

OTIMIZAÇÃO DOS FEIXES DE CONDUTORES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO  
EM CORRENTE ALTERNADA

Pierre Novis Mendonça

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM  
ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:



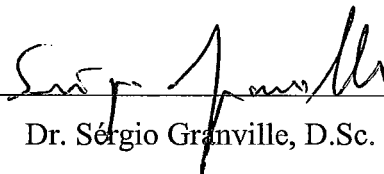
Prof. Adilson Elias Xavier, D.Sc.



Prof. Paulo Roberto Oliveira, Dr.Ing.



Prof. Sandoval Carneiro Junior, Ph.D.



Dr. Sérgio Granville, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2002

MENDONÇA, PIERRE NOVIS

Otimização dos Feixes de Condutores de  
Linhas de Transmissão em Corrente Alternada  
[Rio de Janeiro] 2002

X, 91 p. 29.7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,  
Engenharia de Sistemas e Computação, 1998)

Tese - Universidade Federal do Rio de  
Janeiro, COPPE

1. Otimização de Feixes de Cabos Elétricos
2. Linhas de Transmissão
3. Otimização Não-Linear

I. COPPE/UFRJ      II. Título ( Série )

Talvez seja injusto que o resultado de qualquer atividade humana leve o nome de um autor. Tento, levemente, mencionar aqueles que contribuíram para que eu me tornasse um melhor engenheiro e, sobretudo, contribuíram para o progresso de minha vida durante o desenvolvimento deste trabalho.

D. Maria Auxiliadora é a primeira por razões que dispensam justificativas.

Heloí José mais uma vez indicou e incentivou um caminho possível.

Danielle, a minha Dani, está presente em cada parágrafo aqui.

Fernando Dart, que considera como sua própria conquista, os feitos daqueles com os quais convive. Seu estímulo e sua confiança quase nos faz acreditar que podemos tudo.

Admiração e satisfação expressam minimamente alguns sentimentos dos afortunados orientados de Adilson Xavier, cujos ensinamentos vão muito além do âmbito técnico.

Mestres Sandoval, Granville e Paulo Roberto, exemplos a serem seguidos.

Colegas da ACET, no CEPEL e da COPPE, na UFRJ propiciaram um ambiente excelente para se trabalhar.

Sala 101, e em particular, Érico. O trabalho em equipe e entre amigos é um prazer.

Ramiro Pereira dos Santos nunca deixou faltar uma gota de inspiração.

O povo brasileiro, que há muito investe em minha formação.

Menciono especial e destacadamente a participação do engenheiro Luís Adriano de Melo Cabral Domingues que coordenou toda a parte de modelagem matemática das linhas de transmissão e que tornou viável a elaboração deste trabalho.

Amigos, obrigado pelo benefício de me tornar um profissional melhor e, principalmente, pelas experiências juntos.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## OTIMIZAÇÃO DOS FEIXES DE CONDUTORES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO EM CORRENTE ALTERNADA

Pierre Novis Mendonça

Março/2002

Orientador: Adilson Elias Xavier

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

As linhas de transmissão de energia elétrica são componentes essenciais dentro de um sistema elétrico, especialmente em países onde a geração encontra-se distante dos centros consumidores. A otimização dessas linhas torna-se necessária e visa, entre outras razões, diminuir o custo de sua construção ou o aumento da capacidade de linhas existentes.

Este trabalho desenvolve um modelo matemático de otimização aplicável às linhas de transmissão em corrente alternada. Com esse objetivo, há capítulos que trazem as equações dos fenômenos físicos mais importantes em projetos, a aplicação dessas equações no modelo de programação não-linear, a descrição da metodologia usada na implementação computacional de um protótipo e os resultados computacionais obtidos. Finalmente, conclui-se que o modelo proposto é válido e pode ser aplicado na busca de soluções para problemas reais.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## OPTIMIZATION OF CONDUCTORS BUNDLE IN ALTERNATING CURRENT TRANSMISSION LINES

Pierre Novis Mendonça

March/2002

Advisor: Adilson Elias Xavier

Department: Systems Engineering and Computation

Transmission lines are essential components of electric systems, particularly on those countries where generation plants are located at large distances from load centers. The optimization of those transmission lines is therefore especially important, aiming, among several different reasons, at reducing transmission costs or increasing the transfer capacity of existing lines.

This work develops a mathematical optimization model, applicable to the conception of alternating current transmission lines. To attain this purpose there are chapters presenting the equations describing the physical phenomena that influence line design, the application of those equations on the non-linear mathematical programming model, the description of the methodology used in the computer prototype implementation and some of the computational results obtained. Finally, it is concluded that the proposed model is validated and may be applied in the solution search of real problems.

# ÍNDICE

Agradecimentos	iii
Lista de Símbolos	viii
1 Introdução	1
2 Fenômenos Eletromagnéticos das Linhas de Transmissão	5
2.1 Parâmetros Elétricos da Linha de Transmissão	8
2.1.1 Capacitância e Admitância Transversais	8
2.1.2 Impedância Série	9
2.1.2.1 Parcela Devida à Geometria	9
2.1.2.2 Parcela Devida ao Retorno de Corrente pela Terra	9
2.1.2.3 Parcela Devida ao Próprio Condutor	10
2.1.2.4 Aproximação de Dubanton	14
2.1.3 Redução das Matrizes de Parâmetros	15
2.1.4 Impedâncias de Seqüência Positiva	16
2.2 Potência Natural	17
2.2.1 Impedância Característica	17
2.2.1.1 Cálculo Exato	17
2.2.1.2 Cálculo Aproximado	17
2.2.2 Potência Natural	18
2.3 Densidade de Corrente nos Condutores	18
2.3.1 Distribuição de Corrente entre Condutores	18
2.3.2 Densidade de Corrente	20
2.4 Perdas	21
2.5 Campo Elétrico na Superfície dos Condutores	21
2.5.1 Campo Superficial Máximo	21
2.5.2 Campo Superficial Crítico	27
2.6 Campo Elétrico no Solo	27
2.7 Campo Magnético no Solo	31
3 Otimização	35
3.1 Problema de Programação Matemática	35
3.1.1 Variáveis do Problema	36
3.1.2 Função Objetivo	37

3.1.3 Restrições	37
3.1.3.1 Restrições de Simetria	38
3.1.3.2 Restrições de Feixe Regular	39
3.1.3.3 Restrições de Posição dos Condutores	42
3.1.3.4 Restrições de Raio Externo	43
3.1.3.5 Restrições de Densidade de Corrente	44
3.1.3.6 Restrições de Campo Elétrico Superficial	44
3.1.3.7 Restrição de Potência	45
3.1.3.8 Restrições de Reatância Série	45
4 Implementação Computacional	46
4.1 Organização do Domínio	46
4.2 Modelo Matemático dos Fenômenos Físicos	48
4.3 Problema de Programação Não-Linear	52
5 Resultados Computacionais	54
5.1 Casos Exemplos	54
5.1.1 Exemplo 1	55
5.1.2 Exemplo 2	64
5.1.3 Exemplo 3	68
5.2 Análise dos Resultados	70
5.3 Estratégia de Utilização Prática	73
6 Conclusões e Novas Propostas	76
Bibliografia	78
Apêndices	80
A-1 Derivadas das Funções	80
A-2 Tabela de Cabos Multicamadas “ACSR”	87

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\alpha$	amplitude de uma senóide
$\beta$	amplitude de uma cossenóide
$\delta$	densidade relativa do ar
$\epsilon_0$	constante dielétrica do ar
$\eta$	coeficiente de proporcionalidade entre condutividades em relação à temperatura
$\Theta$	ângulo que determina o campo elétrico superficial máximo de um condutor
$\theta$	ângulo que determina um ponto no espaço em coordenadas polares
$\kappa$	fases dos harmônicos da distribuição de cargas de um condutor
$\kappa_0$	coeficiente de regressão linear
$\kappa_1$	coeficiente de regressão linear
$\kappa_2$	coeficiente angular da função de ajuste do raio interno dos cabos
$\kappa_3$	coeficiente linear da função de ajuste do raio interno dos cabos
$\kappa_4$	fator de irregularidade
$\kappa_5$	coeficiente de segurança
$\Lambda$	distância entre o centro de um condutor e um ponto “p” genérico
$\mu$	permeabilidade magnética do ar e do alumínio
$\rho$	resistividade
$\rho_e, \rho_i$	raios corrigidos dos condutores
$\sigma$	densidade linear de cargas elétricas
$\sigma_{eq}, \sigma_o, \sigma_r$	condutividade do alumínio
$\sigma_s$	condutividade do solo
$\phi$	ângulo de fase
$\psi$	profundidade complexa do solo
$\omega$	freqüência angular
B	logaritmos das relações entre as distâncias dos condutores
$B_z$	matriz B reduzida
C	capacitância
D	distâncias entre condutores e suas imagens
d	distâncias entre condutores
E	campo elétrico
$E_{cr}$	campo elétrico superficial crítico dos condutores



e	campo elétrico
f	função
G	matriz de coeficientes de carga
g	restrição de desigualdade
H	campo magnético
h	campo magnético, restrição de igualdade
I	corrente de fase
$I_u$	corrente de fase unitária
$I_0$	função de Bessel modificada de primeira espécie de ordem 0
$I_1$	função de Bessel modificada de primeira espécie de ordem 1
i	índices de matrizes
J	densidade de corrente
j	constante imaginária
$K_0$	função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem 0
$K_1$	função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem 1
k	índices de matrizes
n	número de condutores
$n_F$	número de fases
$n_f$	número de condutores fase
$n_h$	número de componentes harmônicos
P	potência natural
p	ponto genérico no espaço determinado pelas coordenadas $x_{1p}$ e $x_{2p}$
Q	carga elétrica
R	raio externo de um condutor
r	raio interno de um condutor
$t_o, t_r$	temperatura
u	variável de integração
V	potencial elétrico
$X_g$	reatância indutiva
x	variáveis do problema de programação não-linear
$x_1$	coordenadas horizontais das posições dos condutores
$x_2$	coordenadas verticais das posições dos condutores
$x_{1p}$	coordenada horizontal do ponto “p”
$x_{2p}$	coordenada vertical do ponto “p”

$Y$	admitância transversal
$Y_z$	matriz $Y$ reduzida
$y$	índice de somatório
$Z, Z_t, Z_c,$	impedância longitudinal
$Z_z$	matriz $Z$ reduzida
$Z_0$	matriz de impedâncias características
$z_c$	impedância característica de seqüência positiva

# 1 INTRODUÇÃO

Nos dias de hoje, o mundo mostra grande preocupação com todas as questões relacionadas à energia. Dentre as várias formas em que pode ser obtida da natureza, a energia elétrica é uma alternativa que desperta um interesse especial pelas suas características próprias.

A energia elétrica está, indubitavelmente, entre os tipos de energia mais utilizados pelo homem. Ela é empregada na iluminação, como força motriz em fábricas ou no transporte, em sistemas de refrigeração e aquecimento, em sistemas de computação e processamento de dados e numa infinidade de aplicações.

A tecnologia disponível permite a geração de grandes quantidades de energia elétrica a partir das mais variadas fontes e locais. O Brasil é um país que possui vasto potencial hídrico e tem explorado bastante essa peculiaridade. Claramente, as usinas hidrelétricas constituem a principal fonte de energia elétrica do país, visto que a capacidade de produção, a partir de usinas nucleares, termelétricas ou outras fontes, ainda é muito pequena.

Em face do uso preferencial dessa alternativa, a maioria das reservas hidráulicas brasileiras de grande porte encontram-se crescentemente mais afastadas dos centros consumidores. Assim, é comum haver milhares de quilômetros entre o ponto de sua obtenção até um ponto de conexão com o restante do sistema elétrico. Inevitavelmente, a energia precisa ser transmitida da geração aos centros de carga através das linhas de transmissão.

Hoje, o mundo e, em particular, o Brasil apresentam uma escassez de recursos na produção de energia. Cada vez mais se requer equipamentos mais eficientes, mais flexíveis e mais confiáveis. Dentro desse contexto, em que exigências técnicas e econômicas são muito elevadas, o uso de linhas de transmissão otimizadas é imprescindível. Isto possibilita empreendimentos com custos reduzidos quando comparados aos das linhas convencionais.

No ano de 1982, pesquisadores da União Soviética, da Universidade Politécnica de São Petesburgo, apresentaram um estudo no qual sugeriu-se mudanças nos projetos das linhas de transmissão. A energia transmitida por uma linha de transmissão está intimamente relacionada à distribuição do campo elétrico na superfície de seus condutores. Em linhas convencionais o citado campo possui valores que são, em geral, inferiores à sua capacidade plena, o que resulta na sua subutilização. A equalização do

campo elétrico, em seu valor máximo, pode duplicar a capacidade de transmissão de potência de uma linha convencional. Essa equalização leva à mudança na configuração dos feixes de cabos das linhas de transmissão.

No início dos anos 90 surgiu a perspectiva de se aproveitar o potencial hídrico do norte do Brasil na geração de energia elétrica. A Eletrobrás, então, firmou um convênio junto aos soviéticos com o objetivo desenvolver e aplicar a tecnologia de linhas de transmissão não-convencionais. O Cepel teve participação importante neste convênio, atuando nas áreas de estudos e ensaios de laboratório. Hoje, as linhas que trarão energia da região amazônica estão sendo estudadas e algumas alternativas de projetos estão sendo otimizadas com o sistema computacional implementado nesta tese.

Atualmente, constata-se que há interesse não somente em se maximizar a potência de uma linha mas, também, em se impor determinadas características, como a fixação de um valor ideal da reatância série, importantes do ponto de vista da operação e da estabilidade do sistema elétrico como um todo.

A fim de se otimizar o projeto de uma linha de transmissão é preciso se conhecer os modelos físicos que descrevem os fenômenos subjacentes à sua operação. Ademais, normas de projeto, bem como critérios de caráter prático, devem ser atendidos incondicionalmente.

A otimização total de uma linha de transmissão é um problema que envolve conhecimentos específicos de muitas áreas. O projeto de uma linha inclui a otimização da torre, determinação do trajeto de acordo com fatores ambientais, otimização dos equipamentos eletromagnéticos, considerações sobre montagem e manutenção, análise do fluxo de potência, estabilidade e transitórios eletromagnéticos dentro do sistema elétrico, entre outros assuntos. Naturalmente, um modelo matemático capaz de contemplar todos estes aspectos teria uma complexidade gigantesca.

O objetivo deste trabalho é a construção de um modelo matemático de otimização aplicável aos projetos de configurações de feixes de condutores de linhas de transmissão em corrente alternada.

A determinação de feixes ótimos de condutores envolve uma série de características relacionadas aos seus cabos como: suas alturas em relação ao solo, distâncias entre si, número de condutores e suas bitolas. A configuração do feixe de condutores é fator determinante de muitas características relevantes em uma linha de transmissão, de forma que estas podem ser usadas tanto como critério de otimização quanto como restrições de projeto. Como exemplo pode-se citar:

- Campos elétrico e magnético nas superfícies dos condutores;
- Campos elétrico e magnético na superfície do solo;
- Parâmetros eletromagnéticos da linha de transmissão;
- Perdas;
- Peso da estrutura;
- Níveis de interferência em rádio e TV e ruído audível;
- Potência natural;
- Limite da faixa de passagem;
- Densidade de corrente nos condutores;
- Nível de proteção contra descargas atmosféricas;
- Custo de operação e manutenção.

Neste trabalho sempre serão utilizados os modelos de uso consagrados na engenharia elétrica. O objetivo da tese não é obter quaisquer inovações nos modelos que descrevem os fenômenos físicos relativos às linhas de transmissão, mas, unicamente, usá-los tendo como objetivo a otimização do projeto eletromagnético.

Adicionalmente, a descrição dos fenômenos eletromagnéticos em termos de equações constitui uma boa referência para aqueles que vierem a estudar o assunto de linhas de transmissão em qualquer contexto. Dentro da metodologia desenvolvida neste trabalho, é possível ampliar o número de critérios de otimização, bem como realizar estudos alterando-se o conjunto de restrições consideradas em cada caso. Para tal, é necessário apenas a tarefa de especificação das funções dentro do modelo de programação não-linear.

Este trabalho contém capítulos contemplando a descrição dos fenômenos físicos, o modelo matemático de otimização, as questões associadas à implementação, os resultados computacionais obtidos e, finalmente, as conclusões e as sugestões.

No capítulo 2 são apresentadas as equações que modelam os fenômenos relativos às linhas de transmissão como, por exemplo, impedância série e campo elétrico na superfície dos cabos. Essas equações estão escritas em função de três tipos de variáveis: o raio externo dos cabos condutores e as coordenadas horizontal e vertical destes cabos. Assim, é possível se estudar o comportamento eletromagnético das linhas de transmissão a partir da determinação da bitola e da posição espacial dos cabos. Essas equações são usadas posteriormente no modelo de programação não-linear como restrições e funções objetivo.

O capítulo 3 apresenta o modelo de programação não-linear aplicado ao problema de otimização das linhas de transmissão. A organização das variáveis é mostrada. Em seguida, há a descrição das funções objetivo e das restrições utilizadas. Algumas restrições impõem limites aos fenômenos descritos no capítulo 2, enquanto outras têm um caráter prático, como a simetria da linha de transmissão em relação a um eixo vertical.

Este trabalho inclui um protótipo de sistema computacional. O capítulo 4 mostra como o problema da otimização de linhas de transmissão foi modelado visando a construção de um programa de uso simples e prático do ponto de vista profissional. Uma nomenclatura é estabelecida, os recursos utilizados, como bibliotecas matemáticas comerciais, são justificados, o processo de validação das equações e suas derivadas é esclarecido. Por fim, o uso dos métodos de otimização não-linear disponíveis são descritos.

Os resultados computacionais estão no capítulo 5. Alguns casos exemplo foram escolhidos e resolvidos por métodos diferentes, com conjuntos de restrições diferentes e com funções objetivo diferentes. A discussão dos resultados é feita tendo, como principal critério de comparação, o uso dos resultados no mundo real. Em seguida, é proposta uma estratégia de utilização prática do ferramental desenvolvido.

Finalmente, são apresentadas, no capítulo 6, as conclusões e algumas propostas para trabalhos futuros.

## 2 FENÔMENOS ELETROMAGNÉTICOS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

Vários aspectos das linhas de transmissão estão descritos neste capítulo. As diversas características das linhas estão modeladas de forma que possam ser determinadas pela configuração geométrica dos feixes e dos tipos dos condutores.

Nos modelos normalmente adotados nas aplicações da engenharia são feitas várias aproximações. O modelo de linha usado neste trabalho está descrito em Galloway et alli [1]. Trata-se de um modelo bidimensional, considerando-se o solo plano, horizontal e homogêneo, condutores cilíndricos e paralelos ao solo, enquanto os efeitos produzidos pelas torres são desprezados. As alturas dos condutores em relação ao solo referem-se a alturas médias. A altura dos condutores é máxima nos pontos onde eles são suspensos, ou seja, nas torres. A menor altura ocorre no meio do vão entre duas torres. A diferença entre as alturas máxima e mínima é conhecida como flecha. A altura média pode ser calculada como a altura mínima acrescida de um terço da flecha ou a altura máxima subtraída de dois terços da flecha.

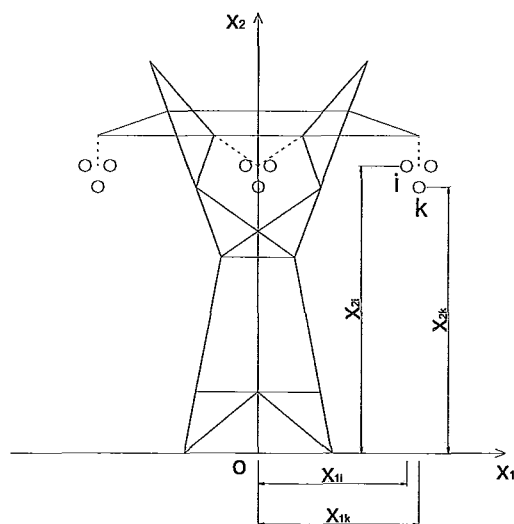


FIGURA 1 - Sistema de coordenadas e posição dos condutores

O sistema de coordenadas adotado e a posição dos condutores estão mostrados na FIGURA 1. As distâncias entre condutores e entre condutores e imagens estão representados genericamente na FIGURA 2. É conveniente ressaltar que  $x_2 = 0$  é atribuído sempre ao nível do solo.

Os cálculos da impedância série e da admitância de uma linha de transmissão dependem fortemente das distâncias entre seus condutores e das distâncias destes em relação ao solo. Estas distâncias são expressas através das matrizes **D** e **d**, conforme mostrado adiante. Um ponto fundamental é a inclusão dos cabos pára-raios nas matrizes **D**, **d**. O tipo de ligação destes cabos determina as dimensões finais de todas as matrizes para os cálculos das impedâncias e admitâncias. Existem três tipos de ligações dos cabos pára-raios:

- Aterrado - os cabos são aterrados em todas as torres. A matriz de impedâncias e a matriz de capacitâncias incluem as linhas e colunas relativas a estes cabos;
- Isolado - os cabos estão isolados e não têm influência nos cálculos das capacitâncias nem nos cálculos das impedâncias;
- Em "T" - os cabos são interrompidos em algumas torres e aterrados no meio de cada segmento. Com esta forma de ligação, os cabos pára-raios não influenciam os cálculos das impedâncias.

Nos casos em que os cabos pára-raios não influenciam um dado cálculo, as matrizes relacionadas a este cálculo não incluem as linhas e colunas relativas aos referidos cabos.

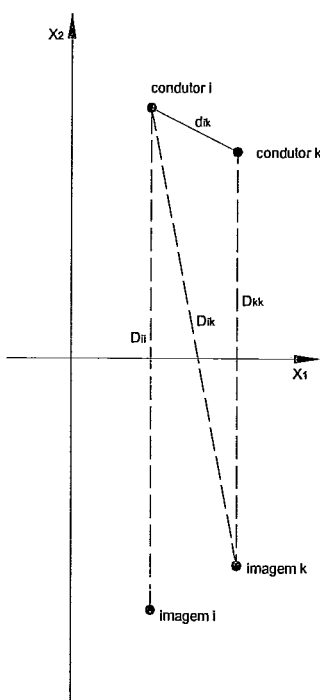


FIGURA 2- Distâncias entre condutores e imagens



As distâncias entre os condutores e imagens são dadas pelas seguintes equações:

$$D_{ik} = \sqrt{(x_{1i} - x_{1k})^2 + (x_{2i} + x_{2k})^2} \quad (1)$$

$$d_{ik} = \sqrt{(x_{1i} - x_{1k})^2 + (x_{2i} - x_{2k})^2}, i \neq k \quad (2)$$

$$d_{ii} = R_i \quad (3)$$

onde:

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do condutor  $i$ , [m]

$x_{1k}$  = coordenada horizontal do condutor  $k$ , [m]

$x_{2i}$  = coordenada vertical do condutor  $i$ , [m]

$x_{2k}$  = coordenada vertical do condutor  $k$ , [m]

$D_{ik}$  = distância entre o condutor  $i$  e a imagem do condutor  $k$ , [m]

$d_{ik}$  = distância entre o condutor  $i$  e o condutor  $k$ , [m]

$R_i$  = raio externo do condutor  $i$ , [m]

$n_f$  = número de cabos fases

$n_p$  = número de cabos pára-raios.  $n_p = 0$  se cabos pára-raios forem isolados

$n = n_f + n_p$ , número total de cabos

$i = 1, \dots, n$

$k = 1, \dots, n$

Conhecendo-se as matrizes  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{d}$  é possível se calcular a matriz dos logaritmos das relações das distâncias entre condutores conforme mostrado abaixo:

$$B_{ik} = \ln \left( \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \quad (4)$$

onde:

$B_{ik}$  = logaritmos das relações das distâncias entre condutores

$n_f$  = número de cabos fases

$n_p$  = número de cabos pára-raios.  $n_p = 0$  se cabos pára-raios forem isolados

$n = n_f + n_p$ , número total de cabos

$i = 1, \dots, n$

$k = 1, \dots, n$

Os cálculos dos campos elétrico e magnético no solo foram incluídos em seções deste capítulo com o objetivo de tornar o trabalho mais abrangente no que se refere às possíveis especificações de um projeto de uma linha de transmissão. As respectivas equações não foram incluídas no modelo de programação não-linear ou nas implementações computacionais, tratados em capítulos subseqüentes.

## 2.1 PARÂMETROS ELÉTRICOS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

### 2.1.1 Capacitância e admitância transversais

A impedância transversal depende somente dos raios dos condutores e da geometria da linha, ou seja, da distância entre os condutores e o solo e da posição relativa entre eles. A condutibilidade do ar é considerada desprezível de forma que a matriz de admitâncias é puramente imaginária. O solo é considerado ideal. O método usado para simular o efeito do solo é o método das imagens. Finalmente, a capacitância é obtida conforme mostrado em Galloway et alli [1]. Os cabos pára-raios devem ser ignorados no caso de serem isolados. Caso contrário devem estar incluídos na matriz **B**.

$$\mathbf{C} = 2\pi\epsilon_0\mathbf{B}^{-1} \quad (5)$$

onde:

**C** = matriz de capacitância, [F/m]

**B** = matriz dos logaritmos das relações das distâncias entre condutores

$\epsilon_0$  = constante dielétrica do ar, [ $8,854 \times 10^{-12}$  F/m]

A admitância paralela é calculada em Galloway et alli [1], conforme mostrado a seguir:

$$\mathbf{Y} = j\omega\mathbf{C} \quad (6)$$

onde:

**Y** = matriz de admitância paralela, [S/m]

**j** = constante imaginária

$\omega$  = frequência angular, [rad/s]

**C** = matriz de capacitâncias, [F/m]

## 2.1.2 Impedância série

A impedância longitudinal é o resultado da soma de três parcelas: a primeira devida à geometria da linha, a segunda, aos efeitos de retorno de corrente pela terra e a última devida à impedância própria dos condutores. A matriz de impedância longitudinal é uma matriz complexa. Mais uma vez, os cabos pára-raios não são considerados em todos os tipos de ligações. Devem ser ignorados os pára-raios que forem isolados ou ligados em “T”. A impedância longitudinal pode ser encontrada de acordo com a seguinte equação:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_t + \mathbf{Z}_c + j\mathbf{X}_g \quad (7)$$

onde:

$\mathbf{Z}$  = matriz de impedância longitudinal, [ $\Omega/m$ ]

$\mathbf{Z}_t$  = matriz de impedância devida ao retorno pela terra, [ $\Omega/m$ ]

$\mathbf{Z}_c$  = matriz de impedância devida ao próprio condutor, [ $\Omega/m$ ]

$\mathbf{X}_g$  = matriz de reatância devida à geometria da linha, [ $\Omega/m$ ]

$j$  = constante imaginária

### 2.1.2.1 Parcela devida à geometria

$$\mathbf{X}_g = \frac{\omega\mu\mathbf{B}}{2\pi} \quad (8)$$

onde:

$\mathbf{X}_g$  = reatância devida à geometria da linha, [ $\Omega/m$ ]

$\omega$  = frequência, [rad/s]

$\mu$  = permeabilidade magnética do ar, [ $4\pi \times 10^{-7}$  H/m]

$\mathbf{B}$  = matriz dos logaritmos das relações das distâncias entre condutores

### 2.1.2.2 Parcela devida ao retorno de corrente pela terra

O cálculo da parcela da impedância devida ao retorno pela terra foi desenvolvida por Carson [2]. O método resulta na seguinte equação:

$$Z_{ik} = 4\omega \int_0^{\infty} \left( \sqrt{u^2 + j} - u \right) e^{-\sqrt{\alpha}(x_{2i} + x_{2k})u} \cos\left(\sqrt{\alpha} |x_{1i} - x_{1k}| u\right) du \quad (9)$$

onde:

$Z_{ik}$  = elemento ik da matriz de impedância devida ao retorno pela terra, [ $\Omega/m$ ]

$\omega$  = frequência, [rad/s]

$u$  = variável de integração

$j$  = constante imaginária

$\alpha = \mu\sigma_s\omega$ , [ $m^{-2}$ ]

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do condutor i, [m]

$x_{1k}$  = coordenada horizontal do condutor k, [m]

$x_{2i}$  = coordenada vertical do condutor i, [m]

$x_{2k}$  = coordenada vertical do condutor k, [m]

$\mu$  = permeabilidade magnética do ar, [ $4\pi \times 10^{-7}$  H/m]

$\sigma_s$  = condutividade do solo, [S/m]

$i = 1, \dots, n$

$k = 1, \dots, n$

$n_f$  = número de cabos fases

$n_p$  = número de cabos pára-raios.  $n_p = 0$  se cabos pára-raios forem isolados ou em "T"

$n = n_f + n_p$

### 2.1.2.3 Parcela devida ao próprio condutor

Os condutores das linhas de transmissão são modelados como coroas cilíndricas, cujo raio externo é igual ao raio do condutor real e o raio interno é igual ao raio do cabo de aço, se houver. Como o condutor real é um cabo encordoado é preciso utilizar uma correção. Esta correção altera somente a condutividade elétrica. O modelo de condutor cilíndrico está descrito em Portela [3] e a correção que considera o cabo encordoado, em Gomes [4]. A temperatura na qual os condutores irão funcionar também influencia a condutividade dos cabos, sendo também necessário fazer esta correção. A matriz  $Z_c$  é uma matriz diagonal.

Os cabos comerciais mais usados na transmissão de energia elétrica são construídos encordoando-se fios de alumínio e aço. Verifica-se que agrupando-os segundo os números de fios de cada tipo, é possível se determinar o raio interno, a condutividade na temperatura de referência e o coeficiente de proporcionalidade da condutividade, todos em função do raio externo. Neste trabalho serão considerados

somente os cabos ACSR, que são multicamadas, com alma de aço. Para este tipo de cabo existem as seguintes combinações de fios (alumínio/aço): 84/19, 76/19, 54/19, 30/19, 72/7, 54/7, 45/7, 30/7, 26/7, 24/7, 36/1 e 18/1.

O modelo do cabo adotado neste trabalho é o de uma coroa circular, conforme proposto em Portela [3]. No entanto, o valor da condutividade do alumínio não se aplica diretamente aos cabos das linhas de transmissão. Isto se deve, fundamentalmente, ao fato dos cabos serem constituídos por fios de alumínio encordoados. Conseqüentemente, o comprimento do cabo é diferente do comprimento dos fios e a seção reta da coroa circular não é composta somente por alumínio, tendo muitos espaços preenchidos com ar, o que resulta numa condutividade “equivalente”. A condutividade do alumínio depende, além da geometria do condutor (10), da temperatura em que este opera. Quando se conhece a condutividade numa determinada temperatura (temperatura de referência) e o coeficiente de proporcionalidade, é possível calcular a condutividade para qualquer temperatura de acordo com a equação (11).

$$\sigma_r = \frac{1}{Z\pi(R^2 - r^2)} \quad (10)$$

onde:

$\sigma_r$  = condutividade dos cabos na temperatura de referência, [S/m]

Z = resistência em corrente contínua na temperatura de referência, [ $\Omega$ /m]

R = raio externo do cabo, [m]

r = raio interno do cabo, [m]

O valor da condutividade é obtido calculando-se a média de todos os  $\sigma_r$  para um dado grupo de cabos. Os valores de Z, R e r são retirados da tabela de cabos especificados pelo EPRI [6].

$$\sigma_o = \frac{\sigma_r}{[1 + \eta(t_o - t_r)]} \quad (11)$$

onde:

$\sigma_o$  = condutividade dos cabos na temperatura de operação, [S/m]

$\sigma_r$  = condutividade dos cabos na temperatura de referência, [S/m]

$\eta$  = coeficiente de proporcionalidade, [ $1/^\circ\text{C}$ ]

$t_o$  = temperatura de operação, [°C]

$t_r$  = temperatura de referência, [°C]

Novamente, é preciso se calcular, para cada grupo de cabos, o valor do coeficiente de proporcionalidade.

$$Z = \frac{1}{\sigma_o \pi (R^2 - r^2)} = \frac{1 + \eta(t_o - t_r)}{\sigma_r \pi (R^2 - r^2)} = \frac{1 - \eta t_r}{\sigma_r \pi (R^2 - r^2)} + \frac{\eta t_o}{\sigma_r \pi (R^2 - r^2)} \quad (12)$$

Fazendo-se  $\kappa_0 = \frac{1 - \eta t_r}{\sigma_r \pi}$  e  $\kappa_1 = \frac{\eta}{\sigma_r \pi}$ , escreve-se  $Z = \kappa_0 \frac{1}{(R^2 - r^2)} + \kappa_1 \frac{t_o}{(R^2 - r^2)}$ .

Os valores de  $\kappa_0$  e  $\kappa_1$  são obtidos com a regressão linear de Z em função de  $t_o$ , R e r.

Finalmente,  $\eta = \kappa_1 \sigma_r \pi$  e  $\sigma_r = \frac{1}{\pi(\kappa_0 + \kappa_1 t_r)}$ . Obviamente, o valor de  $\sigma_r$  calculado

desta forma deve coincidir com aquele calculado anteriormente.

O raio interno do cabo também está bem relacionado com seu raio externo. Este pode ser ajustado numericamente pela seguinte equação:

$$r = \kappa_2 R + \kappa_3 \quad (13)$$

onde:

r = raio interno do cabo, [m]

R = raio externo do cabo, [m]

$\kappa_2$  = coeficiente angular da função de ajuste do raio interno dos cabos

$\kappa_3$  = coeficiente linear da função de ajuste do raio interno dos cabos, [m]

Os coeficientes  $\kappa_2$  e  $\kappa_3$  são facilmente obtidos através de regressão linear.

Os coeficientes calculados para cada grupo de cabos ACSR estão mostrados na TABELA 1<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Os valores aqui tabelados foram calculados a partir de dados de resistência C.A. a 60 Hz. Observa-se que a influência da temperatura, nesta frequência é muito maior que a do efeito pelicular, considerando-se, portanto, o erro pequeno.

TABELA 1 -Coeficientes de condutividade, temperatura e raio interno

Grupo	$\sigma_r$ [S/m]	$\eta$ [1/°C]	$\kappa_2$	$\kappa_3$ [m]
84/19	$2.5926 \times 10^7$	$3.7365 \times 10^{-3}$	$2.6875 \times 10^{-1}$	$8.2074 \times 10^{-5}$
76/19	$2.5954 \times 10^7$	$3.6021 \times 10^{-3}$	$2.3077 \times 10^{-1}$	$-1.1235 \times 10^{-4}$
54/19	$2.5921 \times 10^7$	$3.8668 \times 10^{-3}$	$3.3423 \times 10^{-1}$	$-1.3187 \times 10^{-5}$
30/19	$2.5310 \times 10^7$	$3.9412 \times 10^{-3}$	$4.2991 \times 10^{-1}$	$-1.6621 \times 10^{-5}$
72/7	$2.5921 \times 10^7$	$3.6509 \times 10^{-3}$	0	$4.4069 \times 10^{-3}$
54/7	$2.5369 \times 10^7$	$3.9244 \times 10^{-3}$	$3.3305 \times 10^{-1}$	$3.8558 \times 10^{-6}$
45/7	$2.5381 \times 10^7$	$3.8835 \times 10^{-3}$	$2.5007 \times 10^{-1}$	$3.7602 \times 10^{-7}$
30/7	$2.5313 \times 10^7$	$3.9437 \times 10^{-3}$	$4.2863 \times 10^{-1}$	$-2.6857 \times 10^{-7}$
26/7	$2.5366 \times 10^7$	$3.9419 \times 10^{-3}$	$3.6887 \times 10^{-1}$	$-6.2087 \times 10^{-6}$
24/7	$2.5381 \times 10^7$	$3.9398 \times 10^{-3}$	$3.3264 \times 10^{-1}$	$8.7154 \times 10^{-6}$
36/1	$2.5517 \times 10^7$	$3.9056 \times 10^{-3}$	$1.4545 \times 10^{-1}$	$-2.8864 \times 10^{-5}$
18/1	$2.5487 \times 10^7$	$3.9407 \times 10^{-3}$	$2.0006 \times 10^{-1}$	$1.1899 \times 10^{-6}$

Com todas as constantes necessárias, a impedância interna de um cabo genérico k pode ser calculada seguindo as equações abaixo. Deve ser observado que o índice k foi suprimido nas primeiras equações a fim de se simplificar a notação.

$$\sigma_o = \frac{\sigma_r}{[1 + \eta(t_o - t_r)]} \quad (14)$$

$$\rho_e = R\sqrt{j\omega\mu\sigma_o} \quad (15)$$

$$\rho_i = r\sqrt{j\omega\mu\sigma_o} \quad (16)$$

$$Z_{kk} = \frac{j\omega\mu}{2\pi\rho_e} \cdot \frac{I_0(\rho_e)K_1(\rho_i) + K_0(\rho_e)I_1(\rho_i)}{I_1(\rho_e)K_1(\rho_i) - I_1(\rho_i)K_1(\rho_e)} \quad (17)$$

onde:

$\sigma_o$  = condutividade na temperatura de operação do cabo k, [S/m]

$\sigma_r$  = condutividade dos cabos de alumínio na temperatura de referência, [S/m]

$\eta$  = coeficiente de proporcionalidade, [1/°C]

$t_o$  = temperatura de operação do cabo k, [°C]

$t_r$  = temperatura de referência dos cabos de alumínio, [°C]

$R$  = raio externo do cabo  $k$ , [m]  
 $r$  = raio interno do cabo  $k$ ,  $r = \kappa_2 R + \kappa_3$ , [m]  
 $\rho_e$  = raio externo corrigido do cabo  $k$ , [m]  
 $\rho_i$  = raio interno corrigido do cabo  $k$ , [m]  
 $j$  = constante imaginária  
 $\omega$  = frequência, [rad/s]  
 $\mu$  = permeabilidade magnética do alumínio (considerada igual a do vácuo),  
 [4 $\pi \times 10^{-7}$  H/m]  
 $Z_{kk}$  = impedância própria de um cabo  $k$ , elemento  $kk$  da matriz  $Z_c$  [ $\Omega/m$ ]  
 $I_0$  = função de Bessel modificada de primeira espécie de ordem 0  
 $I_1$  = função de Bessel modificada de primeira espécie de ordem 1  
 $K_0$  = função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem 0  
 $K_1$  = função de Bessel modificada de segunda espécie de ordem 1  
 $k = 1, \dots, n$   
 $n_f$  = número de cabos fases  
 $n_p$  = número de cabos pára-raios.  $n_p = 0$  se cabos pára-raios forem isolados ou em "T"  
 $n = n_f + n_p$ , número total de condutores

#### 2.1.2.4 Aproximação de Dubanton

Segundo Deri et alli [5], o cálculo da parcela da impedância devida ao retorno de corrente pela terra pode ser muito simplificado em relação à solução proposta por Carson [2]. O modelo sugerido representa um solo homogêneo por meio de um plano de retorno de corrente, colocado a uma profundidade complexa  $\psi$  abaixo da superfície real do solo. As equações (18) a (20) são válidas em qualquer frequência de validade do modelo de Carson e tem a vantagem de não ser necessário se efetuar os cálculos das integrais. O resultado desta aproximação já é a soma das parcelas das impedâncias devidas à geometria e ao retorno de corrente pela terra.

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_s}} \quad (18)$$

$$Z_{ii} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{2(x_{2i} + \psi)}{R_i} \right) \quad (19)$$



$$Z_{ik} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \left( \sqrt{\frac{(x_{2i} + x_{2k} + 2\psi)^2 + (x_{1i} - x_{1k})^2}{(x_{2i} - x_{2k})^2 + (x_{1i} - x_{1k})^2}} \right), i \neq k \quad (20)$$

onde:

$\psi$  = profundidade complexa do solo, [m]

$j$  = constante complexa

$\omega$  = frequência, [rad/s]

$\mu_0$  = permeabilidade magnética do vácuo, [ $4\pi \times 10^{-7}$  H/m]

$\sigma_s$  = condutividade do solo, [S/m]

$Z_{ii}$  = impedância própria do condutor  $i$ , [ $\Omega/m$ ]

$Z_{ik}$  = impedância mútua entre os condutores  $i$  e  $k$ , [ $\Omega/m$ ]

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do condutor  $i$ , [m]

$x_{1k}$  = coordenada horizontal do condutor  $k$ , [m]

$x_{2i}$  = coordenada vertical do condutor  $i$ , [m]

$x_{2k}$  = coordenada vertical do condutor  $k$ , [m]

$R_i$  = raio externo do condutor  $i$ , [m]

$i = 1, \dots, n$

$k = 1, \dots, n$

$n = n_f + n_p$

$n_f$  = número de cabos fases

$n_p$  = número de cabos pára-raios.  $n_p = 0$  se cabos pára-raios forem isolados ou em "T"

### 2.1.3 Redução das matrizes de parâmetros

Em programas de análise de redes elétricas as linhas de transmissão são, em geral, representadas por um equivalente monofásico contendo um valor de  $Z$  (longitudinal) e um valor de  $Y$  (transversal). Faz-se necessário, portanto, calcular uma impedância monofásica que represente o comportamento da linha de uma forma geral.

O primeiro passo para se obter o equivalente monofásico da linha de transmissão é fazer a redução das matrizes  $\mathbf{Z}$  e  $\mathbf{B}$ . Essas matrizes, depois de reduzidas, continuam sendo matrizes quadradas e têm tantas colunas quanto são o número de fases da linha em questão. A redução destas matrizes é feita através do algoritmo de Kron, descrito em

Praça [7]. A matriz de admitâncias reduzida  $\mathbf{Y}_z$  é calculada pela equação (6), onde  $\mathbf{B}$  é substituída pela matriz reduzida  $\mathbf{B}_z$ .

Após o processo de redução das dimensões das matrizes, cada fase, composta por um feixe de condutores, tem seus efeitos reproduzidos por um único condutor equivalente. Portanto, as matrizes  $\mathbf{Z}_z$  e  $\mathbf{Y}_z$  representam as matrizes de impedância e de admitância de uma linha de transmissão equivalente à linha original com apenas um condutor por fase.

As matrizes reduzidas  $\mathbf{Z}_z$  e  $\mathbf{Y}_z$  são empregadas, neste trabalho, no cálculo do valor do componente simétrico de seqüência positiva, utilizado como o equivalente monofásico de uma linha de transmissão e no cálculo da potência natural.

#### 2.1.4 Impedâncias de seqüência positiva

A análise do funcionamento equilibrado em regime permanente de um equipamento elétrico trifásico pode ser bastante simplificado quando se observa o comportamento de apenas uma das fases. Tal comportamento pode, em geral, ser estendido às outras fases, assim determinando-se o funcionamento do equipamento como um todo. No entanto, nas linhas de transmissão, por exemplo, existe acoplamento eletromagnético entre suas fases e este fato impede que seja feita uma análise tomando-se uma das fases como referência.

Para a avaliação das linhas de transmissão trifásicas em regime permanente utiliza-se o valor de sua impedância de seqüência positiva. Esta impedância considera os elementos do acoplamento entre fases e representa um equivalente monofásico da linha de transmissão. O cálculo das impedâncias de seqüência está mostrado abaixo e tem como premissa a transposição da linha de transmissão.

$$Z_1 = \frac{1}{n_F} \left( \sum_{i=1}^{n_F} Z_{zii} - \sum_{i=1}^{n_F} \sum_{\substack{k=i+1 \\ k \leq n_F}}^{n_F} Z_{zik} \right) \quad (21)$$

onde:

$Z_1$  = impedância de seqüência positiva, [ $\Omega/m$  ou  $S/m$ ]

$n_F$  = número de fases do circuito

$Z_{zik}$  = impedância  $ik$  da matriz reduzida, [ $\Omega/m$  ou  $S/m$ ]

## 2.2 POTÊNCIA NATURAL

A potência natural de uma linha de transmissão é o valor de potência ativa transmitida quando a potência reativa demandada é igual à potência reativa gerada pela linha. A linha projetada com potência nominal próxima a potência natural solicita pouca compensação de reativos.

A potência natural é calculada sabendo-se o valor da tensão de operação e o valor da impedância característica da linha.

### 2.2.1 Impedância característica

A impedância característica da linha de transmissão trifásica é dada por:

$$\mathbf{Z}_0 = \sqrt{\mathbf{Y}_z^{-1} \mathbf{Z}_z} \quad (22)$$

onde:

$\mathbf{Z}_0$  = matriz de impedâncias características, [ $\Omega$ ]

$\mathbf{Y}_z$  = matriz reduzida de admitâncias, [S/m]

$\mathbf{Z}_z$  = matriz reduzida de impedâncias, [ $\Omega$ /m]

#### 2.2.1.1 Cálculo exato

A matriz de impedâncias características pode ser calculada por:

$$\mathbf{Z}_0 = \left( \sqrt{\mathbf{Z}_z \mathbf{Y}_z} \right)^{-1} \mathbf{Z}_z \quad (23)$$

onde:

$\mathbf{Z}_0$  = matriz de impedâncias características, [ $\Omega$ ]

$\mathbf{Y}_z$  = matriz reduzida de admitâncias, [S/m]

$\mathbf{Z}_z$  = matriz reduzida de impedâncias, [ $\Omega$ /m]

O valor de  $\mathbf{Z}_0$  é obtido por intermédio do cálculo dos autovalores e autovetores da matriz  $\mathbf{Z}_z \mathbf{Y}_z$ .

#### 2.2.1.2 Cálculo aproximado

Se a linha for considerada sem perdas:

$$\mathbf{Z}_0 = 60\mathbf{B}_z \quad (24)$$

onde:

$\mathbf{Z}_0$  = impedância característica, [ $\Omega$ ]

$\mathbf{B}$  = matriz dos logaritmos das relações das distâncias entre condutores

### 2.2.2 Potência natural

A partir da matriz de impedâncias características encontra-se a impedância característica de seqüência positiva. A equação abaixo trata do caso particular de uma linha trifásica.

$$z_c = \frac{1}{3} \left[ Z_{0_{11}} + Z_{0_{22}} + Z_{0_{33}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} (Z_{0_{13}} + Z_{0_{21}} + Z_{0_{32}}) + e^{-j\frac{2\pi}{3}} (Z_{0_{12}} + Z_{0_{23}} + Z_{0_{31}}) \right] \quad (25)$$

onde:

$z_c$  = impedância característica de seqüência positiva, [ $\Omega$ ]

$Z_{0_{ik}}$  = elemento ik da matriz de impedâncias características, [ $\Omega$ ]

A potência natural de uma linha de transmissão trifásica transposta é dada pela seguinte equação:

$$P = 3 \frac{|V|^2}{z_c} \quad (26)$$

onde:

$P$  = potência natural, [W]

$z_c$  = impedância característica de seqüência positiva, [ $\Omega$ ]

$V$  = tensão fase-terra, [V]

## 2.3 DENSIDADE DE CORRENTE NOS CONDUTORES

### 2.3.1 Distribuição de corrente entre condutores

A corrente em cada condutor de uma linha de transmissão depende, entre outros fatores, da configuração geométrica da linha, da existência ou não de transposição e da carga. Esta última tem participação importante na definição do equilíbrio entre as correntes de fase. Os projetos de linhas sempre consideram o equilíbrio entre estas

correntes, embora possa haver estudos em que isto não seja verdade. Assim, em regra, supõe-se que todas as correntes de fase sejam iguais em módulo e estejam defasadas igualmente entre si.

Sendo dada a corrente de cada fase e se considerando a queda de tensão por unidade de comprimento igual em todos os condutores, é possível se calcular a distribuição de corrente entre os mesmos.

Com uma queda de tensão unitária e o valor da impedância série, encontra-se uma corrente fictícia em cada condutor que, normalizada, fornece um valor proporcional à corrente real.

$$\mathbf{I} \sim = \mathbf{Z}^{-1} \Delta \mathbf{V} \quad (27)$$

onde:

$\mathbf{I} \sim$  = vetor de correntes fictícias, [A]

$\mathbf{Z}$  = matriz de impedâncias, [ $\Omega/m$ ]

$\Delta V_i = 1e^{j\phi_k}$ , elemento  $i$  do vetor de quedas de tensões, [V/m]

$\phi_k$  = ângulo da tensão da fase  $k$

$n_F$  = número de fases

$k = 1, \dots, n_F$

$n_{ck}$  = número de condutores da fase  $k$

$$n_c = \sum_{y=1}^{k-1} n_{cy}$$

$i = 1+n_c, \dots, n_{ck}+n_c$

$$I_{fk} \sim = \sum_{i=1}^{n_{ck}} I_{ki} \sim, k = 1, \dots, n_F \quad (28)$$

onde:

$I_{fk} \sim$  = corrente fictícia da fase  $k$ , [A]

$n_{ck}$  = número de condutores da fase  $k$

$I_{ki} \sim$  = corrente fictícia do  $i$ -ésimo condutor da fase  $k$ , [A]

$n_F$  = número de fases

$$I_{pki} = \frac{I_{ki} \sim}{|I_{fk} \sim|}, k = 1, \dots, n_F \quad i = 1, \dots, n_{ck} \quad (29)$$

onde:

$I_{pki}$  = proporção de corrente do  $i$ -ésimo condutor da fase  $k$

$I_{ki} \sim$  = corrente fictícia do  $i$ -ésimo condutor da fase  $k$ , [A]

$I_{fk} \sim$  = corrente fictícia da fase  $k$ , [A]

$n_F$  = número de fases

$n_{ck}$  = número de condutores da fase  $k$

Finalmente, conhecendo-se a corrente de cada fase, calcula-se a corrente de cada condutor.

$$I_{ki} = I_{pki} \cdot I_{fk}, \quad k = 1, \dots, n_F, \quad i = 1, \dots, n_{ck} \quad (30)$$

onde:

$I_{ki}$  = corrente do  $i$ -ésimo condutor da fase  $k$ , [A]

$I_{pki}$  = proporção de corrente do  $i$ -ésimo condutor da fase  $k$

$I_{fk}$  = corrente da fase  $k$ , [A]

$n_F$  = número de fases

$n_{ck}$  = número de condutores da fase  $k$

### 2.3.2 Densidade de corrente

Uma vez determinadas as correntes dos condutores, suas densidades podem ser calculadas. O cálculo é simplificado desprezando-se o efeito pelicular, ou seja, dividindo-se cada corrente pela seção da coroa circular do respectivo condutor.

$$J_i = \frac{I_i}{\pi(R_i^2 - r_i^2)}, \quad i = 1, \dots, n_f \quad (31)$$

onde:

$J_i$  = densidade de corrente do condutor  $i$ , [A/m<sup>2</sup>]

$I_i$  = corrente do condutor  $i$ , [A]

$R_i$  = raio externo do condutor  $i$ , [m]

$r_i$  = raio interno do condutor  $i$ , [m]

$n_f$  = número de condutores fase

## 2.4 PERDAS

O cálculo das perdas totais em uma linha de transmissão envolve vários fenômenos dentre os quais somente as perdas por efeito Joule nos cabos condutores está sendo considerado neste trabalho. Deve-se observar que os cálculos das perdas não foram incluídos na implementação do sistema computacional.

$$W = \sum_{i=1}^{n_r} \Re(Z_{ii}) |I_i|^2 \quad (32)$$

onde:

$W$  = perda na linha de transmissão, [W/m]

$Z_{ii}$  = elemento  $ii$  da matriz de impedâncias, [ $\Omega/m$ ]

$I_i$  = elemento  $i$  do vetor de correntes, [A]

## 2.5 CAMPO ELÉTRICO NA SUPERFÍCIE DOS CONDUTORES

### 2.5.1 Campo superficial máximo

Conforme mencionado pelo *Radio Noise Working Group* [8] “Uma das mais importantes considerações no projeto de linhas de transmissão de alta tensão é o desempenho corona, o qual é comumente definido em termos de perdas corona, interferência em rádio, ruído audível, interferência em TV, ozônio, etc. gerados por corona...”. O efeito corona está diretamente relacionado ao campo elétrico nas superfícies dos condutores das linhas de transmissão. Por esta razão, quando este campo é mantido dentro de certos limites, todos os fenômenos provenientes do corona estão indiretamente controlados como, por exemplo, a rádio interferência e o ruído audível.

Existem vários métodos para se calcular o campo elétrico superficial dos condutores, sendo que os mais exatos e utilizados são o “método das imagens sucessivas” e o “método dos momentos”. O método dos momentos, mostrado em Clements et alli [9], foi a opção adotada neste trabalho. Esta escolha justifica-se pela obtenção de um modelo matemático mais aderente ao fenômeno físico subjacente. Nos materiais condutores e sob campos elétricos estacionários, as cargas elétricas livres se distribuem somente nas superfícies dos corpos. Considerando o caso de se ter condutores cilíndricos, a distribuição de cargas é quase senoidal em torno do círculo formado pela seção reta do condutor, sendo bem modelada por uma série de Fourier.

$$\sigma_i(\theta) = \sum_{y=0}^{n_h} \alpha_{iy} \cos(y \cdot \theta) + \beta_{iy} \sin(y \cdot \theta) \quad (33)$$

onde:

$\sigma_i$  = densidade de carga na superfície do condutor  $i$  no ângulo  $\theta$ , [C/m]

$\theta$  = ângulo que determina um ponto na superfície do condutor a partir de seu centro, [rad]

$n_h$  = número arbitrário de componentes harmônicos da série de Fourier

$\alpha_{iy}$  = amplitude do termo cosseno da  $y$ -ésima harmônica do condutor  $i$ , [C/m]

$\beta_{iy}$  = amplitude do termo seno da  $y$ -ésima harmônica do condutor  $i$ , [C/m]

$i = 1, \dots, n$

$n$  = número de condutores

Sabendo-se que o campo elétrico num ponto do espaço é dado pelo gradiente do potencial naquele ponto ( $E = -\nabla V$ ) e de acordo com o desenvolvimento em Clements et alli [9], o potencial em um ponto do espaço é determinado pela equação abaixo. As principais variáveis geométricas desta equação estão representadas na FIGURA 3.

$$V(p) = \frac{1}{2\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \left\{ -2\alpha_{i0} R_i \ln(\Lambda_i) + \sum_{y=1}^{n_h} \frac{R_i^{y+1}}{y\Lambda_i^y} [\alpha_{iy} \cos(y\theta_i) + \beta_{iy} \sin(y\theta_i)] \right\} \quad (34)$$

onde:

$V(p)$  = potencial no ponto  $p$ , [V]

$\epsilon_0$  = constante dielétrica do ar, [ $8,854 \times 10^{-12}$  F/m]

$n$  = número de condutores

$\alpha_{iy}$  = amplitude do termo cosseno da  $y$ -ésima harmônica do condutor  $i$ , [C/m]

$\beta_{iy}$  = amplitude do termo seno da  $y$ -ésima harmônica do condutor  $i$ , [C/m]

$R_i$  = raio externo do condutor  $i$ , [m]

$\Lambda_i$  = distância do centro do condutor  $i$  ao ponto  $p$ , [m]

$n_h$  = número arbitrário de componentes harmônicos da série de Fourier

$\theta_i$  = ângulo entre a direção horizontal e a reta que passa pelo centro do condutor  $i$  e pelo ponto  $p$ , [rad]



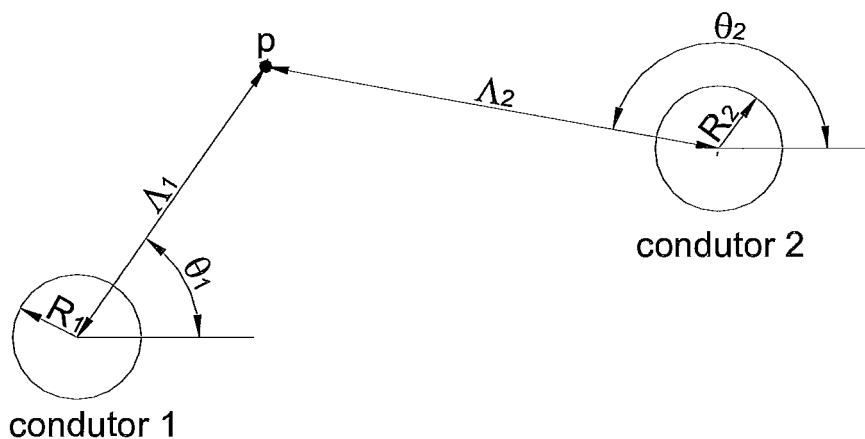


FIGURA 3- Variáveis geométricas que determinam a posição de um ponto em relação aos centros dos condutores

O gradiente do potencial terá  $2n$  termos,  $n$  referentes a cada distância  $\Lambda_i$  e outros  $n$  referentes a cada ângulo  $\theta_i$ . Deseja-se calcular o gradiente de  $V$  em um ponto “p” na superfície de um condutor “c”. Deve-se lembrar que o campo elétrico na superfície de um condutor cilíndrico só tem componente radial, sendo, portanto, independente de qualquer contribuição que não esteja nesta direção. Então:

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_i} = 0, \quad \forall i \quad (35)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \Lambda_i} = 0, \quad i \neq c \quad (36)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \Lambda_i} = -\frac{1}{2\epsilon_0} \left[ \frac{2\alpha_{i0}R_i}{\Lambda_i} + \sum_{y=1}^{n_h} \frac{R_i^{y+1}}{\Lambda_i^{y+1}} \left[ \alpha_{iy} \cos(y\theta_i) + \beta_{iy} \sen(y\theta_i) \right] \right], \quad i = c \quad (37)$$

onde:

$V$  = potencial na superfície do condutor  $c$ , [V]

$\theta_i$  = ângulo entre a direção horizontal e a reta que passa pelo centro do condutor  $i$  e pelo ponto  $p$ , [rad]

$\Lambda_i$  = distância do centro do condutor  $i$  ao ponto  $p$ , [m]

$\epsilon_0$  = constante dielétrica do ar, [ $8,854 \times 10^{-12}$  F/m]

$\alpha_{iy}$  = amplitude do termo cosseno da  $y$ -ésima harmônica do condutor  $i$ , [C/m]

$\beta_{iy}$  = amplitude do termo seno da  $y$ -ésima harmônica do condutor  $i$ , [C/m]

$R_i$  = raio externo do condutor  $i$ , [m]

$n_h$  = número arbitrário de componentes harmônicos da série de Fourier

Somente um termo do  $\nabla V$  é diferente de zero e, neste caso, lê-se  $\Lambda_c = R_c$ , logo:

$$E(\theta) = \frac{-\sigma_c(\theta)}{2\varepsilon_0} \quad (38)$$

onde:

$E(\theta)$  = campo elétrico na superfície do condutor  $c$  na direção  $\theta$ , [V/m]

$\sigma_c(\theta)$  = densidade superficial de cargas do condutor  $c$ , [C/m]

$\varepsilon_0$  = constante dielétrica do ar, [ $8,854 \times 10^{-12}$  F/m]

Os campos elétricos superficiais dos condutores são determinados conhecendo-se apenas suas funções de distribuição de cargas. O procedimento usual consiste em se escolher  $n \times (2n_h + 1)$  pontos sobre os  $n$  condutores e se resolver o sistema de equações em  $\alpha$  e  $\beta$ , que também tem  $n \times (2n_h + 1)$  equações do tipo (34). Cada linha do sistema de equações corresponde a um dos pontos escolhidos. Como estes pontos estão sobre a superfície dos condutores, a tensão é conhecida, bem como os demais parâmetros.

A seqüência dos cálculos dos valores de campo elétrico está mostrado abaixo:

$$x_{1p} = x_{1w} + R_w \cos\left(\frac{y-1}{2n_h+1} 2\pi\right) \quad (39)$$

$$x_{2p} = x_{2w} + R_w \text{sen}\left(\frac{y-1}{2n_h+1} 2\pi\right) \quad (40)$$

$$\Delta x_{1pi} = x_{1p} - x_{1i} \quad (41)$$

$$\Delta x_{2pi} = x_{2p} - x_{2i} \quad (42)$$

$$\Lambda_{pi} = \sqrt{\Delta x_{1pi}^2 + \Delta x_{2pi}^2} \quad (43)$$

$$\theta_{pi} = \text{atan}\left(\frac{\Delta x_{2pi}}{\Delta x_{1pi}}\right), \Delta x_{1pi} \geq 0 \quad (44)$$

$$\theta_{pi} = \text{atan}\left(\frac{\Delta x_{2pi}}{\Delta x_{1pi}}\right) + \pi, \Delta x_{1pi} < 0 \quad (45)$$

$$G_{p,[(2n_h+1)(i-1)+1]} = -2R_i \ln(\Lambda_{pi}) \quad (46)$$

$$G_{p,[(2n_h+1)(i-1)+2k]} = \frac{R_i^{k+1}}{k\Lambda_{pi}^k} \cos(k\theta_{pi}) \quad (47)$$

$$G_{p,[(2n_h+1)(i-1)+2k+1]} = \frac{R_i^{k+1}}{k\Lambda_{pi}^k} \text{sen}(k\theta_{pi}) \quad (48)$$

onde:

$$p = (2n_h + 1) (w - 1) + y$$

$$w = 1, 2, \dots, n$$

$$y = 1, 2, \dots, 2n_h+1$$

$n$  = número de condutores

$n_h$  = número de harmônicos

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$k = 1, 2, \dots, n_h$$

$x_{1p}$  = coordenada horizontal do ponto  $p$ , [m]

$x_{1w}$  = coordenada horizontal do centro do condutor  $w$ , [m]

$R_w$  = raio externo do condutor  $w$ , [m]

$x_{2p}$  = coordenada vertical do ponto  $p$ , [m]

$x_{2w}$  = coordenada vertical do centro do condutor  $w$ , [m]

$\Delta x_{1pi}$  = diferença de coordenadas horizontais entre o ponto  $p$  e o condutor  $i$ , [m]

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do centro do condutor  $i$ , [m]

$\Delta x_{2pi}$  = diferença de coordenadas verticais entre o ponto  $p$  e o condutor  $i$ , [m]

$x_{2i}$  = coordenada vertical do centro do condutor  $i$ , [m]

$\Lambda_{pi}$  = distância entre o ponto  $p$  e o centro do condutor  $i$ , [m]

$\theta_{pi}$  = ângulo entre a direção horizontal e a reta que passa pelo centro do condutor  $i$  e pelo ponto  $p$ , [rad]

$R_i$  = raio externo do condutor  $i$ , [m]

$G_{pz}$  = elemento  $pz$  da matriz de coeficientes de carga, [m/F]

A matriz  $G$  pode ser construída contendo dois pares linha-coluna para cada condutor. O primeiro par linha-coluna correspondente ao próprio condutor e o segundo à sua imagem. Para se reduzir o tamanho dessa matriz deve ser feita a soma das linhas de cada par seguida da retirada das linhas e colunas correspondentes às imagens. Isto reduz o tamanho da matriz à metade.

As tensões em cada ponto são ordenadas conforme a seguinte equação:

$$\tilde{V}_p = V_w \quad (49)$$

onde:

$\tilde{V}_p$  = elemento  $p$  do vetor estendido de tensões, [V]

$V_w$  = elemento  $w$  do vetor de tensões, [V]

$p = (2n_h + 1)(w - 1) + y$

$w = 1, 2, \dots, n$

$y = 1, 2, \dots, 2n_h + 1$

As amplitudes de cada componente harmônico são calculadas pela solução do sistema linear abaixo:

$$\kappa = \mathbf{G}^{-1}\tilde{\mathbf{V}} \quad (50)$$

$$\alpha = |\kappa| \quad (51)$$

onde:

$\kappa$  = fasores dos harmônicos da distribuição de cargas, [C/m]

$\mathbf{G}$  = matriz de coeficientes de carga, [m/F]

$\tilde{\mathbf{V}}$  = vetor estendido de tensões, [V]

$\alpha$  = amplitudes dos harmônicos da distribuição de cargas, [C/m]

Pode-se dizer que, para configurações onde os condutores não estão muito próximos uns dos outros, a distribuição de cargas nas suas superfícies são bem aproximadas se for usado  $n_h = 1$ . Desta forma, o campo elétrico máximo é dado por:

$$\Theta_w = \text{atan}\left(\frac{\beta_w}{\alpha_w}\right) \quad (52)$$

$$E_{w\text{max}} = \frac{\sigma(\Theta_w)}{2\epsilon_0} \quad (53)$$

onde:

$\Theta_w$  = ângulo que determina o campo elétrico máximo do condutor  $w$ , [rad]

$\alpha_w$  = amplitude do termo seno do campo elétrico do condutor  $w$ , [C/m]

$\beta_w$  = amplitude do termo cosseno do campo elétrico do condutor w, [C/m]

$E_{w \max}$  = campo elétrico máximo na superfície do condutor w, [V/m]

$\sigma$  = distribuição de cargas do condutor w, [C/m<sup>2</sup>]

$\epsilon_0$  = constante dielétrica do ar, [8,854×10<sup>-12</sup> F/m]

### 2.5.2 Campo superficial crítico

A fim de se evitar o efeito corona, o campo elétrico na superfície dos condutores deve ficar abaixo do campo elétrico crítico, que pode ser calculado pela equação de Peek:

$$E_{cr} = \kappa_4 \delta \frac{3 \cdot 10^6}{\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{0,0301}{\sqrt{\delta R}} \right) \quad (54)$$

onde:

$E_{cr}$  = campo elétrico superficial crítico, [V/m]

$\delta$  = densidade relativa do ar

$\kappa_4$  = fator de irregularidade

R = raio externo do condutor, [m]

A equação (54) aplica-se a campos alternados em frequência industrial. Tipicamente, o valor usado para  $\delta$  é igual a 1, enquanto o valor de  $\kappa_4$ , que depende das condições climáticas e do envelhecimento do condutor, é igual a 0,85.

## 2.6 CAMPO ELÉTRICO NO SOLO

A presença de linhas de transmissão com seus condutores submetidos a altas tensões provoca o surgimento de campos elétricos e de tensões induzidas nas imediações dessa linha. Com a necessidade de se transmitir energia a distâncias cada vez maiores e com o conseqüente aumento da tensão nominal da linha, o estudo dos campos elétricos provocados por linhas de transmissão torna-se essencial ao projeto destas.

Um dos critérios para aprovação do projeto de uma linha de transmissão é o valor do campo elétrico no solo, a certa distância da linha, ser menor que determinado limite indicado por norma. Uma prática comum é limitar o valor do campo elétrico em

qualquer ponto da faixa de passagem. Inversamente, o valor deste campo pode ser usado para a determinação da largura da faixa de passagem.

Para se conhecer o valor do campo elétrico deve-se fazer primeiro o cálculo das cargas nos condutores. Para isto, a matriz de capacitâncias, calculada no item 2.1.1, deve ser usada. É importante lembrar que as dimensões dessa matriz dependem da existência e do tipo de ligação dos cabos pára-raios.

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}\mathbf{V} \quad (55)$$

onde:

$\mathbf{Q}$  = vetor de cargas dos condutores, [C/m]

$\mathbf{C}$  = matriz de capacitâncias, [F/m]

$\mathbf{V}$  = vetor de tensões dos condutores, [V]

As distâncias entre o ponto onde se deseja calcular o campo elétrico e os condutores e suas imagens podem ser calculadas pelas seguintes equações:

$$\Delta x_{1pi} = x_{1p} - x_{1i} \quad (56)$$

$$\Delta x_{2pi} = x_{2p} - x_{2i} \quad (57)$$

$$\Delta x_{2lpi} = x_{2p} + x_{2i} \quad (58)$$

$$\Lambda_{pi} = \sqrt{\Delta x_{1pi}^2 + \Delta x_{2pi}^2} \quad (59)$$

$$\Lambda_{lpi} = \sqrt{\Delta x_{1pi}^2 + \Delta x_{2lpi}^2} \quad (60)$$

onde:

$\Delta x_{1pi}$  = diferença de coordenadas horizontais entre o ponto  $p$  e o condutor  $i$ , [m]

$x_{1p}$  = coordenada horizontal do ponto  $p$ , [m]

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do centro do condutor  $i$ , [m]

$\Delta x_{2pi}$  = diferença de coordenadas verticais entre o ponto  $p$  e o condutor  $i$ , [m]

$x_{2p}$  = coordenada vertical do ponto  $p$ , [m]

$x_{2i}$  = coordenada vertical do centro do condutor  $i$ , [m]

$\Delta x_{2lpi}$  = diferença de coordenadas verticais entre o ponto  $p$  e a imagem do condutor  $i$ , [m]

$\Lambda_{pi}$  = distância entre o ponto  $p$  e o centro do condutor  $i$ , [m]

$\Lambda_{lpi}$  = distância entre o ponto  $p$  e o centro da imagem do condutor  $i$ , [m]

O cálculo do campo elétrico num ponto qualquer do espaço é feito resolvendo as equações abaixo:

$$E_{1pi} = \frac{Q_i}{2\pi\epsilon_0} \Delta x_{1pi} \left( \frac{1}{\Lambda_{pi}^2} - \frac{1}{\Lambda_{lpi}^2} \right) \quad (61)$$

$$E_{2pi} = \frac{Q_i}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{\Delta x_{2pi}}{\Lambda_{pi}^2} - \frac{\Delta x_{2lpi}}{\Lambda_{lpi}^2} \right) \quad (62)$$

$$E_{1p} = \sum_{i=1}^n E_{1pi} \quad (63)$$

$$E_{2p} = \sum_{i=1}^n E_{2pi} \quad (64)$$

onde:

$E_{1pi}$  = componente horizontal do campo elétrico no ponto p devido ao condutor i, [V/m]

$E_{2pi}$  = componente vertical do campo elétrico no ponto p devido ao condutor i, [V/m]

$Q_i$  = carga elétrica do condutor i, [C/m]

$\epsilon_0$  = constante dielétrica do ar, [ $8,854 \times 10^{-12}$  F/m]

$\Delta x_{1pi}$  = diferença de coordenadas horizontais entre o ponto p e o condutor i, [m]

$\Delta x_{2pi}$  = diferença de coordenadas verticais entre o ponto p e o condutor i, [m]

$\Delta x_{2lpi}$  = diferença de coordenadas verticais entre o ponto p e a imagem do condutor i, [m]

$\Lambda_{pi}$  = distância entre o ponto p e o centro do condutor i, [m]

$\Lambda_{lpi}$  = distância entre o ponto p e o centro da imagem do condutor i, [m]

$E_{1p}$  = componente horizontal do campo elétrico no ponto p, [V/m]

$E_{2p}$  = componente vertical do campo elétrico no ponto p, [V/m]

Os componentes  $E_{1p}$  e  $E_{2p}$  são fasores e estão deslocados no espaço por um ângulo de 90 graus. O valor de campo elétrico utilizado nos projetos das linhas de transmissão é o valor máximo da composição desses fasores.

$$e_1 = |E_{1p}| \quad (65)$$

$$e_2 = |E_{2p}| \quad (66)$$

$$\theta_1 = \text{atan} \left( \frac{\Re(E_{1p})}{\Im(E_{1p})} \right), \quad \Re(E_{1p}) \geq 0 \quad (67)$$

$$\theta_1 = \text{atan} \left( \frac{\Re(E_{1p})}{\Im(E_{1p})} \right) + \pi, \quad \Re(E_{1p}) < 0 \quad (68)$$

$$\theta_2 = \text{atan} \left( \frac{\Re(E_{2p})}{\Im(E_{2p})} \right), \quad \Re(E_{2p}) \geq 0 \quad (69)$$

$$\theta_2 = \text{atan} \left( \frac{\Re(E_{2p})}{\Im(E_{2p})} \right) + \pi, \quad \Re(E_{2p}) < 0 \quad (70)$$

$$\omega t = -\frac{1}{2} \text{atan} \left( \frac{e_1^2 \sin(2\theta_1) + e_2^2 \sin(2\theta_2)}{e_1^2 \cos(2\theta_1) + e_2^2 \cos(2\theta_2)} \right) \quad (71)$$

$$E_{s0} = \sqrt{[e_1 \cos(\omega t + \theta_1)]^2 + [e_2 \cos(\omega t + \theta_2)]^2} \quad (72)$$

$$E_{s90} = \sqrt{\left[ e_1 \cos \left( \omega t + \theta_1 + \frac{\pi}{2} \right) \right]^2 + \left[ e_2 \cos \left( \omega t + \theta_2 + \frac{\pi}{2} \right) \right]^2} \quad (73)$$

$$E_s = \max(E_{s0}, E_{s90}) \quad (74)$$

onde:

$E_{1p}$  = componente horizontal do campo elétrico no ponto p, [V/m]

$E_{2p}$  = componente vertical do campo elétrico no ponto p, [V/m]

$e_1$  = amplitude do componente horizontal do campo elétrico no ponto p, [V/m]

$e_2$  = amplitude do componente vertical do campo elétrico no ponto p, [V/m]

$\theta_1$  = fase do componente horizontal do campo elétrico no ponto p, [V/m]

$\theta_2$  = fase do componente vertical do campo elétrico no ponto p, [V/m]

$\omega t$  = ângulo em que ocorre o campo elétrico máximo ou mínimo, [rad]

$E_{s0}$  = campo elétrico máximo ou mínimo no ponto p, [V/m]

$E_{s90}$  = campo elétrico máximo ou mínimo no ponto p, [V/m]

$E_s$  = campo elétrico máximo no ponto p, [V/m]



O campo elétrico na superfície de um condutor sempre é normal a essa superfície. Nesta seção, o solo é modelado como um condutor perfeito e, neste caso particular, o cálculo do campo elétrico em sua superfície é simplificado: todos os componentes horizontais deste campo são iguais a zero e o valor máximo do componente normal ao solo é igual a  $e_2$ .

## 2.7 CAMPO MAGNÉTICO NO SOLO

Os cálculos para a determinação do campo magnético máximo na superfície do solo são semelhantes àqueles usados para o campo elétrico. Também neste caso, o ponto p deve possuir coordenada vertical igual a zero.

Em linhas de transmissão há o retorno de corrente pelo solo, razão pela qual é necessário considerar este efeito, o que torna os cálculos um pouco mais elaborados. Da mesma forma como no item 2.1.2.4, utiliza-se o modelo de solo como um plano abaixo do solo real a uma profundidade complexa.

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_s}} \quad (75)$$

onde:

$\psi$  = profundidade complexa do solo, [m]

$j$  = constante complexa

$\omega$  = frequência, [rad/s]

$\mu_0$  = permeabilidade magnética do vácuo, [ $4\pi \times 10^{-7}$  H/m]

$\sigma_s$  = condutividade do solo, [S/m]

As distâncias entre o ponto onde se deseja calcular o campo magnético e os condutores e suas imagens podem ser calculadas pelas seguintes equações:

$$\Delta x_{1pi} = x_{1p} - x_{1i} \quad (76)$$

$$\Delta x_{2pi} = x_{2p} - x_{2i} \quad (77)$$

$$\Delta x_{2\psi pi} = x_{2p} + x_{2i} + 2\psi \quad (78)$$

$$\Lambda_{pi} = \sqrt{\Delta x_{1pi}^2 + \Delta x_{2\psi pi}^2} \quad (79)$$

$$\Lambda_{\psi pi} = \sqrt{\Delta x_{1pi}^2 + \Delta x_{2\psi pi}^2} \quad (80)$$

onde:

$\Delta x_{1pi}$  = diferença de coordenadas horizontais entre o ponto p e o condutor i, [m]

$x_{1p}$  = coordenada horizontal do ponto p, [m]

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do centro do condutor i, [m]

$\Delta x_{2pi}$  = diferença de coordenadas verticais entre o ponto p e o condutor i, [m]

$x_{2p}$  = coordenada vertical do ponto p, [m]

$x_{2i}$  = coordenada vertical do centro do condutor i, [m]

$\psi$  = profundidade complexa do solo, [m]

$\Delta x_{2\psi pi}$  = diferença de coordenadas verticais entre o ponto p e a imagem do condutor i, [m]

$\Lambda_{pi}$  = distância entre o ponto p e o centro do condutor i, [m]

$\Lambda_{\psi pi}$  = distância entre o ponto p e o centro da imagem do condutor i, [m]

O cálculo do campo magnético num ponto qualquer do espaço é feito resolvendo as equações abaixo:

$$H_{1pi} = \frac{I_i}{2\pi} \left\{ -\frac{\Delta x_{2pi}}{\Lambda_{pi}^2} + \frac{\Delta x_{2\psi pi}}{\Lambda_{\psi pi}^2} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{2\psi}{\Lambda_{\psi pi}} \right)^4 \right] \right\} \quad (81)$$

$$H_{2pi} = \frac{I_i \Delta x_{1pi}}{2\pi} \left\{ -\frac{1}{\Lambda_{pi}^2} + \frac{1}{\Lambda_{\psi pi}^2} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{2\psi}{\Lambda_{\psi pi}} \right)^4 \right] \right\} \quad (82)$$

$$H_{1p} = \sum_{i=1}^n H_{1pi} \quad (83)$$

$$H_{2p} = \sum_{i=1}^n H_{2pi} \quad (84)$$

onde:

$H_{1pi}$  = componente horizontal do campo magnético no ponto p devido ao condutor i, [A/m]

$H_{2pi}$  = componente vertical do campo magnético no ponto p devido ao condutor i, [A/m]

$I_i$  = corrente do condutor i, [A]

$\Delta x_{1pi}$  = diferença de coordenadas horizontais entre o ponto p e o condutor i, [m]

$\Delta x_{2pi}$  = diferença de coordenadas verticais entre o ponto p e o condutor i, [m]

$\Delta x_{2\psi pi}$  = diferença de coordenadas verticais entre o ponto p e a imagem do condutor i, [m]

$\Lambda_{pi}$  = distância entre o ponto p e o centro do condutor i, [m]

$\Lambda_{\psi pi}$  = distância entre o ponto p e o centro da imagem do condutor i, [m]

$\psi$  = profundidade complexa do solo, [m]

$H_{1p}$  = componente horizontal do campo magnético no ponto p, [A/m]

$H_{2p}$  = componente vertical do campo magnético no ponto p, [A/m]

Para se determinar o campo magnético máximo deve-se proceder da mesma forma como no caso do cálculo do campo elétrico máximo.

$$h_1 = |H_{1p}| \quad (85)$$

$$h_2 = |H_{2p}| \quad (86)$$

$$\theta_1 = \text{atan} \left( \frac{\Re(H_{1p})}{\Im(H_{1p})} \right), \quad \Re(H_{1p}) \geq 0 \quad (87)$$

$$\theta_1 = \text{atan} \left( \frac{\Re(H_{1p})}{\Im(H_{1p})} \right) + \pi, \quad \Re(H_{1p}) < 0 \quad (88)$$

$$\theta_2 = \text{atan} \left( \frac{\Re(H_{2p})}{\Im(H_{2p})} \right), \quad \Re(H_{2p}) \geq 0 \quad (89)$$

$$\theta_2 = \text{atan} \left( \frac{\Re(H_{2p})}{\Im(H_{2p})} \right) + \pi, \quad \Re(H_{2p}) < 0 \quad (90)$$

$$\omega t = -\frac{1}{2} \text{atan} \left( \frac{h_1^2 \sin(2\theta_1) + h_2^2 \sin(2\theta_2)}{h_1^2 \cos(2\theta_1) + h_2^2 \cos(2\theta_2)} \right) \quad (91)$$

$$H_{s0} = \sqrt{[h_1 \cos(\omega t + \theta_1)]^2 + [h_2 \cos(\omega t + \theta_2)]^2} \quad (92)$$

$$H_{s90} = \sqrt{[h_1 \cos\left(\omega t + \theta_1 + \frac{\pi}{2}\right)]^2 + [h_2 \cos\left(\omega t + \theta_2 + \frac{\pi}{2}\right)]^2} \quad (93)$$

$$H_s = \max(H_{s0}, H_{s90}) \quad (94)$$

onde:

$H_{1p}$  = componente horizontal do campo magnético no ponto p, [A/m]

$H_{2p}$  = componente vertical do campo magnético no ponto p, [A/m]

$h_1$  = amplitude do componente horizontal do campo magnético no ponto p, [A/m]

$h_2$  = amplitude do componente vertical do campo magnético no ponto p, [A/m]

$\theta_1$  = fase do componente horizontal do campo magnético no ponto p, [A/m]

$\theta_2$  = fase do componente vertical do campo magnético no ponto p, [A/m]

$\omega t$  = ângulo em que ocorre o campo magnético máximo ou mínimo, [rad]

$H_{s0}$  = campo magnético máximo ou mínimo no ponto p, [A/m]

$H_{s90}$  = campo magnético máximo ou mínimo no ponto p, [A/m]

$H_s$  = campo magnético máximo no ponto p, [A/m]

### 3 OTIMIZAÇÃO

Uma linha de transmissão pode ser otimizada segundo vários critérios. A maioria trabalhos foram desenvolvidos visando à maximização da capacidade de transmissão de potência. Alternativamente, a fim de se atender a questões como a regulação de tensão em linhas longas ou a diminuição do risco de ressonância subsíncrona, outros critérios de otimização vêm se mostrando tão importantes quanto a maximização de potência.

A expansão da rede de transmissão de energia elétrica envolve estudos laboriosos e esses têm como resultado a especificação de várias características que devem ser atendidas pela linha a ser recapitada ou construída. Uma característica que pode ser priorizada é a reatância indutiva de seqüência positiva. Este valor de reatância deve assumir um valor ideal do ponto de vista da operação futura da linha dentro de um sistema existente.

Outros aspectos também devem ser observados como, por exemplo, o custo de construção, as restrições impostas por normas e a viabilidade da montagem.

As considerações acima sugerem a escolha da otimização da reatância indutiva e da potência como possíveis critérios de projeto. Um projeto de uma linha de transmissão deve, ademais, atender, incondicionalmente, a diversas normas e considerações de caráter prático como, por exemplo, campo elétrico na superfície dos condutores, densidade de corrente, etc. Isto traduzido numa modelagem de um problema de otimização, equivale a se determinar uma função objetivo e um conjunto de restrições.

#### 3.1 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

O problema da otimização de uma linha de transmissão, como os demais problemas de programação não-linear com restrições, pode ser escrito conforme mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ & \text{s.a} \\ & h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m_1 \\ & g_i(x) \geq 0, \quad i = 1, \dots, m_2 \\ & x \in R^n \end{aligned} \tag{95}$$

### 3.1.1 Variáveis do Problema

Neste trabalho, a linha de transmissão deve ser otimizada pela configuração adequada de seus feixes de cabos condutores. Esta configuração consiste na determinação dos valores de três variáveis para cada cabo: o raio externo e a posição no espaço. A posição é definida por duas coordenadas: distância horizontal do eixo vertical do sistema de coordenadas e altura em relação ao solo.

Deve-se lembrar que os cabos usados comercialmente podem ser de vários tipos. O tipo considerado aqui é o “Aluminum-Conductor-Steel-Reinforced” (ACSR). Trata-se de um cabo encordoado com fios de alumínio e uma alma formando um núcleo com fios de aço também encordoados.

As bitolas dos condutores não podem, a rigor, ser tratadas como variáveis contínuas. No entanto, conforme mostrado na seção 2.1.2.3, se os cabos ACSR forem agrupados segundo seus números de fios de alumínio e aço, observa-se que algumas características de um dado cabo podem ser calculadas conhecendo-se apenas o seu raio externo.

O procedimento a ser seguido é escolher *a priori* o grupo de cabos a ser usado na linha fazendo-se em seguida sua otimização. Considerar o raio externo dos cabos condutores como variável contínua pode levar a linha ótima a ter cabos inexistentes comercialmente. Após a otimização, um cabo comercial deve ser escolhido. No capítulo 5 este problema é discutido.

O número de variáveis do problema é igual a três vezes o número de cabos da linha, que é previamente definido.

$$x = \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{11} \\ x_{21} \\ \dots \\ x_{0n} \\ x_{1n} \\ x_{2n} \end{bmatrix} \quad (96)$$

onde:

$x$  = variáveis do problema

$x_{0i}$  = raio externo do condutor  $i$

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do condutor  $i$

$x_{2i}$  = altura do condutor  $i$

$n$  = número de condutores

### 3.1.2 Função Objetivo

Dois funções objetivo são usadas neste trabalho. A primeira visa a determinação do valor da reatância série de uma linha de transmissão, como foi o caso mostrado por Carvalho et alli [11]. A minimização de uma função objetivo quadrática permite que o valor otimizado da reatância seja o mais próximo possível do ideal. Portanto, a equação abaixo é a utilizada neste caso.

$$f(x) = [\Im(z_1(x)) - x_L^\diamond]^2 \quad (97)$$

onde:

$f$  = função objetivo

$x$  = variáveis do problema

$z_1$  = impedância de seqüência positiva

$x_L^\diamond$  = reatância de seqüência positiva ideal

Alternativamente, como é comum em outros trabalhos, pode-se ter como objetivo a maximização da potência natural de uma linha de transmissão. Neste caso, a função objetivo tem a forma abaixo:

$$f(x) = -P(x) \quad (98)$$

onde:

$f$  = função objetivo

$x$  = variáveis do problema

$P$  = potência natural

### 3.1.3 Restrições

A maioria dos modelos matemáticos dos fenômenos descritos no capítulo 2 entram no modelo (95) como restrições. Os fenômenos que foram considerados nas implementações descritas no capítulo 4 estão relacionados nesta seção.

As restrições usadas na otimização de linhas de transmissão têm diversas origens: algumas modelam os fenômenos físicos da linha, outras são determinadas por normas e outras são considerações práticas. Como exemplo das últimas, cita-se a simetria da linha em relação a um eixo vertical.

### 3.1.3.1 Restrições de simetria

É desejável que uma linha de transmissão seja simétrica em relação a um eixo vertical. Isso implica algumas vantagens como estruturas mais simples e uniformidade na montagem e em peças para manutenção.

A simetria pode ser modelada de várias maneiras. As equações (99), (100) e (101) supõem implicitamente a simetria entre as fases da linha. Em outras palavras, duas fases que terão seus condutores simétricos devem, necessariamente, ter o mesmo número de condutores.

$$h_{1i}(x) = x_{0i} - x_{0(n-i+1)}, \quad i = 1, \dots, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \quad (99)$$

$$h_{2i}(x) = x_{1i} + x_{1(n-i+1)}, \quad i = 1, \dots, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \quad (100)$$

$$h_{3i}(x) = x_{2i} - x_{2(n-i+1)}, \quad i = 1, \dots, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \quad (101)$$

Caso  $n$  seja ímpar, há uma restrição adicional:

$$h_4(x) = x_{1\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1\right)} \quad (102)$$

onde:

$h_1, h_2, h_3, h_4$  = restrições de simetria

$x_{0i}$  = raio externo do condutor  $i$

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do condutor  $i$

$x_{2i}$  = altura do condutor  $i$

$n$  = número de condutores



### 3.1.3.2 Restrições de feixe regular

O formato dos feixes tem importância na montagem e no funcionamento das ferragens. Quatro tipos de restrições são propostos a fim de atender a tais necessidades: feixe circular, raio máximo, feixe equiângulo, e posição angular. As variáveis envolvidas nas restrições de feixe estão mostradas na FIGURA 4.

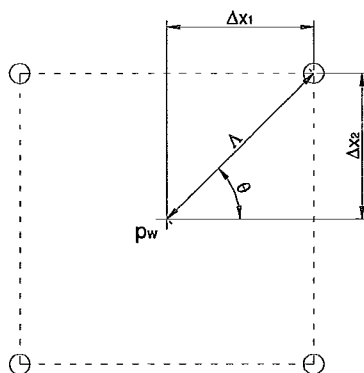


FIGURA 4 – Esquema de um feixe regular com quatro condutores posicionados nos vértices de um quadrado. As variáveis usadas no cálculo das restrições de feixe estão indicadas.

Quando a restrição de feixe circular é atendida, o lugar geométrico dos condutores é uma circunferência cujo raio máximo pode ser determinado pela restrição de raio máximo.

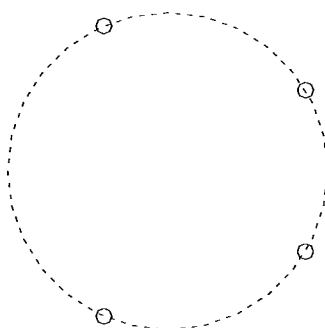


FIGURA 5 - Exemplo de posicionamento dos condutores sob restrição de feixe circular

Quando o feixe é equiângulo, os condutores são posicionados de tal modo que os ângulos formados pelas retas que passam pelos condutores e pelo centro de gravidade do feixe sejam iguais. A FIGURA 6 traz um exemplo de feixe com quatro condutores.

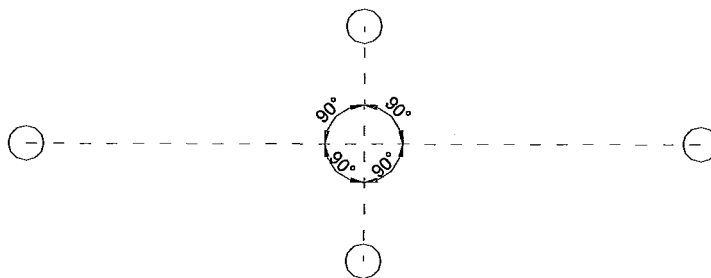


FIGURA 6- Exemplo de posicionamento dos condutores sob restrição de feixe eqüiângulo

A posição angular determina o ângulo de um dos condutores em relação a reta horizontal que passa pelo centro de gravidade do feixe.

Eventualmente, é desejável que os feixes de condutores de uma linha de transmissão tenham seus condutores dispostos de forma regular. Neste caso, as posições dos condutores correspondem aos vértices de polígonos regulares. Obviamente, os polígonos em questão dependem do número de condutores de cada fase como pode ser visto na FIGURA 7. Para se obter um feixe regular é preciso que as restrições de feixe circular e feixe eqüiângulo sejam atendidas.

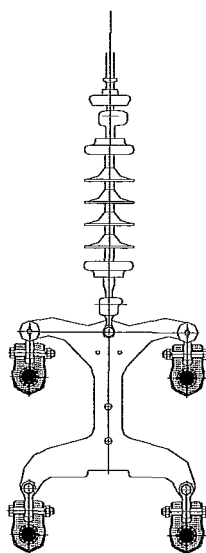


FIGURA 7 - Feixe regular com quatro condutores

As equações que determinam as restrições de feixe estão relacionadas a seguir.

$$\left. \begin{aligned} p_{1w} &= \frac{1}{n_{cw}} \sum_{i=1}^{n_{cw}} x_{1i} \\ p_{2w} &= \frac{1}{n_{cw}} \sum_{i=1}^{n_{cw}} x_{2i} \end{aligned} \right\} w = 1, \dots, n_F \quad (103)$$

onde:

$p_{1w}$  = coordenada horizontal do centro do feixe da fase w, [m]

$p_{2w}$  = coordenada vertical do centro do feixe da fase w, [m]

$n_{cw}$  = número de condutores da fase w

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do centro do condutor i da fase w, [m]

$x_{2i}$  = coordenada vertical do centro do condutor i da fase w, [m]

$n_F$  = número de fases

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{1wi} &= x_{1i} - p_{1w} \\ \Delta x_{2wi} &= x_{2i} - p_{2w} \\ \Lambda_{wi} &= \sqrt{(\Delta x_{1wi})^2 + (\Delta x_{2wi})^2} \\ \theta_{wi} &= \operatorname{atan}\left(\frac{\Delta x_{2wi}}{\Delta x_{1wi}}\right), \Delta x_{1wi} \geq 0 \\ \theta_{wi} &= \operatorname{atan}\left(\frac{\Delta x_{2wi}}{\Delta x_{1wi}}\right) + \pi, \Delta x_{1wi} < 0 \end{aligned} \right\}, w = 1, \dots, n_F \quad i = 1, \dots, n_{cw} \quad (104)$$

onde:

$\Delta x_{1wi}$  = distância horizontal entre os centros do condutor i e da fase w, [m]

$\Delta x_{2wi}$  = distância vertical entre os centros do condutor i e da fase w, [m]

$p_{1w}$  = coordenada horizontal do centro do feixe da fase w, [m]

$p_{2w}$  = coordenada vertical do centro do feixe da fase w, [m]

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do centro do condutor i da fase w, [m]

$x_{2i}$  = coordenada vertical do centro do condutor i da fase w, [m]

$\Lambda_{wi}$  = distância entre o centro do feixe w e o condutor i, [m]

$\theta_{wi}$  = ângulo entre reta horizontal e a reta que passa pelo centro do feixe w e o

condutor i, [rad]

$n_F$  = número de fases

$n_{cw}$  = número de condutores da fase w

As restrições de feixe são:

$$h_{5,i-1}(x) = \Lambda_{wi} - \Lambda_{w1}, \quad w = 1, \dots, n_F \quad i = 2, \dots, n_{cw} \quad (105)$$

$$g_{1,i-1}(x) = \Lambda_{wmax} - \Lambda_{wi}, \quad w = 1, \dots, n_F \quad i = 1, \dots, n_{cw} \quad (106)$$

$$h_{6,i-1}(x) = \theta_{wi} - \theta_{w1} + \frac{i-1}{n_{cw}} 2\pi, \quad w = 1, \dots, n_F \quad i = 2, \dots, n_{cw} \quad (107)$$

$$h_{7,i-1}(x) = \theta_{w1} - \theta_w^\circ, \quad w = 1, \dots, n_F \quad (108)$$

onde:

$h_5$  = restrição de feixe circular

$g_1$  = restrição de raio máximo

$h_6$  = restrição de feixe equiângulo

$h_7$  = restrição de posição angular

$\Lambda_{wi}$  = distância entre o centro do feixe  $w$  e o condutor  $i$ , [m]

$\theta_{wi}$  = ângulo entre a reta horizontal e a reta que passa pelo centro do feixe  $w$  e o condutor  $i$ , [rad]

$\Lambda_{wmax}$  = distância máxima entre o centro e os condutores do feixe  $w$ , [m]

$\theta_w^\circ$  = ângulo entre a reta horizontal e a reta que passa pelo centro de um dos condutores do feixe  $w$ , [rad]

$n_F$  = número de fases

$n_{cw}$  = número de condutores da fase  $w$

### 3.1.3.3 Restrições de posição dos condutores

A única restrição obrigatória no que se refere à posição de cada condutor é a altura. É claro que os condutores devem ficar acima do solo, embora haja outras considerações que, na prática, forçam a altura mínima a ser maior que zero.

Idealmente, por meio de um processo de otimização, os condutores de uma linha de transmissão devem ser posicionados de forma a atender às restrições eletromagnéticas e econômicas. A existência de restrições de posição dos condutores ativas na solução pode indicar que outros critérios que deveriam ser priorizados não estão sendo suficientemente observados. Estas restrições são incluídas, principalmente, para atender a considerações práticas. Cita-se, como exemplo, a situação em que uma linha deve ser recapitada. Se a estrutura não puder ser modificada, é razoável impedir

que os condutores fiquem muito distantes do centro da torre, porque, neste caso, esta teria que ser modificada.

$$g_{2i}(x) = x_{1i} - x_{1i\min} \quad (109)$$

$$g_{3i}(x) = x_{1i\max} - x_{1i} \quad (110)$$

$$g_{4i}(x) = x_{2i} - x_{2i\min} \quad (111)$$

$$g_{5i}(x) = x_{2i\max} - x_{2i} \quad (112)$$

onde:

$$i = 1, \dots, n$$

$n$  = número de condutores

$g_2, g_3, g_4, g_5$  = restrições de posição dos condutores

$x_{1i}$  = coordenada horizontal do condutor  $i$

$x_{2i}$  = coordenada vertical do condutor  $i$

$x_{1i\min}$  = coordenada horizontal mínima para o condutor  $i$

$x_{2i\min}$  = coordenada vertical mínima para o condutor  $i$

$x_{1i\max}$  = coordenada horizontal máxima para o condutor  $i$

$x_{2i\max}$  = coordenada vertical máxima para o condutor  $i$

#### 3.1.3.4 Restrições de raio externo

Fisicamente, o raio externo de um cabo condutor deve ser maior que zero, o que deve ocorrer naturalmente para se atender a outras restrições. No entanto, esta restrição de limites dos raios pode ser útil na escolha de cabos comerciais. Pode-se, por exemplo, se utilizar um algoritmo “branch and bound” para esta finalidade.

$$g_{6i}(x) = R_i - R_{i\min} \quad (113)$$

$$g_{7i}(x) = R_{i\max} - R_i \quad (114)$$

onde:

$$i = 1, \dots, n$$

$n$  = número de condutores

$g_6, g_7$  = restrições de raio externo dos condutores

$R$  = raio externo do condutor  $i$

$R_{i\min}$  = raio externo mínimo para o condutor  $i$

$R_{i\max}$  = raio externo máximo para o condutor  $i$

### 3.1.3.5 Restrições de densidade de corrente

A densidade de corrente nos condutores deve ser estabelecida de forma que os cabos não operem demasiadamente quentes devido ao excesso de corrente e nem com bitolas exageradas, o que tornaria o projeto muito caro. Assim as restrições de densidade de corrente são definidas naturalmente como as equações abaixo:

$$g_{8i}(x) = J_i - J_{i\min} \quad (115)$$

$$g_{9i}(x) = J_{i\max} - J_i \quad (116)$$

onde:

$$i = 1, \dots, n$$

$n$  = número de condutores

$g_8, g_9$  = restrições de densidade de corrente

$J_i$  = densidade de corrente do condutor  $i$

$J_{i\min}$  = densidade de corrente mínima para o condutor  $i$

$J_{i\max}$  = densidade de corrente máxima para o condutor  $i$

Os limites  $J_{i\min}$  e  $J_{i\max}$  são parâmetros fornecidos e se originam de cálculos complexos, que envolvem, inclusive, fatores ambientais como a intensidade do vento na região onde a linha deve funcionar.

### 3.1.3.6 Restrições de campo elétrico superficial

O campo elétrico na superfície dos condutores não pode ultrapassar o valor crítico sem que haja efeito corona. Nos projetos das linhas de transmissão, costuma-se usar um fator a fim de se manter uma margem de segurança do limite crítico.

$$g_{10i}(x) = \kappa_5 E_{\text{cri}} - E_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (117)$$

onde:

$g_{10}$  = restrição de campo elétrico na superfície dos condutores

$E_{\text{cri}}$  = campo elétrico superficial crítico do condutor  $i$

$E_i$  = campo elétrico superficial do condutor  $i$

$\kappa_5$  = fator de segurança,  $[0,1]$

$n$  = número de condutores

### 3.1.3.7 Restrição de potência

Essa restrição pode ser usada quando a potência natural não for escolhida propriamente como a função objetivo. Quando se deseja que uma linha tenha um determinado valor de reatância série, é comum se encontrar diversas soluções ótimas. O uso desta restrição pode levar a resultados mais interessantes do ponto de vista prático. Contudo, a utilização de valores mínimos muito elevados para a potência pode, facilmente, tornar o problema inviável.

$$g_{11}(x) = P - P_{\min} \quad (118)$$

onde:

$g_{11}$  = restrição de potência mínima

$P$  = potência natural

$P_{\min}$  = potência natural mínima

### 3.1.3.8 Restrições de reatância série

Essa restrição pode ser usada quando a função objetivo não for a própria reatância série. Os valores limites usados aqui vêm de estudos das áreas de operação e de planejamento de sistemas elétricos.

$$g_{12}(x) = \Im(z_1) - x_{L\min} \quad (119)$$

$$g_{13}(x) = x_{L\max} - \Im(z_1) \quad (120)$$

onde:

$g_{12}, g_{13}$  = restrições de reatância série

$z_1$  = impedância série de seqüência positiva

$x_{L\min}$  = reatância série mínima

$x_{L\max}$  = reatância série máxima

## 4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A validação do modelo de otimização de linhas de transmissão proposto neste trabalho e a necessidade do cálculo de linhas reais sugerem a implementação de um sistema computacional. Neste capítulo há as descrições das várias implementações testadas.

Normalmente, o código implementado de protótipos é constantemente alterado, pacotes matemáticos de diferentes fabricantes são experimentados e a portabilidade entre plataformas também pode ser de interesse. A presença destas características está garantida se forem aplicados alguns conceitos simples de programação que se estendem, praticamente, a qualquer linguagem. Desta forma, objetiva-se conseguir implementações que proporcionem flexibilidade, produtividade e confiabilidade tanto do ponto de vista da manutenção do código quanto da utilização do sistema computacional.

A plataforma de desenvolvimento foi o “Windows 98”. C++ foi a linguagem escolhida para a construção dos protótipos, sendo os mesmos divididos em três partes: domínio, modelo matemático dos fenômenos físicos e problema de programação não-linear. As implementações diferem entre si apenas pela última parte, sendo as duas primeiras iguais em todos os protótipos.

### 4.1 ORGANIZAÇÃO DO DOMÍNIO

Esta parte do sistema trata da interface entre o usuário e o modelo do problema físico que se pretende estudar. Aqui uma nomenclatura deve ser adotada e é onde se faz todo o trabalho de entrada e saída de dados.

Todo o domínio foi elaborado utilizando-se conceitos de programação orientada a objetos.

A forma como estão relacionados todos os componentes das linhas de transmissão está mostrada na FIGURA 8. Os números “1” e os símbolos “\*” indicam a multiplicidade dos componentes. Destarte, um circuito pode possuir várias linhas mas é montado somente sobre uma única fileira de torres.



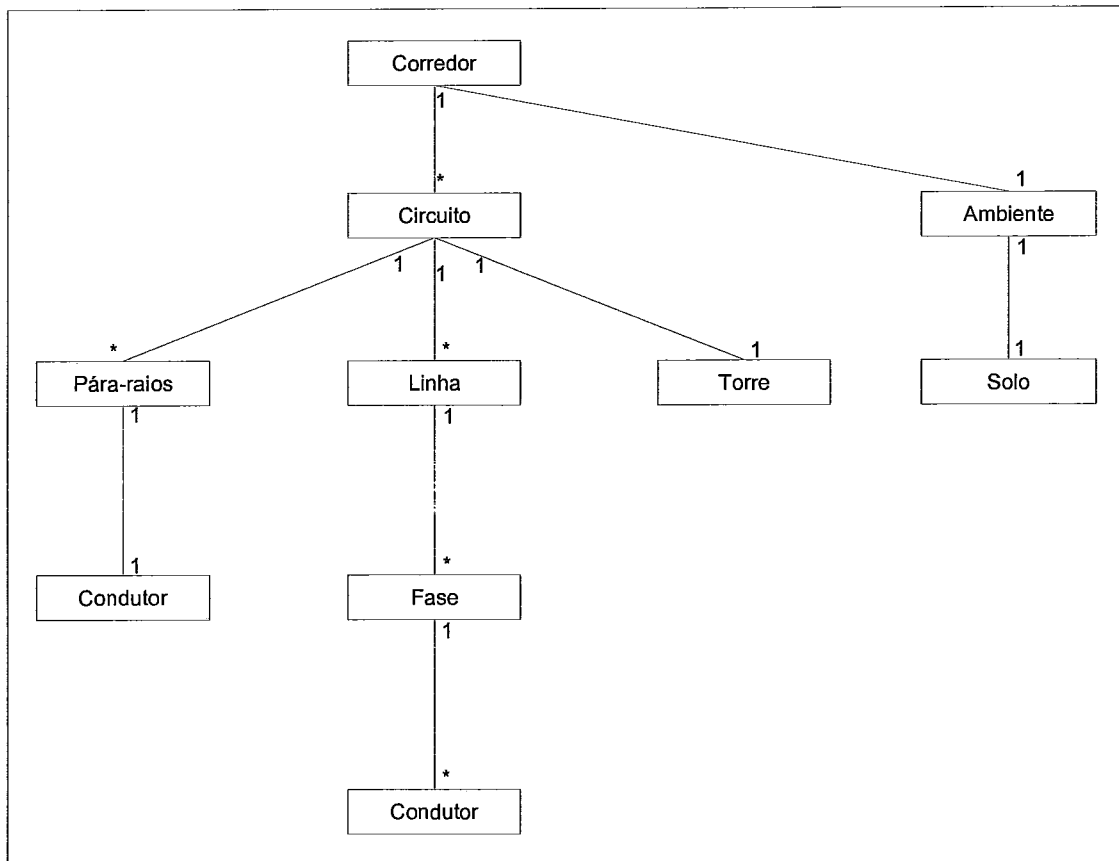


FIGURA 8 - Diagrama de componentes das linhas de transmissão

Deve-se ressaltar que o termo “linha de transmissão” é usado genericamente neste trabalho e refere-se ao que, na implementação computacional, chama-se “corredor de transmissão”.

A implementação de cada componente foi feita através de classes de objetos e suas descrições vêm a seguir:

- Corredor - é o sistema completo. Pode possuir vários circuitos e um ambiente. Basicamente, sua função é agrupar outras classes. No campo, é comum ver corredores com vários circuitos dispostos lado a lado;
- Circuito - caracteriza-se por ser construído sobre uma fileira de torres. Pode possuir várias linhas e vários cabos pára-raios. Se, por exemplo, um circuito possui duas linhas este é comumente chamado de circuito duplo;
- Pára-raios - representa os feixes de cabos pára-raios. Apesar de haver uma possibilidade teórica, na prática não se usam feixes deste tipo de cabos, o que justifica o limite de um cabo por feixe indicado pela multiplicidade na FIGURA 8. O pára-raios

possui, ainda, dados importantes para alguns cálculos como o tipo de ligação (aterrado, isolado ou em “T”) e o tipo de cabo;

- Linha - encerra características como frequência e número de fases, além de agrupar as próprias fases;

- Fase - inclui as características do sistema elétrico tais como tensão, corrente, número de condutores e os próprios condutores;

- Conductor - a implementação dessa classe permite a composição tanto dos pára-raios quanto das fases. Os dados dos condutores reúnem as variáveis usadas na otimização das linhas de transmissão - posição espacial e raio externo. Outras características são: raio interno, peso, temperatura de operação, número de fios de aço e de alumínio na sua composição e fator de irregularidade;

- Torre - é o suporte mecânico para os circuitos. Nas atuais implementações não tem nenhuma função específica. Entretanto, é responsável por uma parcela significativa no custo total de um circuito. Por isso, deverá ser incluída nos projetos futuramente.

- Ambiente - agrupa os dados sobre as condições ambientais onde as linhas deverão operar. Cita-se como exemplos: densidade relativa do ar, temperatura ambiente, velocidade do som, solo e índice pluviométrico;

- Solo - é uma das características ambientais. Possui coeficiente de reflexão sonora e resistividade elétrica. O modelo de solo representado é composto por apenas uma camada homogênea.

Além do armazenamento, estas classes foram programadas para executar as operações de entrada e saída de dados, incluída a validação dos mesmos. Desta forma, evita-se que dados incorretos, como por exemplo um condutor com raio externo menor que o raio interno, sejam usados nos cálculos.

## **4.2 MODELO MATEMÁTICO DOS FENÔMENOS FÍSICOS**

Essa parte do sistema computacional foi implementada utilizando-se conceitos de programação estruturada. Cada fenômeno foi programado como função da posição espacial dos condutores e de seus raios externos. Os demais dados participam dos cálculos como parâmetros e não são alterados pelo processo de otimização. Todas as constantes físicas e matemáticas são globais.

A maior parte dos fenômenos está definida no espaço complexo, embora estes sejam descritos por funções de variáveis reais.

Neste trabalho, todos os métodos de otimização escolhidos usam os valores da primeira derivada de cada função. Felizmente, as funções dos fenômenos considerados até o presente momento apresentam primeiras derivadas contínuas e definidas em todo o espaço complexo num sentido prático. Isso significa que as funções e suas derivadas são definidas para todos os valores práticos das variáveis. Por exemplo, o valor da admitância de uma linha envolve o cálculo de um logaritmo, que não é definido, no domínio real, para valores não positivos. Isto só seria problema se um condutor pudesse ser colocado abaixo do nível do solo ou se seu raio pudesse ser não-positivo.

Os fenômenos físicos concernentes às linhas de transmissão foram implementados em funções que reproduzem os cálculos descritos no Capítulo 2. Todas as derivadas são calculadas exatamente. O apêndice A-1 apresenta todas estas derivadas calculadas analiticamente com exceção da derivada da impedância característica, calculada numericamente.

Freqüentemente, o cálculo das funções e de suas derivadas envolvem funções matemáticas não-elementares, de difícil implementação, bem como seqüências de cálculos matriciais com variáveis complexas. Cita-se, como exemplo, o cálculo da impedância série própria dos condutores que usa funções de Bessel de vários tipos. Outro exemplo é o cálculo da matriz de impedância característica de uma linha de transmissão, que inclui operações aritméticas matriciais, o cálculo de todos os autovalores (complexos) dessa matriz e a solução de vários sistemas de equações lineares complexos. Constata-se, portanto, que é necessária a utilização de funções matemáticas confiáveis a fim de se minimizar a propagação de erros e de se obter boa performance no processo de otimização. Com este propósito foi adotado o uso do pacote computacional “IMSL”, que vem sendo desenvolvido há cerca de trinta anos, que já está suficientemente bem testado e que, dessa forma, atende às necessidades citadas.

As funções do pacote “IMSL” usadas neste trabalho foram desenvolvidas em linguagem Fortran. Conseqüentemente, foi preciso desenvolver um conjunto de rotinas que permitisse a utilização das funções do pacote pelas funções dos modelos dos fenômenos físicos. Desenvolveu-se, portanto, todo um conjunto de classes que encapsula a estrutura de dados que representa matrizes. As matrizes são implementadas diferentemente nas linguagens C++ e Fortran e tais classes facilitaram o trabalho de programação das funções e suas derivadas. Além de cumprir seu objetivo primário (uso de funções de bibliotecas comerciais), estas classes permitiram que o programador trate

as matrizes independentemente da linguagem, tornando o código mais robusto. Uma vantagem adicional deste encapsulador de matrizes é que ele foi projetado como um sistema independente deste trabalho e pode ser usado com outros pacotes como o “LAPACK”, por exemplo.

Uma vez programadas, funções e derivadas foram exaustivamente testadas. Fundamentalmente, o teste das funções consistiu da comparação entre os valores obtidos dos protótipos deste trabalho com aqueles obtidos da execução dos diversos sistemas usados no Cepel. Dentre eles destacam-se:

- DESCOR - usado para o cálculo das matrizes dos parâmetros elétricos das linhas de transmissão;
- OTLIN - esse programa, resultado do trabalho de tese de Gomes [4], é usado nos cálculos dos parâmetros elétricos das linhas de transmissão, da potência natural e do campo superficial dos condutores pelo método das imagens;
- MMLIN - cálculo do campo superficial dos condutores pelo método dos momentos.

Adicionalmente, para a verificação de resultados intermediários ou dos fenômenos não contemplados pelos programas, foi usado, após implementação das funções pertinentes, o sistema MATLAB.

Todas as funções deste trabalho, com apenas uma exceção, tiveram suas derivadas calculadas analiticamente. Observa-se que o contra-domínio de um grande número dessas funções está contido no conjunto dos números complexos e que seu domínio está contido no conjunto dos números reais. Funções deste tipo podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned} f(x) &= u(x) + jv(x) \\ u, v, x &\subseteq \mathbb{R} \\ f &\subseteq \mathbb{C} \end{aligned} \quad (121)$$

A derivada  $\frac{df}{dx}$  existe desde que as derivadas  $\frac{du}{dx}$  e  $\frac{dv}{dx}$  existam.

O teste das derivadas foi feito estimando-se o erro pela fórmula da diferença central conforme mostrado em Gill et alli [12]. A seqüência adotada para validação dos cálculos das derivadas foi a seguinte:

- 1) Escolha da função “f(x)” a ser testada e inicialização de  $i = 1$ ;

- 2) Escolha de um caso teste. Esse caso varia, principalmente, com a escolha do item 1. Um dado importante em qualquer caso é o número de condutores, o que determina o número de variáveis e, por conseguinte, o número de derivadas;
- 3) Determinação do ponto “p” em torno do qual as funções são calculadas;
- 4) Escolha da variável “ $x_i$ ”;
- 5) Execução do cálculo da derivada “ $\partial f_i = \frac{\partial f(x)|_{x=p}}{\partial x_i}$ ”;
- 6) Execução do cálculo das funções “ $f_{\varepsilon+} = f(x_i + \varepsilon)$ ” e “ $f_{\varepsilon-} = f(x_i - \varepsilon)$ ”, onde “ $\varepsilon$ ” é uma perturbação adequada;
- 7) Cálculo da aproximação da derivada do item 5: “ $\Delta f_i = \frac{f_{\varepsilon+} - f_{\varepsilon-}}{2\varepsilon}$ ”;
- 8) Verificação da igualdade:  $\text{sinal}(\partial f_i) = \text{sinal}(\Delta f_i)$ ;
- 9) Verificação da desigualdade:  $\left| \frac{\partial f_i - \Delta f_i}{\partial f_i} \right| < \delta_r$ , onde  $\delta_r = 10^{-6}$  é considerado um valor adequado;
- 10) Verificação da desigualdade:  $|\partial f_i - \Delta f_i| < \delta_a$ , onde o valor de  $\delta_a$  assume um valor adequado para cada caso;
- 11) Caso sejam verificados os itens 7, 8 e 9, faz-se  $i = i + 1$  e repete-se os testes a partir do item 4 até que todas as variáveis sejam testadas;
- 12) Repetição do item 1 para nova função até que todas sejam testadas.

Pode-se dizer que, depois de realizados os testes relatados acima e as correções eventualmente necessárias, os resultados atingidos com a presente implementação são bastante confiáveis.

É importante observar que os cálculos da impedância e da admitância de seqüência positiva estão definidos, no Capítulo 2, apenas para sistemas trifásicos. Apesar de ser uma restrição teórica, praticamente, todos os sistemas elétricos do mundo são trifásicos. Portanto, destaca-se que as implementações desenvolvidas neste trabalho tratam somente de linhas de transmissão trifásicas.

Outro aspecto muito importante das linhas de transmissão são os cabos pára-raios. Estes cabos têm a função de proteger a linha contra descargas atmosféricas. Neste trabalho não há equacionamento que modele a função dos pára-raios, de forma que as

linhas de transmissão consideradas não incluirão nos cálculos de otimização os referidos cabos.

### **4.3 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR**

Diversos protótipos foram implementados e a diferença entre eles está somente nas funções que resolvem o problema de programação não-linear.

O pacote computacional “IMSL” traz, entre outras já citadas, funções para a solução do PPNL. Uma vez que este pacote já estava sendo usado no cálculo de operações e funções matemáticas, a idéia de aplicá-lo, também nesta parte do programa, surgiu naturalmente.

Na versão do “IMSL” usada neste trabalho há somente duas funções destinadas a resolver o PPNL com restrições, sendo que uma utiliza somente os valores das funções e a segunda, as informações da derivada primeira. A última tem o nome “DNCONG” e foi a única a ser testada. Esta rotina é baseada na implementação do algoritmo proposto por Schittkowski em 1986, fundamentado em um método de programação quadrática seqüencial (PQS), que trata tanto de restrições de igualdade quanto de desigualdade.

Nesta parte da implementação foi necessário adequar as funções objetivo e restrições físicas à forma esperada pela rotina “DNCONG”. Para tal, foram criadas funções que calculam, na seqüência apropriada, todas as funções do modelo físico bem como suas derivadas.

Vários casos de teste foram elaborados e, em algumas vezes, não foi possível atingir a solução do problema. Os relatórios de saída emitidos pelo “IMSL” indicaram, na maioria das vezes em que não houve sucesso, inconsistência das restrições ou número excessivo de avaliações das funções e/ou derivadas. Entretanto, não há motivos para se acreditar que haja qualquer inconsistência nas restrições. Quanto ao número de avaliações das funções, este é um parâmetro que não pode ser alterado na versão da “DNCONG” usada.

Diante das dificuldades encontradas, decidiu-se experimentar nova implementação. O método escolhido foi o da penalidade hiperbólica (PH), proposto por Xavier[17] em 1982, que resolve o PPNL(95) unicamente com restrições de desigualdade.

A escolha deste método, em particular, deveu-se às seguintes razões:

- Em geral, os métodos de penalidade são mais fáceis de serem implementados que outros métodos;
- De acordo com a experiência empírica, a penalidade hiperbólica é bastante robusta, dessa forma, considera-se provável que atingisse as soluções dos problemas mais difíceis;
- A função de penalização é completamente diferenciável e;
- O autor deste trabalho teve acesso a vasto material sobre o assunto, tanto teórico quanto outras implementações.

Para essa implementação, também foram criadas funções para executar, na seqüência apropriada, todas as funções e as derivadas do modelo físico. Estas novas funções são aquelas chamadas pela rotina de minimização.

Um trabalho adicional foi a codificação de funções para dar tratamento adequado às restrições de igualdade. A forma adotada para esta finalidade foi usar duas restrições de desigualdade para cada restrição de igualdade.

Diversas implementações diferentes foram feitas até se atingir um sistema razoável do ponto de vista prático. Na maioria das vezes, o sistema foi construído com o método da penalidade hiperbólica codificado em C++ e a solução dos subproblemas internos obtida pelas funções da biblioteca “IMSL”. Entre outras, foram testados sistemas compilados das seguintes formas:

- Implementação do método PH. Subproblemas internos resolvidos pelo método “BFGS” implementado na função “DUMING” do pacote “IMSL”;
- Implementação dos métodos PH e “BFGS”. Minimização no  $\mathcal{R}^1$ , sem uso de derivada, implementado na função “DUVMIF” do pacote “IMSL”;
- Implementação dos métodos PH e “BFGS”. Minimização no  $\mathcal{R}^1$ , com uso de derivada, implementado na função “DUVMID” do pacote “IMSL”;
- Implementação dos métodos PH, “BFGS” e da minimização no  $\mathcal{R}^1$  por um algoritmo de ajuste cúbico e uso de derivada e;
- Implementação desenvolvida por Xavier[16], cedida para o desenvolvimento deste trabalho.

As duas últimas implementações foram as que apresentaram melhores resultados. A última foi a escolhida para os testes por ter melhor desempenho computacional que as demais.

## **5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS**

Grande quantidade de casos foi testada nas diversas fases do desenvolvimento deste trabalho. Em cada momento havia o interesse na análise de algum ponto em particular como observação do funcionamento de alguma restrição ou avaliação de desempenho de uma dada implementação.

Todos os casos foram testados num computador PC, com processador “Intel - Pentium III” e sistema operacional “Windows 98 se”.

Somente duas das implementações desenvolvidas foram usadas. A primeira emprega um método de programação quadrática seqüencial (PQS) e a segunda, um algoritmo de penalidade hiperbólica (PH). Cabe ressaltar que não faz sentido comparar os dois métodos baseando-se nestas implementações, dado que a implementação da PQS é comercial, desenvolvida e testada há muitos anos, enquanto a implementação da PH ficou restrita ao uso acadêmico. O desenvolvimento de vários trabalhos levou o código fonte da PH a ser constantemente modificado para atender a casos específicos, o que pode comprometer o desempenho da implementação usada.

Quando, porém, considerou-se apenas a utilização dos sistemas, em geral, a PQS foi capaz de resolver os problemas mais rapidamente que a PH, embora não tenha chegado a solução de um grande número deles. O fracasso da PQS na busca da solução de diversos problemas pode ser devido à estratégia de determinação do conjunto ativo, característica do método. Há problemas em que várias restrições estão, desnecessariamente, em seus limites inferiores ou superiores (vide, por exemplo, casos 5.1.1.3 e 5.1.1.4), demonstrando uma tendência de se buscar uma solução em um limite da região viável.

Outra questão relevante na avaliação dos casos de testes é a escolha do ponto inicial. O mais comum e intuitivo é usar como ponto de partida a configuração de uma linha convencional, ou seja, com seus feixes de condutores dispostos de forma regular. Normalmente, o ponto inicial, escolhido desta forma, é um ponto viável.

### **5.1 CASOS EXEMPLOS**

Todos os exemplos desta seção têm algumas características em comum:

- Linhas trifásicas;
- Temperatura de operação dos condutores: 25 °C;
- Fator de irregularidades dos condutores: 0,85;



- Frequência: 60 Hz;
- Resistividade do solo: 1000  $\Omega\text{m}$ ;
- Inclusão da restrição  $E \leq E_{cr}$  em todos os problemas.

Cada caso exemplo possui algumas alternativas de solução. Elas diferem entre si pela escolha da função objetivo, do conjunto de restrições e pelo método empregado. Contudo, num mesmo exemplo, o ponto inicial é sempre o mesmo.

Os exemplos 1 e 2 tratam da mesma linha fictícia. Supõe-se que a linha em estudo seja longa e que, dentro do sistema elétrico onde irá funcionar, seria interessante que sua reatância série fosse igual a 0,238  $\Omega/\text{km}$ . Uma linha convencional, nas mesmas condições, tem uma reatância de 0,34  $\Omega/\text{km}$  como valor típico e precisaria, portanto, de uma compensação série. As alternativas de projetos de feixes mostrados nestes exemplos eliminam a necessidade da instalação de capacitores série reproduzindo o efeito de uma linha convencional com 30 % de compensação.

O Exemplo 3 trata de um caso em que o ponto inicial já traz uma configuração não-convencional. Atualmente, um trecho experimental como o deste exemplo está funcionando no estado de Pernambuco. Mais uma vez, o objetivo é a determinação de uma reatância série ideal.

### 5.1.1 Exemplo 1

Características da linha:

- 500 kV;
- 4 condutores por fase;
- 1400 A por fase.

Características da linha no ponto inicial:

- $X_L = 0,298 \Omega/\text{km}$ ;
- $P = 1072 \text{ MW}$ .

TABELA 2 - Ponto inicial do exemplo 1

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [ $\text{A}/\text{mm}^2$ ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/1	-7,77	13,23	25,15	0,788	16,85	21,23

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [ $A/mm^2$ ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/2	-8,23	13,23	25,15	0,843	16,07	21,23
1/3	-8,23	12,77	25,15	0,843	16,14	21,23
1/4	-7,77	12,77	25,15	0,788	16,91	21,23
2/1	0,23	13,23	25,15	0,815	18,23	21,23
2/2	-0,23	13,23	25,15	0,815	18,22	21,23
2/3	-0,23	12,77	25,15	0,816	18,22	21,23
2/4	0,23	12,77	25,15	0,816	18,23	21,23
3/1	7,77	13,23	25,15	0,788	16,84	21,23
3/2	7,77	12,77	25,15	0,788	16,90	21,23
3/3	8,23	12,77	25,15	0,843	16,15	21,23
3/4	8,23	13,23	25,15	0,843	16,08	21,23

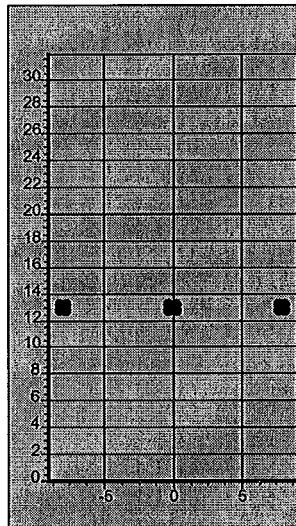


FIGURA 9 - Disposição dos condutores no ponto inicial do exemplo 1

### 5.1.1.1 Determinação e solução do problema - Alternativa 1

TABELA 3 - Configuração usada na alternativa 1

Função Objetivo	$X_L = 0,238 \Omega/km$
Restrição	$x_2 \leq 15$ m, para todos os condutores
Restrição	$x_2 \geq 12$ m, para todos os condutores
Restrição	$J \geq 0,6 A/mm^2$ , para todos os condutores
Método de Solução	PQS

Características da linha no ponto solução:

-  $X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$ ;

-  $P = 1348 \text{ MW}$ .

TABELA 4 - Ponto solução da alternativa 1

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [ $\text{A}/\text{mm}^2$ ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [ $\text{kV}/\text{cm}$ ]	Campo Elétrico Superficial Crítico [ $\text{kV}/\text{cm}$ ]
1/1	-7,33	13,63	28,07	0,6	18,29	20,98
1/2	-8,57	13,60	30,49	0,6	15,32	20,80
1/3	-8,57	12,40	30,51	0,6	15,46	20,80
1/4	-7,33	12,37	28,09	0,6	18,40	20,98
2/1	0,63	13,61	29,30	0,6	19,18	20,89
2/2	-0,63	13,61	29,30	0,6	19,17	20,89
2/3	-0,63	12,39	29,33	0,6	19,16	20,89
2/4	0,63	12,39	29,33	0,6	19,16	20,89
3/1	7,33	13,63	28,07	0,6	18,28	20,98
3/2	7,33	12,37	28,09	0,6	18,40	20,98
3/3	8,57	12,40	30,51	0,6	15,46	20,80
3/4	8,57	13,60	30,49	0,6	15,32	20,80

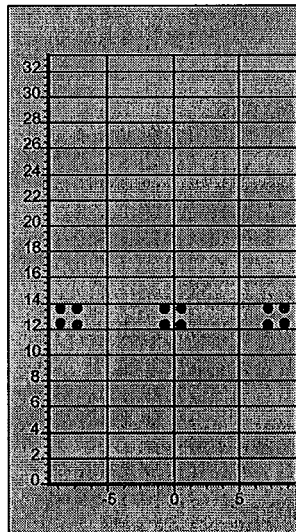


FIGURA 10 - Disposição dos condutores na solução da alternativa 1

### 5.1.1.2 Determinação e solução do problema - Alternativa 2

TABELA 5 - Configuração usada na alternativa 2

Função Objetivo	$X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$
Restrição	$x_2 \leq 15 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$x_2 \geq 12 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$J \geq 0,6 \text{ A/mm}^2$ , para todos os condutores
Método de Solução	PH

Características da linha no ponto solução:

- $X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$ ;
- $P = 1349 \text{ MW}$ .

TABELA 6 - Ponto solução da alternativa 2

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [A/mm <sup>2</sup> ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/1	-6,96	13,68	22,73	0,71	20,32	21,47
1/2	-11,68	13,51	33,52	0,75	18,96	20,61
1/3	-8,15	13,50	24,81	0,79	19,24	21,26
1/4	-6,97	13,33	22,66	0,71	20,31	21,48
2/1	0,69	13,70	26,62	0,72	19,79	21,10
2/2	-0,69	13,70	26,58	0,73	19,78	21,10
2/3	-0,70	13,30	26,79	0,72	19,81	21,09
2/4	0,70	13,30	26,81	0,72	19,82	21,09
3/1	6,95	13,68	22,70	0,71	20,32	21,48
3/2	6,97	13,33	22,63	0,71	20,31	21,48
3/3	11,69	13,51	33,55	0,75	18,96	20,61
3/4	8,15	13,50	24,83	0,79	19,24	21,26

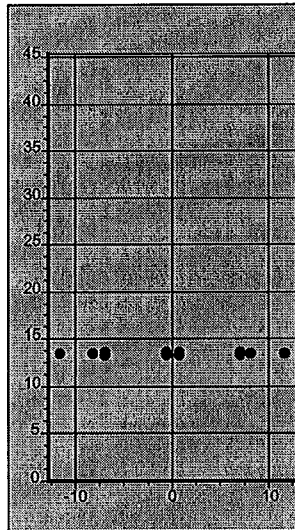


FIGURA 11 - Disposição dos condutores na solução da alternativa 2

### 5.1.1.3 Determinação e solução do problema - Alternativa 3

TABELA 7- Configuração usada na alternativa 3

Função Objetivo	$X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$
Restrição	$x_2 \leq 15 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$x_2 \geq 12 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$J \geq 0,6 \text{ A/mm}^2$ , para todos os condutores
Restrição	simetria
Restrição	fase 1 circular
Método de Solução	PQS

Características da linha no ponto solução:

- $X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$ ;
- $P = 1345 \text{ MW}$ .

TABELA 8 - Ponto solução da alternativa 3

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [ $\text{A/mm}^2$ ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [ $\text{kV/cm}$ ]	Campo Elétrico Superficial Crítico [ $\text{kV/cm}$ ]
1/1	-8,87	12,00	30,96	0,60	16,91	20,77
1/2	-8,87	15,00	30,77	0,60	16,70	20,79

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [A/mm <sup>2</sup> ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/3	-6,47	15,00	27,45	0,60	21,03	21,03
1/4	-6,46	12,00	27,88	0,60	20,72	21,00
2/1	-0,16	14,84	33,06	0,60	18,67	20,64
2/2	-0,02	14,52	24,97	0,60	21,25	21,25
2/3	0,02	14,52	24,97	0,60	18,99	21,25
2/4	0,16	14,84	33,06	0,60	18,67	20,64
3/1	6,47	12,00	27,88	0,60	20,72	21,00
3/2	6,47	15,00	27,45	0,60	21,03	21,03
3/3	8,87	15,00	30,77	0,60	16,70	20,79
3/4	8,87	12,00	30,96	0,60	16,91	20,77

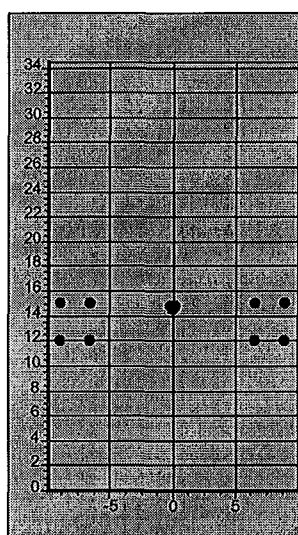


FIGURA 12 - Disposição dos condutores na solução da alternativa 3

#### 5.1.1.4 Determinação e solução do problema - Alternativa 4

TABELA 9 - Configuração usada na alternativa 4

Função Objetivo	$X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$
Restrição	$x_2 \leq 15 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$x_2 \geq 12 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$J \geq 0,6 \text{ A/mm}^2$ , para todos os condutores
Restrição	simetria
Restrição	fase 1 circular
Método de Solução	PH

Características da linha no ponto solução:

-  $X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$ ;

-  $P = 1341 \text{ MW}$ .

TABELA 10 - Ponto solução da alternativa 4

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [ $\text{A}/\text{mm}^2$ ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/1	-5,86	13,79	26,27	0,67	20,34	21,13
1/2	-7,89	13,78	25,47	0,87	18,07	21,20
1/3	-7,89	13,22	25,56	0,87	18,13	21,19
1/4	-5,86	13,23	26,37	0,67	20,38	21,12
2/1	-0,57	13,73	27,42	0,68	20,11	21,03
2/2	-0,58	13,27	27,49	0,68	20,11	21,03
2/3	0,58	13,27	27,49	0,68	20,13	21,03
2/4	0,57	13,73	27,42	0,68	20,13	21,03
3/1	5,86	13,23	26,37	0,67	20,37	21,12
3/2	7,89	13,22	25,56	0,87	18,13	21,19
3/3	7,90	13,78	25,47	0,87	18,07	21,20
3/4	5,86	13,79	26,27	0,67	20,33	21,13

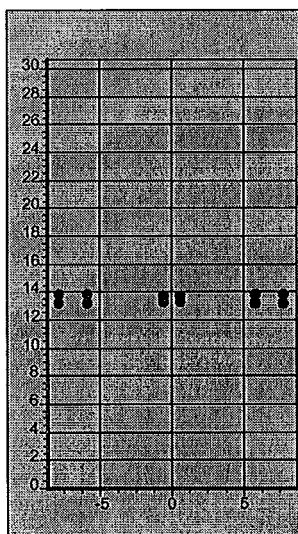


FIGURA 13 - Disposição dos condutores na solução da alternativa 4

### 5.1.1.5 Determinação e solução do problema - Alternativa 5

Neste caso, há a intenção de se obter o mesmo efeito de uma compensação de 30% da reatância série, porém com o máximo da potência.

TABELA 11 - Configuração usada na alternativa 5

Função Objetivo	potência máxima
Restrição	$x_2 \leq 15$ m, para todos os condutores
Restrição	$x_2 \geq 12$ m, para todos os condutores
Restrição	$J \geq 0,6$ A/mm <sup>2</sup> , para todos os condutores
Restrição	simetria
Restrição	fase 1 circular
Restrição	$X_L \geq 0,238$ Ω/km
Método de Solução	PQS e PH (atingiram o mesmo resultado)

Características da linha no ponto solução:

- $X_L = 0,238$  Ω/km;
- $P = 1460$  MW.

TABELA 12 - Ponto solução da alternativa 5

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [A/mm <sup>2</sup> ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/1	-26,53	15,00	27,33	0,60	20,19	21,04
1/2	-38,07	15,00	31,12	0,60	16,70	20,76
1/3	-38,07	12,00	31,17	0,60	17,73	20,76
1/4	-26,53	12,00	27,39	0,60	21,04	21,04
2/1	-7,74	12,00	29,28	0,60	20,89	20,89
2/2	-9,11	15,00	29,35	0,60	20,89	20,89
2/3	9,11	15,00	29,35	0,60	20,89	20,89
2/4	7,74	12,00	29,28	0,60	20,89	20,89
3/1	26,53	12,00	27,39	0,60	21,04	21,04
3/2	38,07	12,00	31,17	0,60	17,73	20,76
3/3	38,07	15,00	31,12	0,60	16,71	20,76
3/4	26,53	15,00	27,33	0,60	20,19	21,04



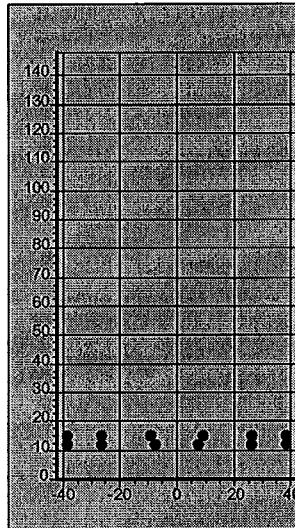


FIGURA 14 - Disposição dos condutores na solução da alternativa 5

#### 5.1.1.6 Determinação e solução do problema - Alternativa 6

O objetivo nesta alternativa é mostrar que o modelo matemático implementado tem um comportamento coerente com a física. Sabe-se que no ponto de potência máxima o campo elétrico na superfície dos condutores tende a ser igual ao campo elétrico crítico.

TABELA 13 - Configuração usada na alternativa 6

Função Objetivo	potência máxima
Restrição	$x_2 \leq 15$ m, para todos os condutores
Restrição	$x_2 \geq 12$ m, para todos os condutores
Restrição	$J \geq 0,6$ A/mm <sup>2</sup> , para todos os condutores
Restrição	$X_L \geq 0,238$ Ω/km
Método de Solução	PH

Características da linha no ponto solução:

- $X_L = 0,238$  Ω/km;
- $P = 1515$  MW.

TABELA 14 - Ponto solução da alternativa 6

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [A/mm <sup>2</sup> ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/1	-34,32	15,00	25,46	0,60	21,20	21,20
1/2	-43,19	12,23	28,90	0,60	20,92	20,92
1/3	-63,28	12,00	36,31	0,60	20,45	20,45
1/4	-35,46	12,39	25,22	0,60	21,22	21,22
2/1	9,09	12,00	29,21	0,60	20,90	20,90
2/2	-11,91	15,00	29,42	0,60	20,88	20,88
2/3	-9,08	12,00	29,21	0,60	20,90	20,90
2/4	11,92	15,00	29,42	0,60	20,88	20,88
3/1	34,32	15,00	25,46	0,60	21,20	21,20
3/2	35,46	12,39	25,22	0,60	21,22	21,22
3/3	43,17	12,23	28,90	0,60	20,92	20,92
3/4	63,28	12,00	36,31	0,60	20,45	20,45

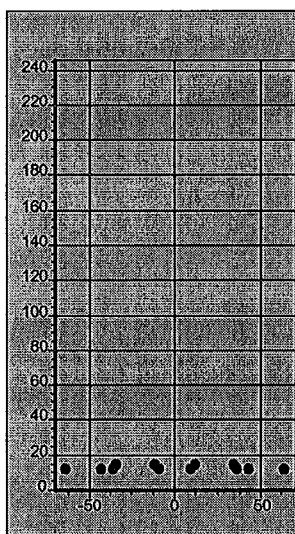


FIGURA 15 - Disposição dos condutores na solução da alternativa 6

### 5.1.2 Exemplo 2

O resultado na alternativa 5.1.1.3 mostra um feixe com dois condutores muito próximos. Assim, neste exemplo, tenta-se encontrar uma configuração com um condutor a menos na fase central, sendo o ponto de partida o resultado obtido na dita alternativa.

Características da linha:

- 500 kV;

- 4 condutores nas fases 1 e 3 e 3 condutores na fase 2;
- 1400 A por fase;

Características da linha no ponto inicial:

- $X_L = 0,242 \Omega/\text{km}$ ;
- $P = 1324 \text{ MW}$ .

TABELA 15 - Ponto inicial do exemplo 2

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [ $\text{A}/\text{mm}^2$ ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [ $\text{kV}/\text{cm}$ ]	Campo Elétrico Superficial Crítico [ $\text{kV}/\text{cm}$ ]
1/1	-8,87	12,00	30,96	0,60	16,86	20,77
1/2	-8,87	15,00	30,77	0,60	16,68	20,79
1/3	-6,47	15,00	27,45	0,60	20,95	21,03
1/4	-6,46	12,00	27,88	0,60	20,57	21,00
2/1	0,00	15,20	25,15	1,11	23,86	21,23
2/2	-0,17	14,90	25,15	1,08	24,05	21,23
2/3	0,17	14,90	25,15	1,08	24,05	21,23
3/1	6,47	12,00	27,88	0,60	20,57	21,00
3/2	6,47	15,00	27,45	0,60	20,95	21,03
3/3	8,87	15,00	30,77	0,60	16,68	20,79
3/4	8,87	12,00	30,96	0,60	16,86	20,77

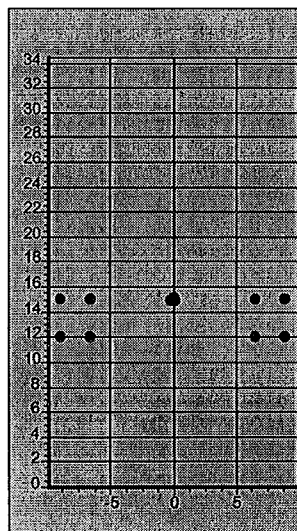


FIGURA 16 - Disposição dos condutores no ponto inicial do exemplo 2

### 5.1.2.1 Determinação e solução do problema - Alternativa 1

TABELA 16 - Configuração usada na alternativa 1

Função Objetivo	$X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$
Restrição	$x_2 \leq 15 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$x_2 \geq 12 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$J \geq 0,6 \text{ A/mm}^2$ , para todos os condutores
Restrição	simetria
Restrição	fase 1 circular
Método de Solução	PH

Características da linha no ponto solução:

-  $X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$ ;

-  $P = 1345 \text{ MW}$ .

TABELA 17 - Ponto solução da alternativa 1

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [A/mm <sup>2</sup> ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/1	-9,06	13,14	26,80	0,80	17,72	21,09
1/2	-9,01	14,03	26,71	0,80	17,65	21,09
1/3	-6,17	13,86	26,66	0,64	20,66	21,10
1/4	-6,22	12,98	26,75	0,64	20,61	21,09
2/1	-0,43	13,81	32,86	0,63	20,30	20,65
2/2	0,00	13,01	33,20	0,63	20,23	20,63
2/3	0,43	13,81	32,86	0,63	20,30	20,65
3/1	6,22	12,98	26,75	0,64	20,60	21,09
3/2	6,17	13,86	26,66	0,64	20,65	21,10
3/3	9,01	14,03	26,71	0,80	17,65	21,09
3/4	9,06	13,14	26,80	0,80	17,72	21,09

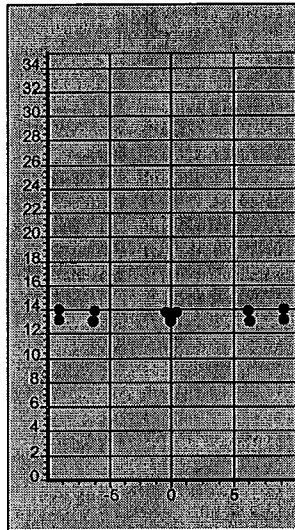


FIGURA 17 - Disposição dos condutores na solução da alternativa 1

### 5.1.2.2 Determinação e solução do problema - Alternativa 2

Aqui há a tentativa de se reduzir a bitola dos condutores através da restrição de densidade de corrente.

TABELA 18 - Configuração usada na alternativa 2

Função Objetivo	$X_L = 0,238 \Omega/\text{km}$
Restrição	$x_2 \leq 15 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$x_2 \geq 12 \text{ m}$ , para todos os condutores
Restrição	$J \geq 0,8 \text{ A/mm}^2$ , para todos os condutores
Restrição	simetria
Restrição	fase 1 circular
Restrição	raio da fase 1 $\leq 1,5 \text{ m}$
Método de Solução	PH

Características da linha no ponto solução:

- $X_L = 0,248 \Omega/\text{km}$ ;
- $P = 1293 \text{ MW}$ .

TABELA 19 - Ponto solução da alternativa 2

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [A/mm <sup>2</sup> ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/1	-9,14	12,00	26,39	0,80	18,53	21,12
1/2	-9,27	14,61	26,29	0,80	18,31	21,13
1/3	-7,80	14,69	24,31	0,80	21,31	21,31
1/4	-7,67	12,07	24,48	0,80	21,29	21,29
2/1	-0,40	15,00	29,58	0,80	20,87	20,87
2/2	0,00	14,39	28,79	0,80	20,93	20,93
2/3	0,40	15,00	29,58	0,80	20,87	20,87
3/1	7,67	12,07	24,48	0,80	21,29	21,29
3/2	7,80	14,69	24,31	0,80	21,31	21,31
3/3	9,27	14,61	26,29	0,80	18,31	21,13
3/4	9,14	12,00	26,39	0,80	18,53	21,12

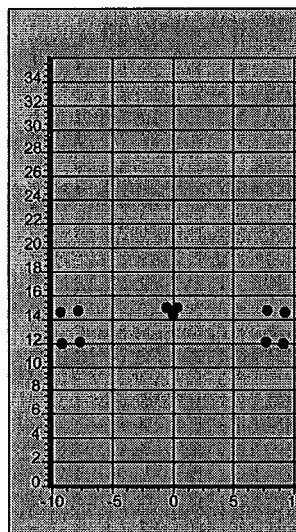


FIGURA 18 - Disposição dos condutores na solução da alternativa 2

### 5.1.3 Exemplo 3

Características da linha:

- 230 kV;
- 3 condutores por fase;
- 740 A por fase.

Características da linha no ponto inicial:

- $X_L = 0,187 \Omega/\text{km}$ ;
- $P = 359 \text{ MW}$ .

TABELA 20 - Ponto inicial do exemplo 3

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [ $A/mm^2$ ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/1	0,00	17,32	28,14	0,37	13,64	20,98
1/2	2,49	17,80	28,14	0,51	13,11	20,98
1/3	-2,49	17,80	28,14	0,51	13,11	20,98
2/1	0,00	14,48	28,14	0,39	12,96	20,98
2/2	0,90	14,50	28,14	0,49	15,37	20,98
2/3	-0,90	14,50	28,14	0,49	15,37	20,98
3/1	0,00	11,50	28,14	0,40	12,52	20,98
3/2	1,70	11,60	28,14	0,49	14,00	20,98
3/3	-1,70	11,60	28,14	0,49	14,00	20,98

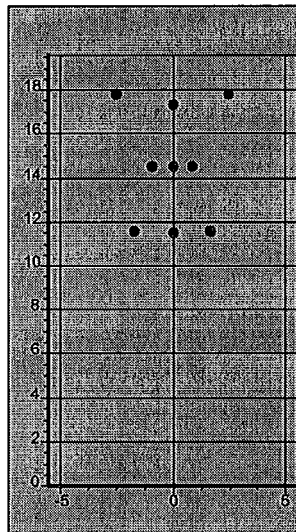


FIGURA 19 - Disposição dos condutores no ponto inicial do exemplo 3

### 5.1.3.1 Determinação e solução do problema - Alternativa 1

TABELA 21 - Configuração usada na alternativa 1

Função Objetivo	$X_L = 0,1685 \Omega/km$
Restrição	$x_2 \leq 20$ m, para todos os condutores
Restrição	$x_2 \geq 11,5$ m, para todos os condutores
Restrição	$J \geq 0,6 A/mm^2$ , para todos os condutores
Restrição	simetria
Método de Solução	PH

Características da linha no ponto solução:

-  $X_L = 0,1685 \Omega/\text{km}$ ;

-  $P = 395 \text{ MW}$ .

TABELA 22 - Ponto solução da alternativa 1

Fase/Condutor	Coordenada Horizontal [m]	Coordenada Vertical [m]	Diâmetro Externo [mm]	Densidade de Corrente [ $\text{A}/\text{mm}^2$ ]	Campo Elétrico Superficial Máximo [kV/cm]	Campo Elétrico Superficial Crítico [kV/cm]
1/1	0,00	17,65	21,14	0,73	20,27	21,65
1/2	2,43	16,35	22,56	0,75	19,95	21,49
1/3	-2,43	16,35	22,56	0,75	19,95	21,49
2/1	0,00	15,72	19,12	0,80	19,91	21,91
2/2	0,31	15,89	23,10	0,75	19,96	21,43
2/3	-0,31	15,89	23,10	0,75	19,98	21,43
3/1	0,00	14,48	19,63	0,79	19,90	21,84
3/2	0,93	14,53	22,72	0,76	19,83	21,47
3/3	-0,93	14,53	22,72	0,76	19,83	21,47

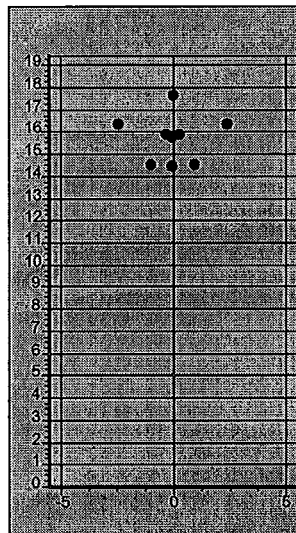


FIGURA 20 - Disposição dos condutores na solução da alternativa 1

## 5.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os exemplos da seção 5.1 começam com um conjunto pequeno de restrições que vai aumentando ou sendo adaptado à medida que novas alternativas vão sendo testadas. O objetivo deste procedimento é encontrar uma tendência da solução. Provavelmente, as



primeiras soluções ou serão impraticáveis ou poderão ser melhoradas de alguma maneira.

A reatância desejada no exemplo 5.1.1.1 foi conseguida e as únicas restrições ativas foram as de densidade de corrente. Esta solução apresenta uma configuração de feixe praticamente regular, ou seja, o otimizador expandiu e aumentou as bitolas dos condutores até o máximo permitido pela densidade de corrente.

Sabe-se que os condutores constituem o componente mais caro de uma linha de transmissão. Portanto, é interessante encontrar uma solução em que a mudança na disposição dos condutores compense o aumento de bitola. A alternativa 5.1.1.2 só difere da anterior pelo método de solução e atende às expectativas. Novamente, a reatância desejada é conseguida. A solução não tem restrições ativas, implicando bitolas menores e comprimento de feixes aceitáveis. Entretanto, a largura dos feixes laterais é muito grande. O feixe da direita, por exemplo, possui um condutor a 6,95 m do eixo vertical e outro a 11,69 m do mesmo eixo, o que totaliza uma largura de 4,74 m. Claramente, se trata de um feixe com dimensões exageradas. Todavia, com o uso de uma estrutura mecânica adequada essa pode ser uma solução muito interessante porque cada feixe lateral pode ser dividido em duas partes, ficando em duas ferragens separadas conforme mostra a FIGURA 21.

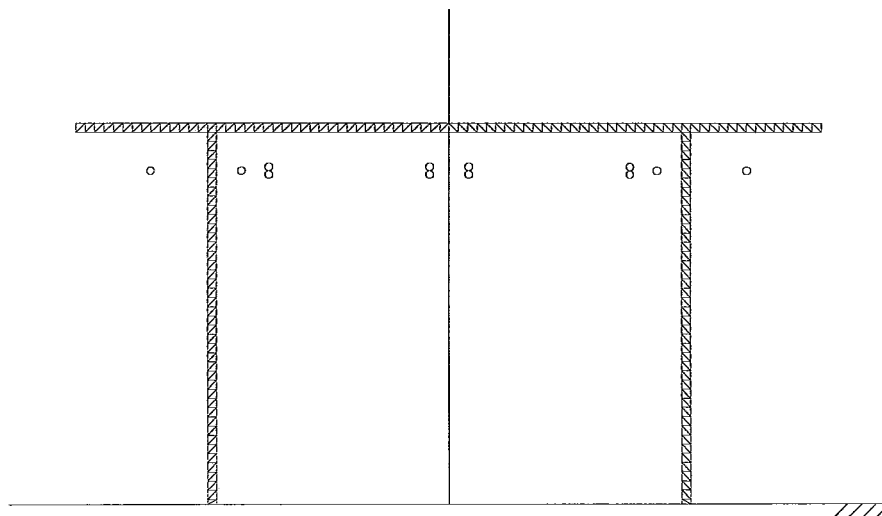


FIGURA 21 - Linha com feixes divididos

Como já foi dito, a configuração da solução 5.1.1.1 é, praticamente, regular, ou seja, circular e equiângulo. Na alternativa 5.1.1.3, mais duas restrições foram

adicionadas: simetria e feixe circular. Ao contrário do que se poderia imaginar, as soluções destas duas alternativas não ficaram próximas, embora esta configuração, com fases laterais expandidas e fase central comprimida, confirme resultados conhecidos na engenharia e mostrados em Portela [10].

Com a reatância de  $0,238 \Omega/\text{km}$  mais uma vez atingida, observa-se que maior número de restrições estavam ativas na solução - todas as de densidade de corrente, as de altura para todos os condutores das fases laterais e algumas de campo elétrico.

Nova tentativa foi feita se trocando o método usado. Assim, na alternativa 5.1.1.4 a solução se encontra, como na alternativa 5.1.1.2, no interior da região viável. Observa-se, portanto, que os feixes são menores, assim como as bitolas dos condutores que, chama-se a atenção para isto, tem raios muito parecidos. Também não há nenhum condutor com valor de campo elétrico próximo ao limite.

Na tentativa do item 5.1.1.5, a função objetivo é trocada para maximizar a potência. Nas alternativas 5.1.1.1 a 5.1.1.4 a potência obtida da linha foi, para efeito prático, a mesma: 1345 MW, aproximadamente. Neste caso, esta subiu para 1460 MW, representando um acréscimo de cerca de 8%. Contudo, a distância entre os condutores mais afastados das fases laterais se encontram a quase 80 m um do outro, o que torna remota a possibilidade de se construir uma linha como esta. O aumento de potência não foi significativo frente às dimensões necessárias para se obter a reatância ideal, usada, neste caso, como restrição. Destaca-se, também, que a mesma solução foi encontrada por ambos os métodos.

No exemplo 5.1.2 um condutor da fase central é retirado e o ponto inicial é a configuração obtida no item 5.1.1.3.

Na tentativa do item 5.1.2.1, atinge-se a reatância desejada, a potência, como nos exemplos anteriores, se mantém em 1345 MW e a solução não possui restrições ativas. Este resultado é, portanto, considerado bom por conservar as mesmas características dos anteriores e possuir um condutor a menos.

Com a finalidade de se diminuir ainda mais as bitolas sem provocar um aumento nas dimensões dos feixes, a alternativa 5.1.2.2 traz a alteração da restrição de densidade de corrente dos condutores com valor mudando de  $0,6 \text{ A/mm}^2$  para  $0,8 \text{ A/mm}^2$  e a restrição adicional de raio máximo do feixe igual a 1,5 m. Não foi possível atingir a reatância desejada e a potência ficou significativamente mais baixa que a das outras configurações experimentadas. Várias restrições estavam ativas na solução.

Especificamente, todas as restrições de densidade de corrente estavam com o valor mínimo. Conclui-se que esta foi uma limitação muito forte para este problema.

O exemplo 5.1.3 objetiva otimizar uma linha não-convencional. O ponto inicial corresponde a uma configuração testada em laboratório, no Cepel. Nota-se que a densidade de corrente está muito baixa, o que representa uma boa folga na otimização. As folgas permitem que linhas existentes sejam recapitadas e é, sem dúvida, uma das formas mais econômicas de se aumentar a capacidade do sistema elétrico.

A linha obtida na alternativa 5.1.3.1 tinha, por finalidade, atingir uma reatância ideal de  $0,1685 \Omega/\text{km}$ . O objetivo foi conquistado, a potência aumentou 10%, a linha proposta ficou mais compacta, os condutores, mais finos e o campo elétrico superficial está bem mais baixo que o valor crítico.

### **5.3 ESTRATÉGIA DE UTILIZAÇÃO PRÁTICA**

O sistema computacional apresenta, como resultado, propostas para configurações dos feixes de condutores das linhas de transmissão. No atual estágio de desenvolvimento, diversos fenômenos ainda não estão sendo contemplados como: peso e dimensões das torres, nível de proteção dos cabos pára-raios e muitos outros.

No entanto, um projeto completo, seja para uma nova linha ou para a recapitação de uma linha existente, deve observar todos os fenômenos relevantes a fim de se obter a aprovação dos órgãos governamentais além de um baixo custo.

Hoje, existem implementados vários programas computacionais que são capazes de avaliar satisfatoriamente todos os fenômenos não incluídos nos protótipos desta tese. O uso conjunto de tais programas com os referidos protótipos surge como uma idéia natural. Igualmente natural é a idéia de se aperfeiçoar as soluções iterativamente.

Um exemplo imediato da aplicação desta técnica é a seleção dos cabos. Neste trabalho, as variáveis que representam os raios dos condutores são consideradas contínuas. Isto não corresponde à realidade da engenharia que, para fins comerciais, dispõe somente de condutores com bitolas fixas.

A determinação dos cabos ótimos pode ser conseguida arredondando-se os raios dos condutores para os valores comerciais mais próximos. Espera-se que este arredondamento leve a resultados satisfatórios por duas razões: primeiro, de acordo com Nocedal [13], a questão associada à discretização para um problema como esse não faz

parte do modelo físico, existindo apenas para satisfazer uma questão prática. Em outras palavras, se os cabos pudessem ser encomendados o modelo contínuo estaria perfeito. Finalmente, como pode ser constatado na tabela de cabos ACSR, existe um número elevado de bitolas e não somente a diferença entre os raios de duas bitolas consecutivas é muito pequena como as demais características de interesse, como resistência elétrica e raio interno, também o são. Portanto, um cabo não-comercial com raio externo entre dois valores comerciais também teria todas as características semelhantes àquelas de suas bitolas vizinhas. Este fato permite que se escolha um cabo, após o processo de otimização, por arredondamento.

Outra forma de se fazer a escolha dos cabos é através do uso de programas de seleção ótima de condutores. Neste caso, o resultado da otimização serve como proposta inicial para esse tipo de programa.

Seja qual for a maneira como as bitolas dos cabos são escolhidas, é preciso reotimizar a linha. Desta vez, o uso de restrições diretas para os raios de condutores é indicado. Este processo deve ser repetido até que uma configuração adequada seja obtida. Naturalmente, esta adequação só pode ser avaliada por profissionais experientes.

Assim como no caso da escolha dos condutores, outros aspectos como potencial de passo e de toque, largura da faixa de passagem, entre outros, devem ser avaliados. O procedimento sugerido é o mesmo: a partir do resultado de uma otimização, analisa-se o comportamento em questão em outro programa e reotimiza-se a linha com medidas corretivas como a inclusão de novas restrições ou adaptação das que já estiverem presentes.

Algumas observações importantes foram feitas na seção 5.2. A primeira: o objetivo de uma otimização pode ser atingido de várias formas diferentes - quase todas as linhas propostas tinham a reatância desejada. Matematicamente, isto demonstra a existência de uma região onde o valor da função objetivo é mínimo. Quando, contudo, o objetivo foi a maximização da potência, o mesmo ponto foi encontrado como solução pelos métodos PH e PQS. Esta última observação não elimina a possibilidade de haver mínimos locais. Estes argumentos sugerem que vários pontos iniciais sejam testados. Por exemplo, configurações iniciais em delta, horizontal e vertical.

No item 5.1.1.1 os feixes encontrados eram quase regulares, e a linha simétrica. Intuitivamente, a inclusão das restrições de feixe circular e de simetria não deveriam afetar a solução significativamente. O ocorrido no item 5.1.1.3 difere das expectativas indicando forte sensibilidade à presença de algumas restrições. Esta tendência pode ser

controlada se outras restrições forem usadas em conjunto. No caso citado, o raio dos feixes laterais ficou muito maior que no caso em que a restrição de feixe circular não estava presente. A inclusão da restrição de raio máximo deverá levar a uma solução mais interessante.

As restrições devem ser usadas, sempre que possível, de forma a reproduzir as necessidades reais no projeto das linhas de transmissão. Nos exemplos mostrados, os raios dos condutores foram limitados pela densidade de corrente, apesar de ser possível o uso direto de uma restrição de raio. Outro exemplo é o caso da restrição de altura máxima dos condutores, usada diretamente. No entanto, os condutores não são posicionados muito alto por outras razões, principalmente, o custo da torre. Nota-se que a implementação de uma restrição deste tipo se mostra bastante útil.

Constatou-se, também, que as soluções obtidas pelo método PH tinham um número de restrições ativas, em geral, menor que as obtidas pelo método PQS. Isto mostra que o primeiro tende a achar uma solução no interior da região viável. Num processo em que vários programas são usados em grupo, é interessante observar onde há folgas. Assim eventuais alterações podem ser feitas a fim de se atender aos critérios não otimizados.

Por fim, o número de condutores de cada fase também deve ser determinado. Esta variável, no entanto, assume valores típicos de acordo com algumas poucas características da linha de transmissão em estudo, dependendo principalmente da potência nominal e da tensão. De qualquer forma, não se trata de uma incógnita a que se atribui valores quaisquer, ficando entre um e seis, na maioria dos casos. Isto significa que o número ideal de condutores pode ser determinado através de poucas tentativas.

## 6 CONCLUSÕES E NOVAS PROPOSTAS

O modelo matemático de otimização de linhas de transmissão em corrente alternada proposto nesta tese mostrou-se adequado aos projetos e estudos que visam à construção de novas linhas e à recapacitação das linhas existentes. Esta afirmativa se baseia nos resultados computacionais obtidos, nos quais foi possível observar plenamente a validação da metodologia proposta e de sua implementação. Primeiro, porque alguns desses resultados já eram conhecidos da literatura, confirmando as boas características de algumas configurações de feixes encontradas por outros programas computacionais. Depois, pela verificação de um comportamento físico coerente. Dentre exemplos mais sutis, isto é demonstrado na maximização de potência. Nas configurações de máxima potência os campos elétricos nas superfícies dos condutores são os máximos possíveis. Gomes [4] em seu trabalho de tese usa este fenômeno como função objetivo. No presente trabalho, a função objetivo usada é a própria potência e o mesmo fenômeno pôde ser observado.

O modelo matemático proposto permitiu uma flexibilidade na configuração dos feixes muito maior que a comumente encontrada em outros modelos. Isto se deve, principalmente, à inclusão dos raios dos condutores como variáveis de otimização. Se, por exemplo, um condutor de um feixe pode ter uma bitola relativamente grande, este pode ser posicionado a distâncias maiores dos demais condutores deste feixe, gerando uma configuração que seria impossível com a limitação de cabos iguais.

A verificação da funcionalidade do modelo proposto foi feito por meio de duas implementações. A diferença entre elas está no algoritmo de otimização empregado. Na primeira implementação foi usado o método de “programação quadrática seqüencial” e no segundo, “penalidade hiperbólica”. Ambos levam a resultados corretos do ponto de vista matemático, ou seja, com a função objetivo minimizada dentro da região viável. É verdade que, por vezes, o valor da função objetivo diferia ligeiramente na solução de um e de outro algoritmo. Essa diferença, todavia, não era significativa do ponto de vista prático, o que requer outros critérios de comparação entre os dois métodos.

De acordo com os resultados alcançados, o método de “penalidade hiperbólica” demonstra ter uma tendência a encontrar soluções no interior da região viável. Esta é uma característica interessante para a estratégia de otimização sugerida neste trabalho. Os fenômenos físicos não implementados nos protótipos computacionais devem ser avaliados em outros programas de cálculos de linhas de transmissão que contemplem

especificamente esses fenômenos. Após essa avaliação preliminar, pode-se concluir que há a necessidade de se alterar a configuração dos feixes propostos, o que é facilitado se a solução apresentada não possuir muitas restrições ativas, permitindo que essas alterações sejam feitas sem que se saia da região de soluções viáveis.

Adicionalmente, este trabalho se mostra útil como uma apresentação concisa do assunto “linhas de transmissão”, sobretudo sob o ponto de vista prático. Pode-se afirmar que o conjunto dos fenômenos incluídos aqui e modelados matematicamente é diretamente aplicável em qualquer estudo em nível acadêmico ou profissional.

A ausência de funções objetivo que considerem o projeto das linhas de transmissão sob outros aspectos ou de restrições que incluam novos fenômenos, não constitui uma limitação deste trabalho. O modelo de otimização proposto e experimentado se mostra deveras flexível e permite que novas funções matemáticas sejam acrescentadas com facilidade. O sistema computacional é robusto e pode ser ampliado apenas com a inclusão das implementações destas funções.

Sugere-se, independentemente da motivação acima, a inclusão de novas restrições nos programas, já que há tendência, em alguns casos, das soluções precisarem ser controladas por restrições muito artificiais. Isto ocorre, por exemplo, em problemas nos quais o posicionamento dos condutores é determinado predominantemente por restrições geométricas. Idealmente, a configuração de um feixe de condutores deve ser otimizada considerando-se basicamente os fenômenos físicos que a justifique. Os resultados alcançados com restrições artificiais tendem a não ser factíveis sob o ponto de vista construtivo ou poderiam ser otimizados ainda mais.

Outra complementação importante deste trabalho seria a inclusão de uma função objetivo com uma abordagem direta sobre o custo de implantação ou de recapacitação de linhas de transmissão. Este enfoque deve levar a novas estratégias de projeto e engloba as questões econômicas, inexoravelmente vinculada aos problemas da engenharia.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Galloway, R.H., Shonocks. W.B., Wedepohl, L.M., "Calculation of Electrical Parameters for Short and Long Polyphase Transmission Lines", *PROC. IEE*, v. III, n.12, pp. 2051-2059, Dec. 1964.
- [2] Carson, John R., "Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return", *Bell Syst. Tech. J.*, pp. 539-554, 1926.
- [3] Portela, Carlos M. J. C. M., *Regimes Transitórios*, v. 2, parte 4, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1983.
- [4] Gomes, S., 1995, Otimização de Linhas Aéreas de Transmissão Considerando Novas Concepções Construtivas para Os Feixes de Condutores. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [5] Deri, A., Tevan, G., Semlyen, A., Castanheira, A., "The Complex Ground Return Plane A Simplified Model For Homogeneous And Multi-Layer Earth Return", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v.pas-100, n.8, pp. 3686-3693, Aug. 1981.
- [6] *Transmission Lines Reference Book - 345 kV and above*, 2 ed., Electric Power Research Institute, 1982.
- [7] Praça, J.C.G., Cálculo Digital dos Parâmetros Elétricos de Uma Linha de Transmissão, Companhia Hidrelétrica do São Francisco, 1973.
- [8] Radio Noise Working Group, "A Survey of Methods for Calculating Transmission Line Conductor Surface Voltage Gradients", *IEEE Corona and Field Effects Subcommittee Report*, pp. 1-12, Feb. 1979.
- [9] Clements, Joseph C., Paul, Clayton R., Adams, Arlon Taylor, "Computation of The Capacitance Matrix for Systems of Dielectric-Coated Cylindrical Conductors", *IEEE Transactions on Eletromagnetic Compatibility*, v. emc-17, n. 4, pp. 208-218, Nov. 1975.
- [10] Portela, Carlos M. J. C. M., "Um Sistema Computacional de Otimização de Linhas de Transmissão Não Convencionais", In: *XIV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Pará, Brasil, Oct. 1997.
- [11] Carvalho, A. R. C. D., Dart, F. C., Salles, F. P., Domingues, L. A. M. C., Ping, W. W., Régis Jr., O., Esmeraldo, P. C. V., "The Application of HSIL Lines Concept in Planning and Operation of Electric Systems", In: *VII Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Curitiba, Paraná, Brasil, may 2000.



- [12] Gill, P.E., Murray, W., Wright, M.H., *Practical Optimization*, 1 ed., Academic Press, 1981.
- [13] Nocedal, J., Wright, S.J., *Numerical Optimization*, 1 ed., Springer-Verlag, 1999.
- [14] Fletcher, R., *Practical Methods of Optimization*, 2 ed., Wiley, 1987.
- [15] Luenberger, David G., *Linear and Nonlinear Programming*, 2 ed., Addison-Wesley, 1984.
- [16] Xavier, A.E., “Hyperbolic Penalty: A New Method For Nonlinear Programming With Inequalities”, *International Transactions in Operational Research*, n. 8, pp. 1-13, 2001.
- [17] Xavier, A.E., 1982, Penalização Hiperbólica - Um Novo Método para Resolução de Problemas de Otimização. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [18] Xavier, A.E., 1992, Penalização Hiperbólica. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [19] Xavier, A.E., Maculan, N., *Hyperbolic Lagrangean: A New Method of Multipliers*, Technical Report, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1995.
- [20] Mendonça, P.N., Xavier, A.E., Domingues, L.A.M.C., Dart, F.C., “Otimização de Feixes de Condutores em Linhas de Transmissão de Energia Elétrica”, In: *XXXIII Seminário Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Campos do Jordão, São Paulo, Brasil, nov. 2001.
- [21] Kreyszig, E., *Matemática Superior*, 1 ed., Livros Técnicos e Científicos, 1972.
- [22] Spiegel, M. R., *Variáveis Complexas*, 1 ed., McGraw-Hill, 1972.
- [23] Eckel B., *Thinking in C++*, 2 ed., Prentice Hall, 2000.
- [24] Barton, J. J., Nackman, L. R., *Scientific and Engineering C++ - An Introduction with Advanced Techniques And Examples*, 1 ed., Addison-Wesley, 1994.
- [25] Yang, D., *C++ and Object Oriented Numeric Computing for Scientists and Engineers*, 1 ed., Springer-Verlag, 2000.
- [26] Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., *Numerical Recipes in C*, 2 ed., 1995.
- [27] IMSL - Fortran Subroutines For Mathematical Applications, Visual Numerics Inc., 1997

# APÊNDICES

## A-1 DERIVADAS DAS FUNÇÕES

Neste apêndice constam as derivadas das funções que foram usadas na implementação computacional, descrita no capítulo 4.

Onde houver indicação, algumas equações estão reescritas tal como no texto ou fazendo uso de variáveis auxiliares com o objetivo de facilitar a verificação e a implementação de suas derivadas.

$$\frac{\partial D_{ik}}{\partial x} = \frac{(x_{1i} - x_{1k}) \frac{\partial x_{1i} - \partial x_{1k}}{\partial x} + (x_{2i} + x_{2k}) \frac{\partial x_{2i} + \partial x_{2k}}{\partial x}}{D_{ik}}$$

$$\frac{\partial d_{ik}}{\partial x} = \frac{(x_{1i} - x_{1k}) \frac{\partial x_{1i} - \partial x_{1k}}{\partial x} + (x_{2i} - x_{2k}) \frac{\partial x_{2i} - \partial x_{2k}}{\partial x}}{d_{ik}}, \quad i \neq k$$

$$\frac{\partial d_{ik}}{\partial x} = \frac{\partial R_i}{\partial x}, \quad i = k$$

$$\frac{\partial B_{ik}}{\partial x} = \frac{1}{D_{ik}} \cdot \frac{\partial D_{ik}}{\partial x} - \frac{1}{d_{ik}} \cdot \frac{\partial d_{ik}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = -j\omega 2\pi\epsilon_0 B^{-1} \frac{\partial B}{\partial x} B^{-1}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial Z_t}{\partial x} + \frac{\partial Z_c}{\partial x} + j \frac{\partial X_g}{\partial x}$$

$$\frac{\partial X_g}{\partial x} = \frac{\omega\mu}{2\pi} \cdot \frac{\partial B}{\partial x}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_{ik}}{\partial x} = & -4\omega\sqrt{\alpha} \int_0^\infty \left( \sqrt{u^2 + j} - u \right) e^{-\sqrt{\alpha}(x_{2i} + x_{2k})u} \left[ u \cdot \cos\left(\sqrt{\alpha}|x_{1i} - x_{1k}|\right) \left( \frac{\partial x_{2i}}{\partial x} + \frac{\partial x_{2k}}{\partial x} \right) + \right. \\ & \left. + \operatorname{sen}\left(\sqrt{\alpha}|x_{1i} - x_{1k}|\right) \operatorname{sinal}(x_{1i} - x_{1k}) \left( \frac{\partial x_{1i}}{\partial x} - \frac{\partial x_{1k}}{\partial x} \right) \right] du \end{aligned}$$

Equação (13)

$$r = \kappa_2 R + \kappa_3$$

Equação (17)

$$T_{zcl} = I_0(\rho_c) K_1(\rho_i)$$

$$\frac{\partial}{\partial T^{z_4}} = \frac{\partial}{\partial K_1(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial T^{z_3}} = \frac{\partial}{\partial K_1(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial T^{z_2}} = \frac{\partial}{\partial K_0(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial T^{z_1}} = \frac{\partial}{\partial K_1(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_0(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial p_1} = \frac{\partial}{\partial K_1(p_1)} + \frac{\partial}{\partial K_0(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial p_1} = \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_0(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial p_1} = \frac{\partial}{\partial K_1(p_1)} + \frac{\partial}{\partial K_0(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial p_1} = \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_0(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial p_1} = \frac{\partial}{\partial K_0(p_1)} - \frac{\partial}{\partial K_1(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial p_1} = \frac{\partial}{\partial I_0(p_1)} + \frac{\partial}{\partial I_1(p_1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial p_1} = \frac{\partial}{\partial K_2}$$

$$\frac{\partial}{\partial R} = \frac{\partial}{\partial \sqrt{j\omega\mu\sigma_0}}$$

$$\frac{\partial}{\partial R} = \frac{\partial}{\partial K_2}$$

$$Z_{kk} = \frac{j\omega\mu}{T^{z_4}}$$

$$T^{z_2} = \frac{T^{z_1} + T^{z_2}}{T^{z_3} - T^{z_4}}$$

$$T^{z_4} = I_1(p_1)K_1(p_1)$$

$$T^{z_3} = I_1(p_1)K_1(p_1)$$

$$T^{z_2} = K_0(p_1)I_1(p_1)$$

$$\frac{\partial \Gamma_{zc}}{\partial x} = \frac{\frac{\partial \Gamma_{zc1}}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_{zc2}}{\partial x}}{\Gamma_{zc3} - \Gamma_{zc4}} - \frac{\Gamma_{zc1} + \Gamma_{zc2}}{(\Gamma_{zc3} - \Gamma_{zc4})^2} \left( \frac{\partial \Gamma_{zc3}}{\partial x} - \frac{\partial \Gamma_{zc4}}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial Z_{kk}}{\partial x} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \left( \frac{1}{\rho_e} \cdot \frac{\partial \Gamma_{zc}}{\partial x} - \frac{\Gamma_{zc}}{\rho_e^2} \cdot \frac{\partial \rho_e}{\partial x} \right)$$

Equação (20)

$$A_n = (x_{2i} + x_{2k} + 2\psi)^2 + (x_{1i} - x_{1k})^2$$

$$A_d = (x_{2i} - x_{2k})^2 + (x_{1i} - x_{1k})^2, i \neq k$$

$$A_d = R_i^2, i = k$$

$$Z_{ik} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \left( \sqrt{\frac{A_n}{A_d}} \right)$$

$$\frac{\partial A_n}{\partial x} = 2(x_{2i} + x_{2k} + 2\psi) \frac{\partial x_{2i} + \partial x_{2k}}{\partial x} + 2(x_{1i} - x_{1k}) \frac{\partial x_{1i} - \partial x_{1k}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial A_d}{\partial x} = 2(x_{2i} - x_{2k}) \frac{\partial x_{2i} - \partial x_{2k}}{\partial x} + 2(x_{1i} - x_{1k}) \frac{\partial x_{1i} - \partial x_{1k}}{\partial x}, i \neq k$$

$$\frac{\partial A_d}{\partial x} = 2R_i \frac{\partial R_i}{\partial x}, i = k$$

$$\frac{\partial Z_{ik}}{\partial x} = \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \left( \frac{1}{A_n} \cdot \frac{\partial A_n}{\partial x} - \frac{1}{A_d} \cdot \frac{\partial A_d}{\partial x} \right)$$

Redução das matrizes de parâmetros

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{Z}_D^{-1} \mathbf{Z}_C$$

$$\mathbf{Z}_z = \mathbf{Z}_A - \mathbf{Z}_B \mathbf{T}_1$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}_1}{\partial x} = -\mathbf{Z}_D^{-1} \frac{\partial \mathbf{Z}_D}{\partial x} \mathbf{Z}_D^{-1} \mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_D^{-1} \frac{\partial \mathbf{Z}_C}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \mathbf{Z}_z}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{Z}_A}{\partial x} - \mathbf{Z}_B \frac{\partial \mathbf{T}_1}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{Z}_B}{\partial x} \mathbf{T}_1$$

$$\frac{\partial Z_1}{\partial x} = \frac{1}{3} \left( \sum_{i=1}^{n_F} \frac{\partial Z_{zii}}{\partial x} - \sum_{i=1}^{n_F} \sum_{k=i+1}^{n_F} \frac{\partial Z_{zik}}{\partial x} \right)$$

O cálculo da derivada da impedância característica de uma linha de transmissão é o único deste trabalho que envolve uma derivada numérica. Especificamente, é preciso se calcular a derivada da raiz quadrada de uma matriz complexa em relação a uma variável real.

$$\mathbf{A}^2 = \mathbf{F}$$

$$\partial(\mathbf{A}\mathbf{A}) = \partial\mathbf{F}$$

$$\partial\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \partial\mathbf{A} = \partial\mathbf{F}$$

onde:

$\mathbf{A}$  = raiz quadrada da matriz  $\mathbf{F}$

$\mathbf{F}$  = matriz quadrada complexa

A última equação acima pode ser escrita como um sistema de equações lineares tendo os elementos de  $\partial\mathbf{A}$  como incógnitas quando  $\mathbf{A}$  e  $\partial\mathbf{F}$  são conhecidas. Apesar de ser uma solução numérica, o resultado é exato.

Equação (23)

$$\mathbf{F} = \mathbf{Z}_z \mathbf{Y}_z$$

$$\mathbf{\Phi} = \sqrt{\mathbf{F}}$$

$$\mathbf{\Xi} = \mathbf{\Phi}^{-1}$$

$$\mathbf{Z}_0 = \mathbf{\Xi} \mathbf{Z}_z$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{Z}_z}{\partial x} \mathbf{Y}_z + \mathbf{Z}_z \frac{\partial \mathbf{Y}_z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x} \mathbf{\Phi} + \mathbf{\Phi} \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x}, \quad \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x} \text{ calculada numericamente.}$$

$$\frac{\partial \mathbf{\Xi}}{\partial x} = -\mathbf{\Phi}^{-1} \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x} \mathbf{\Phi}^{-1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{Z}_0}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{\Xi}}{\partial x} \mathbf{Z}_z + \mathbf{\Xi} \frac{\partial \mathbf{Z}_z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial z_c}{\partial x} = \frac{1}{3} \left[ \frac{\partial Z_{011}}{\partial x} + \frac{\partial Z_{022}}{\partial x} + \frac{\partial Z_{033}}{\partial x} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \left( \frac{\partial Z_{013}}{\partial x} + \frac{\partial Z_{021}}{\partial x} + \frac{\partial Z_{032}}{\partial x} \right) + e^{-j\frac{2\pi}{3}} \left( \frac{\partial Z_{012}}{\partial x} + \frac{\partial Z_{023}}{\partial x} + \frac{\partial Z_{031}}{\partial x} \right) \right]$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -3|V|^2 \frac{\Re(z_c) \Re\left(\frac{\partial z_c}{\partial x}\right) + \Im(z_c) \Im\left(\frac{\partial z_c}{\partial x}\right)}{|z_c|^3}$$

$$\frac{\partial \mathbf{I}^-}{\partial x} = -\mathbf{Z}^{-1} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial x} \mathbf{Z}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{V}$$

$$\frac{\partial \tilde{I}_{fk}}{\partial x} = \sum_{i=1}^{n_{ek}} \frac{\partial \tilde{I}_{ki}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial I_{pki}}{\partial x} = \frac{1}{|\tilde{I}_{fk}|} \frac{\partial \tilde{I}_{ki}}{\partial x} - \frac{\tilde{I}_{ki}}{|\tilde{I}_{fk}|^3} \left[ \Re(\tilde{I}_{fk}) \Re\left(\frac{\partial \tilde{I}_{fk}}{\partial x}\right) + \Im(\tilde{I}_{fk}) \Im\left(\frac{\partial \tilde{I}_{fk}}{\partial x}\right) \right]$$

$$\frac{\partial I_{ki}}{\partial x} = \frac{\partial I_{pki}}{\partial x} \cdot I_{fk}$$

$$\frac{\partial J_i}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{R_i^2 - r_i^2} \left[ \frac{\partial I_i}{\partial x} - \frac{2I_i}{R_i^2 - r_i^2} \left( R_i \frac{\partial R_i}{\partial x} - r_i \frac{\partial r_i}{\partial x} \right) \right]$$

Equações (50) e (51)

$$\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{V}^-$$

$$\boldsymbol{\alpha} = |\boldsymbol{\kappa}|$$

$$\frac{\partial x_{1p}}{\partial x} = \frac{\partial x_{1w}}{\partial x} + \frac{\partial R_w}{\partial x} \cos\left(\frac{y-1}{2n_h+1} 2\pi\right)$$

$$\frac{\partial x_{2p}}{\partial x} = \frac{\partial x_{2w}}{\partial x} + \frac{\partial R_w}{\partial x} \text{sen}\left(\frac{y-1}{2n_h+1} 2\pi\right)$$

$$\frac{\partial \Delta x_{1pi}}{\partial x} = \frac{\partial x_{1p}}{\partial x} - \frac{\partial x_{1i}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \Delta x_{2pi}}{\partial x} = \frac{\partial x_{2p}}{\partial x} - \frac{\partial x_{2i}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \Lambda_{pi}}{\partial x} = \frac{\Delta x_{1pi} \frac{\partial \Delta x_{1pi}}{\partial x} + \Delta x_{2pi} \frac{\partial \Delta x_{2pi}}{\partial x}}{\Lambda_{pi}}$$

$$\frac{\partial \theta_{pi}}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x_{1pi}^2 + \Delta x_{2pi}^2} \left[ \Delta x_{1pi} \frac{\partial \Delta x_{2pi}}{\partial x} - \Delta x_{2pi} \frac{\partial \Delta x_{1pi}}{\partial x} \right]$$

$$\frac{\partial G_{pz}}{\partial x} = -2 \left[ \ln(\Lambda_{pi}) \frac{\partial R_i}{\partial x} + \frac{R_i}{\Lambda_{pi}} \frac{\partial \Lambda_{pi}}{\partial x} \right]$$

$$\frac{\partial G_{pz}}{\partial x} = \left( \frac{R_i}{\Lambda_{pi}} \right)^k \left\{ \cos(k\theta_{pi}) \left[ \frac{k+1}{k} \frac{\partial R_i}{\partial x} - \frac{R_i}{\Lambda_{pi}} \frac{\partial \Lambda_{pi}}{\partial x} \right] - R_i \operatorname{sen}(k\theta_{pi}) \frac{\partial \theta_{pi}}{\partial x} \right\}$$

$$\frac{\partial G_{pz}}{\partial x} = \left( \frac{R_i}{\Lambda_{pi}} \right)^k \left\{ \operatorname{sen}(k\theta_{pi}) \left[ \frac{k+1}{k} \frac{\partial R_i}{\partial x} - \frac{R_i}{\Lambda_{pi}} \frac{\partial \Lambda_{pi}}{\partial x} \right] + R_i \cos(k\theta_{pi}) \frac{\partial \theta_{pi}}{\partial x} \right\}$$

$$\frac{\partial \kappa}{\partial x} = -\mathbf{G}^{-1} \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} \kappa$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{\Re(\kappa) \Re\left(\frac{\partial \kappa}{\partial x}\right) + \Im(\kappa) \Im\left(\frac{\partial \kappa}{\partial x}\right)}{\alpha}$$

Para  $n_h=1$ :

$$\frac{\partial \Theta_w}{\partial x} = \frac{1}{\alpha_w^2 + \beta_w^2} \left[ \alpha_w \frac{\partial \beta_w}{\partial x} - \beta_w \frac{\partial \alpha_w}{\partial x} \right]$$

$$\frac{\partial E_{w\max}}{\partial x} = \frac{1}{2\varepsilon_0} \left[ \frac{\partial \alpha_{w0}}{\partial x} + \cos(\Theta_w) \left( \frac{\partial \alpha_w}{\partial x} + \beta_w \frac{\partial \Theta_w}{\partial x} \right) + \operatorname{sen}(\Theta_w) \left( \frac{\partial \beta_w}{\partial x} - \alpha_w \frac{\partial \Theta_w}{\partial x} \right) \right]$$

$$\frac{\partial E_{cr}}{\partial x} = -45,15 \cdot 10^3 \kappa_4 \sqrt{\frac{\delta}{2R^3}} \frac{\partial R}{\partial x}$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 2 \left[ \Im(z_1) - x_L \right] \Im\left(\frac{\partial z_1}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = -\frac{\partial P(x)}{\partial x}$$

Feixe regular

$$\frac{\partial p_{1w}}{\partial x} = \frac{1}{n_{cw}} \sum_{i=1}^n \frac{\partial x_{1i}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p_{2w}}{\partial x} = \frac{1}{n_{cw}} \sum_{i=1}^n \frac{\partial x_{2i}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \Delta x_{1wi}}{\partial x} = \frac{\partial x_{1i}}{\partial x} - \frac{\partial p_{1w}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \Delta x_{2wi}}{\partial x} = \frac{\partial x_{2i}}{\partial x} - \frac{\partial p_{2w}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \Lambda_{wi}}{\partial x} = \frac{\Delta x_{1wi} \frac{\partial \Delta x_{1wi}}{\partial x} + \Delta x_{2wi} \frac{\partial \Delta x_{2wi}}{\partial x}}{\Lambda_{wi}}$$

$$\frac{\partial \theta_{wi}}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x_{1wi}^2 + \Delta x_{2wi}^2} \left( \Delta x_{1wi} \frac{\partial \Delta x_{2wi}}{\partial x} - \Delta x_{2wi} \frac{\partial \Delta x_{1wi}}{\partial x} \right)$$



**A-2 TABELA DE CABOS MULTICAMADAS “ACSR”**

	Seção Reta				Alumínio		Aço		Diâmetro				Resistência [ $\Omega$ ]					
	Al	Al	Total	n° fios	diam fio [in]	n° fios aço	diam fio [in]	cabo [in]	núcleo [in]	n° camadas	Peso [lbs/1000ft]	STRG	dc 25°C	60Hz	60Hz	60Hz	60Hz	60Hz
	[kcmil]	[mm <sup>2</sup> ]	[mm <sup>2</sup> ]											25°C	50°C	75°C	100°C	
<b>Joree</b>	2515	1274	1344	76	0.1819	19	0.0849	1.88	0.425	4	2749	61.7	0.0365	0.0418	0.0445	0.0482	0.0516	
<b>Thrasher</b>	2312	1171	1235	76	0.1744	19	0.0814	1.802	0.407	4	2526	57.3	0.0397	0.0446	0.0482	0.0518	0.0554	
<b>Kiwi</b>	2167	1098	1146	72	0.1735	7	0.1157	1.735	0.347	4	2303	49.8	0.0424	0.0473	0.0511	0.055	0.0589	
<b>Bluebird</b>	2156	1092	1181	84	0.1602	19	0.0961	1.762	0.48	4	2511	60.3	0.0426	0.0466	0.0505	0.0544	0.0584	
<b>Chukar</b>	1781	902	976	84	0.1456	19	0.0874	1.602	0.437	4	2074	51	0.0516	0.0549	0.0598	0.0646	0.0695	
<b>Falcon</b>	1590	806	908	54	0.1716	19	0.103	1.545	0.515	3	2044	54.5	0.0578	0.0602	0.0657	0.0712	0.0767	
<b>Lapwing</b>	1590	806	862	45	0.188	7	0.1253	1.504	0.376	3	1792	42.2	0.059	0.0622	0.0678	0.0734	0.079	
<b>Parrot</b>	1510	765	862	54	0.1672	19	0.1003	1.505	0.502	3	1942	51.7	0.0608	0.0631	0.0689	0.0748	0.0806	
<b>Nuthatch</b>	1510	765	818	45	0.1832	7	0.1221	1.465	0.366	3	1702	40.1	0.0622	0.0652	0.0711	0.077	0.083	
<b>Plover</b>	1431	725	817	54	0.1628	19	0.0977	1.465	0.489	3	1840	49.1	0.0642	0.0663	0.0725	0.0787	0.0849	
<b>Bobolink</b>	1431	725	775	45	0.1783	7	0.1189	1.427	0.357	3	1613	38.3	0.0656	0.0685	0.0747	0.081	0.0873	
<b>Martin</b>	1351	685	772	54	0.1582	19	0.0949	1.424	0.475	3	1737	46.3	0.068	0.07	0.0765	0.0831	0.0897	
<b>Dipper</b>	1351	685	732	45	0.1733	7	0.1155	1.386	0.347	3	1522	36.2	0.0695	0.0722	0.0788	0.0855	0.0922	
<b>Pheasant</b>	1272	645	726	54	0.1535	19	0.0921	1.382	0.461	3	1635	43.6	0.0722	0.0741	0.0811	0.0881	0.0951	
<b>Bittern</b>	1272	644	689	45	0.1681	7	0.1121	1.345	0.336	3	1434	34.1	0.0738	0.0764	0.0835	0.0906	0.0977	
<b>Grackle</b>	1192	604	681	54	0.1486	19	0.0892	1.338	0.446	3	1533	41.9	0.077	0.0788	0.0863	0.0938	0.1013	
<b>Bunting</b>	1193	604	646	45	0.1628	7	0.1085	1.302	0.326	3	1344	32	0.0787	0.0811	0.0887	0.0963	0.1039	
<b>Finch</b>	1114	564	636	54	0.1436	19	0.0862	1.293	0.431	3	1431	39.1	0.0825	0.0842	0.0922	0.1002	0.1082	

	Seção Reta			Alumínio		Aço		Diâmetro			Resistência [ $\Omega$ ]					
	Al	AI	Total	nº	diam	nº-fios	diam	nº	núcleo	Peso	STRG	dc	60Hz	60Hz	60Hz	60Hz
	[kcmil]	[mm <sup>2</sup> ]	[mm <sup>2</sup> ]	fios	fio [in]	aço	fio [in]	camadas	[in]	[lbs/1000ft]		25°C	25°C	50°C	75°C	100°C
<b>Bluejay</b>	1113	564	603	45	0.1573	7	0.1049	3	0.315	1255	29.8	0.0843	0.0866	0.0947	0.1029	0.1111
<b>Curlew</b>	1033	523	591	54	0.1383	7	0.1383	3	0.415	1331	36.6	0.0909	0.0924	0.1013	0.1101	0.119
<b>Ortolan</b>	1033	523	560	45	0.1515	7	0.101	3	0.303	1165	27.7	0.0909	0.093	0.1018	0.1106	0.1195
<b>Merganser</b>	954	483	596	30	0.1785	7	0.1783	2	0.535	1493	46	0.0987	0.0995	0.1092	0.1189	0.1286
<b>Cardinal</b>	954	483	546	54	0.1329	7	0.1329	3	0.399	1229	33.8	0.0984	0.0998	0.1094	0.1191	0.1287
<b>Rail</b>	954	483	517	45	0.1456	7	0.0971	3	0.291	1075	25.9	0.0984	0.1004	0.1099	0.1195	0.1291
<b>Baldpate</b>	900	456	562	30	0.1732	7	0.1732	2	0.52	1410	43.3	0.1046	0.1054	0.1156	0.1259	0.1362
<b>Canary</b>	900	456	515	54	0.1291	7	0.1291	3	0.387	1159	31.9	0.1043	0.1056	0.1158	0.126	0.1362
<b>Ruddy</b>	900	456	487	45	0.1414	7	0.0943	3	0.283	1015	25.4	0.1043	0.1062	0.1163	0.1265	0.1367
<b>Crane</b>	875	443	501	54	0.1273	7	0.1273	3	0.382	1126	31.4	0.1073	0.1086	0.1191	0.1296	0.1401
<b>Willet</b>	874	443	474	45	0.1394	7	0.0929	3	0.279	987	25	0.1073	0.1092	0.1196	0.1301	0.1406
<b>Skimmer</b>	795	403	497	30	0.1628	7	0.1628	2	0.488	1246	38.3	0.1183	0.1191	0.1307	0.1423	0.154
<b>Mallard</b>	795	403	495	30	0.1628	19	0.0977	2	0.489	1235	38.4	0.1183	0.1191	0.1307	0.1423	0.154
<b>Drake</b>	795	403	469	26	0.1749	7	0.136	2	0.408	1094	31.5	0.118	0.119	0.1306	0.1422	0.1538
<b>Condor</b>	795	403	455	54	0.1213	7	0.1213	3	0.364	1024	28.2	0.1181	0.1193	0.1309	0.1425	0.1541
<b>Cuckoo</b>	795	403	455	24	0.182	7	0.1213	2	0.364	1024	27.9	0.1181	0.1193	0.1308	0.1424	0.154
<b>Tern</b>	795	403	431	45	0.1329	7	0.0886	3	0.266	896	22.1	0.1181	0.1197	0.1313	0.1428	0.1544
<b>Coot</b>	795	403	414	36	0.1486	1	0.1486	3	0.149	805	16.5	0.1175	0.1197	0.1311	0.1426	0.154
<b>Buteo</b>	715	362	447	30	0.1544	7	0.1544	2	0.463	1119	34.4	0.1316	0.1322	0.1452	0.1581	0.1711
<b>Redwing</b>	715	362	445	30	0.1544	19	0.0926	2	0.463	1111	34.6	0.1316	0.1322	0.1452	0.1581	0.1711

	Seção Reta				Alumínio		Aço		Diâmetro				Resistência [Ω]					
	Al [kcmil]	Al [mm <sup>2</sup> ]	Total [mm <sup>2</sup> ]	n° fios	diam fio [in]	n°fios aço	diam fio [in]	cabo [in]	núcleo [in]	n° camadas	Peso [lbs/1000ft]	STRG	dc 25°C	60Hz	60Hz	60Hz	60Hz	
														25°C	50°C	75°C	100°C	
<b>Starling</b>	716	363	422	26	0.1659	7	0.129	1.051	0.387	2	985	28.4	0.1312	0.1321	0.145	0.1579	0.1707	
<b>Crow</b>	715	362	409	54	0.1151	7	0.1151	1.036	0.345	3	921	26.3	0.1312	0.1323	0.1452	0.158	0.1709	
<b>Stilt</b>	716	363	410	24	0.1727	7	0.1151	1.036	0.345	2	922	25.5	0.1311	0.1322	0.1451	0.1579	0.1708	
<b>Grebe</b>	716	363	388	45	0.1261	7	0.0841	1.009	0.252	3	807	20.6	0.1312	0.1327	0.1455	0.1583	0.1712	
<b>Gannet</b>	666	338	393	26	0.1601	7	0.1245	1.014	0.374	2	917	26.6	0.1409	0.1417	0.1555	0.1694	0.1832	
<b>Gull</b>	667	338	382	54	0.1111	7	0.1111	1	0.333	3	858	24.5	0.1408	0.1418	0.1557	0.1695	0.1833	
<b>Flamingo</b>	667	338	382	24	0.1667	7	0.1111	1	0.333	2	859	23.7	0.1407	0.1418	0.1556	0.1694	0.1832	
<b>Scoter</b>	636	322	397	30	0.1456	7	0.1456	1.019	0.437	2	993	30.8	0.148	0.1486	0.1631	0.1777	0.1923	
<b>Egret</b>	636	322	396	30	0.1456	19	0.0874	1.019	0.437	2	988	31.5	0.148	0.1485	0.1631	0.1777	0.1923	
<b>Grosbeak</b>	636	322	375	26	0.1564	7	0.1216	0.99	0.365	2	875	25.2	0.1476	0.1484	0.1629	0.1774	0.192	
<b>Goose</b>	636	322	364	54	0.1085	7	0.1085	0.977	0.326	3	819	23.6	0.1477	0.1486	0.1631	0.1776	0.1922	
<b>Rook</b>	636	322	364	24	0.1628	7	0.1085	0.977	0.326	2	819	22	0.1476	0.1485	0.163	0.1775	0.192	
<b>Kingbird</b>	636	322	340	18	0.188	1	0.188	0.94	0.188	2	691	15.7	0.1468	0.1484	0.1627	0.1771	0.1915	
<b>Swift</b>	636	322	331	36	0.1329	1	0.1329	0.93	0.133	3	644	13.4	0.1469	0.1487	0.163	0.1774	0.1918	
<b>WoodDuck</b>	605	307	378	30	0.142	7	0.142	0.994	0.426	2	947	29.4	0.1556	0.1561	0.1714	0.1868	0.2021	
<b>Teal</b>	605	307	376	30	0.142	19	0.0852	0.994	0.426	2	940	30	0.1556	0.1561	0.1714	0.1868	0.2021	
<b>Squab</b>	605	306	356	26	0.1525	7	0.1186	0.966	0.356	2	833	23.6	0.1552	0.156	0.1713	0.1866	0.2018	
<b>Peacock</b>	605	307	346	24	0.1588	7	0.1059	0.953	0.318	2	780	21.6	0.1551	0.156	0.1712	0.1865	0.2018	
<b>Duck</b>	606	307	347	54	0.1059	7	0.1059	0.953	0.318	3	779	22.5	0.155	0.1559	0.1711	0.1864	0.2016	
<b>Eagle</b>	557	282	348	30	0.1362	7	0.1362	0.953	0.409	2	872	27.2	0.1691	0.1696	0.1863	0.2029	0.2196	

	Seção Reta				Alumínio		Aço		Diâmetro				Resistência [Ω]					
	Al	Al	Total	n°	diam	n°fios	diam	cabo	núcleo	n°	Peso	STRG	dc	60Hz	60Hz	60Hz	60Hz	
	[kcmil]	[mm <sup>2</sup> ]	[mm <sup>2</sup> ]	fios	fo [in]	aço	fo [in]	[in]	[in]	camadas	[lbs/1000ft]		25°C	25°C	50°C	75°C	100°C	
<b>Dove</b>	556	282	328	26	0.1463	7	0.1138	0.927	0.341	2	766	22.4	0.1687	0.1694	0.186	0.2026	0.2192	
<b>Parakeet</b>	557	282	319	24	0.1523	7	0.1015	0.914	0.305	2	717	19.8	0.1686	0.1695	0.186	0.2026	0.2192	
<b>Osprey</b>	556	282	298	18	0.1758	1	0.1758	0.879	0.176	2	604	13.7	0.1679	0.1693	0.1857	0.2022	0.2187	
<b>Hen</b>	477	242	298	30	0.1261	7	0.1261	0.883	0.378	2	747	23.8	0.1973	0.1977	0.2171	0.2366	0.256	
<b>Hawk</b>	477	242	281	26	0.1354	7	0.1053	0.858	0.316	2	657	19.5	0.1969	0.1975	0.2169	0.2363	0.2557	
<b>Flicker</b>	477	242	273	24	0.141	7	0.094	0.846	0.282	2	615	17.2	0.1967	0.1975	0.2168	0.2362	0.2556	
<b>Pelican</b>	477	242	255	18	0.1628	1	0.1628	0.814	0.163	2	518	11.8	0.1958	0.197	0.2162	0.2355	0.2547	
<b>Lark</b>	397	201	248	30	0.1151	7	0.1151	0.806	0.345	2	623	20.3	0.2368	0.2371	0.2605	0.2838	0.3072	
<b>Ibis</b>	397	201	234	26	0.1236	7	0.0961	0.783	0.288	2	547	16.3	0.2363	0.2368	0.2601	0.2834	0.3067	
<b>Brant</b>	398	201	228	24	0.1287	7	0.0858	0.772	0.257	2	512	14.7	0.2361	0.2367	0.26	0.2833	0.3066	
<b>Chickadee</b>	397	201	213	18	0.1486	1	0.1486	0.743	0.149	2	432	9.9	0.235	0.236	0.2591	0.2822	0.3054	
<b>Oriole</b>	336	170	210	30	0.1059	7	0.1059	0.741	0.318	2	527	17	0.2797	0.28	0.3076	0.3352	0.3628	
<b>Linnet</b>	336	170	198	26	0.1137	7	0.0864	0.72	0.265	2	463	14	0.2793	0.2797	0.3072	0.3348	0.3623	
<b>Widgeon</b>	336	170	193	24	0.1184	7	0.0789	0.71	0.237	2	433	12.5	0.279	0.2795	0.307	0.3345	0.3621	
<b>Merlin</b>	336	170	180	18	0.1367	1	0.1367	0.684	0.137	2	366	8.6	0.2777	0.2785	0.3059	0.3332	0.3606	
<b>Piper</b>	300	152	187	30	0.1	7	0.1	0.7	0.3	2	470	15.5	0.3137	0.3139	0.3449	0.3758	0.4068	
<b>Ostrich</b>	300	152	177	26	0.1074	7	0.0835	0.68	0.251	2	413	12.7	0.313	0.3134	0.3443	0.3751	0.406	
<b>Gadwall</b>	300	152	172	24	0.1118	7	0.0745	0.671	0.224	2	386	11.2	0.3129	0.3134	0.3442	0.3751	0.406	
<b>Phoebe</b>	300	152	160	18	0.1281	1	0.1291	0.646	0.129	2	326	7.1	0.3114	0.3121	0.3428	0.3735	0.4042	
<b>Junco</b>	267	135	167	30	0.0943	7	0.0943	0.66	0.283	2	418	13.7	0.3527	0.353	0.3878	0.4226	0.4574	

	Seção Reta			Alumínio		Aço		Diâmetro					Resistência [ $\Omega$ ]				
	Al [kcmil]	Al [mm <sup>2</sup> ]	Total [mm <sup>2</sup> ]	n <sup>o</sup> fios	diam fio [in]	n <sup>o</sup> fios aço	diam fio [in]	cabo [in]	núcleo [in]	n <sup>o</sup> camadas	Peso [lbs/1000ft]	STRG	dc 25°C	60Hz 25°C	60Hz 50°C	60Hz 75°C	60Hz 100°C
<b>Partridge</b>	267	135	157	26	0.1013	7	0.0788	0.642	0.236	2	367	11.3	0.3518	0.3522	0.3869	0.4216	0.4563
<b>Waxwing</b>	267	135	143	18	0.1217	1	0.1217	0.609	0.122	2	289	6.9	0.3504	0.351	0.3856	0.4201	0.4547