usuários convergem assintoticamente para $(w + \mu/2, w + \mu/2)$, de fato o que ocorre é que eles estão oscilando sutilmente em torno deste ponto. A partir do Jacobiano do sistema, pode-se provar que este é estável se $0 < \beta < 1$, oscila se $1 \leq \beta < 2$ e é instável caso contrário (o sistema admite dois autovalores, $(1 - \beta)$ e $(1 - \beta p)$) [89].

além da capacidade do canal, μ . Então o objetivo do jogador é:

JOGADOR(U_r, \mathbf{w}, μ): determinar w_r
 função objetivo: $\max Q_r(\mathbf{w}, \mu)$
 onde: $Q_r(\mathbf{w}, \mu) = U_r \left(\frac{w_r}{\sum_s w_s} \mu \right) - w_r$

A função $Q_r(\cdot)$ é equivalente à $P_r(\cdot)$, exceto pelo fato de que os usuários antecipam o preço p de acordo com (4.1). Lembrando que um *equilíbrio de Nash* para o jogo é um vetor \mathbf{w} de *bids* tal que nenhum jogador consegue aumentar sua utilidade unilateralmente ao mudar de estratégia, temos que \mathbf{w}^J é *equilíbrio de Nash* se e somente se:

$$Q_r(w_r^J; \mathbf{w}_{-r}^J) \geq Q_r(\bar{w}_r; \mathbf{w}_{-r}^J), \text{ para todo } \bar{w}_r \geq 0 \tag{4.4}$$

onde \mathbf{w}_{-r} , como de costume, é um vetor de *bids*, um *bid* para cada jogador, com exceção de r , i.e., $\mathbf{w}_{-r} = (w_1, w_2, \dots, w_{r-1}, w_{r+1}, \dots, w_R)$. Seja JOGO o problema de otimização caracterizado pela combinação dos objetivos de todos os jogadores. Dizemos que $\mathbf{w}^J/p = \mathbf{x}^J$ é solução do JOGO.

Um resultado importante demonstrado por Johari e Tsitsiklis [36, Teorema 3] refere-se à perda de eficiência advinda do fato de os usuários serem *price anticipating* ao invés de *price takers*: o “preço da anarquia”, ou seja, a perda de eficiência devido à falta de coordenação, não ultrapassa 25%. Formalmente, para qualquer \mathbf{x}^S solução de SISTEMA e \mathbf{x}^J solução de JOGO:

$$\sum_r U_r(x_r^J) \geq \frac{3}{4} \sum_r U_r(x_r^S) \tag{4.5}$$

O Caso de Múltiplos Links

Conforme mencionamos no início da Seção 4.1.2, uma das principais vantagens do esquema de Frank Kelly consiste no fato de este ser facilmente extensível para uma rede envolvendo vários *links*. Considere uma rede com J *links*, onde μ_j é a

capacidade do *link* j . Uma rota r é um subconjunto de J , e R é o conjunto de rotas (ou usuários). Seja A a matriz de tráfego, onde $A_{jr} = 1$ se $j \in r$, e $A_{jr} = 0$ caso contrário. Finalmente, $\mathbf{U} = (U_r(\cdot), r \in R)$ e $\boldsymbol{\mu} = (\mu_j(\cdot), j \in J)$. Então, a alocação ótima de taxas sob o ponto de vista do sistema é:

SISTEMA($\mathbf{U}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\mu}$): determinar $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_r)$

função objetivo: $\max \sum_{r \in R} U_r(x_r)$

sujeito a: $\mathbf{Ax} \leq \boldsymbol{\mu}$

$\mathbf{x} \geq 0$

Usando este *framework*, vários dos resultados obtidos nesta seção podem ser estendidos para o caso de múltiplos *links* ([39, 40, 83] e [36, Teorema 11]).

4.1.3 Outras Propostas de Tarifação

Existem várias outras propostas de mecanismos de tarifação. Uma das mais populares, a *Paris Metro Pricing* (PMP), recebeu este nome em homenagem ao metrô de Paris.³ Proposto por Odlyzko [68], o PMP tem como uma de suas vantagens a simplicidade. Estabelecem-se várias redes distintas que diferenciam-se apenas no preço. Espera-se que as redes mais caras proverão melhores serviços, porque menos usuários estarão dispostos a pagar o maior preço.

Recentemente, usando jogos repetidos (consulte Seção 2.5.2), Shakkottai e Srikant [77] analisaram as relações econômicas existentes entre os provedores de acesso locais e de larga escala envolvidos na Internet. Por meio de um modelo simples, os autores sugerem que no futuro o número de provedores será menor. Além disto, prevêem a disseminação dos pontos privados de trocas de dados (*private exchange points*): ou seja, subredes dentro da Internet, criadas a partir de acordos entre pro-

³Aproximadamente há 20 anos, o metrô de Paris dividia os carros de seus trens em duas classes. A única (e exclusiva!) diferença entre a primeira e a segunda classe era o preço dos bilhetes (*tickets*).

vedores, para serem usadas exclusivamente por eles, aumentando assim a eficiência oferecida a seus usuários.

Alguns autores [69] advogam que ao invés de serem implementadas formas de tarifação (*pricing*) todos os recursos disponíveis deveriam ser investidos no aumento da capacidade da rede. Este modelo é chamado de *fat dumb pipe*. A maioria, no entanto, não considera isto factível, e argumenta que para superar o problema da *Tragédia dos Comuns* são necessários mecanismos de diferenciação de qualidade de serviços (QoS). Entretanto, se o custo imposto para implantar estes mecanismos for muito alto, pode ser que o modelo *fat dumb pipe* seja não só factível, como ótimo.

4.2 Segurança: Detectando Intrusões

Outra questão abordada em relação às redes usando Teoria dos Jogos é a da segurança. Kodialam e Lakshman [43] foram os primeiros a fazê-lo. Os autores consideram o problema de detectar um pacote intruso em uma rede. A detecção é alcançada fazendo-se amostragens de porções dos pacotes transmitidos nos *links*. Como a amostragem incorre em custos, o objetivo do administrador é maximizar a probabilidade de encontrar um pacote, com mínimo gasto.

O problema é analisado como um jogo soma zero (vide Seção 2.4), envolvendo dois jogadores: o provedor de serviços e o intruso. A estratégia do provedor é uma escolha de probabilidades de observação de pacotes nos *links*. Já o intruso tem como objetivo fazer com que um certo pacote alcance uma máquina alvo. Assumimos que existem múltiplos caminhos da fonte ao destino. A estratégia do intruso é então uma distribuição de probabilidades sobre os caminhos que podem ser usados para transmitir dados entre uma máquina a ele disponível (uma máquina já invadida) e a máquina destino (a máquina alvo).

O provedor de acesso procura maximizar a menor probabilidade de detectar um pacote intruso. O intruso tenta minimizar a maior probabilidade de ser detectado. Conforme discutido na Seção 2.4, o problema do intruso é o dual do problema do administrador, e uma *solução minimax* existe para este problema. Os autores usam

esta solução para aconselhar uma estratégia ótima ao administrador do sistema. Os autores também consideram algumas variantes do problema.

No entanto, ainda ficam questões em aberto. Na prática, muitas vezes não há mais de um caminho disponível para o intruso. Além disso, um ataque pode envolver vários pacotes. Se a quantidade de pacotes for muito grande, este pode gerar um colapso no servidor (*denial of service attack*), impedindo que seja executado o mecanismo de detecção de intrusões proposto. No artigo discute-se como detectar intrusões. Mas fica a pergunta: como prevenir-se das mesmas?

De uma forma mais ampla, qualquer problema de segurança pode ser visto sob o prisma maniqueísta dos jogos soma zero: de um lado temos o *hacker*, e do outro o administrador do sistema. Artigos recentes discutem, por exemplo, a relação entre a Teoria dos Jogos e criptografia, segurança em redes de sensores e redes ad-hoc [43, 71].

4.3 Um *tour* pela Pilha de Protocolos

Nas últimas duas seções apresentamos aplicações da Teoria dos Jogos à tarifação e à segurança das redes. De fato, a Teoria dos Jogos vem sendo aplicada a muitas outras questões relacionadas às redes de computadores. Vamos destacar nesta seção mais algumas delas. Para sistematizar a apresentação, consideremos as camadas da pilha de protocolos da Internet (Tabela 4.1).

Camada	Aplicação	Referências
Enlace de dados	Avaliação de Desempenho do ALOHA	[3]
Rede	Roteamento Não-Cooperativo	[4, 45]
Transporte	Controle de Congestionamento	[64, 79]
Aplicação	Mecanismos de Incentivo para Sistemas Peer-to-Peer e Ad-Hoc	[90]

Tabela 4.1: Aplicações de Teoria dos Jogos

Na **camada de enlace de dados**, Altman *et al.* [3] usaram Teoria dos Jogos e

cadeias de Markov para concluir que o equilíbrio alcançado por usuários compartilhando um meio comum de forma não cooperativa é muito ineficiente. Eles sugerem então um *mecanismo de tarifação (pricing)* para minimizar o problema.

Na **camada de redes**, a Teoria dos Jogos vem trazendo resultados intrigantes sobre roteamento. O paradoxo de Braess, por exemplo, expressa um fato contraintuitivo: ao fazer-se o *upgrade* de uma rede, adicionando-se à mesma um *link*, o equilíbrio resultante pode ser pior para todos os usuários, aumentando o retardo experimentado por qualquer um deles. Altman *et al.* [4] mostram como o paradoxo de Braess pode surgir no contexto de redes de computadores, e apresentam algumas formas de evitá-lo. Já Liu *et al.* [45] analisam, usando Teoria dos Jogos, a interação entre o roteamento em duas camadas de um sistema autônomo. Os autores mostram um resultado surpreendente: a otimização realizada na camada superior pode denegrir o desempenho da camada inferior. Eventualmente, pode ocorrer o fato de o sistema nem mesmo convergir para um equilíbrio estável.⁴

Na **camada de aplicação** a Teoria dos Jogos vem sendo amplamente usada no contexto de sistemas par-a-par (*peer-to-peer*, ou P2P) e redes ad-hoc [90, 19]. Estes possuem em comum o alto grau de descentralização e liberdade por parte dos usuários. Numa rede *peer-to-peer* estilo Kazaa, Napster ou e-Mule, usuários podem entrar e sair deliberadamente. Nestes sistemas, cada qual pode fazer o *download* de arquivos que estejam sendo disponibilizados por outros participantes naquele momento. Logo, quanto maior o número de usuários contribuindo com músicas e filmes populares, maior a utilidade da rede como um todo. Entretanto, como impedir que *caronas (free riders)* façam *downloads* sem oferecerem nada que interesse aos outros integrantes do grupo? Temos mais uma vez o problema da *Tragédia dos Comuns*, conforme descrito na Seção 2.2. Como criar *mecanismos de incentivo*

⁴Este resultado é marcante. Na medida em que a Internet progride, cada vez realiza-se mais trabalho repetido entre as camadas da pilha de protocolos: por exemplo, executam-se algoritmos de roteamento tanto na camada de rede quanto na de aplicação, pois é muito mais fácil fazer modificações na última. A dúvida é: será que isto é ruim apenas pelo fato de recursos estarem sendo gastos desnecessariamente? Ou será que este trabalho repetido pode gerar instabilidades estruturais mais sérias?

4.4 Teoria dos Jogos e o Problema do Controle de Congestionamento 69

para que os usuários permaneçam o maior tempo possível conectados ao sistema e disponibilizando dados úteis?

Para responder a estas perguntas, Papadimitriou [71] encara o importante problema do *Desenvolvimento de Mecanismos (Mechanism Design)* como sendo o *inverso da Teoria dos Jogos*: dados os objetivos do planejador do sistema (como maximizar o bem estar social), criar um jogo (um conjunto de estratégias e de *payoffs*) de forma engenhosa tal que jogadores racionais e egocêntricos, ao agirem motivados por seus interesses, convirjam para o ponto desejado.

No contexto de redes ad-hoc, idéias do *Mechanism Design* foram utilizadas por Zhong *et al.* para implementar um sistema de crédito simples, seguro e à prova de fraudes [90].

A discussão sobre a **camada de transporte** será feita na próxima seção.

4.4 Teoria dos Jogos e o Problema do Controle de Congestionamento

Vários artigos abordaram o problema do controle de congestionamento de redes de computadores usando uma formulação baseada em Teoria dos Jogos. A idéia de que esta teoria pode ser aplicada ao controle de congestionamento foi primeiramente notada por Nagle [64].

Shenker [79] realizou um extenso estudo de caracterização dos equilíbrios de Nash e de Pareto em cenários envolvendo múltiplos usuários compartilhando um *link* gargalo. Em seu trabalho, que é um marco na literatura, Shenker [79] estudou várias políticas de prioridade no atendimento de usuários, usando um modelo M/M/1.

O sistema considerado consiste em um único *link*, compartilhado por várias fontes que geram pacotes segundo a distribuição Poisson. Assume-se que o tempo de atendimento de pacotes é caracterizado por uma variável exponencial. As três premissas básicas são:

4.4 Teoria dos Jogos e o Problema do Controle de Congestionamento 70

- os usuários são completamente independentes, e fazem suas escolhas baseados apenas em seus próprios interesses;
- a utilidade do usuário i é dada por $U_i(r_i, c_i)$, uma função convexa. r_i é a taxa média de transmissão alocada ao usuário i e c_i o tamanho médio da fila do roteador, percebido pelo usuário i . Este último parâmetro serve como uma medida de congestionamento do *link*. A função de utilidade cresce na medida em que c_i diminui e r_i aumenta. O usuário i prefere a alocação (r_i, c_i) à alocação (\bar{r}_i, \bar{c}_i) se $U_i(r_i, c_i) > U_i(\bar{r}_i, \bar{c}_i)$. Assume-se que as funções de utilidade são privadas, ou seja, $U_i(\cdot)$ é conhecida apenas pelo indivíduo i , e não pelos outros usuários ou pelo administrador do sistema;
- o administrador do sistema pode exercer sua autoridade apenas modificando a política (ordem) de atendimento dos pacotes no *link*.

Shenker buscou uma política de atendimento que fosse eficiente e justa (*fair*). Duas importantes opções consideradas foram a FIFO (*first in first out*, esquema sem prioridades, segundo o qual o primeiro pacote a chegar à fila é o primeiro a ser atendido) e a *Fair Share*. De acordo com a política *Fair Share*, se os usuários \mathcal{A} e \mathcal{B} solicitam, respectivamente, 250 kbps e 280 kbps, estes serão atendidos da seguinte forma: 250 kbps de \mathcal{A} e 250 kbps de \mathcal{B} receberão alta prioridade, e os restantes 30 kbps de \mathcal{B} serão atendidos com baixa prioridade.

O artigo apresenta então três resultados importantes. O primeiro é um resultado de impossibilidade em relação à eficiência: se as funções de utilidade dos jogadores forem arbitrárias, não existe nenhuma política de atendimento que garanta que todo equilíbrio de Nash também seja ótimo de Pareto. O segundo resultado é mais animador: ao adotar-se a política de atendimento *Fair Share*, se todos os usuários tiverem a mesma função de utilidade então todo equilíbrio de Nash será ótimo de Pareto. Além disto, Shenker prova que a política *Fair Share* é a única a garantir a existência e unicidade do equilíbrio de Nash. O último resultado concerne a equidade entre os usuários: a política *Fair Share* tem a propriedade extra de, no equilíbrio, nenhum usuário invejar a alocação do outro. O problema da política *Fair Share*

4.4 Teoria dos Jogos e o Problema do Controle de Congestionamento 71

consiste no fato de que não é factível, com a tecnologia disponível hoje, implementá-la em larga escala.

Posteriormente, Akella *et al.* [1] usaram simulação para avaliar os pontos de equilíbrio de uma rede onde as estratégias dos usuários são as versões do TCP: Tahoe, SACK ou Reno. Além disto, também faz parte da estratégia o ajuste de parâmetros destes protocolos. No cenário tradicional, em que todos os jogadores só dispõem do TCP Reno e os roteadores são filas do tipo FIFO (*first in first out*) os equilíbrios de Nash são razoavelmente eficientes. No entanto, quando os usuários podem selecionar versões mais modernas do TCP, como o SACK, e os roteadores empregam alguma política mais nova de escalonamento, como RED, os equilíbrios de Nash são ineficientes, ou seja, apresentam uma qualidade para os usuários muito inferior a dos ótimos de Pareto. Os autores concluem que a Internet do passado (empregando TCP Reno e roteadores FIFO) pode ser mais eficiente que a do futuro (TCP SACK e roteadores com suporte a RED).

Outro trabalho baseado em simulações foi apresentado por Garg *et al.* [22]. Partindo das idéias de Shenker [79], Garg *et al.* realizaram estudos numéricos, e ao final propuseram uma nova disciplina de serviço para punir fluxos que não respondam adequadamente a indicativos de congestionamento na rede. Este problema de lidar com fluxos que não respondem a indicativos de congestionamento foi também abordado por Chandrayana *et al.* [10], usando um algoritmo mais sofisticado.

Na linha de trabalho de Garg *et al.* [22] e Chandrayana *et al.* [10] uma forma comum de função utilidade associada a um usuário que adote o UDP é $U(x) = -1/x$, onde x é a taxa alocada para o usuário. Note que a função utilidade não depende nem da probabilidade de perda nem do retardo experimentados pelo usuário (diferente, por exemplo, da função de utilidade $U_i(x_i, r_i)$ proposta por Shenker [79]). No modelo que apresentaremos no próximo capítulo a função de utilidade pode depender de múltiplos fatores.

Uma questão que emerge naturalmente de qualquer modelo envolvendo Teoria dos Jogos é a questão da *dinâmica subjacente ao equilíbrio de Nash*. Duas perguntas chave estão envolvidas. A primeira é: se existir mais de um equilíbrio de Nash no

jogo, *qual* deles será escolhido com maior chance? E a segunda: *como* os jogadores alcançam o equilíbrio de Nash? Ou seja: existe alguma dinâmica plausível que indique que os jogadores de fato convergirão para o equilíbrio?

Shenker tratou destas questões no contexto específico da política de atendimento *Fair Share*, que conforme mencionamos acima, é a única a garantir a unicidade do equilíbrio de Nash. Ele mostrou que um algoritmo do tipo *hill climbing* converge para o equilíbrio sugerido.

De uma forma mais geral, Greenwald *et al.* [27] analisaram a questão da *dinâmica subjacente ao equilíbrio de Nash* no contexto amplo dos jogos dinâmicos em redes. Eles usaram simulações extensivas de algoritmos de aprendizado para entender a convergência dos mesmos, em regime estacionário ($t \rightarrow \infty$). Os autores partem da premissa de que os agentes tomam suas decisões de forma assíncrona. Além disto, o aprendizado se dá de forma automática: cada agente tem seu comportamento determinado por um algoritmo, que capta informações limitadas sobre a rede e, a partir destas, adapta-se para melhor satisfazer as suas necessidades. São consideradas três categorias de jogos: o jogo simples (dois jogadores, duas estratégias disponíveis para cada um), o jogo da externalidade (muitos jogadores, duas estratégias) e o jogo do congestionamento (dois jogadores, muitas estratégias). Ao analisar este último, os autores observaram via simulações que quando o grau de assincronia e experimentação dos agentes não é muito elevado, estes convergem para um equilíbrio de Nash em regime estacionário ($t \rightarrow \infty$). Este resultado está de acordo com aquele que será apresentado no Corolário 8 (Capítulo 5) desta tese.

A principal contribuição desta tese é um modelo dinâmico usando Teoria dos Jogos evolucionários para capturar o processo de evolução através do qual usuários (ou aplicações) adaptam a taxa que usarão para transmitir dados na rede. O modelo proposto é baseado em dois trabalhos proeminentes advindos da literatura de Economia: o modelo de Kandori, Mailath e Rob [37, 84] (que daqui para a frente será denotado por KMR) e o modelo de Young [87].

4.5 Os Modelos de KMR, Young e Samuelson

Nosso modelo inspirou-se nos trabalhos de Young [87] e Kandori, Mailath e Rob [37] (este último generalizado por Samuelson [76, Capítulo 7]). Portanto, vamos descrevê-los brevemente nesta seção.

O objetivo dos dois modelos é capturar a evolução do comportamento de agentes que interagem repetidamente, em uma população finita, segundo os moldes da Definição 8. Assume-se que os jogadores possuem capacidade limitada de receber, codificar e agir de acordo com a informação obtida ao longo do curso do jogo. Os autores procuram prever qual é o estado mais provável da população a longo prazo ($t \rightarrow \infty$), quando a taxa de experimentação dos agentes é baixa ($\epsilon \rightarrow 0$).

A popularidade destes dois modelos advém do fato de apresentarem resultados fortes com um mínimo de complicações analíticas. Os pilares de ambos são similares, apesar de estes diferirem consideravelmente em alguns detalhes de construção que mencionaremos adiante.

Tanto KMR quanto Young consideram uma população homogênea, de N jogadores, e um jogo que se passa em rodadas. A cada rodada os jogadores são aleatoriamente combinados em pares, por várias iterações. Desta forma, repetidamente confrontam-se por meio de um jogo na forma normal (ou estratégica, em contraposição à forma extensiva, vide Seção 2.5.1) – o chamado *stage game*.

Ao final de cada rodada, os agentes têm a oportunidade de *aprender*, podendo mudar de estratégia. Após o processo de aprendizado os agentes estão sujeitos a *mutações*, que ocorrem com probabilidade p . Se o agente não for um mutante (probabilidade $1 - p$), ele retém a estratégia aprendida. Caso contrário, seleciona aleatoriamente uma das estratégias disponíveis (Figura 4.2).

O que diferencia os dois modelos é basicamente o *processo de aprendizado*. O modelo de Young considera um processo um pouco mais complexo que KMR. Segundo Young, os jogadores escolhem as estratégias que adotarão baseados em informações guardadas em memória sobre o passado do jogo. Young assume memória limitada

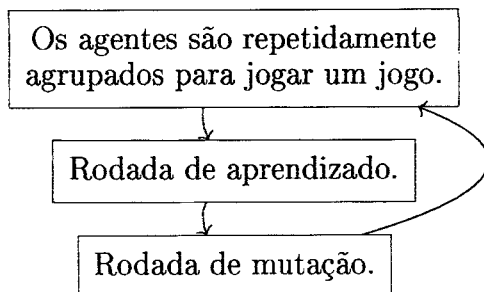


Figura 4.2: Esquema básico dos modelos de KMR e Young.

por parte dos jogadores, logo informação incompleta. Apesar das diferenças entre os dois modelos, o resultado chave obtido em KMR [37, Corolário 1] também vale para o modelo de Young [87, Teorema 3]: nos jogos de coordenação envolvendo duas estratégias, a risco dominante é selecionada em regime estacionário ($t \rightarrow \infty$), quando a taxa de experimentação tende a zero ($\epsilon \rightarrow 0$).⁵ Vamos nos ater, daqui por diante, no modelo mais simples, o KMR.

Suponha que o *stage game* seja definido pela matriz a seguir:

		B	
	A	s_1	s_2
s_1		a,a	b,c
s_2		c,b	d,d

Tabela 4.2: *Stage game* de KMR [37]

Seja σ o estado no qual z jogadores adotam a estratégia s_1 e $N - z$ adotam a estratégia s_2 . Neste caso, o *payoff* médio dos jogadores após um período no qual o estado da população seja $\sigma = (z, N - z)$ vale:

$$U(s_1, \sigma) = \frac{z-1}{N-1}a + \frac{N-z}{N-1}b \quad (4.6)$$

$$U(s_2, \sigma) = \frac{z}{N-1}c + \frac{N-z-1}{N-1}d \quad (4.7)$$

onde $U(s_1, \sigma)$ e $U(s_2, \sigma)$ são a utilidade média obtida por um agente que adota a estratégia s_1 e s_2 , respectivamente, quando o estado da população é σ .

O modelo KMR assume que as estratégias mais bem sucedidas (ou seja, mais bem adaptadas, no sentido Darwiniano) serão melhor representadas no período seguinte.

⁵O modelo KMR é análogo (mas não equivalente) ao de Young. Eles não são equivalentes mesmo se considerarmos a memória dos agentes do modelo de Young igual a zero.

Na situação em que temos N jogadores envolvidos, podemos numerar os estados do modelo da seguinte forma: o i -ésimo estado é aquele no qual i jogadores adotam a estratégia s_1 ($0 \leq i \leq N$). O estado do sistema no tempo t é dado por $z(t)$. O aprendizado dos agentes dá então origem a uma dinâmica determinística do tipo:

$$z(t+1) = f(z(t)) \quad (4.8)$$

onde f possui a propriedade⁶

$$\text{sinal}(f(z(t)) - z(t)) = \text{sinal}(U(s_1, \sigma(t)) - U(s_2, \sigma(t))) \quad \text{para } z(t) \neq 0, N \quad (4.9)$$

A equação acima não restringe a função $f(z(t))$ para $z(t) = 0$ ou $z(t) = N$. Duas possibilidades são igualmente plausíveis nestes casos: (a) $f(0) = 0$ e $f(N) = N$; ou (b) $f(0) > 0$ se $U(s_1, (0, N)) > U(s_2, (0, N))$ e $f(N) < N$ se $U(s_1, (N, 0)) < U(s_2, (N, 0))$. Os resultados apresentados a seguir são válidos independentemente da opção considerada.

Note que a hipótese estabelecida pela equação (4.9) é fraca. Assume-se apenas que estratégias melhores serão mais bem representadas na população no período seguinte. Mais uma vez, este é um dos motivos da popularidade do KMR: ele apresenta resultados fortes a partir de hipóteses fracas e de uma dinâmica simples. A equação da *dinâmica do replicador* em tempo discreto, por exemplo, atende a hipótese (4.9). Outra dinâmica que atende a hipótese (4.9) é a *dinâmica da melhor resposta* (*best reply dynamics*), que denotaremos por B . A regra de B é:⁷

$$B(z(t)) = \begin{cases} N & \text{se } U(s_1, \sigma) > U(s_2, \sigma) \\ z(t) & \text{se } U(s_1, \sigma) = U(s_2, \sigma) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.10)$$

Assuma agora que *mutações* podem ocorrer. Neste caso, cada jogar pode mudar com probabilidade ϵ para qualquer outra estratégia. Isto ocorre, por exemplo, se depois de cada período com probabilidade 2ϵ um agente morre e dá origem a um

⁶A função $\text{sinal}(x)$ vale 1 se $x \geq 0$ e -1 caso contrário.

⁷Existem definições alternativas para a *dinâmica da melhor resposta*. Vide, por exemplo, [76, pg. 215].

descendente (assim, o tamanho da população mantém-se constante). Como o “recém-nascido” não sabe nada sobre o jogo, ele simplesmente adota qualquer estratégia com a mesma probabilidade. Com probabilidade $1/2$ não adotará a mesma estratégia que seu pai, logo a probabilidade de a estratégia do pai não ser mantida no período seguinte é $2\epsilon/2 = \epsilon$. Outra interpretação para as mutações consiste em assumir que os jogadores, de tempos em tempos, experimentam aleatoriamente estratégias. Independente da interpretação, obtemos a seguinte equação diferencial estocástica:

$$z(t+1) = f(z(t)) + X(t) - Y(t) \quad (4.11)$$

onde $X(t)$ e $Y(t)$ são variáveis aleatórias binomiais representando o número de agentes que, devido a mutações, respectivamente passaram a adotar e deixaram de adotar a estratégia s_1 do tempo t para o tempo $t+1$:

$$X(t) \sim \text{Bin}(N - f(z(t)), \epsilon) \quad Y(t) \sim \text{Bin}(f(z(t)), \epsilon) \quad (4.12)$$

O sistema dinâmico (4.11) define uma Cadeia de Markov discreta, com espaço de estados finito $Z = 0, 1, \dots, N$. Cada estado é caracterizado pelo número de jogadores adotando a estratégia s_1 . As probabilidades de transição entre estados da Cadeia de Markov são dadas por:

$$p_{ij} = \text{Prob}(z(t+1) = j | z(t) = i) \quad (4.13)$$

onde $P = \{p_{ij}\}$ é uma matriz estocástica. Note que de acordo com a definição do modelo, todos os elementos da matriz são positivos. Logo, a cadeia é ergódica (afinal, a partir de qualquer estado pode-se alcançar qualquer outro). Estamos particularmente interessados na solução de regime estacionário do modelo, $\pi(\epsilon) = (\pi_{z=0}(\epsilon), \pi_{z=1}(\epsilon), \pi_{z=2}(\epsilon), \dots, \pi_{z=N}(\epsilon))$, quando $\epsilon \rightarrow 0$, onde

$$\pi(\epsilon)P(\epsilon) = \pi(\epsilon) \quad (4.14)$$

Exemplo 1: Um Único Equilíbrio de Nash

Vamos começar analisando jogos que apresentam apenas um equilíbrio de Nash. Considere por exemplo o *stage game* apresentado na Tabela 4.3(a). Este apresenta

0,0	1,2	2,2	0,0	1,1	0,0	5,5	0,4	0.5,0.5	2,0
2,1	4,4	0,0	1,1	0,0	1,1	4,0	4,4	0,2	1,1
(a)		(b)		(c)		(d)		(e)	

Tabela 4.3: Cinco exemplos de *stage game*.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	(a)
0	0	1	2	0	1	0	1	7	(b)
0	0	1	5	6	6	5	4	8	(c)

Tabela 4.4: Algumas possíveis configurações da função $f(\cdot)$.

um único equilíbrio de Nash, no qual os jogadores adotam a estratégia s_2 . E é exatamente este o ponto de convergência do modelo KMR se a função $f(\cdot)$ respeitar a hipótese (4.9). Ou seja, neste cenário, em regime estacionário quando $t \rightarrow \infty$ e $\epsilon \rightarrow 0$, o modelo KMR concentra toda a probabilidade no estado onde todos os jogadores escolhem a estratégia s_2 .

Considere, por exemplo, a situação na qual temos oito jogadores envolvidos. Numere os estados da Cadeia de Markov da seguinte forma: o i -ésimo estado é aquele no qual i jogadores adotam a estratégia s_1 ($0 \leq i \leq 8$). Ou seja, o estado da Cadeia de Markov no tempo t é dado por $z(t)$.

Podemos caracterizar a função $f(\cdot)$ por meio de um vetor. A j -ésima posição do mesmo indica o destino preferencial da Cadeia de Markov (ou seja, $f(j)$, segundo a equação (4.8)) quando esta encontra-se no estado j . Vamos analisar três possíveis configurações de $f(\cdot)$, apresentadas na Tabela 4.4. Na primeira, temos a *dinâmica da melhor resposta (best response dynamics)*. Tanto no primeiro quanto no segundo caso (Tabela 4.4(a) e Tabela 4.4(b)) as dinâmicas atendem a hipótese (4.9). Conforme demonstrado por Kandori *et al.* [37], se $f(\cdot)$ atende a (4.9) e o *stage game* apresenta um único equilíbrio de Nash, então este é o ponto de convergência do modelo KMR (o modelo KMR concentra toda a probabilidade no equilíbrio de Nash).

No primeiro e no segundo casos apresentados na Tabela 4.4, à medida em que

$\epsilon \rightarrow 0$ a probabilidade do estado 0 tende a 1. Já no terceiro caso (Tabela 4.4(c)) temos uma dinâmica que não respeita a (4.9) – por exemplo, $f(3) = 5$, mas $\text{sinal}(5 - 3) = +1 \neq \text{sinal}(U(s_1, \sigma) - U(s_2, \sigma)) = \text{sinal}(5/7 - 22/7) = -1$. Neste cenário, portanto, não há garantias sobre o ponto de convergência do modelo.

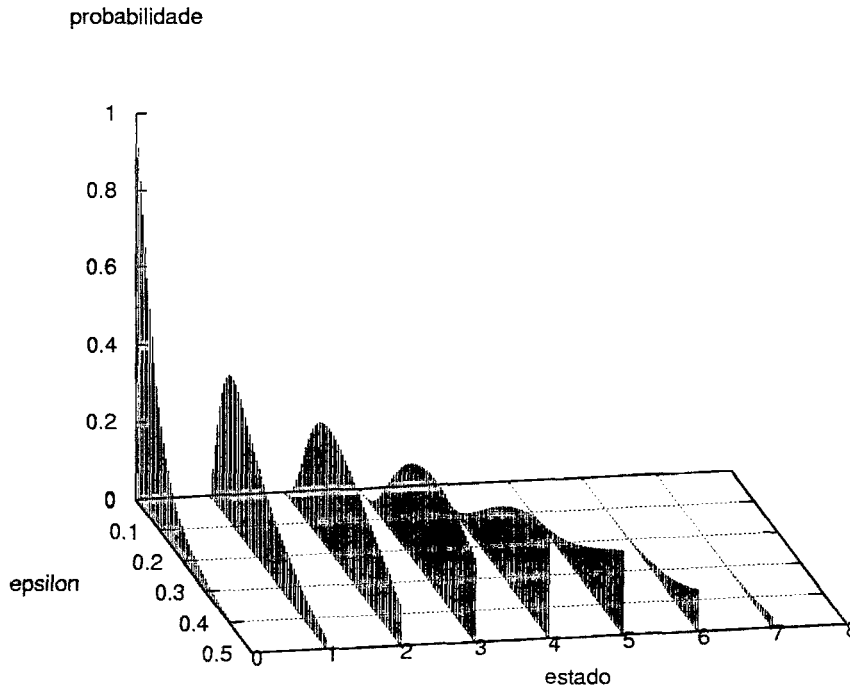


Figura 4.3: Evolução da probabilidade de estado estacionário do KMR em função de ϵ (probabilidade de mutação).

A Figura 4.3 ilustra a evolução da distribuição de estado estacionário em função do parâmetro ϵ , com $f(\cdot)$ dada pela Tabela 4.4(b). A altura de cada impulso no gráfico indica a probabilidade do estado em regime estacionário. Podemos ver claramente que quando $\epsilon \approx 0$, o estado 0 (no qual todos os jogadores adotam a estratégia s_2) recebe probabilidade aproximadamente igual a 1.

Exemplo 2: Rousseau e os Jogos de Coordenação

Vamos abordar agora o *stage game* apresentado na Tabela 2.2(a), que por conveniência reproduzimos na Tabela 4.3(b). Para uma motivação ao jogo, consulte a

Seção 2.3. Segundo a Teoria dos Jogos clássica, este apresenta dois equilíbrios de Nash, e em princípio não há como definir qual deles será selecionado. Já a *dinâmica do replicador* dá uma resposta mais precisa. Observando as equações

$$\begin{aligned}\frac{dp_1}{dt} &= p_1(2p_1 - (2p_1p_1 + p_2p_2)) \\ \frac{dp_2}{dt} &= p_2(1p_2 - (2p_1p_1 + p_2p_2))\end{aligned}$$

podemos deduzir que a dinâmica tem três pontos fixos: $(1, 0)$, $(0, 1)$ e $(1/3, 2/3)$.⁸ Os dois primeiros são estáveis, enquanto que o terceiro é instável. Portanto, a resposta da *dinâmica do replicador* a este problema é: dependendo da configuração inicial da população, esta irá convergir para um equilíbrio ou para o outro. Isto pode ser visto graficamente na Figura 4.4. Observe que a bacia de atração do equilíbrio $(1, 0)$ é 2 vezes maior que a bacia de atração de $(0, 1)$.



Figura 4.4: Dinâmica do Replicador no Jogo de Coordenação. Pontos cheios são atratores, e vazados repulsos.

Mas o modelo KMR neste caso oferece uma outra explicação para o equilíbrio do jogo. Segundo KMR, o estado $(N, 0)$ receberá probabilidade tendendo a um em estado estacionário, quando $\epsilon \rightarrow 0$. Assim sendo, neste exemplo o KMR prediz que o ótimo de Pareto será selecionado pelos jogadores a longo prazo.

Uma variante deste jogo é apresentada na Tabela 4.3(c). Neste caso degenerado, KMR prevê que em regime estacionário cada um dos estados $(0, N)$ e $(N, 0)$ receberá probabilidade 0.5 (Figura 4.5).

Nossa análise dos jogos de coordenação ainda não está concluída.⁹ Resta-nos averiguar o que ocorre no cenário descrito pela Tabela 4.3(d). O nome deste jogo, *Stag Hunt*, é homenagem a uma história apresentada pelo filósofo francês Jean-Jacques Rousseau.

⁸Carregamos na notação. Em alguns contextos nos referimos ao estado do sistema no qual todos adotam a estratégia s_1 como $(N, 0)$, e em outros como $(1, 0)$.

⁹Um Jogo de Coordenação é aquele que possui dois equilíbrios de Nash com estratégias puras, mas apenas um deles é ótimo de Pareto.

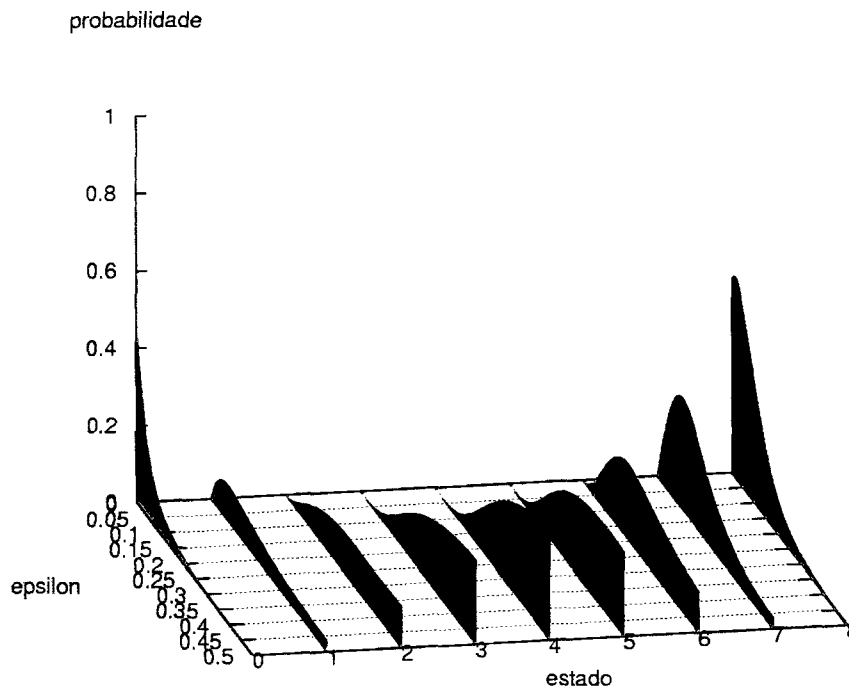


Figura 4.5: Evolução da probabilidade de estado estacionário do KMR em função de ϵ (probabilidade de mutação) no Jogo de Coordenação Degenerado.

Considere dois caçadores. Eles podem conjuntamente caçar um animal adulto e grande (*stag*), ou individualmente um coelho, que não saciará a fome por completo. Entretanto, a caça ao *stag* (*stag hunt*) é desafiadora, e requer cooperação mútua – caso contrário, a chance de sucesso é mínima [80]. Portanto, existem dois equilíbrios de Nash neste jogo. Os dois jogadores preferem o ponto ótimo de Pareto – caçar o *stag*. Apesar disto, o outro equilíbrio apresenta uma vantagem: ele é menos arriscado. Afinal, a caça ao coelho garantidamente resulta em um *payoff* igual a 4, ao passo que a caça ao *stag* pode propiciar um *payoff* de 5 – ou zero! Dizemos que o primeiro equilíbrio, $(N, 0)$, é *payoff dominante* e o segundo, $(0, N)$, *risco dominante*. A frase de Erica Jong, no início deste capítulo, reflete o dilema enfrentado por estes jogadores. Mais uma vez, a resposta dada pela *dinâmica do replicador* é: dependendo do estado inicial, o sistema irá convergir para um ponto ou para outro. Esquemáticamente, o resultado pode ser visualizado na Figura 4.6. Vemos por exemplo que a bacia de atração do ponto $(0,1)$ é maior que a de $(1,0)$.

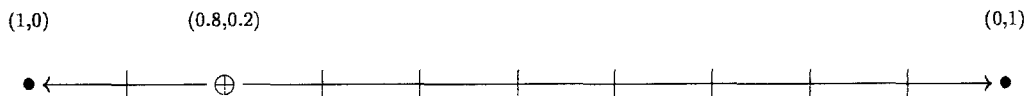


Figura 4.6: *Dinâmica do Replicador* no Jogo de Caça ao *Stag*. Pontos cheios são atratores, e vazados repulsores.

Novamente, em contraste com a *dinâmica do replicador*, que depende criticamente das condições iniciais do jogo para determinar a solução do mesmo, o modelo KMR nos dá um resultado único a ser esperado em estado estacionário. No limite quando $t \rightarrow \infty$ e $\epsilon \rightarrow 0$, a probabilidade do estado *risco dominante* s_2 tende a 1. O resultado geral de KMR para os jogos de coordenação é, portanto, de que em regime estacionário a estratégia *risco dominante* será escolhida.

Para compreender como o mesmo foi obtido, considere o modelo KMR com a *dinâmica melhor resposta (best reply)*, conforme mostra a equação (4.10), sendo aplicada ao jogo *Stag Hunt*. Após a primeira rodada de aprendizado, o sistema vai para um dos dois estados: $(N, 0)$ ou $(0, N)$. Suponha que seja o segundo. Mutações podem então empurrar o estado do sistema para a esquerda (Figura 4.6). Entretanto, desde que não ocorram muitas mutações, o sistema permanecerá na base de atração $(0, N)$, e portanto retornará para o extremo logo que for atingida a próxima etapa de aprendizado (Figura 4.2). Ocasionalmente, entretanto, mutações poderão levar o sistema à bacia de atração $(N, 0)$. E o sistema permanecerá em torno deste ponto até que uma quantidade suficiente de mutações simultâneas volte a levá-lo para $(0, N)$.

Em estado estacionário, o que determinará a fração de tempo que o sistema permanece em uma base de atração ou outra será a probabilidade relativa de transição entre $(0, N)$ e $(N, 0)$. Como $(0, N)$ possui base de atração maior, são necessárias mais mutações simultâneas para levar o sistema de $(0, N)$ para $(N, 0)$ do que o contrário. Quando $\epsilon \rightarrow 0$, pode-se demonstrar que a probabilidade de ir do estado $(0, N)$ para o estado $(N, 0)$ torna-se arbitrariamente pequena em comparação com a probabilidade de uma mudança no sentido contrário. Então em regime estacionário a probabilidade do estado $(0, N)$ tende a 1 [76, pg. 79].

Exemplo 3: O Jogo da Águia e da Pomba

Finalmente, os autores do modelo KMR também abordam como o modelo comporta-se quando o *stage game* em questão é um jogo do tipo Águia-Pomba. O jogo é aquele apresentado na Tabela 2.2(e), desprezando a última linha e a última coluna, e que reproduzimos por conveniência na Tabela 4.3(e) para o caso particular em que $v = 2$ e $w = 1$. Recordando, no jogo Águia-Pomba há apenas um equilíbrio de Nash, que envolve estratégias mistas. Usando o modelo KMR consegue-se prever a convergência do sistema, neste caso, assumindo-se outras hipóteses sobre a função $f(\cdot)$. Mais precisamente, além de atender a exigência (4.9) exige-se que $f(\cdot)$ seja uma contração em torno do equilíbrio [37, Seção 6].

4.5.1 Diferenças entre KMR, Young e o Modelo Proposto

Conforme mencionado, o modelo apresentado no próximo capítulo, baseado no trabalho de Menasché, Figueiredo e Souza e Silva [56] (daqui para a frente referenciado como MFS) foi inspirado nos trabalhos de KMR e Young. Entretanto, há importantes diferenças entre o modelo MFS e aqueles já presentes na literatura. O trabalho de Young é análogo ao KMR, diferenciando-se pelo fato de considerar a memória dos jogadores. Como os modelos MFS e KMR apresentam mais pontos em comum, vamos restringir-nos a apresentar as diferenças entre estes.

O modelo KMR advém de pesquisas em economia, enquanto que o MFS tem como objeto as redes de computadores. O modelo proposto procura adequar-se ao cenário no qual os jogadores são usuários (ou aplicativos) em uma rede de computadores, transmitindo e recebendo dados multimídia. As principais diferenças entre os modelos são:

- o MFS é assíncrono, significando que os agentes podem mudar suas escolhas a qualquer momento. Já o modelo KMR é síncrono: as mutações e o aprendizado de todos os jogadores ocorrem ao mesmo tempo;
- MFS é um modelo de tempo-contínuo, o que significa que, a cada instante de

tempo, um e apenas um jogador muda de estratégia.¹⁰ O modelo KMR é do tipo tempo-discreto;

- o modelo MFS considera um *stage game* envolvendo N jogadores. Mais precisamente, os *payoffs* dos jogadores são obtidos a partir da interação conjunta entre todos eles. Já o modelo KMR considera o pareamento aleatório dos jogadores, que interagem dois a dois através de um *stage game* bidimensional [76, cap. 7];
- o modelo MFS apresenta uma dinâmica de seleção de estratégias diferente do KMR ou seja, diferente daquela dada pelas equações (4.9) e (4.11). Vide equação (5.1) no próximo capítulo para mais detalhes;
- por fim, ainda no que concerne à dinâmica de seleção, no modelo KMR assume-se que a partir de cada estado há uma única transição de saída preferencial (equação (4.8)), e todas as outras só podem ocorrer devido a eventuais mutações. Já no modelo MFS admite-se que de um estado haja mais de uma transição de saída independente de mutações.

¹⁰A probabilidade de ocorrerem dois eventos concomitantemente no intervalo de tempo Δt tende para zero quando $\Delta t \rightarrow 0$.

Capítulo 5

O Modelo MFS e Resultados Analíticos

Eu chamei este princípio através do qual pequenas variações, quando úteis, são preservadas pelo termo *Seleção Natural*. *Charles Darwin, em “A Origem das Espécies”*

Neste capítulo propomos um modelo a fim de avaliar o que ocorre quando usuários compartilham um canal para transmissão de tráfego multimídia, como vídeo e voz. O modelo foi inspirado nos trabalhos da literatura de Economia: Kandori, Mailath e Rob [37], Young [87] e Samuelson [76]. Na Seção 4.5 apresentamos mais detalhes sobre estes modelos, e as diferenças entre o modelo proposto e os já presentes na literatura. Os resultados apresentados neste capítulo e no próximo são baseados no trabalho de Menasché, Figueiredo e Souza e Silva [56] (que será designado pela sigla MFS).

5.1 O Sistema

Considere o cenário em que usuários selecionam dinamicamente a taxa (em bits por segundo, ou bps) através da qual irão receber dados multimídia. Cada usuário possui uma função de utilidade bem definida, que depende das múltiplas características do estado da rede (e.g., vazão, probabilidade de perda e retardo). Assim sendo,

a função de utilidade dos usuários relaciona o estado da rede com a qualidade de serviço (QoS) oferecida a eles.

A capacidade de transmissão do canal (μ) influencia as características de desempenho da transmissão dos dados, como vazão e retardo. Estas determinam a qualidade do vídeo ou do áudio recebido pelos usuários. O objetivo de cada usuário é maximizar a sua QoS, selecionando uma taxa de transmissão de dados mais adequada. A Figura 5.1 ilustra o cenário.

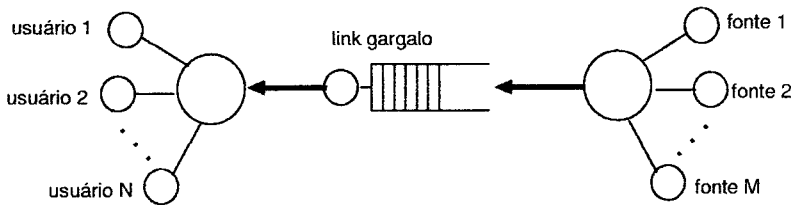


Figura 5.1: Panorama do Sistema

É importante destacar que não estamos interessados apenas no ponto de equilíbrio final do sistema, mas também no processo dinâmico através do qual os usuários adaptam-se, variando as taxas que utilizam para transmitir os dados. Para investigar este fenômeno, estabelecemos um *framework* que procura capturar a dinâmica do processo por meio de um modelo de Teoria dos Jogos evolucionários acoplado a um segundo modelo usado para a avaliação do desempenho da rede.

5.2 O Modelo em Duas Camadas

Dado o cenário discutido acima, os usuários defrontam-se com o jogo estratégico simétrico $\mathcal{S} = \langle N, A, (U_i) \rangle$, onde N é o número de usuários que compartilham o link e A é o conjunto de taxas disponíveis para cada um deles.¹ A função utilidade $U_i : \times_{j \in N} A \rightarrow \Re$ determina a QoS que o agente i recebe em cada um dos possíveis estados do jogo. Assumimos que todos os jogadores possuem a mesma função de utilidade, ou seja, $U_i = U_j$ para todo $i, j \in N$. No jargão da Teoria dos Jogos evolucionários, \mathcal{S} é o *stage game* do sistema (vide Definição 8).

¹Estamos assumindo que todos os jogadores escolhem suas taxas a partir de um mesmo conjunto A . Entretanto, diferentes conjuntos poderiam ser associados a diferentes usuários.

Propomos então uma Cadeia de Markov (CM), $\mathcal{X} = \{X(t) : t \geq 0\}$, para modelar o processo dinâmico de como usuários fazem suas escolhas relativas à taxa de transmissão de dados em função do tempo. Seja $k = |A|$ o número de estratégias disponíveis para cada usuário. O modelo possui espaço de estados finito \mathcal{S} e os estados são caracterizados pelo número de usuários adotando cada uma das estratégias disponíveis. Então, $s_i = \langle n_1, \dots, n_k \rangle \in \mathcal{S}$ é o estado do modelo onde n_l ($1 \leq l \leq k$) representa o número de usuários adotando a estratégia l . Cada estado de \mathcal{S} induz um modelo de desempenho subjacente que irá determinar as características do canal compartilhado. Este modelo gera medidas apropriadas, como vazão, probabilidade de descarte de pacotes e retardo, que são então usadas para calcular a QoS experimentada pelos usuários naquele estado. A QoS percebida por cada usuário também será usada para determinar a taxa de transição entre os estados da Cadeia de Markov. A Figura 5.2 ilustra o modelo em duas camadas para o caso em que o número de usuários é igual a 3 ($N = 3$) e o número de taxas disponíveis para cada usuário é 2 ($k = 2$).

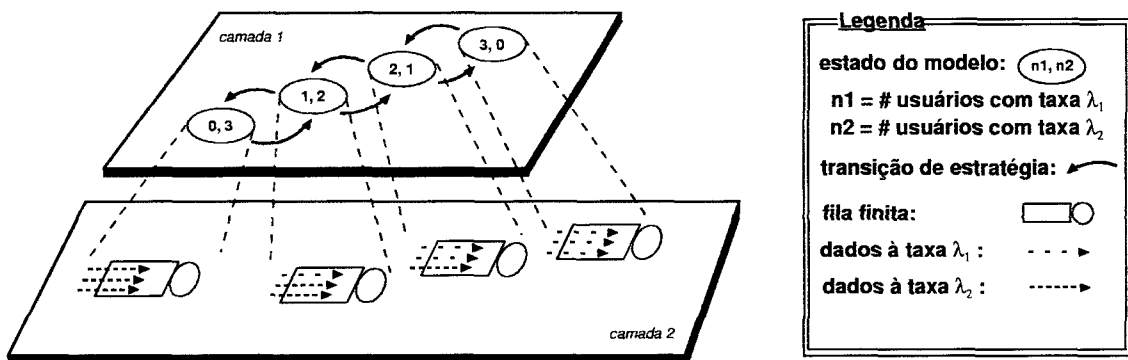


Figura 5.2: O modelo em duas camadas.

5.2.1 Hipóteses Sobre os Usuários

As transições entre os estados da Cadeia de Markov são determinadas pelo processo dinâmico de adaptação das taxas pelos usuários. Assumimos as seguintes características sobre os usuários (todas análogas às do modelo KMR [37]):

- *ajustes Darwinianos*. Cada usuário muda de estratégia ao perceber que pode

aumentar a qualidade de serviço (QoS) por ele percebida. Entretanto, a informação que cada usuário possui sobre o ambiente é incompleta. Portanto, assumimos que quanto maior o ganho de QoS esperado por um usuário em função da mudança, maior a chance de esta mudança efetivamente ocorrer. Este processo dinâmico irá gradualmente mover o sistema para um estado em que nenhum usuário tem incentivos unilaterais para mudar de estratégia - ou seja, nenhum usuário tem expectativas de aumentar a QoS por ele experimentada. Trata-se então de um equilíbrio de Nash.

- *miopia*. Cada usuário tem uma visão limitada do sistema. Desta forma, não possuem a capacidade de fazer considerações a longo prazo sobre o impacto de suas escolhas.
- *mutações*. Existe uma pequena chance de um usuário mudar de estratégia e com isto denegrir a QoS por ele percebida. Isto ocorre, por exemplo, se os usuários não têm plena noção dos impactos que suas mudanças podem gerar. Assumimos que a probabilidade de erro é pequena, comparada com a probabilidade de realizar uma mudança que realmente gere um aumento de QoS.
- *inércia*. A probabilidade de uma mudança efetivamente ser realizada é proporcional aos ganhos esperados. Além disto, nem todos os usuários mudam de estratégia ao mesmo tempo. Ou seja, o jogo em questão é assíncrono. Isto é apropriado para o cenário considerado, em que os jogadores não podem facilmente coordenar suas ações.
- *egocentrismo*. Cada usuário tem conhecimento limitado sobre as ações adotadas pelos outros. As informações sobre as ações dos outros usuários são obtidas sempre indiretamente, pelo impacto gerado pelas mesmas no *link*. Finalmente, cada usuário está preocupado apenas em maximizar sua própria QoS.

5.2.2 O Processo Dinâmico de Ajuste de Estratégias

Vamos agora descrever os detalhes do processo dinâmico de ajuste de estratégias relacionado com as taxas de transição entre os estados da Cadeia de Markov contínua (apresentada na camada superior da Figura 5.2). Lembre-se de que cada estado da Cadeia de Markov define um resultado (*outcome*) correspondente no *stage game* subjacente, ou seja, no modelo descrito na camada inferior. Assim sendo, cada estado da Cadeia de Markov dá origem a k diferentes *payoffs* e cada *payoff* corresponde à QoS que um usuário naquele estado irá receber quando jogar uma certa estratégia. Como todos os usuários possuem a mesma função de utilidade, denotamos por $U(l, s_i)$ a QoS percebida por um usuário que escolhe a estratégia $l \in A$ quando o estado do sistema é $s_i \in \mathcal{S}$. Sejam $s_i = \langle n_1, \dots, n_l, \dots, n_m, \dots, n_k \rangle$ e $s_j = \langle n_1, \dots, n_l - 1, \dots, n_m + 1, \dots, n_k \rangle$ dois estados da Cadeia de Markov, onde $n_l, 1 \leq l \leq k$, representa o número de usuários adotando a estratégia l . O processo transiciona de s_i para s_j quando um usuário muda sua estratégia de l para m . A taxa de transição do estado s_i para s_j é uma função da diferença entre as QoS's recebidas nestes dois estados. Seja $n_l^{(i)}$ o número de usuários no estado s_i adotando a estratégia l e seja $\sigma_l^{(i)} = n_l^{(i)} / N$ a fração de usuários adotando l em s_i . A taxa de transição de $s_i = \langle n_1, \dots, n_l, \dots, n_m, \dots, n_k \rangle$ para $s_j = \langle n_1, \dots, n_l - 1, \dots, n_m + 1, \dots, n_k \rangle$ é dada por

$$\begin{cases} n_l^{(i)} [U(m, s_j) - U(l, s_i)] & \text{se } U(m, s_j) > U(l, s_i) \\ n_l^{(i)} \epsilon & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.1)$$

Esta equação pode ser comparada com a equação (3.12) que caracteriza a dinâmica do replicador. A transição entre dois estados adjacentes, segundo a equação (5.1), está associada a um único usuário mudar de estratégia. Isto ocorre porque assumimos um modelo contínuo: a probabilidade de ocorrerem dois eventos concomitantemente no intervalo de tempo Δt tende para zero quando $\Delta t \rightarrow 0$.

Recordemos que os usuários podem cometer erros ao escolher uma estratégia, de tal forma que uma transição de s_i para s_j pode ocorrer mesmo que a QoS percebida em s_i seja maior que a percebida em s_j . Isto ocorre com taxa ϵ por usuário, que é um parâmetro do processo dinâmico. Assumimos que ϵ é menor que a diferença

máxima de QoS percebida por um usuário. Ou seja, $\epsilon < \Delta$, onde Δ é o maior valor assumido pela expressão $U(m, s_j) - U(l, s_i)$ na equação (5.1). Esta propriedade será utilizada na demonstração do Corolário 8.

Como consequência da introdução das perturbações, a Cadeia de Markov obtida é ergódica. Então existe uma distribuição única de estado estacionário π . Além disto, quando $t \rightarrow \infty$ a fração de visitas a cada estado, em qualquer caminho amostral, aproxima-se de π . Note que se não considerássemos as mutações, a distribuição de estado estacionário dependeria do estado inicial do sistema, como na dinâmica do replicador (equação (3.12) e Seção 4.5).

Resta-nos mostrar como a função de utilidade $U(l, s_i)$ é calculada. Em geral, as medidas de desempenho associadas com as condições do *link* gargalo podem ser derivadas a partir de qualquer modelo de desempenho (*performance model*), ou a partir de medições feitas na rede. Estas medidas de desempenho são então usadas para determinar a QoS percebida pelos usuários. Vamos adiar a discussão detalhada das medidas de desempenho e do modelo de QoS para o próximo capítulo, uma vez que estes não são relevantes para a obtenção dos resultados analíticos descritos na Seção 5.3, a seguir.

Comentários Adicionais

O modelo proposto é dividido em duas camadas (veja Figura 5.2). Na camada superior modela-se o comportamento dos usuários (a seleção das estratégias), e na camada inferior captura-se o desempenho da rede. Esta abordagem se parece com o paradigma adotado em modelos de *performability* [29, 15]. Antes de prosseguirmos apresentamos suas principais características.

O termo *performability* é um neologismo, que foi criado a partir da fusão de *performance* (desempenho) com *availability* (disponibilidade). Os modelos de *performability* dividem-se em geral em duas camadas. Na superior, modela-se a estrutura do sistema (e.g., se o sistema considerado for um computador de grande porte, na camada superior descreve-se número de processadores e *chips* de memória em funcionamento). O projetista está interessado em saber quanto tempo leva até que

um certo componente (e.g., CPU) falhe ou qual a disponibilidade do sistema (as perguntas são respondidas pelos que estudam tolerância a falhas). Já na camada inferior procura-se avaliar o desempenho do sistema dada a sua estrutura corrente (e.g., se dois *chips* estiverem em funcionamento, quantas operações por segundo o computador é capaz de executar).

Outra propriedade interessante do modelo esquematizado na Figura 5.2 é que se o número de estratégias disponíveis para cada jogador for igual a dois, então o espaço de estados da Cadeia de Markov cresce linearmente com o número de jogadores considerados, ou seja, o número de estados no modelo é igual a $N + 1$. Isto garante, neste tipo de cenário, a escalabilidade do modelo. Entretanto, no caso geral em que cada jogador dispõe de k estratégias, o número de estados no modelo é igual ao número de decomposições (sensíveis à ordem) de N em k inteiros: $(N + k - 1)! / [N!(k - 1)!]$.

5.3 Resultados Analíticos

Nesta seção investigamos o problema da *seleção do equilíbrio de Nash*. Note que o jogo associado ao modelo proposto pode admitir múltiplos equilíbrios de Nash e Pareto. Uma vez que o modelo é ergódico e portanto possui uma única solução de estado estacionário, estamos interessados em entender a relação entre os equilíbrios de Nash do jogo e a solução de estado estacionário do modelo. Em particular, queremos caracterizar esta relação quando os usuários são pouco propensos a cometer erros, ou seja, quando o parâmetro de perturbação ϵ tende a zero. A seguir vamos mostrar que todos os equilíbrios de Nash possuem probabilidade não desprezível em estado estacionário, enquanto que um outro conjunto de estados possui probabilidade tendendo a zero quando $\epsilon \rightarrow 0$.² Além disto, vamos mostrar que diferentes equilíbrios de Nash podem possuir diferentes probabilidades em estado estacionário. Elas refletem as preferências da população sobre os diferentes equilíbrios.

²Os equilíbrios de Nash possuem probabilidade não desprezível em regime estacionário, ou seja, a probabilidade dos estados que correspondem a equilíbrios de Nash não tende a zero quando $t \rightarrow \infty$ e $\epsilon \rightarrow 0$.

Definição 11 *Seja ϵ a taxa de perturbação do modelo que é um dos parâmetros do processo dinâmico \mathcal{D} , conforme explicado na última seção. Um conjunto de estados quase-absorvente para ϵ , S_a , é um conjunto tal que, para cada estado $s_o \in S_a$, qualquer transição de s_o para um estado $s_d \notin S_a$ tem probabilidade igual a $o(\epsilon)$.³*

Note que uma vez que o modelo é ergódico, este não contém conjuntos de estados absorventes. Entretanto, ele contém conjuntos de estados quase-absorventes.

De acordo com a Definição 3, o equilíbrio de Nash de um jogo evolucionário é uma coleção de estratégias ótima quando os resultados de eventuais desvios (em relação ao *status quo*) são avaliados apenas nos mundos vizinhos [76, pg. 13].⁴ No modelo proposto, a noção de mundos vizinhos é equivalente à noção de adjacência entre os estados. No que segue, relacionamos os conjuntos quase-absorventes com os equilíbrios de Nash.

Definição 12 *O suporte (ou carrier) $C(q)$ de uma distribuição de probabilidades q consiste em um conjunto de estados que recebe probabilidade positiva em $q : C(q) = \{i \in \mathbb{N} | q_i > 0\}$.*

Seja S_1, S_2, \dots, S_n e T uma partição do espaço de estados do modelo onde S_i são conjuntos de estados quase absorventes, minimais, e T o conjunto de estados remanescentes (vide Figura 5.3).⁵

Proposição 7 *Quando $\epsilon \rightarrow 0$, um estado s é um equilíbrio de Nash do jogo \mathcal{G} se e somente se constituir um conjunto quase absorvente unitário (singleton quasi-absorbing set).⁶*

³Nesta tese, uma função é dita $o(\epsilon)$ se $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} f(\epsilon) = 0$ (diferindo da definição padrão).

⁴O equilíbrio de Nash é, sob esta ótica, um ótimo local.

⁵Um conjunto quase absorvente minimal S_i é aquele tal que nenhum subconjunto próprio de S_i seja também quase absorvente.

⁶Conjecturamos que a dinâmica \mathcal{D} , conforme definida pela equação (5.1), implica em que todos os conjuntos quase absorventes serão unitários, ou seja, compostos por um único estado. Mas os resultados nesta seção consideram um cenário mais geral, onde os conjuntos quase absorventes

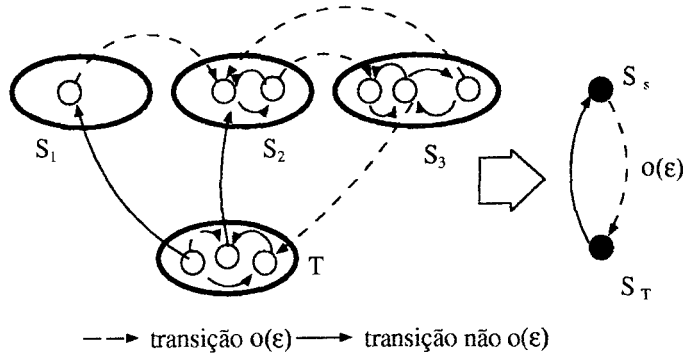


Figura 5.3: Partição da Cadeia de Markov nos subconjuntos de estados S_i e T .

Prova: A Definição 3 declara que um equilíbrio de Nash é um estado tal que nenhum agente possui incentivo unilateral para desviar de sua estratégia corrente. A partir da Definição 11 e da equação (5.1), um conjunto quase absorvente unitário também caracteriza um estado tal que, quando $\epsilon \rightarrow 0$, nenhum agente possui incentivo unilateral para mudar de estratégia. Então, as definições de equilíbrio de Nash e de conjunto de estados quase-absorvente unitário são equivalentes. \square

Proposição 13 *Para cada estado $\theta \in T$ existem S_i e $s \in S_i$ tais que pelo menos um caminho de θ para s não contém transições com taxa igual a $o(\epsilon)$.*

Prova: Por contradição, considere que a Proposição não vale para um conjunto maximal de estados $T_0 \subseteq T$. Então os estados em $T_0 \subseteq T$ possuem todas as transições diretas para estados fora de T e também para estados em $T \setminus T_0$ iguais a $o(\epsilon)$. Afinal, se o estado $\theta_{T_0} \in T_0$ tivesse uma transição direta para um estado $\theta_S \in S_i$ ou $\theta_T \in T \setminus T_0$ com probabilidade diferente de $o(\epsilon)$ então, pela definição de T_0 , θ_{T_0} não deveria estar contido em T_0 . Logo, concluímos que T_0 é um conjunto de estados quase absorvente. Mas isto contradiz o fato de que nenhum subconjunto de T é quase absorvente. \square

Seja $C_P(\pi)$ o suporte da distribuição de estado estacionário π da Cadeia de Markov com matriz de transição de probabilidades P .

podem conter mais de um estado. A Figura 5.3, por exemplo, descreve um cenário mais geral do que aqueles que podem ser gerados pela dinâmica \mathcal{D} .

Iremos agora considerar um sistema com espaço de estados S e matriz de transição de probabilidade P , onde cada sub-matriz contida na diagonal principal $(P_{11}, P_{22}, \dots, P_{M-1, M-1}, P_{MM})$ corresponde a um subconjunto particular de estados $(S_1, S_2, \dots, S_{M-1}, T)$.

$$P_\epsilon = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_1 & S_2 & \dots & T \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ T \end{matrix} & \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots & P_{1M} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots & P_{2M} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ P_{M1} & P_{M2} & P_{M3} & \dots & P_{MM} \end{pmatrix} \end{matrix} = \left(\begin{array}{cccc|cccc} p_{11,11} & \dots & p_{11,1m} & \dots & p_{1M,11} & \dots & p_{1M,1o} & \dots \\ p_{11,21} & \dots & p_{11,2m} & \dots & p_{1M,21} & \dots & p_{1M,2o} & \dots \\ & & \ddots & & & & \ddots & \\ \hline & & \ddots & & & & \ddots & \\ \hline p_{M1,11} & \dots & p_{M1,1m} & \dots & p_{MM,11} & \dots & p_{MM,1o} & \dots \\ & & \ddots & & & & \ddots & \\ p_{M1,n1} & \dots & p_{M1,nm} & \dots & p_{MM,n1} & \dots & p_{MM,no} & \dots \end{array} \right)$$

O próximo teorema estabelece que quando $t \rightarrow \infty$ e $\epsilon \rightarrow 0$ os estados de \bar{T} não estarão no suporte (Definição 12) da distribuição de estado estacionário do sistema. Este resultado está de acordo, por exemplo, com o fato de que em uma Cadeia de Markov com estados absorventes apenas estes recebem probabilidade positiva em regime estacionário [41, Teorema 3.1.1]. No teorema apresentado a seguir, a matriz P_ϵ é ergódica e estocástica (i.e., a soma dos elementos em cada linha é igual a 1, e cada um deles é positivo e menor ou igual a 1) para qualquer valor de ϵ entre 0 e 1.

Teorema 14 *Considere uma Cadeia de Markov ergódica com matriz de transição de probabilidades P_ϵ e espaço de estados S . S_1, S_2, \dots, S_n, T é uma partição do espaço de estados do modelo onde S_i são conjuntos de estados quase absorventes, minimais, e T o conjunto de estados remanescentes (vide Figura 5.3). Assuma também que os elementos dos blocos P_{Mj} ($j \neq M$) não são $o(\epsilon)$. Além disto, cada um dos elementos de P_ϵ , exceto os da diagonal principal, é igual a $o(\epsilon)$ ou não possui dependência de ϵ .*

Então quando $\epsilon \rightarrow 0$ os estados que caracterizam o bloco P_{MM} não estão no suporte da solução de estado estacionário do sistema.

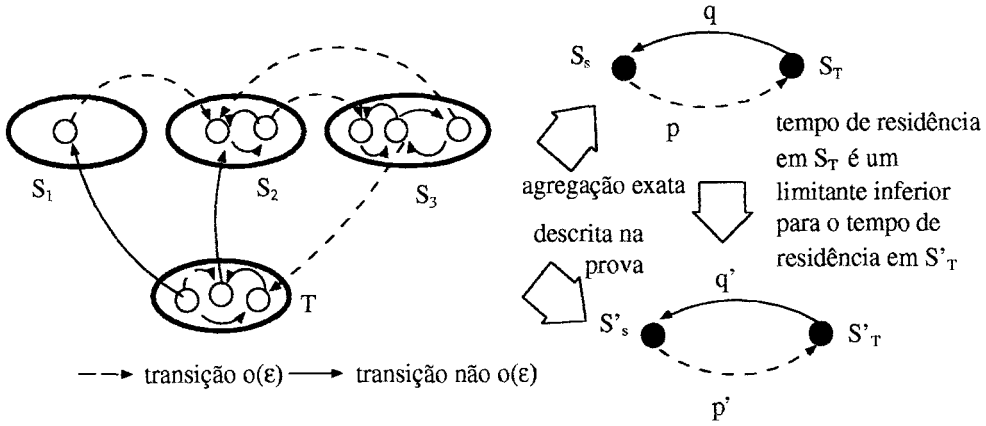


Figura 5.4: Cadeia de Markov ilustrativa para a demonstração do teorema.

Prova: Seja π_ϵ a solução de estado estacionário da Cadeia de Markov (CM) $\mathcal{X}_\epsilon = \{X(t) : t \geq 0\}$ com matriz de transição de probabilidades P_ϵ e seja π_0 a solução de uma CM relacionada, com matriz de transição de probabilidades P_0 obtida a partir de P_ϵ igualando a zero as entradas $o(\epsilon)$ de P_ϵ (a CM neste caso não é ergódica). Estamos interessados no $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \pi_\epsilon$. Observe que π_0 depende do estado inicial da CM. Logo, não é possível obter $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \pi_\epsilon$ (que não depende do estado inicial da CM) a partir de π_0 .⁷

Vamos usar a teoria da agregação/desagregação [57] para provar que os estados de T não estão em $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} C_{P_\epsilon}(\pi_\epsilon)$. Usando agregação, que é uma técnica exata, ou seja, não trata-se de uma aproximação, obtemos a CM descrita no topo direito da Figura 5.4. Todos os estados em S_1, S_2, \dots, S_{M-1} foram agregados em um único estado S_s e os estados remanescentes foram agregados em S_t . Sejam p e q as probabilidades de transição de S_s para S_t e de S_t para S_s , respectivamente.

A partir deste ponto, vamos construir uma outra CM, novamente agregando os estados de S_1, S_2, \dots, S_{M-1} (a partição é aquela definida no enunciado do problema) em um único estado S'_s , e os estados remanescentes em um estado S'_t . Entretanto, esta nova CM será construída de uma forma especial de tal modo que $p' \leq p$ e $q' \geq q$ (vide Figura 5.4). Então, o tempo de residência em S'_t é um limitante superior (*upper*

⁷Para ϵ 's pequenos e positivos, e bem colocados na CM de tal forma que a cadeia seja irredutível mesmo quando $\epsilon \rightarrow 0$, Karr [38] mostrou que a distribuição de estado estacionário é uma função contínua das probabilidades de transição entre estados da cadeia. Entretanto, a CM limite que consideramos (quando $\epsilon \rightarrow 0$) não é ergódica, logo o resultado não se aplica.

bound) para o de S_t .

Seja π^s a distribuição condicional de regime estacionário dos estados em $S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_{M-1}$. Seja P_{st} a sub-matriz de P_ϵ que caracteriza as transições dos elementos de S para os de T . Então p é igual a $\pi^s P_{st} e$, onde e é um vetor coluna cujos elementos são todos iguais a um. Mas P_{st} é uma matriz consistindo de elementos iguais a 0 ou $o(\epsilon)$, e a soma dos elementos de π^s é 1. Logo, p é uma soma ponderada de elementos iguais a 0 ou $o(\epsilon)$. Ou seja, p é limitado superiormente por $o(\epsilon)$. Portanto, $p' = o(\epsilon)$.

Vamos construir agora um limitante inferior para q , i.e., q' . Denote a menor das probabilidades em π^t , diferente de $o(\epsilon)$, por π_{\min} . π^t certamente possui pelo menos um elemento diferente de $o(\epsilon)$, já que a soma dos elementos de π^t é igual a um. Simbolize por p_{ts} a menor probabilidade de transição diferente de $o(\epsilon)$ em P_{ts} , onde P_{ts} é a submatriz de P_ϵ que caracteriza as probabilidades de transição de estados de T para estados em S . Então $q' = \pi_{\min} p_{ts}$ é uma cota inferior para $q = \pi^t P_{ts} e$, que não depende de ϵ (e é um vetor coluna cujos elementos são todos iguais a um).

A solução de estado estacionário da CM construída é

$$\begin{pmatrix} \pi'_s & \pi'_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{q'}{q' + o(\epsilon)} & \frac{o(\epsilon)}{q' + o(\epsilon)} \end{pmatrix}$$

Mas q' é uma constante diferente de $o(\epsilon)$. Então quando $\epsilon \rightarrow 0$, temos que $\pi'_t \rightarrow 0$ e os estados em T não estão no suporte da distribuição de estado estacionário da CM construída. Isto ocorre porque as probabilidades destes estados são dadas por $\pi'_t \pi^t$. Se o Teorema aplica-se à CM construída, então ele também aplica-se à CM original. Obtemos, assim, o resultado desejado. \square

Corolário 8 *Suponha que o jogo \mathcal{G} com dinâmica \mathcal{D} possua ao menos um equilíbrio de Nash. Quando $\epsilon \rightarrow 0$, seja s um estado contido no suporte da distribuição de estado estacionário de \mathcal{D} . Então: (i) s está contido em um dos subconjuntos S_i (ii) se S_i for unitário ($|S_i|=1$), então s é um equilíbrio de Nash.*

Prova: A prova segue diretamente do Teorema 14 e Proposição 7.

Claramente, pela equação (5.1), uma conseqüência da dinâmica \mathcal{D} é que cada transição do modelo possui taxa igual a $o(\epsilon)$ ou não depende de ϵ como um todo. Além disso, não existem transições iguais a $o(\epsilon)$ de estados em T para estados fora de T (vide equação (5.1)).

Note que o Teorema 14 refere-se a uma Cadeia de Markov Discreta, enquanto que a dinâmica \mathcal{D} é baseada em uma Cadeia de Markov Contínua (CTMC). Entretanto, é possível transformar uma CTMC em uma *equivalente* Cadeia de Markov Tempo Discreto (DTMC) subordinada a um processo de Poisson, usando o método da uniformização (vide Seção 6.3.1) [16, 34].

Seja Λ a taxa de uniformização, i.e., qualquer valor superior ao maior valor absoluto na diagonal de \mathbf{Q} . A dinâmica \mathcal{D} implica em a taxa de saída de qualquer estado para seu vizinho ser no máximo igual a $N\Delta$, onde Δ é a maior diferença de *payoff* percebida por um usuário [Δ é o maior valor assumido pela expressão $U(m, s_j) - U(l, s_i)$ na equação (5.1)] e N é o número de jogadores no sistema. Desta forma, seja $\Lambda = N^2\Delta + \delta$, onde δ é um valor positivo arbitrário. Como a maior taxa de saída de um estado para seu vizinho é $N\Delta$, e cada estado tem no máximo N vizinhos, então $N^2\Delta$ é um limite superior para a taxa total de saída de um estado [ou seja, $N^2\Delta$ é um limite superior para o módulo de qualquer elemento da diagonal de \mathbf{Q} , já que assumimos, na definição do jogo, que $\epsilon < \Delta$ (Seção 5.2.2)]. Uma vez que Λ não depende de ϵ , o Teorema 14 pode ser aplicado à DTMC com matriz de transição de probabilidades $\mathbf{P} = \mathbf{I} + \frac{\mathbf{Q}}{\Lambda}$, onde \mathbf{I} é a matriz identidade. Finalmente, se o Teorema 14 vale para a DTMC descrita por \mathbf{P} ele também vale para o processo caracterizado por \mathbf{Q} .⁸ \square

Proposição 15 *Dependendo da dinâmica \mathcal{D} , os equilíbrios de Nash de \mathcal{G} que estão no suporte da solução de estado estacionário de \mathcal{D} quando $\epsilon \rightarrow 0$ podem receber probabilidades arbitrariamente distintas.*

Prova: Considere, por exemplo, a CM apresentada na Figura 5.5. A solução de estado estacionário deste sistema é $\left[\frac{p}{p+q+o(\epsilon)}, \frac{o(\epsilon)}{p+o(\epsilon)+q}, \frac{q}{p+q+o(\epsilon)} \right]$. Se $p \gg q$, um equi-

⁸A equação $\mathbf{P} = \mathbf{I} + \frac{\mathbf{Q}}{\Lambda}$ é a base do método da uniformização [16, 34].

líbrio de Nash concentrará quase toda a probabilidade. \square

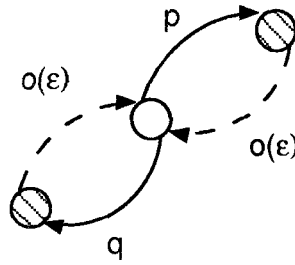


Figura 5.5: Cadeia de Markov ilustrativa para Proposição 15.

A Proposição 15 indica que, apesar de o jogo \mathcal{G} eventualmente admitir mais de um equilíbrio de Nash, nem todos os equilíbrios necessariamente receberão alta probabilidade em estado estacionário. O que irá determinar a probabilidade que um equilíbrio de Nash receberá em estado estacionário é o processo dinâmico de ajuste de estratégias dos jogadores. Em muitas situações é possível compreender o comportamento esperado do sistema em estado estacionário quando $\epsilon \rightarrow 0$, mesmo que mais de um equilíbrio de Nash esteja presente. Isto chama a atenção de como o modelo pode lidar com a questão da *seleção do equilíbrio de Nash*: ou seja, quando mais de um equilíbrio está presente, o modelo em certas situações captura qual deles será selecionado pelos jogadores.

O Corolário 8 e a Proposição 15 sobre a dinâmica do jogo proposto estão de acordo com resultados obtidos para outras dinâmicas de jogos evolucionários. Lemas similares foram provados, por exemplo, no contexto da dinâmica do replicador. Conforme mencionamos na Seção 3.6 (vide Figura 3.8), pontos fixos estáveis (equilíbrios evolucionários) da dinâmica do replicador correspondem a equilíbrios de Nash do jogo em questão, apesar de nem todos os equilíbrios de Nash corresponderem a pontos fixos estáveis da dinâmica do replicador.

Capítulo 6

Resultados Numéricos

O livro da natureza está escrito em caracteres matemáticos. *Galileu*

Teorias são redes; somente aqueles que as lançam pescarão alguma coisa. *Novalis*

Neste capítulo iremos apresentar diversos resultados numéricos obtidos a partir do modelo proposto no Capítulo 5. Exibiremos uma metodologia que permite obter as medidas de desempenho do *link* (e.g., vazão, probabilidade de perda e retardo), bem como inferir a QoS percebida pelos usuários em função destas medidas (Figura 6.1).

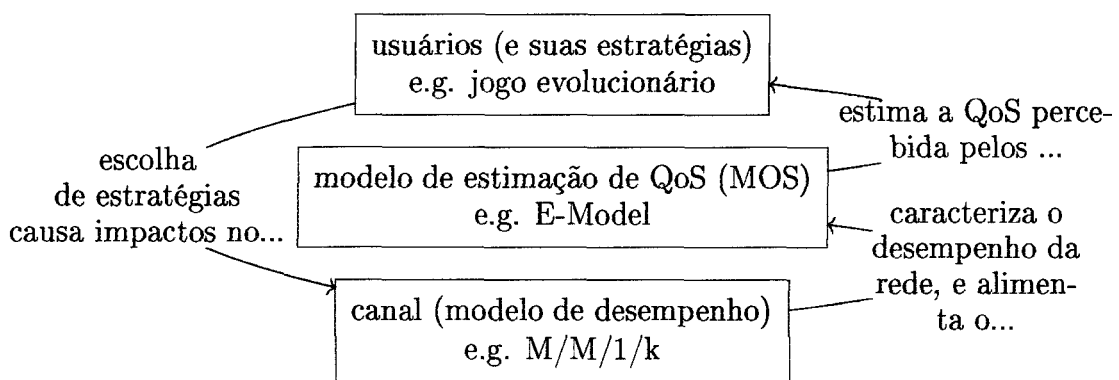


Figura 6.1: A relação entre os modelos.

Para gerar as medidas de desempenho, usamos o modelo $M/M/1/k$, conforme descrevemos na Seção 6.1. Para estimar a QoS percebida pelos usuários da rede em função das características da mesma, consideramos duas possibilidades. Na Seção 6.2, apresentamos o E-Model Estendido, endossado pela ITU-T e, na seção

subseqüente, os resultados obtidos usando um modelo mais geral, a ser descrito em detalhes.

6.1 Medidas de Desempenho do *Link*

Iremos adotar o modelo de fila M/M/1/k para representar o *link*. Este modelo proverá a probabilidade média de perda (descarte) de pacotes, a vazão e o retardo médio percebidos por cada usuário, a cada estado do modelo. Lembremos que $\lambda^*(i)$ é a taxa agregada de chegada de bits ao *link* no estado s_i . Seja $\rho(i) = \lambda^*(i)/\mu$, onde μ é a capacidade do canal (em bps). Sejam $p(l, i)$ e $d(l, i)$ a probabilidade média de perda de pacotes e o retardo médio percebidos por um usuário que escolhe a estratégia l no estado s_i , respectivamente.

A fila M/M/1/k caracteriza um servidor atendendo pacotes que chegam segundo uma distribuição Poisson com taxa $\lambda^*(i)$. O tempo de serviço de cada pacote é dado por uma distribuição exponencial com taxa μ (e média $1/\mu$). Associa-se à fila M/M/1/k um processo de nascimento e morte, conforme apresentamos na Figura 6.2. Nesta, a variável de estado ilustrada é o número de pacotes enfileirados.

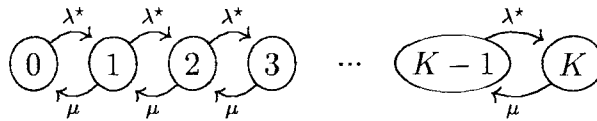


Figura 6.2: Processo M/M/1/k de nascimento e morte.

Resolvendo as equações de balanço de fluxo da fila M/M/1/k, obtemos as seguintes fórmulas [42]:

$$\begin{cases} p(l, i) = \frac{\rho(i)^K(1 - \rho(i))}{1 - \rho(i)^{K+1}} & \text{se } \lambda^*(i) \neq \mu \\ p(l, i) = \frac{1}{K+1} & \text{c. contrário} \end{cases} \quad (6.1)$$

$$\begin{cases} L(i) = \rho(i) \frac{(1 + K\rho(i)^{K+1}) - (K+1)\rho(i)^K}{(1 - \rho(i))(1 - \rho(i)^{K+1})} & \text{se } \lambda^*(i) \neq \mu \\ L(i) = \frac{K}{2} & \text{c. contrário} \end{cases} \quad (6.2)$$

e

$$d(l, i) = \frac{L(i)}{\lambda^*(i)(1 - p(i))} \quad (6.3)$$

Tabela 6.1: Tabela de variáveis.

Variável	Descrição
$p(i) = p(l, i)$	prob. de perda de pacotes
$d(i) = d(l, i)$	retardo (<i>delay</i>)
$\lambda(l)p(l, i)$	vazão (também chamada de <i>throughput</i> ou <i>goodput</i>)
$L(l, i)$	tamanho médio da fila
μ	capacidade do servidor
$\lambda(l)$	taxa com a qual um usuário adotando a estratégia l injeta dados no <i>link</i>
$n(l, i)$	número de usuários adotando a estratégia l no estado i
$\lambda^*(i)$	taxa agregada de chegada de dados ao <i>link</i> , igual a $\sum_l \lambda(l)n(l, i)$
$\rho(i)$	$\lambda^*(i)/\mu$

onde $L(i)$ é o tamanho médio da fila, que é dado por (6.2). Note que $p(l, i)$ não depende de l devido à propriedade PASTA (*Poisson Arrivals See Time Averages*). Assim, todos os usuários percebem a mesma probabilidade de perda e o mesmo retardo em um certo estado do modelo. Por conveniência, listamos na Tabela (6.1) a nomenclatura utilizada, considerando um usuário adotando a estratégia l , no estado s_i .

6.2 O E-Model

A qualidade de voz percebida por usuários recebendo áudio pela rede é tipicamente medida pelo *mean opinion score* (MOS), obtido a partir de testes subjetivos de qualidade. Este parâmetro varia na faixa de 1 (qualidade inaceitável) até 5 (excelente). A fim de usarmos o MOS, entretanto, precisamos de algum método para estimá-lo a partir de métricas objetivas, obtidas a partir do desempenho da rede, como por exemplo retardo médio e probabilidade de perda de pacotes. Adotaremos o ITU E-model [31] com esta finalidade. Por conveniência, listamos na Tabela 6.2 as variáveis utilizadas nesta seção.

Tabela 6.2: Tabela de variáveis do E-Model.

Variável	Descrição
R	fator básico do E-Model, que varia de 0 a 100
MOS	<i>mean opinion score</i> , varia de 1 a 5
I_e	<i>loss impairment</i>
I_d	<i>delay impairment</i>
d	retardo total experimentado por um pacote
D_{codec}	retardo gerado pelo codec
D_{rede}	retardo gerado pela rede
$D_{\text{payout buffer}}$	retardo gerado pelo <i>payout buffer</i>
e	probabilidade de perda de pacotes na rede
E_{rede}	probabilidade de perda devido à rede
$E_{\text{payout buffer}}$	probabilidade de perda devido ao <i>payout buffer</i>

O parâmetro básico do E-Model é o fator R , que varia na faixa de 0 (inaceitável) até 100 (excelente). O fator R depende de múltiplos parâmetros do sistema de transmissão de áudio. Por isso, pode-se avaliar o impacto de inúmeras variáveis na qualidade da transmissão, desde aquelas específicas aos codecs (codificadores/decodificadores de voz) até as mais amplas, relativas ao desempenho da rede (e.g., retardo e probabilidade de descarte de pacotes). No nosso caso, estamos interessados apenas no impacto da probabilidade de perda e do retardo na qualidade de voz percebida pelos usuários.

O MOS relaciona-se com o fator R do E-Model pela seguinte equação [85]:

$$MOS = 1 + 0.035R + 7 \times 10^{-8}R(R - 60)(100 - R). \quad (6.4)$$

Segundo Cole *et al.* [13], o fator R , no cenário em questão, pode ser definido pela equação a seguir:

$$R = 94.2 - I_e - I_d \quad (6.5)$$

onde I_d e I_e cobrem os impactos no fator R causados pelo retardo (*delay*) e pelas perdas, respectivamente.

O I_e é usado para indicar os impactos causados pelas perdas advindas tanto da codificação quanto da transmissão dos dados. Alguns codecs podem ser mais sensíveis a perdas do que outros, então I_e é expresso em função da probabilidade de perda de pacotes na rede, e , da seguinte forma [13]:

$$I_e = \gamma_1 + \gamma_2 \ln(1 + \gamma_3 e) \quad (6.6)$$

onde γ_1 , γ_2 e γ_3 dependem do codec. Nesta tese, vamos focalizar os codecs G.729 e G.723.1, que foram calibrados por Ding *et al.* [17]. Detalhes encontram-se na Tabela 6.3. A probabilidade de perda de pacotes, e , é a soma da probabilidade de perda de pacotes na rede e a de um *overflow* do *buffer* do receptor, i.e., $e = E_{\text{rede}} + E_{\text{playout buffer}}$. Vamos assumir que $E_{\text{playout buffer}} = 0$ e portanto

$$e = p(l, i) \quad (6.7)$$

onde $p(l, i)$ é dado pela equação (6.1).

Vamos agora analisar os efeitos do retardo. Empiricamente, observou-se que quando o retardo ultrapassa o valor crítico de 177.3 ms, a qualidade do áudio degrada rapidamente. Os impactos causados pelo retardo (*delay*) podem então ser modelados da seguinte forma [13]:

$$I_d = 0.024d + 0.11(d - 177.3)\mathbb{1}(d - 177.3) \quad (6.8)$$

onde

$$\mathbb{1}(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.9)$$

O retardo fim-a-fim vale: $d = D_{\text{rede}} + D_{\text{codec}} + D_{\text{playout buffer}}$. Vamos considerar $D_{\text{playout buffer}} = 0$. D_{codec} é dado na Tabela 6.3, e D_{rede} é fornecido por $d(l, i)$ na equação (6.3). Ou seja,

$$d = D_{\text{codec}} + d(l, i). \quad (6.10)$$

As fórmulas apresentadas nesta seção fornecem a QoS (MOS) experimentada por cada usuário em cada um dos estados do modelo. Portanto, temos todos os ingredientes necessários para caracterizar completamente a função de utilidade $U(l, s_i)$,

Tabela 6.3: Codecs e seus respectivos parâmetros segundo o E-Model [17].

Codec	taxa (kbps)	γ_1	γ_2	γ_3	D_{codec} (ms)
G.723.1.A+VAD-6.3	6.4	15	30	17	47.5
G.729	8.0	10	47.82	18	35
G.723.1.B-5.3	5.4	15	30	17	47.5

ou seja, a QoS ou MOS associada a um usuário que adota a estratégia l no estado s_i . Usaremos este ferramental a seguir para obter resultados numéricos relativos ao modelo MFS, proposto no capítulo anterior.

6.2.1 Resultados Numéricos Obtidos Usando o E-Model

Nesta seção fazemos a avaliação numérica de algumas aplicações do modelo MFS. Cabe ressaltar que estamos interessados na solução de estado estacionário da Cadeia de Markov e na relação entre esta e os equilíbrios de Nash do sistema. Para todos os exemplos a seguir assumimos que o parâmetro ϵ é muito pequeno (muito menor que a diferença mínima de QoS percebida por um usuário). A solução de estado estacionário foi obtida usando a ferramenta de modelagem e avaliação de desempenho Tangram-II [9] e o método de solução GTH [26].

Primeiramente consideramos um cenário no qual os usuários podem escolher entre dois codecs, G.723.1 e G.729, que correspondem às taxas de 6.4Kbps e 8.0Kbps, respectivamente (veja Tabela 6.3). A Tabela 6.4 apresenta os valores do MOS para o cenário no qual 16 usuários compartilham um canal de capacidade $\mu = 160$ Kbps e um *buffer* de tamanho igual a 10 Kbits. Cada estado do sistema é caracterizado pelo número de usuários escolhendo cada uma das estratégias disponíveis (6.4Kbps e 8.0Kbps, nesta ordem). Neste exemplo, o modelo possui um único equilíbrio de Nash, que é dado pelo estado (5, 11), como mostramos na Tabela 6.4. Note entretanto que este equilíbrio de Nash não é um dos estado mais eficientes do sistema. O estado (16, 0), por exemplo, propicia MOS maior para todos os usuários, e é um

Tabela 6.4: Valores de MOS para o cenário $N = 16$, 2 estratégias, $\mu = 160\text{Kbps}$ e capacidade do *buffer* 10K. Estados em negrito são equilíbrios de Nash.

estado	taxa agr.	MOS	prob.	estado	taxa agr.	MOS	prob.
1: 16 0	102.4	(3.8460 0.0000)	9.6e-146	10: 7 9	116.8	(3.6856 3.7581)	6.6e-25
2: 15 1	104.0	(3.8339 3.9867)	2.1e-131	11: 6 10	118.4	(3.6596 3.7168)	1.4e-12
3: 14 2	105.6	(3.8206 3.9667)	2.1e-117	12: 5 11	120.0	(3.6318 3.6722)	1.0e-00
4: 13 3	107.2	(3.8059 3.9446)	1.2e-103	13: 4 12	121.6	(3.6021 3.6244)	5.6e-13
5: 12 4	108.8	(3.7898 3.9202)	4.6e-90	14: 3 13	123.2	(3.5706 3.5733)	6.0e-26
6: 11 5	110.4	(3.7722 3.8933)	1.1e-76	15: 2 14	124.8	(3.5373 3.5190)	2.4e-39
7: 10 6	112.0	(3.7531 3.8638)	1.9e-63	16: 1 15	126.4	(3.5021 3.4613)	4.3e-53
8: 9 7	113.6	(3.7323 3.8315)	2.1e-50	17: 0 16	128.0	(0.0000 3.4006)	2.7e-67
9: 8 8	115.2	(3.7098 3.7963)	1.5e-37				

ótimo de Pareto.¹ Mas ele não é um equilíbrio de Nash, uma vez que usuários egocêntricos beneficiariam-se caso, a partir deste estado, mudassem para a taxa de transmissão de 8.0Kbps (veja Tabela 6.4). O equilíbrio de Nash concentra quase toda a probabilidade de estado, enquanto que o ótimo de Pareto tem probabilidade negligenciável. Este exemplo presta-se a ilustrar a *perda de eficiência* devido à falta de coordenação entre os jogadores e à ausência de uma autoridade central [36].

Outra propriedade do equilíbrio de Nash caracterizado pelo estado (5, 11) é que este não é simétrico. Ou seja, nem todos os jogadores adotam a mesma estratégia, e além disto alguns obtêm MOS maior que outros. Os usuários que adotam a taxa mais alta recebem um *payoff* (MOS) maior que aqueles que escolhem a taxa baixa. Assim sendo, inferimos que neste cenário descentralizado e sem autoridades o ponto de convergência do sistema não confere equidade (*fairness*) aos usuários em relação ao uso dos recursos da rede.

Vamos focalizar agora o impacto dos parâmetros do *link* (i.e, capacidade de transmissão e tamanho do *buffer*) e do número de jogadores no equilíbrio do modelo. Nos exemplos que seguem, o jogo considerado possui em regime estacionário um único equilíbrio de Nash que recebe probabilidade muito alta, o qual consideramos como o ponto de equilíbrio do sistema. Para a avaliação, variamos individualmente a capacidade de transmissão do *link*, o tamanho do *buffer* e o número de usuários

¹Resultado análogo aplica-se ao Dilema do Prisioneiro (Seção 2.1).

no sistema. O cenário inicial consiste em 10 usuários, $\mu = 80\text{Kbps}$ e tamanho do *buffer* igual a 120Kbits.

Impacto da capacidade do *buffer*

A Figura 6.3(a) ilustra o equilíbrio do sistema em função da capacidade do *buffer*. Note que quando o tamanho do *buffer* é pequeno, os usuários escolhem transmitir dados a uma taxa mais baixa (i.e., 6.4Kbps). Não há incentivos para que a outra seja adotada, pois isto implicaria em uma maior probabilidade de descarte de pacotes, o que levaria a uma QoS menor.

Na medida em que o *buffer* aumenta, mais usuários escolhem a taxa maior. Isto ocorre até que o *buffer* atinja o tamanho de 90Kbits. Neste ponto, vemos o aumento em uma unidade do número de usuários adotando a estratégia 6.4Kbps. A partir deste momento, os impactos do retardo (*delay*), I_d , começam a contribuir significativamente no MOS. Mesmo que o tamanho do *buffer* seja aumentado indiscriminadamente, os usuários não enviarão dados a taxas cada vez maiores (Figura 6.6). Isto ocorre devido ao fato de que *buffers* maiores, apesar de proporcionarem menores taxas de perda, também acarretam maiores retardos.

O MOS percebido pelos usuários neste exemplo é ilustrado na Figura 6.4(a). Esta mostra o MOS médio, assim como o MOS para aqueles escolhendo 6.4Kbps e 8.0Kbps. Note que quando a capacidade do *buffer* varia entre 40Kbits e 90Kbits, o MOS médio experimentado pelos usuários no equilíbrio decresce monotonicamente. Quando a capacidade do *buffer* iguala-se a 90Kbits, temos uma descontinuidade no MOS médio. Isto ocorre exatamente quando o MOS de um usuário adotando 8.0Kbps torna-se menor que aquele que seria recebido caso ele escolhesse 6.4Kbps. Neste ponto, um usuário escolhendo 8.0Kbps tem incentivos para mudar sua taxa. Esta mudança, por sua vez, favorece não apenas àquele que a realiza, mas também à população como um todo.

Maior compreensão sobre esta questão pode ser obtida a partir da Figura 6.5(a). Nas Figuras 6.5(a) e 6.5(b), células mais escuras ou azuis (mais claras ou vermelhas) representam menor (maior) MOS médio. O eixo das ordenadas indica o estado do

sistema, e está ordenado de forma crescente pela taxa agregada (o estado 0 é aquele no qual todos os usuários adotam 6.4Kbps e o 10 é aquele no qual todos escolhem 8.0Kbps). Como podemos observar, existe uma região escura na parte superior da matriz, que caracteriza estados onde os usuários são mais agressivos ao escolherem suas taxas. Esta região torna-se cada vez mais escura, e maior, na medida em que o tamanho do *buffer* aumenta. Isto reflete o fato de que quanto maior o tamanho do *buffer*, maior o retardo experimentado por usuários adotando estratégias agressivas.

A principal mensagem deste exemplo é que tanto a probabilidade de perda quanto o retardo exercem papéis importantes na análise. Quando o tamanho do *buffer* é pequeno, os usuários escolhem taxas mais suaves, uma vez que a adoção das mais altas acarretaria numa maior probabilidade de perda de pacotes, reduzindo o MOS. No entanto, mesmo quando o tamanho do *buffer* é grande os usuários não aumentam indiscriminadamente a taxa usada para transmitir os dados, uma vez que isto geraria um aumento do retardo. De fato, na medida em que o tamanho do *buffer* aumenta, o equilíbrio do sistema converge para um estado misto, no qual alguns usuários adotam a estratégia de enviar dados a taxa baixa enquanto outros escolhem a taxa alta.²

Impacto da capacidade do *link*

Considere agora o que ocorre quando a capacidade do *link* varia, mantendo-se as outras quantidades fixadas (*coeteris paribus*). A Figura 6.3(b) mostra a dependência do estado de equilíbrio à capacidade do *link*. Note que quando a capacidade do *link* é pequena, todos os usuários escolhem enviar dados a taxa baixa; quando a capacidade do *link* é alta, todos os usuários escolhem a taxa alta. A transição entre estes dois extremos é suave, conforme vemos na Figura 6.3(b).

A Figura 6.4(b) ilustra o MOS médio no estado de equilíbrio em função da capacidade do *link*, μ . Note que o MOS médio (a curva tracejada) apresenta uma tendência de aumento na medida em que μ cresce. No extremo inferior (baixa

²Surge a pergunta: quem irá transmitir dados usando a taxa alta, e quem transmitirá usando a taxa baixa, em regime estacionário? A resposta para esta pergunta, segundo o modelo MFS, depende da ordem em que foram tomadas as decisões dos usuários.

capacidade do *link*), quando todos os usuários escolhem 6.4Kbps, o MOS médio iguala-se ao MOS por eles experimentado. O mesmo vale para o extremo superior.

A Figura 6.5(b) mostra o valor médio do MOS para diferentes estados do modelo, considerando-se a variação da capacidade do *link*. Conforme a capacidade do *link* aumenta (da esquerda para a direita no eixo x), o MOS médio para um certo estado pré-fixado também aumenta. Por outro lado, uma vez fixada a capacidade do *link*, considere o maior estado com MOS médio igual a 3.5. À medida em que a capacidade do *link* aumenta, o maior estado também aumenta. De fato, graficamente vemos que esta relação é linear (i.e., a fronteira entre as regiões com MOS igual a 3.5 e 2.5 pode ser aproximada por uma reta). Esta relação linear está relacionada com a transição linear entre os dois extremos da Figura 6.3(b).

Impacto do número de usuários no sistema

Neste cenário, variamos o número de usuários compartilhando o *link* – *coeteris paribus*. A Figura 6.3(c) ilustra o equilíbrio do sistema à medida que o número de usuários aumenta. Note que quando há poucos usuários, o equilíbrio é dado pelo estado onde todos escolhem a taxa alta. Isto reflete o fato de que quando existe abundância de recursos no sistema os usuários preferem uma taxa maior de forma a obter maior MOS. Este comportamento mantém-se até que o número de usuários considerado seja igual a 9. A partir deste ponto, a população de usuários escolhendo a taxa baixa começa a aumentar. Os usuários reduzem as taxas para obterem um maior MOS. Conforme a população cresce, o número dos que escolhem a taxa alta diminui, e quando a população é grande o equilíbrio é dado pelo estado onde todos os usuários adotam a taxa baixa. Aumentando o tamanho da população indeterminadamente, o modelo degenera. Todos os usuários recebem o MOS mínimo, igual a 1. Isto ocorre porque se o número de usuários no sistema for muito grande, o *link* gargalo fica sobrecarregado mesmo quando todos escolhem a taxa baixa (no último capítulo, seção trabalhos futuros, apresentamos uma sugestão de como contornar esta questão).

Conforme mostra a Figura 6.4(c), quando o número de usuários no sistema aumenta, o MOS médio percebido por eles diminui. Note que o MOS médio é igual

capacidade do *link*), quando todos os usuários escolhem 6.4Kbps, o MOS médio iguala-se ao MOS por eles experimentado. O mesmo vale para o extremo superior.

A Figura 6.5(b) mostra o valor médio do MOS para diferentes estados do modelo, considerando-se a variação da capacidade do *link*. Conforme a capacidade do *link* aumenta (da esquerda para a direita no eixo x), o MOS médio para um certo estado pré-fixado também aumenta. Por outro lado, uma vez fixada a capacidade do *link*, considere o maior estado com MOS médio igual a 3.5. À medida em que a capacidade do *link* aumenta, o maior estado também aumenta. De fato, graficamente vemos que esta relação é linear (i.e., a fronteira entre as regiões com MOS igual a 3.5 e 2.5 pode ser aproximada por uma reta). Esta relação linear está relacionada com a transição linear entre os dois extremos da Figura 6.3(b).

Impacto do número de usuários no sistema

Neste cenário, variamos o número de usuários compartilhando o *link* – *coeteris paribus*. A Figura 6.3(c) ilustra o equilíbrio do sistema à medida que o número de usuários aumenta. Note que quando há poucos usuários, o equilíbrio é dado pelo estado onde todos escolhem a taxa alta. Isto reflete o fato de que quando existe abundância de recursos no sistema os usuários preferem uma taxa maior de forma a obter maior MOS. Este comportamento mantém-se até que o número de usuários considerado seja igual a 9. A partir deste ponto, a população de usuários escolhendo a taxa baixa começa a aumentar. Os usuários reduzem as taxas para obterem um maior MOS. Conforme a população cresce, o número dos que escolhem a taxa alta diminui, e quando a população é grande o equilíbrio é dado pelo estado onde todos os usuários adotam a taxa baixa. Aumentando o tamanho da população indeterminadamente, o modelo degenera. Todos os usuários recebem o MOS mínimo, igual a 1. Isto ocorre porque se o número de usuários no sistema for muito grande, o *link* gargalo fica sobrecarregado mesmo quando todos escolhem a taxa baixa (no último capítulo, seção trabalhos futuros, apresentamos uma sugestão de como contornar esta questão).

Conforme mostra a Figura 6.4(c), quando o número de usuários no sistema aumenta, o MOS médio percebido por eles diminui. Note que o MOS médio é igual

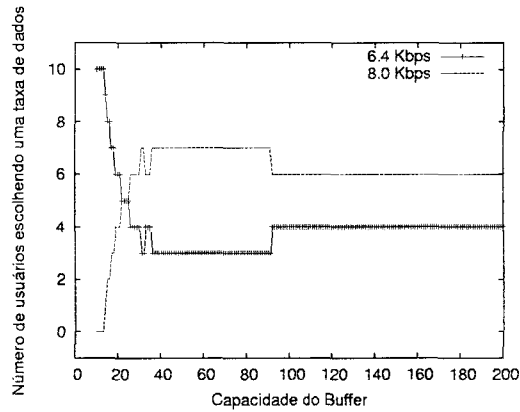


Figura 6.6: Equilíbrio do sistema em função da capacidade do *buffer* (*zoom out*).

ao MOS experimentado pelos usuários que escolhem 8.0Kbps quando o número de usuários na população é pequeno (e 6.4Kbps quando a população é grande). Verificamos também uma diminuição brusca do MOS médio conforme a população cresce: o desempenho do *link* degrada rapidamente quando o número de usuários aumenta (principalmente quando o número de usuários ultrapassa o limiar de 8).

O caso de três estratégias

Consideramos agora o cenário no qual cada usuário pode escolher dentre três taxas, cada uma correspondendo a um diferente codec (codificador/decodificador) de voz, conforme ilustrado na Tabela 6.3. Este exemplo conduz a um sistema que possui mais de um equilíbrio de Nash. A Tabela 6.5 mostra o MOS para um cenário envolvendo quatro usuários ($N = 4$). O estado do sistema neste exemplo corresponde ao número de usuários adotando as estratégias 6.4Kbps, 8.0Kbps e 5.4Kbps, nesta ordem. Observe que tanto o estado onde todos os usuários escolhem 5.4Kbps (estado 1) quanto o estado onde todos escolhem 6.4Kbps (estado 7) são equilíbrios de Nash. Entretanto, a probabilidade em regime estacionário do estado 7 é negligenciável enquanto o estado 1 concentra quase toda a probabilidade, que indica a preferência dos usuários sobre este equilíbrio. De fato, o equilíbrio de Nash selecionado (estado 1) propicia um MOS maior se comparado com o do estado 7. Isto chama a atenção de como o modelo pode lidar com a questão da *seleção do equilíbrio de Nash*. Neste exemplo o equilíbrio de Nash preferido foi selecionado.

Considerando ainda este cenário, investigamos o impacto da capacidade do *link*

Tabela 6.5: Valores de MOS para o cenário $N = 4$, 3 estratégias, $\mu = 25.5\text{Kbps}$ e capacidade do *buffer* 10.8K. Estados em negrito são equilíbrios de Nash.

estado	taxa agr.	MOS	prob.	estado	taxa agr.	MOS	prob.
1: 0 0 4	21.6	(0.000 0.000 2.724)	1.0e+00	9: 0 2 2	26.8	(0.000 1.108 1.246)	2.5e-170
2: 1 0 3	22.6	(2.619 0.000 2.421)	5.6e-56	10: 3 1 0	27.2	(1.461 1.057 0.000)	2.5e-115
3: 2 0 2	23.6	(2.332 0.000 2.105)	1.4e-111	11: 1 2 1	27.8	(1.359 1.007 1.090)	2.7e-171
4: 0 1 3	24.2	(0.000 1.770 1.917)	2.2e-57	12: 2 2 0	28.8	(1.220 1.000 0.000)	4.5e-172
5: 3 0 1	24.6	(2.054 0.000 1.796)	2.2e-113	13: 0 3 1	29.4	(0.000 1.000 1.000)	1.4e-228
6: 1 1 2	25.2	(1.898 1.453 1.623)	8.6e-113	14: 1 3 0	30.4	(1.071 1.000 0.000)	9.7e-229
7: 4 0 0	25.6	(1.800 0.000 0.000)	5.5e-59	15: 0 4 0	32.0	(0.000 1.000 0.000)	3.3e-285
8: 2 1 1	26.2	(1.662 1.211 1.371)	3.6e-114				

na distribuição de estado estacionário do modelo. Note que em muitos casos mais de um equilíbrio de Nash está presente. A Figura 6.7, em “forma de cortina”, ilustra a probabilidade em regime estacionário associada a cada estado. A cada valor pré-fixado para a capacidade do *link* temos um diferente sistema, que por sua vez possui uma diferente distribuição de estado estacionário. Um impulso de altura aproximadamente igual a 1 num certo estado significa que há uma alta probabilidade de o sistema encontrar-se neste estado, em regime estacionário. Foram considerados valores para a capacidade do *link* na faixa de 24Kbps a 36Kbps. Quando a capacidade é baixa (inferior a 29Kbps) ou alta (superior a 35Kbps), há um estado que concentra a probabilidade de regime estacionário; os outros estados possuem probabilidade negligenciável. Por outro lado, para alguns valores intermediários (e.g., 32Kbps), mais de um estado possui probabilidade não desprezível. Nestes casos, o sistema não converge para um único equilíbrio de Nash.

6.3 Um Modelo Genérico para Estimação de QoS

Nesta seção estamos interessados em analisar o impacto da função de utilidade no comportamento dos usuários. Adotando o E-Model e o MOS, na seção anterior, automaticamente fixamos a função de utilidade dos jogadores. Vamos apresentar aqui um modelo alternativo de estimação de QoS, mais genérico que o E-Model. Desta forma, podemos variar a importância que um certo usuário dá ao retardo, em

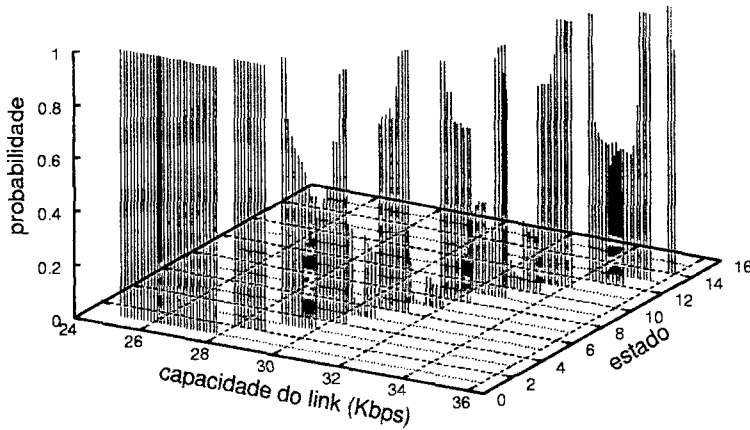


Figura 6.7: Probabilidade em regime estacionário de cada estado em função da capacidade do *link*. Em muitos casos, um único estado concentra toda a probabilidade. contraposição às perdas por ele experimentadas, e avaliar o impacto desta mudança no resultado do jogo.

A função de utilidade tem a forma geral

$$U(l, i) = Q(\text{retardo}, \text{vazão}, \text{probabilidade de perda}, \dots) \quad (6.11)$$

onde $Q(\cdot)$ é uma função arbitrária que mede a QoS percebida pelo usuário. Existem muitas propostas na literatura que buscam estabelecer a função adequada para medir a qualidade experimentada por um usuário de uma aplicação multimídia. O E-Model é uma delas. Segundo este, o impacto causado pelas perdas e pelo retardo tem caráter aditivo (equação (6.5)). Rubino *et al.* [61] propõem uma outra abordagem para a questão, envolvendo redes neurais. Por simplicidade, vamos considerar quantidades aditivas em nossa função de QoS.

Escolhemos duas medidas de desempenho que influenciam a QoS percebida pelos usuários, uma aumentando e outra diminuindo à medida em que a taxa agregada torna-se maior. Se escolhermos, por exemplo, as mesmas medidas utilizadas no E-Model, a função de utilidade é dada por:

$$U(l, i) = \alpha \cdot \phi_1(d(l, i)) + \beta \cdot \phi_2(g(l, i)) \quad (6.12)$$

onde $d(l, i)$ é o retardo (*delay*) médio e $g(l, i)$ a vazão média (*goodput*) percebidos por um usuário que adota a estratégia l no estado i ; ϕ_1 e ϕ_2 são funções, uma decrescente e a outra crescente, respectivamente.

Em outras palavras, a função de utilidade de um usuário que escolhe a estratégia l no estado i é dada pela média ponderada de duas funções de utilidade marginais. Os parâmetros α e β são os pesos das funções marginais. Dependendo da concavidade de ϕ_1 e ϕ_2 , dizemos que os usuários são aversivos ao risco ou propensos ao risco em relação a um determinado parâmetro da QoS [23]. Se ϕ_2 for côncava, por exemplo, o usuário é aversivo ao risco em relação à vazão. Adotamos o seguinte formato para a função ϕ_i :

$$\phi_i = k_0(k_1 + k_2 \log(k_3 + k_4 x)) \quad (6.13)$$

onde os k_i 's são constantes de normalização.

As funções ϕ_1 e ϕ_2 são usadas concomitantemente para três fins: (1) normalizar as medidas de desempenho para a faixa $[0 - 1]$; (2) estabelecer se os usuários são aversivos ao risco ou propensos ao risco e (3) determinar a influência da medida de desempenho na qualidade recebida pelo usuário.

6.3.1 Resultados Obtidos Usando o Modelo Genérico para Estimação de QoS

Vamos considerar dois exemplos. No primeiro exemplo, os parâmetros da função utilidade são o retardo e a vazão, enquanto que no segundo, a probabilidade de perda e a vazão. Todos os parâmetros usados nos dois exemplos são apresentados na Tabela 6.6. Por questões práticas, os elementos marcados com uma barra foram normalizados uniformemente na faixa $0 - 1$ antes de serem utilizados. No cenário 1, por exemplo, a vazão variou entre 3,5Kbps e 4,6Kbps. Mas antes de ela ser empregada na equação (6.12), foi normalizada uniformemente para a faixa de 0 a 1.

O impacto da função de utilidade

Considerando o primeiro exemplo (Tabela 6.6), temos

$$U(l, i) = \alpha \cdot \phi_1(1 - \overline{p(l, i)}) + \beta \cdot \phi_2(\overline{g(l, i)}) \quad (6.14)$$

onde as formas de $\phi_1(\cdot)$ e $\phi_2(\cdot)$ estão ilustradas, respectivamente, nas Figuras 6.8(a) e 6.8(b). Variando então na equação (6.14) o valor de β , e mantendo $\alpha = 10$ fixo,

Tabela 6.6: Parâmetros dos exemplos.

#	K	estratégias (λ)	μ	agentes	QoS (parâmetros)		α	β	φ _i					
					1	2			i	k ₀	k ₁	k ₂	k ₃	k ₄
1	10	(7, 8)	80.4	20	1-prob. perda	vazão	10	0.5 ... 3	1	0.14	7	1	1	0.001
									2	0.14	7	1	1	0.001
2	2	(5, 10, 20)	80.4	4	retardo	vazão	1	0 ... 0.53	1	0.56	-0.6	-1	100	-1.4
									2	0.29	-4.5	1	100	100

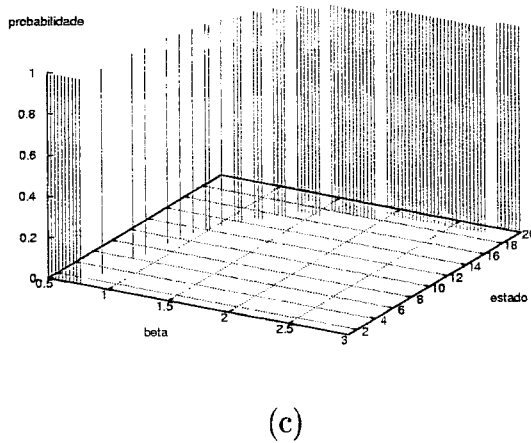
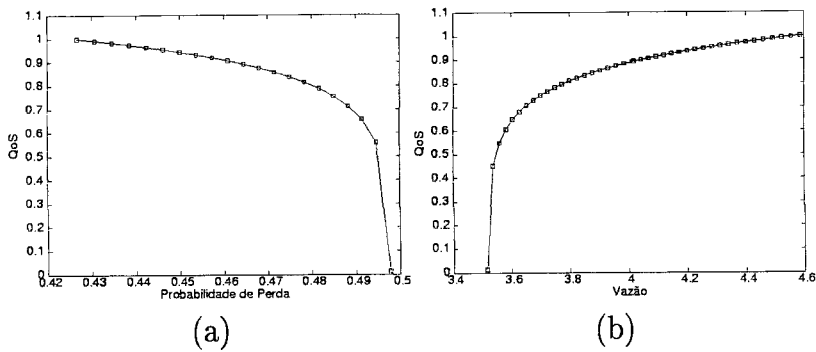


Figura 6.8: Exemplo 1: (a) função φ₁(·); (b) função φ₂(·); (c) solução de estado estacionário.

obtemos a curva ilustrada na Figura 6.8(c). Os estados nesta figura foram ordenados crescentemente de acordo com a taxa agregada de chegada no link. Concluímos que neste cenário quanto maior o peso da vazão na função de utilidade, maior o número de usuários jogando agressivamente em estado estacionário.

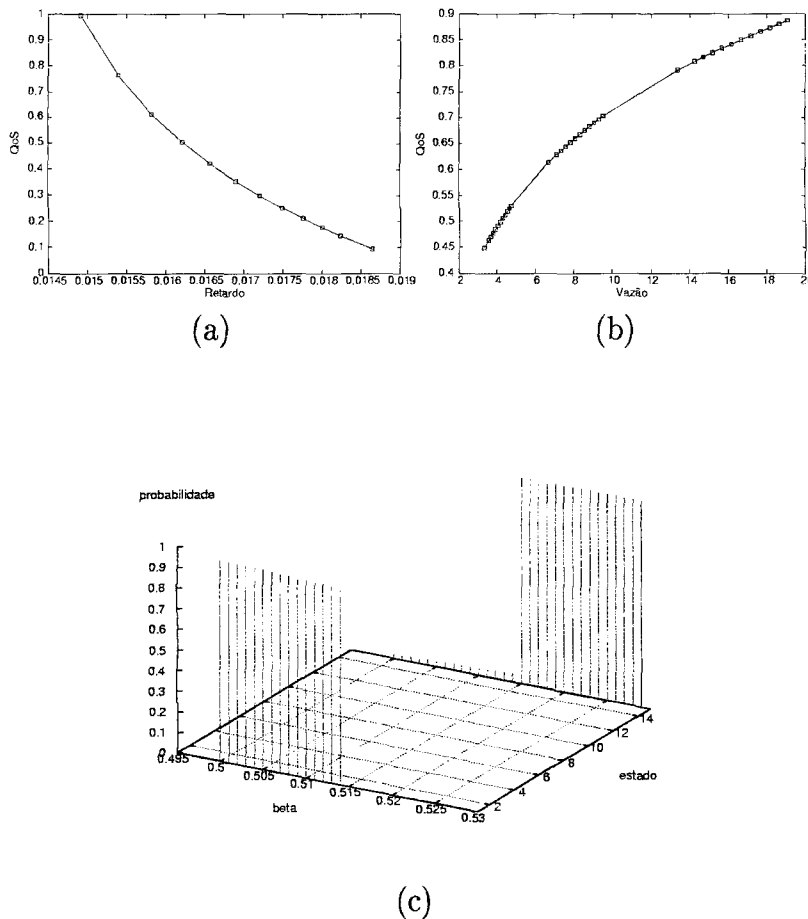


Figura 6.9: Exemplo 2: (a) função $\phi_1(\cdot)$; (b) função $\phi_2(\cdot)$; (c) solução de estado estacionário.

No segundo exemplo (Tabela 6.6) temos

$$U(l, i) = \alpha \cdot \phi_1(d(l, i)) + \beta \cdot \phi_2(g(l, i)) \quad (6.15)$$

$\phi_1(\cdot)$ e $\phi_2(\cdot)$, geradas ilustrativamente, estão representadas, respectivamente, nas Figuras 6.9(a) e 6.9(b). Mais uma vez analisamos a evolução da solução de estado estacionário variando β , *coeteris paribus*. Vemos na Figura 6.9(c) que o aumento de β num primeiro momento não causa impactos, e o estado 1 (em que todos os usuários escolhem transmitir a taxa baixa) recebe probabilidade próxima a 1. Entretanto, quando β ultrapassa um certo limiar (*threshold*), o estado 15 (estado em que todos os usuários escolhem transmitir a taxa alta) passa a concentrar quase toda a probabilidade. Em resumo, nos dois exemplos observamos que quanto maior a importância dada pelos usuários à vazão, mais agressivos estes se tornam.

Robustez do modelo

Uma propriedade interessante do modelo proposto consiste no fato verificado experimentalmente de que, em alguns casos, o equilíbrio selecionado em estado estacionário permanece constante mesmo quando fazemos pequenas perturbações no processo dinâmico de como os usuários selecionam suas estratégias. Para exemplificarmos este fato, consideremos o que ocorre com o equilíbrio do modelo se os usuários ajustarem suas taxas usando a diferença de *payoff* percebida por eles elevada ao quadrado, ao invés de simplesmente a diferença de *payoff* [equação (5.1)].

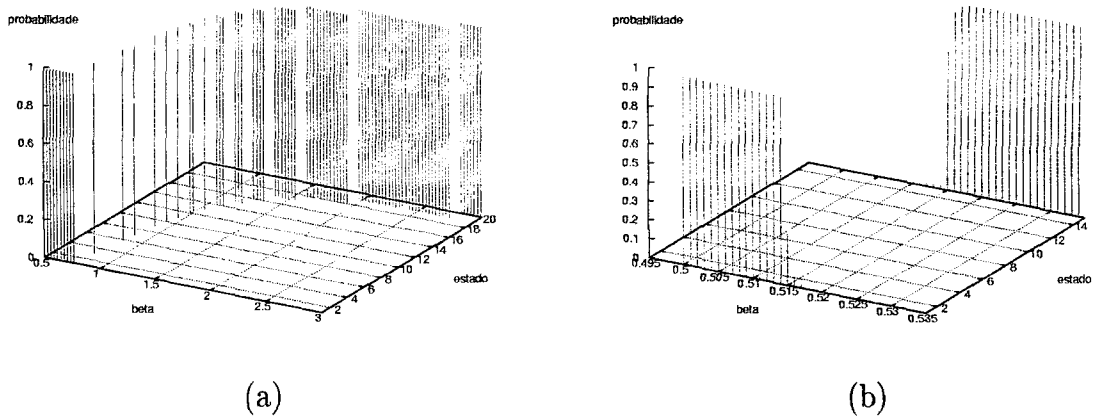


Figura 6.10: Modelo perturbado.

As Figuras 6.10(a) e 6.10(b) ilustram o que ocorre nos exemplos 1 e 2 quando os usuários usam como parâmetro de otimização o ganho de QoS ao quadrado. Estas devem ser comparadas com as Figuras 6.8(c) e 6.9(c), respectivamente. Vemos que estruturalmente o comportamento do sistema manteve-se inalterado.

Podemos fazer uma analogia entre este resultado numérico, obtido experimentalmente, com a hipótese básica do modelo KMR. A hipótese de KMR sobre as preferências dos jogadores é uma hipótese fraca (equação (4.9)). Ainda que a função de utilidade dos mesmos varie, se esta continuar atendendo à hipótese (4.9) o equilíbrio em regime estacionário do sistema não será alterado. Em relação ao modelo MFS, é necessário realizar estudos mais profundos para averiguar sua robustez (consulte a seção de trabalhos futuros, no último capítulo).

Análise transiente

Até agora analisamos o modelos apenas em estado estacionário. Entretanto, uma característica importante do modelo proposto (bem como do KMR) consiste no fato de este apresentar comportamentos distintos em função da escala de tempo considerada. Vamos nos referir à dinâmica inicial que rege a primeira transição do sistema como comportamento a *curto prazo*. Seguindo Samuelson [76, pg. 93], chamamos de *médio prazo* o período durante o qual os usuários estão fazendo ajustes freqüentes de suas estratégias; usamos o termo *longo prazo* para nos referirmos ao tempo necessário para alcançar o primeiro equilíbrio de Nash; e finalmente, a solução de estado estacionário do sistema é atingida no *super longo prazo*. Note que esta divisão do tempo é subjetiva, e pode variar de acordo com o cenário.

Um dos métodos mais famosos de análise transiente de Cadeias de Markov é chamado *uniformização* [62]. Seja $\mathcal{X} = \{X(t) : t \geq 0\}$ uma Cadeia de Markov em tempo contínuo, com matriz geradora Q . É possível transformar esta cadeia contínua em uma *equivalente* tempo discreto, com matriz P , subordinada a um processo Poisson. Esta transformação é chamada *uniformização* (vide demonstração do Corolário 8).

A título de ilustração, considere o exemplo 2 descrito previamente na Seção 6.3.1 (com $\beta = 0.52$). Na Figura 6.11 temos a matriz P de transição de probabilidades deste sistema, obtida pelo método de uniformização. A célula na linha i , coluna j , corresponde à probabilidade de transição do estado i para o estado j . Quanto mais escura (vermelha) uma célula, maior a sua probabilidade.

Os estados na matriz foram divididos em blocos. Temos três blocos, associados a três estados, $(4,0,0)$, $(0,4,0)$ e $(0,0,4)$, que denotamos por convenções (uma convenção é um estado onde todos os agentes adotam a mesma estratégia). Coincidentemente, neste modelo observamos que todos os equilíbrios de Nash são convenções. Em cada bloco da matriz está contida uma convenção, além de estados que podem ser obtidos a partir desta convenção pela mudança de estratégia por parte de um ou no máximo dois jogadores. Ou seja, em cada bloco está contida uma convenção, e todos os estados que estão a uma distância mínima desta convenção, tomando como

métrica a distância de Hamming. Empates foram resolvidos arbitrariamente. Para gerar esta figura, os estados foram reordenados de tal forma que entre os blocos da matriz não exista nenhuma transição com probabilidade maior que 0.25. Cada estado é caracterizado pela tripla (n_1, n_2, n_3) , que corresponde ao número de usuários adotando as estratégias 5Kbps, 10Kbps e 20Kbps, respectivamente.

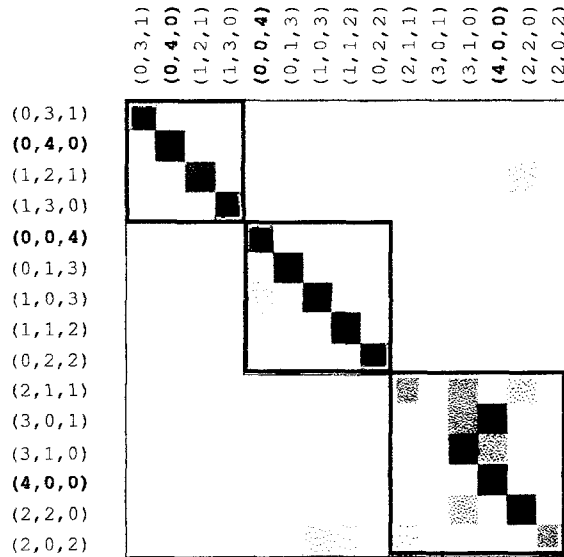


Figura 6.11: Matriz de transição de probabilidades.

Tendo em vista os fatores previamente mencionados, fazemos uma estimativa de quanto tempo leva para o sistema alcançar o *super longo prazo* (i.e., o regime estacionário). Ou seja, estamos interessados em saber quanto tempo leva para os usuários do sistema convergirem para um equilíbrio de Nash. O tempo médio de permanência no estado i de uma Cadeia de Markov qualquer é igual a $1/\Lambda_i$, onde Λ_i é a soma das taxas de saída do estado i [42, pg. 48]. Considere um estado que seja equilíbrio de Nash, com κ transições de saída. Como, por definição, todas as κ transições têm taxa igual a ϵ , espera-se em média $\frac{1}{\kappa\epsilon}$ unidades de tempo para escapar deste equilíbrio. Suponha ainda que o sistema admite mais de um equilíbrio de Nash. Então certamente ocorrerão transições entre os equilíbrios antes que o regime estacionário seja alcançado. Deduzimos que neste caso para alcançar o *super longo prazo* são necessárias no mínimo $\frac{1}{\kappa\epsilon}$ unidades de tempo [ϵ é um fator que determina a escala de tempo (*time scale*)]. Há claramente um balanço de fatores (*trade-off*) na escolha de ϵ : quanto menor o valor, mais precisa é a previsão do

modelo sobre o estado estacionário do sistema (e.g., na Figura (4.3), quanto menor o valor de ϵ maior a probabilidade do estado 0 em regime estacionário); todavia, o tempo necessário para este convergir também é maior.³

³Curiosamente, este *trade-off* apresenta-se de forma análoga ao considerarmos a convergência de um método numérico iterativo de solução de sistemas (e.g. Gauss Siedel), sendo ϵ o erro tolerado: quanto menor o valor de ϵ , mais precisa é a solução, porém maior é o tempo necessário para a convergência.

Capítulo 7

Conclusão e Trabalhos Futuros

O artista nunca termina seu trabalho; ele apenas o abandona. *Paul Valéry*

Cada cientista consciente deveria lutar contra sua própria teoria. *Rubem Alves*

Neste capítulo final, apresentamos um sumário dos resultados obtidos. Além disto, mencionamos algumas generalizações e extensões.

7.1 Conclusão

É um procedimento padrão na literatura de Economia a aplicação de Teoria dos Jogos para capturar o comportamento humano e prever o que ocorrerá em situações envolvendo conflitos de interesses [51]. Na literatura de Redes de Computadores, esta idéia vem crescendo crescendo. Entretanto, a maioria dos trabalhos na área de redes, neste sentido, vêm salientando *quais* decisões serão tomadas, e *quais* serão os pontos de equilíbrio dos sistemas. Nesta tese, procuramos aumentar o entendimento sobre estas questões, propondo um modelo dinâmico que leva em consideração *como* os usuários fazem suas escolhas.

Assumimos que os usuários adotam um mecanismo de *tentativa e erro* para tomar suas decisões. Isto nos motivou a usar a abordagem utilizada na Teoria dos Jogos evolucionários. Além disto, supomos que os agentes adaptam-se ao ambi-

ente sem que haja uma autoridade central para determinar como cada um deve comportar-se. Acreditamos que esta seja uma abordagem interessante para modelar o problema do congestionamento quando consideramos aplicações multimídias envolvendo a transmissão de vídeo e voz.

Não temos a pretensão de que o modelo proposto corresponda à mais acurada representação do processo dinâmico de como os usuários selecionam as suas estratégias. Entretanto, consideramos que se trata de mais um esforço a fim de aumentar a compreensão sobre a relação entre duas áreas: de um lado, os modelos envolvendo Teoria dos Jogos evolucionários para capturar *como se comportam* os agentes ao defrontarem-se com uma situação de conflito; e do outro, os modelos de Redes de Computadores que determinam o desempenho e a qualidade de aplicações distribuídas.

Neste trabalho, portanto:

- fizemos um apanhado geral (*survey*) sobre a Teoria dos Jogos clássica e a Teoria dos Jogos evolucionários;
- apresentamos alguns dos estudos situados na intersecção entre a literatura de Teoria dos Jogos e a de Redes de Computadores;
- apresentamos um novo modelo, em duas camadas, para capturar o processo adaptativo de como usuários (ou aplicações) em rede, sem uma autoridade para impor como cada qual deve proceder, adaptam a taxa que usam para transmitir dados multimídia, como voz e vídeo;
- demonstramos propriedades analíticas sobre o modelo proposto. Mais precisamente, mostramos usando a teoria da agregação/desagregação uma relação existente entre os estados do modelo que recebem probabilidade não desprezível em regime estacionário e os equilíbrios de Nash do jogo considerado;
- usamos o E-Model e o *mean opinion score* (MOS) para descrever a função de utilidade dos usuários, e assim fizemos uma avaliação numérica do sistema utilizando o modelo proposto.

7.2 Trabalhos Futuros

Dentre os trabalhos futuros e possíveis extensões ao modelo, destacamos:

- realizar experimentos reais, em laboratório, para avaliar o quão acurado é o modelo, e eventualmente ajustá-lo;
- aprimorar a análise transiente;
- levar em consideração novas estratégias para os usuários. Por exemplo, levar em conta que estes podem preferir não usar a rede caso esta esteja muito congestionada;
- avaliar novas aplicações para o modelo (e.g., controle de admissão e diversidade de caminhos);
- provar ou achar contra-exemplos para as conjecturas apresentadas;
- identificar em que casos a partição proposta no Capítulo 5 é única;
- provar mais propriedades analíticas relacionadas ao modelo proposto, principalmente motivando-se nos resultados numéricos apresentados no Capítulo 6. Por exemplo, quanto maior o valor de β em (6.12), mais usuários escolhem transmitir usando a taxa alta;
- os resultados analíticos relativos ao modelo KMR [37] são demonstrados por Kandori, Mailath e Rob com base no trabalho de Freidlin e Wentzell [21]. Acreditamos que uma abordagem alternativa consiste em usar a teoria da agregação/desagregação [57] para prová-los, seguindo a linha de raciocínio empregada para demonstrar o Teorema 14;
- o modelo apresentado nesta tese pode ser usado para que se estabeleçam novas relações entre a literatura de *performability* [15] e a de Teoria dos Jogos;
- fazer um estudo mais cuidadoso sobre a robustez estrutural do modelo proposto, eventualmente seguindo a linha de raciocínio exposta na Seção 3.5.4;

- na tese apresentamos o modelo $M/M/1/k$ para capturar o desempenho da rede. Cabe averiguar o que ocorreria caso fossem adotadas outras políticas de serviço de pacotes, ou se as chegadas de pacotes ao roteador não atendessem à distribuição Poisson. O que ocorreria se estas últimas tivessem dependência de longa duração, por exemplo?
- a troca de alguns elementos iguais a 0 por elementos iguais a $o(\epsilon)$ na matriz P apresentada no Teorema 14 talvez não afete na solução de estado estacionário do sistema, quando $\epsilon \rightarrow 0$. Verificar se isto de fato ocorre, e em que situações;
- procurar entender melhor as relações entre o modelo proposto e os modelos do tipo *nearly completely decomposable* (NCD) [62, 81]. Os estados de um modelo NCD podem ser particionados em blocos de tal forma que as transições inter-blocos têm probabilidade muito menor que as intra-blocos. Apesar de o modelo MFS nem sempre ser do tipo NCD, estes compartilham várias propriedades em comum. Afinal, talvez no modelo MFS cada equilíbrio de Nash possa ser associado à sua bacia de atração, que por sua vez possa ser vista como um bloco da matriz (vide Seção 6.3.1);
- do ponto de vista matemático, pode ser interessante explorar o fato de que a dinâmica proposta nesta tese converge para equilíbrios de Nash. Averiguar se é possível generalizar alguns dos resultados analíticos apresentados. Baseando-se neles, propor um algoritmo que convirja, em certos cenários de forma eficiente, para os equilíbrios de Nash de um jogo mais geral que o proposto nesta tese;
- estudar a relação entre os jogos diferenciais e o modelo proposto nesta tese. Possivelmente considerar uma cadeia de Markov na qual a QoS, para cada jogador, em cada estado, é representada por uma recompensa descrita por um fluido;
- incorporar os efeitos do RTT (*round trip time*) no modelo proposto. Ou seja, analisar o que ocorre caso os usuários não tenham informações instantâneas sobre o estado da rede.

Além disto, acreditamos que outras interpretações para o modelo são factíveis, mas precisam ser amadurecidas. Estas seguem na próxima seção.

7.2.1 Outras Interpretações Para o Modelo MFS

O modelo MFS admite diferentes interpretações, que variam de acordo com o papel assumido pelos agentes no jogo. A primeira interpretação é aquela enfatizada até agora, segundo a qual o *modelo descreve como agentes egocêntricos tomam suas decisões baseados unicamente na QoS por eles percebida*. Assume-se que os usuários não seguem nenhum tipo de protocolo pré-estabelecido, e que a única força que os move na tomada de decisão é o aumento da própria QoS.

Segundo esta interpretação, as mutações devem-se a um dos seguintes fatos: (1) às vezes erros são cometidos porque muitas decisões são feitas sem praticamente nenhuma consideração, de forma que possamos nos concentrar naquelas mais importantes [76]. Ou (2) o mecanismo que o agente usa para inferir qual será a QoS por ele percebida após uma mudança de estratégia é propenso a erros.

As duas próximas interpretações para o modelo são factíveis, mas precisam ser amadurecidas. A segunda interpretação do modelo é que este descreve não o comportamento dos usuários propriamente ditos, mas sim o de um *algoritmo distribuído de controle de congestionamento*. Este algoritmo procura maximizar a QoS percebida pelos usuários. Variantes do mesmo podem vir a ser implementadas por usuários egoístas em cenários nos quais estes não sejam capazes de entrar em um acordo sobre um algoritmo cooperativo de controle de congestionamento. Cada terminal rodando o algoritmo continuamente também executa um mecanismo para inferir a QoS percebida pelo usuário em função de métricas de desempenho como probabilidade de perda, retardo e vazão. O algoritmo então escolhe a taxa de transmissão de dados no intuito de obter a maior QoS possível para o usuário. No entanto, a taxa de transmissão não pode efetivamente ser modificada a uma frequência muito alta sem causar efeitos colaterais, como por exemplo, *flickering* no vídeo (o sistema segundo a primeira interpretação apresentada também está sujeito a este efeito).

Por isto, a probabilidade de fazer-se uma mudança efetiva na taxa é proporcional à expectativa de ganho de QoS. Esta é, por sinal, a justificativa para a hipótese de inércia neste cenário. Finalmente, as transições com taxa ϵ no modelo podem ser causadas por dois motivos: (1) falta de acuidade nos equipamentos que colhem estatísticas da rede, ou seja, problemas de medição. Ou (2) perturbações propositais realizadas pelo algoritmo. Estas perturbações também são aplicadas no mecanismo de *simulated annealing* para prevenir que o sistema estabilize em um ótimo local.

A terceira interpretação consiste em considerar que *o modelo é inferido pelos jogadores que estão interagindo no ambiente considerado*. Ou seja, o modelo serve não apenas para tentar capturar o comportamento dos usuários, como também é usado pelos próprios usuários para que estes tomem suas decisões. Os usuários podem tentar inferir as regras do jogo de que estão participando. Assim, procuram tirar proveito da dinâmica do sistema quando fizerem suas decisões. Para tal, consideram uma estrutura similar à apresentada no modelo proposto.

Apêndice A

Sistemas Dinâmicos

Neste Apêndice apresentamos conceitos básicos da teoria dos sistemas dinâmicos (vide Seção 3.4 e equação A.1) [30, 88, 23, seção 8.6].

Seja $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ um ponto no \mathcal{R}^n . Um sistema dinâmico é um conjunto de equações:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(x_1, \dots, x_n)\end{aligned}\tag{A.1}$$

Um *ponto fixo* \mathbf{x}^* , também chamado de ponto crítico ou ponto estacionário, é um ponto tal que $(f_1(\mathbf{x}^*), \dots, f_n(\mathbf{x}^*)) = \mathbf{f}(\mathbf{x}^*) = (0, \dots, 0)$.

Suponha que um sistema dinâmico esteja no ponto \mathbf{x}_0 no tempo t_0 . Diz-se que o conjunto de pontos através do qual o sistema passa quando $t \rightarrow \infty$ é a *trajetória* do sistema começando em \mathbf{x}_0 .

Se um sistema dinâmico está em um ponto fixo \mathbf{x}^* , ou seja, em um ponto tal que $\mathbf{f}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} = (0, \dots, 0)$, então o sistema permanecerá lá para sempre, e a trajetória iniciando em \mathbf{x}^* é simplesmente \mathbf{x}^* . Entretanto, se perturbarmos o sistema esco-

lhendo um novo ponto inicial x_0 nas proximidades de x^* , diferentes comportamentos podem ser obtidos. Mas antes de prosseguirmos apresentamos algumas definições.

Se $x \in \mathcal{R}^n$, e $r > 0$, definimos uma *bola de raio* r em torno de x , denotada por $B_r(x)$, como o conjunto de pontos $y \in \mathcal{R}^n$ cuja distância a x é menor que r . Definimos uma *vizinhança* de x como qualquer subconjunto de \mathcal{R}^n que contenha alguma *bola* ao redor de x . Finalmente, dizemos que um conjunto em \mathcal{R}^n é um *conjunto aberto* se ele é uma *vizinhança* de cada um de seus pontos.

Uma ϵ -*perturbação* de um sistema dinâmico no ponto fixo x^* é uma trajetória do sistema iniciando no ponto $x_0 \in B_\epsilon(x^*)$, onde $\epsilon > 0$ e $x_0 \neq x^*$. Dizemos que uma trajetória $y(t)$ *aproxima-se* de x^* se $y(t) \rightarrow x^*$ quanto $t \rightarrow \infty$. Dizemos que uma trajetória ϵ -*escapa* de x^* se existe algum t_0 tal que $y(t) \notin B_\epsilon(x^*)$ para todo $t > t_0$; i.e., a partir de algum ponto, a trajetória nunca volta a aproximar-se a uma distância maior que ϵ de x^* .

Se existe algum $\epsilon > 0$ tal que para qualquer $x_0 \in B_\epsilon(x^*)$ a trajetória através de x_0 aproxima-se de x^* , dizemos que x^* é *assintoticamente estável*. O conjunto de pontos $x_0 \in \mathcal{R}^n$ tal que a trajetória através de x_0 aproxima-se de x^* é a *base de atração* do ponto fixo x^* (Figura 3.1(b)).

Se x^* não for assintoticamente estável, mas para qualquer $B_\epsilon(x^*)$ existe um δ e uma bola $B_\delta(x^*)$ tal que para todo ponto $x_0 \in B_\delta(x^*)$ a trajetória iniciando em x_0 nunca sai de $B_\epsilon(x^*)$, dizemos que o ponto fixo x^* é *neutramente estável*. Um caso especial consiste naquele em que a trajetória iniciando em x_0 é uma *órbita fechada* (Figura 3.1(a)).

Se x^* não for nem assintoticamente estável nem neutramente estável, dizemos que x^* é *instável* (Figuras 3.1(c) e 3.1(d)). Mais precisamente, x^* é instável se existe um $\epsilon > 0$ tal que para qualquer bola $B_\delta(x^*)$ há um ponto $x_0 \in B_\delta(x^*)$ tal que a trajetória iniciando em x_0 ϵ -escapa de x^* .

Referências Bibliográficas

- [1] AKELLA, A., SESHAN, S., KARP, R., SHENKER, S., E PAPADIMITRIOU, C. Selfish behavior and stability of the internet: A game theoretic analysis of tcp. In *ACM SIGCOMM* (Pittsburgh, USA, agosto 2002).
- [2] ALEXANDER, J. M. Stanford Encyclopedia of Philosophy. URL <http://plato.stanford.edu/entries/game-evolutionary/>.
- [3] ALTMAN, E., AZOUZI, R. E., E JIMENEZ, T. Slotted aloha as a stochastic game with partial information. In *Proceedings of WiOpt'03* (INRIA, Sophia-Antipolis, France, março 2003).
- [4] ALTMAN, E., AZOUZI, R. E., E POURTALLIER, O. Avoiding paradoxes in multi-agent competitive routing. *Computer Networks: The International Journal of Computer and Telecommunications Networking* 43, 2 (2003), 133–146.
- [5] ALTMAN, E., BOULOGNE, T., AZOUZI, R. E., JIMENEZ, T., E WYNTER, L. A survey on networking games. *Computers and Operations Research* (in press) (2004).
- [6] AXELROD, R. *The Evolution of Cooperation*. Basic Books, New York, NY, 1985.
- [7] BELLMAN, R. E. *Applied Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1962.
- [8] BUDHIRAJA, A., HERNÁNDEZ-CAMPOS, F., V.G.KULKARNI, E SMITH, F. Stochastic Differential Equation for TCP Window Size: Analysis and Experi-

- mental Validantion. *Journal of Probability in the Engineering and Information Sciences* (2003), 111–140. URL <http://www.cs.unc.edu/Research/dirt/proj/tcpmodel/>.
- [9] CARMO, R., DE CARVALHO, L., DE SOUZA E SILVA, E., DINIZ, M., E MUNTZ, R. Performance/Availability Modeling with the TANGRAM-II Modeling Environment. *Performance Evaluation* 33 (1998), 45–65. URL <http://www.land.ufrj.br/tools/tools.html>.
- [10] CHANDRAYANA, K., E KALYANARAMAN, S. Uncooperative congestion control. In *Proc. of the Joint International Conference on Measurement and Modeling of Computer Systems (SIGMETRICS/PERFORMANCE)* (New York, USA, junho 2004).
- [11] CHIU, D., E JAIN, R. Analysis of the increase and decrease algorithms for congestion avoidance in computer networks. *Computer Networks and ISDN Systems* 17 (1989), 1–14.
- [12] COELLO, C. A. C., VELDHUIZEN, D. A. V., E LAMONT, G. B. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Kluwer Academic Publishers, New York, NY, 2002.
- [13] COLE, R. G., E ROSENBLUTH, J. H. Voice over IP performance monitoring. *Computer Communication Review* 31, 2 (2001), 9–24.
- [14] DAVIS, M. D. *Teoria dos Jogos: Uma Introdução Não-Técnica*. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1997.
- [15] DE SOUZA E SILVA, E., E GAIL, H. Performability analysis of computer systems: from model specification to solution. *Performance Evaluation* 14 (1992), 157–196.
- [16] DE SOUZA E SILVA, E., E GAIL, H. Transient Solutions for Markov Chains. In *Computational Probability*, W. Grassmann, Ed. Kluwer, New York, NY, 2000, pp. 44–79.

- [17] DING, L., E GOUBRAN, R. A. Speech quality prediction in VoIP using the extended E-model. *Proc. of IEEE GLOBECOM* (dezembro 2003).
- [18] DREYFUS, S. E. *The Art and Theory of Dynamic Programming (Mathematics in science and engineering)*. Academic Press, 1977.
- [19] FIGUEIREDO, D. R., SHAPIRO, J., E TOWSLEY, D. Payment-based incentives for anonymous peer-to-peer systems. Relatório Técnico UMass CMPSCI 04-62, URL <http://www-net.cs.umass.edu/papers/papers.html>.
- [20] FLOYD, S., PADHYE, J., E WIDMER, J. Equation-based congestion control for unicast applications. In *ACM SIGCOMM* (Stockholm, Sweden, agosto 2000). URL http://www.psc.edu/networking/papers/tcp_friendly.html.
- [21] FREIDLIN, M. I., E WENTZELL, A. D. *Random Perturbations of Dynamical Systems*. Springer Verlag, New York, NY, 1984.
- [22] GARG, R., KAMRA, A., E KHURANA, V. A game-theoretic approach towards congestion control in communication networks. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review 32* (agosto 2002).
- [23] GINTIS, H. *Game Theory Evolving*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2000.
- [24] GLICKSMAN, A. *An Introduction to Linear Programming and the Theory of Games*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, 1963.
- [25] GNU. Speex: a free codec for free speech, 2004. URL <http://www.speex.org/>.
- [26] GRASSMANN, W., TAKSAR, M., E HEYMAN, D. Regenerative analysis and steady state distributions for markov chains. *Operations Research 33* (1985), 1107–1116.
- [27] GREENWALD, A., FRIEDMAN, E., E SHENKER, S. Learning in network contexts: Experimental results from simulations. *Journal of Games and Economic Behavior 35(1/2)* (2001), 80–123.

- [28] HARDIN, G. The tragedy of the commons. *Science Magazine* 162, 13 (1968), 1243–1248. <http://www.sciencemag.org/cgi/reprint/162/3859/1243.pdf>.
- [29] HAVERKORT, B. R., MARIE, R., RUBINO, G., E TRIVEDI, K. S. *Performance Modelling: Techniques and Tools*. Wiley, New York, NY, 2001.
- [30] HOFBAUER, J., E SIGMUND, K. *Evolutionary Games and Population Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, MA, 1998.
- [31] ITU. *ITU-T Recommendation G.107: The E-Model, a computational model for use in transmission planning*. 2000.
- [32] JACOBSON, V. Congestion avoidance and control. In *Proceedings of ACM SIGCOMM'88* (Stanford, CA, USA, agosto 1988), pp. 314–329.
- [33] JAGER, G. Language, games and evolution: Evolutionary game theory. URL http://www.ling.uni-potsdam.de/~jaeger/nasslli04/slides_nasslli04.pdf.
- [34] JENSEN, A. Markoff chains as an aid in the study of Markoff processes. *Skandinavisk Aktuarietidskrift* 36 (1953), 87–91.
- [35] JOHARI, R. Mathematical modeling and control of internet congestion. *SIAM News* 33, 2 (2000).
- [36] JOHARI, R., E TSITSIKLIS, J. N. Efficiency loss in a network resource allocation game. *Mathematics of Operations Research* 29(3) (2004), 407–435.
- [37] KANDORI, M., MAILATH, G., E ROB, R. Learning, mutation, and long run equilibria in games. *Econometrica* 61(1) (1993), 29–56.
- [38] KARR, A. F. Weak convergence of a sequence of markov chains. *Z. Warsch. verw. Geb.* 33 (1975), 41–48.
- [39] KELLY, F. P. Charging and rate control for elastic traffic. *European Transactions on Telecommunications* 8 (1997), 33–37.

- [40] KELLY, F. P., MAULLOO, A. K., E TAN, D. K. H. Rate control for communication networks: shadow prices, proportional fairness and stability. *Journal of the Operational Research Society* 49 (1998), 237–252.
- [41] KEMENY, J., E SNELL, J. L. *Finite Markov Chains*. D.Van Nostrand Company, Inc., Princeton, NJ, 1969.
- [42] KLEINROCK, L. *Queueing Systems, Volume I: Theory*. Wiley Interscience, New York, NY, 1975.
- [43] KODIALAM, M., E T.V.LAKSHMAN. Detecting Network Intrusions via Sampling: A Game Theoretic Approach. In *IEEE INFOCOM* (San Francisco, USA, março 2003).
- [44] KUROSE, J., E ROSS, K. *Computer Networking : A Top-Down Approach Featuring the Internet*, 3rd ed. Addison Wesley, Boston, MA, 2004.
- [45] LIU, Y., ZHANG, H., GONG, W., E TOWSLEY, D. On the interaction between overlay routing and underlay routing. In *Proceedings of IEEE INFOCOM* (Miami, USA, março 2005).
- [46] LOGUINOV, D. CPSC 619-600: Computer Networks, 2005. URL: <http://irl.cs.tamu.edu/courses/619%2D600/>.
- [47] LUMETA. Internet Mapping Project: Map gallery. URL <http://research.lumeta.com/ches/map/gallery/>.
- [48] MACKIE-MASON, J. K., E VARIAN, H. R. Pricing the Internet. In *Public Access to the Internet (edited by Brian Kahin and James Keller)*. MIT Press, Cambridge, MA, 1995, pp. 269–314. URL <http://www-personal.umich.edu/~jmm/papers.html#pi>.
- [49] MAHDAVI, J., E FLOYD, S. TCP-Friendly Unicast Rate-Based Flow Control. URL http://www.psc.edu/networking/papers/tcp_friendly.html.
- [50] MANKIW, N. G. *Introdução à Economia*. Editora Campus, São Paulo, SP, 1999.

- [51] MAS-COLELL, A., WHINSTON, M. D., E GREEN, J. R. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, Oxford, 1995.
- [52] MATLAB. MatLab. URL <http://www.mathtools.com>.
- [53] MAYNARD-SMITH, J. *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press, Cambridge, MA, 1982.
- [54] MAYNARD-SMITH, J., E PRICE, G. R. The logic of animal conflict. *Nature* 246 (1973), 15–18.
- [55] MENASCHÉ, D. S. Applet para visualização de jogos evolucionários envolvendo três estratégias, 2005. URL: <http://www.land.ufrj.br/~sadoc/impa/>.
- [56] MENASCHÉ, D. S., FIGUEIREDO, D. R., E DE SOUZA E SILVA, E. A. An evolutionary game-theoretic approach to congestion control. In *Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores* (Fortaleza, Brazil, maio 2005).
- [57] MEYER, K., 1995. URL <http://meyer.math.ncsu.edu/Meyer>.
- [58] MICKO, H. C. Open and Distance Learning Mathematical Psychology. URL <http://www.mathpsyc.uni-bonn.de/doc/micko/4b.htm>.
- [59] MISRA, V., GONG, W., E TOWSLEY, D. Stochastic differential equation modeling and analysis of tcp window size behavior. In *Proceedings of Performance 1999* (Istanbul, Turkey, 1999).
- [60] MISRA, V., GONG, W., E TOWSLEY, D. A fluid-based analysis of a network of aqm routers supporting tcp flows with an application to red. In *Proceedings of SIGCOMM* (Stockholm, Sweden, agosto 2000).
- [61] MOHAMED, S., E RUBINO, G. A study of real-time packet video quality using random neural networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology* 12(12) (2002).
- [62] MUNTZ, R. R., E SILVA, E. A. S. *Métodos Computacionais de Solução de Cadeias de Markov: Aplicações a Sistemas de Computação e Comunicação*. VIII Escola de Computação, Brazil, 1992.

- [63] MYERSON, R. B. *Game Theory: Analysis of Conflict*. Harvard University Press, Cambridge, MA, 1997.
- [64] NAGLE, J. On packet switches with infinite storage. IETF Request For Comments (RFC) 970, 1985.
- [65] NASH, J. Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36 (1950), 48–49.
- [66] NOWAK, M. A., E MAY, R. M. *Virus Dynamics: Mathematical Principles of Immunology and Virology*. Oxford University Press, Oxford, 2000.
- [67] NOWAK, M. A., E SIGMUND, K. Evolutionary dynamics of biological games. *Science Magazine* 303, 6 (2004), 793–14. URL http://www.ped.fas.harvard.edu/pdf_files/Science04.pdf.
- [68] ODLYZKO, A. M. Paris metro pricing: The minimalist differentiated services solution. In *Seventh International Workshop on Quality of Service (IWQoS '99)*, *IEEE* (1999), pp. 159–161. URL <http://www.dtc.umn.edu/~odlyzko/doc/complete.html>.
- [69] ODLYZKO, A. M. Data networks are lightly utilized, and will stay that way. *Review of Network Economics* 2, 3 (2003), 210–237.
- [70] OSBORNE, M. J., E RUBINSTEIN, A. *A Course in Game Theory*. The MIT Press, Cambridge, MA, 1994.
- [71] PAPADIMITRIOU, C. H. Algorithms, games, and the internet. In *STOC 2001* (Crete, Greece, julho 2001).
- [72] PETERSON, L. Advanced Protocol Design. URL <http://www.cs.arizona.edu/protocols/>.
- [73] POLKING, J. C. ODE Software for Matlab (pplane and dfield). URL <http://math.rice.edu/~dfield/>.

- [86] VON NEUMANN, J., E MORGENSTERN, O. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1944.
- [87] YOUNG, H. P. The evolution of conventions. *Econometrica* 61(1) (1993), 57–84.
- [88] ZEEMAN, E. C. Population dynamics from game theory. In *Lecture Notes in Mathematics 819: Global Theory of Dynamical Systems* (New York, NY, junho 1979), Z.Nitecki e C.Robinson, Eds., Springer-Verlag, pp. 471–497.
- [89] ZHANG, Y., KANG, S.-R., E LOGUINOV, D. Delayed Stability and Performance of Distributed Congestion Control. In *ACM SIGCOMM* (Portland, Oregon, setembro 2004). URL <http://irl.cs.tamu.edu/people/yueping/papers/sigcomm2004.pdf>.
- [90] ZHONG, S., YANG, Y., E CHEN, J. Sprite: A simple, cheat-proof, credit-based system for mobile ad hoc networks. In *Proceedings of IEEE INFOCOM* (San Francisco, USA, março 2003).

Índice Remissivo

- ótimo
 - Pareto, 19
- AIMD, 4, 62
- algoritmo
 - Chiu-Jain, 5
 - genético, 51
- ameaça sem credibilidade, 32
- backward induction, 32
- bifurcação
 - de Hopf degenerada, 54
 - transcrítica, 53
- cadeia de Markov, 76, 88
- carona, 22, 69
- conjunto quase absorvente, 91
- corte alfa-beta, 32
- denial of service attack, 67
- dinâmica
 - estocástica, 55, 75, 85
 - replicador, 44, 52, 80, 88
- E-Model, 100, 110
- egocentrismo, 87
- equação diferencial estocástica, 9, 76
- equilíbrio
 - Nash, 18, 54, 87, 95
 - com estratégias mistas, 16
- estrito, 18
- subjogo-perfeito, 32
- estratégia
 - evolucionariamente estável (ESS),
 - 41
 - gatilho, 34
 - mista, 16
 - payoff dominante, 80
 - pura, 16
 - risco dominante, 80
- FEC, 12
- fila M/M/1/k, 99
- Floyd, Sally, 8
- hacker, 67
- inércia, 87
- jogo
 - Águia-Pomba-Burguês, 23, 25, 42,
 - 49, 82
 - Batalha dos Sexos, 23, 29
 - Coordenação, 23, 78
 - Dilema do Prisioneiro, 17, 19–21
 - estratégico, 15
 - estratégico com estratégias mistas,
 - 16

- evolucionário, 36
- extensivo, 32
- Galinha, 23
- Pedra-Papel-Tesoura, 23, 51, 52
- perturbado, 51
- repetido, 33, 66
- soma zero, 26, 66
- Stag Hunt, 78
- Kelly, Frank, 58
- Leilão de Vickrey, 25, 57
- mecanismo
 - de incentivo, 69
 - Mechanism Design, 69
 - de tarifação, 68
- miopia, 87
- modelo em duas camadas, 88
- mutação, 87
- Nash, John, 17, 30
- Paradoxo de Braess, 68
- peer-to-peer (P2P), 69
- performability, 89
- poda de sub-árvores, 32
- ponto fixo, 44, 54
 - estável, 44
- programação linear, 27
 - PPL dual, 28, 67
- protocolo
 - TCP, 3, 10
 - UDP, 10
- rede ad-hoc, 69
- risco, 80
- RTT, 5, 121
- segurança, 67
- simulated annealing, 124
- Smith, Maynard, 36, 41
- tentativa e erro, 35, 36, 119
- teorema
 - Minimax, 28, 67
 - Nash, 19
- tolerância a falhas, 89
- tráfego
 - elástico, 11, 58
- Tragédia dos Bens Comuns, 20, 56, 69
- uniformização, 96, 116
- Uta stansburiana, 24, 50, 51, 53
- Von Neumann, 14, 26