



# UMA ABORDAGEM HÍBRIDA COM APRENDIZADO POR REFORÇO PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES CAPACITADAS EM DOIS NÍVEIS

Juliana Nunes Rangel

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas e Computação, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Sistemas e Computação.

Orientadores: Nelson Maculan Filho  
Pedro Henrique González Silva

Rio de Janeiro  
Setembro de 2025

UMA ABORDAGEM HÍBRIDA COM APRENDIZADO POR REFORÇO PARA O  
PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES CAPACITADAS EM DOIS  
NÍVEIS

Juliana Nunes Rangel

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO  
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE  
ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO  
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Orientadores: Nelson Maculan Filho  
Pedro Henrique González Silva

Aprovada por: Prof. Nelson Maculan Filho  
Prof. Pedro Henrique González Silva  
Prof. Renan Vicente Pinto  
Prof. Yuri Abitbol de Menezes Frota

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
SETEMBRO DE 2025

Nunes Rangel, Juliana

Uma abordagem híbrida com Aprendizado por Reforço para o Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em Dois Níveis/Juliana Nunes Rangel. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2025.

IX, 34 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Nelson Maculan Filho

Pedro Henrique González Silva

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, 2025.

Referências Bibliográficas: p. 30 – 34.

1. Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em Dois Níveis. 2. Recozimento Simulado. 3. Meta-heurística. I. Maculan Filho, Nelson *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação. III. Título.

# Agradecimentos

A conclusão desta dissertação representa não apenas o fim de uma etapa acadêmica, mas também a soma de esforços e gestos de carinho que recebi ao longo desta trajetória.

À minha família, Júlio, Laura, Larissa e Thiago, deixo meu agradecimento mais profundo. Foram a base e o alicerce em todos os momentos, me apoiando com amor, paciência e palavras de encorajamento quando o caminho parecia difícil. Sem a compreensão e o afeto de vocês, esta conquista não teria o mesmo significado.

Ao professor Ronaldo Malheiros Gregório, sou grata pelo exemplo de dedicação, pelo conhecimento transmitido com generosidade e pela inspiração que me motivou a entrar para UFRJ. Cada ensinamento recebido foi essencial para minha formação e crescimento.

Aos meus orientadores, registro um agradecimento especial ao professor Maculan pela confiança, pela orientação cuidadosa e pela disposição em compartilhar suas experiências. Ao professor Pedro, agradeço por me ajudar a encontrar o problema a ser estudado, o desenvolvimento de novos estudos, a sabedoria compartilhada, a paciência, todo o suporte que me foi dado nesse período e principalmente pelo meu crescimento acadêmico. Vocês foram guias fundamentais, não apenas no campo acadêmico, mas também como inspiração de profissionalismo e ética.

Aos amigos, Aline, Amanda, Beatris, Caroline, Jéssica, Marcella, Matheus e aos demais amigos do Laboratório de Otimização, agradeço pela presença constante, pelo incentivo nas horas de incerteza e pela alegria compartilhada nos momentos de conquista. Em especial, agradeço ao meu amigo Gabriel, cuja ajuda foi indispensável ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Sua disponibilidade para tirar dúvidas, discutir ideias e oferecer apoio, mesmo nos momentos mais desafiadores, fez toda a diferença para que eu pudesse superar obstáculos e seguir em frente com mais confiança. Vocês tornaram esta jornada mais leve, mais humana e mais significativa.

Por fim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para que este trabalho fosse possível, expresso minha sincera gratidão. Cada gesto de apoio, por menor que parecesse, teve grande importância para que eu chegasse até aqui.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## UMA ABORDAGEM HÍBRIDA COM APRENDIZADO POR REFORÇO PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES CAPACITADAS EM DOIS NÍVEIS

Juliana Nunes Rangel

Setembro/2025

Orientadores: Nelson Maculan Filho

Pedro Henrique González Silva

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Esta dissertação de mestrado aborda o Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em Dois Níveis (PFLC2n), que envolve a escolha de localização para fábricas e depósitos com restrições de capacidade e demanda. Trata-se de um problema de elevada relevância no âmbito das cidades inteligentes, que fazem uso de tecnologias avançadas para otimizar a prestação de serviços. O objetivo do problema consiste em reduzir os custos de abertura de instalações e do fluxo de produtos. Para solucionar este problema, este trabalho propõe uma nova metodologia híbrida, denominada GSA-CS-QVND-LB que combina a utilização das meta-heurísticas *Generalized Simulated Annealing* (GSA) e *Clustering Search* (CS) que identificam e reúnem soluções de alta qualidade. A partir do agrupamento dessas soluções, são aplicadas estratégias de busca local orientadas por um algoritmo de *Reinforcement Learning*, seguido de *Local Branching*. Os resultados obtidos por meio dos testes computacionais mostraram soluções de alta qualidade em tempo computacional competitivo em comparação com os dados mais recentes reportados na literatura.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## A HYBRID REINFORCEMENT LEARNING APPROACH TO THE TWO-STAGE CAPACITATED FACILITY LOCATION PROBLEM

Juliana Nunes Rangel

September/2025

Advisors: Nelson Maculan Filho

Pedro Henrique González Silva

Department: Systems Engineering and Computer Science

This master's thesis addresses the Two-Stage Capacitated Facility Location Problem (TSCFLP), which involves choosing the location of factories and warehouses with capacity and demand constraints. This is a highly relevant problem in the context of smart cities, which use advanced technologies to optimize service provision. The objective of the problem is to reduce the costs of opening facilities and reducing product flow. To solve this problem, this work proposes a new hybrid methodology, called GSA-CS-QVND-LB, which combines the use of Generalized Simulated Annealing (GSA) and Clustering Search (CS) metaheuristics to identify and cluster high-quality solutions. After clustering these solutions, local search strategies guided by a Reinforcement Learning algorithm are applied, followed by Local Branching. The results obtained through computational tests presented high-quality solutions in competitive computational time compared to the most recent data reported in the literature.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Revisão da literatura</b>	<b>3</b>
2.1 Análise Quantitativa . . . . .	3
2.2 Análise Qualitativa . . . . .	5
<b>3 Definição do Problema</b>	<b>9</b>
<b>4 Metodologia</b>	<b>12</b>
4.1 Heurística Construtiva Semi-Gulosa . . . . .	13
4.2 GSA . . . . .	16
4.3 Clustering Search . . . . .	18
4.4 Busca Local . . . . .	18
4.4.1 Reinforcement Learning (QVND) . . . . .	19
4.5 Local Branching . . . . .	21
<b>5 Experimentos Computacionais</b>	<b>22</b>
5.1 Detalhes de Implementação . . . . .	22
5.2 Resultados Computacionais . . . . .	23
<b>6 Conclusões e Trabalhos futuros</b>	<b>28</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>30</b>

# Lista de Figuras

2.1	Número de trabalhos por ano . . . . .	6
3.1	Rede com 2 fábricas, 4 depósitos e 5 clientes. . . . .	10
4.1	Fluxo da metodologia híbrida GSA-CS-QVND-LB . . . . .	13
4.2	Rede com 2 fábricas, 4 depósitos e 6 clientes . . . . .	15
4.3	Rede com uma fábrica fechada . . . . .	15
4.4	Rede com um depósito fechado . . . . .	16
4.5	Reinforcement Learning . . . . .	20



# Lista de Tabelas

2.1	Análise quantitativa por base de dados . . . . .	5
2.2	Artigos Seleccionados . . . . .	5
2.3	Métodos utilizados no PLFC2n . . . . .	8
5.1	Valores testados e seleccionados para cada parâmetro GSA-CS-QVND-LB.	23
5.2	Comparação entre GSA-CS-QVND-LB e CS-ALNS-LB para o conjunto de instâncias com 50 fábricas . . . . .	26
5.3	Comparação entre GSA-CS-QVND-LB e CS-ALNS-LB para o conjunto de instância com 100 fábricas . . . . .	27

# Capítulo 1

## Introdução

Por toda a história, as cidades estabeleceram-se como marco fundamental da civilização e do progresso CAMPOS (2025). As cidades inteligentes representam atualmente uma evolução dos centros urbanos por meio da incorporação de tecnologias avançadas, promovendo sustentabilidade, eficiência e qualidade de vida (SILVA *et al.*, 2024). No cenário atual, a entrega de um produto que pode ser comprado em qualquer lugar do mundo tornou-se um serviço essencial nas grandes cidades (REVISTA VEJA, 2020). Nesse contexto, um planejamento eficiente da localização de instalações logísticas pode reduzir custos de transporte e melhorar o atendimento ao cliente. O problema que modela essa decisão é conhecido como Problema de Localização de Facilidades (PLF), e sua variante capacitada em dois níveis (PLFC2n) adiciona complexidade ao incluir dois tipos de instalações, fábricas e depósitos, com restrições de capacidade e demanda.

Em um problema de localização de facilidades, a decisão consiste em definir os locais onde serão abertas as fábricas e os depósitos a partir de um conjunto de locais candidatos disponíveis, respeitando as restrições para minimizar o custo total. As restrições incluem o limite de capacidade das fábricas, depósitos e a demanda de clientes. O custo total abrange os custos fixos para abrir as instalações e o custo variável associado ao transporte da fábrica para o depósito e do depósito para cliente.

Com o passar do tempo, foram propostas variantes do PLFC2n. Uma aplicação notável da decomposição de Benders à otimização de redes logísticas foi apresentada por GEOFFRION e GRAVES (1974) para resolver um problema de distribuição *multicommodity* com fonte única. Para TRAGANTALERNGSAK *et al.* (1997) os depósitos são carregados com mercadorias de uma única fábrica e um cliente é atendido por apenas um depósito. PIRKUL e JAYARAMAN (1998) propõe relaxação Lagrangiana para resolver um problema com diversas fontes e mercadorias. Em KLOSE (2000) e TRAGANTALERNGSAK *et al.* (2000), assume-se que as fábricas são previamente fixas, sendo aplicadas técnicas como relaxação Lagrangiana e métodos exatos. Uma revisão mais ampla pode ser encontrada em KLOSE e

DREXL (2005). WANG e WATADA (2013) apresenta uma formulação inovadora para o PLFC2n, incorporando incertezas *fuzzy* nos custos operacionais variáveis e nas demandas.

Dentre as diferentes abordagens existentes na literatura, o foco deste trabalho será no Problema de Localização de capacidades em dois níveis para um único produto apresentada por LITVINCHEV e ESPINOSA (2012). Nesse caso, além de determinar a localização das fábricas, considera-se também determinar a localização dos depósitos.

Para o nosso trabalho propomos uma metodologia híbrida para resolver o PLFC2n com o objetivo de explorar o espaço de busca de forma mais eficiente e reduzir a probabilidade de estagnação em ótimos locais. A proposta combina a meta-heurística *Generalized Simulated Annealing* (GSA) com a estratégia *Clustering Search* (CS), integrando ainda uma busca local estruturada por meio da técnica *Variable Neighborhood Descent* (VND). A exploração das vizinhanças é orientada dinamicamente por um algoritmo de *Reinforcement Learning*, especificamente o *Q-learning*, que define a ordem de vizinhanças com base no desempenho acumulado. Ao final do processo, aplica-se uma etapa de refinamento sobre a melhor solução encontrada, utilizando a técnica de *Local Branching*. Essa composição de abordagens dá origem à metodologia GSA-CS-QVND-LB, que busca equilibrar, ao longo de toda a busca, a exploração do espaço de soluções com a intensificação nas regiões mais promissoras.

O restante desta dissertação está organizada em mais cinco capítulos. O Capítulo 2 apresenta os principais trabalhos existentes na literatura sobre o problema. O Capítulo 3 fornece uma descrição detalhada do PLFC2n e apresenta uma formulação de programação inteira mista. No Capítulo 4 está descrito o método proposto e seus principais componentes. Os experimentos computacionais e resultados compõem o Capítulo 5. E por fim, a conclusão e sugestões para trabalhos futuros encontram-se no Capítulo 6.

# Capítulo 2

## Revisão da literatura

Para explorar o tema foi realizada uma busca sistemática da literatura seguindo a metodologia KITCHENHAM *et al.* (2010), com o propósito de mapear, avaliar e sintetizar os estudos mais relevantes sobre o Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em dois níveis. Ele se destaca como uma extensão relevante dos modelos clássicos de localização, incorporando a necessidade de decisão sobre a abertura de facilidades em diferentes níveis sob restrições de capacidade e demanda. Esse problema reflete situações reais em cadeias de suprimentos complexas, nas quais a configuração da rede logística deve equilibrar custos de abertura, operação e transporte, ao mesmo tempo em que atende demandas de forma eficiente (MESA e BRIAN BOFFEY, 1996; OWEN e DASKIN, 1998). As aplicações práticas do PLFC2n são amplamente observadas em diferentes setores industriais e de serviços.

No contexto da distribuição de combustíveis, por exemplo, o modelo é empregado para definir a localização de refinarias, centros de distribuição e postos de abastecimento, garantindo eficiência no transporte e respeito às restrições de capacidade. Em operações de e-commerce e varejo, o PLFC2n orienta a escolha de centros de distribuição regionais e armazéns intermediários que asseguram rapidez na entrega de pedidos, otimizando custos logísticos e melhorando a experiência do cliente.

Para atender os objetivos deste capítulo, ele está organizado em duas seções. A primeira Seção 2.1 aborda uma análise quantitativa dos artigos selecionados na revisão bibliográfica em seguida a Seção 2.2 apresenta uma análise descritiva dos principais artigos relacionados ao PLFC2n.

### 2.1 Análise Quantitativa

A revisão bibliográfica deste estudo foi elaborada a partir das Bases de dados Scopus, Science Direct, Web of Science e IEEE Xplore, sem determinação de período de tempo. A escolha dessas bases ocorreu devido a sua extensa cobertura de periódicos.

As palavras-chave utilizadas foram "Facility Location Problem", "Capacity", "Two levels / two stages" e "Optimization methods". Em português foi utilizado "Problema de Localização de Facilidades", "Capacidade", "Dois níveis / dois estágios" e "Métodos de otimização". A sequência de busca utilizada foi: ("two-echelon" OR "two-level" OR "two-stage") AND ("capacitated facility location" OR "facility location problem" OR "location-allocation problem") AND ("optimization" OR "metaheuristic" OR "heuristic" OR "exact method" OR "mathematical model" OR "mixed integer programming" OR "MIP" OR "MILP" OR "linear programming"). A base de dados ScienceDirect impõe um limite de busca de 8 conectores booleanos por campo de busca, então foi necessário quebrar a string em partes menores. Para isso foi utilizado: ("two-echelon" OR "two-level") AND "facility location" AND (optimization OR heuristic OR metaheuristic OR MILP). A base de dados Web of Science não retornou nenhum resultado, então foi necessário testar partes da string individualmente para garantir a abrangência da busca.

A ferramenta utilizada para a revisão sistemática nesse trabalho é a Parsifal. Ela é uma ferramenta on-line desenvolvida para planejar e conduzir a revisão sistemática criada a partir de KITCHENHAM *et al.* (2010).

Todos os resultados encontrados foram importados para a ferramenta. Em seguida é feita uma seleção manual dividida em 4 etapas:

1. Encontrados: Esta é a primeira etapa do processo. Nesta classificação são reunidos todos os resultados encontrados utilizando a palavra-chave e a sequência de busca nas principais bases de dados: Scopus, Science Direct, Web of Science e IEEE Xplore.
2. Duplicados: Nesta etapa é indicado o número de artigos que aparecem em mais de uma base de dados. Os artigos repetidos são identificados e removidos.
3. Filtrado: Nesta etapa os artigos são filtrados de acordo com as palavras-chave, resumo e texto de maior relevância para o tema.
4. Selecionados: Por fim, esta etapa representa o número de artigos escolhidos para uma análise mais detalhada.

Tais etapas asseguram uma revisão ampla e fundamentada em evidências, reduzindo possíveis vieses e promovendo a qualidade dos estudos selecionados para análise. A tabela a seguir apresenta um resumo dos resultados obtidos.

De acordo com a Tabela 2.1 foram encontrados um total de 402 artigos. A Base de dados Science Direct é responsável por uma taxa de 50% dos artigos selecionados. Todos os artigos selecionados foram listados em ordem cronológica na tabela Tabela 2.2.

Tabela 2.1: Análise quantitativa por base de dados

Base de dados	Encontrados	Duplicados	Filtrados	Selecionados
Scopus	137	16	12	3
Science Direct	258	9	12	4
Web of Science	0	0	0	0
IEEE Xplore	7	2	3	1
<b>Total</b>	402	27	27	8

Tabela 2.2: Artigos Selecionados

Autor	Base de dados
LITVINCHEV e OZUNA ESPINOSA (2012)	Scopus
FERNANDES <i>et al.</i> (2014a)	Science Direct
LOUZADA <i>et al.</i> (2016)	Science Direct
GUO <i>et al.</i> (2017)	Scopus
BIAJOLI <i>et al.</i> (2018)	Scopus
GONZALEZ <i>et al.</i> (2019b)	Science Direct
SOUTO <i>et al.</i> (2021a)	IEEE Xplore
SOUTO <i>et al.</i> (2021b)	Science Direct

Após a análise quantitativa das publicações presentes em cada base de dados, é fundamental examinar a sua distribuição temporal, a fim de compreender a evolução da pesquisa científica para o PLFC2n ao longo dos anos. De acordo com a Figura 2.1 o período entre 2012-2014 aponta o surgimento do interesse pelo tema. Apesar do número reduzido, 2016 a 2019 se caracteriza por uma constância discreta, com uma regularidade de ao menos um trabalho por ano. A ausência de trabalhos em 2020 pode estar relacionada as interrupções/adequações institucionais causadas pela COVID-19. Em 2021 com a publicação de dois trabalhos marca a retomada da atividade de pesquisa.

## 2.2 Análise Qualitativa

Nesta seção é realizada uma análise qualitativa com objetivo de investigar as principais abordagens aplicadas ao PLFC2n. Para isso, faremos uma interpretação dos resultados mais relevantes.

LITVINCHEV e OZUNA ESPINOSA (2012) abordam o Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em Dois Estágios, em que um único produto é produzido em fábricas com capacidade limitada e transportado para depósitos também com capacidade limitada e em seguida distribuído aos clientes. O objetivo é determinar o conjunto de instalações a serem abertas e o fluxo de transporte entre elas, de modo a satisfazer toda a demanda ao menor custo total. São propostos dois modelos

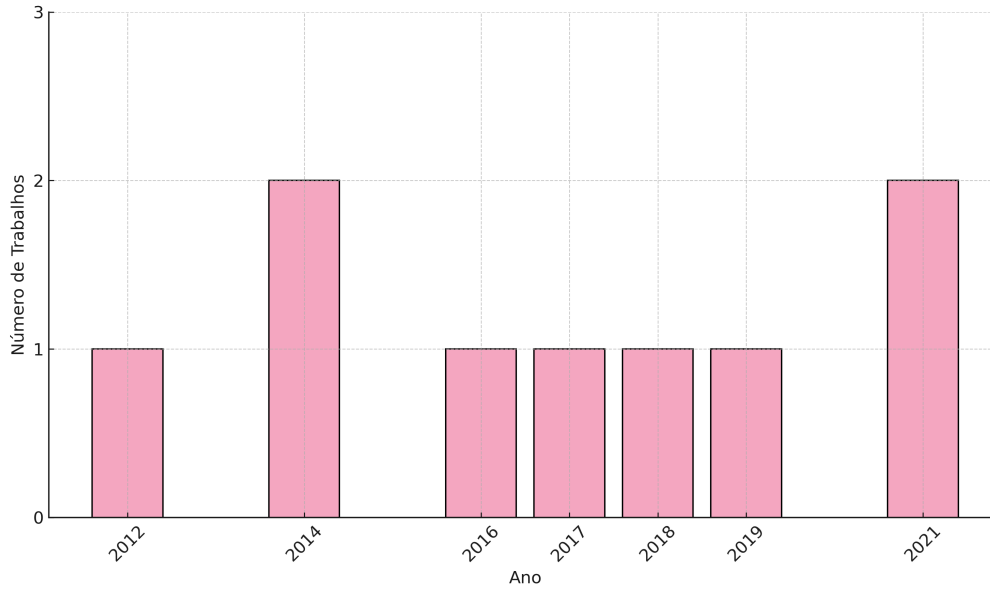


Figura 2.1: Número de trabalhos por ano

matemáticos de programação inteira mista e a partir dessas formulações, os autores constroem e comparam relaxações Lagrangianas, explorando a decomposição do problema em subproblemas independentes. A principal contribuição deste artigo está na caracterização detalhada das estruturas poliedrais das formulações e na análise comparativa das relaxações baseada em critérios duais e primais e na proposição de uma heurística simples baseada em indicadores de saturação das instalações.

Para competir com as heurísticas Lagrangianas citadas anteriormente, FERNANDES *et al.* (2014b) propõe um Algoritmo Genético (AG) simples e eficaz. O AG compreende duas heurísticas construtivas (uma gulosa e outra baseada em arredondamento de relaxações lineares), operadores de crossover e mutação, avaliados por um algoritmo de fluxo de custo mínimo e um procedimento de elitismo aplicado sequencialmente para melhorar o indivíduo de elite.

Um método heurístico híbrido é proposto por LOUZADA *et al.* (2016). A meta-heurística *Clustering Search* (CS) é combinada a um algoritmo exato para resolver o PLFC2n. A CS é utilizada para definir quais as fábricas e os depósitos devem ser abertos, enquanto o algoritmo exato de fluxo de redes é utilizado para definir o fluxo de produtos entre fábricas e depósitos e depósitos e clientes. Os resultados obtidos pelos experimentos computacionais foram comparados com o Algoritmo Genético mencionado anteriormente.

Para a maioria dos algoritmos evolucionários como o AG, é necessário um grande número de avaliações da função de aptidão tornando a resolução do problema computacionalmente cara. A principal inovação metodológica em GUO *et al.* (2017) é o uso da *Extreme Learning Machine* (ELM) como modelo substituto para avaliação

de aptidão. O algoritmo híbrido HEA (*Hybrid Evolutionary Algorithm With Fitness Approximation*) compreende operadores genéticos clássicos (seleção, cruzamento adaptativo e mutação) e busca local intensiva sobre o melhor indivíduo de cada geração. A população inicial é parcialmente construída por 2 heurísticas específicas:

1. Cost Benefit Ranking (CBR) que prioriza instalações com menor razão entre custo e capacidade.
2. Heurística de arredondamento baseada na relaxação do MILP original.

Ambas seguem uma fase de correção para garantir viabilidade (algoritmo MIH) assegurando que a capacidade instalada seja suficiente para atender a demanda total. A função de avaliação ELM é aprimorada iterativamente, à medida que mais indivíduos com a avaliação exata são adicionados ao conjunto de treinamento.

A fim de investigar e melhorar os resultados já existentes sobre o PLFC2n, BIA-JOLI *et al.* (2019) propõe a metaheurística *Biased Random-key Genetic Algorithm* (BRKGA) combinada a uma busca local (*Local Search*) que ainda não havia sido aplicada para este problema. Apesar de apresentar vantagens como flexibilidade, simplicidade conceitual e capacidade de processamento paralelo, o BRKGA+LS demanda um extenso processo de calibração, que requer um número significativo de testes e elevado tempo computacional. A seleção dos parâmetros pode afetar a qualidade do algoritmo no que se trata de desempenho da solução e tempo computacional. Em geral, essa abordagem encontrou boas soluções em um tempo aceitável.

Para tirar vantagem das boas características da fase de construção, GONZALEZ *et al.* (2019b) combina a meta-heurística *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) com um procedimento de busca local (*Local Branching*) para resolução do PLFC2n. O diferencial do GRASP é a geração de soluções iniciais baseada em três premissas básicas: gulosa (*Greedy*), aleatória (*Randomized*) e adaptativa (*Adaptive*) RIBEIRO (2014). O método utilizado foi capaz de resolver instâncias maiores sem aumento significativo no tempo de processamento em relação as menores e obteve resultados próximos aos melhores conhecidos.

Seguindo uma abordagem de hibridização, SOUTO *et al.* (2021a) propuseram o Hybrid Biased Random-Key Genetic Algorithm (HBRKGA) para a resolução do Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em 2 Níveis. O algoritmo integra o potencial exploratório do BRKGA com a intensificação promovida por duas buscas locais: a Random Variable Neighborhood Search e o Local Branching.

A hibridização de algoritmos tem melhorado a eficiência na localização de instalações pois combina os pontos fortes de diferentes meta-heurísticas e técnicas de otimização para encontrar soluções de alta qualidade em um tempo computacional reduzido. SOUTO *et al.* (2021b) aborda uma hibridização das meta-heurísticas



*Clustering Search*(CS) e *Adaptive Large Neighborhood Search*(ALNS) combinada com uma técnica de *Local Branching*(LB). Quanto ao tempo computacional, o método empatou ou superou em 80% dos resultados apresentados para este conjunto de instâncias. Foi aproximadamente 25% mais rápido que o CS+CPLEX rodando na mesma máquina e quase 20% mais rápido que o BRKGA.

A fim de reunir e sistematizar as principais abordagens propostas para o PLFC2n, a Tabela 2.3 destaca o aprimoramento das técnicas utilizadas pelos autores.

Tabela 2.3: Métodos utilizados no PLFC2n

Autor	Heurística	Algoritmo Exato	Método Híbrido
LITVINCHEV e OZUNA ESPINOSA (2012)		X	
FERNANDES <i>et al.</i> (2014a)	X		
LOUZADA <i>et al.</i> (2016)	X	X	X
GUO <i>et al.</i> (2017)	X		X
BIAJOLI <i>et al.</i> (2018)			X
GONZALEZ <i>et al.</i> (2019b)	X		X
SOUTO <i>et al.</i> (2021a)	X		X
SOUTO <i>et al.</i> (2021b)	X		X
<b>Nosso Método</b>	X	X	X

Com o passar dos anos, a escolha entre utilizar heurísticas, algoritmos exatos, meta-heurística e hibridização foi tornando-se cada vez mais sofisticada. Trabalhos iniciais, como LITVINCHEV e ESPINOSA (2012) concentrou-se em algoritmos exatos, utilizando relaxação lagrangeana. Em FERNANDES *et al.* (2014b) foi utilizado meta-heurística básica, através de um Algoritmo Genético. Enquanto métodos mais recentes como GUO *et al.* (2017); BIAJOLI *et al.* (2020) e SOUTO *et al.* (2021b) introduziram técnicas híbridas combinando algumas meta-heurísticas, busca local e aprendizado por reforço para refinar a qualidade da solução.

No contexto desta revisão da literatura, o método GSA-CS-QVND-LB proposto neste trabalho, alinha-se com os trabalhos recentes que vai além da utilização de heurísticas simples até a combinação de múltiplas técnicas avançadas. Conforme melhor descrita no Capítulo 4.

## Capítulo 3

### Definição do Problema

O PLFC2n é um problema que pode ser modelado como um problema de Programação Inteira Mista (MIP) que envolve a definição da localização para instalação de fábricas e depósitos, bem como o planejamento do fluxo de produtos entre esses pontos. Nesse problema, os produtos devem ser transportados das fábricas para os depósitos e, posteriormente, destes para os clientes, sendo obrigatório que o fluxo passe pelos depósitos antes de chegar ao destino final.

O objetivo do problema consiste em minimizar os custos de abertura e transporte de produtos entre os níveis, assegurando que a demanda dos clientes seja atendida e as restrições de capacidade das instalações sejam respeitadas. Na Figura 3.1, proposta em SOUTO *et al.* (2021b), é ilustrado o fluxo de produtos numa rede de 2 fábricas, 4 depósitos e 5 clientes, onde  $I$  representa o conjunto das fábricas,  $J$  o conjunto dos depósitos e  $K$  o conjunto de todos os clientes. Com os seus respectivos custos de abertura,  $f_i$  para as fábricas e  $g_j$  para os depósitos. As capacidades  $b_i$  para fábricas e  $p_j$  para os depósitos, bem como os custos de transportes de primeiro nível (fábrica-depósito)  $c_{ij}$  e segundo nível (depósito-cliente)  $d_{jk}$ . Por fim, é ilustrado também as demandas  $q_k$  de cada um dos clientes.

A formulação matemática adotada neste trabalho foi originalmente proposta por LITVINCHEV e OZUNA ESPINOSA (2012), conforme apresentada a seguir.

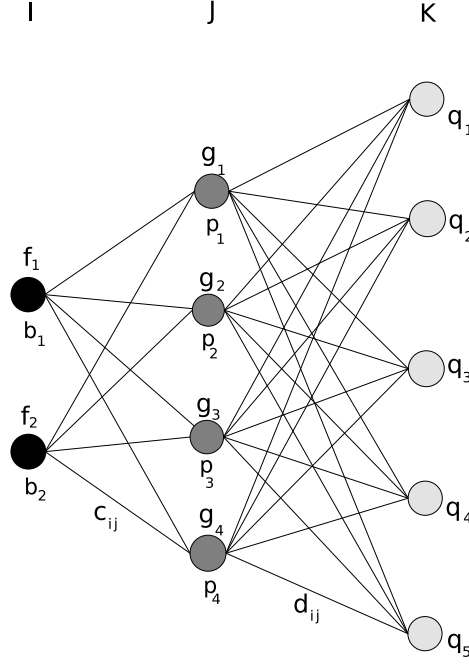


Figura 3.1: Rede com 2 fábricas, 4 depósitos e 5 clientes.  
(SOUTO *et al.*, 2021b)

$$\min \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{j \in J} g_j z_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} d_{jk} s_{jk} \quad (3.1)$$

$$\sum_{j \in J} s_{jk} \geq q_k \quad \forall k \in K \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq \sum_{k \in K} s_{jk} \quad \forall j \in J \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq b_i y_i \quad \forall i \in I \quad (3.4)$$

$$\sum_{k \in K} s_{jk} \leq p_j z_j \quad \forall j \in J \quad (3.5)$$

$$x_{ij} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i \in I, j \in J \quad (3.6)$$

$$s_{jk} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall j \in J, k \in K \quad (3.7)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad (3.8)$$

$$z_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \quad (3.9)$$

As variáveis  $y_i$  e  $z_i$  são binárias e indicam abertura/fechamento de fábricas e depósitos, respectivamente. As variáveis de decisão  $x_{ij}$  e  $s_{jk}$  configuram a quantidade de produto transportado da fábrica  $i$  para o depósito  $j$  e do depósito  $j$  para o cliente  $k$ , nesta ordem.

A função objetivo (3.1) tem como propósito minimizar os somatório dos custos de

abertura de fábricas e depósitos, bem como dos custos associados ao transporte dos produtos (fluxo). A família de Restrições (3.2) garante o atendimento da demanda de todos os clientes, enquanto a família de Restrições (3.3) assegura que a quantidade de produtos enviada dos depósitos aos clientes não exceda a quantidade recebida pelos depósitos. A família de Restrições (3.4) e (3.5) impõem os limites de capacidade das fábricas. Por fim, a família de Restrições (3.6) a (3.9) definem os domínios das variáveis de decisão.

# Capítulo 4

## Metodologia

Para resolver o problema PLFC2n, este trabalho propõe uma abordagem híbrida composta por múltiplas etapas complementares, organizadas de forma a equilibrar a exploração do espaço de soluções com a intensificação em regiões promissoras.

A partir da solução inicial obtida por meio da Heurística Construtiva (Seção 4.1), aplica-se o algoritmo *Generalized Simulated Annealing* (GSA) (Seção 4.2), responsável por explorar o espaço de busca de maneira ampla e eficaz. O GSA se destaca por sua capacidade de escapar de ótimos locais e identificar regiões promissoras em espaços complexos e multimodais, resultando em soluções robustas.

Cada solução gerada durante a execução do GSA serão então submetidas à etapa de *Clustering Search* (CS) (Seção 4.3). Nessa fase, as soluções são agrupadas com base em critérios de similaridade e qualidade, permitindo focar a intensificação da busca em subconjuntos promissores do espaço de soluções. Dentro de cada *cluster*, são aplicadas técnicas de busca local por meio de uma estrutura adaptativa denominada QVND, uma integração entre o algoritmo de *Reinforcement Learning* (Q-learning) e o método *Variable Neighborhood Descent* (VND) (Seção 4.4). Essa integração permite selecionar dinamicamente a ordem de vizinhança mais adequada a ser explorada com base em uma tabela treinada previamente, favorecendo o equilíbrio entre a exploração de novas ações para descobrir melhores estratégias e a exploração de ações conhecidas para maximizar recompensas.

Finalmente, uma etapa de *Local Branching* (Seção 4.5) é aplicada usando a melhor solução encontrada. Essa etapa tem como objetivo refinar a solução por meio da exploração sistemática de uma vizinhança restrita ao redor do ótimo local, buscando melhorias incrementais que elevem ainda mais a qualidade da solução final.

A metodologia proposta, GSA-CS-QVND-LB, é ilustrada na Figura 4.1 e descrita em detalhes nas subseções seguintes.

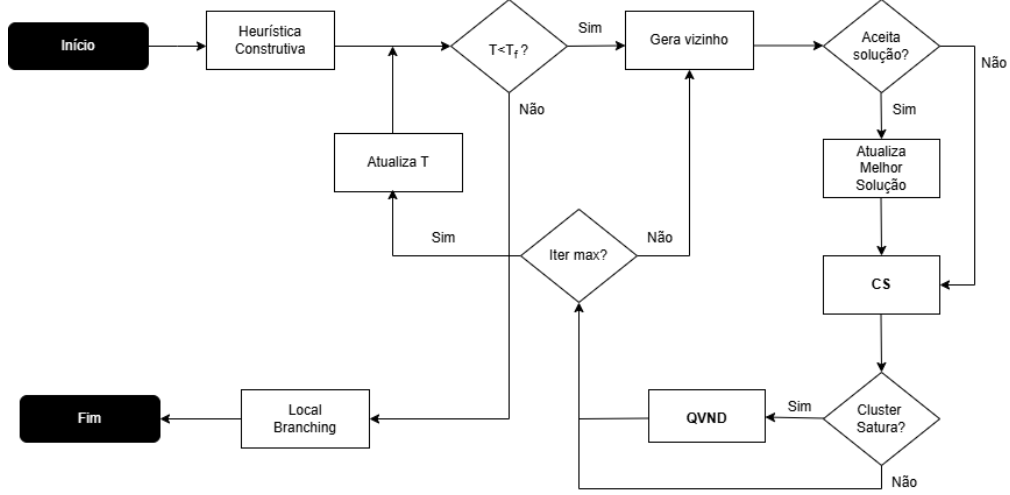


Figura 4.1: Fluxo da metodologia híbrida GSA-CS-QVND-LB

## 4.1 Heurística Construtiva Semi-Gulosa

A heurística construtiva semi-gulosa utilizada neste trabalho, baseada em (SOUTO *et al.*, 2021b), tem como objetivo gerar uma solução inicial viável para o algoritmo GSA. O processo envolve a seleção de um subconjunto de fábricas e depósitos a serem abertos, seguido do cálculo do fluxo de custo mínimo na rede.

Primeiramente, fábricas são selecionadas iterativamente a partir de uma lista de candidatos restrita ( $CL1$ ), construída com base em uma função de custo-benefício. A seleção continua até que a soma das capacidades das fábricas escolhidas seja suficiente para atender à demanda total dos clientes. Para construir a ( $CL1$ ) a seguinte equação foi utilizada como relação custo-benefício:

$$h_i^1 = \frac{f_i + \sum_{j \in J} c_{ij}}{b_i}, \forall i \in I \quad (4.1)$$

$$h_{min} = \min_{i \in X} \{h_i\}, h_{max} = \max_{i \in X} \{h_i\}, \alpha \in [0, 1]. \quad (4.2)$$

Depois de estabelecida a relação de custo-benefício é possível construir a ( $CL1$ ) como apresentado a seguir:

$$CL_1 = \{i \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{F} | h_{min}^1 \leq h_i^1 \leq h_{max}^1 + \alpha(h_{min}^1 - h_{max}^1)\} \quad (4.3)$$

$$h_{min} = \argmin_{i \in X} \{h_i\}, h_{max} = \argmax_{i \in X} \{h_i\}, \alpha \in [0, 1]. \quad (4.4)$$

onde  $h_{min}^1 = \argmin_{i \in \mathcal{I}} \{h_i^1\}$ ,  $h_{max}^1 = \argmax_{i \in \mathcal{I}} \{h_i^1\}$ ,  $\alpha \in [0, 1]$  e  $F$  é o conjunto de fábricas já abertas.

Em seguida, aplica-se um procedimento análogo para selecionar os depósitos, utilizando uma lista de candidatos restrita (*CL2*) também baseada em custo-benefício, até garantir a cobertura da demanda. Para construir a (*CL2*) a seguinte equação foi utilizada como relação custo-benefício:

$$h_j^2 = \frac{f_j + \sum_{k \in K} d_{jk}}{p_j}, \forall j \in J \quad (4.5)$$

Empregando a relação de custo-benefício acima, a (*CL2*) é formada de acordo com a seguinte regra:

$$CL_2 = \{j \in J \setminus D \mid h_{min}^2 \leq h_j^2 \leq h_{max}^2 + \alpha(h_{min}^2 - h_{max}^2)\} \quad (4.6)$$

$$h_{min} = \operatorname{argmin}_{i \in X} \{h_i\}, h_{max} = \operatorname{argmax}_{i \in X} \{h_i\}, \alpha \in [0, 1]. \quad (4.7)$$

onde  $h_{min}^2 = \operatorname{argmin}_{j \in J} \{h_j^2\}$ ,  $h_{max}^2 = \operatorname{argmax}_{j \in J} \{h_j^2\}$ ,  $\alpha \in [0, 1]$  e  $D$  é o conjunto de depósitos já abertos. A abordagem construtiva vai variar entre gulosa ou aleatória de acordo com o parâmetro  $\alpha$  nas Equações 4.3 e 4.6.

---

**Algorithm 1:** Heurística Construtiva Semi-Gulosa

---

```

1 Data:  $\mathcal{I}, \mathcal{J}, \mathcal{K}, \alpha$ 
2 begin
3    $\mathcal{F} \leftarrow \emptyset$ ;
4   while  $\sum_{i \in \mathcal{F}} b_i < \sum_{k \in \mathcal{K}} q_k$  do
5      $CL_1^{min} \leftarrow \text{GeraListaCandidatos}(\mathcal{I}, \mathcal{F}, \alpha)$ ;
6      $\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{F} \cup \text{rand}(CL_1)$ ;
7   end
8    $\mathcal{D} \leftarrow \emptyset$ ;
9   while  $\sum_{j \in \mathcal{D}} p_j < \sum_{k \in \mathcal{K}} q_k$  do
10     $CL_2^{min} \leftarrow \text{GeraListaCandidatos}(\mathcal{J}, \mathcal{D}, \alpha)$ ;
11     $\mathcal{D} \leftarrow \mathcal{D} \cup \text{rand}(CL_2)$ ;
12  end
13   $s_{best} \leftarrow \text{CalculoFluxo}(\mathcal{F}, \mathcal{D})$ ;
14 end

```

---

No último passo, com as instalações abertas definidas, realiza-se o cálculo do fluxo de custo mínimo na rede, considerando os menores custos de transporte para calcular o valor da função objetivo da solução inicial  $s_{best}$ . A representação descrita no Capítulo 3 define as fábricas e depósitos a serem abertos ou fechados. Contudo, precisa ser definido também o custo do fluxo de transporte de produtos que saem das fábricas para depósitos e de depósitos para clientes. Neste trabalho, utilizaremos a mesma abordagem de LOUZADA *et al.* (2016).

Para realizar o cálculo do custo do fluxo é necessário construir uma estrutura em rede (um grafo). Esse fluxo precisa estar bem definido pois pode interferir no custo final na função objetivo. E para tal finalidade, foi utilizado o *solver* comercial CPLEX.

Os nós na rede são representados por cada posição possível para instalação de fábricas, depósitos e todos os clientes. Os arcos que conectam os nós dos diferentes níveis são formados pelas ligações existentes entre todas as fábricas e depósitos e todos os depósitos e clientes.

A construção da rede completa é uma tarefa cara, sendo assim, é construída uma única vez. Para ilustrar o problema, a Figura 4.2 representa uma rede completa, com todos os nós e arcos para 2 fábricas, 4 depósitos e 6 clientes. Nós artificiais, representados por losangos, foram adicionados à rede para auxiliar no cálculo do fluxo. Cada nó artificial inserido possui arcos para todas as fábricas (representadas por círculos) e cada arco saindo desse nó contém a mesma capacidade da respectiva fábrica. Um nó artificial foi estabelecido para cada depósito (representado por triângulo), somente um arco liga o nó artificial ao respectivo depósito. A capacidade deste arco é a mesma do depósito correspondente.

Quando for necessário abrir ou fechar fábricas ou depósitos, isto é, adicionar ou remover nós, basta ativar ou desativar o arco correspondente. A demanda total dos clientes parte de um único ponto: o nó artificial das fábricas. A Figura 4.3 exemplifica o fechamento de uma fábrica (representado pela linha pontilhada). A capacidade do arco que liga o nó artificial à fábrica fechada é definida como zero, ou seja, se o arco não possui capacidade então nenhum fluxo passará por ele. Para abrir a fábrica basta atribuir o valor da capacidade da fábrica ao arco correspondente. O mesmo procedimento é repetido para o Figura 4.4.

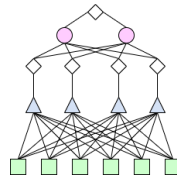


Figura 4.2: Rede com 2 fábricas, 4 depósitos e 6 clientes

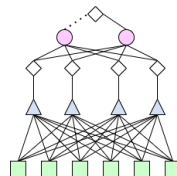


Figura 4.3: Rede com uma fábrica fechada

A soma desses custos representa o valor da função objetivo da solução gerada. A sequência de passos descrita é formalizada no Algoritmo 1. A heurística construtiva



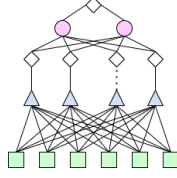


Figura 4.4: Rede com um depósito fechado

semi-gulosa gera uma solução inicial viável, que são as instalações abertas mais o fluxo de custo mínimo para inicializar as próximas etapas do método híbrido GSA-CS-QVND-LB. A próxima Seção 4.2 apresenta o componente responsável por explorar o espaço de busca.

## 4.2 GSA

O *Generalized Simulated Annealing* (GSA) foi proposto por TSALLIS e STARI-OLO (1996) como uma extensão unificada do *Classical Simulated Annealing* (CSA) (KIRKPATRICK *et al.*, 1983) e do *Fast Simulated Annealing* (FSA) (SZU e HARTLEY, 1987). Enquanto o CSA simula o processo de recozimento de sólidos utilizando uma distribuição gaussiana e estatísticas de Boltzmann–Gibbs para gerar e aceitar novos estados, e o FSA emprega uma distribuição de Cauchy–Lorentz de cauda pesada para permitir passos maiores e um resfriamento mais rápido, o GSA integra ambas as abordagens sob a ótica da termostática não-extensiva (TSALLIS, 1988).

Para tanto, o GSA introduz dois parâmetros,  $q_v$  e  $q_A$ , que regulam, respectivamente, as distribuições de visitação e de aceitação de novas soluções, conferindo ao algoritmo maior flexibilidade para equilibrar exploração e intensificação. Em particular, quando  $q_v = 2$  e  $q_A = 1$ , o GSA se reduz ao comportamento do CSA, e quando  $q_v = 1$  recupera o comportamento do FSA. Essa generalização permite que o GSA se adapte automaticamente a diferentes funções objetivo, melhorando a capacidade de escapar de mínimos locais e acelerar a convergência em comparação aos métodos clássicos.

Diante do que foi exposto, o funcionamento do algoritmo GSA pode ser sintetizado, seguindo o mesmo formato do exposto em (SOUTO *et al.*, 2024a):

- **Inicialização:** Escolhe-se um estado inicial arbitrário  $x_1$  e uma temperatura inicial elevada  $T_{q_v}(1)$ .
- **Geração e aceitação de candidatos:** Para cada iteração  $t$ :
  1. Gera-se um novo estado  $x_{t+1}$  a partir de  $x_t$  usando a distribuição de visitação  $g_{q_v}(\Delta x_t)$  (Equação 4.8).
  2. Calcula-se a energia  $E(x_{t+1})$ .

3. Decide-se aceitar  $x_{t+1}$  com probabilidade  $P_{q_A}(x_t \rightarrow x_{t+1})$  (Equação 4.10).
- **Resfriamento:** As temperaturas de visitação  $T_{q_v}(t)$  e de aceitação  $T_A(t)$  são gradualmente reduzidas, normalmente por um fator de decaimento  $0 < \alpha < 1$ , até que se alcance a temperatura mínima desejada.
  - **Reaquecimento adaptativo:** Caso ocorra um número consecutivo de iterações sem melhoria e ainda haja permissão para reaquecimentos, incrementa-se a temperatura para intensificar a diversificação e escapar de ótimos locais.
  - **Perturbações por Cauchy-Hybrid:** As operações de adição, remoção e troca são conduzidas segundo uma distribuição *Cauchy-Hybrid*, que ajusta o tamanho do passo combinando a temperatura, um fator adaptativo de melhoria e um termo iterativo, garantindo um equilíbrio eficaz entre exploração e intensificação (SOUTO *et al.*, 2024a).

A distribuição de visitação  $g_{q_v}(\Delta x_t)$  para  $\Delta x_t = x_{t+1} - x_t$  é dada por:

$$g_{q_v}(\Delta x_t) \propto \left[ 1 + (q_v - 1) \frac{(\Delta x_t)^2}{T_{q_v}(t)} \right]^{\frac{1}{1-q_v}} \quad (4.8)$$

com a temperatura de visitação definida como:

$$T_{q_v}(t) = \frac{T_{q_v}(1)}{(1 + t)^{\frac{2}{q_v-1}}}, \quad (4.9)$$

e a probabilidade de aceitação generalizada adaptada de Metropolis:

$$P_{q_A}(x_t \rightarrow x_{t+1}) = \begin{cases} 1, & \text{se } E(x_{t+1}) < E(x_t), \\ \left[ 1 + (q_A - 1) \frac{E(x_{t+1}) - E(x_t)}{T_A(t)} \right]^{\frac{1}{q_A-1}}, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.10)$$

Dessa forma, o GSA oferece uma estrutura flexível e adaptativa para a resolução de problemas de otimização combinatória, como o PLFC2n. Sua capacidade de incorporar mecanismos de controle permite ajustar dinamicamente a estratégia de busca ao longo das iterações, favorecendo tanto a diversificação quanto a intensificação conforme necessário. Essa característica é relevante onde o espaço de soluções é vasto e com muitos ótimos locais, como neste trabalho. Ao combinar diferentes distribuições de visitação e aceitação, além de estratégias como o reaquecimento adaptativo e perturbações baseadas na distribuição *Cauchy-Hybrid*, o GSA se mostrou útil e eficaz para a geração de soluções de alta qualidade, servindo como um componente fundamental na abordagem híbrida proposta.

### 4.3 Clustering Search

A meta-heurística *Clustering Search*(CS) foi apresentada por (OLIVEIRA e LORENA, 2007). Desse modo é possível unir meta-heurísticas com objetivo de identificar regiões potencialmente promissoras no espaço de busca, afim de que mecanismos de busca local sejam aplicados de forma eficaz, aumentando assim as chances de encontrar soluções de alta qualidade, conforme (CHAVES *et al.*, 2015)

A meta-heurística GSA foi utilizada para gerar soluções para a CS. Então, cada nova solução é analisada e inserida no cluster de acordo com uma métrica de distância. Neste trabalho foi utilizado a distância de *Hamming*. Se o volume do cluster atingir seu limite, ou seja, for saturado o mesmo torna-se promissor e então é realizado um procedimento de busca local. A técnica de busca local implementada neste trabalho foi *Variable Neighborhood Descent*(VND) com um método de aprendizado por reforço conhecido como Q-learning.

### 4.4 Busca Local

Uma vez que um dado *cluster* atinge seu limite máximo de soluções, a busca local é iniciada. Dado o uso de múltiplas estruturas de vizinhança, adotamos a estratégia *Variable Neighborhood Descent* (VND) (HANSEN e MLADENOVIC, 2003).

Neste trabalho, consideramos três estruturas de vizinhança: troca de uma instalação aberta por uma fechada (Vizinhança de Troca), fechamento de instalações abertas (Vizinhança de Fechamento) e abertura de instalações fechadas (Vizinhança de Abertura). Em todas, empregou-se a estratégia de melhor melhoria (*best-improvement*), conforme descrito em SOUTO *et al.* (2021b).

Para evitar a avaliação de soluções inviáveis, especialmente custosa no PLFC2n, adotamos a estratégia de filtragem proposta por LOUZADA *et al.* (2016). Define-se um número mínimo ( $\pi$ ) e máximo ( $\beta$ ) de instalações com base na demanda total e nas capacidades ordenadas das instalações. Essa filtragem é aplicada nas vizinhanças de Fechamento e Abertura, reduzindo substancialmente o espaço de busca.

Para realizar essa filtragem as instalações são classificadas em ordem crescente de capacidade. Em seguida, um subconjunto de instalações é criado adicionando instalações daquela com menor capacidade para a de maior capacidade até que a soma das capacidades neste conjunto seja maior ou igual a soma das demandas dos clientes. Uma vez que esse processo é feito, a cardinalidade do subconjunto obtido é o número máximo ( $\beta$ ) necessário para o tipo de instalação escolhida. O processo para obter o número mínimo ( $\pi$ ) é semelhante ao processo para determinar ( $\beta$ ). A diferença é que para criar o subconjunto deve-se classificar a capacidade das instalações em ordem decrescente até que a soma das capacidades seja maior ou igual

a soma das demandas dos clientes.

Essa estratégia funciona tanto para vizinhanças de abertura quanto para vizinhanças de fechamento, dessa forma foi empregada para ambas. Neste trabalho, optou-se pela utilização do algoritmo VND Generalizado (descrito no Algoritmo 2), cuja principal vantagem em relação à versão pura é a alteração na ordem das estruturas de vizinhança a cada chamada.

---

**Algorithm 2:** VND

---

```

1 Data: Solucao,  $s$ , order
2 begin
3    $\mathcal{N} \leftarrow \text{order} (\text{Neighborhood } N^{swap}, N^{close}, N^{open});$ 
4    $k \leftarrow 1$  ;
5    $s_{best} \leftarrow s$ ;
6   while  $k \leq 3$  do
7     Encontrar o melhor vizinho  $s' \in N^k(s)$ ;
8     if  $f(s') < f(s_{best})$  then
9        $s_{best} \leftarrow s'$ ;
10       $k \leftarrow 1$ ;
11    else
12       $k \leftarrow k + 1$ ;
13    end
14  end
15  return  $s_{best}$ ;
16 end

```

---

#### 4.4.1 Reinforcement Learning (QVND)

O Aprendizado de Máquina envolve um campo conhecido como *Reinforcement Learning* (RL). A componente RL envolve a configuração de um ambiente e um agente. O agente interage com o ambiente realizando uma série de ações e recebe um *feedback* na forma de uma recompensa e um novo estado, como ilustrado na Figura 4.5.

- O agente é o algoritmo;
- O ambiente é o espaço adaptativo do problema ;
- A ação é a decisão que o agente de RL executa para interagir com o ambiente;
- O estado é a métrica;
- A recompensa é o valor atribuído como recompensa ou punição por realizar uma ação.

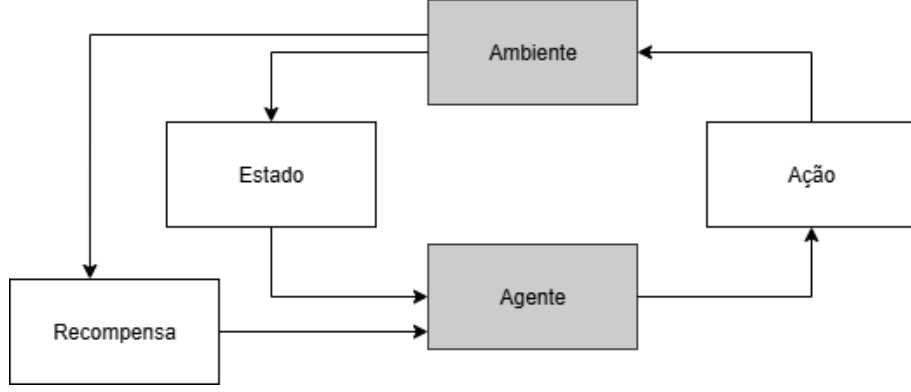


Figura 4.5: Reinforcement Learning

As vizinhanças foram organizadas em uma estratégia estruturada para incorporar aprendizado por reforço por meio do algoritmo *Q-learning*, resultando na abordagem conhecida como QVND SOUTO *et al.* (2024b); ALVES *et al.* (2024). Neste ponto, a componente RL é responsável por receber o estado atual e oferecer uma Lista de Vizinhança com movimentos ordenados de forma que o VND (QVND) possa levar a uma melhor exploração dos espaços de solução.

Essa abordagem permite selecionar, de forma adaptativa, a ordem de vizinhança mais promissora a ser explorada com base no estado atual da busca. Tornando essa exploração das vizinhanças mais eficiente e permitindo que o processo de busca se adapte dinamicamente ao longo da execução.

Para isso, o agente de *Q-learning* utiliza como estado uma métrica que expressa a qualidade da solução corrente em relação à melhor solução conhecida até o momento. Essa métrica é dada pelo gap relativo, conforme definido em SOUTO *et al.* (2024b):

$$Q_{\text{gap}} = \frac{S_{\text{melhor}}}{S_{\text{atual}}} - 1.$$

Com base nesse estado, o agente consulta uma tabela *Q* previamente treinada para selecionar uma ação, isto é, definir a ordem em que as vizinhanças serão exploradas no contexto do VND. O objetivo é guiar a busca de maneira mais eficiente, equilibrando a intensificação (exploração profunda de boas soluções) e a diversificação (exploração de novas regiões do espaço de busca).

A função de recompensa (*reward*) foi concebida para valorizar soluções próximas da melhor conhecida, com recompensas discretas atribuídas conforme o  $Q_{\text{gap}}$  percentual em relação ao valor de referência:  $-5$  para gap negativo ( $< 0\%$ ),  $0$  para gap nulo ( $= 0\%$ ),  $5$  para gap entre  $0\%$  e  $5\%$ ,  $10$  entre  $5\%$  e  $10\%$ ,  $15$  entre  $10\%$  e  $50\%$ , e  $25$  para gap superior a  $50\%$ . Essa parametrização em faixas permite ao algoritmo de busca local priorizar regiões com maior potencial de melhoria de forma dinâmica e eficiente.

A literatura recente reforça a eficácia da combinação entre aprendizado por reforço e heurísticas em problemas de otimização combinatória (SOUTO *et al.*, 2024b; CHAVES e LORENA, 2021; HASSAN e PILLAY, 2022; SONG *et al.*, 2023; CUI e YUAN, 2023). Ainda assim, para escapar de ótimos locais, incorporamos uma etapa adicional de intensificação com base em *Local Branching*, detalhada na próxima seção.

## 4.5 Local Branching

Utilizamos a abordagem de *Local Branching*, proposta por (FISCHETTI e LODI, 2003), que pode ser usada para refinar soluções viáveis previamente através de modelos de programação inteira mista. Essa técnica tem se mostrado eficaz em diversos contextos na literatura (GONZALEZ *et al.*, 2016; GONZALEZ e BRANDÃO, 2018). Ela é especialmente útil para problemas combinatórios difíceis, como PLFC2n (SOUTO *et al.*, 2021b), onde encontrar soluções ótimas globais pode ser computacionalmente inviável para grandes instâncias.

No caso específico do PLFC2n, dado uma solução viável  $s = \langle \bar{y}, \bar{z} \rangle \in P$ , onde  $P$  representa o poliedro definido pelas Restrições (3.2)–(3.9), adicionam-se ao modelo as seguintes desigualdades para limitar o número de variáveis que podem ser alteradas:

$$\sum_{i \in I | \bar{y}_i = 0} y_i + \sum_{i \in I | \bar{y}_i = 1} (1 - y_i) \leq \Delta_1, \quad (4.11)$$

$$\sum_{j \in J | \bar{z}_j = 0} z_j + \sum_{j \in J | \bar{z}_j = 1} (1 - z_j) \leq \Delta_2, \quad (4.12)$$

onde  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  são parâmetros inteiros positivos que controlam o tamanho da vizinhança, limitando a quantidade de variáveis  $y_i$ ,  $i \in \mathcal{I}$  e  $z_j$ ,  $j \in \mathcal{J}$  que podem ser modificadas em relação à solução de referência.

# Capítulo 5

## Experimentos Computacionais

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia proposta para o PLFC2n e compará-los com o atual estado da arte. O objetivo central é avaliar a capacidade do método em gerar soluções de alta qualidade, dentro de tempos computacionais aceitáveis, para diferentes classes de instâncias, variando em tamanho e complexidade.

O capítulo está organizado em duas seções. A Seção 5.1 resume a implementação, os parâmetros e a descrição das instâncias. A Seção 5.2 apresenta os experimentos computacionais e uma comparação entre o GSA-CS-QVND-LB e o atual estado da arte.

### 5.1 Detalhes de Implementação

A implementação da metodologia proposta GSA-CS-QVND-LB foi realizada na linguagem C++, utilizando o compilador GCC 11.4.0, com integração ao solver comercial IBM CPLEX 22.1.2 para a resolução dos modelos de programação inteira mista. Os experimentos foram executados em uma máquina com processador Intel Core i7-11800H (até 4,60 GHz) e 64 GB de memória RAM.

A escolha dos parâmetros é essencial para a realização dos experimentos. Diversos testes foram realizados para ajustar seus parâmetros. Nesses testes, foram selecionados empiricamente: no método construtivo, o parâmetro  $\alpha$ , para o algoritmo GSA foi utilizado temperatura inicial  $T_i$ , temperatura final  $T_f$ , fator de resfriamento  $\alpha_2$ , número máximo de iterações  $max_{iter}$ , parâmetro de distribuição  $q_A = 3$ , fator de reaquecimento  $r_f$  e número máximo de reaquecimentos  $max_r = 15$ . Em relação ao *clustering*, o volume máximo do cluster como  $v_{max}$  e o  $\lambda$  para o *Threshold CS*. Para o procedimento de *local branching* os desvios foram  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$ . Por fim, os parâmetros do Q-learning foram definidos como: taxa de aprendizado  $\kappa$ , número de épocas  $n_{ep}$  e fator de desconto  $\gamma$ . Os valores de cada parâmetro estão resumidos na Tabela 5.1.

As instâncias de referência são fundamentais na avaliação e comparação de

Tabela 5.1: Valores testados e selecionados para cada parâmetro GSA-CS-QVND-LB.

Parâmetros	Intervalos	Valores selecionados
$\alpha_1$	$\{0, 60; 0, 65; 0, 70; 0, 75; 0, 80; 0, 85; 0, 90\}$	0,75
$T_i$	$\{200; 300; 400; 500; 600\}$	500
$T_f$	$\{0, 80; 0, 60; 0, 40; 0, 20; 0, 05\}$	0,20
$\alpha_2$	$\{0, 35; 0, 40; 0, 45; 0, 50; 0, 55; 0, 60; 0, 65; 0, 70; 0, 75\}$	0,55
$max_{iter}$	$\{20; 40; 60; 80; 100\}$	20
$q_A$	$\{1, 0; 1, 5; 2, 0; 2, 5; 3, 0; 3, 5\}$	3
$r_f$	$\{1, 5; 2, 0; 2, 5; 3, 0\}$	2,5
$max_r$	$\{5, 10, 15, 20\}$	15
$v_{max}$	$\{60; 80; 100; 120; 140\}$	100
$\lambda$	$\{15, 20, 25, 30, 35\}$	30
$\Delta_1$	$\{0, 65; 0, 70; 0, 75; 0, 80\}$	0,80
$\Delta_2$	$\{0, 65; 0, 70; 0, 75; 0, 80\}$	0,80
$n_{ep}$	$\{1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000\}$	5000
$\kappa$	$\{0, 05; 0, 10; 0, 15; 0, 20\}$	0,10
$\gamma$	$\{0, 30; 0, 60; 0, 90; 0, 95\}$	0,90

métodos de solução do Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em 2 níveis (PLFC2n). Para comparar a metodologia GSA-CS-QVND-LB com a literatura foram consideradas instâncias *benchmark*, originalmente propostas por FERNANDES *et al.* (2014a) e estão organizadas em dois grupos distintos, disponibilizados por SOUTO *et al.* (2021b). O primeiro conjunto é composto por 25 instâncias, cada uma contendo 50 fábricas, 100 depósitos e 200 clientes. O segundo conjunto também possui 25 instâncias, mas com o dobro da dimensão: 100 fábricas, 200 depósitos e 400 clientes. Ambos os conjuntos estão subdivididos em cinco classes, cada uma representando diferentes configurações e características.

## 5.2 Resultados Computacionais

Esta seção apresenta o desempenho do modelo proposto GSA-CS-QVND-LB sobre o conjunto de instâncias do Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em 2 níveis (PLFC2n) (FERNANDES *et al.*, 2014a), considerando as diferentes configurações e tamanho. A análise dos resultados inclui uma comparação com o atual estado da arte CS-ALNS-LB SOUTO *et al.* (2021b).

A métrica principal de comparação é o (*gap*) da solução em relação aos melhores valores de custos conhecidos,  $\text{gap} = \left( \frac{Sol_{heurística}}{Sol_{LowerB}} \right) - 1$ . A análise de desempenho da heurística proposta é realizada para um conjunto de instâncias com base em três métricas principais: a qualidade da solução, o tempo computacional e o *gap*.

Onde  $Sol_{heurística}$  é o valor da solução obtida pelo método avaliado e  $Sol_{LowerB}$  representa o valor da relaxação no nó zero para cada uma das instâncias apresentadas



por GUO *et al.* (2017).

Com o objetivo de avaliar a eficiência do método proposto, as Tabelas 5.2 e 5.3 apresentam os resultados de dez execuções para cada um dos dois conjuntos de instâncias, em comparação com o estado da arte representado pelo CS-ALNS-LB, aplicado ao problema PLFC2n. Para cada instância, são reportados: o limite inferior (**LowerB**), o melhor custo de solução encontrado (**Melhor Custo**), o tempo médio de execução, o gap em relação à melhor solução (**gap\_bst**) e à solução média (**gap\_avg**). Também são apresentados o custo médio, o desvio padrão das soluções (**Dp Solução**) e dos tempos (**Dp Tempo**), além dos respectivos coeficientes de variação (**CV Sol** e **CV Tempo**). A seguir, discutimos os resultados obtidos em termos de qualidade das soluções e desempenho computacional.

Para as 25 instâncias do primeiro conjunto na Tabela 5.2, o GSA-CS-QVND-LB superou o CS-ALNS-LB em 12% das instâncias obteve gaps estritamente menores e, nas demais, empatou. Em média tivemos um ganho relativo no gap de 0,3%. Numa perspectiva de desempenho computacional, o nosso método reduziu o tempo médio em 5,5% e, em 80% dos casos, o método proposto apresentou reduções que ultrapassam 40% nos exemplos mais difíceis (por exemplo, instância 3 da Classe 1 passou de 56,22s para 35,29s).

Nas instâncias grandes (100 fábricas, 200 depósitos, 400 clientes), segundo a Tabela 5.3 com praticamente o dobro de variáveis de decisão, o comportamento permanece consistente em termos de qualidade: o GSA-CS-QVND-LB igualou ou superou o gap do concorrente em 68% das instâncias. O custo dessa melhoria foi um acréscimo modesto de tempo 3,4% em relação ao CS-ALNS-LB. Observa-se, entretanto, que o método proposto ainda foi mais rápido em 40% das instâncias, evidenciando um balanço entre exploração global (GSA) e intensificação local (QVND-LB) mesmo em instâncias maiores.

Apesar dessa similaridade global, uma análise mais minuciosa revela aspectos importantes. O método CS-ALNS-LB apresenta ligeira superioridade em algumas instâncias isoladas, principalmente em termos do (**gap\_bst**), o que sugere sua eficácia em encontrar soluções de alta qualidade em cenários específicos. Entretanto, o GSA-CS-QVND-LB destaca-se por manter resultados muito próximos, com baixa variabilidade e comportamento consistente ao longo de diferentes tamanhos de instância. Essa característica indica maior estabilidade, um fator crítico em aplicações reais, nas quais a confiabilidade do método é tão relevante quanto a qualidade da melhor solução encontrada.

Outro ponto a ser ressaltado é a estrutura híbrida do GSA-CS-QVND-LB, que combina metaheurísticas de busca (GSA e CS) com intensificação por QVND e refinamento via Local Branching (LB). Essa arquitetura favorece o equilíbrio entre exploração e intensificação, permitindo que o método evite a estagnação em ótimos

locais e, ao mesmo tempo, refine as soluções promissoras. O desempenho competitivo frente ao CS-ALNS-LB valida a eficácia da integração proposta e reforça seu potencial como alternativa inovadora para o PLFC2n.

Do ponto de vista prático, os resultados sugerem que o GSA-CS-QVND-LB pode ser considerado um método viável e robusto para cenários de maior escala, nos quais a estabilidade e a confiabilidade assumem papel central. Contudo, é importante reconhecer suas limitações. O tempo computacional tende a crescer em instâncias maiores, o que indica a necessidade de estudos adicionais sobre mecanismos de aceleração computacional.

Tabela 5.2: Comparação entre GSA-CS-QVND-LB e CS-ALNS-LB para o conjunto de instâncias com 50 fábricas

Instâncias (50 Fábricas, 100 Depósitos e 200 Clientes)																
			CS-ALNS-LB					GSA-CS-QVND-LB								
ID	Class	LowerB	Melhor Custo	Tempo	gap_avg	gap_bst	Melhor Custo	Custo	Custo Médio	Dp Solução	CV Sol	Tempo	Dp Tempo	CV Tempo	gap_avg	gap_bst
1		721209,57	722178	15,41	0,13	0,13	722178	722178,00	0,00	0,00	0,00	5,75	3,03	52,70	0,13	0,13
2		730451,57	732194	21,02	0,23	0,24	732194	732194,00	0,00	0,00	0,00	7,97	2,22	27,85	0,24	0,24
3	1	731885,34	733473	56,22	0,21	0,22	733473	733473,00	0,00	0,00	0,00	35,29	27,30	77,36	0,22	0,22
4		721514,95	725147	18,98	0,50	0,50	725147	725147,00	0,00	0,00	0,00	10,78	3,89	36,09	0,50	0,50
5		713633,82	719430	64,69	0,82	0,81	719431	719431,00	0,00	0,00	0,00	30,31	8,63	28,47	0,81	0,81
1		479860,25	492746	15,43	2,68	2,69	492746	492746,60	0,49	0,00	0,00	10,22	5,24	51,27	2,69	2,69
2		483072,15	494203	64,89	2,30	2,30	494203	494203,00	0,00	0,00	0,00	14,47	3,06	21,15	2,30	2,30
3	2	486018,46	495088	48,02	1,86	1,87	495089	495089,00	0,00	0,00	0,00	19,73	3,77	19,11	1,87	1,87
4		482374,58	492107	47,37	2,02	2,02	492107	492107,00	0,00	0,00	0,00	26,90	7,60	28,25	2,02	2,02
5		474803,32	489624	33,33	3,12	3,12	489625	489625,00	0,00	0,00	0,00	7,53	1,27	16,87	3,12	3,12
1		2608799,83	2688951	104,13	3,10	3,07	2688951	2690366,90	1260,79	0,05	108,59	2,38	2,38	2,19	3,13	3,07
2		2616252,31	2698204	94,18	3,20	3,13	2697537	2698901,40	873,06	0,03	109,65	2,81	2,81	2,56	3,16	3,11
3	3	2598276,47	2679473	77,21	3,14	3,13	2678843	2679769,40	392,20	0,01	108,89	2,53	2,53	2,32	3,14	3,10
4		2612533,79	2692470	80,6	3,10	3,06	2692470	2693597,10	1345,97	0,05	107,98	2,41	2,41	2,23	3,10	3,06
5		2568855,92	2646182	76,79	3,03	3,01	2646182	2646412,00	266,19	0,01	108,92	1,23	1,23	1,13	3,02	3,01
1		525294,07	541802	39,42	3,14	3,14	541803	541803,00	0,00	0,00	0,00	17,26	6,13	35,52	3,14	3,14
2		526911,65	539718	57,23	2,45	2,43	539717	539717,70	0,46	0,00	0,00	35,96	8,20	22,80	2,43	2,43
3	4	532592,35	545272	67,49	2,44	2,38	544684	544684,00	0,00	0,00	0,00	54,56	7,53	13,80	2,27	2,27
4		529372,02	541848	55,50	2,36	2,36	541848	541848,90	0,30	0,00	0,00	32,67	8,36	25,59	2,36	2,36
5		521470,15	537781	46,46	3,12	3,13	537781	537781,70	0,46	0,00	0,00	26,45	3,68	13,91	3,13	3,13
1		2743547,25	2775499	64,6	1,18	1,16	2775499	2775499,00	0,00	0,00	0,00	104,23	6,74	6,47	1,16	1,16
2		2752021,39	2781496	68,15	1,07	1,07	2781496	2781496,00	0,00	0,00	0,00	86,09	10,04	11,66	1,07	1,07
3	5	2737769,10	2767634	70,37	1,13	1,09	2767634	2767908,60	436,49	0,02	107,18	4,13	4,13	3,85	1,10	1,09
4		2748216,18	2777307	67,09	1,07	1,06	2777307	2777319,00	36,00	0,00	0,00	109,55	4,19	3,82	1,06	1,06
5		2702349,96	2735567	67,90	1,25	1,23	2735567	2735567,00	0,00	0,00	0,00	58,02	14,72	25,37	1,23	1,23
Media		1413963,46	1441816	56,90	1,946	1,934	1441740	1441954,61	184,50	0,01	53,80	6,04	6,04	21,29	1,936	1,928

Tabela 5.3: Comparação entre GSA-CS-QVND-LB e CS-ALNS-LB para o conjunto de instância com 100 fábricas  
Instâncias (100 Fábricas, 200 Depósito e 400 Clientes)

ID	Class	CS-ALNS-LB					GSA-CS-QVND-LB									
		Melhor Custo	Tempo	gap	avg	bst	Melhor Custo	Custo Médio	Dp Solução	CV Sol	Tempo	Dp Tempo	CV Tempo	gap	avg	bst
1		721209,6	<b>339,69</b>	<b>0,11</b>	<b>0,10</b>	<b>0,10</b>	<b>1477398</b>	1477504,70	91,03	0,01	387,59	135,28	34,90	<b>0,11</b>	<b>0,10</b>	<b>0,10</b>
2		730451,6	231,41	0,20	<b>0,12</b>	<b>0,12</b>	<b>1464441</b>	1464469,00	46,43	0,00	<b>183,91</b>	96,51	52,48	<b>0,12</b>	<b>0,12</b>	<b>0,12</b>
3	1	731885,3	266,18	0,20	0,17	0,17	<b>1494399</b>	1494762,70	395,73	0,03	<b>265,73</b>	89,82	33,80	<b>0,17</b>	<b>0,15</b>	<b>0,15</b>
4		721515,0	<b>240,00</b>	0,24	<b>0,22</b>	<b>0,22</b>	<b>1462309</b>	1462309,00	0,00	0,00	385,71	121,43	31,48	<b>0,22</b>	<b>0,22</b>	<b>0,22</b>
5		713633,8	<b>192,28</b>	<b>0,12</b>	<b>0,12</b>	<b>0,12</b>	<b>1492462</b>	1492478,80	11,00	0,00	198,96	95,86	48,18	<b>0,12</b>	<b>0,12</b>	<b>0,12</b>
1		479860,2	<b>973482</b>	0,30	<b>0,27</b>	<b>0,27</b>	<b>973482</b>	973507,60	39,54	0,00	360,47	65,78	18,25	<b>0,27</b>	<b>0,27</b>	<b>0,27</b>
2		483072,2	<b>968617</b>	0,33	<b>0,28</b>	<b>0,28</b>	<b>968617</b>	968731,10	229,21	0,02	289,41	47,10	16,27	<b>0,29</b>	<b>0,29</b>	<b>0,28</b>
3	2	486018,5	<b>976887</b>	0,17	<b>0,14</b>	<b>0,14</b>	<b>976887</b>	976961,90	51,30	0,01	287,13	41,61	14,49	<b>0,15</b>	<b>0,15</b>	<b>0,14</b>
4		482374,6	975900	0,32	0,30	0,30	<b>975770</b>	975852,10	64,10	0,01	<b>297,88</b>	51,12	17,16	<b>0,29</b>	<b>0,29</b>	<b>0,28</b>
5		474803,3	<b>283,63</b>	0,69	0,60	0,60	947453	947941,00	355,97	0,04	360,69	73,67	20,42	<b>0,68</b>	<b>0,68</b>	0,63
1		2608799,8	<b>5298181</b>	<b>1,66</b>	<b>1,62</b>	<b>1,62</b>	5298889	5302395,30	2176,03	0,04	<b>357,98</b>	44,75	12,50	1,70	1,70	1,64
2		2616252,3	<b>5278503</b>	<b>1,71</b>	<b>1,68</b>	<b>1,68</b>	5279596	5281756,50	1917,49	0,04	<b>380,83</b>	34,41	9,04	1,74	1,74	1,70
3	3	2598276,5	<b>5227517</b>	<b>1,61</b>	<b>1,58</b>	<b>1,58</b>	5229152	5231084,20	1392,65	0,03	<b>323,64</b>	53,03	16,39	1,65	1,65	1,62
4		2612533,8	<b>5315594</b>	<b>1,76</b>	<b>1,72</b>	<b>1,72</b>	5315948	5318734,40	1867,58	0,04	<b>375,25</b>	60,62	16,15	1,78	1,78	1,73
5		2568855,9	<b>5252637</b>	<b>1,75</b>	<b>1,73</b>	<b>1,73</b>	5252824	5255523,10	2331,12	0,04	<b>364,53</b>	62,69	17,20	1,79	1,79	1,74
1		525294,1	1059064	<b>0,78</b>	<b>0,66</b>	<b>0,66</b>	<b>1058360</b>	1059084,40	435,74	0,04	384,17	122,06	31,77	<b>0,66</b>	<b>0,66</b>	<b>0,59</b>
2		526911,7	<b>1050553</b>	<b>0,71</b>	<b>0,67</b>	<b>0,67</b>	<b>1050553</b>	1051046,10	219,70	0,02	397,21	80,08	20,16	0,72	0,72	<b>0,67</b>
3	4	532592,3	1058920	<b>1,12</b>	<b>0,78</b>	<b>0,78</b>	<b>1058847</b>	1063100,00	2530,23	0,24	364,24	62,50	17,16	1,18	1,18	<b>0,78</b>
4		529372,0	1052955	0,90	0,80	0,80	<b>1052367</b>	1053168,20	551,50	0,05	325,19	75,70	23,28	<b>0,82</b>	<b>0,82</b>	<b>0,75</b>
5		521470,1	<b>1059397</b>	0,63	<b>0,52</b>	<b>0,52</b>	<b>1059397</b>	1059625,20	202,49	0,02	318,68	59,11	18,55	<b>0,55</b>	<b>0,55</b>	<b>0,52</b>
1		2743547,2	<b>5507208</b>	<b>0,40</b>	<b>0,38</b>	<b>0,38</b>	5507381	5510102,00	3596,55	0,07	456,91	109,14	23,89	0,44	0,44	0,39
2		2752021,4	<b>5482791</b>	<b>0,41</b>	<b>0,39</b>	<b>0,39</b>	5483159	5483923,40	641,30	0,01	374,83	64,34	17,17	<b>0,41</b>	<b>0,41</b>	<b>0,39</b>
3	5	2737769,1	<b>5446553</b>	<b>0,48</b>	<b>0,39</b>	<b>0,39</b>	5448347	5452025,60	2718,92	0,05	308,02	59,18	19,21	0,49	0,49	0,42
4		2748216,2	5517346	<b>0,43</b>	<b>0,41</b>	<b>0,41</b>	<b>5517165</b>	5519682,60	1626,35	0,03	413,05	80,14	19,40	0,45	0,45	<b>0,41</b>
5		2702350,0	<b>5463701</b>	0,40	<b>0,39</b>	<b>0,39</b>	5463712	5464744,00	1051,36	0,02	397,86	80,93	20,34	0,41	0,41	<b>0,39</b>
Média		1413963,458	<b>2852174</b>	0,697	0,642	0,642	2852357	2853620,52	981,73	0,03	342,39	46,61	22,79	<b>0,688</b>	<b>0,688</b>	<b>0,641</b>

# Capítulo 6

## Conclusões e Trabalhos futuros

Este trabalho apresentou uma nova abordagem híbrida para a resolução do Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em Dois Níveis (PLFC2n), integrando as meta-heurísticas *Generalized Simulated Annealing* (GSA), *Clustering Search* (CS), *Variable Neighborhood Descent* (VND) adaptativo e técnicas de aprendizado por reforço (Q-learning), complementadas por uma etapa de *Local Branching*. Até onde se tem conhecimento, esta é a primeira vez que tal combinação, denominada GSA-CS-QVND-LB, é aplicada ao PLFC2n.

Nos experimentos realizados com o conjunto de instâncias considerado neste trabalho, a metodologia proposta encontrou soluções de alta qualidade em tempos competitivos, superando ou igualando o estado da arte (CS-ALNS-LB) em diversas instâncias. Para o subconjunto com 50 fábricas, observou-se menor tempo médio e melhor desempenho em termos de gap. Já no subconjunto com 100 fábricas, mesmo com um pequeno acréscimo no tempo médio, o GSA-CS-QVND-LB apresentou melhor solução média. Esses resultados refletem o desempenho obtido nas condições e parâmetros experimentais definidos.

Em síntese, os resultados computacionais demonstram que o GSA-CS-QVND-LB é um método competitivo, estável e promissor, capaz de competir com algoritmos consolidados na literatura. Sua arquitetura híbrida, constitui uma contribuição relevante para o avanço das abordagens heurísticas ao mesmo tempo em que abre espaço para novas investigações que podem ampliar ainda mais sua aplicabilidade em problemas complexos de localização de facilidades.

Como direções futuras, uma possível extensão futura desse trabalho consiste na formulação e resolução em variações do Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em dois Níveis para avaliar o desempenho do GSA-CS-QVND-LB em ambientes com múltiplos produtos, incerteza na demanda ou restrições adicionais de capacidade. Ou seja, reestruturar o modelo com a adição de índices de produto às variáveis de decisão, restrições de capacidade por tipo de produto, e funções de custo diferenciadas por item transportado, aplicando as técnicas apresentadas neste

trabalho. Outra oportunidade também seria adaptação dinâmica dos parâmetros, explorar técnicas de aprendizado por reforço para ajustar automaticamente as estratégias de busca, aumentando a autonomia do método.

# Referências Bibliográficas

- CAMPOS, T. S. “Idade Antiga”. Brasil Escola, 2025. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/historiag/civilizacoes.htm>. Acesso em: 22 ago. 2025.
- SILVA, L. C. S., RIEDO, I. G., MENDONÇA, J. C. A., et al. “Understanding smart cities: a systematic review”, *Revista de Administração da UFSM*, v. 17, n. 1, pp. e7, 2024. doi: 10.5902/1983465973468.
- REVISTA VEJA. “Consumo e Pandemia: As mudanças de hábitos e padrões de comportamento provocados pelo coronavírus”. Veja Online, 2020. Disponível em: <https://veja.abril.com.br/insights-list/insight-3/>. Acesso em: 22 ago. 2025.
- GEOFFRION, A., GRAVES, G. “Multicommodity Distribution System Design By Benders Decomposition”. v. 20, pp. 35–61, 08 1974. ISBN: 978-1-4419-6809-8. doi: 10.1007/978-1-4419-6810-4\_4.
- TRAGANTALERNGSAK, S., HOLT, J., RO”NNQVIST, M. “Lagrangian heuristics for the two-echelon, single-source, capacitated facility location problem”, *European Journal of Operational Research*, v. 102, n. 3, pp. 611–625, 1997. ISSN: 0377-2217. doi: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(96\)00227-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00227-5). Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221796002275>>.
- PIRKUL, H., JAYARAMAN, V. “A multi-commodity, multi-plant, capacitated facility location problem: formulation and efficient heuristic solution”, *Computers Operations Research*, v. 25, n. 10, pp. 869–878, 1998. ISSN: 0305-0548. doi: [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(97\)00096-8](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(97)00096-8). Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054897000968>>.
- KLOSE, A. “A Lagrangean relax-and-cut approach for the two-stage capacitated facility location problem”, *European Journal of Operational Research*, v. 126, n. 2, pp. 408–421, October 2000.

- TRAGANTALERNGSAK, S., HOLT, J., RONNQVIST, M. “An exact method for the two-echelon, single-source, capacitated facility location problem”, *European Journal of Operational Research*, v. 123, pp. 473–489, 2000.
- KLOSE, A., DREXL, A. “Facility location models for distribution system design”, *European Journal of Operational Research*, v. 162, n. 1, pp. 4–29, 2005. ISSN: 0377-2217. Logistics: From Theory to Application.
- WANG, S., WATADA, J. “Capacitated Two-Stage Facility Location Problem with Fuzzy Costs and Demands”, *International Journal of Machine Learning and Cybernetics (IJMLC)* "publisher="Springer, v. 4, pp. 65–74, 02 2013. doi: 10.1007/s13042-012-0073-0.
- LITVINCHEV, I., ESPINOSA, E. L. O. “Solving the two-stage capacitated facility location problem by the lagrangian heuristic”. In: *Computational Logistics (LNCS 7555)*, pp. 92–103, 2012.
- KITCHENHAM, B., PRETORIUS, R., BUDGEN, D., et al. “Systematic literature reviews in software engineering – A tertiary study”, *Information and Software Technology*, v. 52, n. 8, pp. 792–805, 2010. ISSN: 0950-5849. doi: <https://doi.org/10.1016/j.infsof.2010.03.006>. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950584910000467>>.
- MESA, J. A., BRIAN BOFFEY, T. “A review of extensive facility location in networks”, *European Journal of Operational Research*, v. 95, n. 3, pp. 592–603, 1996. ISSN: 0377-2217. doi: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00321-5](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00321-5). Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221795003215>>.
- OWEN, S. H., DASKIN, M. S. “Strategic facility location: A review”, *European Journal of Operational Research*, v. 111, n. 3, pp. 423–447, 1998. ISSN: 0377-2217. doi: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00186-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00186-6). Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221798001866>>.
- LITVINCHEV, I., OZUNA ESPINOSA, E. “Solving the Two-Stage Capacitated Facility Location Problem by the Lagrangian Heuristic”, *Lecture notes in computer science*, v. 7555/2012, pp. 92–103, 09 2012. doi: 10.1007/978-3-642-33587-7\_7.



- FERNANDES, D., ROCHA, C., ALOISE, D., et al. “A simple and effective genetic algorithm for the two-stage capacitated facility location problem”, *Computers & Industrial Engineering*, v. 75, pp. 200–208, 2014a.
- LOUZADA, R. R., MAURI, G. R., RIBEIRO, G. M. “Método heurístico híbrido para resolução do problema de localização de facilidades capacitadas em dois níveis”. In: *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO*, pp. 2460–2471, 2016.
- GUO, P., CHENG, W., WANG, Y. “Hybrid evolutionary algorithm with extreme machine learning fitness function evaluation for two-stage capacitated facility location problems”, *Expert Systems with Applications*, v. 71, pp. 57–68, 2017.
- BIAJOLI, F., CHAVES, A., LORENA, L. “A Biased Random-key Genetic Algorithm for the Two-stage Capacitated Facility Location Problem”, *Expert Systems with Applications*, v. 115, 08 2018. doi: 10.1016/j.eswa.2018.08.024.
- GONZALEZ, P. H., GABRIEL, S., OTHERS. “Grasp Híbrido para Resolução do Problema de Localização de Facilidades Capacitadas em Dois Níveis”, *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO*, pp. 1–11, 2019b.
- SOUTO, G., MORAIS, I., FAULHABER, L., et al. “A Hybrid BRKGA Approach for the Two Stage Capacitated Facility Location Problem”. In: *2021 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pp. 2007–2014, 2021a. doi: 10.1109/CEC45853.2021.9504856.
- SOUTO, G., MORAIS, I., MAURI, G. R., et al. “A hybrid matheuristic for the Two-Stage Capacitated Facility Location problem”, *Expert Systems with Applications*, v. 185, pp. 115501, 2021b. ISSN: 0957-4174. doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115501>. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417421009118>>.
- FERNANDES, D., ROCHA, C., ALOISE, D., et al. “A simple and effective genetic algorithm for the two-stage capacitated facility location problem”, *Computers & Industrial Engineering*, v. 76, pp. ???–???, 2014b.
- BIAJOLI, F. L., CHAVES, A. A., LORENA, L. A. N. “A biased random-key genetic algorithm for the two-stage capacitated facility location problem”, *Expert Systems With Applications*, v. 115, pp. 418–426, 2019.
- RIBEIRO, C. “GRASP: Greedy randomized adaptive search procedures”, pp. 287–312, 01 2014. doi: 10.1007/978-1-4614-6940-7\_11.

- BIAJOLI, F. L., RABELLO, R. L., LORENA, L. A. N., et al. “Hybrid metaheuristics to solve a multiproduct two-stage capacitated facility location problem”, *Expert Systems with Applications*, v. 164, pp. 114070, 2020.
- TSALLIS, C., STARIOLO, D. A. “Generalized simulated annealing”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 233, n. 1-2, pp. 395–406, 1996.
- KIRKPATRICK, S., GELATT, C., VECCHI, M. “Optimization by Simulated Annealing”, *Science (New York, N.Y.)*, v. 220, pp. 671–80, 06 1983. doi: 10.1126/science.220.4598.671.
- SZU, H., HARTLEY, R. “Fast simulated annealing”, *Physics letters A*, v. 122, n. 3-4, pp. 157–162, 1987.
- TSALLIS, C. “Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics”, *Journal of statistical physics*, v. 52, pp. 479–487, 1988.
- SOUTO, G., SIMONETTI, L., GONZÁLEZ, P. H. “Estudando Variações do Generalized Simulated Annealing no Problema da Mochila com Penalidades”. In: *Anais do LVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Fortaleza, Brasil, 2024a. Galoá. doi: 10.59254/sbpo-2024-193434. Disponível em: <https://proceedings.science/sbpo/sbpo-2024/trabalhos/estudando-variacoes-do-generalized-simulated-annealing-no-problema-da-mochila-co?lang=pt-br>.
- OLIVEIRA, A., LORENA, L. “Hybrid Evolutionary Algorithms and Clustering Search”, *Studies in Computational Intelligence*, v. 75, 01 2007. doi: 10.1007/978-3-540-73297-6\_4.
- CHAVES, A., LORENA, L., SENNE, E. “Hybrid method with CS and BRKGA applied to the minimization of tool switches problem”, *Computers & Operations Research*, v. 67, 10 2015. doi: 10.1016/j.cor.2015.10.009.
- HANSEN, P., MLADENOVIC, N. “A tutorial on variable neighborhood search”, *Les Cahiers du GERAD ISSN*, v. 711, pp. 2440, 2003.
- SOUTO, G., ARITSUGI, M., MENDONÇA, I., et al. “A Q-Learning Hybrid BRKGA Applied to the Knapsack Problem with Forfeits”. In: *2024 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pp. 1–8. IEEE, 2024b.
- ALVES, C., MENDONÇA, I., DE ALMEIDA GUIMARÊES, V., et al. “ACO With Reinforcement Learning Applied to Rescues Operations on Urban Forests”.

- In: *2024 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pp. 1–8. IEEE, 2024.
- CHAVES, A. A., LORENA, L. H. N. “An adaptive and near parameter-free BRKGA using Q-learning method”. In: *2021 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pp. 2331–2338. IEEE, 2021.
- HASSAN, A., PILLAY, N. “Hybridizing A Genetic Algorithm With Reinforcement Learning for Automated Design of Genetic Algorithms”. In: *2022 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pp. 1–8. IEEE, 2022.
- SONG, Y., WEI, L., YANG, Q., et al. “RL-GA: A reinforcement learning-based genetic algorithm for electromagnetic detection satellite scheduling problem”, *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 77, pp. 101236, 2023.
- CUI, W., YUAN, B. “A hybrid genetic algorithm based on reinforcement learning for the energy-aware production scheduling in the photovoltaic glass industry”, *Computers & Operations Research*, p. 106521, 2023.
- FISCHETTI, M., LODI, A. “Local branching”, *Mathematical Programming*, v. 98, pp. 23–47, 09 2003. doi: 10.1007/s10107-003-0395-5.
- GONZALEZ, P. H., SIMONETTI, L., MICHELON, P., et al. “A variable fixing heuristic with local branching for the fixed charge uncapacitated network design problem with user-optimal flow”, *Computers & Operations Research*, v. 76, pp. 134–146, 2016.
- GONZALEZ, P. H., BRANDÃO, J. “A biased random key genetic algorithm to solve the transmission expansion planning problem with re-design”. In: *2018 IEEE congress on evolutionary computation (CEC)*, pp. 1–7. IEEE, 2018.